

МЕТОДИКА ОТОБРАЖЕНИЯ И ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ВИДИМОСТИ ТРАЕКТОРИЙ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ РАКЕТ

Владимир Иванович ГОНЧАРЕНКО родился в 1960 г. в селе Докучаево Устиновского района Кировоградской области. Начальник факультета военного обучения МАИ. Кандидат технических наук, доцент. Основные научные интересы — в области теории полета космических аппаратов и баллистики ракет, прикладных информационных (компьютерных) технологий, организации и управления в системе военного обучения. Автор более 40 научных работ. E-mail: fvo@mai.ru, vladimirgonch@mail.ru.

Vladimir I. GONCHARENKO, Ph. D., was born in 1960, in the Kirovgrad Region. He is the Head of the Military Education School at the MAI. His major research interests are in flight theory for spacecraft and ballistic missiles, applied information technologies, organization and management in military education systems. He has published over 40 technical papers. E-mail: fvo@mai.ru, vladimirgonch@mail.ru.

Предложена методика исследования параметров видимости траекторий баллистических ракет, основанная на использовании математических моделей движения баллистических ракет. Особенностью созданной математической модели движения БР является реализация при её построении модифицированного метода интегрирования Нюстрёма. Показано применение разработанной методики для проведения исследований параметров видимости траекторий БР из заданных точек наблюдения для расчётных условий обстановки.

Method of examination visibility settings of ballistic missiles' trajectory is offered, based on using mathematical models of ballistic missiles' trajectory. The characteristics of mathematical model of BM's trajectory are realization, which is created by Nustrem's modified integration method. The use of this method is shown to make a research of visibility settings of ballistic missiles' trajectory from given points of observation for calculating conditions of situation.

Ключевые слова: траектория баллистической ракеты, математическая модель движения ракеты, параметры видимости траектории, точка наблюдения, графики изменения параметров движения ракеты, метод интегрирования системы дифференциальных уравнений.

Key words: ballistic missiles' trajectory, mathematical model of ballistic missiles' trajectory, visibility settings of trajectory, point of observation, schedules of changing settings of ballistic missiles' trajectory, the method of integration system of differential equation.

Введение

Непрерывное совершенствование систем и средств автоматизированного управления авиационными средствами, космическими аппаратами и баллистическими ракетами (БР) постоянно требует развития методического и специального математического и программного обеспечения отображения информации о расположении соответствующих объектов в пространстве, параметрах, характеризующих их взаимную видимость, досягаемость и т.д.

Наиболее характерной чертой, отличающей БР от ракет других классов, является то обстоятельство, что форма и характеристики траектории ракеты (дальность полета, время полета, высота подъема ракеты на пассивном участке траектории (ПУТ) и ряд других параметров) зависят от начальных условий полета на пассивном участке — координат, радиус-вектора ракеты и вектора ее ско-

рости в момент выключения двигателя в конце активного участка траектории (АУТ). При расчете параметров движения в конце АУТ, чтобы сделать вывод об отклонениях траектории от точки прицеливания и реализовавшейся в полёте дальности до точки падения, необходимо предварительно определить взаимное положение точек старта и прицеливания в некоторой единой системе координат [1].

Для разных точек старта или точек отделения головной части (ГЧ) можно получить на поверхности Земли геометрическое место связанных с целью полёта точек падения ГЧ, т. е. речь идёт о пересечении с поверхностью Земли плоскости, образованной двумя векторами на базе точки старта и цели. Однако, если в интересах оценки возможностей системы противоракетной обороны (ПРО) рассматривать задачу засечки и идентификации БР или отделяемых элементов, то требуется рассматривать

с учётом вращения Земли два вектора, построенные в разные временные моменты. Один вектор строится в рассматриваемый текущий момент анализа обстановки, второй — в момент прогнозируемого пересечения траектории точки цели. Далее необходимо рассчитывать геометрическое место точек пересечения этой плоскости с поверхностью Земли в динамике движения БР и отделяющихся от неё элементов. В такой постановке в настоящее время не получено строгого математического описания геометрического места описанных выше точек пересечения. Поэтому предлагается использовать графический способ построения названной области пересечения на основе имитационных моделей движения БР.

Постановка задачи

В качестве исходных данных при проведении исследований используются координаты точек старта (широта, долгота и высота), азимут пуска, угловая дальность [1], радиус-вектор и вектор скорости; широта, долгота и высота точки, из которой ведется наблюдение.

При разработке математической модели приняты следующие допущения:

- модель Земли — сферическая;
- влияние тяги ДУ, атмосферы и «гравитационные» потери при движении БР учитываются приближенно в соответствии с типовыми алгоритмами предварительного баллистического проектирования БР;
- ракета, как объект моделирования, представлена материальной точкой;
- движение ГЧ на ПУТ описывается с использованием кеплеровой теории [1] (без учета атмосферы).

Требуется рассчитать параметры движения БР и характеристики видимости траекторий из заданных точек наблюдения в интересах принятия решений по оценке возможностей ракет эвентуального противника, планирования и испытаний отечественных БР. При этом методический аппарат должен позволять давать рекомендации по выбору траектории, у которой время видимости из заданной точки наблюдения минимальное. В рамках решения задачи планирования испытаний БР результаты исследований должны позволять формировать предложения по выбору точек наблюдения. Это позволит при запусках БР задавать траектории, которые будут «надежно» наблюдаемы (видимы с заданной вероятностью, гарантированно видимы). Аналогичным образом можно ставить задачу наблюдения за пусками БР из заданных пунктов земной поверхности.

Разработанный программный комплекс (ПК) отображения и оценки параметров видимости траекторий полёта БР предназначен для проведения исследований свойств траекторий БР, оценки возможных параметров их движения и характеристик видимости траекторий из заданных точек наблюдения. В ПК заложена возможность проведения детальных исследований свойств траекторий полёта как одной БР, так и совокупности разнотипных БР.

В основе методики проведения исследований параметров видимости траекторий ракет лежит разработанная математическая модель движения БР, позволяющая рассчитывать в каждый момент времени параметры полета БР (координаты, составляющие скорости и ускорения земного притяжения).

Алгоритм моделирования полёта баллистических ракет и оценки параметров видимости их траекторий

Особенностью разработанной математической модели движения БР является применение нового универсального алгоритма, позволяющего приближенно осуществлять многократный расчёт траекторий БР с требуемой дискретностью выдачи текущих координат центра масс объекта. Такой алгоритм построен на основе применения модифицированного метода интегрирования Нюстрёма [2,3]. Модифицированный метод реализует принцип раздельного интегрирования параметров кажущегося движения и гравитационных потерь. Реализация такого метода интегрирования при проведении исследований позволяет существенно сократить время расчётов параметров движения для большого числа одновременно участвующих в рассматриваемой операции ракет и для большого количества запусков модели.

Исходными данными для моделирования являются:

- 1) координаты старта и азимут пуска: B_0 , L_0 , H_0 и A_0 ;
- 2) математическая модель БР, выраженная через обобщённые параметры U и T , представленные в табл. 1;

Таблица 1

Обобщенные параметры для ступеней ракеты

№ ступени	t_k, c	$U_p, м/с$	T, c
1	55,84	3078,29	111,3758
2	92,78	3072,90	69,2326
3	128,78	2967,70	50,4181

3) структура гибкой программы угла тангажа

$$\vartheta = \vartheta_{i-1} + b_i [W_{x_1}(t) - W_{x_1}(t_{i-1})],$$

где i — номер участка программы; на входе в программу задаётся массив значений ϑ_{np} и W_{np} ;

4) параметры фигуры Земли и гравитационного потенциала Земли (ГПЗ):

R_3 — радиус Земли;

ω_c — угловая скорость суточного вращения Земли;

π_0, π_2, π_4 — параметры ГПЗ.

В качестве начальных условий полета принимаются:

$$\vec{r}_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{ae^2}{K_3}lm \\ aK_3 + H_0 \\ -\frac{ae^2}{K_3}nm \end{bmatrix}; \vec{V}_0 = \begin{bmatrix} V_{x_0} \\ V_{y_0} \\ V_{z_0} \end{bmatrix} = \omega_3 \begin{bmatrix} mz_0 - ny_0 \\ 0 \\ ly_0 - mx_0 \end{bmatrix},$$

где

$$\vec{\omega}_0 = \begin{bmatrix} l \\ m \\ n \end{bmatrix};$$

$$l = \cos A_0 \cos B_0; m = \sin B_0;$$

$$n = -\sin A_0 \cos B_0; K_c = \sqrt{1 - e^2 m^2}.$$

Математическая модель движения ракеты

На этапе баллистического проектирования принято рассматривать движение БР в плоских схемах полёта [4]. Соответствующий случаю моделирования продольного движения алгоритм расчёта параметров кажущегося движения при структуре программы управления $\vartheta = \vartheta_0 + b_\vartheta \Delta W_{x1}$ описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \Delta W_{xHG}(\tau) = (\sin \vartheta - \sin \vartheta_0) / b_\vartheta; \\ \Delta W_{yHG}(\tau) = (\cos \vartheta - \cos \vartheta_0) / b_\vartheta; \\ \Delta W_{zHG}(\tau) = 0; \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Delta S_{xHG}(\tau) = [T(b_\vartheta u \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta_0) - \\ - (T - \tau)(b_\vartheta \cos \vartheta_0 + \sin \vartheta_0)]\gamma - (\tau \sin \vartheta_0) / b_\vartheta; \\ \Delta S_{yHG}(\tau) = [-T(\cos \vartheta_0 - b_\vartheta u \sin \vartheta_0) + \\ + (T - \tau)(\cos \vartheta_0 - b_\vartheta \sin \vartheta_0)]\gamma - (\tau \cos \vartheta_0) / b_\vartheta; \\ \Delta S_{zHG}(\tau) = 0, \end{cases}$$

$$\text{где } \gamma = \frac{1}{b_\vartheta [1 + (b_\vartheta u)^2]}; \psi(t) = 0.$$

В частном случае, когда $b_\vartheta = 0$, используется схема К.Э. Циолковского [1]:

$$\begin{cases} \Delta W_{xHG}(\tau) = \cos \vartheta_0 \Delta W(\tau); \\ \Delta W_{yHG}(\tau) = \sin \vartheta_0 \Delta W(\tau); \\ \Delta W_{zHG}(\tau) = 0; \\ \Delta S_{xHG}(\tau) = \cos \vartheta_0 \Delta S(\tau); \\ \Delta S_{yHG}(\tau) = \sin \vartheta_0 \Delta S(\tau); \\ \Delta S_{zHG}(\tau) = 0, \end{cases}$$

где

$$\Delta W(\tau) = -u \ln(1 - \tau/T); \Delta S(\tau) = u\tau - \Delta W(\tau)(T - \tau).$$

Для вычисления действительных параметров V и R необходимо дополнить математическую модель алгоритмом их вычисления:

$$\begin{cases} g1 = g1[R(t_0)]; \\ g2 = g2[t_0 + 1/2 h, R_0 + 1/2 hV_0 + 1/8 h^2 g1]; \\ g3 = g3[t_0 + h, R_0 + hV_0 + 1/2 h^2 g2]; \\ V = V_0 + \Delta W + 1/6 h(g1 + 4g2 + g3); \\ R = R_0 + \Delta S + hV_0 + h^2(1/6 g1 + 1/3 g2). \end{cases}$$

Таким образом, в каждый момент времени можно оценить параметры полета баллистической ракеты (координаты, составляющие скорости и ускорения земного притяжения в заданной СК). Эти параметры можно пересчитать в другие системы координат для того, чтобы, например, оценить параметры полета из другой точки земной поверхности (точки наблюдения за БР).

Разработанная методика исследования характеристик траекторий и оценки параметров движения БР включает следующие основные этапы:

1) задание географических координат точки размещения точки наблюдения за БР (долгота, широта) и азимут наблюдения;

2) пересчёт координат точки наблюдения из географической в геоцентрическую гринвичскую (принятую Международным Астрономическим Советом) систему координат. Все преобразования производятся с использованием этой СК;

3) построение на трехмерной модели Земли осей стартовой системы координат с центром в точке наблюдения с заданным азимутом;

4) задание исходных данных для каждой точки старта БР: долгота, широта, азимут, протяженность АУТ, высота, начальная скорость и угол бросания в конце АУТ. Также задается требуемый шаг расчёта параметров траектории и радиус Земли;

5) пересчёт географических координат точек стартов БР в геоцентрическую гринвичскую систему координат;

6) пересчёт координат из геоцентрической гринвичской в геоцентрическую стартовую, а затем интегрирование системы дифференциальных уравнений полета БР;

7) расчет траекторий полета БР на АУТ и ПУТ с выдачей на монитор или печать справочной баллистической информации с шагом её отображения, задаваемым пользователем, а также расчетом вспомогательных параметров, требующихся для решения рассматриваемых задач визуализации результатов моделирования;

8) пересчёт после каждого шага интегрирования текущих координат БР в геоцентрическую гринвичскую СК и далее преобразование в СК, учитывающую вращение Земли;

9) отображение проекции траектории БР на трехмерной модели Земли и построение графиков параметров движения БР в стартовой системе координат;

10) построение графиков отображаемых параметров движения БР в системе координат средств наблюдения;

11) завершение интегрирования дифференциальных уравнений движения на АУТ в момент, соответствующий окончанию полёта на АУТ (соответствующий моменту израсходования ракетой всех рабочих запасов топлива);

12) расчёт траектории и времени полёта на ПУТ по алгоритмам кеплеровой теории [1] с вычислением радиус-вектора точки падения в абсолютной геоцентрической СК (АГСК) $\vec{r}_{\text{тп}}$;

13) вычисление точки падения на вращающейся Земле (в относительной геоцентрической СК (ОГСК)) умножением $\vec{r}_{\text{тп}}$ на матрицу направляющих косинусов перехода из АГСК в ОГСК, реализующую поворот вектора $\vec{r}_{\text{тп}}$ на угол $\Omega_3 T_{\text{тп}}$ относительно оси вращения Земли (под $T_{\text{тп}}$ понимается полное время полёта, т.е. сумма времени полёта на АУТ и времени полёта на ПУТ);

14) вывод результатов моделирования: координаты точки падения и полного времени полета.

Результаты тестовых испытаний

Рассмотрим в качестве примера старт семи БР для заданных точек их стартов и направлений запусков. На рис. 1 приведено главное окно и элементы управления ПК отображения и оценки параметров видимости траекторий полёта БР. В этом окне происходит задание географических координат точки наблюдения, выбор количества стартующих ра-

кет, задание их характеристик и начальных данных точек старта.

По результатам моделирования движения ракет с помощью ПК осуществляется построение графиков зависимости параметров движения от времени. Исходные данные для моделирования представлены в табл. 2.

Таблица 2

Исходные данные для тестовых испытаний

Характеристика точки старта	Номер точки старта						
	1	2	3	4	5	6	7
С.ш., град	46	57	57	59	53	49	55
В.д., град	46	83	33	49	85	130	37
Азимут, град	320	5	5	315	345	35	355
Тангаж, град	30	25	40	30	40	30	35
Начальная скорость на ПУТ V_0 , м/с	7000	7000	7000	7500	8000	6500	7000

Для названных исходных данных получены результаты моделирования, по которым построены графики изменения параметров движения БР.

В качестве примера на рис. 2 и 3 представлены рассчитанные траектории БР для двух- и трехмерной формы визуализации. Исходя из полученных результатов моделирования с учётом назначенной точки наблюдения, можно оценить видимость траектории БР по следующим параметрам:

$$\Delta T_{\text{в}} = T_{\text{ОВ}} - T_{\text{НВ}}; \quad \Delta V_{\text{в}} = V_{\text{ОВ}} - V_{\text{НВ}};$$

$$\Delta H_{\text{в}} = H_{\text{ОВ}} - H_{\text{НВ}}; \quad \Delta R_{\text{в}} = R_{\text{ОВ}} - R_{\text{НВ}},$$

где $T_{\text{НВ}}$ — время начала видимого участка траектории;

$T_{\text{ОВ}}$ — время окончания видимого участка траектории;

$\Delta T_{\text{в}}$ — длительность видимого участка траектории;

$\Delta H_{\text{в}}$ — отрезок диапазона высот полёта, на которых видна траектория;

$\Delta V_{\text{в}}$ — интервал диапазона изменения скоростей, на которых видна траектория;

$\Delta R_{\text{в}}$ — интервал диапазона изменения высот на видимом участке траектории.

В качестве дополнительных функциональных возможностей в ПК предусмотрено задание различных режимов трёхмерной визуализации полёта ракет. Через основное окно программы можно добав-

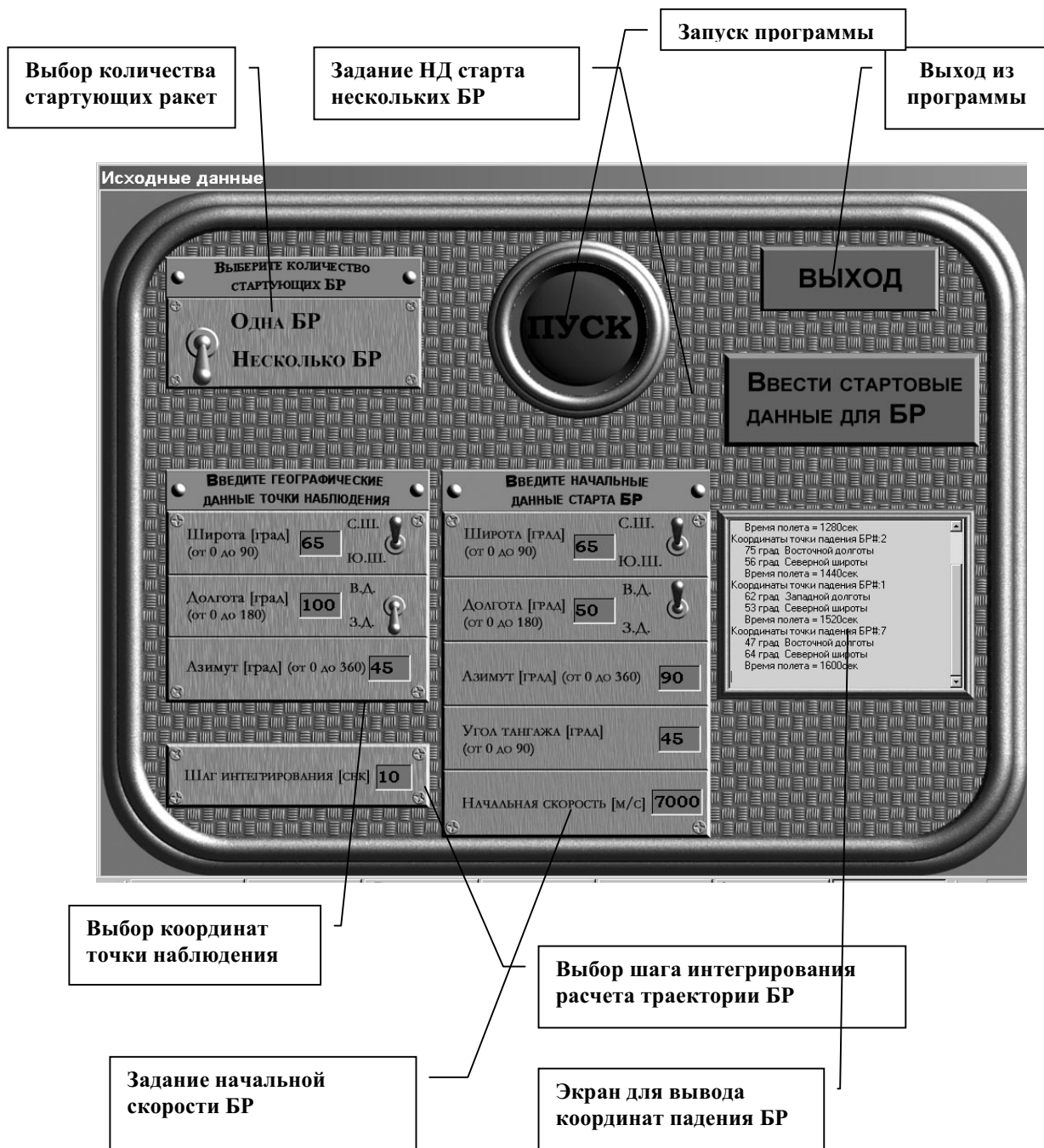


Рис. 1. Главное окно ПК отображения и оценки параметров видимости траекторий полёта БР

для визуальных эффектов взрыва для каждой ГЧ при достижении цели, скрывать или отображать цветовые характеристики ракет и подложки карты, а также возможность отображать в окне информацию о результатах попадания ракет в цель. Пример реализованных возможностей ПК иллюстрируется на рис. 4.

Кроме этого, при трёхмерной визуализации отображаются зона досягаемости и проекция траектории БР (рис. 5).

Разработанный ПК также позволяет хранить и накапливать необходимые исходные данные по исследуемым операциям. Для этого разработаны базы данных тактико-технических характеристик БР, а также координат, из которых производится пуск ракет, задействованных в анализируемом конфликте стран. В настоящее время в ПК представлены данные по характеристикам БР Ирака, Ирана, Северной Кореи, Индии и Пакистана. Характеристики БР этих стран и результаты оформлены в первой базе данных ТТХ БР.

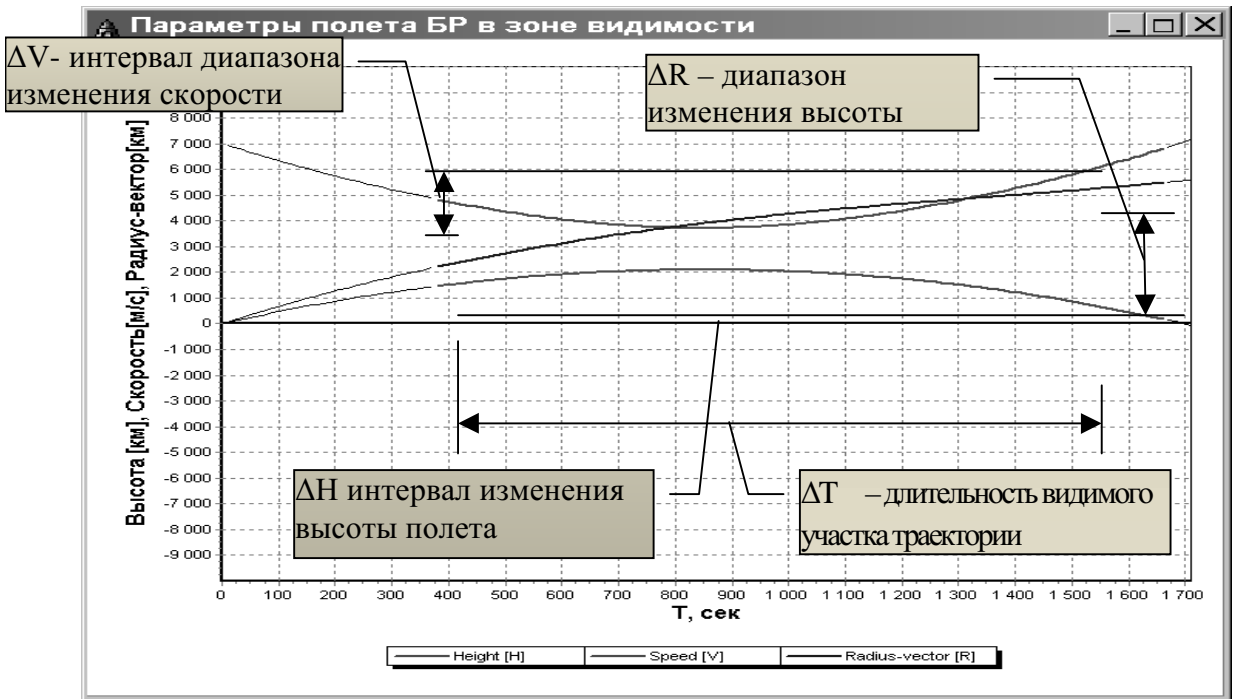


Рис. 2. Графики зависимости скорости, радиус-вектора и высоты полета от времени

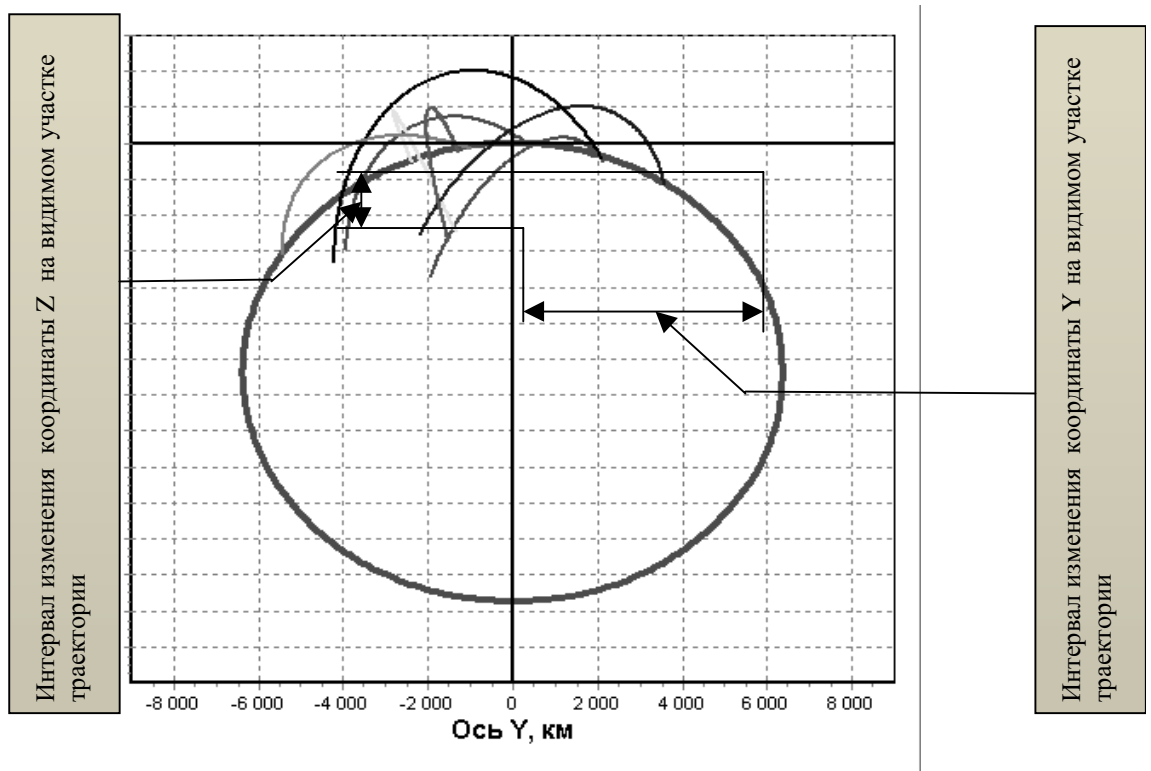


Рис. 3. Графики траектории БР в проекции на плоскость ZOY стартовой СК

Во второй базе данных по каждой стране множество характеристик первой базы данных поставлен в соответствие список приоритетных координат точек старта ракет.

Выводы

Для расчёта параметров видимости траекторий БР предложена методика, базирующаяся на математической модели движения БР. Особенностью

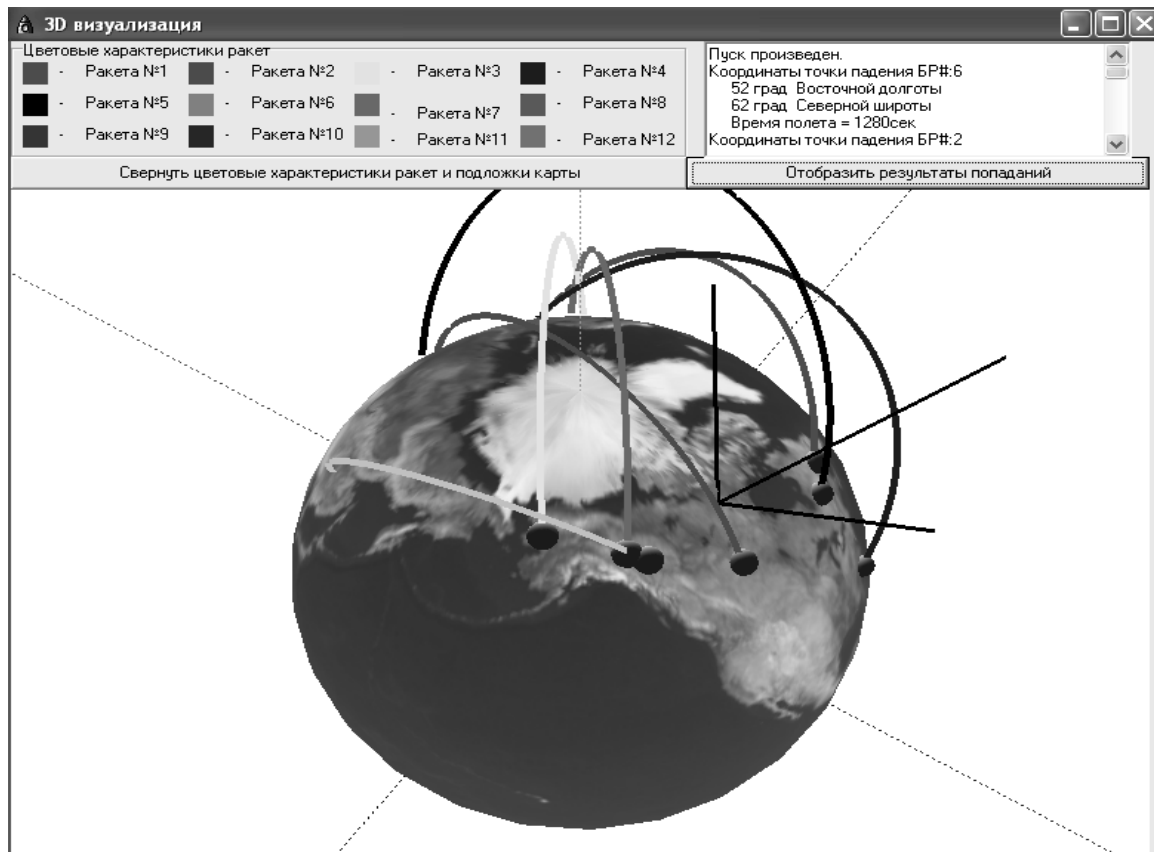


Рис. 4. Параметры управления трехмерной визуализацией

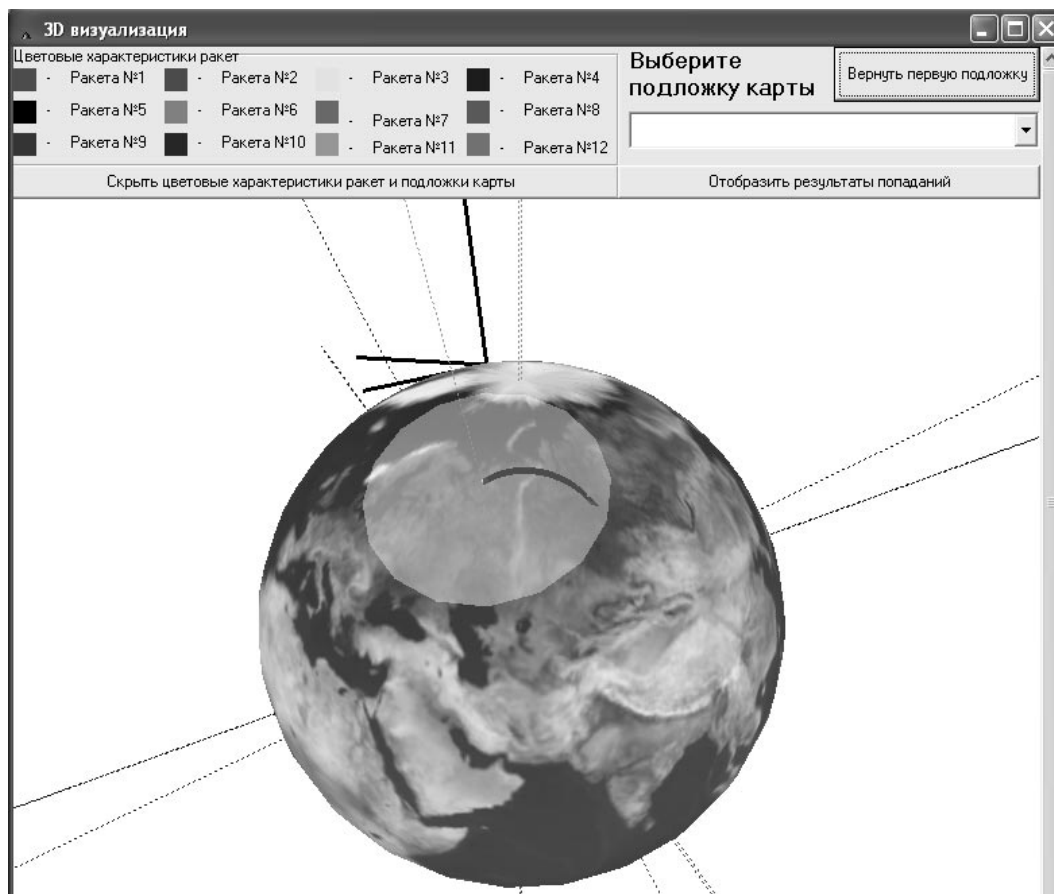


Рис. 5. Трехмерная визуализация полёта БР с отображением зон досягаемости

разработанной математической модели движения БР является реализация нового универсального алгоритма, позволяющего приближенно осуществлять многократный расчёт траекторий БР с требуемой дискретностью выдачи текущих координат центра масс объекта. Такой алгоритм построен на основе применения модифицированного метода интегрирования Нюстрёма.

С помощью разработанного ПК проведены исследования параметров видимости траекторий БР из заданных точек наблюдения для расчётных условий обстановки. При этом рассчитывается начальный момент обнаружения БР и определяются требуемые параметры движения БР. Таким образом, на основе разработанного ПК можно решать задачи выбора оптимальных точек старта, чтобы траектория БР была как можно менее заметна, например, до момента завершения разведения элементов оснащения. Приведенные в работе элементы управления ПК и примеры его практического применения демонстрируют широкие функциональные возможности для проведения оценки параметров видимости траекторий БР.

ПК используется в ряде вузов и научных организаций для проведения учебных занятий по баллистике ЛА, а также для исследования характери-

стик полёта БР, особенностей функционирования их структурных элементов и систем в интересах совершенствования средств противоракетной обороны.

Библиографический список

1. *Погорелов Д.А.* Теория кеплерова движения летательных аппаратов. — М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1961.
2. *Хайпер Э., Нёрсетт С., Ваннер Г.* Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. — М.: Мир, 1990.
3. *Беневольский С.В.* Математические модели движения для синтеза методов наведения перспективных баллистических ракет // Оборонная техника. 2007. №3-4. С. 12-16.
4. Проектирование и испытание баллистических ракет / Под ред. В.И. Варфоломеева и М.И. Копытова. — М.: Воениздат, 1970.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, проект № 09-08-00750-а.

Московский авиационный институт
Статья поступила в редакцию 16.11.2009