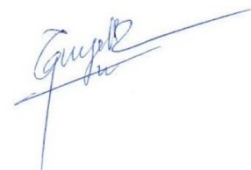


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

*На правах рукописи*



**Чан Куэт Тханг**

**ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ  
ДЕМПФИРУЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК СЛОИСТЫХ  
МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Специальность 1.1.7. – Теоретическая механика, динамика машин

Диссертация на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

**Научный руководитель:**  
д.ф-м.н., профессор  
Рабинский Лев Наумович

Москва – 2024

## Оглавление

Введение .....	4
1. Литературный обзор.....	10
2. Материалы и методы проведения испытаний .....	19
2.1. Материалы .....	19
2.1.1. Al-Li сплав .....	19
2.1.2. Стеклопластик .....	20
2.1.3. Образцы алюмостеклопластика.....	22
2.2. Методики проведения экспериментов .....	24
2.2.1. Статические испытания .....	24
2.2.2. Динамические испытания .....	25
3. Результаты экспериментальных исследований .....	32
3.1. Результаты статических испытаний .....	32
3.1.1. Стеклопластик .....	32
3.1.2. Алюмостеклопластик .....	33
3.2. Результаты динамических испытаний .....	34
3.2.1. Сплав Al-Li .....	41
3.2.2. Стеклопластик .....	46
3.2.3. Алюмостеклопластик (GLARE).....	67
4. Идентификация и прогноз статических и динамических характеристик .....	82
4.1. Стеклопластик .....	82
4.2. Алюмостеклопластик .....	91
4.2.1. Обратный анализ с данными статического модули.....	93
4.2.2. Обратный анализ с последовательной идентификацией динамических упругих свойств и коэффициентов потерь .....	99
4.2.3. Обратный анализ с одновременной идентификацией упругих динамических модулей и коэффициентов потерь .....	105

4.2.4. Исследование влияния модуля сдвига в плоскости $G_{12}$ на ошибку идентификации по данным статических испытаний.....	110
4.2.5. Влияние межслойного сдвига на динамические свойства балки из GLARE .....	112
5. Численное моделирование слоистых композитов.....	121
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	126
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....	128

## Введение

Увеличение прочности и снижение веса конструкции - одна из ключевых задач в авиационной промышленности. Однако, увеличение прочности материала может снизить его пластичность, что повышает риск хрупкого разрушения. Это ограничивает использование традиционных высокопрочных материалов и требует разработки новых легких материалов с улучшенными характеристиками. Такими материалами являются металлокомпозиты на основе алюмокомпозитов, который широко используется в аэрокосмической технике. При этом возникает необходимость прогнозирования и изучения их динамических свойств.

Определение динамических характеристик таких материалов, включая исследование частотных характеристик и определение коэффициентов потерь, имеет большое значение, так как вибрационные нагрузки являются распространенными воздействиями на конструкции в авиации. Результаты исследований могут быть весьма полезными на практике, например, для точной оценки динамических свойств композитов, применяемых в авиационной промышленности. Это важно для снижения шума и вибраций, что способствует повышению комфорта пассажиров и обеспечению безопасности оборудования.

Актуальность диссертационной работы определяется повышенными требованиями по снижению шума и повышению демпфирующих характеристик в авиационных системах и конструкционных материалах. Применение алюмокомпозитов в составе композитных авиационных конструкций требует детального исследования их динамических характеристик и зависимости этих характеристик от параметров армирования.

Целью работы является разработка экспериментально-расчетных методов достоверного определения динамических свойств многослойных композитов на основе стеклопластика и алюмокомпозитов.

Объектом исследований настоящей диссертации являются композиционные материалы на основе стеклопластика и алюмокомпозитов.

Предметом исследования являются динамические характеристики слоистых композиционных материалов на основе стеклопластика и алюмокомпозитов.

Задачи исследования:

– определение механических характеристик образцов сплава Al-Li, стеклопластика и алюмокомпозитов при испытаниях на одноосное растяжение;

– исследование динамических свойств образцов сплава Al-Li, стеклопластика и алюмокомпозитов при частоте 20-60 Гц и построение амплитудно-частотных характеристик, а так же определение коэффициентов потерь;

– определение упругих свойств монослоя на основе известных значений динамических характеристик образцов композитов с разными схемами армирования и на основе решения обратных задач в рамках модели слоистых композитов;

– исследование влияния межслойного сдвига и краевого эффекта в заделке и других факторов на динамические свойства слоистых композитов с разными схемами армирования.

Методы исследования: для определения динамических свойств рассматриваемых материалов применялись аналитические и численные методы, включающие в себя теорию упругости, теорию многослойных балок и теорию дифференциальных уравнений. Реализация поставленной задачи осуществлялась на основе математического пакета Wolfram Mathematica.

При выполнении численного моделирования задач с использованием метода конечных элементов применялся программный комплекс COMSOL Multiphysics.

Динамические свойства материалов рассчитывались на основе анализа амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), полученных методом быстрого преобразования Фурье. Коэффициенты потерь определены на основе вычисления логарифмического декремента затухания свободных колебаний для различных

уровней деформаций балки. Определение свойств монослоев композитов выполнено с использованием обратного анализа в рамках метода комплексных модулей.

Научная новизна работы определяется следующими полученными результатами:

– предложен новый экспериментально-теоретический метод идентификации динамических свойств алюмокомпозитов, основанный на экспериментальном анализе параметров свободных затухающих колебаний консольно-закрепленных образцов и решении обратной задачи механики слоистых балок для определения комплексной частоты и эффективного коэффициента потерь материала, в которой упругие и диссипативные свойства монослоев композитов моделируются в рамках метода комплексных модулей;

– впервые проведено исследование влияния амплитуд деформаций на демпфирующие характеристики исследуемых материалов, исследовано влияние трехмерных эффектов в зоне заделки образцов, и определены характерные значения коэффициентов потерь в продольном и поперечном направлении в монослоях стеклопластика в составе однородных и металлокомпозитных структур;

– проведен анализ точности подходов к решению обратной задачи идентификации диссипативных свойств композитов, включающий использование статических упругих свойств монослоев или их динамических свойств с последовательным и одновременным поиском коэффициентов потерь.

Практическая ценность работы заключается в разработке метода проведения динамических испытаний и численно-аналитического расчета динамических свойств слоистых композиционных материалов. Важность представленных результатов на практике связана с точными оценками динамических характеристик слоистых композитов, используемых в аэрокосмической промышленности, поскольку снижение шума и вибраций

является важным вопросом для безопасности оборудования, а также для повышения комфорта пассажиров.

Достоверность научных положений, выводов и полученных результатов подтверждается использованием строгих и апробированных подходов теории упругости, теории упругости, теории многослойных балок и механики композиционных материалов, результатами аналитического и численного моделирования, а также результатами экспериментальных исследований, выполненных с использованием высокоточного оборудования и с соблюдением стандартов проведения испытаний.

Численное моделирование осуществлялось с применением пакета COMSOL Multiphysics, при этом был проведен тщательный подбор размеров конечно-элементной сетки, отвечающих требованиям сходимости результатов расчетов. Результаты моделирования хорошо согласуются с аналитическими и экспериментальными данными.

#### Апробация работы

Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на конференциях:

1. А.В. Бабайцев, Ю.О. Соляев, Ч.К. Тханг. Исследование динамических свойств композиционных материалов на основе титана. XI Международная научно-практическая конференция “Проблемы безопасности на транспорте”. Гомель. 2021. Часть 2. Стр 119.

2. О.А. Прокудин, Ю.О. Соляев, Л.Н. Рабинский, К.Т. Чан. Динамические испытания сэндвич балок с несущими слоями из Сиал. XXVII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Кременки. 2021. Том 1. Стр 190.

3. И.А. Андреев, А.В. Бабайцев, Ч.К. Тханг. Исследование механических свойств металлокомпозитов на основе алюминия и титана. XXVII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы

механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Кременки. 2021. Том 2. Стр 10-11.

4. А.В. Бабайцев, Т.Т. Фозилов, К.Т. Чан. Влияние различных способов демпфирования на вибрационных и шумовые колебания конструкций. XXVIII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. Кременки. 2022. Том 2. Стр 14-15.

5. А.В. Бабайцев, Ч.К. Тханг, Н.Т. Лонг. Метод определения динамических характеристик сиалов. «Проблемы безопасности на транспорте» Материалы XI международной научно – практической конференции. Посвященной 160 летию белорусской железной дороги. 2022. Часть 2. Стр 167-168

6. А.В. Бабайцев, Л.Н. Рабинский, П.С. Шестеркин, Куэт Тханг Чан. Влияние компонентов на динамические характеристики сиалов. XXVIII международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. 2022. Том 2. Стр 14-15.

7. Рабинский. Л.Н, Соляев. Ю.О, Чан. К.Т, Нгуен. Т.Л. Идентификация свойств монослоя стеклопластика на основе динамических испытаний консольных балок. XXIX международный симпозиум «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г. Горшкова. 2023. Том 1. Стр 180.

### Публикации

По теме диссертационной работы опубликовано 16 работ, включая 7 научных статей в журналах, индексируемых международной системой цитирования, 2 работы в изданиях, включенных в перечень рецензируемых научных изданий, рекомендованных ВАК РФ:

1. G.I. Kriven, S.A.Lurie, T.Q. Thang, A.A.Orekhov. Strength, Stiffness and Damping Properties of Whiskerized Fiber Composites with Longitudinal Shear.



Mechanics, Computations, Applications. 2021. 12(4). Pp 1-22.  
DOI:10.1615/CompMechComputApplIntJ.2021039237

2. Grigory V. Fedotenko, Dmitry I. Makarevskii, Yana A. Vahterova, Trah Quyet Thang. The inverse non-stationary problem of identification of defects in an elastic rod. INCAS Bulletin. 2021. 13. Pp 57-66. DOI: 10.13111/2066-8201.2021.13.S.6

3. A.G. Getmantov, Tran Quyet Thang. Dielectric Properties of Nanocomposites based on Epoxy Resins and Titanium Dioxide. International journal of Circuits, systems and processing. 2021. Vol 15. Pp 1400-1406. DOI: 10.46300/9106.2021.15.150

4. Elena Kuznetsova, Tran Quyet Thang. Synthesis and Structure of Nanocomposites based on Linear Polymers and Nanoparticles of Titanium Dioxide. International journal of Circuits, systems and processing. 2021. Vol 15. Pp 1407-1413. DOI: 10.46300/9106.2021.15.151

5. Rabinskiy L.N., Vakhneev S.N., Ershova A.Y., Serpicheva E.V., Tran Q.T. Investigation of the effect of rolled products in layers of glass-fiber reinforced plastic on static and dynamic properties. Journal of the Balkan Tribological Association. 2021. Vol 27(4). Pp 684 – 696.

6. T.Q. Thang, E.L. Kuznetsova. Effect of High Velocity Deformation on Strength of Armored Composite Materials. Turkish Journal of Computer and Mathematics Education. 2021. Vol.12 No.2 (2021), Pp 2709-2713. DOI: <https://doi.org/10.17762/turcomat.v12i2.2296>

7. Tran Quyet Thang, L.N. Rabinskiy, Yury Solyaev, Fedor Nasonov. Inverse analysis of the amplitude-dependent damping properties of epoxy/glass fiber laminates. Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal. 2024. 15(2). Pp 15-29. DOI:10.1615/CompMechComputApplIntJ.2023049468

8. Прокудин О.А., Рабинский Л.Н., Чан Куэт Тханг. Определение динамических характеристик металлополимерного слоистого стержня. Труды МАИ. № 120. 2021. DOI: 10.34759/trd-2021-120-06

9. Чан Куэт Тханг. Идентификация динамических свойств монослоя в металло-полимерном слоистом комозите. Труды МАИ. № 134. 2024. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178456>

## 1. Литературный обзор

В конце XX века возросший спрос в авиационной промышленности на легкие конструкции с высокой производительностью стимулировал активное развитие усовершенствованных моделей слоистых гибридных металлополимерных композиционных материалов (МПКМ). За рубежом их называют FML – Fiber Metal Laminates, что означает волокнисто-металлические слоистые материалы [1-8]. Эти материалы состоят из тонких (0,3...0,5 мм) металлических листов и слоев пластика, соединенных клеевым препрегом и армирующими волокнами. Наиболее коммерчески доступные FMLs включают ARALL (алюминиевый ламинат, армированный арамидными волокнами), использующий арамидные волокна, GLARE (алюминиевый ламинат, армированный стекловолокнами), основанный на высокопрочных стеклянных волокнах, CARALL (алюминиевый ламинат, армированный углеродными волокнами) с использованием углеродных волокон, а также HTCL (гибридные титановые композитные ламинаты, армированные стекловолокнами) с применением высокопрочных стеклянных волокон [9,10]. Эти композиты обладают рядом преимуществ, таких как повышенная устойчивость к образованию усталостных трещин и ударным повреждениям, особенно для применения в авиакосмической отрасли.

Поскольку FMLs состоят из металлического сплава и армированного волокном композитного материала, подбор материалов значительно повлияет на их свойства материала и механические характеристики. Армированные волоконные композитные ламинаты являются основным несущим компонентом в FMLs, в значительной степени определяющим жесткость и прочность FMLs. Различные металлические материалы также могут по-разному влиять на FMLs, такие как ударопрочность, поглощение энергии и пластичность [9].

Известно, что алюминиевый лист наиболее используется в FMLs, что объясняется его высокой ударопрочностью и превосходной пластичностью. Магниевого сплавы могут быть использованы в FMLs из-за своей более низкой

плотности [11-14]. В сравнении с FML на основе алюминия, FML на основе титана привлекает все больше внимания благодаря своей более высокой жесткости, пределу текучести, усталостной прочности и ударопрочности при повышенных температурах. Особенно важно отметить, что коррозионная стойкость FMLs может быть улучшена с использованием титановых пленок, что делает их применимыми для морских и оффшорных условий [15, 16]. В составе FMLs наиболее часто применяются стеклянные и углеродные волокна, а также ограниченное количество полипропиленовых волокон для защиты от ударных нагрузок. В различных слоистых армированных материалах широко используется термореактивная эпоксидная смола для соединения однонаправленных препрегов.

Композитные материалы привлекают постоянный интерес различных специалистов в течение последних десятилетий. В первую очередь, военное применение в авиационной промышленности привело к коммерческому использованию композитов. Применение композитных материалов значительно снизили вес конструкций. Композиты обладают рядом преимуществ по сравнению с металлическими сплавами, особенно в области высокой прочности и жесткости при относительно низком весе, выдающихся усталостных свойств и устойчивости к коррозии. Однако композитные материалы могут обладать некоторыми недостатками, такими как низкая вязкость разрушения и способность к влагопоглощению [17-24].

Развитие в области непрерывного армирования привело к появлению разнообразных волокон с различными механическими свойствами. Высокая жесткость углеродных волокон обеспечивает эффективное подавление распространения трещин, что приводит к очень низким скоростям роста трещин и высокой усталостной стойкости [25-28]. В последние десятилетия активно работает над разработкой материалов, обладающих устойчивостью к усталости, при этом сохраняя низкий вес и отличные механические свойства.

За рубежом, в 1982 году компания "ALCOA" выпустила первый коммерческий продукт под названием Arall. Сделки Arall 1 и Arall 2 были

стандартизированы. Arall 1 представляет собой вариант с использованием слоев алюминия 7075, в то время как Arall 2 использует слои алюминия 2024 [8]. Одним из наиболее успешных продуктов в этой области стал результат работы в Делфтском технологическом университете (Нидерланды), где разработали FML с использованием арамида, алюминия 7475-T761 и эпоксидной смолы. Присутствие металлического слоя в композите значительно улучшает его ударные свойства. Патент на Glare (армированный стеклом) был подан фирмой AKZO в 1987 году, а сотрудничество между AKZO и ALCOA началось в 1991 году с целью производства и коммерциализации материала Glare.

Для композитного материала свойства волокнисто-металлических ламинатов существенно зависят от характеристик используемых армирующих волокон. Композиты, состоящие из углерода-эпоксидной смолы и стекла-эпоксидной смолы, обладают высоким удельным модулем, но имеют относительно низкую удельную прочность, деформацию до разрушения и ударопрочность по сравнению с композитами из арамидных волокон и эпоксидной смолы. Композиты из арамидных волокон обладают лучшими характеристиками при низкоцикловой усталости, но менее эффективны при высокоцикловой усталости по сравнению с композитами из углеродных волокон. [29-32]. Сочетание высокой жесткости и прочности с отличными ударопрочными свойствами делает углеродно-алюминиевые ламинаты высокоэффективными для применения в космической отрасли. Другие потенциальные области использования включают амортизаторы для стоек вертолетов и авиационных кресел. Несмотря на то что затраты на FML за килограмм в пять-десять раз выше, чем у традиционных алюминиевых сплавов, применяемых в аэрокосмической отрасли, они могут обеспечивать экономию веса не менее чем на 20% в структурах, где применяются. Итак, в авиастроении признали, что замена традиционного алюминия в пользу FML может быть выгодной благодаря их выдающимся механическим свойствам. В настоящее время FML применяются в нескольких областях, таких как конструкции крыльев, фюзеляжей и для

баллистической защиты. Несколько других авиационных компаний, включая Aerospatiale, NASA, Bombardier, EMBRAER а также недавно SUKHOI, проявляют интерес к замене традиционных алюминиевых компонентов на композиты FML.

В данной работе проводится исследование FMLs, в которых металлическими слоями являются тонкие листы алюминиевых сплавов. Этот подкласс FML известен под названием Glass Laminate Aluminum Reinforced Epoxy (GLARE).

GLARE (в русскоязычной литературе носит название алюмостеклопластик) - новый класс волокнисто-металлических ламинатов для сложных конструкций в аэрокосмической отрасли. Он состоит из тонких алюминиевых листов, скрепленных однонаправленным или многим армированным клеевым препрегам. Ламинат GLARE предлагает уникальное сочетание свойств, таких как выдающаяся усталостная прочность, высокие удельные статические свойства, отличная ударопрочность, хорошая остаточная прочность и прочность на тупые надрезы, огнестойкость и коррозионные свойства, а также простота изготовления и ремонта [1-7]. Алюмостеклопластик, образованный из слоев листового алюминиевого сплава и слоев армированного стекловолокном стеклопластика (Glass-Fiber-Reinforced-Polymer, GFRP), проявляет упругопластическое поведение, в первую очередь, из-за наличия слоев алюминиевых сплавов. Сложные механизмы разрушения этого материала определяются его композитной структурой.

В течение последних лет было опубликовано много работ, посвященных исследованию статических механических свойств материала GLARE. В этих работах представлены предположения и результаты исследований, направленных на определение влияния алюминиевых сплавов 2024, 6061 и 7075 на свойства композитов GLARE. [33]. Композит GLARE, изготовленный из листов сплава 7075, обладал наиболее благоприятными механическими свойствами по сравнению со свойствами композитов с листами 2024 и 6061. Было исследовано, как свойства композитов типа GLARE зависят от свойства алюминиевого сплава

[96, 97] . Также здесь было показано, что свойства композитов типа GLARE могут быть оценены с использованием правила смеси.

В своей работе, Wu Guocai и соавторы исследовали прочность на сдвиг в плоскости GLARE, несущую способность в условиях усталостного поведения и определяли скорости роста трещин, чувствительность к надрезам, поведения при ударе, расслоения и определения характеристик повреждений [7]. При растяжении прочность однонаправленных ламинатов GLARE значительно выше, чем у алюминиевых сплавов в продольном направлении. Однако поперечные свойства однонаправленных ламинатов GLARE несколько ниже, чем у монолитных алюминиевых сплавов. Использование слоя стекла / эпоксидной смолы с перекрестными слоями позволяет получить ламинаты с одинаковыми свойствами в продольном и поперечном направлениях. Кроме того, отмечалось необходимо лучше понять влияние длительного воздействия окружающей среды, особенно при комбинированном воздействии влаги и температуры, на устойчивость к повреждениям и долговечность ламината GLARE. При сжатии модули упругости оказывались почти такие же, как и соответствующие им модули при растяжении, что отличает данные композиты от обычных полимерных композитов. Предел текучести при сжатии в направлении волокон  $0^\circ$  выше, чем у алюминиевого сплава. Однако предел текучести при сжатии в поперечном направлении ниже, чем у алюминиевого сплава. Было показано, что хотя модуль сжатия GLARE ниже, чем у монолитных алюминиевых сплавов, удельная жесткость на сжатие GLARE в направлении волокон выше, чем у его базовых алюминиевых сплавов. При сдвиге модуль сдвига, и предел текучести при сдвиге различных слоистых материалов GLARE составляют лишь около 50% от такового для монолитного алюминиевого сплава 2024-T3. Отмечалось, что требуется дополнительная работа, чтобы лучше понять поведение различных ламинатов GLARE при сдвиге, особенно при повышенной температуре.

Несущая способность является одним из наиболее важных факторов при проектировании структурных соединений. По сравнению с алюминием несущие

свойства GLARE более сложны и несколько снижены (однако удельные характеристики – выше). Несущая способность GLARE зависит от некоторых важных параметров. К ним относятся: параметры материалов, такие как тип волокна, тип смолы, ориентация волокна, последовательность укладки ламината, объемная доля волокна и обработка поверхности волокна; параметры крепежа, такие как тип крепежа (болт, штифт, винт, заклепка и т. д.), размер крепежа, размер отверстия для усилия зажима и допуск; параметры конструкции, такие как толщина ламината, геометрия (шаг, расстояние до кромки, рисунок отверстий и т. д.), тип соединения (одинарный нахлест, стык с одинарной крышкой и т.д.), направление нагрузки и скорость нагружения. Исследована экологическая долговечность GLARE, в том числе влагопоглощение и устойчивость к коррозии. Как и волокнистые полимерные композиты, волокнисто-адгезивный слой в ламинатах GLARE чувствителен к поглощению влаги, контролируемому температурой и влажностью, хотя влагопоглощение ограничено из-за защитных алюминиевых слоев. Влага в адгезионных слоях из стекловолокна GLARE увеличивает легкость расслоения между слоями препрега и металла. Эффекты более выражены в дистиллированной воде или солевом растворе, чем во влажном воздухе, и более значительны при высоких температурах. GLARE демонстрирует превосходную коррозионную стойкость, поскольку все используемые алюминиевые листы анодированы и покрыты антикоррозийной грунтовкой перед процессом склеивания. Коррозия по всей толщине предотвращается за счет слоя волокна/эпоксидной смолы, который служит барьером. Ускоренные испытания на коррозию ламината GLARE показали, что коррозия проявляется только во внешнем (толщиной 0,4 мм) алюминиевом слое. Было показано, что коррозионная стойкость тонких слоев листа 2024-T3 GLARE превосходит коррозионную стойкость более толстой (толщиной 4 мм) панели из того же сплава. Для определения влияния длительного воздействия высокой температуры и влажности на механическое поведение ламинатов GLARE необходимо более обширное исследование экологической устойчивости. В частности, необходимо также учитывать влияние первоначального дефекта и повреждения в результате удара.

На сегодняшний день существует множество аналитических моделей, которые позволяют оценивать и прогнозировать прочностные и упругие характеристики материалов как при статическом, так и при динамическом нагружении. Эти модели включают в себя различные методы теории упругости, теории пластичности, методы конечных элементов, а также численные методы для анализа поведения материалов в различных условиях. Их использование позволяет более точно понимать и предсказывать свойства материалов, что является важным в инженерных и научных приложениях. [84, 85, 87, 88, 89]. Точный анализ рассеивания энергии и демпфирования колебаний в композитных слоистых материалах и конструкциях требует данных об ортотропных коэффициентах потерь в одном слое [38, 39]. Прямое определение демпфирующих свойств одного слоя обычно невозможно и может быть выполнено только с использованием комбинированных методов эксперимента и моделирования [40, 41]. Для экспериментов со полимерными композитами в виде слоистых балок [42, 73, 74], пластин [41-45] и оболочек [44, 46] были разработаны различные методы обратного анализа и определения динамических свойств монослоев (модулей упругости и коэффициентов потерь).

В настоящей работе рассматривается проблема определения динамических свойств слоистых композитов, изготовленных из стеклопластика, армированного стекловолокном и алюмостеклопластика. При этом проводятся экспериментальные исследования и соответствующий обратный анализ для образцов балки с оценкой влияния частоты вибрации и деформация на демпфирующие свойства ламината из стекловолокна и его монослоев. Отметим известные опубликованные работы о демпфирующих свойствах стеклопластика [58, 59, 60, 61, 62, 63, 73]. Большинство этих исследований были посвящены влиянию частоты вибрации и последовательной укладки и включали энергетический метод (half power band method) для определения характеристик демпфирования [93]. На получаемых АЧХ определялся пик, соответствующий первой резонансной частоте. Ширина найденного пика позволяет определить



коэффициент потерь образца  $\eta$  на основании соотношения [93,94]:

$$\eta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$

где  $\omega_0$  - частота резонанса, и  $\omega_1 < \omega_2$  - частоты вблизи резонанса, при которых значения амплитуды уменьшается в  $\sqrt{2}$  раз по сравнению с амплитудой резонанса.

Этот метод позволяет оценить коэффициент потерь образца для рассматриваемого заданного частот, которые определяются свойствами материалов и геометрией образца (например, длиной балки). Однако трудно исследовать зависимость от амплитуды свойства демпфирования в рамках энергетического подхода. Этот метод обеспечивает только усредненное значение коэффициента потерь для диапазона амплитуд, возникающих вокруг резонанса (также трудно контролировать эти амплитуды во время вибрационных испытаний на резонансах). Таким образом, в настоящем исследовании проводились испытания на вибрацию со свободным затуханием [47-50, 73, 74] с прямым контролем амплитуд вибрации и собственной частоты и с прямой оценкой коэффициента потерь посредством вычисления логарифмического декрементного затухания колебаний. Обратный анализ выполняется с использованием теории многослойных балок и метода комплексных модулей [42, 43, 51].

Рассмотренная схема консольного закрепления образцов (зажима с фиксированным концом испытуемого образца) была выбрана для того, чтобы обеспечить оценку демпфирования материала при достаточно больших амплитудах. Схема со свободными опорными условиями [75, 76] может быть более точной при анализе демпфирования, хотя в такой схеме трудно получить большие амплитуды с точной оценкой собственной формы колебаний (исключая жесткие перемещения и вращения образца). Поэтому в диссертационной работе использовалась массивная жесткая заделка (зажим), чтобы уменьшить ее влияние на результаты эксперимента.

Исследование зависимости от амплитуды демпфирующих свойств образцов стеклопластика, армированных, при испытаниях на вибрацию со свободным демпфированием было представлено ранее в работах [73, 74, 77]. В этих работах авторы использовали ткани с соотношением основа/уток (36/20) и обнаружили, что демпфирующие свойства образцов увеличиваются примерно в 1,5 раза при изменении амплитуд деформации в диапазоне до 0,1%. Было обнаружено, что коэффициенты потерь в направлении основы и утки были близки друг к другу, в то время как максимальное демпфирование реализовывалось в режиме сдвиговых деформаций. Зависимость коэффициентов потерь от амплитуды вибрации была близка к линейной. Мы также можем упомянуть недавние результаты логарифмического декрементного анализа амплитудно-зависимых свойств углепластиков [52-55] и волоконно-металлических ламинатов [50, 56, 57], где было показано, что коэффициент потерь этих композитов сильно зависит от амплитуды вибрации и может увеличить более чем в 1,5-2 раза при изменении максимальной деформации с 0,1% до 0,6%. В настоящей работе обнаружено, что выявленные демпфирующие свойства монослоев становятся сильно анизотропными, и максимальное демпфирование реализуется при деформациях поперек волокон.

## 2. **Материалы и методы проведения испытаний**

### 2.1. **Материалы**

#### 2.1.1. **Al-Li сплав**

Алюминий-литиевые сплавы (сплавы AL-Li) были изучены и оценены во время совместного исследования на предмет их использования в фюзеляже с долгим сроком службы. В настоящее время этот сплав применяется для создания фюзеляжа российского самолета-амфибии Be-103, и планируется его использование для покрытия фюзеляжа нового самолета бизнес-класса Туполев. Одним из основных преимуществ этого сплава является его способность к холодной прокатке и ряд других характеристик, которые делают его привлекательным для применения в корпусах. Среди таких характеристик можно выделить его более низкую плотность и более высокую модуль упругости в сравнении с обычными сплавами алюминий-медь-магний.

Для оценки механических свойств и долговечности сплава были проведены испытания в Исследовательском центре НАСА в США и Всероссийском институте авиационных материалов (ВИАМ) в России. Испытания включали оценку свойств при растяжении, вязкости разрушения, ударопрочности, усталостного ресурса и скорости роста усталостных трещин. Также были изготовлены панели фюзеляжа с использованием сплава Al-Li и проведены циклические испытания на усталость для имитации условий эксплуатации воздушного судна.

Результаты исследования показали, что механические свойства сплава Al-Li лучше или аналогичны свойствам обычных алюминиевых сплавов, используемых для обшивки фюзеляжа. Этот сплав обладает высокой прочностью, ударной вязкостью и усталостной долговечностью при растяжении. Также сплав Al-Li обладает более высокой устойчивостью к росту усталостных трещин по сравнению с другими сплавами.

В этой диссертации использовались образцы сплава Al-Li с размерами, представленными в таблице 2.1, а сами образцы показаны на рисунке 2.1.

Таблица 2.1 - Свойства образцов из деталей сплава Al-Li

Образцы	Толщина (мм)	Ширина (мм)	Длина (мм)
1	0,7	19,81	229,0
2	0,7	19,60	229,3
3	0,7	19,93	229,2



Рисунок 2.1. Образцы сплава Al-Li

### 2.1.2. Стеклопластик

В настоящей работе выбраны образцы композиционных материалов изготавливались из стеклопластика ВПС-37К60. В качестве армирующего наполнителя в данном стеклопластике выступает стеклянная ткань Т-60(ВМП)-14 на основе высокомодульных высокопрочных волокон, в качестве связующего - эпоксидная композиция ВСК-14-2м, представляющая из себя однородную пластичную массу с низким исходным содержанием летучих продуктов (не более 2 % по массе). Исходное содержание связующего в препреге 35 - 37 % (по массе). Образцы представлены на рисунке 2.2.

Выкладка заготовок производилась ручным методом, далее для реализации вакуум-автоклавного формования изготавливался вакуумный мешок с применением типовых вспомогательных материалов (антиадгезионные разделительные пленки, дренажные слои, вакуумная пленка и герметизирующий

жгут). Формование заготовки проводилось типовому режиму отверждения (3 часа выдержки при температуре 175 °С и давлении формования 5 атм). Раскрой заготовок на образцы проводили по типовым режимам механической обработки (фрезерный станок, в качестве инструмента - диск с алмазным напылением).

Было получено четыре вида образцов с различной схемой армирования  $[0]_4$ ,  $[0/90]_{2c}$ ,  $[\pm 45]_{2c}$  и  $[90]_4$ . Общая толщина балок составлялась  $H = 1,04 (\pm 0,05)$  мм, так что толщина однонаправленного слоя составлялась  $h \approx 0,27$  мм (включая небольшие зоны проникновения смолы между слоями). Ширина балок составлялась  $b = 20 (\pm 0,5)$  мм, а длина  $l_0 = 280$  мм. Для каждого испытания было подготовлено по три аналогичных образца каждой укладки. Схема армирования стеклопластика представлена в таблице 2.2. Образцы представлены в рисунке 2.2.

Таблица 2.2 - Варианты схемы армирования стеклопластика

Тип	Схема армирования	Общая толщина, (мм)	Ширина, (мм)
C- $[0]_4$	$[0/0/0/0]$	1,08	20,03
C- $[0/90]_{2c}$	$[0/90/90/0]$	1,10	20,29
C- $[\pm 45]_{2c}$	$[45/-45/-45/45]$	1,04	20,15
C- $[90]_4$	$[90/90/90/90]$	1,08	20,64

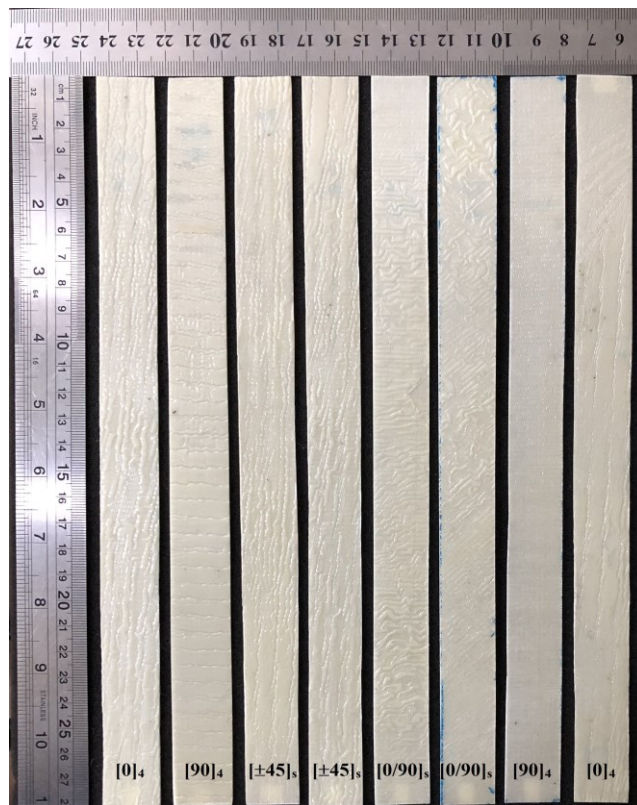


Рисунок 2.2. Образцы стеклопластика с различной схемой армирования

### 2.1.3. Образцы алюмокомпозитного пластика

Алюмокомпозитный пластик (GLARE) - это композитный материал, который обладает повышенной удельной прочностью и прочностью, высокими удельными статическими свойствами, огнестойкостью и коррозионными свойствами, а также простотой изготовления и ремонта, что делает его идеальным для использования в авиации.

Листовые заготовки из GLARE изготовлены способом автоклавного формования и ручной выкладкой предварительно раскроенных слоев клеевых препрегов и листов из алюминий-литиевого сплава с подготовленной под склеиванием поверхности. Настоящая работа посвящена исследованию поведения алюмокомпозитного пластика с пятислойной структурой 3/2 (три слоя алюминиевого сплава Al-Li и два слоя стеклопластика), представлено на рисунке 2.3.

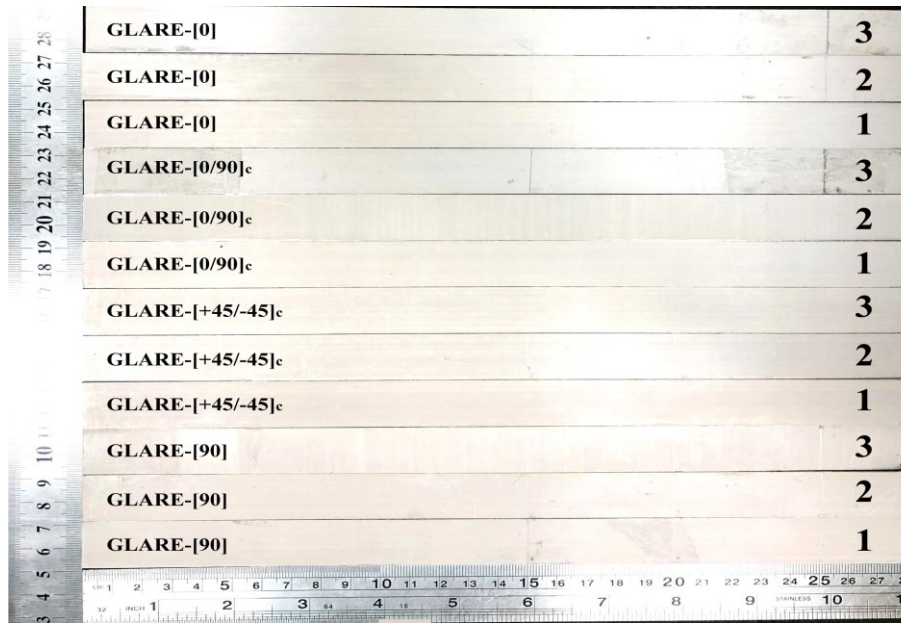


Рисунок 2.3. Образцы GLARE с различной схемой укладки

В качестве металлических слоев в образцах использованы листы алюминий-литиевого сплава, а композитные слои выполнены из стеклопластика марки КМКС-2.120.Т60.37 и имеют различные схемы армирования. Для контроля схемы армирования и определения толщины каждого слоя в исследуемых образцах проводилось исследование поверхности с использованием лазерного конфокального микроскопа Olympus LEXT OLS5000. Макроснимки представлены на рисунке 2.4.

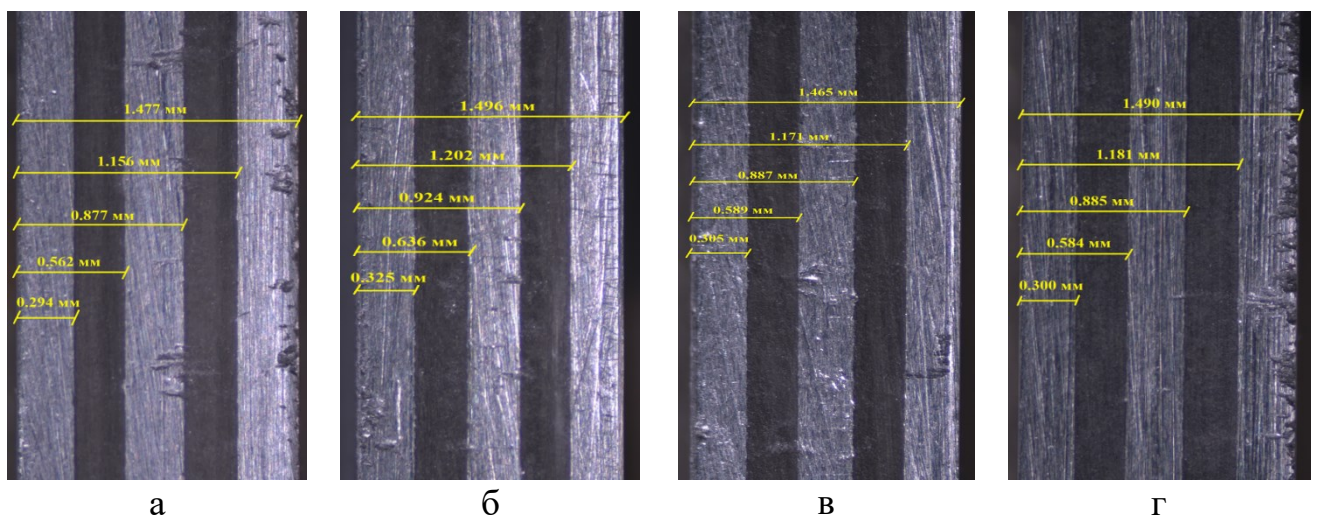


Рисунок 2.4. Макроснимки слоев GLARE

а. GLARE-[0]    б. GLARE-[0/90]c    в. GLARE-[±45]c    г. GLARE-[90]

Геометрические размеры образцов представлены в таблице 2.3 и толщина монослоев в таблице 2.4.

Таблица 2.3 - Геометрические размеры образцов

Тип	Схема армирования	Толщина (мм)	Ширина (мм)
GLARE-[0]	[Al/C-[0] <sub>2</sub> /Al/ C-[0] <sub>2</sub> /Al]	1,477	20,10
GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	[Al/C-[0/90]/Al/ C-[0/90]/Al]	1,496	20,13
GLARE-[±45] <sub>c</sub>	[Al/C-[±45]/Al/C-[±45]/Al]	1,465	20,16
GLARE-[90]	[Al/C-[90] <sub>2</sub> /Al/C-[90] <sub>2</sub> /Al]	1,490	20,23

Таблица 2.4 - Толщина монослоя GLARE

Тип	Толщина монослоя (мм)
GLARE-[0]	0,321/0,140/0,140/0,315/0,134/0,134/0,294
GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	0,325/0,156/0,156/0,288/0,139/0,139/0,294
GLARE-[±45] <sub>c</sub>	0,305/0,142/0,142/0,298/0,142/0,142/0,294
GLARE-[90]	0,300/0,142/0,142/0,301/0,148/0,148/0,309

## 2.2. Методики проведения экспериментов

### 2.2.1. Статические испытания

Все испытания проводились при комнатной температуре  $T \approx 22 (\pm 1)^\circ\text{C}$ . Квазистатические испытания на растяжение проводились с использованием универсальной испытательной машины Instron 5969 с бесконтактным видеоекстензометром AVE 2 в соответствии с ASTM D3039 [95] для определения модуля упругости образцов в их осевом направлении. Скорость движения траверсы в испытаниях на растяжение составлялась 0,5 мм/мин. Снимок образца в захватах испытательной установки представлен на рисунке 2.5. Для каждого образца при каждом типе испытания строилась кривая напряжение-деформации. При испытании на растяжение определен эффективный модуль упругости материала  $E^*$ , и соответствующие деформации.





Рисунок 2.5. Образец перед испытанием на растяжение

### 2.2.2. Динамические испытания

Для проведения динамических испытаний, образцы жестко закреплялись металлическим захватом с одного конца, а другой конец оставлялся свободен. Далее наносился удар по свободному концу металлическим ударником либо задавалось начальное отклонение конца балки от положения равновесия. Перемещения в зоне свободного конца образцов измерились лазерным датчиком и переводились в программу, которая позволяет регистрировать кривые смещение/время и сохранять их в табличном и графическом виде. Длина свободного конца балки  $l$  (вне захватов) была определена таким образом, чтобы обеспечить заданную собственную частоту колебаний балки  $\omega_0$  (20, 30 или 60 Гц). Определенные значения длин, которые были использованы для балок с различной схемой укладки, приведены ниже в таблице 2.5. Максимальное отклонение балки составилось  $A_0 = 0,08l$ .

При динамических испытаниях определялись амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) разных материалов в том числе коэффициенты потерь.

Схема испытаний: показана на рисунках 2.6 - 2.7. Изготовленные образцы были перечислены в разделе 2.1. Выбор рабочих длин для получения заданной частоты колебаний представлены в таблице 2.5

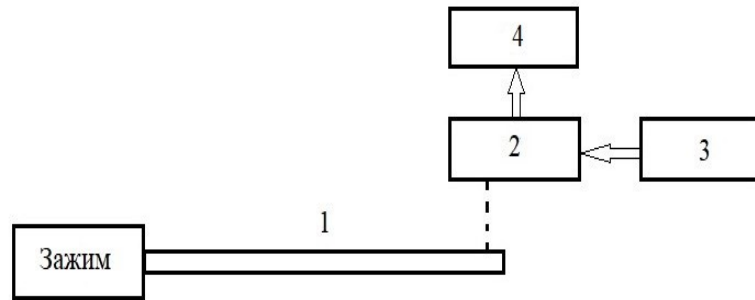


Рисунок. 2.6. Схема проведения динамического испытания

1. Исследуемый образец
2. Лазерный датчик перемещения
3. Регулируемый источник питания
4. Компьютер для сборки и обработки результатов

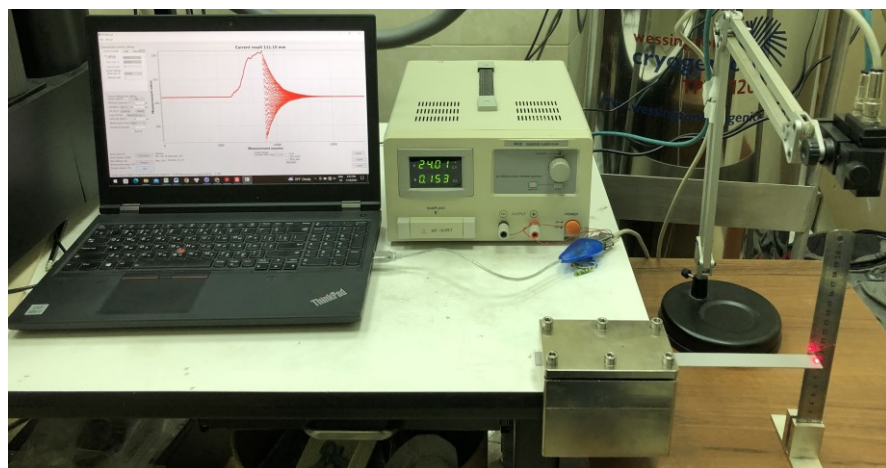


Рисунок 2.7. Приборы проведения испытаний

Таблица 2.5 - Рабочая длина исследуемых образцов

	<b>Материал</b>	<b>Длина(мм)</b>	<b>Количество</b>
1	<b>Сплав Al-Li</b>	176 - 143 - 101	3
2	<b>Стеклопластик</b>		
2.1	C-[0] <sub>4</sub>	184 - 150 – 106,5	3
2.2	C-[0/90] <sub>2с</sub>	180 - 147 - 103	3
2.3	C-[±45] <sub>2с</sub>	142 - 119 - 82	3
2.4	C-[90] <sub>4</sub>	133 - 104 - 75	3
3	<b>Алюмостеклопластик</b>		
3.1	GLARE-[0]	258 - 211 – 148,5	3
3.2	GLARE-[0/90] <sub>с</sub>	254 - 210 - 147	3
3.3	GLARE-[±45] <sub>с</sub>	249 - 202 - 143	3
3.4	GLARE-[90]	253,5 - 206 - 144	3

Лазерный датчик перемещения РФ603: показано на рисунке 2.8  
Триангуляционные лазерные датчики предназначены для бесконтактного измерения и контроля положения, перемещения, размеров, профиля поверхности, деформаций, вибраций, сортировки, распознавания технологических объектов, измерения уровня жидкостей и сыпучих материалов.



Рисунок.2.8. Лазерный датчик перемещения

Принцип работы датчика оптической триангуляции представлен на рисунке.2.9. Излучение полупроводникового лазера 1 фокусируется объективом 2

на объекте 6. Рассеянное на объекте излучение объективом 3 собирается на CMOS-линейке 4. Перемещение объекта 6 - 6' вызывает соответствующее перемещение изображения. Процессор сигналов 5 рассчитывает расстояние до объекта по положению изображения светового пятна на линейке 4. Рабочие параметры датчика следующие: диапазон измерений 2-1250 мм, частота 160 КГц, погрешность измерения  $\pm 10^{-3}$  мм

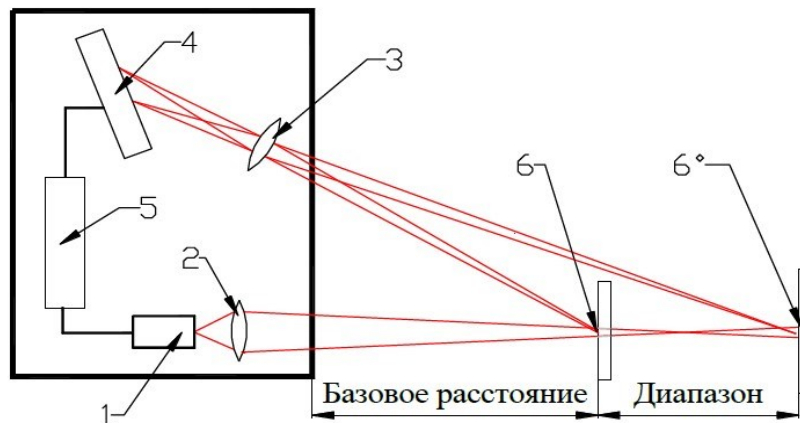


Рисунок. 2.9. Принцип работы

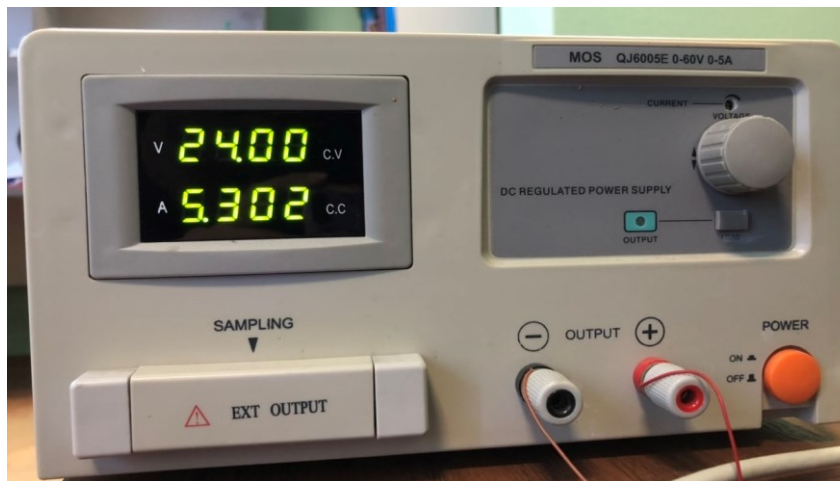


Рисунок 2.10. Регулируемый источник питания

### Регулируемый источник питания

Источник (рисунок 2.10) обеспечивает точное и стабильное питание в режиме постоянного тока (24В). Многооборотная ручка управления напряжением помогает пользователю точно установить необходимое напряжение.

### Алгоритм сборки и обработки результатов испытаний

В компьютере установлено программное обеспечение RF60X-SP-2.0 предназначено для:

- Тестирования и демонстрации работы датчиков серии РФ603;
- Настройки параметров датчиков;
- Приема и накопления данных с датчика;

### Порядок проведения испытаний:

- Подготовка приборов и образца
- Образцы жестко закреплены струбциной с одного конца, а другой свободен;
- Включение регулируемого источника питания. Многооборотная ручка управляемая в положений 24В;

2.6. Лазерный луч падает в центре свободного конца образца.

- Запуск вычислительной программы.
- Запуск программы;
- Установка соединения с лазерным датчиком (RS232/RS485).

После запуска программы появляется рабочее окно (рисунок 2.11).

- Проведение испытаний
- Нажатие кнопки “Start”, начало записи результатов измерений;
- Удар в свободном конце металлическим ударником либо задание начального отклонения конца образца от положения равновесия;
- После прохождения процесса затухающих колебаний – выключение регистрации перемещений;
- Проверка полученной диаграммы, выбор оптимальных диаграмм (рисунок 2.12);
- Экспорт данных в формате “.csv” для дальнейшей обработки;

- Повторение испытаний 3 раза для каждой рабочей длины образца для проверки разброса получаемых результатов испытаний;
- Переход к следующему образцу.

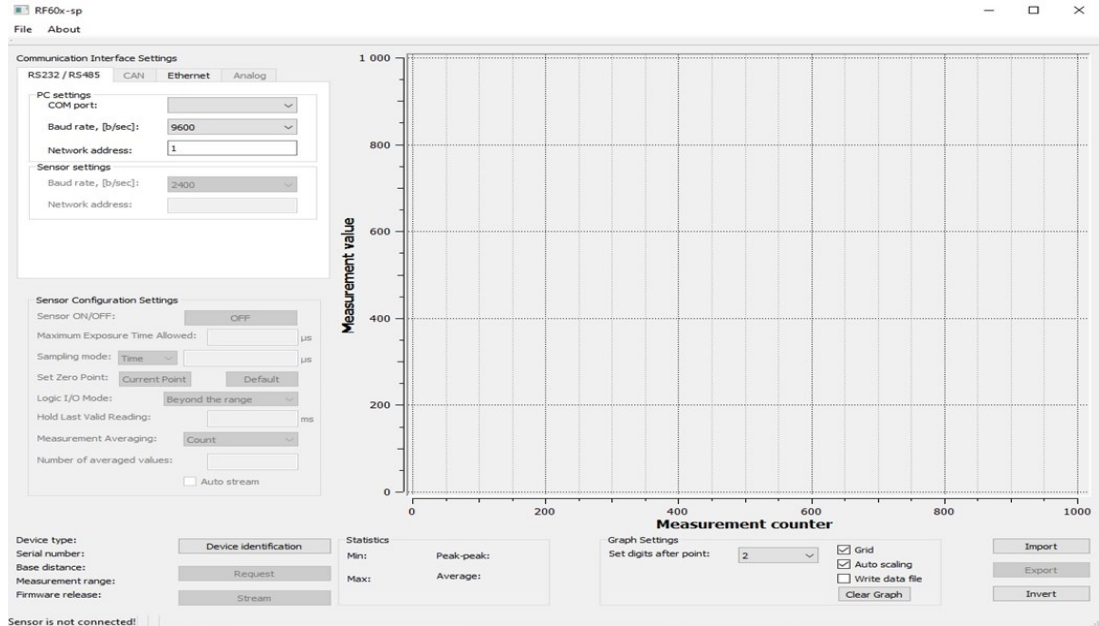


Рисунок 2.11. Рабочее окно программы

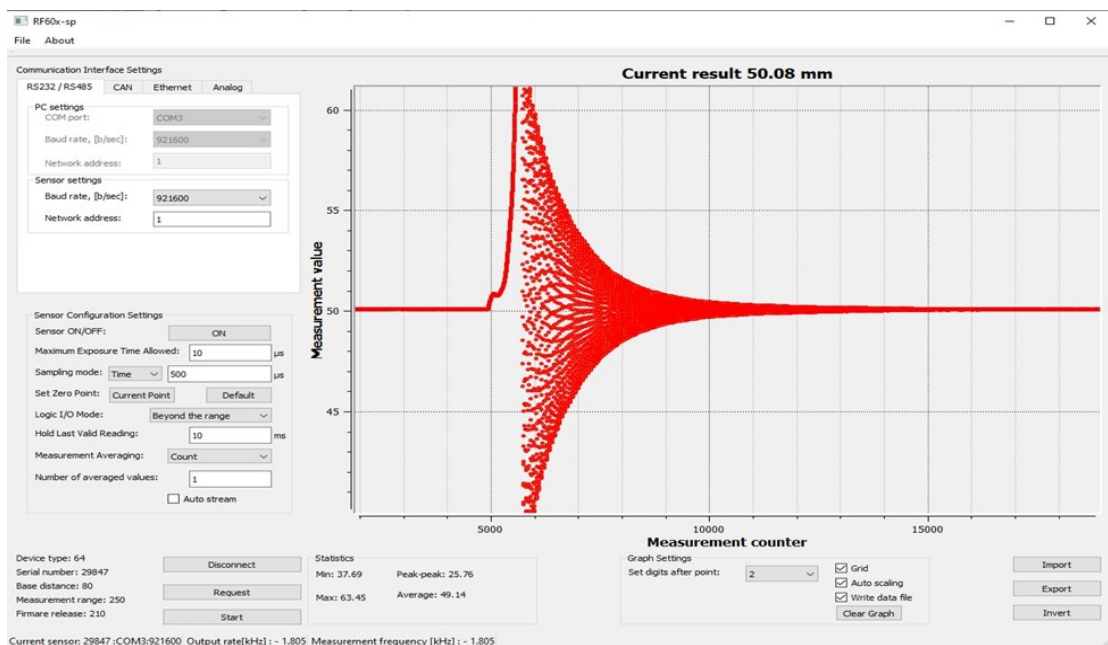


Рисунок 2.12. Первичные данные - результат испытания в программе RF603

### Обработка данных динамических испытаний

После динамических испытаний, данные сохранялись в виде “.csv”, и проводилась их обработки в математической программе Wolfram Mathematica, где с использованием быстрого преобразования Фурье на основе полученной временной зависимости (смещения конца балки)-(время процесса) строилась амплитудно-частотная характеристика для проведенных результатов испытаний. Определялась собственная частота и по ширине пика (в приближении энергетического метода) определялся средний коэффициент потерь. Для полученной первичной временной зависимости перемещений определялся логарифмический декремент затуханий в нескольких диапазонах перемещений конца балки (см. следующий раздел).

### 3. Результаты экспериментальных исследований

#### 3.1. Результаты статических испытаний

Все статические испытания проводились на универсальной электромеханической машине Instron 5969 с программным обеспечением Bluehill 3 в соответствии с методикой, изложенной в разделе 2.2.1.

##### 3.1.1. Стеклопластик

Результаты квазистатических испытаний на растяжение представлены на рисунке 3.1, где показаны кривые зависимости напряжения от деформации, полученные для образцов с различной схемой армирования. Прогрессирующее повреждение и выход из строя образцов не принимались во внимание в настоящей работе и нагрузки прикладывались достаточно малые, не повреждающие образец. Из диаграммы рассчитывается статический модуль упругости различных армирований материалов, представлен в таблице 3.1.

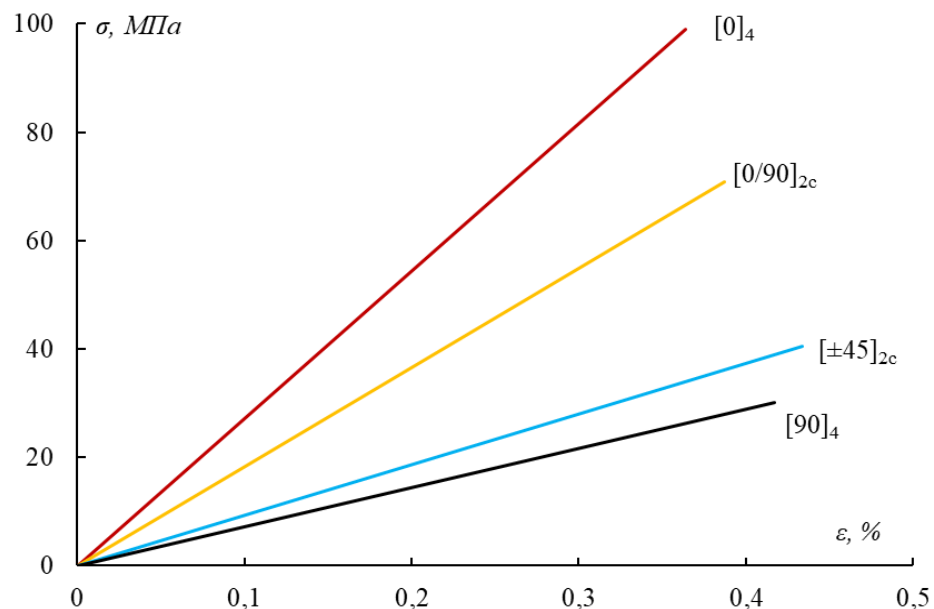


Рисунок 3.1. Диаграмма напряжение-деформации при статических испытаниях на растяжение стеклопластика.



Таблица 3.1 - Статический модуль упругости стеклопластика

	C-[0] <sub>4</sub>	C-[0/90] <sub>2с</sub>	C-[±45] <sub>2с</sub>	C-[90] <sub>4</sub>
Статический модуль упругости ( ГПа)	27,9	19,9	9,8	6,6

### 3.1.2. Алюмостеклопластик

Результаты квазистатических испытаний на растяжение сплава Al-Li и GLARE представлены на рисунке 3.2. Из диаграмм получаем статический модуль упругости сплава Al-Li и GLARE с различной укладкой, представлен в таблице 3.2.

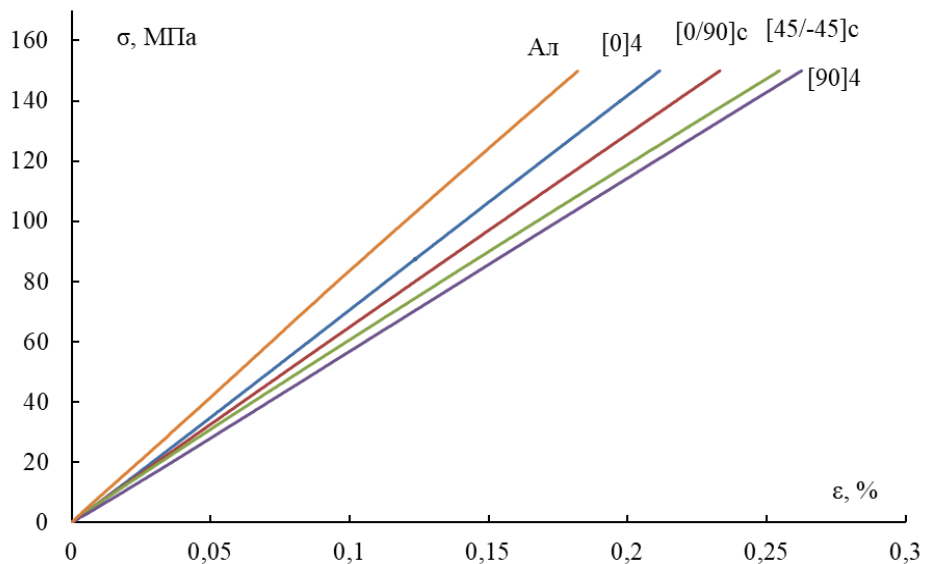


Рисунок 3.2. Диаграмма напряжение-деформации при статических испытаниях на растяжение GLARE

Таблица 3.2 - Статический модуль упругости GLARE и сплава Al- Li

	GLARE-[0]	GLARE- [0/90] <sub>с</sub>	GLARE- [±45] <sub>с</sub>	GLARE-[90]	Al-Li
Статический модуль упругости ( ГПа)	71,5	64,3	59	57,7	82,8

### 3.2. Результаты динамических испытаний

Данные динамических испытаний были получены на основе методики, указанной в разделе 2.2.2. Первая собственная частота балки вычислена на основе АЧХ, полученных методом быстрого преобразования Фурье, коэффициент потерь определялся по ширине пика на АЧХ (рис. 3.4а), а также методом логарифмического декремента с 4 поддиапозонами. Обработка результатов проводилась в Mathematica Wolfram.

#### Метод логарифмического декремента

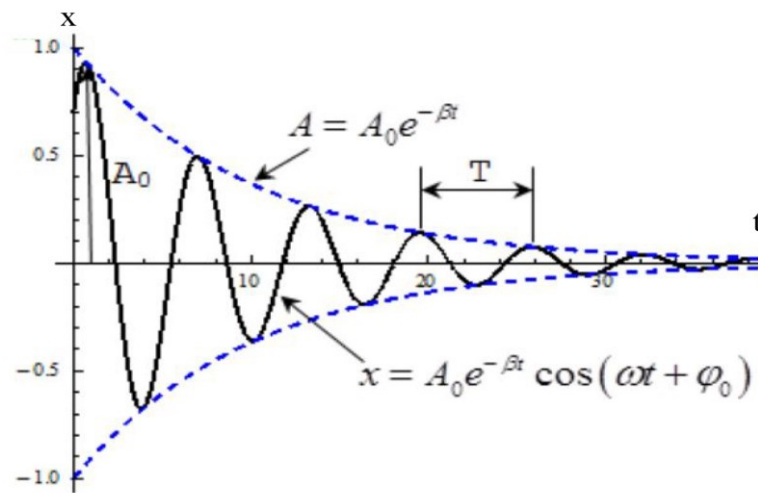


Рисунок 3.3. Затухающие колебания

Известно, что уравнение затухающих колебаний описывает движение реальных колебательных систем ( рисунок 3.3). В дифференциальной форме оно записывается следующим образом:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + 2\beta \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0$$

Из этого выражения можно получить еще одну каноническую форму:

$$x = Ae^{-\beta t} \cos(\omega t + \varphi_0)$$

Здесь  $x$  и  $t$  - координаты пространства и времени,

$A$  - первоначальная амплитуда;

$\beta$  - коэффициент затухания, который зависит от сопротивления среды  $r$  и массы колеблющегося объекта  $m$ ;

$\varphi_0$  - начальная фаза;

$\omega$  - циклическая частота затухающих колебаний;

$\omega$  связана с частотой  $\omega_0$  и коэффициентом затухания следующим соотношением:

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Период затухающих колебаний:

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}}$$

Затухающие колебания при строгой обработке не являются периодическими. Следовательно, период затухающих колебаний можно определить когда  $\beta$  мал. Если слабое демпфирование ( $\beta \rightarrow 0$ ), то

$$T = T_0 = \frac{1}{f} = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad (3.1)$$

Затухающие колебания можно рассматривать как гармонические колебания, амплитуда которых изменяется экспоненциально:

$$A = A_0 e^{-\beta t}$$

Рассмотрим колебания в течение некоторого времени  $T$ , для которых амплитуда уменьшается в разы  $e$ :

$$A(t) = A_0 e^{-\beta t}$$

$$A(t + \tau) = A_0 e^{-\beta(t+T)}$$

Декремент затухания – отношение амплитуд двух последовательных колебаний, соответствующих моментам времени, отличающимся на период:

$$\delta = \ln \frac{A(t)}{A(t+T)} = \beta T \quad (3.2)$$

Затем коэффициент демпфирования определяется по логарифмическому уменьшению следующим образом:

$$\zeta = \frac{\delta}{\sqrt{4\pi^2 + \delta^2}}$$

Если  $\delta \ll 1$ ,  $\zeta = \frac{\delta}{2\pi}$

Коэффициент потерь определен по формуле:

$$\eta = 2\zeta = \frac{\delta}{\pi} \quad (3.3)$$

Из (3.1), (3.2), (3.3) получаем:

$$\eta = \frac{\beta}{f\pi} \quad (3.4)$$

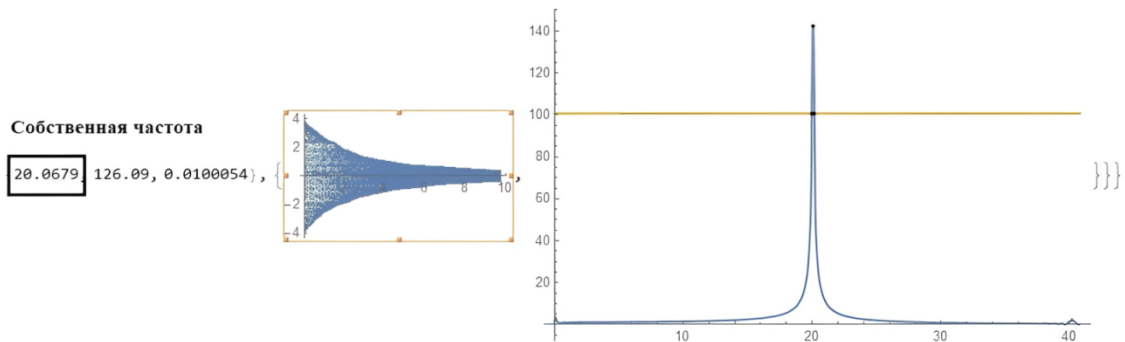
Формула (3.4) является основой для определения коэффициента потерь методом логарифмического декремента затухания колебаний (рис.3.4).

В результате экспериментов было установлено, что значения коэффициента потерь слоистых материалов сильно зависят от амплитуды колебаний. Более высокие амплитуды приводят к более высоким значениям идентифицированных коэффициентов потерь. Для определения зависимости динамических свойств от амплитуды, предложено разделить полный диапазон амплитуд отклонений конца балки, которые реализуются в течение первых  $\sim 100$  циклов колебаний, на 4 поддиапазона, в которых отклонение изменяется в диапазонах  $A_0 \dots \frac{1}{3}A_0$ ,  $\frac{1}{2}A_0 \dots \frac{1}{4}A_0$ ,  $\frac{1}{3}A_0 \dots \frac{1}{6}A_0$ , и  $< \frac{1}{6}A_0$ .

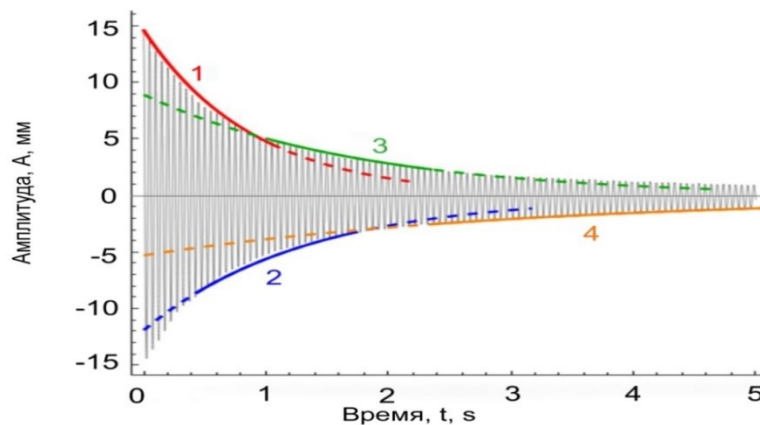
Найденные далее в этих диапазонах смещений коэффициенты потерь были связаны со значением максимальной деформации. Иллюстрация выполненного

анализа во временной области приведена на рисунке 3.4.б. Приближение экспоненциального затухания в четырех поддиапазонах показано сплошными линиями, и видно, что вне этих диапазонов (пунктирные линии) выбранная скорость затухания (определяемая коэффициентом потерь) становится недействительной.

Собственные частоты, коэффициенты потерь для данной рабочей длин образцов определялись как среднее значение трех повторных испытаний. Проводилось исключение результатов с большой погрешностью при сравнении со средним значением (при погрешности больше 10%).



а



б

Рисунок 3.4. Определение собственной частоты, коэффициента потерь

- а. Определение собственной частоты коэффициента потерь методом быстрого преобразования Фурье.
- б. Определение коэффициента потерь методом логарифмического декремента затухания колебаний.

Расчет максимальной деформации исследуемых образцов при динамических испытаниях

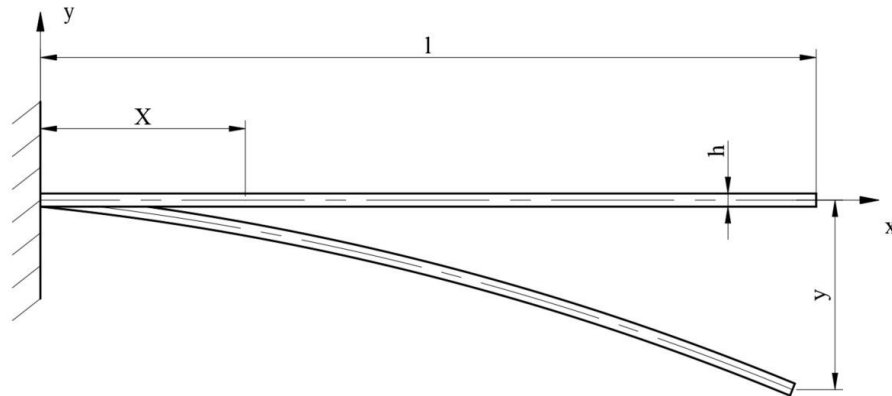


Рисунок 3.5. Свободное колебание консольной балки

Для определенных коэффициентов потерь определялась зависимость от реализующихся максимальных деформаций. При рассматриваемом консольном изгибе, максимальные деформации реализуются в заделке. Оценим эти деформации. Для этого рассмотрим свободные колебания консольной балки с постоянным поперечным сечением  $F$ , плотностью  $\rho$  материала, толщиной  $h$  на рисунке 3.5.

Дифференциальное уравнение динамики колеблющейся балки имеет вид

$$[91, 92]: \quad EJ_z \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} = q(x,t) \quad (3.5)$$

Здесь  $q(x,t)$  - распределенная инерционная нагрузка, которая возникает при движении балки:

$$q(x,t) = -m_x y''(x,t) = -\rho F y''(x,t) \quad (3.6)$$

Здесь  $m_x = \rho F$  - погонная масса балки.

Из уравнения (3.5) и (3.6) получилось дифференциальное уравнение свободных колебаний балки без учета диссипативных свойств системы:

$$EJ_z \frac{\partial^4 y(x,t)}{\partial x^4} + \rho F y''(x,t) = 0 \quad (3.7)$$

Для решения задачи применим метод разделения переменных, т.е.:

$$y(x, t) = X(x)B(t) = X(x)\sin \omega t \quad (3.8)$$

Подставляя решение (3.8) в уравнение (3.7) получим:

$$X^{(4)} - \beta^4 X = 0 \quad (3.9)$$

$$\beta^4 = \frac{\rho F \omega^2}{EJ_z}$$

Решение уравнения (3.9) запишем в общем виде:

$$X = C_1 \sin \beta x + C_2 \cos \beta x + C_3 \sinh \beta x + C_4 \cosh \beta x \quad (3.10)$$

Произвольные постоянные  $C_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) нужны определены из граничных условий консольной балки.

Граничные условия для консольной балки:

$$y(0, t) = y'(0, t) = 0 \quad (3.11)$$

$$M_z(l, t) = Q_y(l, t) = 0 \quad (3.12)$$

Из (3.11), (3.12) получим:

$$X(0) = X'(0) = 0 \quad (3.13)$$

$$\frac{d^2 X(l)}{dX^2} = \frac{d^3 X(l)}{dX^3} = 0 \quad (3.14)$$

Подставляя выражение (3.10) в граничные условия (3.11), (3.12), получим:

$$C_2 + C_4 = 0 \quad (3.15)$$

$$C_1 + C_3 = 0 \quad (3.16)$$

$$-C_1 \sin \beta l - C_2 \cos \beta l + C_3 \sinh \beta l + C_4 \cosh \beta l = 0 \quad (3.17)$$

$$-C_1 \cos \beta l + C_2 \sin \beta l + C_3 \cosh \beta l + C_4 \sinh \beta l = 0 \quad (3.18)$$

Приравнивая нулю определитель этой системы, получим:

$$\begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin \beta l & -\cos \beta l & \sinh \beta l & \cosh \beta l \\ -\cos \beta l & \sin \beta l & \cosh \beta l & \sinh \beta l \end{vmatrix} = 0$$

Отсюда  $\sin \beta l \cos \beta l = -1$ .

Наименьший корень этого трансцендентного уравнения принимает приближенное значение:  $\beta l = 1,875$  (3.19)

Из (3.10) имеем:

$$X(l) = C_1 \sin \beta l + C_2 \cos \beta l + C_3 \sinh \beta l + C_4 \cosh \beta l \quad (3.20)$$

Из выражений (3.15), (3.16), (3.17) и (3.18), получим:

$$C_1 = X(l) \frac{\cos \beta l + \cosh \beta l}{2(\sin \beta l \cosh \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l)} \quad (3.21)$$

$$C_2 = X(l) \frac{\sin \beta l + \sinh \beta l}{2(\sin \beta l \cosh \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l)} \quad (3.22)$$

$$C_3 = -X(l) \frac{\cos \beta l + \cosh \beta l}{2(\cosh \beta l \sin \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l)}$$

$$C_4 = -X(l) \frac{\sin \beta l + \sinh \beta l}{2(\sin \beta l \cosh \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l)}$$

Для консольной балки также, известно:

$$M_x = EI_x y''(x, t)$$

$$\varepsilon = \frac{h}{2} y''(x, t)$$

$$\varepsilon_{\max} = \left| \frac{h}{2} y''(0, 0) \right| \quad (3.23)$$

$\varepsilon_{\max}$  - максимальная деформация балки при колебании.



Тогда из (3.10) получим:

$$X' = \beta C_1 \cos \beta x - \beta C_2 \sin \beta x + \beta C_3 \cosh \beta x + \beta C_4 \sinh \beta x$$

$$X'' = -\beta^2 C_1 \sin \beta x - \beta^2 C_2 \cos \beta x + \beta^2 C_3 \sinh \beta x + \beta^2 C_4 \cosh \beta x \quad (3.24)$$

Из уравнений (2.19), (2.22), (2.23), (2.24) находим максимальные деформации балки:

$$\varepsilon_{\max} = \frac{(1,875)^2 h A_i}{2l^2} \frac{\sin \beta l + \sinh \beta l}{\sin \beta l \cosh \beta l - \cos \beta l \sinh \beta l} \quad (3.25)$$

Здесь,  $A_i = X(l)$  - амплитуда колебание консольной балки, которая определена в динамических испытаний в данный момент времени.

### 3.2.1. Сплав Al-Li

На рисунке 3.6 представлены графики зависимости перемещения от времени, полученные в испытаниях образцов сплава Al-Li на затухающие колебания по схеме консольной балки.

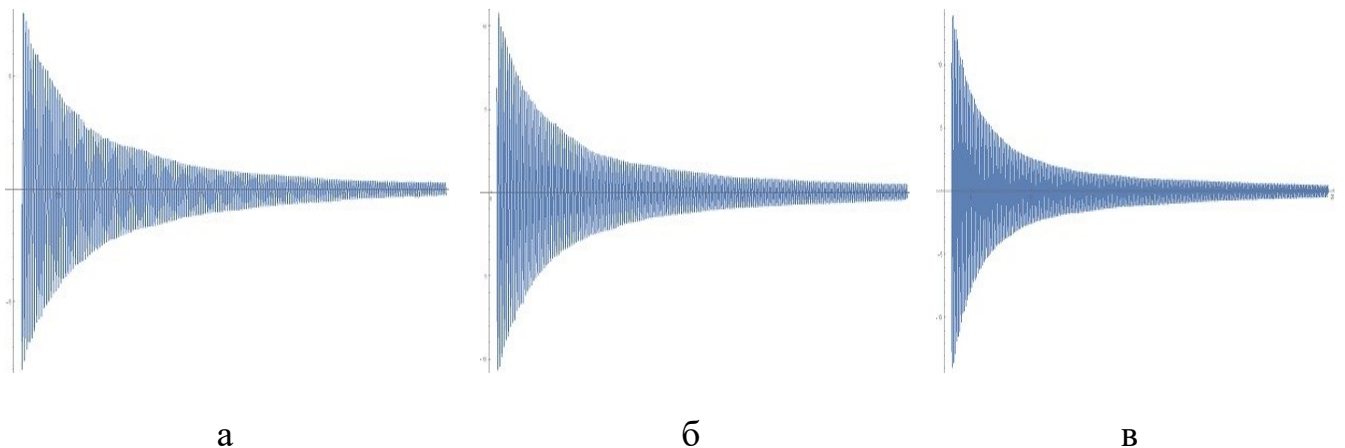


Рисунок 3.6. Графики перемещения от времени сплава Al-Li

а. с длиной 101 мм

б. с длиной 143 мм

в. с длиной 176 мм

В таблицах 3.3 - 3.5 приведены результаты экспериментальных испытаний по определению собственных частот, полученных методом быстрого преобразования Фурье и коэффициентов потерь алюминиевого сплава, полученных

методом логарифмического декремента при изменении деформаций. Каждый образец был испытан по 3 раза.

Таблица 3.3 - Собственные частоты и коэффициенты потерь образцов с длиной  $l = 176$  мм и шириной  $b = 20$  мм.

№ образца	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	19,800	0,0140
1_2	19,760	0,0142
1_3	19,820	0,0142
2_1	19,910	0,0138
2_2	19,920	0,0137
2_3	19,920	0,0137
3_1	19,900	0,0140
3_2	19,860	0,0142
3_3	19,850	0,0142
Минимальное значение	19,760	0,0137
Максимальное значение	19,920	0,0142
Среднеарифметическое значение	19,860	0,0140
Среднеквадратическое отклонение	0,058	0,00022
Коэффициент вариации (%)	0,290	1,557

Таблица 3.4 - Собственные частоты и коэффициенты потерь образцов с длиной  $l = 143$  мм и шириной  $b = 20$  мм.

№ образца	Частота, (Гц)	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	30,100	0,0142
1_2	30,120	0,0142
1_3	30,120	0,0142
2_1	29,930	0,0144
2_2	29,940	0,0145
2_3	29,920	0,0145
3_1	29,860	0,0146
3_2	29,860	0,0146
3_3	29,880	0,0144
Минимальное значение	29,860	0,0142
Максимальное значение	30,120	0,0146
Среднеарифметическое значение	29,970	0,0144
Среднеквадратическое отклонение	0,111	0,00017
Коэффициент вариации (%)	0,372	1,152

Таблица 3.5 - Собственные частоты и коэффициенты потерь образцов с длиной  $l = 101$  мм и шириной  $b = 20$  мм.

№ образца	Частота, (Гц)	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	59,830	0,0146
1_2	59,850	0,0145
1_3	59,840	0,0146
2_1	59,700	0,0142
2_2	59,680	0,0140
2_3	59,700	0,0142
3_1	59,650	0,0146

Продолжение таблицы 3.5

3_2	59,630	0,0144
3_3	59,600	0,0145
Минимальное значение	59,60	0,0140
Максимальное значение	59,850	0,0146
Среднеарифметическое значение	59,720	0,0144
Среднеквадратическое отклонение	0,096	0,00022
Коэффициент вариации (%)	0,160	1,514

На рисунках 3.7 и 3.8 показаны графики, полученные на основании обработки данных динамических испытаний, приведенных в таблицах 3.3 - 3.5. Показана зависимость значений собственных частот и коэффициентов потерь для исследуемых длин образцов.

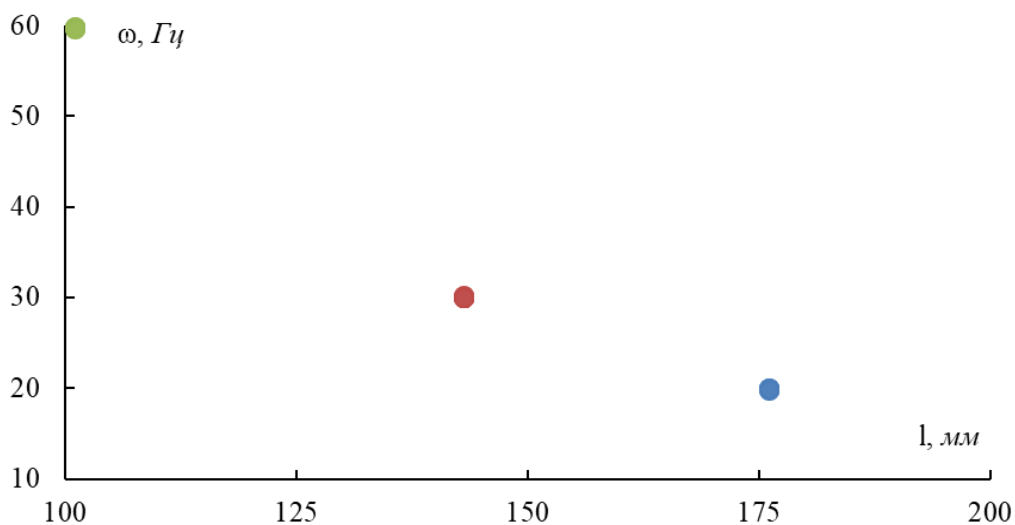


Рисунок 3.7. Зависимость первой собственной частоты образцов сплава Al-Li от рабочей длины.

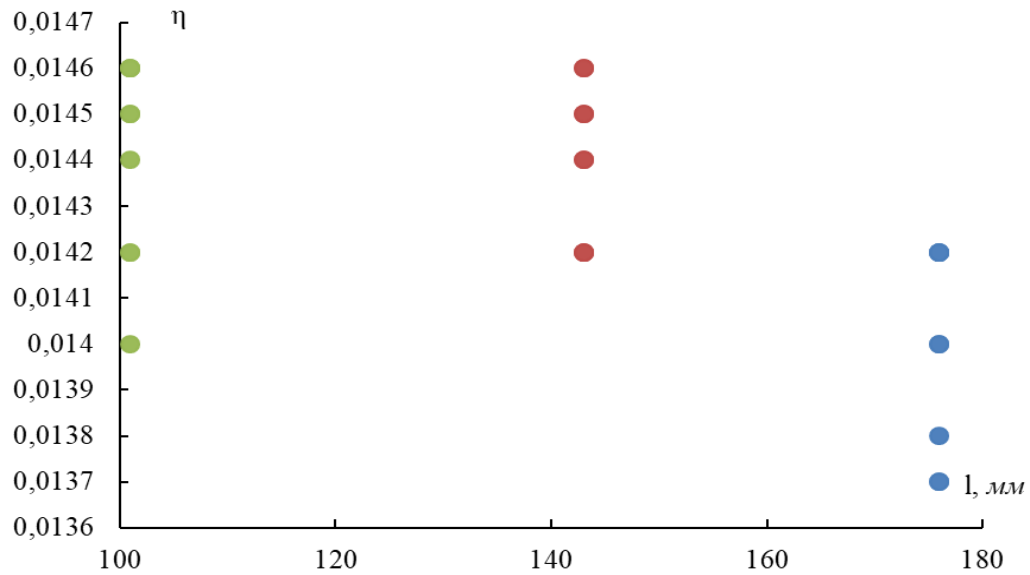


Рисунок 3.8. Зависимость коэффициентов потерь образцов сплава Al-Li от рабочей длины.

Из формулы (3.25), определим деформацию балки сплава Al-Li. Результаты расчета деформаций и коэффициентов потерь представлен в таблице 3.6.

Таблица 3.6 - Максимальные деформации и коэффициенты потерь сплава Al-Li, найденные при различных частотах и амплитудах деформации.

Частота (Гц)	Деформация (%)	Коэффициент потерь
20	0,0559	0,014
	0,0186	0,0076
	0,0093	0,0043
30	0,0686	0,0144
	0,0229	0,0078
	0,0114	0,0038
60	0,0977	0,0144
	0,0326	0,0078
	0,0163	0,0038

Зависимость коэффициентов потерь образцов сплава Al-Li, полученных на основании обработки экспериментальных данных, от деформации, показана на рисунке 3.9.

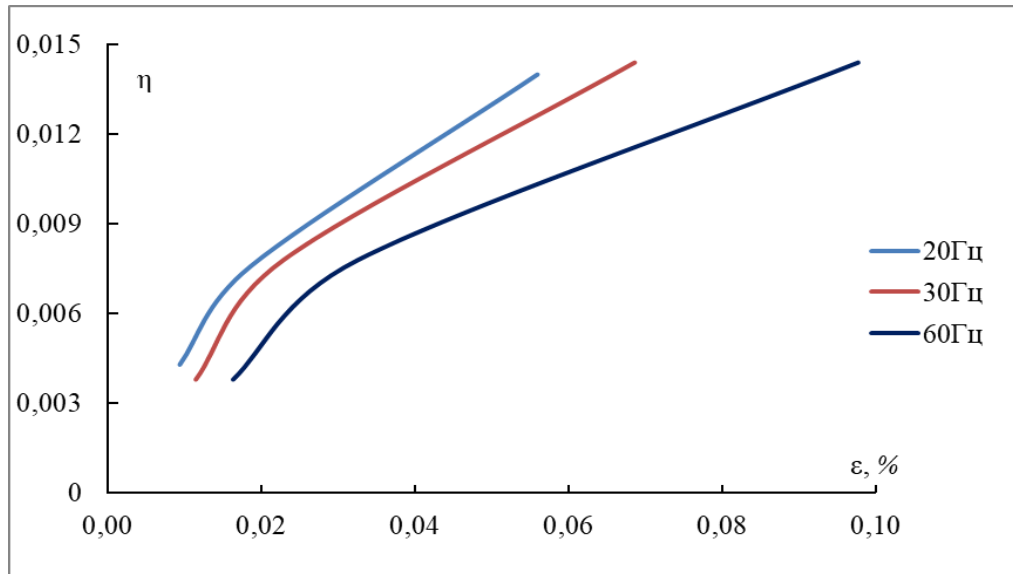


Рисунок 3.9. Коэффициенты потерь сплава Al-Li, найденный при различных частотах и амплитудах деформации в ходе экспериментальных испытаний.

### 3.2.2. Стеклопластик

Графики 3.10 - 3.13 представлены графики зависимости перемещения от времени, полученные в испытаниях образцов стеклопластика на затухающие колебания по схеме консольной балки.

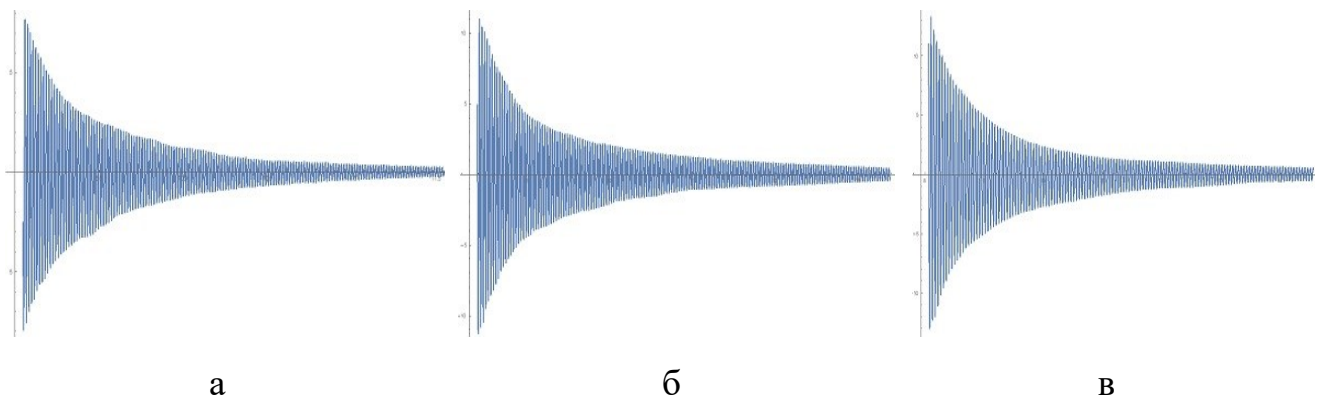


Рисунок 3.10. Графики перемещение-время для образцов стеклопластика с ориентацией C-[0]<sub>4</sub>

а. с длиной 106,5 мм

б. с длиной 150 мм

в. с длиной 184 мм

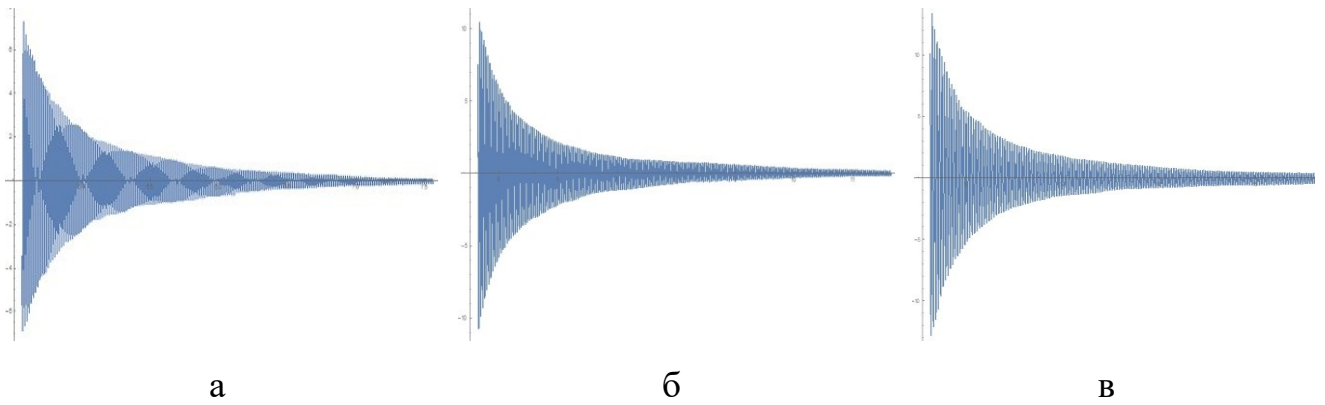


Рисунок 3.11. Графики перемещение-время для образцов стеклопластика с ориентацией  $C-[0/90]_{2c}$

а. с длиной 103 мм

б. с длиной 147 мм

в. с длиной 180 мм

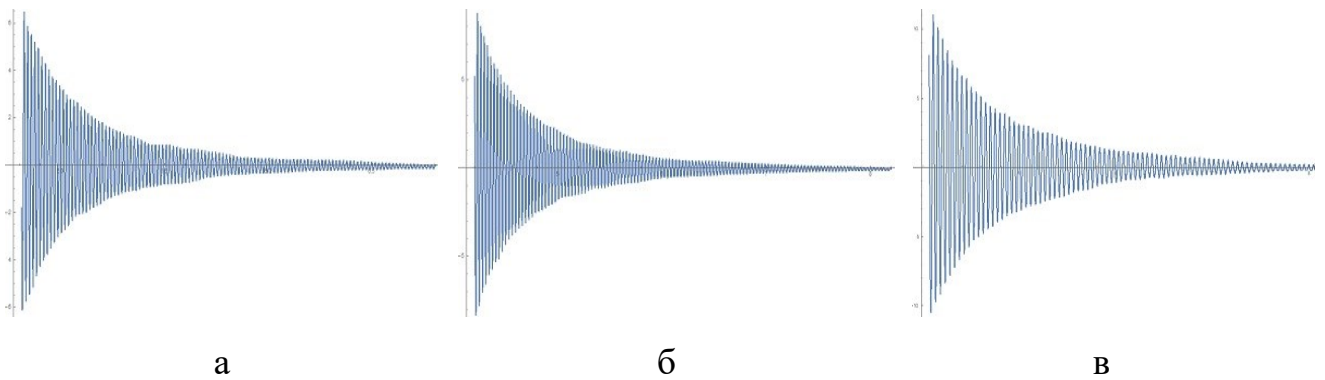


Рисунок 3.12. Графики перемещение-время для образцов стеклопластика с ориентацией  $C-[\pm 45]_{2c}$

а. с длиной 82 мм

б. с длиной 119 мм

в. с длиной 142 мм

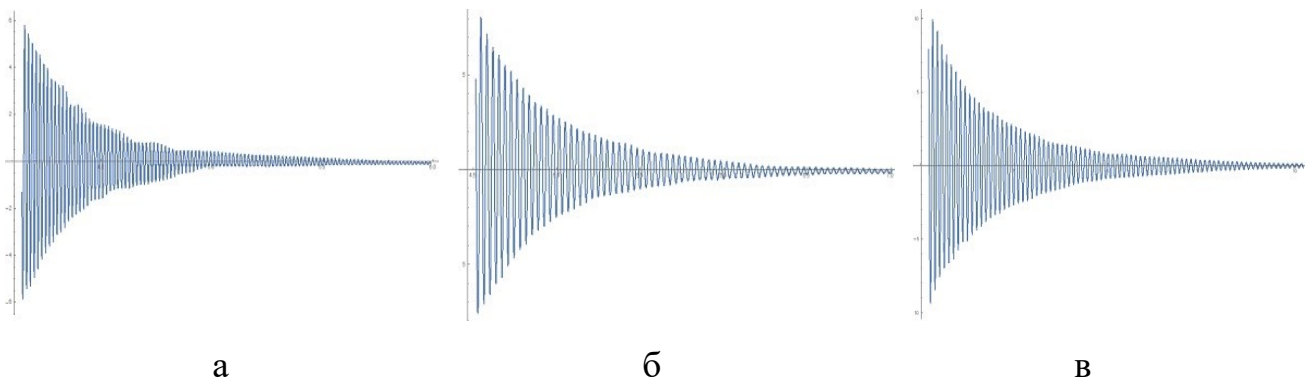


Рисунок 3.13. Графики перемещение-время для образцов стеклопластика с ориентацией  $C-[90]_4$

а. с длиной 75 мм

б. с длиной 104 мм

в. с длиной 133 мм

В таблицах 3.7 - 3.18 приведены собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика с различной схемой армирования. Каждый образец был испытан по 3 раза. Результаты даны для 4-х выбранных диапазонов смещений конца балки.

Таблица 3.7 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[0]<sub>4</sub>) с длиной l = 184 мм и шириной b = 20,03 мм.

№ образца (C-[0] <sub>4</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	19,90	0,0178
1_2	19,92	0,0177
1_3	19,98	0,0177
2_1	20,16	0,0176
2_2	20,18	0,0174
2_3	20,18	0,0173
3_1	20,14	0,0173
3_2	20,14	0,0174
3_3	20,12	0,0173
Минимальное значение	19,90	0,0173
Максимальное значение	20,18	0,0178
Среднеарифметическое значение	20,08	0,0175
Среднеквадратическое отклонение	0,11	0,0002
Коэффициент вариации (%)	0,57	1,14



Таблица 3.8 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (С-[0]<sub>4</sub>) с длиной l = 150 мм и шириной b = 20,03 мм.

№ образца (С-[0] <sub>4</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	30,14	0,0168
1_2	30,12	0,0167
1_3	30,12	0,0167
2_1	30,24	0,0165
2_2	30,26	0,0164
2_3	30,24	0,0165
3_1	30,18	0,0166
3_2	30,16	0,0167
3_3	30,16	0,0166
Минимальное значение	30,12	0,0164
Максимальное значение	30,26	0,0168
Среднеарифметическое значение	30,18	0,0166
Среднеквадратическое отклонение	0,05	0,0001
Коэффициент вариации (%)	0,18	0,77

Таблица 3.9 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (С-[0]<sub>4</sub>) с длиной l = 106,5 мм и шириной b = 20,03 мм.

№ образца (С-[0] <sub>4</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	59,82	0,0145
1_2	59,83	0,0145
1_3	59,84	0,0144
2_1	60,14	0,0142
2_2	60,16	0,0140
2_3	60,18	0,0141

Продолжение таблицы 3.9

3_1	59,95	0,0143
3_2	59,93	0,0144
3_3	59,70	0,0143
Минимальное значение	59,70	0,0140
Максимальное значение	60,18	0,0145
Среднеарифметическое значение	59,95	0,0143
Среднеквадратическое отклонение	0,17	0,0002
Коэффициент вариации (%)	0,29	1,21

Таблица 3.10 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (С-[0/90]<sub>2с</sub>) с длиной  $l = 180$  мм и шириной  $b = 20,29$  мм.

№ образца (С-[0/90] <sub>2с</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	19,90	0,0168
1_2	19,92	0,0169
1_3	19,93	0,0168
2_1	20,07	0,0171
2_2	20,04	0,0171
2_3	20,05	0,0172
3_1	20,20	0,0176
3_2	20,20	0,0176
3_3	20,22	0,0178
Минимальное значение	19,90	0,0168
Максимальное значение	20,22	0,0178
Среднеарифметическое значение	20,06	0,0172
Среднеквадратическое отклонение	0,13	0,0004
Коэффициент вариации (%)	0,62	2,17

Таблица 3.11 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[0/90]<sub>2c</sub>) с длиной l = 147 мм и шириной b = 20,29 мм.

№ образца (C-[0/90] <sub>2c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	29,96	0,0164
1_2	29,96	0,0166
1_3	29,98	0,0166
2_1	30,22	0,0162
2_2	30,23	0,0161
2_3	30,22	0,0160
3_1	30,34	0,0152
3_2	30,36	0,0151
3_3	30,40	0,0151
Минимальное значение	29,96	0,0151
Максимальное значение	30,40	0,0166
Среднеарифметическое значение	30,19	0,0159
Среднеквадратическое отклонение	0,18	0,0006
Коэффициент вариации (%)	0,58	3,94

Таблица 3.12 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[0/90]<sub>2c</sub>) с длиной l = 103 мм и шириной b = 20,29 мм.

№ образца (C-[0/90] <sub>2c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	60,2	0,0157
1_2	60,24	0,0158
1_3	60,18	0,0157
2_1	60,36	0,0155
2_2	60,38	0,0154
2_3	60,32	0,0154

Продолжение таблицы 3.12

3_1	60,48	0,015
3_2	60,5	0,0148
3_3	60,54	0,0148
Минимальное значение	60,18	0,0148
Максимальное значение	60,54	0,0158
Среднеарифметическое значение	60,36	0,0153
Среднеквадратическое отклонение	0,13	0,0004
Коэффициент вариации (%)	0,22	2,55

Таблица 3.13 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[±45]<sub>2c</sub>) с длиной l = 142 мм и шириной b = 20,2 мм.

№ образца (C-[±45] <sub>2c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	20,20	0,024
1_2	20,22	0,0242
1_3	20,22	0,0242
2_1	20,40	0,0234
2_2	20,44	0,0232
2_3	20,46	0,023
3_1	20,52	0,0234
3_2	20,55	0,0235
3_3	20,56	0,0235
Минимальное значение	20,20	0,023
Максимальное значение	20,56	0,0242
Среднеарифметическое значение	20,40	0,0236
Среднеквадратическое отклонение	0,15	0,0004
Коэффициент вариации (%)	0,72	1,83

Таблица 3.14 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[±45]<sub>2c</sub>) с длиной l = 119 мм и шириной b = 20,21 мм.

№ образца (C-[±45] <sub>2c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	29,5	0,0226
1_2	29,52	0,0225
1_3	29,5	0,0226
2_1	29,66	0,022
2_2	29,64	0,0218
2_3	29,66	0,022
3_1	29,72	0,0224
3_2	29,72	0,0225
3_3	29,7	0,0224
Минимальное значение	29,5	0,0218
Максимальное значение	29,72	0,0226
Среднеарифметическое значение	29,62	0,0223
Среднеквадратическое отклонение	0,09	0,0003
Коэффициент вариации (%)	0,31	1,34

Таблица 3.15 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[45/-45]<sub>2c</sub>) с длиной l = 82 мм и шириной b = 20,21 мм.

№ образца (C-[45/-45] <sub>2c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	59,86	0,0196
1_2	59,88	0,0197
1_3	59,9	0,0198
2_1	60,2	0,0206
2_2	60,22	0,0204
2_3	60,2	0,0204

Продолжение таблицы 3.15

3_1	60,36	0,0210
3_2	60,4	0,0212
3_3	60,38	0,0212
Минимальное значение	59,86	0,0196
Максимальное значение	60,4	0,0212
Среднеарифметическое значение	60,16	0,0204
Среднеквадратическое отклонение	0,22	0,0006
Коэффициент вариации (%)	0,37	3,09

Таблица 3.16 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (С-[90]<sub>4</sub>) с длиной l = 133 мм и шириной b = 20,64 мм.

№ образца (С-[90] <sub>4</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, η
1_1	20,52	0,0265
1_2	20,5	0,0263
1_3	20,48	0,0267
2_1	20,32	0,0252
2_2	20,33	0,025
2_3	20,3	0,025
3_1	20,36	0,0266
3_2	20,38	0,0268
3_3	20,36	0,0268
Минимальное значение	20,3	0,025
Максимальное значение	20,52	0,0268
Среднеарифметическое значение	20,39	0,0261
Среднеквадратическое отклонение	0,08	0,0008
Коэффициент вариации (%)	0,41	3,04

Таблица 3.17 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[90]<sub>4</sub>) с длиной  $l = 104$  мм и шириной  $b = 20,64$  мм.

№ образца (C-[90] <sub>4</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	31,75	0,0264
1_2	31,75	0,0263
1_3	31,73	0,0265
2_1	31,74	0,0245
2_2	31,72	0,0242
2_3	31,72	0,0242
3_1	31,36	0,0258
3_2	31,32	0,0255
3_3	31,36	0,0257
Минимальное значение	31,32	0,0242
Максимальное значение	31,75	0,0265
Среднеарифметическое значение	31,61	0,0255
Среднеквадратическое отклонение	0,19	0,0009
Коэффициент вариации (%)	0,62	3,66

Таблица 3.18 - Собственные частоты и коэффициенты потерь стеклопластика (C-[90]<sub>4</sub>) с длиной  $l = 75$  мм и шириной  $b = 20,64$  мм.

№ образца (C-[90] <sub>4</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	60,7	0,0232
1_2	60,74	0,0234
1_3	60,78	0,0232
2_1	59,88	0,0212
2_2	59,88	0,0212
2_3	59,9	0,021

Продолжение таблицы 3.18

3_1	60,6	0,0218
3_2	60,58	0,0218
3_3	60,56	0,0216
Минимальное значение	59,88	0,021
Максимальное значение	60,78	0,0234
Среднеарифметическое значение	60,40	0,0220
Среднеквадратическое отклонение	0,39	0,001
Коэффициент вариации (%)	0,65	4,36

На рисунках 3.14 и 3.15 показаны графики, полученные на основании обработки динамических данных, приведенных в таблицах 3.7 - 3.18. Показана зависимость значений собственных частот и коэффициентов потерь для всех исследуемых от длин образцов.

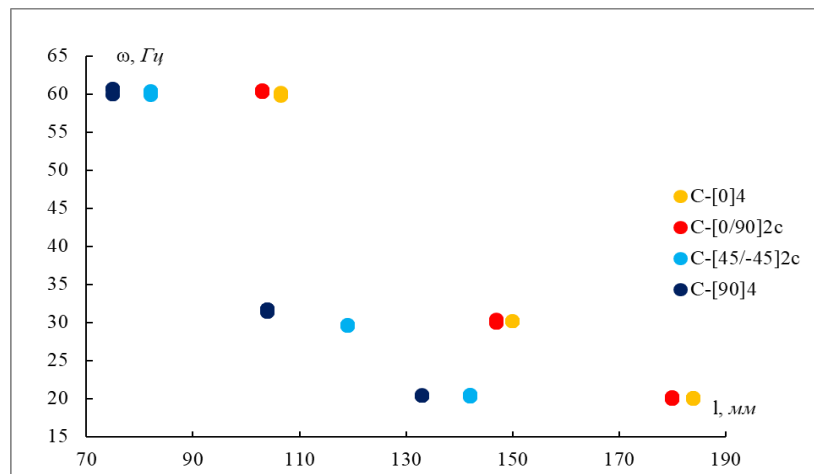


Рисунок 3.14. Зависимость первой собственной частоты от длин образцов стеклопластика с различными схемами армирования.



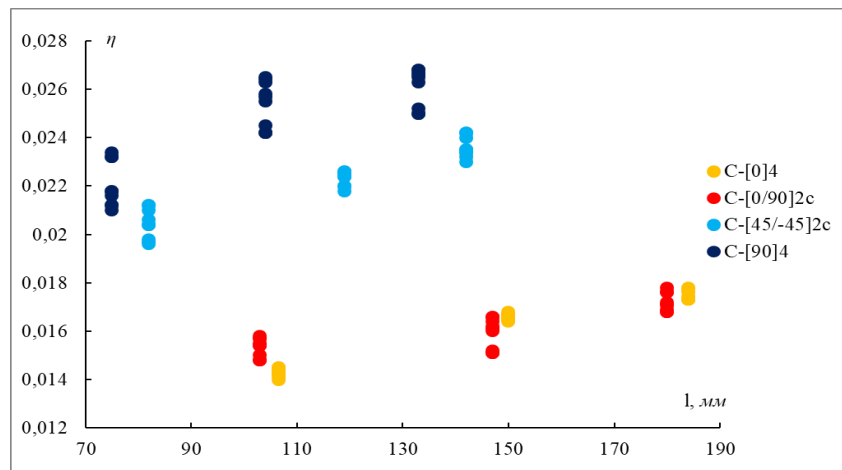


Рисунок 3.15. Зависимость коэффициентов потерь от длин образцов стеклопластика с различными схемами армирования.

Из формулы (3.25) определим максимальную деформацию балки стеклопластика с различной ориентацией. Расчет максимальной деформации и коэффициента потерь представлен в таблицах 3.19 - 3.22 с 4 поддиапазонами и в таблицах 3.23 - 3.26 с 10 поддиапазонами.

Таблица 3.19 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика C-[0]<sub>4</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,0824	0,0175
	0,0413	0,0124
	0,0275	0,0089
	0,0137	0,0051
30	0,1029	0,0166
	0,0506	0,0108
	0,0338	0,0083
	0,0169	0,0048
60	0,1463	0,0143
	0,0713	0,0096
	0,0475	0,0070
	0,0238	0,0045

Таблица 3.20 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика C-[0/90]<sub>2с</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,0852	0,0172
	0,0429	0,0124
	0,0287	0,0089
	0,0143	0,0051
30	0,1043	0,0159
	0,0526	0,0105
	0,0351	0,0083
	0,0175	0,0048
60	0,1517	0,0153
	0,0751	0,0105
	0,0501	0,0080
	0,0249	0,0051

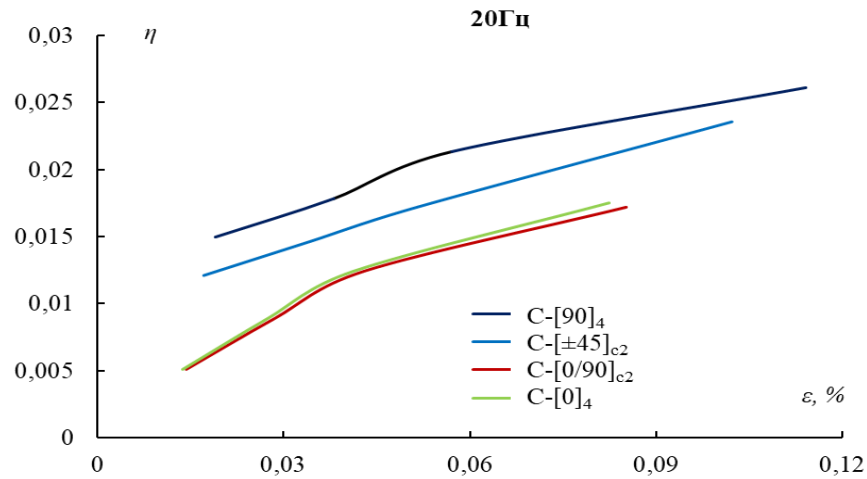
Таблица 3.21 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика C-[ $\pm 45$ ]<sub>2с</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,1022	0,0236
	0,0515	0,0172
	0,0344	0,0146
	0,0171	0,0121
30	0,1234	0,0223
	0,0615	0,0166
	0,0409	0,0143
	0,0205	0,0124
60	0,1843	0,0204
	0,0892	0,0169
	0,0602	0,0146
	0,0301	0,0099

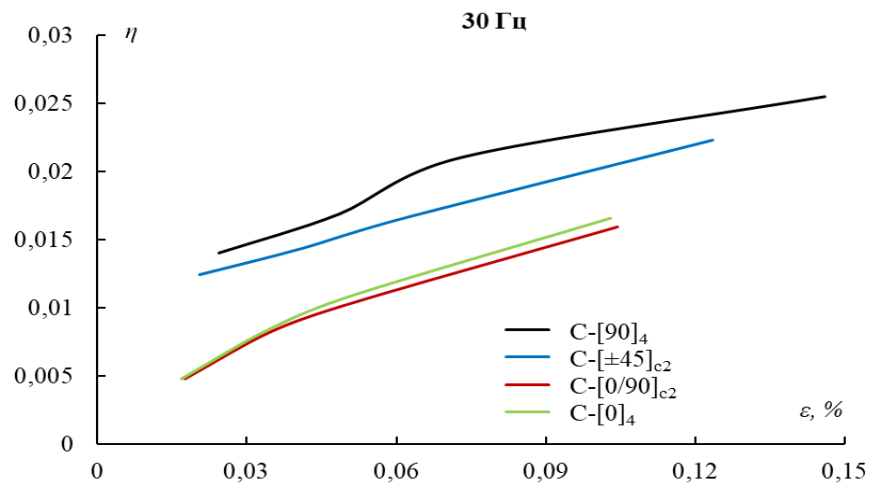
Таблица 3.22 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика C-[90]<sub>4</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,1141	0,0261
	0,0571	0,0213
	0,0381	0,0178
	0,019	0,0150
30	0,1459	0,0255
	0,0730	0,0210
	0,0486	0,0169
	0,0244	0,0140
60	0,2076	0,0220
	0,1013	0,0182
	0,0675	0,0166
	0,0338	0,0118

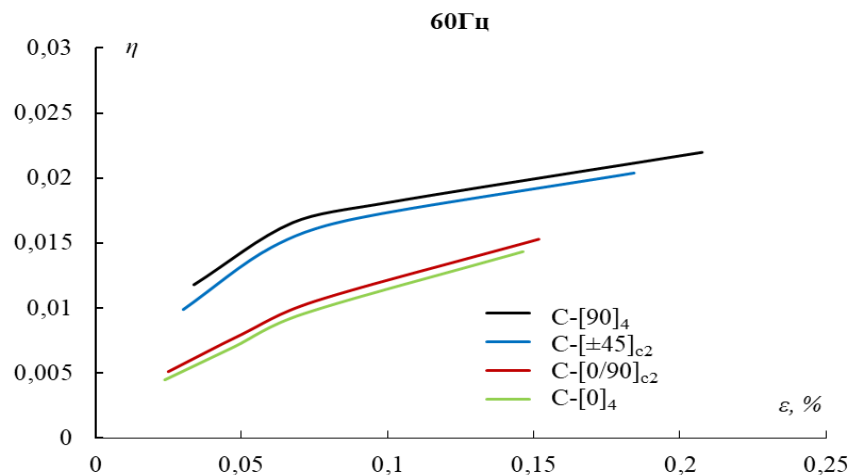
Результаты определения эффективного коэффициента потерь слоистых материалов из стекловолокна с различной схемой укладки представлены на рисунках 3.16.а.б.в.



а



б



в

Рисунок. 3.16. Коэффициенты потерь стеклопластиковых ламинатов, найденные при различных схемах армирования, частотах и деформаций в динамических испытаниях, а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц.

В таблицах 3.23 - 3.26 представлены результаты обработки экспериментальных данных с 10-ю диапазонами смещений конца балки.

Таблица 3.23 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика C-[0]<sub>4</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,0824	0,0188
	0,0471	0,0142
	0,0303	0,0106
	0,0217	0,0085
	0,0165	0,0073
	0,0131	0,0064
	0,0107	0,0054
	0,0090	0,0048
	0,0078	0,0042
	0,0068	0,0038
30	0,1007	0,0175
	0,0595	0,0138
	0,0384	0,0104
	0,0276	0,0080
	0,0214	0,0070
	0,0169	0,0058
	0,0141	0,0054
	0,0118	0,0048
	0,0101	0,0042
	0,0088	0,0038
60	0,1451	0,0145
	0,0932	0,0126
	0,0653	0,0105

Продолжение таблицы 3.23

	0,0475	0,0085
	0,0378	0,0067
	0,0313	0,0059
	0,0266	0,0053
	0,0231	0,0048
	0,0209	0,0047
	0,0181	0,0046

Таблица 3.24 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика C-[0/90]<sub>2с</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,0859	0,0178
	0,0514	0,0143
	0,0328	0,0113
	0,0234	0,0087
	0,0178	0,0069
	0,0145	0,0059
	0,0121	0,0054
	0,0103	0,0050
	0,0086	0,0042
	0,0076	0,0038
30	0,1043	0,0170
	0,0650	0,0126
	0,0443	0,0100
	0,0325	0,0085
	0,0250	0,0066
	0,0206	0,0059
	0,0172	0,0054

Продолжение таблицы 3.24

	0,0143	0,0048
	0,0123	0,0042
	0,0108	0,0038
60	0,1520	0,0156
	0,0958	0,0131
	0,0641	0,0112
	0,0469	0,0089
	0,0356	0,0073
	0,0286	0,0064
	0,0235	0,0054
	0,0198	0,0048
	0,0170	0,0042
	0,0150	0,0038

Таблица 3.25 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика С-[±45]<sub>2с</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, η
20	0,1021	0,0248
	0,0503	0,0170
	0,0297	0,0143
	0,0191	0,0130
	0,0126	0,0105
	0,0090	0,0095
	0,0063	0,0085
	0,0043	0,0076
	0,0029	0,0072
	0,0014	0,0060
30	0,1229	0,0230

Продолжение таблицы 3.25

	0,0641	0,0170
	0,0384	0,0145
	0,0248	0,0130
	0,0163	0,0105
	0,0114	0,0090
	0,0086	0,0083
	0,0060	0,0075
	0,0041	0,0065
	0,0030	0,0060
60	0,1843	0,0213
	0,1020	0,0173
	0,0579	0,0146
	0,0361	0,0130
	0,0224	0,0105
	0,0168	0,0080
	0,0139	0,0072
	0,0098	0,0061
	0,0058	0,0053
	0,0042	0,0045

Таблица 3.26 - Максимальная деформация и коэффициент потерь стеклопластика С-[90]<sub>4</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,1140	0,0270
	0,0526	0,0207
	0,0283	0,0185
	0,0155	0,0160
	0,0085	0,0110



Продолжение таблицы 3.26

	0,0062	0,0095
	0,0040	0,0085
	0,0028	0,0080
30	0,1460	0,0258
	0,0705	0,0210
	0,0372	0,0175
	0,0205	0,0155
	0,0124	0,0135
	0,0070	0,0095
	0,0058	0,0089
	0,0039	0,0083
60	0,2076	0,0240
	0,1101	0,0185
	0,0642	0,0162
	0,0386	0,0140
	0,0268	0,0130
	0,0176	0,0100
	0,0129	0,0086
	0,0092	0,0080

Результаты определения эффективного коэффициента потерь слоистых материалов из стекловолокна с различными схемами укладки представлены на рисунках 3.17.а.б.в. Видно, что использование увеличенного числа диапазонов смещений дает незначительное уточнение полученных зависимостей эффективных коэффициентов демпфирования от деформации.

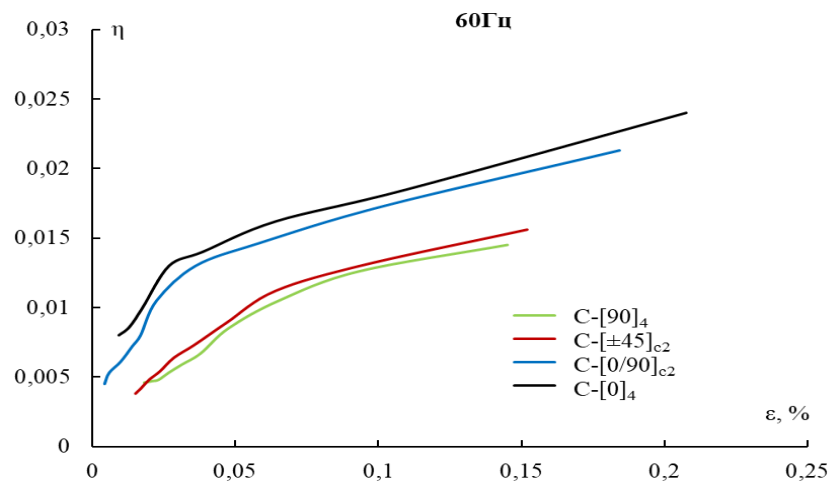
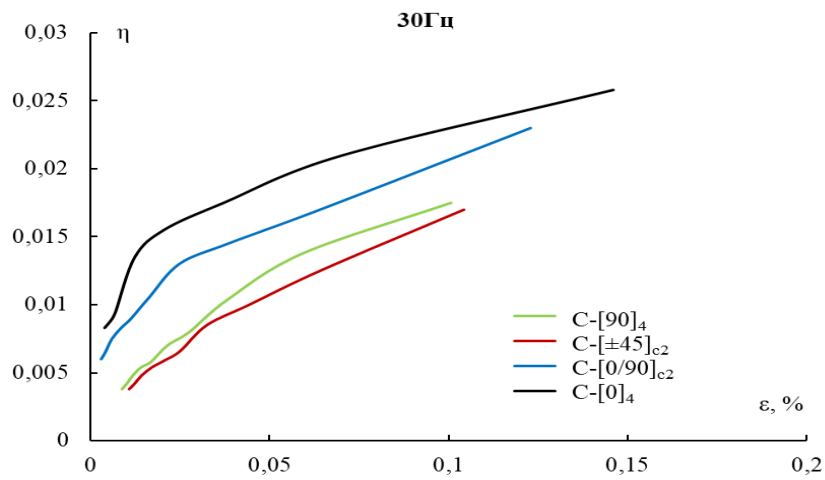
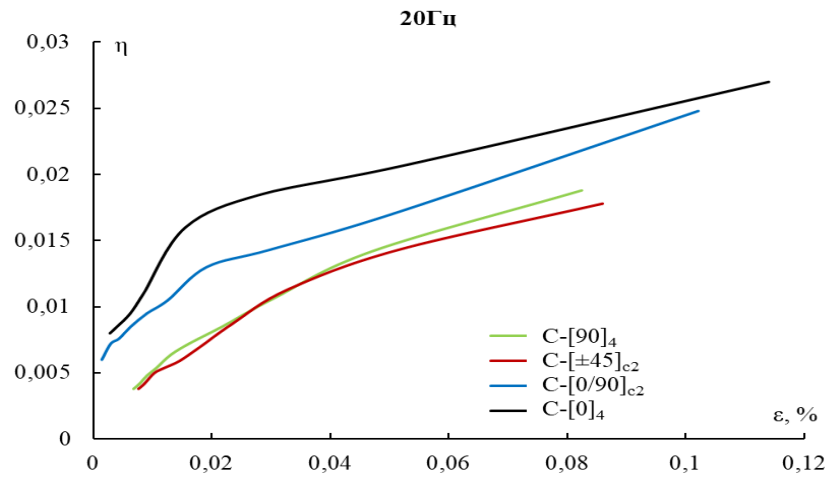


Рисунок. 3.17. Коэффициент потерь стеклопластиковых ламинатов, найденный при различных схемах укладки, частотах и амплитудах деформации в экспериментальных испытаниях с 10 поддиапазонами.

а:  $\omega_0 = 20$  Гц, б:  $\omega_0 = 30$  Гц, в:  $\omega_0 = 60$  Гц

### 3.2.3. Алюмостеклопластик (GLARE)

Графики 3.18 - 3.21 представлены зависимости перемещений от времени, полученные в испытаниях образцов алюмостеклопластика на затухающие колебания по схеме консольной балки с различной схемой укладки GLARE.

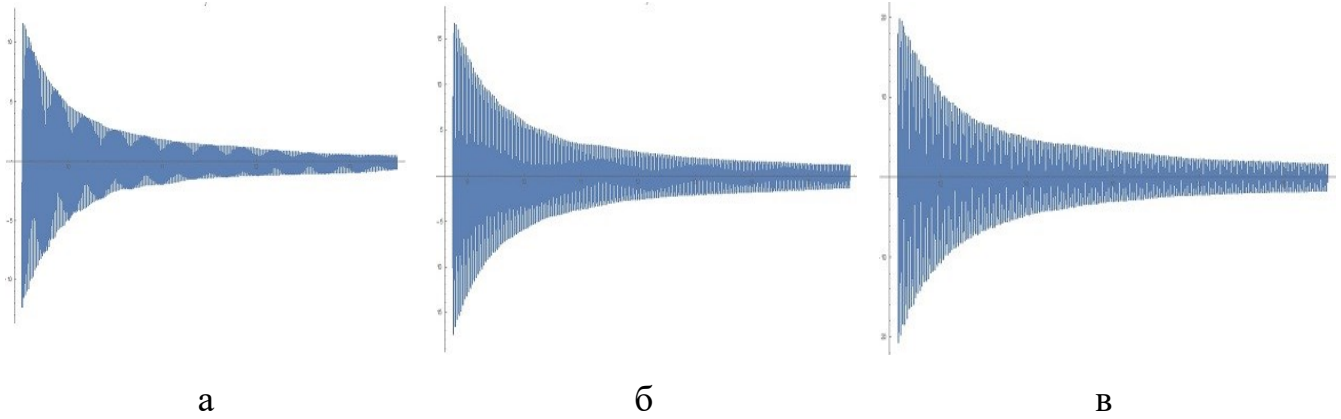


Рисунок.3.18. Графики перемещение-время образцов GLARE с ориентацией  $[0]_4$   
 а. с длиной 148,5 мм      б. с длиной 211 мм      в. с длиной 258 мм

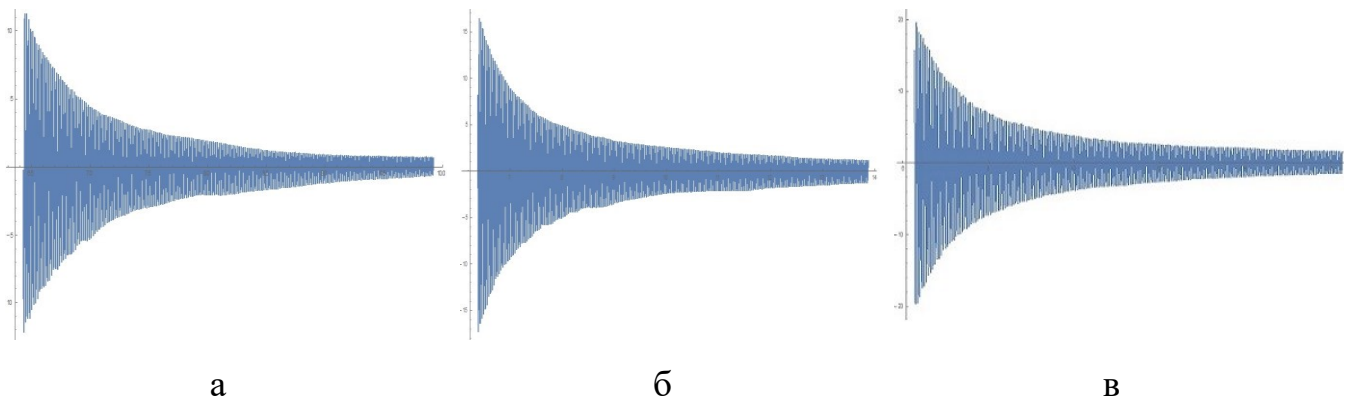


Рисунок.3.19. Графики перемещение-время образцов GLARE  
 с ориентацией  $[0/90]_2$   
 а. с длиной 147 мм      б. с длиной 210 мм      в. с длиной 256 мм

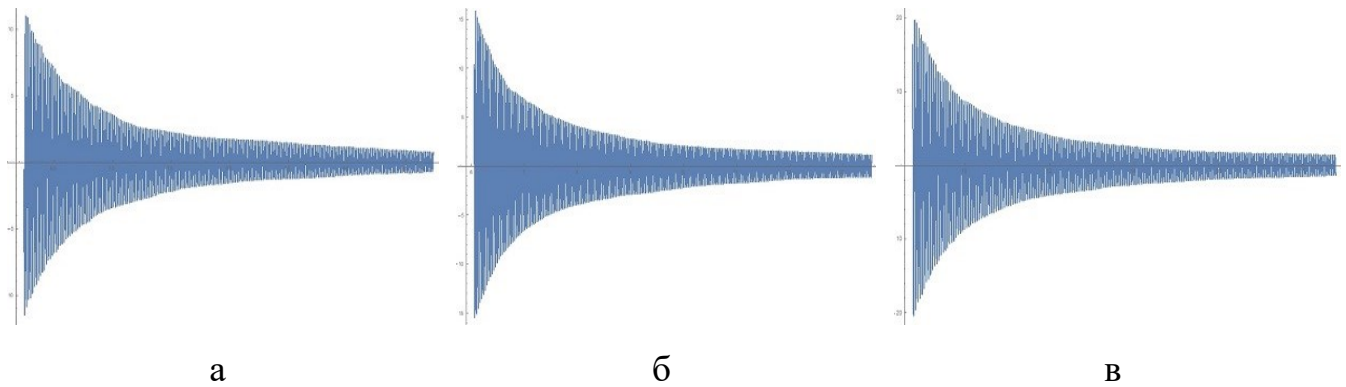


Рисунок.3.20. Графики перемещение-время образцов GLARE

с ориентацией  $[\pm 45]_2$

а. с длиной 143 мм

б. с длиной 202 мм

в. с длиной 249 мм

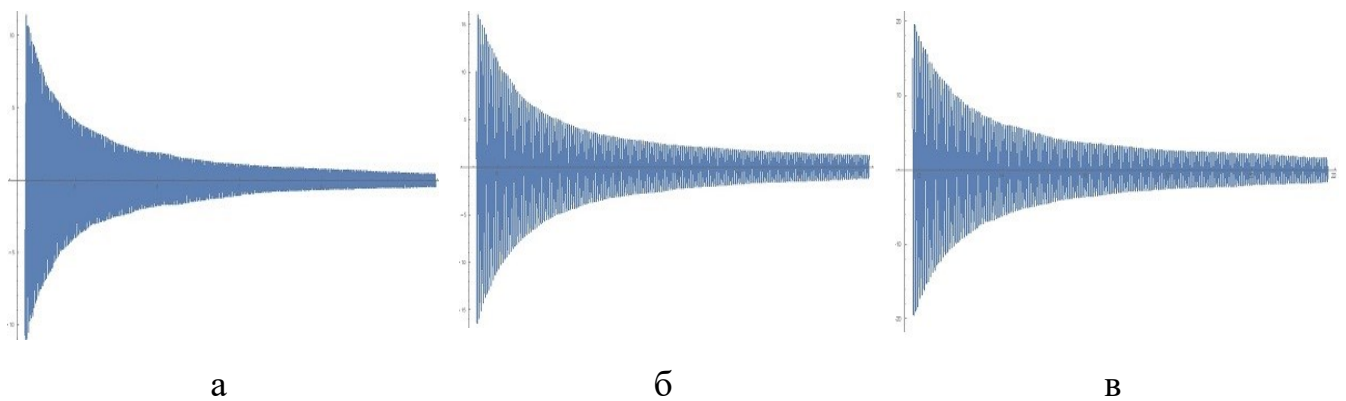


Рисунок.3.21. Графики перемещение-время образцов GLARE с ориентацией  $[90]_4$

а. с длиной 144 мм

б. с длиной 206 мм

в. с длиной 253,5 мм

В таблицах 3.27 - 3.38 приведены результаты экспериментальных данных по определению коэффициентов потерь образцов GLARE, полученных методом измерений логарифмического декремента затухания колебаний для различных уровней деформаций материала при изгибе. Каждый образец был испытан по 3 раза.

Таблица 3.27 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[0]) с длиной  $l = 258$  мм и шириной  $b = 19,98$  мм.

№ образца (GLARE-[0])	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	20,11	0,0111
1_2	20,15	0,0109
1_3	20,25	0,0109
2_1	20,16	0,0092
2_2	20,18	0,0094
2_3	20,23	0,0094
3_1	19,89	0,0103
3_2	19,78	0,0104
3_3	19,8	0,0106
Минимальное значение	19,78	0,0092
Максимальное значение	20,25	0,0111
Среднеарифметическое значение	20,06	0,0102
Среднеквадратическое отклонение	0,19	0,0007
Коэффициент вариации (%)	0,92	7,17

Таблица 3.28 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[0]) с длиной  $l = 211$  мм и шириной  $b = 19,98$  мм.

№ образца (GLARE-[0])	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	30,2	0,01
1_2	30,18	0,011
1_3	30,23	0,01
2_1	29,88	0,0097
2_2	29,9	0,0095

Продолжение таблицы 3.28

2_3	29,86	0,0095
3_1	29,8	0,0095
3_2	29,78	0,0093
3_3	29,74	0,0097
Минимальное значение	29,74	0,0093
Максимальное значение	30,23	0,011
Среднеарифметическое значение	29,95	0,0098
Среднеквадратическое отклонение	0,20	0,0005
Коэффициент вариации (%)	0,65	5,18

Таблица 3.29 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозита (GLARE-[0]) с длиной  $l = 148,5$  мм и шириной  $b = 19,98$  мм.

№ образца (GLARE-[0])	Частота, (Гц)	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	59,6	0,0108
1_2	59,64	0,011
1_3	59,7	0,011
2_1	60,12	0,0092
2_2	60,12	0,0093
2_3	60,16	0,0094
3_1	59,8	0,0091
3_2	59,84	0,0091
3_3	59,86	0,0092
Минимальное значение	59,6	0,0091
Максимальное значение	60,16	0,011
Среднеарифметическое значение	59,87	0,0098
Среднеквадратическое отклонение	0,21	0,0009
Коэффициент вариации (%)	0,35	8,83

Таблица 3.30 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[0/90]<sub>c</sub>) с длиной  $l = 256$  мм и шириной  $b = 19,92$  мм.

№ образца (GLARE-[0/90] <sub>c</sub> )	Частота, (Гц)	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	20,3	0,0094
1_2	20,34	0,0098
1_3	20,28	0,0096
2_1	19,8	0,0112
2_2	19,78	0,0114
2_3	19,76	0,0116
3_1	20,14	0,0107
3_2	20,2	0,0108
3_3	20,16	0,0106
Минимальное значение	19,76	0,0094
Максимальное значение	20,34	0,0116
Среднеарифметическое значение	20,08	0,0106
Среднеквадратическое отклонение	0,24	0,0008
Коэффициент вариации (%)	1,18	7,55

Таблица 3.31 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[0/90]<sub>c</sub>) с длиной  $l = 210$  мм и шириной  $b = 19,92$  мм.

№ образца (GLARE-[0/90] <sub>c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	29,84	0,0114
1_2	29,86	0,0114
1_3	29,88	0,0118
2_1	30,2	0,0094
2_2	30,22	0,0092
2_3	30,24	0,0097
3_1	29,8	0,0102

Продолжение таблицы 3.31

3_2	29,84	0,0106
3_3	29,84	0,0102
Минимальное значение	29,8	0,0092
Максимальное значение	30,24	0,0118
Среднеарифметическое значение	29,97	0,0104
Среднеквадратическое отклонение	0,19	0,0009
Коэффициент вариации (%)	0,63	9

Таблица 3.32 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[0/90]<sub>c</sub>) с длиной  $l = 147$  мм и шириной  $b = 19,92$  мм.

№ образца (GLARE-[0/90] <sub>c</sub> )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	59,54	0,0096
1_2	59,6	0,0094
1_3	59,63	0,0095
2_1	59,86	0,0098
2_2	59,88	0,0099
2_3	59,88	0,0105
3_1	59,76	0,0108
3_2	59,76	0,011
3_3	59,72	0,0112
Минимальное значение	59,54	0,0094
Максимальное значение	59,88	0,0112
Среднеарифметическое значение	59,74	0,0102
Среднеквадратическое отклонение	0,13	0,0007
Коэффициент вариации (%)	0,21	6,78



Таблица 3.33 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE- $[\pm 45]_c$ ) с длиной  $l = 249$  мм и шириной  $b = 19,89$  мм.

№ образца (GLARE- $[\pm 45]_c$ )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	19,74	0,0118
1_2	19,74	0,0119
1_3	19,78	0,0118
2_1	19,86	0,011
2_2	19,84	0,0109
2_3	19,82	0,0109
3_1	20,10	0,0104
3_2	20,14	0,0104
3_3	20,12	0,0102
Минимальное значение	19,74	0,0102
Максимальное значение	20,14	0,0119
Среднеарифметическое значение	19,90	0,0110
Среднеквадратическое отклонение	0,17	0,0007
Коэффициент вариации (%)	0,84	5,99

Таблица 3.34 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE- $[\pm 45]_c$ ) с длиной  $l = 202$  мм и шириной  $b = 19,89$  мм.

№ образца (GLARE- $[\pm 45]_c$ )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	30,25	0,0112
1_2	30,27	0,0111
1_3	30,24	0,0106
2_1	30,15	0,0116
2_2	30,17	0,0114
2_3	30,2	0,0114
3_1	29,86	0,0096

Продолжение таблицы 3.34

3_2	29,9	0,01
3_3	29,84	0,01
Минимальное значение	29,84	0,0096
Максимальное значение	30,27	0,0116
Среднеарифметическое значение	30,10	0,0108
Среднеквадратическое отклонение	0,18	0,0007
Коэффициент вариации (%)	0,59	6,84

Таблица 3.35 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE- $[\pm 45]_c$ ) с длиной  $l = 143$  мм и шириной  $b = 19,89$  мм.

№ образца (GLARE- $[\pm 45]_c$ )	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	59,5	0,0095
1_2	59,46	0,0097
1_3	59,54	0,0095
2_1	60,2	0,0111
2_2	60,24	0,0113
2_3	60,28	0,0115
3_1	59,9	0,0106
3_2	59,86	0,0104
3_3	59,92	0,0104
Минимальное значение	59,46	0,0095
Максимальное значение	60,28	0,0115
Среднеарифметическое значение	59,88	0,0104
Среднеквадратическое отклонение	0,32	0,0008
Коэффициент вариации (%)	0,54	7,34

Таблица 3.36 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[90]) с длиной  $l = 253,5$  мм и шириной  $b = 19,9$  мм.

№ образца (GLARE-[90])	Частота, Гц	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	19,88	0,0108
1_2	19,84	0,011
1_3	19,86	0,011
2_1	20,14	0,011
2_2	20,19	0,0113
2_3	20,16	0,0113
3_1	20,2	0,012
3_2	20,24	0,0122
3_3	20,22	0,0118
Минимальное значение	19,84	0,0108
Максимальное значение	20,24	0,0122
Среднеарифметическое значение	20,08	0,0114
Среднеквадратическое отклонение	0,17	0,0005
Коэффициент вариации (%)	0,84	4,24

Таблица 3.37 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[90]) с длиной  $l = 206$  мм и шириной  $b = 19,9$  мм.

№ образца (GLARE-[90])	Частота, (Гц)	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	29,84	0,0118
1_2	29,84	0,0118
1_3	29,81	0,0116
2_1	29,78	0,0112
2_2	29,8	0,0112
2_3	29,74	0,0113
3_1	29,6	0,0104
3_2	29,61	0,0106

Продолжение таблицы 3.37

3_3	29,56	0,0108
Минимальное значение	29,56	0,0104
Максимальное значение	29,84	0,0118
Среднеарифметическое значение	29,73	0,0112
Среднеквадратическое отклонение	0,11	0,0005
Коэффициент вариации (%)	0,37	4,52

Таблица 3.38 - Собственные частоты и коэффициенты потерь алюмокомпозитного материала (GLARE-[90]) с длиной  $l = 144$  мм и шириной  $b = 19,9$  мм.

№ образца (GLARE-[90])	Частота, (Гц)	Коэффициент потерь, $\eta$
1_1	59,86	0,0098
1_2	59,8	0,0096
1_3	59,82	0,0094
2_1	59,9	0,0112
2_2	59,96	0,0113
2_3	59,96	0,0114
3_1	60,2	0,0115
3_2	60,24	0,0117
3_3	60,28	0,0115
Минимальное значение	59,8	0,0094
Максимальное значение	60,28	0,0117
Среднеарифметическое значение	60,00	0,0108
Среднеквадратическое отклонение	0,19	0,0009
Коэффициент вариации (%)	0,31	8,64

На рисунках 3.22 и 3.23 показаны графики, полученные на основании обработки результатов динамических испытаний, приведенных в таблицах 3.27 - 3.38. Показано зависимость значений собственных частот и коэффициентов потерь для исследуемых длин образцов.

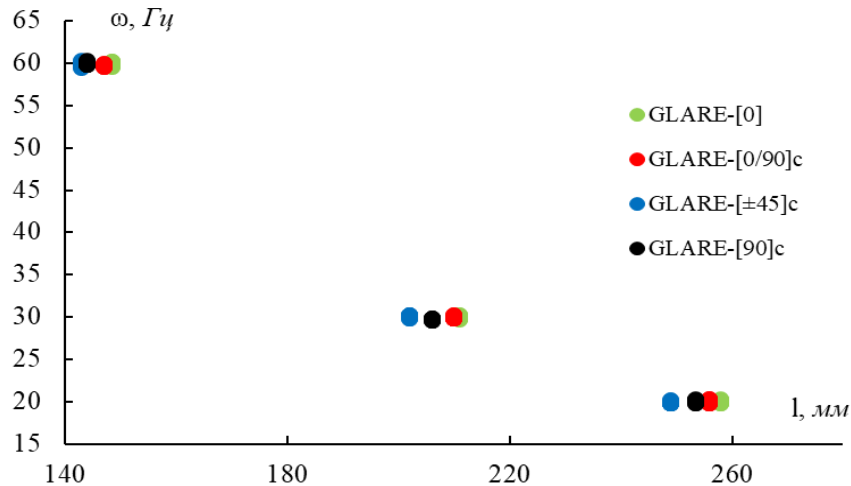


Рисунок 3.22. Зависимость первой собственной частоты от длины образцов GLARE с различными схемами армирования.

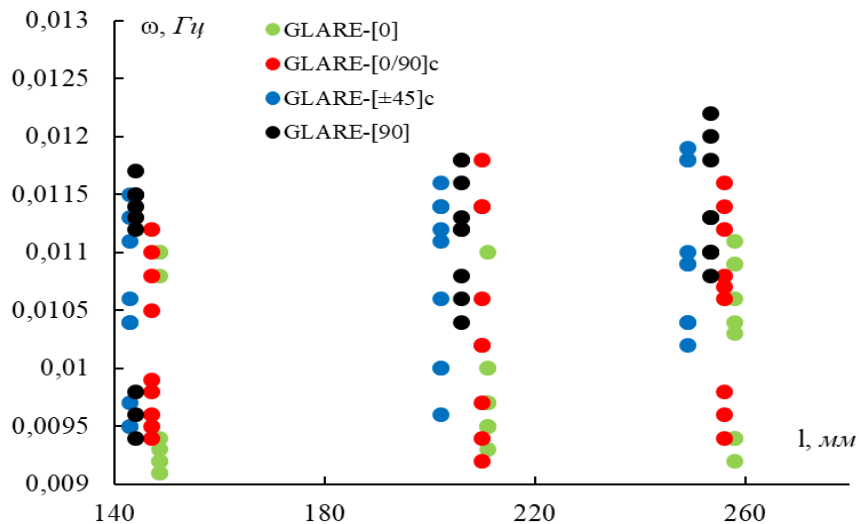


Рисунок 3.23. Зависимость коэффициентов потерь от длины образцов GLARE с различными схемами армирования.

По формуле (3.25), определим максимальную деформацию балки алюмостеклопластика с различной схемой армирования. Результаты расчета максимальных деформаций и коэффициентов потерь образцов представлены в таблицах 3.39 - 3.42 с 4 поддиапазонами.

Таблица 3.39 - Максимальная деформация и коэффициент потерь GLARE-[0], найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,081	0,0102
	0,040	0,0066
	0,027	0,0048
	0,013	0,0020
30	0,098	0,0098
	0,049	0,0060
	0,033	0,0042
	0,016	0,0017
60	0,140	0,0098
	0,065	0,0060
	0,047	0,0044
	0,023	0,0026

Таблица 3.40 - Максимальная деформация и коэффициент потерь GLARE-[0/90]<sub>c</sub>, найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,082	0,0106
	0,041	0,0070
	0,027	0,0052
	0,014	0,0024
30	0,101	0,0104
	0,050	0,0064
	0,033	0,0044
	0,017	0,0020
60	0,146	0,0102
	0,071	0,0066
	0,048	0,0048
	0,024	0,0030

Таблица 3.41 - Максимальная деформация и коэффициент потерь GLARE- $[\pm 45]_c$ , найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,084	0,0110
	0,041	0,0074
	0,028	0,0054
	0,014	0,0026
30	0,104	0,0108
	0,051	0,0068
	0,034	0,0048
	0,017	0,0024
60	0,144	0,0104
	0,072	0,0070
	0,048	0,0050
	0,024	0,0030

Таблица 3.42 - Максимальная деформация и коэффициент потерь GLARE- $[90]$ , найденные при различных частотах.

Частота, Гц	Деформация, %	Коэффициент потерь, $\eta$
20	0,083	0,0114
	0,041	0,0080
	0,028	0,0058
	0,014	0,0028
30	0,101	0,0112
	0,051	0,0072
	0,034	0,0054
	0,017	0,0026
60	0,147	0,0108
	0,073	0,0072
	0,048	0,0054
	0,024	0,0036

Результаты определения эффективного коэффициента потерь слоистых материалов из алюмокомпозитов с различной схемой укладки представлены на рисунках 3.24.а.б.в.

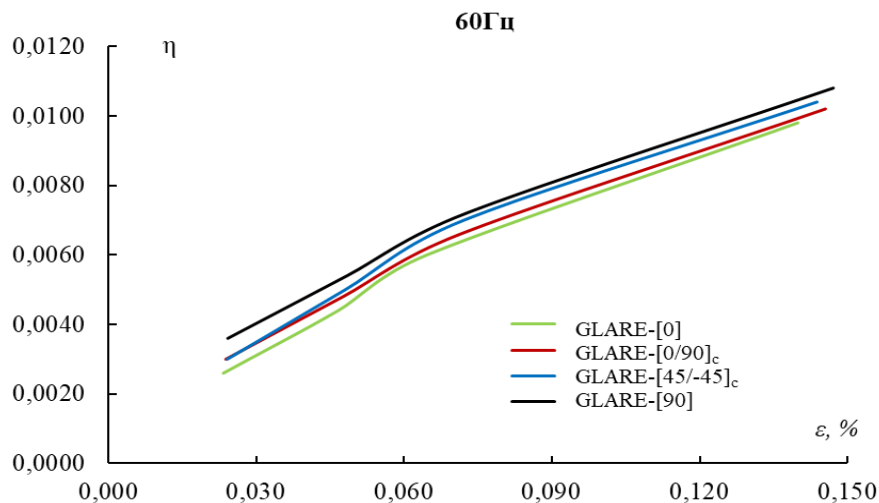
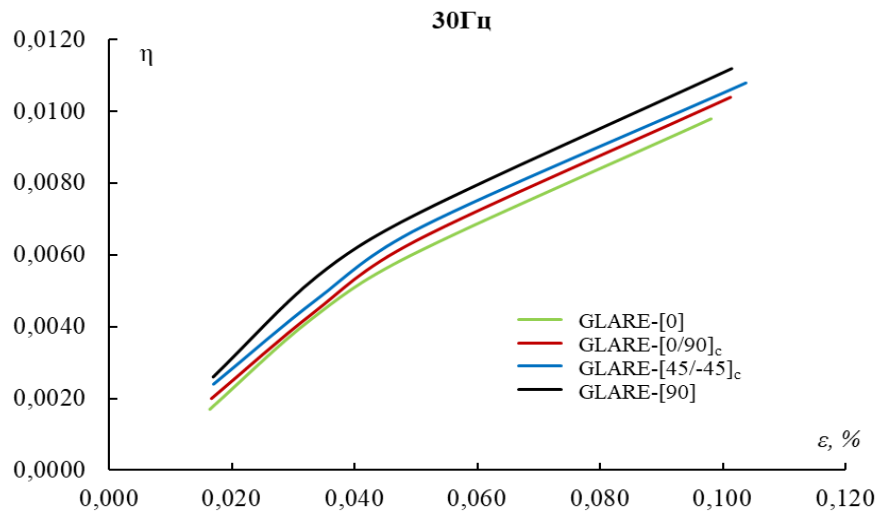
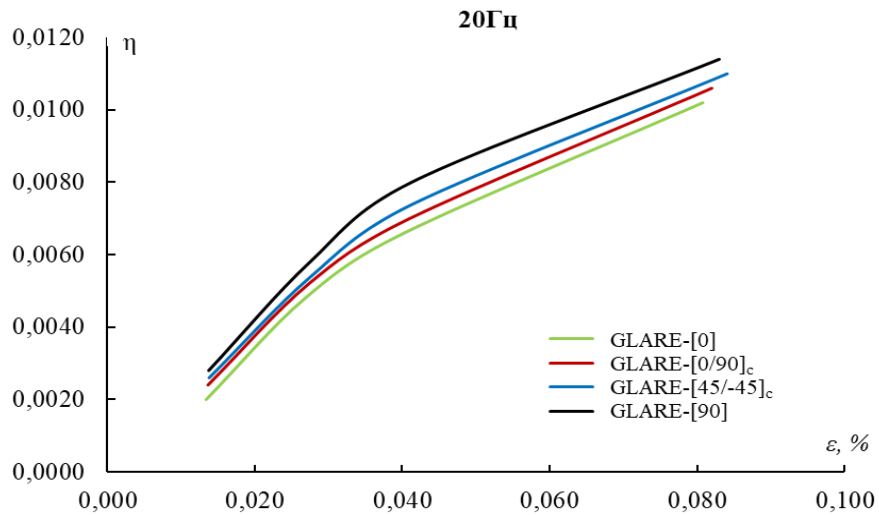


Рисунок 3.24. Коэффициенты потерь алюмокомпозитных ламинатов, найденные при различных схемах укладки, частотах и амплитудах деформации в экспериментальных испытаниях. а:  $\omega_0 = 20$  Гц, б:  $\omega_0 = 30$  Гц, в:  $\omega_0 = 60$  Гц



### **Выводы по главе**

В данной главе представлены результаты экспериментальных испытаний по определению статических и динамических характеристик сплава Al-Li, стеклопластика и алюмостеклопластика. Обратим внимание на результатах динамических испытаний. Примечательно, что собственные частоты практически не зависят от амплитуды колебаний в рассматриваемом диапазоне амплитуд. Коэффициент потерь композитов увеличивается с увеличением амплитуды колебания и незначительно уменьшается с увеличением частоты. Максимальное демпфирование достигается для образцов со схемой [90] (то есть в моде деформаций поперек волокон), что является новым результатом и ранее для рассматриваемых классов композитов не обсуждалось. Наименьшее демпфирование имеют образцы со схемой [0]. Схема  $[\pm 45]_c$  обладает средними демпфирующими свойствами во всех проведенных испытаниях, хотя их коэффициенты потерь становятся очень близкими к схеме [90] на высоких частотах.

## 4. Идентификация и прогноз статических и динамических характеристик

### 4.1. Стеклопластик

Идентификация упругих и динамических свойств монослоя по известным значениям динамических характеристик образцов композитов с разными схемами армирования выполняется на основе теории многослойных балок и метода комплексных модулей [89, 90]. Первая собственная частота консольной балки была рассчитана следующим образом [51]:

$$\omega_0 = \frac{\beta}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{H\rho}} \quad (4.1)$$

Где,  $\rho$  - плотность материала

$$D = I_2 - \frac{I_1^2}{I_0} - \text{жесткость балки при изгибе};$$

$I_i$  - коэффициенты жесткости которые задаются формулам [51]:

$$I_0 = bh \sum_{k=1}^4 E_x^{(k)}; \quad I_1 = \frac{1}{2} bh \sum_{k=1}^4 E_x^{(k)} (t_{k-1} + t_k); \quad I_2 = \frac{1}{3} bh \sum_{k=1}^4 E_x^{(k)} (t_{k-1}^2 + t_{k-1}t_k + t_k^2) \quad (4.2)$$

где,  $E_x^{(k)} = Q_{11}^{(k)} - (Q_{12}^{(k)})^2 / Q_{22}^{(k)}$  представляют собой модуль Юнга  $k$ -го слоя в направлении оси балки, рассчитанный в соответствии с классической теорией ламинатов через константы жесткости однослойного материала  $Q_{ij}^{(k)}$  с учетом угла ориентации волокна  $\theta_k$ . Матрица константа жесткости нотации Фойгта имеет вид [66]:

$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{T}_k^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{R} \mathbf{T}_k \mathbf{R}^{-1} \quad (4.3)$$

$$\mathbf{T}_k = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta_k & \sin^2 \theta_k & 2 \cos \theta_k \sin \theta_k \\ \sin^2 \theta_k & \cos^2 \theta_k & -2 \cos \theta_k \sin \theta_k \\ -\cos \theta_k \sin \theta_k & \cos \theta_k \sin \theta_k & \cos^2 \theta_k - \sin^2 \theta_k \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Q} = \begin{pmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{pmatrix} \quad (4.5)$$

Здесь,  $Q_{ij}^{(k)}$  компоненты матрицы  $\mathbf{Q}_k$ , и  $Q_{ij}$  компоненты матрицы  $\mathbf{Q}$ , которые определяют ортотропные свойства однонаправленного слоя:

$$Q_{11} = E_1 / (1 - \nu_{12}\nu_{21});$$

$$Q_{22} = E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21});$$

$$Q_{12} = \nu_{12}E_2 / (1 - \nu_{12}\nu_{21});$$

$$Q_{66} = G_{12};$$

$$\nu_{21}E_1 = \nu_{12}E_2$$

Свойства монослоя неизвестны и должны быть найдены на основе обратного анализа. Рассматривая затухающие гармонические процессы, мы можем использовать метод комплексных модулей и определить упругие свойства монослоя материала следующим образом [67, 68]:

$$E_1^* = E_1(1 + i\eta_1); E_2^* = E_2(1 + i\eta_2); G_{12}^* = G_{12}(1 + i\eta_{12}) \quad (4.6)$$

Где, знак (\*) обозначает комплексные величины,  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$  - модули упругости,  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_{12}$  - коэффициенты потерь, связанные с деформациями вдоль и поперек направления волокон и сдвигом в плоскости, соответственно. Коэффициент Пуассона обычно считается действительно значным в теории демпфирования слоистых материалов [42, 45, 59].

Подставляя комплексные модули (4.6) в решение (4.1) - (4.5), можем найти комплексную частоту балки, которую затем можно использовать для нахождения собственной частоты и эффективного коэффициента потерь следующим образом:

$$\omega_0 = \sqrt{\operatorname{Re}((\omega_0^*)^2)}, \quad \eta = \frac{\operatorname{Im}((\omega_0^*)^2)}{\operatorname{Re}((\omega_0^*)^2)} \quad (4.7)$$

Где  $\text{Re}(\dots)$  и  $\text{Im}(\dots)$  обозначают действительную и мнимую части соответственно.

Затем выполняется обратный анализ, чтобы согласовать рассчитанные собственные частоты и эффективные коэффициенты потерь балок с различными схемами укладки с полученными экспериментальными данными. Подгонка выполняется с использованием алгоритма Нелдера-Мида, реализованного в комплексной программе Wolfram Mathematica.

Определяется оптимальный набор свойств монослоя материала  $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}$ , позволяющий минимизировать относительные погрешности между экспериментальными и расчетными данными для динамических характеристик балок из стеклопластика в приближении наименьших квадратов следующим образом:

$$f(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}) \rightarrow \min$$

$$f = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta \omega_{0,i})^2 + \sum_{i=1}^4 (\Delta \eta_{0,i})^2}, \quad (4.8)$$

$$\Delta \omega_{0,i} = \frac{\omega_{0,i}^{(\text{экспер})} - \omega_{0,i}^{(\text{расчет})}}{\omega_{0,i}^{(\text{экспер})}}; \quad \Delta \eta_{0,i} = \frac{\eta_{0,i}^{(\text{экспер})} - \eta_{0,i}^{(\text{расчет})}}{\eta_{0,i}^{(\text{экспер})}}$$

Где,  $\omega_{0,i}^{(\text{экспер})}$  - экспериментальная частота

$\omega_{0,i}^{(\text{расчет})}$  - расчетная частота

Оптимальные значения упругих и демпфирующих свойств монослоя материала были найдены в следующих диапазонах, которые охватывают типичные свойства стеклопластиков:

$$10 < E_1 < 50 \text{ [ГПа]}; \quad 1 < E_2 < 20 \text{ [ГПа]}; \quad 1 < G_{12} < 15 \text{ [ГПа]}; \quad (4.9)$$

$$0 < \nu_{12} < 0,4; \quad 0 < \eta_1, \eta_2, \eta_{12} < 0,2$$

Таким образом, рассматриваемые выражения (4.1) - (4.9) соответствуют задаче нелинейной оптимизации с ограничениями. Решение этой задачи может быть неединственным, и метод прямого поиска (перебором) был дополнительно применен для получения первого приближения для алгоритма Нелдера-Мида.

Обратный анализ был проведен для каждой частоты и амплитуды колебаний, рассмотренных в ходе испытаний, таким образом, чтобы были оценены амплитудно-зависимые и частотно-зависимые свойства монослоев. Использовались усредненные значения экспериментальных собственных частот и коэффициентов потерь, полученные при повторных испытаниях с однотипными образцами.

Результаты решения обратных задач идентификации свойств монослоя композитов

Полученные результаты значения обратного анализа на основе данных для продольных эффективных модулей Юнга, полученных для образцов при статических и динамических испытаниях на различных частотах, представлены в таблице 4.1. Соответствующие результаты определения упругих свойств монослоя стеклопластика на основе обратного анализа по формулам (4.1) - (4.9) представлены в таблице 4.2.

Таблица 4.1 - Результаты статических и динамических испытаний на модуль упругости  $E_x$  на основе обратного анализа.

Схема армирования	$\omega_0 = 0^*$	$\omega_0 = 20$ Гц		$\omega_0 = 30$ Гц		$\omega_0 = 60$ Гц	
	$E_x$ ГПа	l мм	$E_x$ ГПа	l мм	$E_x$ ГПа	l мм	$E_x$ ГПа
C-[0] <sub>4</sub>	29,16	184,0	26,14	150,0	26,47	106,5	26,44
C-[0/90] <sub>2c</sub>	17,92	180,0	23,81	147,0	24,00	103,0	23,97
C-[±45] <sub>2c</sub>	9,80	142,0	10,49	119,0	10,91	82,0	10,15
C-[90] <sub>4</sub>	6,67	133,0	7,47	104,0	6,72	75,0	6,63

\*Результаты статических испытаний

Таблица 4.2 - Упругие свойства однонаправленного слоя, полученные в результате обратного анализа.

Частота, Гц	$E_1$ , ГПа	$E_2$ , ГПа	$\nu_{12}$	$G_{12}$ ГПа
0	29.16	6.67	0.235	4.16
20	26.14	7.48	0.219	4.42
30	26.47	6.72	0.234	5.06
60	26.44	6.63	0.223	4.5

Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь монослоя стеклопластика представлены на таблицах 4.3 - 4.5. Этот анализ выполнен на основе решения оптимизационной задачи (4.1) - (4.9) и экспериментальных данных, представленных на рисунках 3.16.а,б,в.

Таблица 4.3 - Результаты обратного анализа коэффициентов потерь стеклопластикового ламината с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 20$  Гц.

Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$						
	C-[0] <sub>4</sub>	C-[0/90] <sub>2c</sub>	C-[±45] <sub>2c</sub>	C-[90] <sub>4</sub>	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$
0,02	0,0066	0,0069	0,0125	0,0150	0,0066	0,0150	0,0115
0,05	0,0133	0,0136	0,0170	0,0204	0,0133	0,0204	0,0154
0,08	0,0168	0,0170	0,0208	0,0233	0,0168	0,0233	0,0197

Таблица 4.4 - Результаты обратного анализа коэффициентов потерь стеклопластикового ламината с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 30$  Гц.

Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$						
	C-[0] <sub>4</sub>	C-[0/90] <sub>2c</sub>	C-[±45] <sub>2c</sub>	C-[90] <sub>4</sub>	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$
0,025	0,0063	0,0066	0,0128	0,0140	0,0063	0,0140	0,0127
0,075	0,0130	0,0133	0,0178	0,0211	0,0130	0,0211	0,0159
0,01	0,0157	0,0160	0,0201	0,0228	0,0157	0,0228	0,0186

Таблица 4.5 - Результаты обратного анализа коэффициентов потерь стеклопластикового ламината с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 60$  Гц.

Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$						
	C-[0] <sub>4</sub>	C-[0/90] <sub>2c</sub>	C-[±45] <sub>2c</sub>	C-[90] <sub>4</sub>	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$
0,05	0,0075	0,0077	0,0132	0,0144	0,0075	0,0144	0,0131
0,09	0,0110	0,0113	0,0169	0,0178	0,0110	0,0177	0,0169
0,14	0,0141	0,0143	0,0188	0,0196	0,0141	0,0196	0,0187

По полученным результатам в таблицах 4.3 - 4.5, построены диаграммы зависимости идентифицированных коэффициентов потерь от амплитуды

колебания балки при различных частотах. Эти диаграммы показаны в на рисунках 4.1 - 4.2.

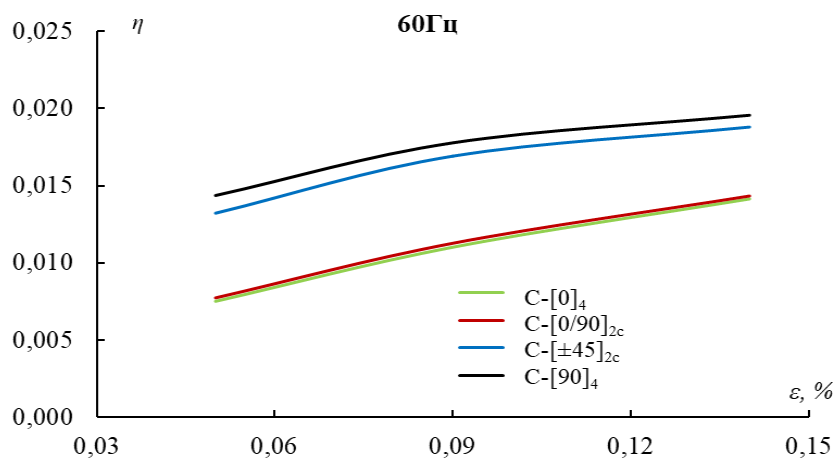
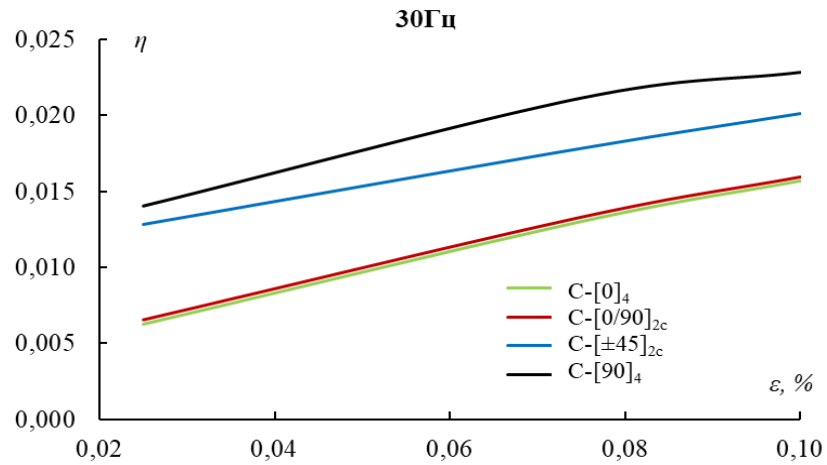
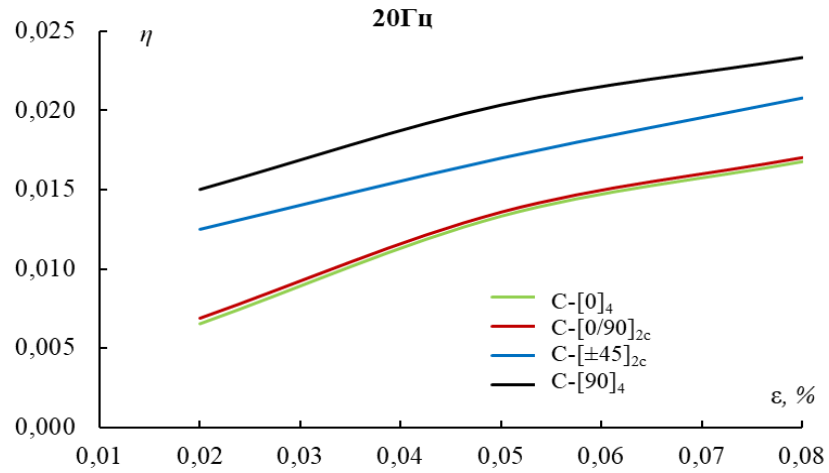


Рисунок. 4.1. Коэффициенты потерь стеклопластика, найденные для различных схем армирования, частот и амплитуд деформации на основе обратного анализа.

а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц

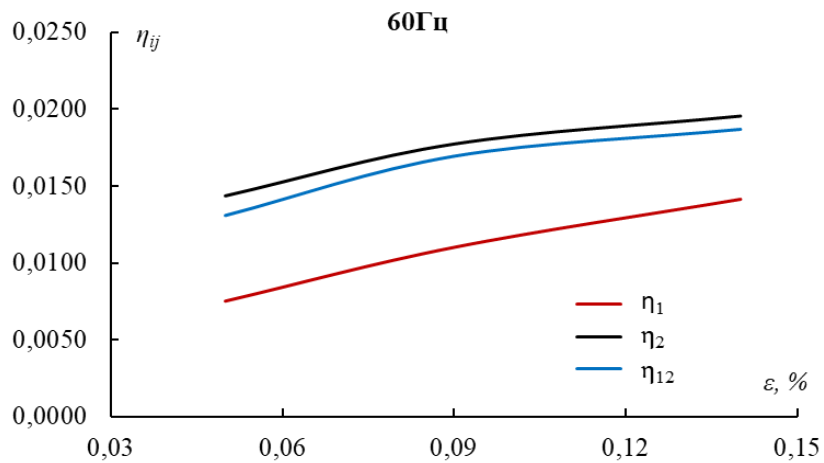
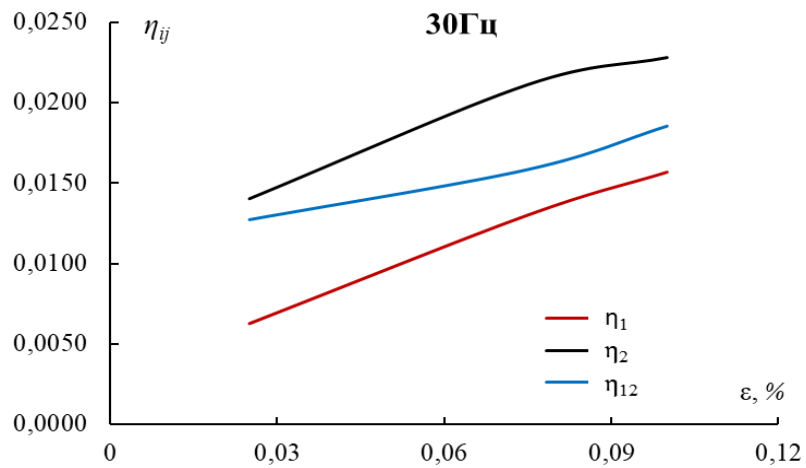
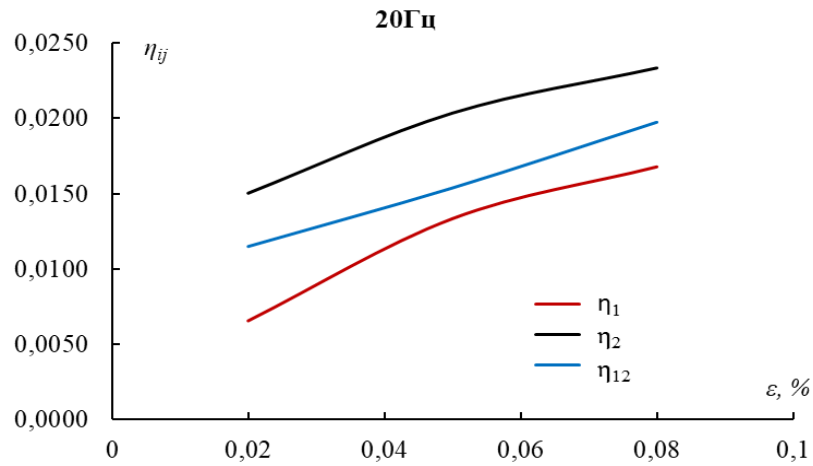


Рисунок 4.2. Коэффициенты потерь однонаправленных слоев стеклопластика, найденные на основе обратного анализа для различных частот и амплитуды деформаций, а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц.



Результаты экспериментального определения эффективного коэффициента потерь слоистых материалов из стекловолокна с различной схемой армирования представлены на рисунках 4.1.а.б.в. Эти данные получены на основе анализа логарифмического декремента и метода оценки зависящих от амплитуды демпфирующих свойств, показанные на рисунках 4.2.а.б.в. Обратим внимание, что упругие свойства практически не зависят от амплитуды колебаний в рассматриваемом диапазоне амплитуд, так что на следующих графиках представлены только коэффициенты потерь.

На рисунках 4.1. видно, что коэффициент потерь композитов увеличивается с увеличением амплитуды вибрации и незначительно уменьшается с увеличением частоты. Оба результата типичны для полимерных композитов [52 - 55, 58], а количественные данные представляют интерес для рассматриваемых слоистых материалов из стекловолокна. Примечательно, что зависимости коэффициентов потерь от амплитуды близки к линейным с двукратным увеличением до  $\sim 0,025$  при изменении амплитуд деформаций от  $\sim 0,02\%$  до  $\sim 0,15\%$ . Амплитуды, обозначенные на графиках на рисунках 4.1, представляют собой максимальные напряжения, возникающие на зажатом конце балки и оцениваемые в соответствии с уравнением (3.25). Поскольку балки в ходе испытаний имели разную длину  $L$  (для обеспечения заданной частоты, см. таблицу 4.1), при анализе на рисунках 4.1 получены несколько различные диапазоны амплитуд. Наибольший коэффициент потерь реализован для ламинатов  $C-[90]_4$ , которые имели наименьшую жесткость и наименьший  $L$  в ходе испытаний (см. таблицу 4.1). Таким образом, увеличение эффективного коэффициента потерь может быть связано только с увеличением рассеивания энергии на микромасштабном уровне без возникновения сильных нелинейных эффектов на макромасштабе. Влияние воздуха в рассматриваемом диапазоне частот и амплитуд должно составлять не более 15 - 25% от полученных экспериментальных значений коэффициентов потерь [73, 74]. Следовательно, внутреннее демпфирование в рассматриваемых конструкциях (при отсутствии воздуха, т.е. в вакууме) можно оценить, используя около 75% представленных

коэффициентов потерь на рисунке. 4.1.

На рисунках 4.1 также видно, что максимальное демпфирование достигается для ламинатов со структурой  $C-[90]_4$  (черные линии). Наименьшее демпфирование (и почти одинаковое) имеют образцы  $C-[0]_4$  и  $C-[0/90]_{2c}$  (зеленые и красные линии), что можно объяснить наличием внешних ( $k = 1$  и  $k = 4$ ) продольных слоев в этих ламинатах, оказывающих сильное влияние на их динамические характеристики. Структуры  $C-[\pm 45]_{2c}$  (синий линии) обладали средними демпфирующими свойствами во всех проведенных испытаниях, хотя их коэффициенты потерь становятся очень близкими к  $C-[90]_4$  на высоких частотах (рисунок 4.1.в).

Результаты обратного анализа коэффициентов потерь монослоев стеклопластика представлены на рисунках 4.2. Этот анализ выполнен на основе решения оптимизационной задачи (4.1) - (4.9) и экспериментальных данных, представленных на рисунках 3.16. Значения деформаций, используемые в этом результате были выбраны таким образом, чтобы все виды ламинатов ( $C-[0]_4$ ,  $C-[0/90]_{2c}$ ,  $C-[\pm 45]_{2c}$ ,  $C-[90]_4$ ) имели соответствующие экспериментальные точки на рисунках 3.16 или могли быть интерполированы между полученными экспериментальными точками на этих рисунках. Для такой интерполяции использовалась линейная аппроксимация между экспериментальными точками. Можно видеть, что зависимость коэффициентов потерь в монослое также близки к линейным и что наибольшее демпфирование реализуется в поперечном направлении к волокнам ( $\eta_2$ , черные линии на рисунках 4.2). Примечательно, что полученный результат неочевиден, и микромеханические предсказания обычно предсказывают наибольшее затухание при сдвиговых режимах деформаций [68, 70, 71, 78, 79]. Этот факт обусловлен обычным предположением микромеханики о значительных значениях модуля потерь при сдвиге и пренебрежимо малых значениях модуля объемных потерь в изотропных полимерных матрицах [70, 72]. В этом случае эффективный коэффициент Пуассона, рассчитанный на основе микромеханических расчетов, был бы комплексным, что обычно не учитывается

при мезомасштабных моделях ламинатов. Кроме того, обычно предполагается, что значения коэффициента продольных потерь  $\eta_1$  однонаправленных композитов пренебрежимо малы по сравнению с другими видами коэффициентов потерь из-за сильного влияния жестких волокон. Однако на рисунках 4.2 видно, что коэффициент потерь  $\eta_1$  в монослое стеклопластика может иметь значения, сопоставимые с  $\eta_2$ ,  $\eta_{12}$ , и может достигать 0,015 при деформации 0,08%. Таким образом, в представленных результатах установлено, что необычные значения коэффициентов потерь могут быть найдены из обратного анализа для слоистых композитов из стеклопластика с соотношением  $\eta_2 > \eta_{12} > \eta_1$  и с значениями  $\eta_1$  (диссипация в моде нормальных деформаций вдоль волокон), которыми нельзя пренебречь. Аналогичные результаты были также получены в ссылке [60] для стеклопластика но без оценки зависимости от максимальной деформации образцов. Более вероятно, что полученные результаты могут быть объяснены влиянием волнистости волокна с точки зрения микромеханики. Кроме того, качественно это может быть объяснено в предположении, что диссипация в матричной фазе может быть охарактеризовано комплексным модулем Юнга и действительным коэффициентом Пуассона (аналогично стандартному мезомасштабному подходу теории слоистых композитов).

#### 4.2. Алюмостеклопластик

Идентификация упругих свойств монослоя алюмостеклопластика выполняется аналогично расчету характеристик стеклопластика с добавлением упругих свойств алюминии. Эффективная плотность определяется по формуле:

$$\rho_{GLARE} = \rho_{Al} \frac{3h_{Al}}{h} + \rho_{стекло} \frac{4h_{стекло}}{h} \quad (4.10)$$

здесь,  $\rho_{GLARE}$  - плотность алюмостекло;

$\rho_{Al} = 2650$  кг/м<sup>3</sup> - плотность сплава Al-Li ;

$\rho_{стекло} = 1738$  кг/м<sup>3</sup> - плотность стеклопластика;

$h_{Al}$  - толщина одного слоя сплава Al-Li;

$h_{стекло}$  - толщина одного слоя стеклопластика ;

$h$  - толщина GLARE.

Приведенные модули упругости:

$$Q_{11}(Al) = E_{Al} / (1 - \nu_{Al}^2); \quad Q_{22}(Al) = E_{Al} / (1 - \nu_{Al}^2); \quad Q_{12}(Al) = \nu_{Al} E_{Al} / (1 - \nu_{Al}^2) \quad (4.11)$$

$$G_{12}(Al) = \frac{E_{Al}}{2(1 + \nu_{Al})}; \quad Q_{66} = G_{12} \quad (4.12)$$

Из решения обратной задачи находится оптимальный набор свойств монослоя материала  $E_1, E_2, G_{12}, \nu_{12}, E_{Al}, \nu_{Al}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}, \eta_{Al}$  позволяющий минимизировать относительные погрешности между экспериментальными и расчетными данными для динамических характеристик балок из алюмокомпозитов в приближении наименьших квадратов следующим образом:

$$f(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, E_{Al}, \nu_{Al}, \eta_1, \eta_2, \eta_{12}, \eta_{Al}) \rightarrow \min$$

$$f = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta \omega_{0,i})^2 + \sum_{i=1}^4 (\Delta \eta_{0,i})^2}, \quad (4.13)$$

$$\Delta \omega_{0,i} = \frac{\omega_{0,i}^{(экспер)} - \omega_{0,i}^{(расчет)}}{\omega_{0,i}^{(экспер)}}, \quad \Delta \eta_{0,i} = \frac{\eta_{0,i}^{(экспер)} - \eta_{0,i}^{(расчет)}}{\eta_{0,i}^{(экспер)}}$$

Где,  $\omega_{0,i}^{(экспер)}$  - экспериментальная частота

$\omega_{0,i}^{(расчет)}$  - расчетная частота

Оптимальные значения упругих и демпфирующих свойств монослоев композита определялись в следующих диапазонах, которые охватывают типичные свойства GLARE:

$$10 \leq E_1 \leq 70 \text{ [ГПа]}; \quad 1 \leq E_2 \leq 18 \text{ [ГПа]}; \quad 1 \leq G_{12} \leq 10 \text{ [ГПа]}; \quad 70 \leq E_2 \leq 85 \text{ [ГПа]};$$

$$0,1 \leq \nu_{12} \leq 0,35; \quad 0,3 \leq \nu_{Al} \leq 0,35; \quad 0 < \eta_1, \eta_2, \eta_{12} \leq 0,05; \quad 0 < \eta_{Al} \leq 0,015 \quad (4.14)$$

Относительное отклонение по частоте определялось по формуле:

$$\Delta\omega = \frac{|\omega_{0,расчет} - \omega_{0,экспер}|}{\omega_{0,экспер}} 100, \% \quad (4.15)$$

Среднеквадратичная ошибка вычислялась следующим образом:

$$f = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (\Delta_i)^2}, \quad i=1 \dots n \quad (4.16)$$

Значения продольных эффективных (кажущихся) модулей Юнга образцов, найденные при статических и динамических испытаниях на различных частотах представлены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 - Результаты статических и динамических испытаний на модуль упругости  $E_x$  на основе обратного анализа.

Ориентация	$\omega_0 = 0^*$	$\omega_0 = 20$ Гц		$\omega_0 = 30$ Гц		$\omega_0 = 60$ Гц	
	$E_x$ ГПа	l мм	$E_x$ ГПа	l мм	$E_x$ ГПа	l мм	$E_x$ ГПа
GLARE-[0]	71,7	258	72,6	211	72,4	148,5	71,0
GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	64,1	256	68,7	210	69,3	147	66,1
GLARE-[±45] <sub>c</sub>	59,0	249	62,1	202	61,5	143	61,1
GLARE-[90]	57,8	253,5	65,7	206,0	62,8	144,0	61,1

\*Результаты статических испытаний

#### 4.2.1. Обратный анализ с данными статического модули

Для значений статического эффективного модули упругости, данного в таблице 4.6 и коэффициентов потерь, показанных на рисунке 3.24, результаты решения задачи идентификации (4.1) - (4.7), (4.10) - (4.14), представлены в таблице 4.7 - 4.9.

Таблица 4.7 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь алюмокомпозитов с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 20$  Гц.

Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,02	0,0035	0,0037	0,0039	0,0042	0,0046	0,0208	0,0100	0,0033
0,05	0,0075	0,0078	0,0082	0,0088	0,0067	0,0299	0,0120	0,0076
0,08	0,0101	0,0104	0,0107	0,0112	0,0117	0,0333	0,0180	0,0099

Таблица 4.8 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь алюмокомпозитов с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 30$  Гц.

Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,03	0,0037	0,0040	0,0043	0,0048	0,0068	0,0316	0,0150	0,0033
0,06	0,0069	0,0072	0,0075	0,0080	0,0119	0,0400	0,0246	0,0062
0,09	0,0092	0,0095	0,0098	0,0103	0,0156	0,0468	0,0289	0,0083

Таблица 4.9 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь алюмокомпозитов с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 60$  Гц.

Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,04	0,0039	0,0042	0,0043	0,0048	0,0057	0,0250	0,0106	0,0037
0,085	0,0071	0,0073	0,0077	0,0078	0,0107	0,0310	0,0234	0,0065
0,13	0,0093	0,0095	0,0098	0,0100	0,0141	0,0350	0,0263	0,0086

Относительное отклонение эксперимента от результатов расчета с характеристиками, найденными с использованием обратного анализа представлено в таблице 4.10. Видно, что подобранные значения характеристик

позволяют с удовлетворительной точностью описать все экспериментальные данные.

Таблица 4.10 - Относительное отклонение эксперимента от расчета по собственной частоте колебания образцов GLARE с различными схемами армирования при различных частотах.

Частота, Гц	$\Delta\omega$ , %			
	GLARE-[0]	GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	GLARE-[±45] <sub>c</sub>	GLARE-[90]
20	3,3	4,7	6,3	2,9
30	3,4	4,3	6,8	5,2
60	4,4	6,8	7,1	6,7

По формуле (4.16), определялась среднеквадратичная ошибка по частоте и по коэффициенту потерь для расчетов с идентифицированными свойствами. Результаты этой оценки представлены в таблицах 4.11 - 4.12.

Таблица 4.11 - Среднеквадратичная ошибка по частоте для GLARE при различных частотах.

$\omega_0$ , Гц	$f_\omega$ , %
20	5,2
30	5,8
60	7,3

Таблица 4.12 - Ошибка по коэффициенту потерь для GLARE при различных частотах и различных амплитудах колебания.

$\omega_0$ , Гц	$\varepsilon$ , %	$f_\eta$ , %
20	0,02	1,90
	0,05	0,06
	0,08	0,00
30	0,03	3,00
	0,06	0,28
	0,09	0,00
60	0,04	1,60
	0,085	0,19
	0,13	0,58

Результаты обратного анализа алюмостеклопластикового ламината с различными схемами армирования представлены таким образом:

На рисунке 4.3. Коэффициент потерь GLARE в зависимость от деформации.

На рисунке 4.4. Коэффициентов потерь сплава Al-Li.

На рисунке 4.5. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования.

На рисунке 4.6. Ошибка по частоте с различной частотой.

На рисунке 4.7. Ошибка по коэффициенту потерь с различной частотой.



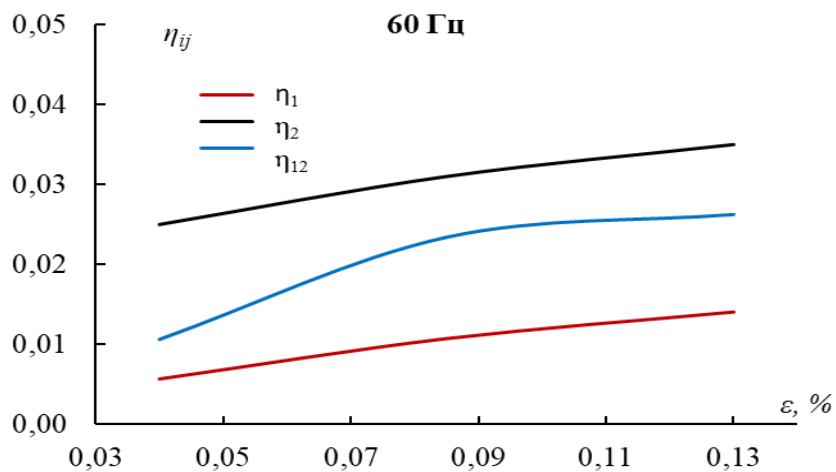
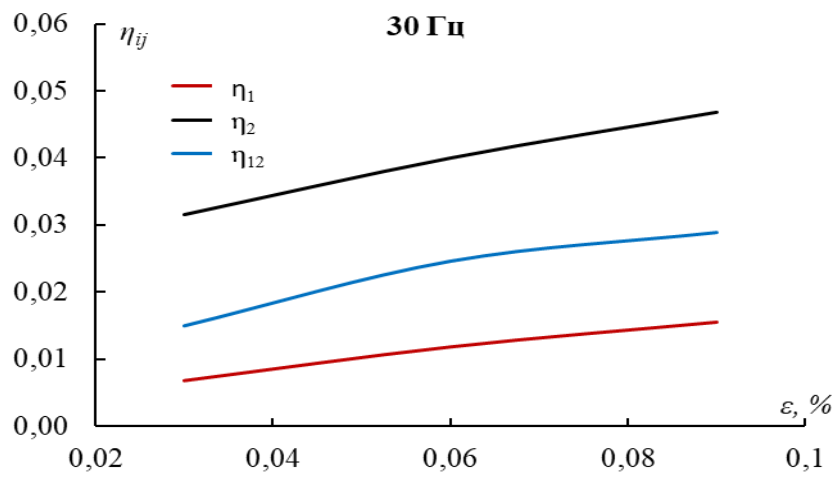
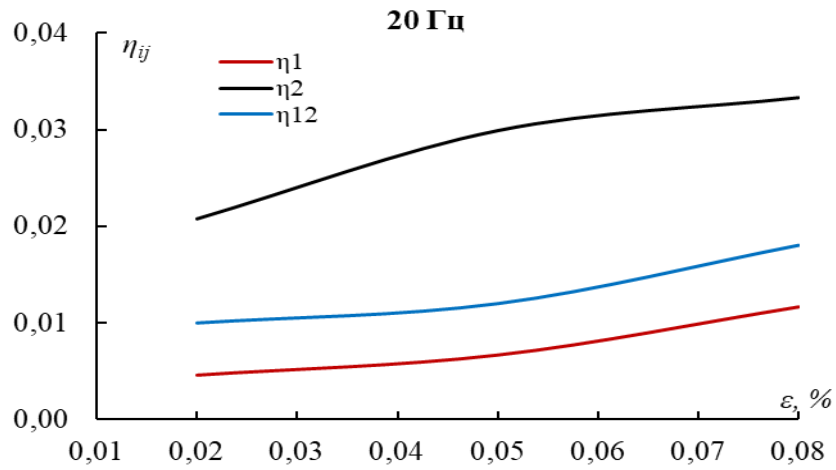


Рисунок 4.3. Коэффициенты потерь монослоев GLARE, найденные на основе обратного анализа.

а:  $\omega_0 = 20$  Гц;    б:  $\omega_0 = 30$  Гц;    в:  $\omega_0 = 60$  Гц

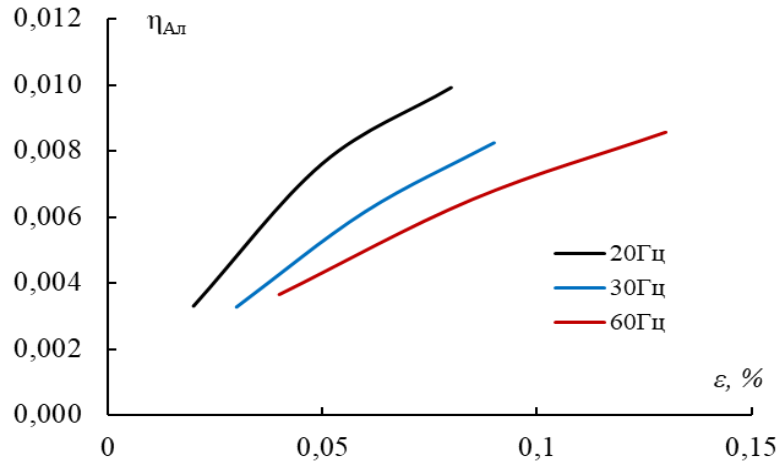


Рисунок 4.4. Коэффициенты потерь сплава Al-Li, найденные при различных частотах и амплитудах деформации на основе обратного анализа.

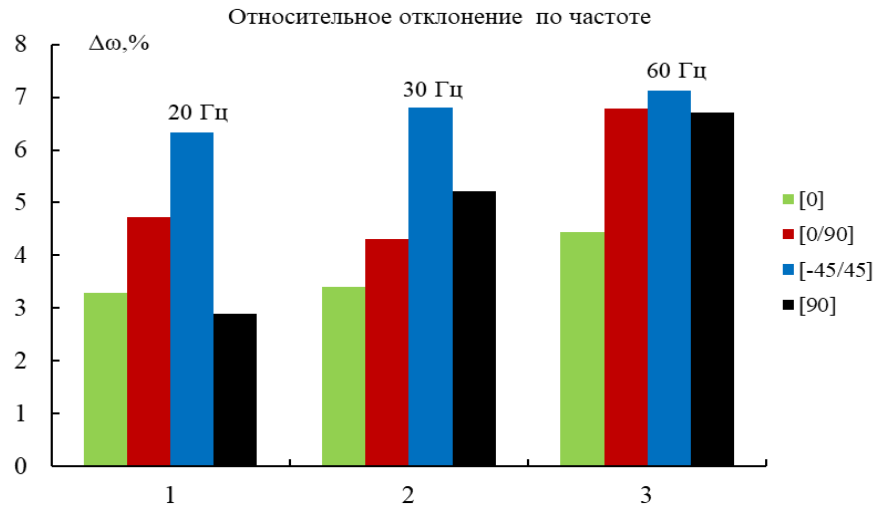


Рисунок 4.5. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования.

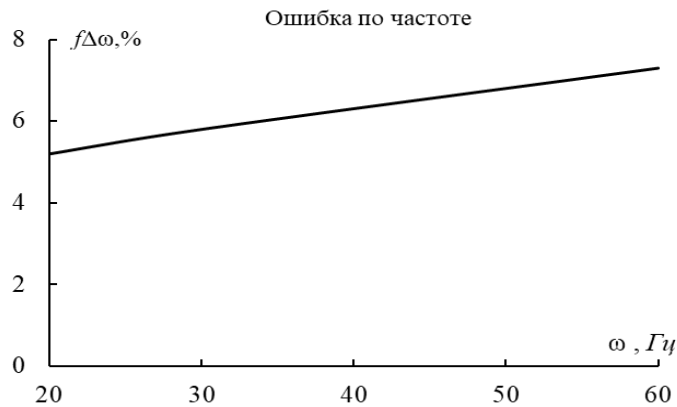


Рисунок 4.6. Зависимость ошибки по прогнозу собственной частоты с изменением частоты колебаний.

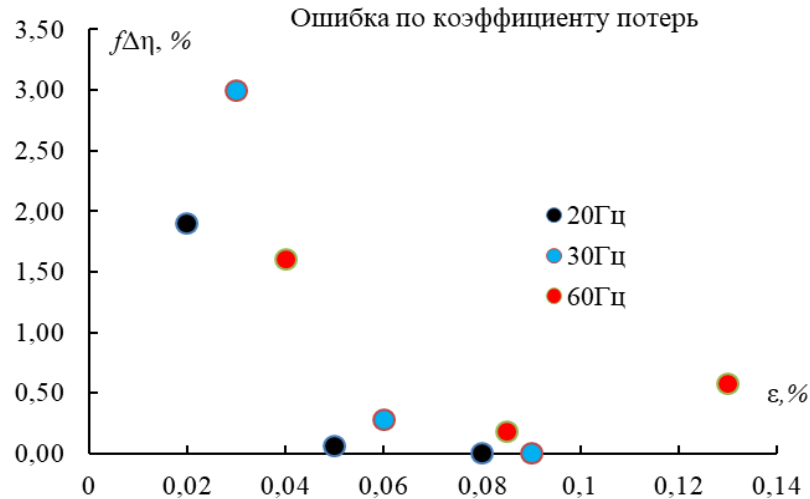


Рисунок 4.7. Зависимость ошибка по прогнозу коэффициента потерь с изменением амплитуды колебаний.

Представленный в данном подразделе вариант идентификации свойств композита является приближенным, так как используется данные статических испытаний для упругих свойств слоев. В следующем разделе делается попытка уточнить результаты идентификации на основе анализа динамических характеристик балок (динамического кажущегося модуля Юнга).

#### 4.2.2. Обратный анализ с последовательной идентификацией динамических упругих свойств и коэффициентов потерь

В данном разделе представлены результаты определения свойств GLARE на основе данных динамических испытаний (в разделе 3.2.3). Идентификация проводится последовательно - вначале определяются упругие свойства по измеренным собственным частотам, а далее - диссипативные характеристики, по найденным эффективным коэффициентам потерь. Таким образом, первоначально проводилось определение упругих свойств GLARE основе решения задачи:

$$f_{\Delta\omega}(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, E_{A1}, \nu_{A1}) \rightarrow \min$$

$$f_{\Delta\omega} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta\omega_{0,i})^2} ; \quad \Delta\omega_{0,i} = \frac{\omega_{0,i}^{(\text{экспер})} - \omega_{0,i}^{(\text{расчет})}}{\omega_{0,i}^{(\text{экспер})}} \quad (4.17)$$

Потом значения  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $G_{12}$ ,  $\nu_{12}$ ,  $E_{A1}$ ,  $\nu_{A1}$ , найденные в формуле (4.17) подставлялись в модель слоистых композитов и использовались в рамках метода

комплексных модулей для идентификации коэффициентов потерь монослоя на основе следующей оптимизационной задачи:

$$f_{\Delta\eta}(\eta_1, \eta_2, \eta_{12}, \eta_{Al}) \rightarrow \min$$

$$f_{\Delta\eta} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta\eta_{0,i})^2}; \quad \Delta\eta_{0,i} = \frac{\eta_{0,i}^{(\text{экспер})} - \eta_{0,i}^{(\text{расчет})}}{\eta_{0,i}^{(\text{экспер})}} \quad (4.18)$$

Значения  $\eta_1$ ,  $\eta_2$ ,  $\eta_{12}$ ,  $\eta_{Al}$  монослоев и коэффициенты потерь различных схем армирования были найдены с использованием предложенного подхода. Полученные результаты представлены в таблицах 4.13 - 4.15 и на рисунках 4.8 - 4.9.

Таблица 4.13 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 20$  Гц.

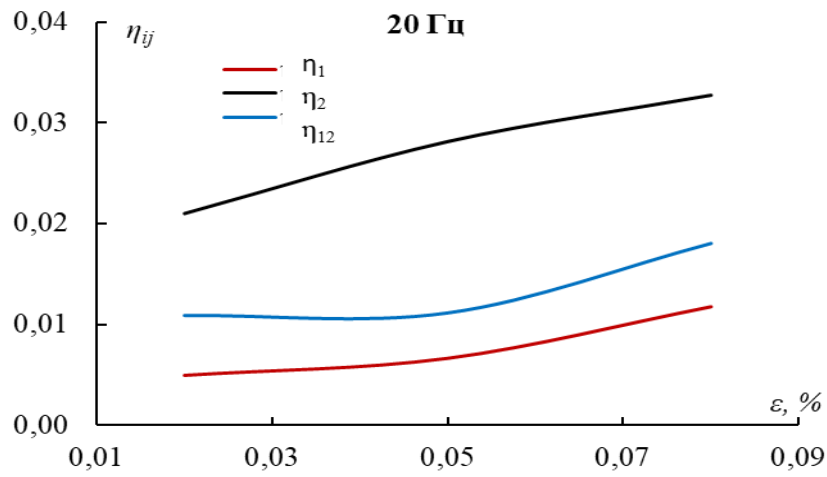
Деформация $\varepsilon$ , %	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,02	0,0035	0,0037	0,0039	0,0042	0,0050	0,0210	0,0109	0,0032
0,05	0,0075	0,0078	0,0082	0,0088	0,0067	0,0281	0,0112	0,0076
0,08	0,0101	0,0104	0,0107	0,0112	0,0118	0,0327	0,0180	0,0099

Таблица 4.14 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 30$  Гц.

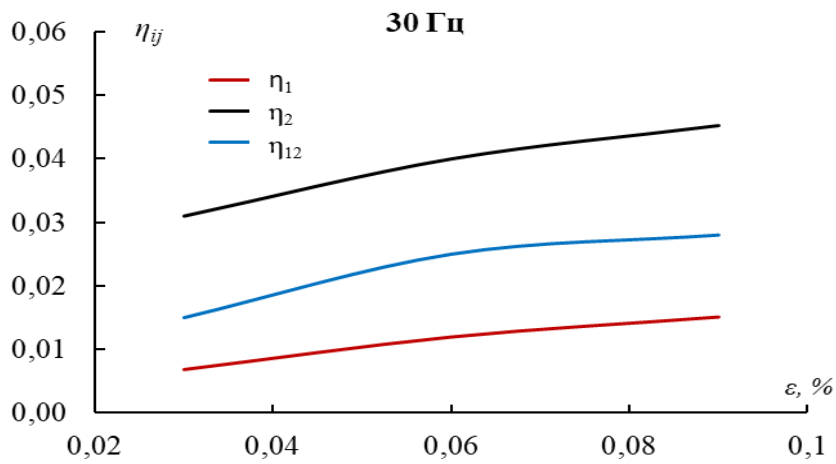
Деформация $\varepsilon$ , %	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,03	0,0037	0,0040	0,0043	0,0048	0,0068	0,0310	0,0150	0,0032
0,06	0,0069	0,0072	0,0075	0,0080	0,0120	0,0400	0,0250	0,0060
0,09	0,0092	0,0095	0,0098	0,0103	0,0151	0,0453	0,0280	0,0082

Таблица 4.15 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 60$  Гц.

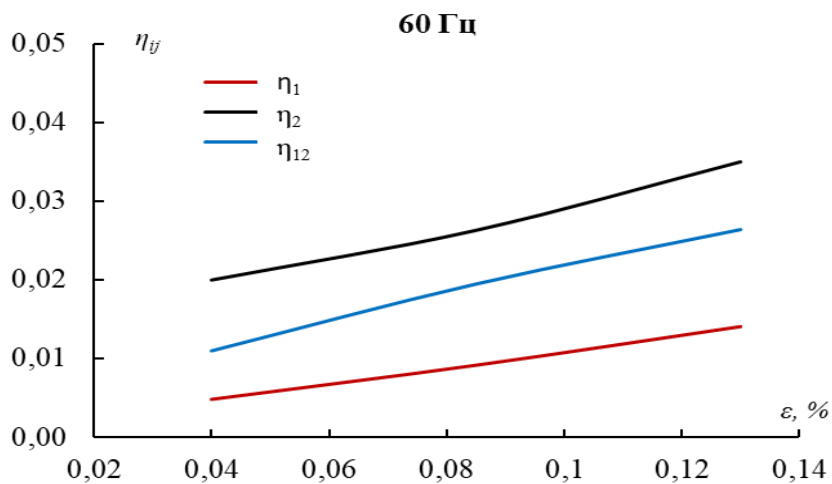
Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,04	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047	0,0049	0,0200	0,0110	0,0037
0,085	0,0071	0,0073	0,0077	0,0078	0,0092	0,0263	0,0195	0,0067
0,13	0,0093	0,0095	0,0098	0,0100	0,0141	0,0350	0,0264	0,0085



а



б



в

Рисунок. 4.8. Коэффициенты потерь монослоев GLARE, найденные для различных схем армирования, при различных частотах и амплитудах деформации на основе обратного анализа. а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц

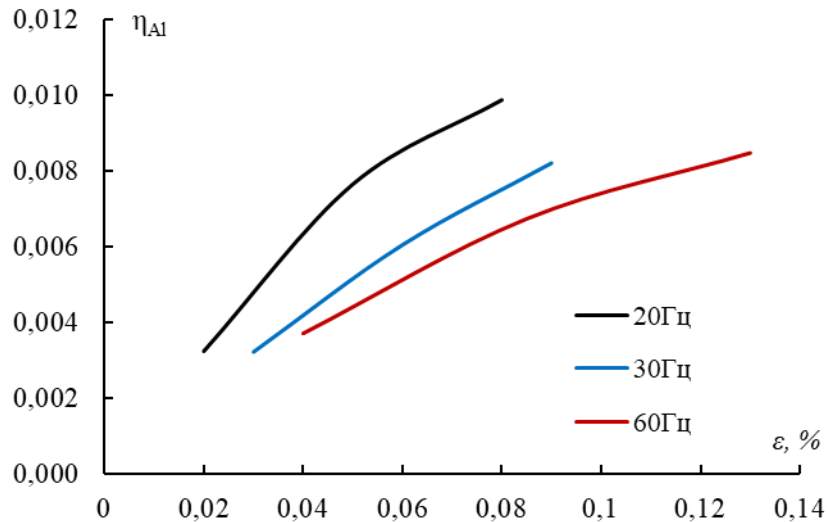


Рисунок. 4.9. Коэффициенты потерь сплава Al-Li, найденные при различных частотах и амплитудах деформации на основе обратного анализа.

По формуле (4.15), далее определялось относительное отклонение эксперимента от результатов расчета, в которых использовались идентифицированные свойства. Соответствующий, результат представлен в таблице 4.16 и на рисунке 4.10.

По формуле (4.16) далее определялась среднеквадратичная ошибка по частоте и по коэффициенту потерь в таблице 4.17 - 4.18 и на рисунках 4.11 - 4.12

Таблица 4.16 - Относительное отклонение по частоте GLARE с различными схемами армирования при различных частотах.

Частота, Гц	$\Delta\omega$ , %			
	GLARE-[0]	GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	GLARE-[±45] <sub>c</sub>	GLARE-[90]
20	0,6	0,1	1,1	1,3
30	0,7	0,2	1,9	0,4
60	0,3	2,1	2,2	1,7

Таблица 4.17 - Ошибка по частоте GLARE при различных частотах.

$\omega_0$ , Гц	$f_\omega$ , %
20	1,0
30	1,2
60	2,0

Таблица 4.18 - Ошибка по коэффициенту потерь GLARE при различных частотах.

$\omega_0$ , Гц	$\varepsilon$ , %	$f_\eta$ , %
20	0,02	1,78
	0,05	0,00
	0,08	0,00
30	0,03	3,21
	0,06	0,23
	0,09	0,00
60	0,04	3,46
	0,085	0,01
	0,13	0,62

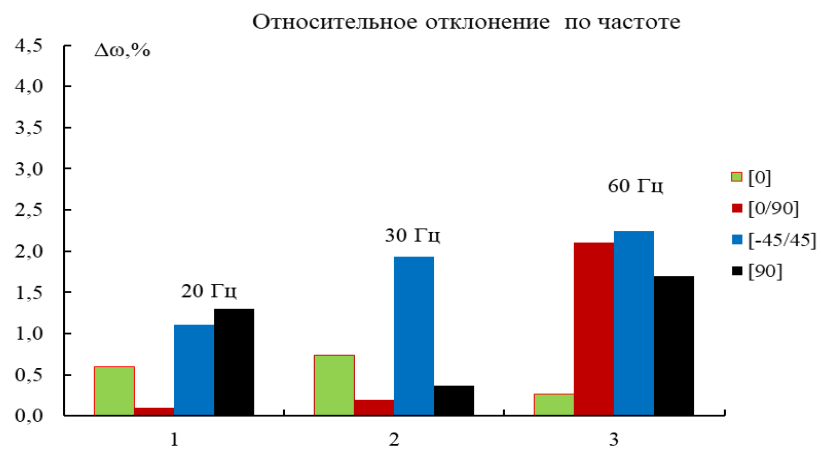


Рисунок 4.10. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования

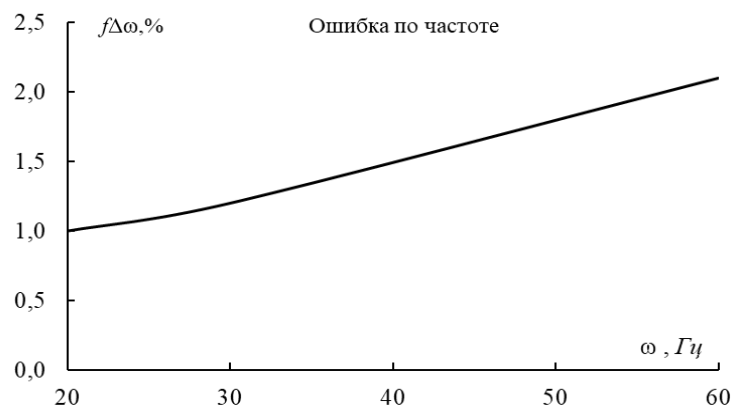


Рисунок 4.11. Зависимость ошибки по прогнозу собственной частоты с изменением частоты колебаний



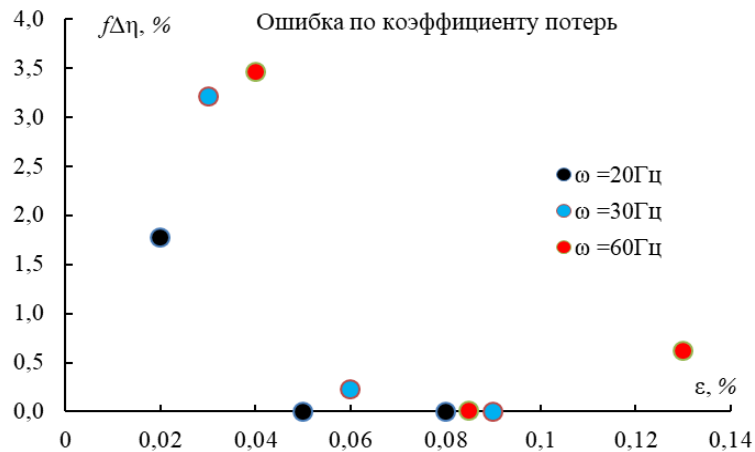


Рисунок 4.12. Зависимость ошибка по прогнозу коэффициента потерь с изменением амплитуды колебаний.

В представленных результатах видно, что по сравнению с методом, использованном в предыдущем разделе (где использовались данные статических испытаний для упругих модулей монослоев), предложенный метод, основанный на обработке данных для динамических модулей упругости, оказывается более точным и позволяет идентифицировать динамические свойства монослоев со сниженной более чем в 3 - 4 раза ошибкой.

#### 4.2.3. Обратный анализ с одновременной идентификацией упругих динамических модулей и коэффициентов потерь

В данном разделе представлены результаты решения оптимизационной задачи (4.1) - (4.7), (4.10) - (4.14) с динамическими данными, представленными в разделе 3.3.2. Идентифицированные значения коэффициентов потерь балки и монослоев представлены в таблицах 4.19 - 4.22 и на рисунках 4.13 - 4.17.

Таблица 4.19 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 20$  Гц.

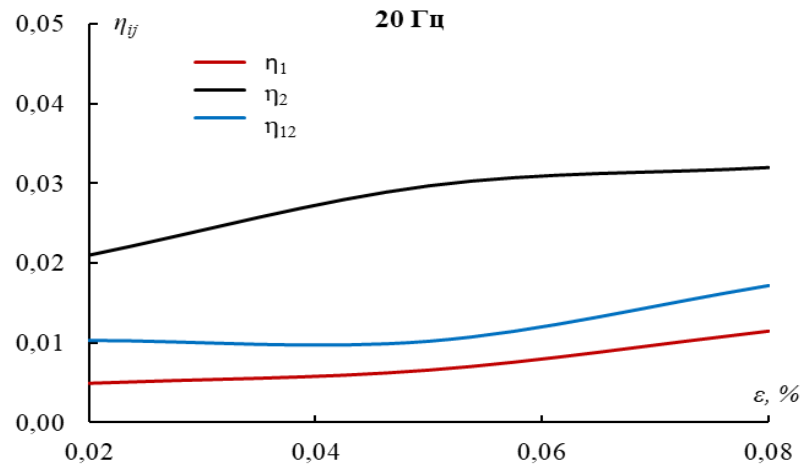
Деформация $\epsilon$ , %	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{\text{Ал}}$
0,02	0,0035	0,0037	0,0039	0,0042	0,0049	0,0210	0,0103	0,0032
0,05	0,0075	0,0078	0,0082	0,0088	0,0066	0,0297	0,0102	0,0077
0,08	0,0101	0,0104	0,0107	0,0112	0,0115	0,0320	0,0172	0,0099

Таблица 4.20 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 30$  Гц.

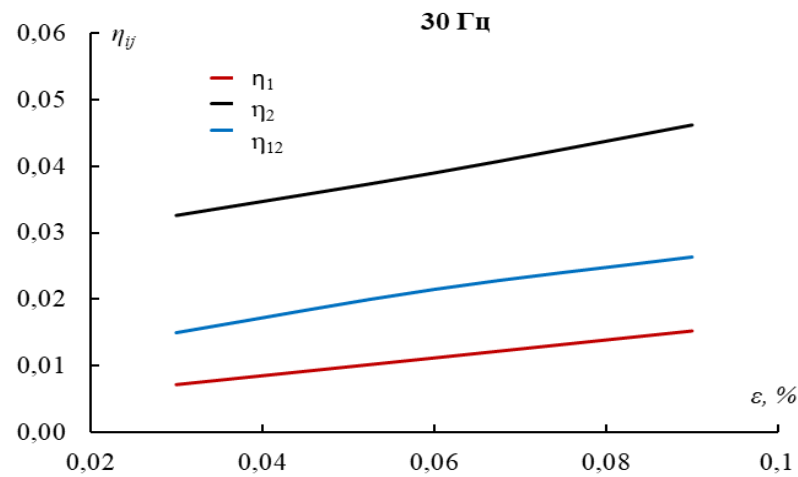
Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,03	0,0037	0,0040	0,0043	0,0048	0,0072	0,0326	0,0150	0,0032
0,06	0,0069	0,0072	0,0075	0,0080	0,0112	0,0390	0,0215	0,0062
0,09	0,0092	0,0095	0,0098	0,0103	0,0153	0,0462	0,0264	0,0082

Таблица 4.21 - Результаты обратного анализа для коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования при  $\omega_0 = 60$  Гц.

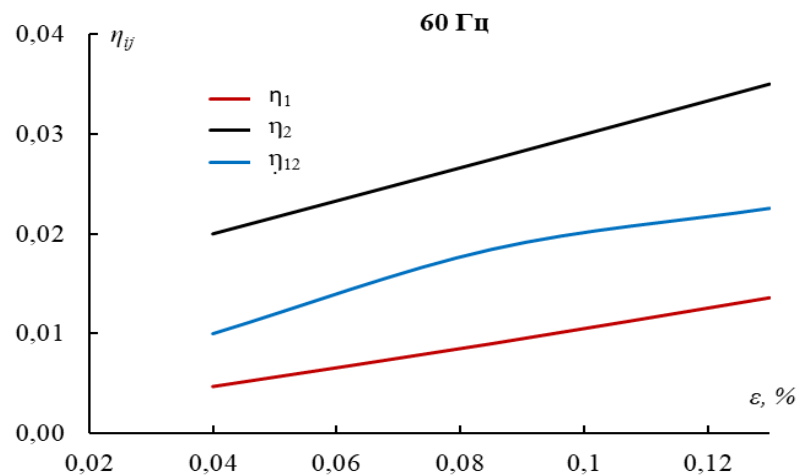
Деформация $\varepsilon, \%$	Коэффициенты потерь, $\eta$							
	GLARE- [0]	GLARE- [0/90] <sub>c</sub>	GLARE- [±45] <sub>c</sub>	GLARE- [90]	$\eta_1$	$\eta_2$	$\eta_{12}$	$\eta_{Al}$
0,04	0,0039	0,0041	0,0044	0,0047	0,0047	0,0200	0,0100	0,0038
0,085	0,0071	0,0073	0,0077	0,0078	0,0090	0,0274	0,0184	0,0068
0,13	0,0093	0,0095	0,0098	0,0100	0,0136	0,0350	0,0226	0,0086



а



б



в

Рисунок. 4.13. Коэффициенты потерь монослоев GLARE, найденные при различных схемах армирования, частотах и амплитудах деформации на основе обратного анализа. а:  $\omega_0 = 20$  Гц; б:  $\omega_0 = 30$  Гц; в:  $\omega_0 = 60$  Гц

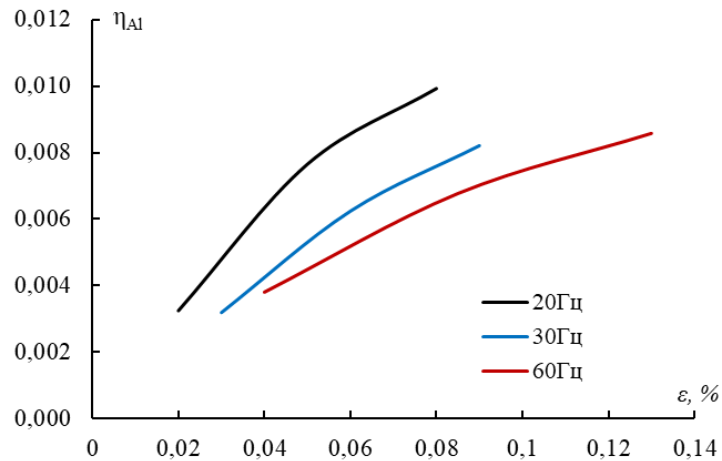


Рисунок. 4.14. Коэффициенты потерь сплава Al-Li, найденные при различных частотах и амплитудах деформации в основе обратного анализа.

По формуле (4.15), было найдено относительное отклонение эксперимента от результатов расчета с характеристиками, найденными на основе обратного анализа. Результат представлен в таблице 4.22 и на рисунке 4.15.

По формуле (4.16) далее была определена среднеквадратичная ошибка по частоте и по коэффициенту потерь композитов. Данные по ошибкам представлены в таблице 4.23 - 4.24 и на рисунках 4.16 - 4.17.

Таблица 4.22 - Относительное отклонение по частоте GLARE с различными схемами армирования при различных частотах.

Частота, Гц	$\Delta\omega$ , %			
	GLARE-[0]	GLARE-[0/90] <sub>c</sub>	GLARE-[±45] <sub>c</sub>	GLARE-[90]
20	0,7	0,3	1,5	1,2
30	1,2	0,5	1,8	0,3
60	1,3	2,2	2,2	1,6

Таблица 4.23 - Ошибка по частоте GLARE при различных частотах.

$\omega_0$ , Гц	$f_\omega$ , %
20	1,2
30	1,3
60	2,2

Таблица 4.24 - Ошибка по коэффициенту потерь GLARE при различных частотах.

$\omega_0$ , Гц	$\varepsilon$ , %	$f_\eta$ , %
20	0,02	3,16
	0,05	2,64
	0,08	2,57
30	0,03	4
	0,06	2,34
	0,09	2,19
60	0,04	4,72
	0,085	3,45
	0,13	3,57

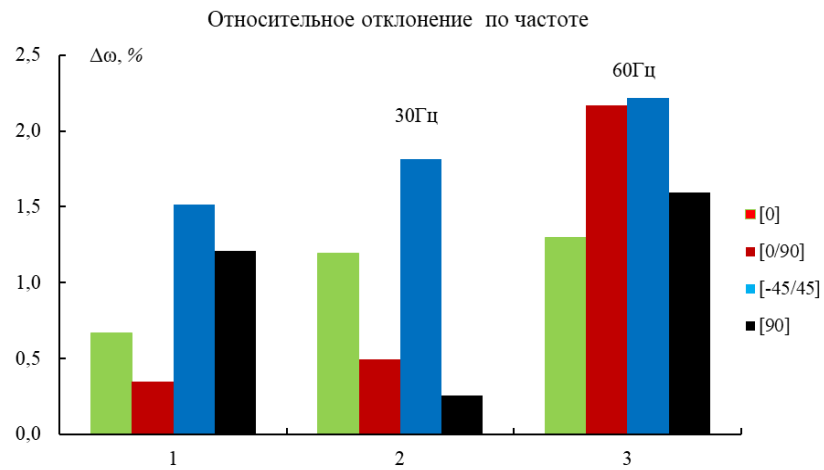


Рисунок 4.15. Относительное отклонение по частоте с различными схемами армирования.

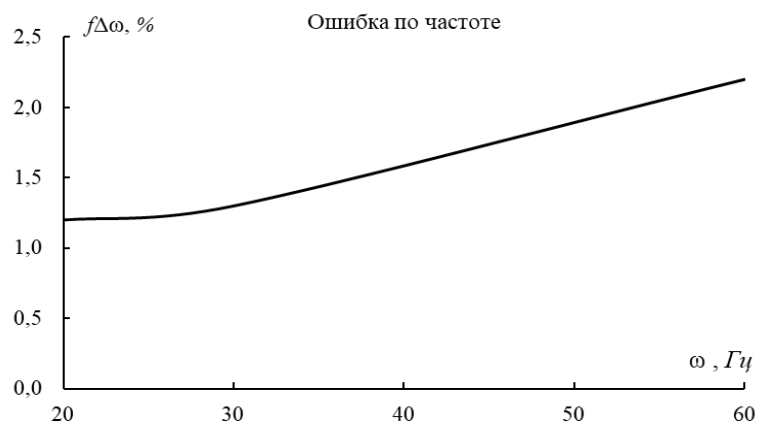


Рисунок 4.16. Зависимость ошибки по прогнозу собственной частоты с изменением частоты колебаний.

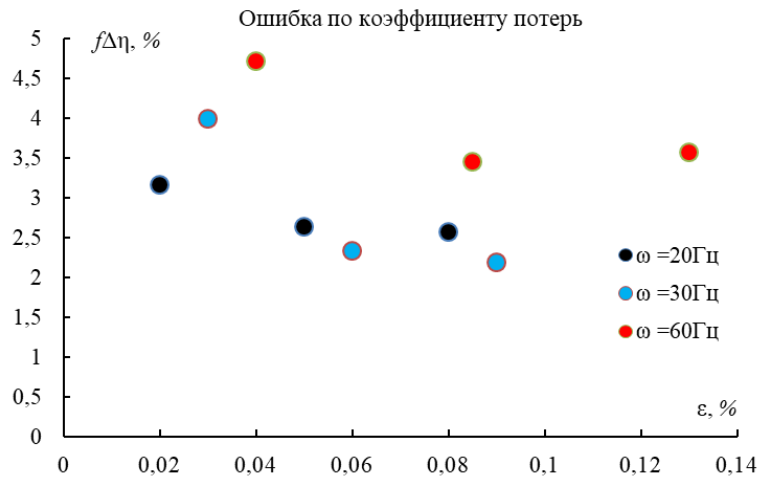


Рисунок 4.17. Зависимость ошибка по прогнозу коэффициента потерь с изменением частоты колебаний.

На основе полученных данных видно, что одновременный поиск упругих и диссипативных характеристик монослоев алюмоплексостеклопластика оказывается несколько менее точным и приводит к идентификации характеристик, которые прогнозируют эффективные динамические свойства с большей погрешностью, по сравнению с методикой, изложенной в предыдущем подразделе (с последовательной идентификацией динамических модулей и затем - коэффициентов потерь). Полученный результат, по-видимому, связан с неустойчивостью решения обратной задачи и значительным повышением сложности при ее решении в общей постановке для упругих и диссипативных характеристик.

#### 4.2.4. Исследование влияния модуля сдвига в плоскости $G_{12}$ на ошибку идентификации по данным статических испытаний

В данном подразделе представлены результаты определения упругих свойств монослоев GLARE основе данных статических испытаний, представленных в разделе 3.1.2. Идентификация проводилась в рамках модели слоистых композитов, для чего решалась следующая оптимизационная задача:

$$f(E_1, E_2, \nu_{12}, G_{12}, E_{Al}, \nu_{Al}) \rightarrow \min$$

$$f_{\Delta E} = \sqrt{\sum_{i=1}^4 (\Delta E_i)^2} ; \quad \Delta E_i = \frac{E_i^{(\text{экспер})} - E_i^{(\text{расчет})}}{E_i^{(\text{экспер})}} \quad (4.19)$$

Полученные результаты идентификации представлены в таблице 4.25 и на рисунке 4.18. Видно, что ошибка по упругим модулям нелинейно зависит от модули сдвига  $G_{12}$ . Ошибка формулы (4.19) достигает минимальное при  $G_{12} = 8$  ГПа. Таким образом, на основе сопоставления расчетных и экспериментальных данных, можно сделать вывод, что именно это значение является наиболее вероятной характеристикой для модуля сдвига в плоскости монослоев рассматриваемых композитов.

Таблица 4.25 - Зависимость ошибки модули упругости от модуля сдвига  $G_{12}$

Модуль сдвига, $G_{12}$ , ГПа	Ошибка по модули упругости, $f_{\Delta E}$ , %
3	5,33
4	3,66
5	2,19
6	0,91
7	0,3
8	0,22
9	0,56
10	1,2

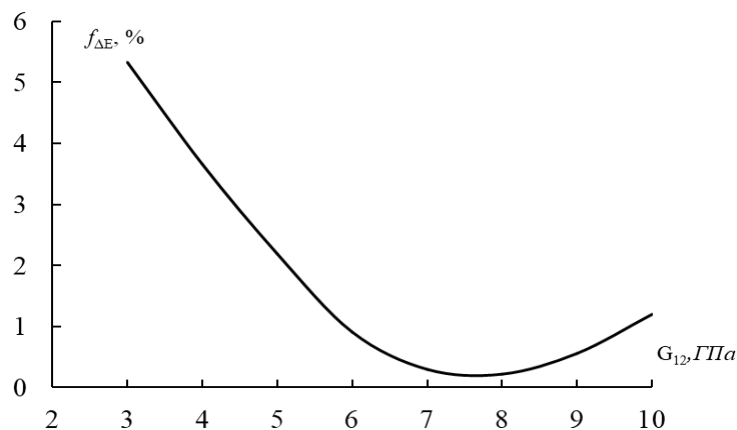


Рисунок 4.18. Влияния  $G_{12}$  на ошибку при статике по модули упругости

#### 4.2.5. Влияние межслойного сдвига на динамические свойства балки из GLARE

В предшествующих исследованиях некоторых авторов проводился анализ кажущегося предела прочности межслойного сдвига в многослойных композитах с применением метода трехточечного изгиба. Кроме того, эти исследования рассматривались влияние расстояния между опорами на значения предела прочности и моды разрушения [80, 81]. Было показано, что в статическом режиме деформирования, межслойные сдвиги в GLARE могут существенно влиять на его несущую способность.

Настоящее исследование посвящено анализу воздействия межслойного сдвига на динамические свойства алюмокомпозитов. Для верификации экспериментальных результатов, связанных с расчетом собственных частот и коэффициентов потерь с учетом межслойного сдвига, используем модель, основанную на решении задачи для консольной балки Тимошенко [51, 82].

Рассмотрим балку, как показано на рисунке 4.19, нагруженную поперечно распределенной нагрузкой ( $q$ ) и концевыми усилиями и моментом ( $V_b$ ,  $N_b$ ,  $M_b$ ). Анализ такой балки основан на специфической особенности конструкции, а именно на том, что толщина  $h$  намного меньше ее длины  $l$ . Мы также предполагаем, что балка нагружена только в плоскости  $xz$  (на рисунке 4.19), так что конструкция находится в состоянии плоского напряжения.

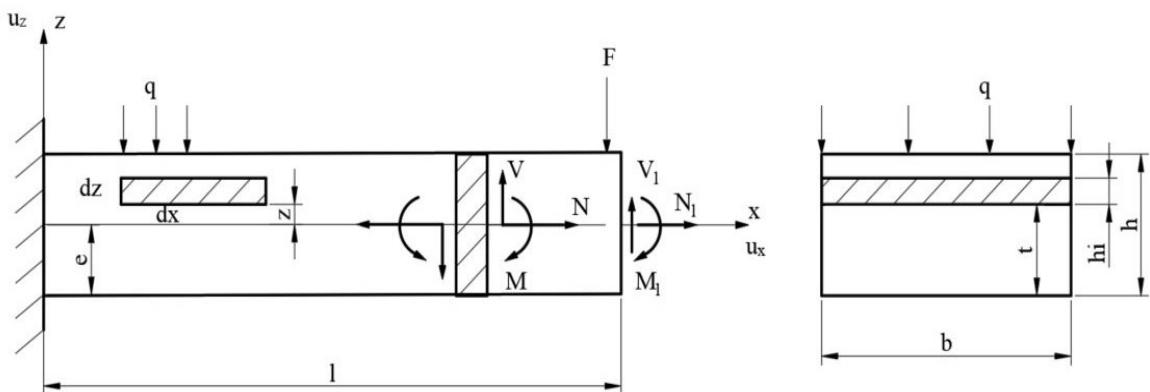


Рисунок 4.19. Балка, нагружена поверхностными и концевыми и моментом



Предполагаем:

$$u_z = w(x); \quad u_x = u(x) + z\theta(x);$$

$$\theta = \theta(x) \sin \omega t;$$

$$w = w(x) \sin \omega t;$$

Здесь,  $w$  - отклонение балки;

$u$  и  $\theta$  - осевое смещение и угол поворота поперечного сечения балки

соответственно;

$h$  - толщина балки;

$l$  - рабочая длина балки;

$b$  - ширина балки;

$h_i = t_i - t_{i-1}$  - толщина  $i$ -го слоя.

Используем уравнения движения для свободных колебаний (6.80), (6.81) приведенные в книге авторов Valery V.Vasiliev и Evgeny V.Morozov [51], мы получаем:

$$D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - S \left( \theta + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - C_\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - D_\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (4.20)$$

$$S \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - B_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4.21)$$

Где,  $D = I_2 - \frac{I_1^2}{I_0}$  - жесткость балки при изгибе;

$I_i$  - коэффициенты жесткости задаются формулой :

$$I_0 = bh \sum_{k=1}^n E_x^{(k)}; \quad I_1 = \frac{1}{2} bh \sum_{k=1}^n E_x^{(k)} (t_{k-1} + t_k); \quad I_2 = \frac{1}{3} bh \sum_{k=1}^n E_x^{(k)} (t_{k-1}^2 + t_{k-1}t_k + t_k^2)$$

$S = \frac{h^2}{\sum_1^n \frac{h_i}{bG_i}}$  - жесткость балки при поперечном сдвиге;

$G_i$  - Модуль межслойного сдвига стекла или алюминии;

$n$  - количество слоя, в этой работе  $n = 7$ ;

$C_\rho = J_0(e_\rho - e)$  - коэффициенты связи, связывающий поперечное и

вращательное движения балочного элемента;

$J_i$  - коэффициенты инерции, задаются формулой:

$$J_n = \frac{1}{k+1} \sum_1^n b_i \rho_i (t_i^{k+1} - t_{i-1}^{k+1}) \quad (k = 0, 1, 2)$$

$e$  - координата плоскости отсчета, определяет местоположение нейтральной оси балки;

$e_\rho$  - аналогична координате нейтральной оси  $e$ , определяется формулой:

$$e_\rho = \frac{J_1}{J_0}$$

$$\text{При симметричной ламинатной балки: } e_\rho = e = \frac{h}{2}, \quad C_\rho = 0 \quad (4.22)$$

$D_\rho = J_2 - 2eJ_1 + e^2J_0$  - поворотный элемент инерции;

$B_\rho = J_0$  - это инерционный элемент, соответствующий поступательному перемещению балочного элемента;

Из уравнений (4.20), (4.21), (4.22) получим дифференциальные уравнения:

$$D \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} - S \left( \theta + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - D_\rho \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \quad (4.23)$$

$$S \left( \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - B_\rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \quad (4.24)$$

Из уравнения получим связь углов поворота сечений балки с прогибами:

$$\theta(x) = \frac{B_\rho D \omega^2 w'(x) + S^2 w'(x) + D S w^{(3)}(x)}{(D_\rho \omega^2 - S) S} \quad (4.25)$$

Уравнения (4.23) (4.24) могут быть преобразованы в следующее уравнение, записанное только относительно прогибов балки в предположении, что реализуются гармонические колебания:

$$\omega^2 B_\rho \left( \frac{D_\rho \omega^2}{S} - 1 \right) w(x) + \omega^2 \left( \frac{B_\rho D}{S} + D_\rho \right) w''(x) + D w^{(4)}(x) = 0 \quad (4.26)$$

Предложим:

$$A = \omega^2 B_\rho \left( \frac{D_\rho \omega^2}{S} - 1 \right); \quad B = \omega^2 \left( \frac{B_\rho D}{S} + D_\rho \right).$$

Уравнение (4.26) преобразовано в виде:

$$Aw(x) + Bw''(x) + Dw^{(4)}(x) = 0 \quad (4.27)$$

Решение уравнения (4.27) имеет в виде:

$$w(x) = e^{\sqrt{\frac{B}{D} - \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}}x} C1 + e^{-\sqrt{\frac{B}{D} - \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}}x} C2 + e^{\sqrt{\frac{B}{D} + \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}}x} C3 + e^{-\sqrt{\frac{B}{D} + \frac{\sqrt{B^2 - 4AD}}{D}}x} C4 \quad (4.28)$$

Краевая задача о свободных колебаниях консольной балки будет иметь вид:

$$\begin{aligned} x = 0: \quad & w(0) = 0; \\ & \theta(0) = 0; \\ x = l: \quad & M(l) = D\theta'(l) = 0; \\ & V(l) = S(w'(l) + \theta(l)) = 0. \end{aligned} \quad (4.29)$$

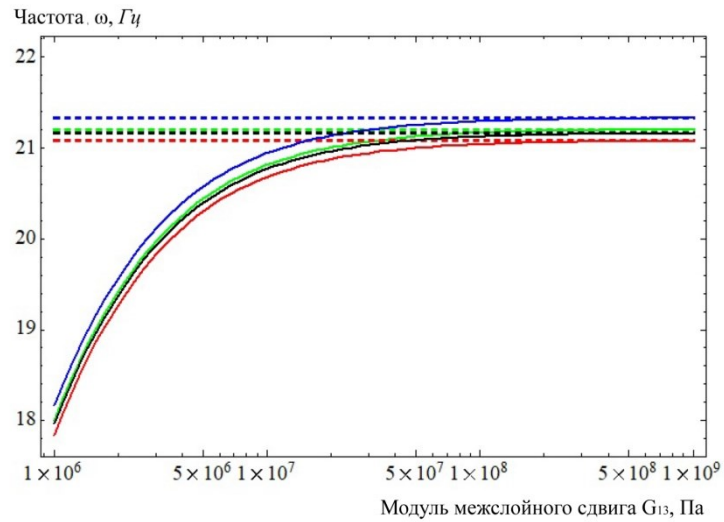
Где, на одном конце задается отклонение а на другом ненагруженном конце  $M$  - изгибающий момент и  $V$  - перерезывающее усилие.

Решение уравнения (4.26) с краевыми условиями (4.29) будет определять динамические характеристики для слоистой консольной балки из алюмокомпозитного материала. Решение трансцендентного уравнения относительно частоты  $\omega_0$ , вообще говоря комплексной, строится численно. Для нахождения коэффициентов потерь алюмокомпозитного материала, при решении уравнения (4.26) применен метод комплексных модулей. В соответствии с этим методом, значение собственных частот и коэффициентов потерь определяется следующим образом:

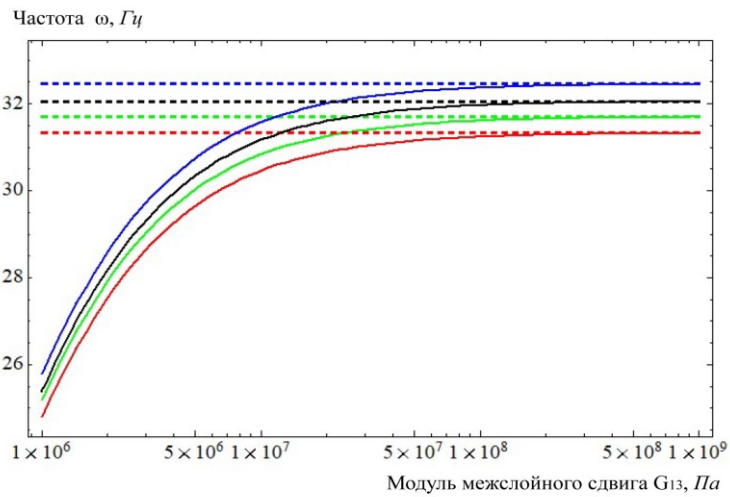
$$\omega_0 = \sqrt{\operatorname{Re}((\omega_i^*)^2)}; \quad \eta = \frac{\operatorname{Im}((\omega_i^*)^2)}{\operatorname{Re}((\omega_i^*)^2)} \quad (4.30)$$

Найденные с учетом эффектов межслойного сдвига, собственные частоты и коэффициенты потерь образцов GLARE были сопоставлены с результатами расчетов по классической модели (в разделе 4.2).

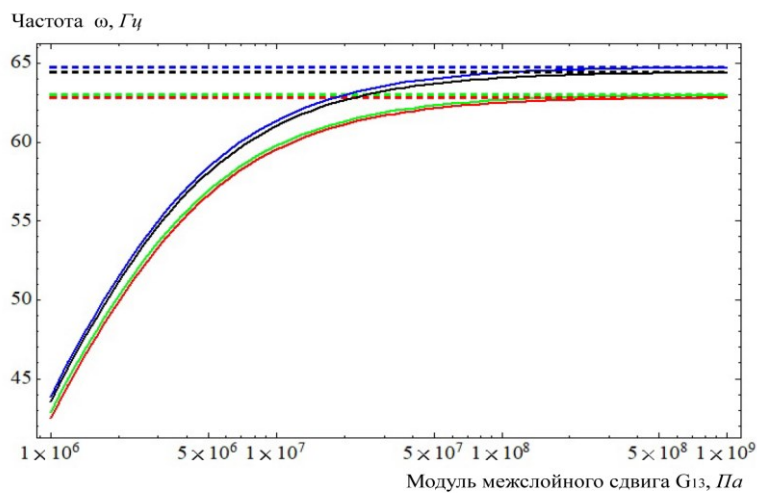
Для исследования влияния межслойного сдвига слоев на динамические свойства, проводился расчет собственных частот и коэффициентов потерь с 2 моделями (классический и не классический) в математической программе Wolfram Mathematica. Диаграммы зависимости собственных частот и коэффициентов потерь от модуля межслойного сдвига слоев представлены в рисунках 4.20 - 4.22.



а

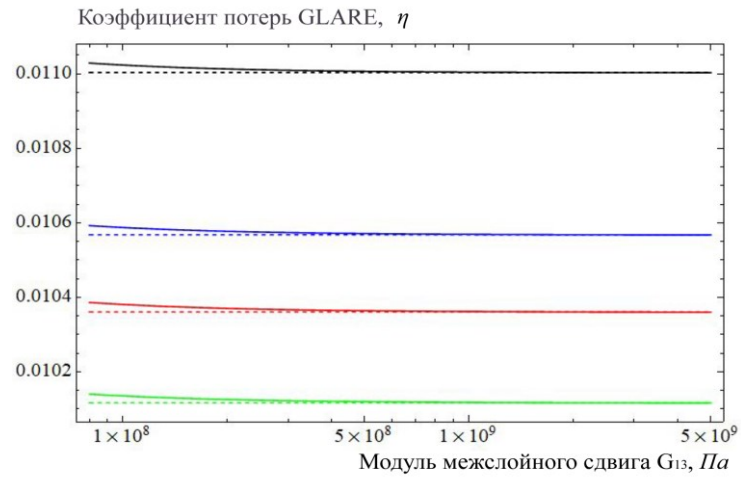


б

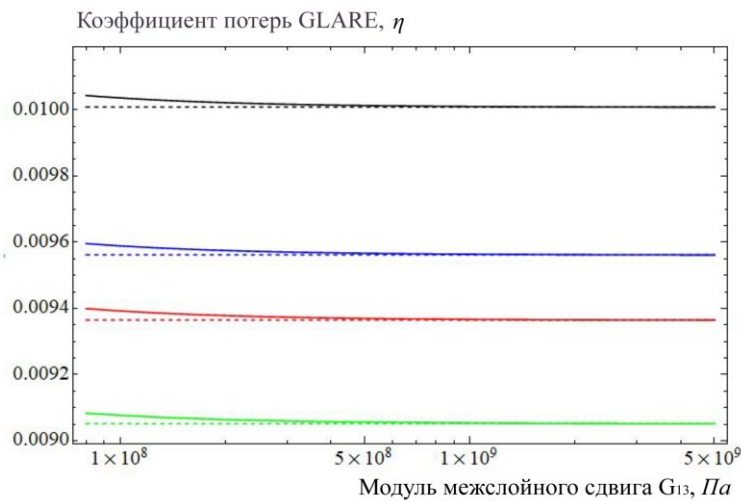


в

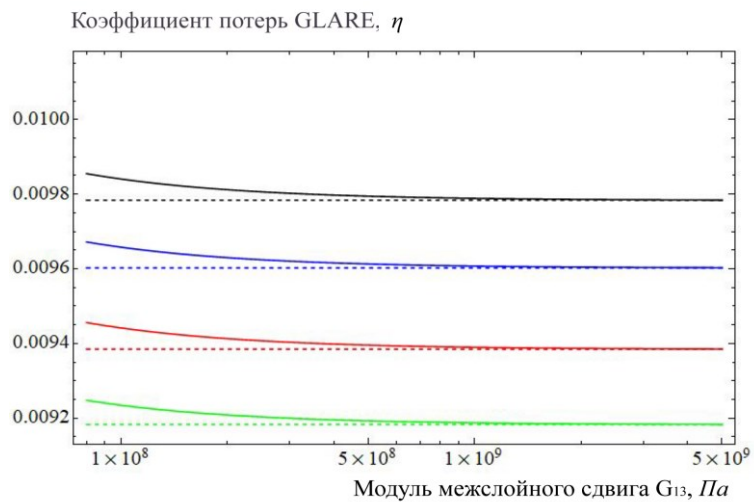
Рисунок 4.20. Диаграммы собственных частот GLARE с различными схемами армирования в зависимости от модуля межслойного сдвига монослоев GLARE при различных частотах. а.  $\omega_0 = 20$  Гц; б.  $\omega_0 = 30$  Гц; в.  $\omega_0 = 60$  Гц.



а

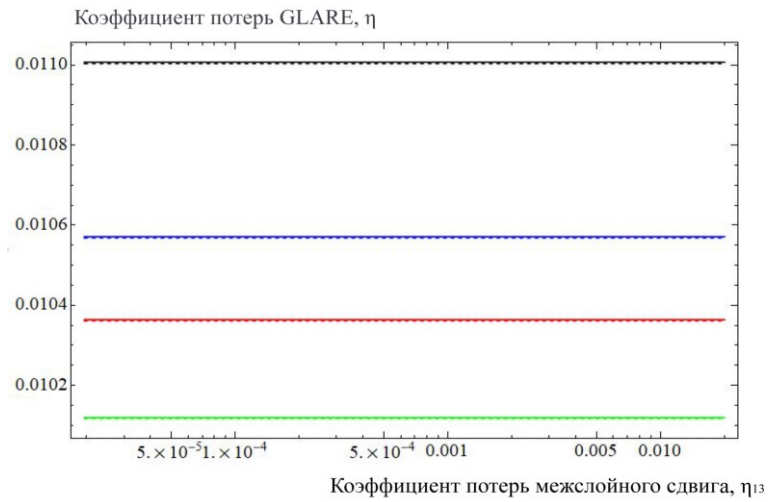


б

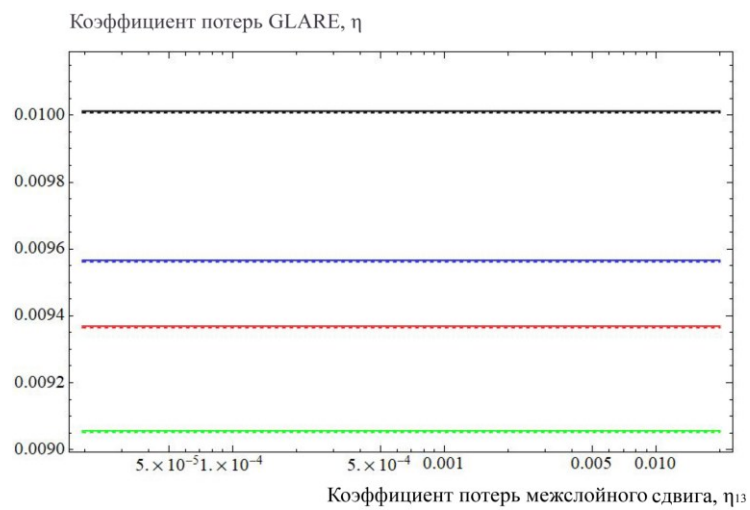


в

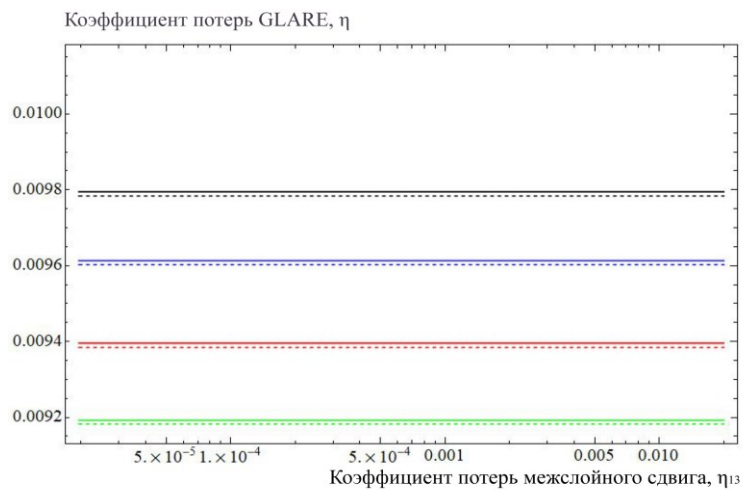
Рис. 4.21. Диаграммы коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования в зависимости от модуля межслойного сдвига монослоев GLARE при различных частотах. а.  $\omega_0 = 20$  Гц; б.  $\omega_0 = 30$  Гц; в.  $\omega_0 = 60$  Гц.



а



б



в

4.22. Диаграммы коэффициентов потерь GLARE с различными схемами армирования в зависимости от мнимой части модуля межслойного сдвига (диссипация при межслойном сдвиге) при различных частотах.

а.  $\omega_0 = 20$  Гц;    б.  $\omega_0 = 30$  Гц;    в.  $\omega_0 = 60$  Гц.

На этих представленных, динамические свойства, найденные в классической модели показаны пунктирными линиями, динамические свойства для модели с податливостью на сдвиг показаны сплошными линиями. На рисунке 4.20 собственные частоты ( $\omega$ ) GLARE с различными схемами армирования представлены линиями разных цветов, а именно:

Зеленая линия - Собственная частота GLARE-[0];

Красная линия - Собственная частота GLARE-[0/90]<sub>c</sub>;

Синяя линия - Собственная частота GLARE-[±45]<sub>c</sub>;

Черная линия - Собственная частота GLARE-[90].

На рисунках 4.21 - 4.22 коэффициенты потерь ( $\eta$ ) GLARE с различными схемами армирования представлены линиями разных цветов, а именно:

Зеленая линия - Коэффициент потерь GLARE-[0];

Красная линия - Коэффициент потерь GLARE-[0/90]<sub>c</sub>;

Синяя линия - Коэффициент потерь GLARE-[±45]<sub>c</sub>;

Черная линия - Коэффициент потерь GLARE-[90].

На рисунке 4.20 видно, что первая собственная частота балки незначительно увеличивается с увеличением модуля межслойного сдвига и достигается частоты балки с классической моделью при  $G_{13} \sim 0,2$  ГПа. Модуль межслойного сдвига ранее определялся методом трехточечного изгиба и в реальности он во много больше много раз выше значения  $0,2$  ГПа, поэтому можно заключить, что межслоевой сдвиг не влияет на первую собственную частоту балки в проведенных испытаниях.

На рисунке 4.21 показано как изменяются коэффициенты потерь GLARE с различными схемами армирования в модели с межслойным сдвигом. С увеличением модуля межслойного сдвига, коэффициенты потерь уменьшаются и приближаются к коэффициентам потерь классического модели при  $G_{13} \sim 0,5$  ГПа, что также означает, что межслойный сдвиг не должен значительно влиять на коэффициенты потерь балки при свободных колебаниях в условиях консольного закрепления.

Из графика, изображенного на рисунке 4.22 видно, что отклонение коэффициентов потерь между классическим моделью и не классическим моделью не изменяется с увеличением относительной мнимой части (коэффициент потерь) межслойного сдвига. Максимальное отклонение слишком мало получилось  $\Delta\eta = 0,12\%$  при частоте  $\omega_0 = 60$  Гц. Поэтому можно сказать, что межслойный сдвиг также не значительно влияет на эффективный коэффициент потерь консольно-закрепленных тонких балок, которыми являются испытанные образцы.

Таким образом, в данном разделе приведена аналитическая оценка значений собственных частот и коэффициентов потерь для всех размеров исследуемых образцов (соответствуют частотам  $\omega_0 = 20$  Гц,  $\omega_0 = 30$  Гц,  $\omega_0 = 60$  Гц), как без учета межслойного сдвига (классическая модель), так и на основе решения для слоистой консольно-закрепленной балки Тимошенко (не классическая модель) с применением метода комплексных модулей. Показано, что межслойный сдвиг мало влияет на собственные частоты и коэффициенты потерь балки при колебании, а следовательно, идентифицированные значения характеристик монослоев «в плоскости» являются достаточно достоверными.



## 5. Численное моделирование слоистых композитов

Программный комплекс COMSOL Multiphysics представляет собой мощный инструмент для анализа методом конечных элементов, предназначенный для решения задач и моделирования в различных физических и инженерных областях, особенно там, где взаимодействуют различные физические явления, что называется мультифизикой. Программное обеспечение облегчает создание пользовательских интерфейсов на основе физики и решение систем дифференциальных уравнений в частных производных. COMSOL Multiphysics широко используется для быстрого и точного прогнозирования нелинейного поведения материалов, а также для оценки локального и общего поведения сложных структур, что делает его ценным инструментом в научных и инженерных исследованиях.

В данном разделе проведено численное моделирование колебания консольной балки с учетом трехмерной концентрации напряжений в зоне закрепления. Дается, расчет собственной частоты, коэффициента потерь балки и оценка влияния обжатия в захвате на динамические свойства затухающих колебаний балки из стеклопластика с различной схемой армирования. В данном моделировании материал считался ортотропным.

Расчет собственной частоты и коэффициента потерь из слоистого стеклопластика проводился в COMSOL Multiphysics по этапам. Модуль *Eigenfrequency* используемая в этом расчете. Балки сделаны из слоев стеклопластика, свойства которого были даны в разделе 2.1.2 с четырьмя вариантами укладки. Все параметры слоев балки и закрепления заданы в решателе программы, и представлены на рисунке 5.1 для разных вариантов укладки. Создание геометрической модели исследуемого объекта было выполнено в разделе *Geometry*. Характеристики одного слоя были выбраны из раздела 4.1, таблиц 4.1 - 4.5. Постановка контактных условий проводилась в интерфейсе *Solid Mechanics*. На рисунке 5.2 представлена модель рассматриваемой балки (рис.5.2.а) и ее конечно-элементная модель(рис.5.2.б) в

интерфейсе *Mesh*. Модель состоит из 176570 доменных элементов, 75072 граничных элементов и 2894 краевых элементов. Моделирование проводилось по 2 варианта: с обжатием образца в зоне заделки и без обжатия. Результаты расчетов собственной частоты и коэффициента потерь были получены и сопоставлены двух вариантов расчетов для исследования влияния условий закрепления на характеристики демпфирования композита. Обжатие задавалось как условие преднапряженного состояния (pre-stress) в применяемом решателе.

Settings			
Parameters			
Label: Параметры			
Parameters			
Name	Expression	Value	Description
L1	30[mm]	0.03 m	Длина захвата
b	10.03[mm]	0.01003 m	Ширина балки и захвата
H	0.27[mm]	2.7E-4 m	Толщина слоя
L	75[mm]+L1	0.105 m	Длина балки
fi1	90[deg]	1.5708 rad	Угол укладки первого слоя
fi2	90[deg]	1.5708 rad	Угол укладки второго слоя
fi3	90[deg]	1.5708 rad	Угол укладки третьего слоя
fi4	90[deg]	1.5708 rad	Угол укладки четвертого слоя

Рисунок 5.1. Параметры слоев балки и захвата

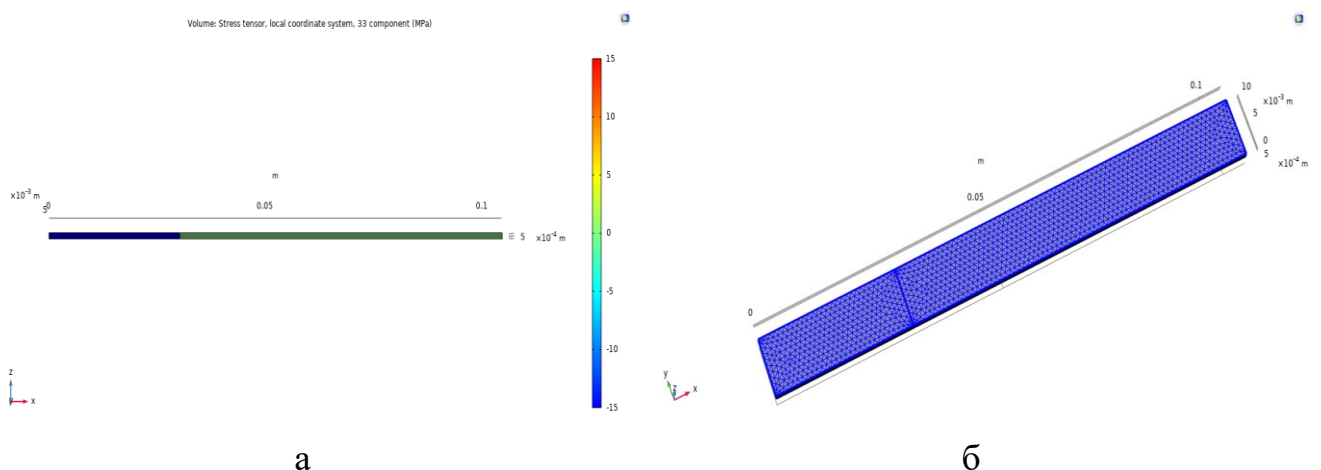


Рисунок 5.2. Трехмерная расчетная модель образца композита

а. Геометрия балки

б. Конечно-элементная модель

В интерфейсе *Result*, проводился анализ полученных результатов численного моделирования.

Влияние обжатия на напряжения в направлении толщины балки, представлено на рисунке 5.3. Видно, что при обжатии возникает достаточно сильная концентрация напряжений в зоне заделки (обжатие задавалось через кинематические условия с эквивалентным усилием прижатия ровной жесткой поверхностью с усилием 3000 Н).

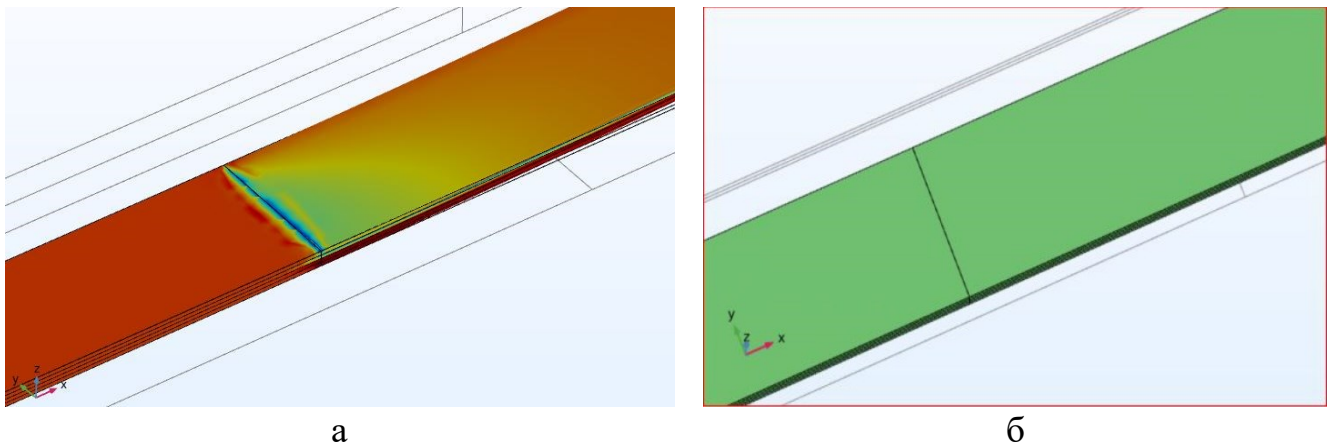
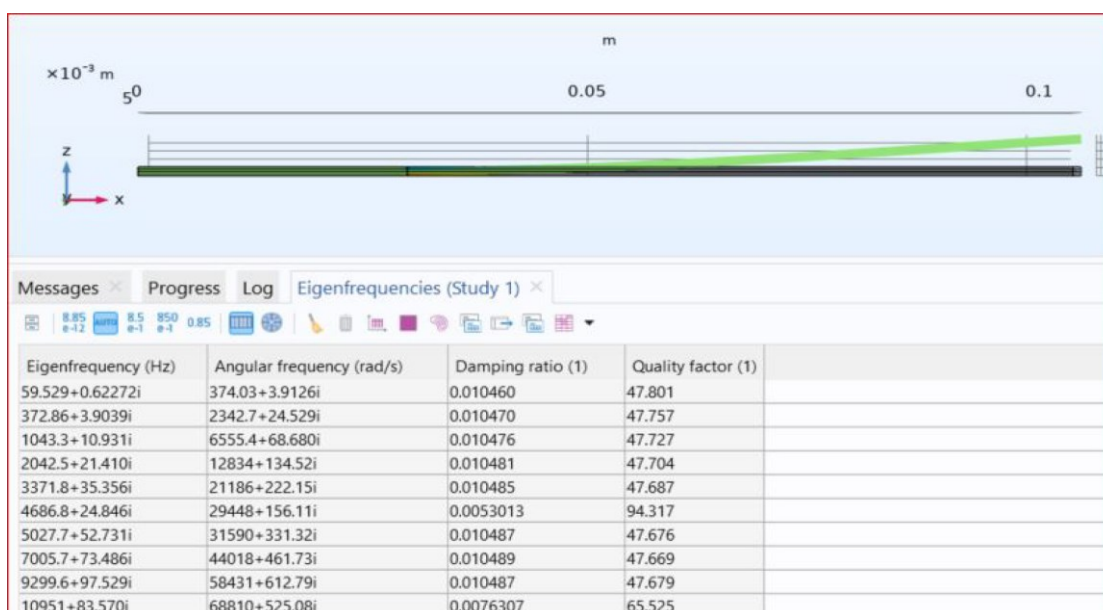


Рисунок 5.3. Нормальные напряжения в балке вдоль Oz вблизи заделки  
 а. С обжатием                      б. Без обжатия

Видно, что при сжатии появлялась концентрация напряжения в зоне закрепления балки. Такая концентрация влияет на динамические свойства балки, в частности собственная частота и коэффициент потерь несколько отклоняются от значений, получаемых без обжатия. Найденные в моделировании собственная частота ( $\omega_0$ ), коэффициент демпфирования ( $\zeta$ ) представлены на рисунке 5.4. Учитывалось, что коэффициент потерь  $\eta = 2\zeta$  (есть удвоенный коэффициент демпфирования, рассчитываемый в Comsol). Полученные результаты расчета первой собственной частоты и коэффициента потерь представлены в таблице 5.1 при моделировании.



#### 5.4. Результаты численного расчета

Таблица 5.1 - Полученные результаты первой собственной частоты и коэффициента потерь при различных методах.

Укладка	Рабочая длина балки	Численный метод				Аналитический метод		Экспериментальный метод	
		Со сжатием		Без сжатия		$\omega_0$ , Гц	$\eta$	$\omega_0$ , Гц	$\eta$
		$\omega_0$ , Гц	$\eta$	$\omega_0$ , Гц	$\eta$				
1	2, мм	3	4	5	6	7	8	9	10
C-[0] <sub>4</sub>	184	20,40	0,0167	20,37	0,0166	19,92	0,0168	20,08	0,0172
	150	30,63	0,0155	30,58	0,0155	30,05	0,0157	30,18	0,0162
	106,5	60,49	0,0147	60,34	0,0146	59,05	0,0141	59,95	0,0139
C-[0/90] <sub>2c</sub>	180	20,30	0,0169	20,27	0,0168	20,24	0,0170	20,06	0,0166
	147	30,38	0,0157	30,32	0,0157	30,35	0,0160	30,19	0,0154
	103	61,57	0,0148	61,41	0,0148	61,24	0,0143	60,36	0,0146
C-[±45] <sub>2c</sub>	142	22,65	0,0191	22,61	0,0190	20,40	0,0208	20,40	0,0208
	119	31,20	0,0183	31,14	0,0182	29,62	0,0201	29,62	0,0201
	82	64,56	0,0174	64,37	0,0173	60,16	0,0188	60,16	0,0188
C-[90] <sub>4</sub>	133	19,05	0,0231	19,02	0,0230	20,37	0,0233	20,39	0,0234
	104	31,09	0,0225	31,03	0,0224	31,56	0,0228	31,60	0,0229
	75	59,60	0,0210	59,40	0,0209	60,39	0,0196	60,40	0,0196

Из таблицы 5.1 видно, что полученные численные результаты хорошо согласовываются с аналитическими и экспериментальными результатами. Максимальное относительное отклонение частоты достигается  $\Delta\omega = 6,8\%$  в структуре C-[±45]<sub>2c</sub> и коэффициента потерь  $\Delta\eta = 9,4\%$  в структуре C-[±45]<sub>2c</sub>.

Наибольший коэффициент потерь  $\eta_{\max} = 0,0234$  реализуется для композитов со структурой C-[90]<sub>4</sub> при частоте  $\omega_0 = 20,39$  Гц , Наименьший коэффициент потерь  $\eta_{\min} = 0,0139$  реализуется для композитов со структурой C-[0]<sub>4</sub>. Структуры C-[±45]<sub>2с</sub> обладали средними демпфирующими свойствами во всех методах.

Примечательно, что влияние обжатия в захватах на исследуемые образцы незначительно (см. в столбцах 3,4,5,6 таблицы 5.1). Максимальное относительное отклонение частоты достигается  $\Delta\omega = 0,33$  % в структуре C-[90]<sub>4</sub> и для коэффициента потерь  $\Delta\eta = 0,55\%$  в структуре C-[±45]<sub>2с</sub>. Поэтому показано, что при обработке результатов динамических испытаний и решении обратных задач по предложенной методике, динамических свойств можно пренебречь влиянием сжатия обжатия образца в захватах.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной диссертационной работе разработан экспериментально - теоретический метод исследования и идентификации динамических характеристик слоистых металлополимерных композиционных материалов с учетом влияния частоты амплитуды деформаций. Основные результаты:

- изготовлены образцы из алюминиевого сплава, стеклопластика и алюмостеклопластика (GLARE) с различными схемами армирования;

- проведены статические и динамические испытания для определения механических свойств материалов;

- получены значения собственных частот и коэффициентов потерь в динамических испытаниях исследуемых образцов;

- по результатам экспериментального исследования композитов с различными схемами армирования идентифицированы упругие свойства монослоя;

- предложен новый аналитический метод для идентификации свойств монослоя алюмостеклопластика на основе последовательного решения обратной задачи, в которой в первую очередь определяются упругие характеристики монослоев и затем, с использованием найденных модулей упругости ортотропных слоев, проводится идентификация их диссипативных параметров. Показано, что иные подходы (с использованием статических свойств или с использованием одновременной идентификации модулей упругости и коэффициентов потерь) приводят к повышенным ошибкам в результатах задачи идентификации характеристик монослоя;

- проведен численный расчет в конечно-элементном комплексе COMSOL Multiphysics для моделирования динамических характеристик образцов в приближении трехмерной теории. Показано, что полученные численные результаты хорошо согласуются с аналитическим решением и экспериментальными данными. Показано, что усилие обжатия в заделке

незначительно влияет на результаты расчетов эффективных характеристик и результаты идентификации параметров монослоя композитов;

– на основе полученных результатов установлено, что коэффициент потерь композитов увеличивается с увеличением амплитуды вибрации и незначительно уменьшается с увеличением частоты. Наибольший коэффициент потерь для образцов стеклопластика со схемой армирования  $[90]_4$  и в образцах GLARE с аналогичным армирование слоев стеклопластика, что установлено впервые. Наименьший коэффициент потерь реализуется для образцов со схемой армирования стеклопластика  $[0]_4$  и в образцах GLARE с аналогичным армирование слоев стеклопластика, однако, соответствующие коэффициенты потерь не являются пренебрежимо малыми (что иногда полагается в расчетах) и должны учитываться с остальными коэффициентами.

Результаты исследований могут быть использованы для уточненной оценки динамических свойств композиционных материалов, применяемых в авиационной технике. Предложенная методика идентификации динамической свойств монослоя металлополимерных композитов может быть использована при моделировании и выборе оптимальных схем армирования материалов в целях снижения вибраций и шума, для управления резонансными частотами и обеспечения безопасности оборудования.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Каблов Е.Н., Антипов В.В., Сенаторова О.Т., Лукина Н.Ф. Новый класс слоистых алюмокомпозитов на основе алюминий-литиевого сплава 1441 с пониженной плотностью. Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия: Машиностроение. 2011. Стр 174-183.
2. Серебренникова Н.Ю., Антипов В.В., Сенаторова О.Г., Ерасов В.С., Каширин В.В. Гибридные слоистые материалы на базе алюминий-литиевых сплавов применительно к панелям крыла самолета. Авиационные материалы и технологии. 2016. № 3(42). Стр 3-8. DOI: 10.18577/2071-9140-2016-0-3-3-8
3. Каблов Е.Н. Инновационные разработки ФГУП «ВИАМ» ГНЦ РФ по реализации «Стратегических направлений развития материалов и технологий их переработки на период до 2030 года». Авиационные материалы и технологии. 2015. № 1 (34). Стр 333. DOI: 10.18577/2071-9140-2015-0-1-3-33
4. Шестов В.В., Антипов В.В., Серебренникова Н.Ю., Нефедова Ю.Н. Высокопрочный слоистый материал на основе листов из алюминий-литиевого сплава. Технология легких сплавов. 2016. № 1. Стр 119–123.
5. Антипов В.В., Серебренникова Н.Ю., Сенаторова О.Г., Морозова Л.В., Лукина Н.Ф., Нефедова Ю.Н. Гибридные слоистые материалы с небольшой скоростью развития усталостной трещины. Вестник машиностроения. 2016. № 12. Стр 45-49.
6. В.В. Антипов и др. Перспективы применения в авиационных конструкциях слоистых металлополимерных материалов на основе алюминиевых сплавов. Авиационные материалы и технологии. 2020. № 1. Стр 45–53.
7. Wu Guocai, Yang J M. The mechanical behaviour of GLARE laminates of aircraft structures. JOM. 2005. Volume 57. Issue 1. Pp 72-79.
8. Подживотов Н.Ю., Каблов Е.Н., Антипов В.В., Ерасов В.С., Серебренникова Н.Ю., Абдуллин М.Р., Лимонин М.В. Слоистые металлополимерные материалы в элементах конструкции воздушных судов.



Перспективные материалы. 2016. № 10. Стр 5-19.

9. Sinmazçelik T., Avcu E., Bora M. Ö., Çoban O. A review: Fibre metal laminates, background, bonding types and applied test methods. *Materials and Design*. 2011. 32 (7). Pp 3671–3685. doi:10.1016/j.matdes.2011.03.011

10. M.E. Kazemia, Logesh Shanmugama, Lei Yangb, Jinglei Yang. A review on the hybrid titanium composite laminates (HTCLs) with focuses on surface treatments, fabrications, and mechanical properties. *Composites Part A* 128. 2020. doi.org/10.1016/j.compositesa.2019.105679.

11. D. De Cicco, Z. Asaee, F. Taheri. Low-velocity impact damage response of fiberglass/magnesium fiber-metal laminates under different size and shape impactors. *Mech. Adv. Mater. Struct.* 2017. 24. Pp 545–555 .

12. T. Pärnänen, R. Alderliesten, C. Rans, T. Brander, O. Saarela. Applicability of AZ31B-H24 magnesium in fibre metal laminates-an experimental impact research. *Composites A*. 2012. 43. Pp 1578–1586.

13. Z. Asaee, S. Shadlou, F. Taheri. Low-velocity impact response of fiberglass/magnesium FMLs with a new 3D fiberglass fabric. *Compos. Struct.* 2015. 122. Pp 155–165.

14. J.I. Múgica, L. Aretxabaleta, I. Ulacia, J. Aurrekoetxea. Impact characterization of thermoformable fibre metal laminates of 2024-T3 aluminium and AZ31B-H24 magnesium based on self-reinforced polypropylene. *Composites A*. 2014. 61. Pp 67–75.

15. P. He, K. Chen, J. Yang. Surface modifications of ti alloy with tunable hierarchical structures and chemistry for improved metal-polymer interface used in deepwater composite riser. *Appl. Surf. Sci.* 2015. 328. Pp 614–622.

16. B. Golaz, V. Michaud, S. Lavanchy, J.A. Manson. Design and durability of titanium adhesive joints for marine applications. *Int. J. Adhes. Adhes.* 2013. 45. Pp 150–157.

17. Botelho E.C, Rezende M.C. O uso de Compósitos Estruturais na Indústria Aeroespacial. *Polímeros: Ciência e Tecnologia*. 2000. 10(2). <http://dx.doi.org/10.1590/S0104-14282000000200003>
18. Zhang P.Q, Ruan J.H, Li W.Z. Influence of Some Factors on the Damping Property of Fiber-Reinforced Epoxy Composites at Low Temperature. *Cryogenics*. 2001. 4. Pp 245-253.
19. Botelho E.C, Rezende M.C, Nogueira C.L. Monitoring of Nylon 6.6/Carbon Fiber Composites Processing by X-ray Diffraction and Thermal Analysis. *Journal of Applied Polymer Science*. 2002. 86. Pp 3114-3121.
20. Botelho E.C, Scherbakoff N, Rezende M.C, Kawamoto A.M, Sciamareli J. Synthesis of Polyamide 6/6 by Interfacial Polycondensation with the Simultaneous Impregnation of Carbon Fiber. *Macromolecules*. 2001. 34(10). Pp 3367-3374.
21. Bhatnagar T, Ramakrishnan N, Kaik N.K, Komanduri R. On the Machining of Fiber Reinforced Plastic (FRP) Composite Laminates. *International Journal Mach. Tools Manufacture*. 1995. 35(5). Pp 701-708.
22. Potter K. *Introduction to Composite Products*. First edition. Chapman & Hall, London, UK. 1997.
23. Gutowski T.G. *Advanced Composites Manufacturing*. First edition. John Wiley & Sons. New York, USA. 1997.
24. Matthews F.L, Rawlings R.D. *Composite Materials: Engineering and Science*. Second edition. Woodhead Publishing Limited. Cambridge, England. 1999.
25. St John N.A, Brown J.R. Flexural and Interlaminar Shear Properties of Glass-Reinforced Phenolic Composites. *Composites Part A*. 1998. 29.Pp 939-346.
26. Callus P.J, Mouritz A.P, Bannister M.K, Leong K.H. Tensile Properties and Failure Mechanisms of 3D woven GRP composites. *Composites Part A*. 1277. 30. Pp 1277-1286
27. Degallaix G, Hassaïni D, Vittecoq E. Cyclic Shearing Behaviour of a Unidirectional Glass/Epoxy Composite. *International Journal of Fatigue*. 2002. 24. Pp 319-326.

28. Vlot A, Gunnink J.W. Fibre Metal Laminates. Kluwer Academic Publishers. Dordrecht, The Netherlands. 2001.
29. Lin C.T, Kao P.W. Effect of fiber bridging on the fatigue crack propagation in carbon fiber-reinforced aluminum laminates. *Materials Science & Engineering A*. 1995. 190. Pp 65-72.
30. Takamatsu T, Matsumura T, Ogura N, Shimokawa T, Kakuta Y. Fatigue Crack Growth Properties of a GLARE-3-5/4 fiber/metal laminate. *Engineering Fracture Mechanics*. 1999. 63. Pp 253-260.
31. Vogelesang L.B, Vlot A. Development of Fibre Metal Laminates for Advanced Aerospace Structures. *Journal of Materials Processing Technology*. 2000.103. Pp1-8.
32. Castrodeza E.M, Touça J.MR, Ipiña, JEP, Bastian F.L. Determination of CTODc in Fibre Metal Laminates by ASTM and Schwalbe Methods. *Materials Research*. 2002. 5(2). Pp119-125.
33. M.S. WILK, R.E. ŚLIWA. The influence of features of aluminium alloys 2024, 6061, 7075 on the properties of Glare-type composites. *Archives of metallurgy and materials*. 2015. Volume 60. Issue 4. Pp 3101-3108. DOI: 10.1515/amm-2015-0496.
34. В. В. Антипов, Н. Ю. Серебренникова, Ю. Н. Нефедова, О. Ю. Козлова, М. Д. Пантелеев, Н. Н. Осипов, А. В. Клычев. Технологические особенности изготовления деталей из алюминий-литиевого сплава 1441. *Труды ВИАМ*. [dx.doi.org/ 10.18577/2307-6046-2018-0-10-17-26](https://doi.org/10.18577/2307-6046-2018-0-10-17-26)
35. К.Е. Куцевич, Л.А. Дементьева, Н.Ф. Лукина. Свойства и назначение полимерных композиционных материалов на основе клеевых препрегов. [dx.doi.org/ 10.18577/2307-6046-2016-0-8-7-7](https://doi.org/10.18577/2307-6046-2016-0-8-7-7)
36. Композиционные материалы: Справочник/ В.В. Васильев, В.Д. Протасов, В.В. Болотин др.; Подобр. Ред. В.В. Васильева, Ю.М. Таронопольского. - М.: Машиностроение, 1990.
37. *Mechanics of Composite Materials*. Robert M. Jones. CRC Press. 1998.

38. Tang, Xiaoning, and Xiong Yan. A review on the damping properties of fiber reinforced polymer composites. *Journal of Industrial Textiles*. 2020. 49(6). Pp 693-721.
39. Mikhasev. G. I, Altenbach. H. Vibrations of laminated structures composed of smart materials. *Thin-walled Laminated Structures: Buckling, Vibrations and Their Suppression*. 2019. Pp199-272.
40. Barkanov. E, Chate. A, Ručevskis. S, & Skukis. E. Characterisation of composite material properties by an inverse technique. In *Key Engineering Materials*. 2007. 345. Pp 1319-1322.
41. Kovalovs. A, Rucevskis. S, Dzelzitis. K, & Chate. A. Sensitivity of non-destructive technique for determination of material properties in reinforced laminated composite plate based on vibration response. In *International scientific conference Engineering for Rural Development*. 2022. Pp 598-603. DOI: <http://dx.doi.org/10.22616/ERDev.2022.21.TF193>
42. M. Ganapathi, B. P. Patel, M. Touratier. Influence of amplitude of vibrations on loss factors of laminated composite beams and plates. *Journal of Sound and Vibration*. 1999. 219(4). Pp 730-738.
43. Hui Li, Yi Niu, Chao Mu, and Bangchun Wen. Identification of Loss Factor of Fiber-Reinforced Composite Based on Complex Modulus Method. *Shock and Vibration*. 2017. <https://doi.org/10.1155/2017/6395739>
44. M. Amabili, F. Alijani and J. Delanno. Damping for large-amplitude vibrations of plates and curved panels. Part 2: Identification and comparisons. *International Journal of Non-Linear Mechanics*. 2016. 85. Pp 226–240.
45. Wesolowski. M, Barkanov. E. Improving material damping characterization of a laminated plate. *Journal of Sound and Vibration*. 2019. 462.
46. Korjakin. A, Rikards. R, Altenbach. H, & Chate. A. Free damped vibrations of sandwich shells of revolution. *Journal of Sandwich Structures & Materials*. 2001. 3(3). Pp 171-196. <http://dx.doi.org/10.1106/LB2E-22L4-7JA6-CAED>
47. Andrew S. Bicos, George S. Springer. Analysis of free damped vibration of laminated composite plates and shells. *International Journal of Solids and Structures*. 1989. 25(2). Pp129-149. [https://doi.org/10.1016/0020-7683\(89\)90003-6](https://doi.org/10.1016/0020-7683(89)90003-6)

48. Zuzana Murc'inkova', Imrich Vojtko, Michal Halapi and Ma'ria S'ebestova,. Damping properties of fibre composite and conventional materials measured by free damped vibration response. *Advances in Mechanical Engineering*. 2019. 11(5). Pp 1–11. <https://doi.org/10.1177/1687814019847009>
49. Mohammad Zannon. Free Vibration of Thin Film Cantilever Beam. *International Journal of Engineering and Technical Research (IJETR)*. 2014. 2(11).
50. E.C. Botelho, A.N. Campos, E. de Barros, L.C. Pardini, M.C. Rezende. Damping behavior of continuous fiber/metal composite materials by the free vibration method. *Composites: Part B*. 2005. 37. Pp 255–263. <https://doi.org/10.1016/j.compositesb.2005.04.003>
51. Vasiliev .V.V, Morozov .E.V. *Advanced mechanics of composite materials and structures*. Elsevier. 2018.
52. Chawla, K., & Ray-Chaudhuri, S. Amplitude dependent damping behaviour of fundamental mode for CFRP composite tubes: Effect of cross-section. *Journal of Sound and Vibration*.2020. 476.
53. Shafi Ullah Khan, Chi Yin Li, Naveed A. Siddiqui, Jang-Kyo Kim. Vibration damping characteristics of carbon fiber-reinforced composites containing multi-walled carbon nanotubes. *Composites Science and Technology*. 2011. 71(12). Pp 1486-1494. <https://doi.org/10.1016/j.compscitech.2011.03.022>
54. Fu-Sen Liao, An-Chung Su and Tzu-Chien J. Hsu. Vibration Damping of Interleaved Carbon Fiber-Epoxy Composite Beams. *Journal of Composite Materials*.1994. 28(18). <https://doi.org/10.1177/002199839402801806>
55. James Sargianis, Jonghwan Suhr. Core material effect on wave number and vibrational damping characteristics in carbon fiber sandwich composites. *Composites Science and Technology*. 2012. 72. Pp 1493–1499. <http://dx.doi.org/10.1016/j.compscitech.2012.06.024>
56. Matthias Klaerner, Mario Wuehrl and Lothar Kroll. Amplitude-Dependent Damping: Experimental Determination and Functional Interpretation for Metal–Plastic Composites. *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2019.19(5). <https://doi.org/10.1142/S0219455419410013>

57. Matthias Klaerner, Mario Wuehr11, Lothar Kroll and Steffen Marburg. Metal–plastic composites with amplitude-dependent constraint layer damping. *Journal of Mechanical Engineering Science*. 2019. 233(18). <https://doi.org/10.1177/0954406219840681>
58. Roger M. Crane and John W. Gillespie. Jr. Characterization of the Vibration Damping Loss Factor of Glass and Graphite Fiber Composites. *Composites Science and Technology*. 1990. 40. Pp 355-375. [https://doi.org/10.1016/0266-3538\(91\)90030-S](https://doi.org/10.1016/0266-3538(91)90030-S)
59. A.V. Borgaonkar , M.B. Mandale, V.G. Salunkhe, S.B. Potdar. Experimental investigations of different fiber orientations on damping loss factor of fiberglass composite specimens. *Materials Today: Proceedings*. 2019. 14. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2019.11.208>
60. Jean-Marie Berthelot, Youssefrani. Damping Analysis of Unidirectional Glass Fiber Composites with Interleaved Viscoelastic Layers: Experimental Investigation and Discussion. *Journal of Composite Materials*. 2006. 40(21). <https://doi.org/10.1177/0021998306061303>
61. S.Prabhakarana, V. Krishnarajb, M. Senthil kumarc, R. Zitouned. Sound and Vibration Damping Properties of Flax Fiber Reinforced Composites. *Procedia Engineering*. 2014. 97. Pp 573 – 581. <https://doi.org/10.1177/0021998306061303>
62. J. Alexander and B.S.M. Augustine. Free Vibration and Damping Characteristics of GFRP and BFRP Laminated Composites at Various Boundary Conditions. *Indian Journal of Science and Technology*. 8(12). <https://dx.doi.org/10.17485/ijst/2015/v8i12/54208>
63. Kuncoro Diharjo, Didik Djoko Susilo, P.H. Sudargo, Sunarto Kaleg. Vibration-Damping Factor of Glass/Kenaf/Polyester Hybrid Composite. *Key Engineering Materials*. 2018. 772. Pp 38-42. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.772.38>
64. Lukina N.F., Dement`eva L.A., Serezhenkov A.A., Kotova E.V., Senatorova O.G., Sidel`nikov V.V., Kutsevich K.E. Adhesive prepregs and composite materials on their basis. *Russian journal of general chemistry*. 2011. 81(5). Pp 1022-1024.
65. Fu, Z. F., & He, J. *Modal analysis*. Elsevier. 2001.

66. Gere, J. M., Timoshenko, S. P. *Mechanics of Materials*. 4th ed. Boston: PWS Publishing Company. 1997.
67. Jones, R. M. *Mechanics of composite materials*. CRC press. 2018.
68. Chandra, R., Singh, S. P., & Gupta, K. Micromechanical damping models for fiber-reinforced composites: A comparative study. *Composites - Part A: Applied Science and Manufacturing*. 2002. 33(6). Pp 787-796. [https://doi.org/10.1016/S1359-835X\(02\)00019-2](https://doi.org/10.1016/S1359-835X(02)00019-2)
69. Benveniste, Y. A new approach to the application of Mori-Tanaka's theory in composite materials. *Mechanics of materials*. 1987. 6(2). Pp 147-157.
70. Lurie. S, Solyaev. Y, & Ustenko. A. Optimal damping behavior of a composite sandwich beam reinforced with coated fibers. *Applied Composite Materials*. 2019. 26. Pp 389-408.
71. Babaytsev A.V, Kyaw Ye Ko, Vakhneev S.N, Zin Hein Thant. Study of the influence of spherical inclusions on mechanical characteristics. *Periodico Tche Quimica*. 17 (35). Pp 654-662.
72. Burns. J, Dubbleday. P.S., Ting, R.Y. Dynamic bulk modulus of soft elastomers. *J. Polym. Sci.: Part B: Polym. Phys*. 1990. 28. Pp 1187–120.
73. V.N. Paimushin, V.A. Fisov, I. Gyunal, and V.M. Shishkin. Identification of the elasticity and damping characteristics of fiberglass based a study of drying flexural vibration of test samples. *Mechanics of Composite Materials*. 2015. 51(3). Pp 285-300. DOI 10.1007/s11029-015-9500-0.
74. V.N. Paimushin, V.A. Fisov, Ibrahim Gunal, A.G.Egorov, R.A. Kayumov. Theoretical-Experimental Method for Determining the Parameters of Damping Based on the Study of Damped Flexural Vibrations of Test Specimens. 3. Identification of the Characteristics of Internal Damping. *Mechanics of Composite Materials*. 2014. 50(5). Pp 633-646. DOI:10.1007/s11029-014-9451-x
75. J.L. Yang, F. Xi. Experimental and theoretical study of free–free beam subjected to impact at any cross-section along its span. *International Journal of Impact Engineering*. 2003. 28(7). Pp 761-781.

76. Tomislav Franković, Gordan Jelenić, and Adriana Bjelanović. Material Damping Prediction in Timber Beams Based on Timoshenko Free-Free Beam Model. *KSCE Journal of Civil Engineering*. 2022. 26(5). 2315-2327. DOI 10.1007/s12205-022-1010-8

77. Egorov, A.G., Kamalutdinov, A.M., Nuriev, A.N., & Paimushin, V.N. Theoretical-experimental method for determining the parameters of damping based on the study of damped flexural vibrations of test specimens 2. Aerodynamic component of damping. *Mechanics of composite materials*. 2014. 50. Pp 267-278.

78. Gusev, A.A., & Lurie, S.A. Loss amplification effect in multiphase materials with viscoelastic interfaces. *Macromolecules*. 2009. 42(14). Pp 5372-5377.

79. Lurie, S., Minhat, M., Tuchkova, N., & Soliaev, J. On remarkable loss amplification mechanism in fiber reinforced laminated composite materials. *Applied Composite Materials*. 2014. 21. Pp 179-196.

80. Антипов, В.В., Прокудин, О.А., Лурье, С.А., Серебренникова, Н.Ю., Соляев, Ю.О., Коновалов, А.Н. Оценка межслоевой прочности алюмокомпозитов по результатам испытаний образцов на трехточечный изгиб. *Вестник Московского авиационного института*. 2019. Том 26. №. 2. Стр 229-237.

81. А.А. Болдырева, Ю.А. Яруничева, А.В. Дернакова, И.В. Ивашов. Прочность полимерного композита (стеклопластика) при межслойном сдвиге. *Инженерно-строительный журнал*. 2016. №2. Стр 42-50. doi: 10.5862/MSE.62.5

82. Прокудин О.А. Рабинский Л.Н., Чан Куэт Тханг. Определение динамических характеристик металлополимерного слоистого стержня. *Труды МАИ*. № 120. 2021. DOI: 10.34759/trd-2021-120-06

83. А.В. Бабайцев, Ю.О. Соляев, Ч.К. Тханг. Исследование динамических свойств композиционных материалов на основе титана. XI Международная научно-практическая конференция “Проблемы безопасности на транспорте”. Гомель. 2021. Часть 2. Стр 119.

84. О.А. Прокудин, Ю.О. Соляев, Л.Н. Рабинский, К.Т. Чан. Динамические испытания сэндвич балок с несущими слоями из Сиал. XXVII международного



симпозиума «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г.Горшкова. Кременки. 2021. Том 1. Стр 190.

85. И.А. Андреев, А.В. Бабайцев, Ч.К. Тханг. Исследование механических свойств металлокомпозитов на основе алюминия и титана. XXVII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г.Горшкова. Кременки. 2021.Том 2. Стр 10-11.

86. А.В. Бабайцев, Т.Т. Фозилов, К.Т. Чан. Влияние различных способов демпфирования на вибрационных и шумовые колебания конструкций. XXVIII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г.Горшкова. Кременки. 2022. Том 2. стр 14-15.

87. А.В. Бабайцев, Ч.К. Тханг, Н.Т. Лонг. Метод определения динамических характеристик сиалов. «Проблемы безопасности на транспорте». Материалы XII международной научно – практической конференции. Посвященной 160 летию белорусской железной дороги. 2022. Часть 2. Стр 167-168.

88. А.В. Бабайцев, Л.Н. Рабинский, П.С. Шестеркин, Куэт Тханг Чан. Влияние компонентов на динамические характеристики сиалов. XXVIII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г.Горшкова. 2022. Том 2. Стр14-15.

89. Рабинский. Л.Н, Соляев. Ю.О, Чан. К.Т, Нгуен. Т.Л. Идентификация свойств монослоя стеклопластика на основе динамических испытаний консольных балок. XXIX международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механика конструкции и сплошных сред» имени А.Г.Горшкова . 2023. Том 1. Стр 180.

90. Tran Quyet Thang, Rabinskiy L.N., Yury Solyaev, Fedor Nasonov. Inverse analysis for the amplitude-dependent damping properties of epoxy/glass fiber laminates.

Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal. 2024.15(2). DOI:10.1615/CompMechComputApplIntJ.2023049468

91. P.A.A. Laura, J.L. Pombo, E.A. Susemihl. A note on the vibrations of a clamped-free beam with a mass at the free end. Journal of Sound and Vibration. 1974. 37( 2). Pp 161-168.

92. Jan Freundlich. Transient vibrations of a fractional Kelvin-Voigt viscoelastic cantilever beam with a tip mass and subjected to a base excitation. Journal of Sound and Vibration. 2019. Volume 438. Pp 99-115.

93. ASTM E756-05(2017)- Standard Test Method for Measuring Vibration-Damping Properties of Materials.

94. ГОСТ 30630.1.8-2002- Методы испытаний на стойкость к механическим внешним воздействующим факторам машин, приборов и других технических изделий. Испытания на воздействие вибрации с воспроизведением заданной акселерограммы процесса.

95. ASTM D3039/D3039M-08- Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials/ 2014

96. Л.Н. Рабинский, А.В. Бабайцев, П.С. Шестеркин. Исследование влияния проката в слоях алюмокомпозитного пластика на статические и динамические свойства. Труды Маи. 2022 № 124. DOI: 10.34759/trd-2022-124-05

97. L.N. Rabinskiy, S.N. Vakhneev, A.Y. Ershova, E.V. Serpicheva, T.Q. Tran. Investigation of the effect of rolled products in layers of glass-fiber reinforced plastic on static and dynamic properties. Journal of the Balkan Tribological Association. 2021. 27(4). Pp 684 - 696.