

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



Торопылина Екатерина Юрьевна

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ ПРОЧНОСТИ И УСТОЙЧИВОСТИ НЕСУЩИХ
КОМПОЗИТНЫХ ПАНЕЛЕЙ СРЕДНЕЙ ТОЛЩИНЫ АВИАЦИОННЫХ
КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОСТИ**

Специальность 2.5.14.

«Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов»

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель
доктор технических наук, доцент
Митрофанов Олег Владимирович

Москва – 2025

Оглавление

Введение	6
Глава 1 Современные проблемы расчета и определение параметров несущих панелей с ограничениями по устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности	18
1.1 Обзор современных проблем расчета и определения параметров композитных и металлических панелей авиационных конструкций при обеспечении устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности	19
1.2 Особенности поверочных и проектировочных расчетов несущих панелей средней толщины для конструкции при обеспечении устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности.....	34
1.3 Основные соотношения для расчета устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности композитных и металлических панелей	36
1.4 Заключение по Главе 1	41
Глава 2 Численные и экспериментальные исследования устойчивости обшивок подкрепленных панелей	42
2.1 Численные и экспериментальные исследования устойчивости гладких панелей с повреждениями типа сквозного отверстия и разреза	42
2.1.1 Параметрические численные исследования устойчивости гладких панелей при наличии сквозного повреждения с учетом действия сжимающих потоков ...	44
2.1.2 Параметрические численные исследования устойчивости гладких панелей при наличии разреза с учетом касательных напряжений	48
2.1.3 Параметрические численные исследования устойчивости гладких панелей при наличии дефекта в виде сквозных разрезов с учетом сжимающих напряжений	50
2.2 Экспериментальные исследования устойчивости гладких панелей при наличии сквозных отверстий с учетом сжимающих напряжений	52

2.3 Численное исследование устойчивости композитных панелей средней толщины при сжатии и сдвиге с учетом влияния укладки и модулей поперечного сдвига .	54
2.4 Заключение по Главе 2	58
Глава 3 Расчет и методики определения рациональных параметров подкрепленных панелей при обеспечении устойчивости.....	60
3.1 Расчет и модифицированная аналитическая методика определения параметров подкрепленных композитных панелей при обеспечении устойчивости с учетом сквозных дефектов	61
3.1.1 Методики расчета и определения рациональных параметров Z-образных подкрепленных панелей с учетом сжимающих напряжений	63
3.1.2 Методики расчета и определения рациональных параметров Z-образных подкрепленных панелей при сдвиге.....	67
3.2 Заключение по Главе 3	68
Глава 4 Расчет и методика определения минимальных толщин плоских композитных и металлических панелей средней толщины с учетом действия сжимающих и касательных потоков для закритического деформирования.....	69
4.1 Методики расчета и определения минимальных толщин металлических панелей с учетом геометрической нелинейности при различных видах нагружения.....	70
4.1.1 Методика расчета для шарнирно опертой панелей под действием сжимающих потоков	70
4.1.2 Методика расчета для шарнирно опертой панелей при действии касательных потоков	77
4.2 Методики расчета и определения минимальных толщин композитных панелей с учетом геометрической нелинейности при различных видах нагружения.....	82
4.2.1 Методика расчета для шарнирно опертой панелей при действии сжимающих потоков	82
4.2.2 Методика расчета для жестко опертой панелей при действии сжимающих потоков	85

4.2.3 Методика расчета для шарнирно опертой панелей при действии касательных потоков	89
4.2.4 Методика расчета для жестко опертой панелей при действии касательных потоков	92
4.3 Особенности методик расчета и определения толщин композитных панелей средней толщины для закритического деформирования при комбинированном нагружении.....	97
4.4 Особенности использования аналитических решений геометрически нелинейных задач панелей средней толщины при оценке напряженно-деформированного состояния поверхностных дефектов типа расслоений с учетом действия сжимающих и касательных потоков	99
4.5 Пример расчета композитной панели с учетом геометрической нелинейности напряженно – деформированного состояния	100
4.6 Замечание об использовании аналитических решений геометрически нелинейных задач панелей средней толщины для расчета сжатых подкрепленных панелей	102
4.7 Методики расчета и определения минимальных толщин панелей и стенок многозамкнутого композитного закрылка	104
4.8 Заключение по Главе 4	106
Глава 5 Расчет и методика определения средних толщин композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом действия сжимающих потоков для закритического деформирования.....	108
5.1 Расчет композитных цилиндрических панелей малой кривизны для закритического деформирования при шарнирном опирании с учетом действия сжимающих потоков	110
5.2 Расчет композитных цилиндрических панелей малой кривизны для закритического деформирования при жестком опирании с учетом действия сжимающих потоков	114

5.3 Методика определения минимальных толщин цилиндрических композитных панелей для закритического деформирования при продольном сжатии	118
5.4 Заключение по Главе 5	120
Заключение	121
Список литературы	124
Приложение	
Акты внедрения результатов диссертационной работы	138

Введение

Актуальность темы исследования

Особенностью поверочных расчетов и методик определения минимальных толщин несущих панелей современных конструкций самолетов малой и средней грузоподъемности является обязательный учет обеспечения устойчивости и прочности при возможном закритическом деформировании при нагрузках, превышающих эксплуатационный уровень. В указанных авиационных конструкциях применяют металлические и композитные материалы (КМ). Толщины обшивок рассматриваемых типов летательных аппаратов превышают величины, относящиеся к тонким панелям, и при расчетах требуется учет мембранных и дополнительно изгибных напряжений. Данные панели следует классифицировать как панели средней толщины.

Для обеспечения прочности, устойчивости и несущей способности панелей средней толщины целесообразно рассматривать следующие актуальные задачи.

Во-первых, при разработке современных авиационных композитных конструкций необходимо учитывать возможное наличие дефектов и влияние толщины, что требует большого объема параметрических исследований. С точки зрения прочности многочисленные результаты численных и экспериментальных исследований известны и опубликованы во многих работах. С позиции оценки влияния дефектов на значения критических напряжений потери устойчивости результаты исследований малочисленны и нуждаются в уточнениях для композитных панелей. Ударное воздействие по композитным обшивкам приводит к локальному пробою и расслоениям. Практика при проведении поверочных прочностных расчетов предусматривает наличие сквозного круглого отверстия, а также оценку местной устойчивости обшивки с учетом указанных дефектов.

Анализ влияния расположения отверстия на критические напряжения обшивок является отдельной актуальной задачей. Для указанных выше проблем необходимо проводить параметрические исследования критических напряжений

потери устойчивости гладких композитных панелей с учетом следующих факторов: сквозные круглые дефекты и разрезы.

Фактором, влияющим на критические напряжения потери устойчивости композитных обшивок (в данном случае - панелей средней толщины) для исследуемых авиационных конструкций является учет деформаций поперечного сдвига. Аналитические исследования устойчивости для проведения поверочных расчетов и методик определения минимальных толщин приводят к громоздким соотношениям, целесообразным является сохранение традиционных известных формул для критических напряжений введением дополнительного коэффициента, учитывающего «в запас» влияние толщины (деформаций поперечного сдвига). Введение дополнительного коэффициента при необходимости используется на практике в авиационных КБ. Для оценки устойчивости гладких композитных панелей средней толщины необходимо проведение масштабных параметрических исследований с учетом варьирования значениями модулей трансверсального сдвига и укладки КМ в плоскости панели.

Во-вторых, актуальна задача разработки аналитических методик расчета подкрепленных композитных панелей с учетом дефектов и влияния толщины на местную устойчивость обшивки. Практический интерес представляет методика определения параметров равноустойчивых подкрепленных композитных панелей с учетом двух указанных факторов, - сквозных дефектов и деформаций поперечного сдвига.

В-третьих, является важным получение аналитических решений геометрически нелинейных задач, последующих разработок методик поверочного расчета и определения минимальных толщин гладких композитных панелей одновременно при:

- закритическом деформировании с учетом действия сжимающих и касательных потоков для различных граничных условий;
- потеря устойчивости панелей средней толщины с учетом мембранных и изгибных напряжений, возникающих при потере устойчивости;

— определении минимальных толщин с учетом мембранных и изгибных напряжений.

В-четвертых, получение аналитических решений геометрически нелинейных задач, последующих разработок методик поверочного расчета и определения минимальных толщин гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны для закритического деформирования с учетом действия сжимающих потоков для различных граничных условий. Исследуя цилиндрические панели средней толщины аналогично необходимо учитывать мембранные и изгибные напряжения, возникающие при потере устойчивости.

Анализ перечисленных задач дает возможность разработать конструкции, удовлетворяющие современным требованиям к авиационной технике с учетом обеспечения прочности и устойчивости.

Степень разработанности темы

Методики расчета композитных и металлических конструкций существенно развиты благодаря трудам известных ученых, среди которых выделяются С.А. Абмарцумян, Н.А. Алфутов, Л.И. Балабух, В.В. Болотин, В.А. Бунаков, В.В. Васильев, А.С. Вольмир, П.А. Зиновьев, А.Н. Елпатьевский, В.И. Королев, С.Г. Лехницкий, Ю.В. Немировский, И.Ф. Образцов, Б.Е. Победря, Б.Г. Попов, Ю.Н. Работнов. Также значительный вклад принесли ученые ЦАГИ В.М. Андриенко, Л.Г. Белозеров, В.И. Гришин, А.С. Дзюба, Ю.И. Дударьков, Г.Н. Замула, М.Ч. Зиченков, К.М. Иерусалимский, В.А. Киреев, М.В. Лимонин, А.Л. Медведский, В.В. Чедрик. В разработку методик по прочности и устойчивости принесли ученые МАИ Л.М. Гавва, А.А. Дудченко, С.А. Лурье, Л.Н. Рабинский, В.В. Фирсанов. Многообразие научных школ и направлений свидетельствует о многогранности исследуемой области и подчеркивает необходимость интеграции накопленных знаний для достижения новых теоретических и практических результатов.

Задачи определения напряженно-деформированного состояния композитных панелей с учетом нелинейного поведения являются важной областью исследования, требующей комплексного подхода. Работы таких исследователей, как В.В. Васильев, Н.С. Азиков и Г.Н. Замула, способствуют развитию теории и

практики, обеспечивая надежность и безопасность современных композитных конструкций [14, 1-2, 31-34].

Методология проектирования композитных панелей при ограничении по прочности для закритического деформирования предложена в работах О.В. Митрофанова [20, 44-46]. Методики определения минимальных толщин композитных панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений, предложенные в диссертационной работе [47-51], являются развитием и продолжением указанных выше методик.

Диссертации посвящена обеспечению прочности, устойчивости и несущей способности композитных панелей средней толщины. Актуальность проблемы обусловлена необходимостью проведения поверочных прочностных расчетов на ранних этапах проектирования, позволяющих учитывать влияние возможных дефектов конструкции на прочность и устойчивость панелей. Основной задачей исследования является разработка методики поверочных прочностных расчетов, включающей оценку запасов по прочности, устойчивости и по прочности для закритического деформирования. Расчеты необходимы на ранних этапах проектирования, когда формируются концептуальные конструктивно-технологические решения.

Таким образом, актуальность темы «Обеспечение прочности и устойчивости несущих композитных панелей средней толщины авиационных конструкций с учетом геометрической нелинейности» является обоснованной, имеет существенное значение для авиационной промышленности и требует дополнительных исследований при рассмотрении панелей средней толщины.

Цель исследования – обеспечение прочности и устойчивости несущих композитных панелей авиационных конструкций средней толщины с учетом геометрической нелинейности; разработка методик обеспечения прочности, устойчивости и несущей способности при закритическом поведении панелей конструкции планера средней толщины с учетом мембранных и изгибных напряжений.

Для достижения поставленной цели сформулированы следующие **задачи**:

1. Провести параметрические исследования критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Провести исследования влияния расположения потенциально критических мест (ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей, нагруженных сжимающими и касательными потоками с учетом ограничений по устойчивости.

2. Разработать методику поверочного расчета и модифицированную методику определения параметров подкрепленных панелей, основанную на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

3. Разработать методику определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности для закритического деформирования плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге. На основе предложенного алгоритма расчета разработать методику определения минимальных толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования.

4. Разработать методику определения НДС и оценки прочности для закритического деформирования гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии. На основе полученной методики расчета разработать методику определения минимальных толщин цилиндрических панелей при обеспечении прочности для закритического деформирования.

Объектом исследования являются несущие панели конструкции планера самолетов малой и средней грузоподъемности.

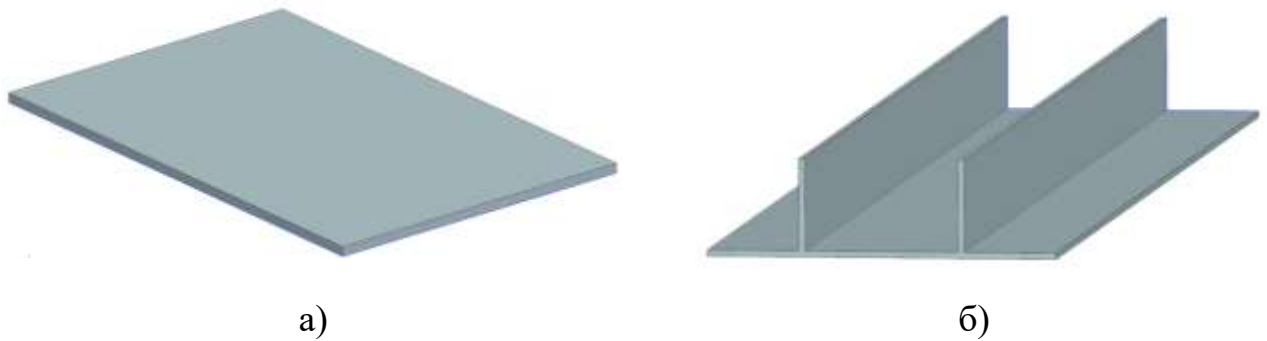


Рисунок В.1 – Объекты исследования.
а) - гладкие панели, б) - подкрепленные панели

Предмет исследования

Обеспечение прочности, устойчивости и несущей способности панелей средней толщины при закритическом деформировании с учетом мембранных и изгибных напряжений.

Научная новизна

Разработаны следующие новые методики расчета и проведены параметрические исследования:

1. Представлены результаты параметрических исследований критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Доказана необходимость учета определения расположения потенциально критических мест (ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей при обеспечении местной устойчивости композитных обшивок кессона крыла и агрегатов механизации под действием сжимающих и касательных усилий.

2. Предложена методика поверочного расчета и предложена модифицированная методика определения параметров подкрепленных панелей, основанная на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

3. На основе аналитических решений геометрически нелинейных задач представлена методика определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности для закритического деформирования плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования.

4. На основе аналитических решений геометрически нелинейных задач предложена методика определения НДС и оценки прочности для закритического деформирования гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии. На основе представленной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин цилиндрических панелей при обеспечении прочности для закритического деформирования.

Полученные новые разработанные методики обеспечения прочности композитных и металлических панелей с учетом использования геометрически нелинейных соотношений могут являться частью научно – технического задела для создания перспективного самолета малой и средней грузоподъемности.

Теоретическую значимость исследований составляют:

— методики расчета прочности композитных панелей средней толщины в комбинации обеспечения устойчивости и закритического деформирования на начальных этапах проектирования, которые дополняют существующую методологию;

— полученные в работе аналитические решения геометрически нелинейных задач для ортотропных панелей, которые являются основой соответствующих методик обеспечения прочности для закритического деформирования.

Практическая значимость на ранних этапах проектирования состоит в возможности проведения расчетов для обеспечения:

- устойчивости гладких композитных панелей с учетом дефектов в виде сквозных круглых отверстий и разрезов при нагружении сжимающими усилиями;
- устойчивости композитных подкрепленных панелей с учетом дефектов в виде сквозных круглых отверстий и разрезов при нагружении сжимающими усилиями;
- прочности гладких композитных панелей средней толщины с учетом мембранных и изгибных напряжений при закритическом деформировании;
- прочности цилиндрических композитных панелей средней толщины малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при закритическом деформировании;
- разработанная методика внедрена на АО «УЗГА» в части анализа геометрической нелинейности конструкций при анализе статической прочности конструкций агрегатов механизации и поверхностей управления самолета ЛМС-192 «Освей»;
- разработанная методика внедрена на Филиал ПАО «Яковлев» - «Региональные самолеты» в части анализа статической прочности конструкций агрегатов механизации и поверхностей управления из композитных материалов самолетов семейства RRJ-95.

Методология и методы исследования

Для выполнения поставленных задач применены методы строительной механики тонкостенных авиационных конструкций, включая метод Бубнова-Галеркина и метод конечных элементов.

Положения, выносимые на защиту

На защиту выносятся следующие положения и методики:

1. Результаты параметрических исследований критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Результаты исследования влияния расположения потенциально критических мест

(ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей, нагруженных сжимающими и касательными потоками, на критические напряжения потери устойчивости.

2. Методика поверочного расчета и модифицированную методику определения параметров подкрепленных панелей, основанную на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

3. Методика определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности для закритического деформирования плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге. Методика определения минимальных толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования.

4. Методику определения НДС и оценки прочности для закритического деформирования гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии. Методики определения минимальных толщин цилиндрических панелей при обеспечении прочности для закритического деформирования.

Степень достоверность результатов

Достоверность полученных результатов подтверждается путем сопоставления с известными аналитическими и численными решениями конкретных задач, с экспериментальными данными, полученными лично автором, опубликованными в отечественных и зарубежных источниках и представленными на международных и всероссийских научных конференций.

Личный вклад соискателя

Основные теоретические модели, результаты численных исследований, параметрический анализ и заключения диссертации основаны на личных разработках автора или на исследованиях при его непосредственном участии, что подтверждается публикациями.

Соответствие паспорту специальности

Диссертация посвящена разработке методов обеспечения устойчивости и прочности композитных панелей минимального веса на ранних стадиях

проектирования ЛА и соответствует паспорту специальности 2.5.14. – «Прочность и тепловые режимы летательных аппаратов» п. 2 «Обеспечение прочности объектов авиационной, ракетной и космической техники на основе современных аналитических и численных методов, методов натурного и полунатурного моделирования в условиях стационарных и нестационарных внешних воздействий».

Апробация работы

Основные положения и результаты исследований, материалы диссертации доложены и обсуждены на международных и всероссийских научных конференциях:

1. Научно-техническая конференция. Прочность конструкций летательных аппаратов. Жуковский, 12-13 декабря, 2024 года;
2. 3-я Международная конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения», Москва, август, 2024 года;
3. 22-ая Международная конференция «Авиация и космонавтика», Москва, 20-24 ноября 2023 года;
4. Всероссийская научно-практическая конференция проблемы прочности авиационных конструкций и материалов, Новосибирск, 6-9 сентября 2023 года;
5. 2-ая Международная конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения», Алушта, 29 августа – 03 сентября 2023 года.
6. XLIX Международная молодежная научная конференция Гагаринские чтения, Москва, 11–14 апреля 2023 года.

Содержание диссертации изложено в пяти печатных статьях в изданиях Перечня ВАК РФ. В представленной ниже библиографии приведены ссылки на соответствующие публикации: [47-51].

Структура и объем диссертации

Диссертация включает в себя введение, пять глав, заключение и список литературы. Общий объем работы составляет 140 страниц, включая 40 рисунков, 7 таблиц и список литературы из 122 наименований.

Во введении обоснована актуальность исследования, представлена степень разработанности темы исследования, сформулированы цель и задачи работы, определены объект исследования и предмет исследования, изложены научная новизна, теоретическая и практическая значимость работы, методология и методы исследования, представлены положения, выносимые на защиту, степень достоверности результатов, личный вклад соискателя, апробация работы, структура и объём диссертации.

В первой Главе диссертационной работы приведен обзор современных проблем в области методов обеспечения прочности, устойчивости и несущей способности панелей несущих поверхностей на начальных этапах проектирования авиационных конструкций. Представлены основные соотношения для изучения закритического поведения композитных ортотропных и металлических панелей средней толщины.

Во второй Главе приведены результаты параметрических исследований оценки критических напряжений потери устойчивости обшивки подкрепленных панелей с учетом использования численных методов для гладких панелей с дефектами в виде сквозных отверстий. Существенное внимание уделено численным исследованиям расположения потенциально критических мест сквозных дефектов при оценке устойчивости прямоугольных панелей.

В третьей Главе представлена модифицированная методика расчета и определения оптимальных параметров равноустойчивых подкрепленных панелей с учетом сквозных дефектов. Предложенная численно – аналитическая методика является вариантом, позволяющим технически осуществлять расчет и определения рациональных параметров несущих композитных панелей.

В четвертой Главе представлена методика расчета прочности для закритического деформирования плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений и действия сжимающих и касательных потоков. На основе полученной методики расчета предложены методики определения толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования. Представлены параметрические исследования оптимального

армирования ортотропных панелей средней толщины нагруженных сжимающими и касательными потоками.

В пятой Главе приведена методика расчета прочности для закритического деформирования цилиндрических панелей малой кривизны гладких композитных панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при действии сжимающих потоков. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин сжатых цилиндрических панелей малой кривизны гладких при обеспечении прочности для закритического деформирования.

В заключении представлены основные новые научные результаты диссертации.

Глава 1 Современные проблемы расчета и определение параметров несущих панелей с ограничениями по устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности

Развитие авиационных технологий и повышение требований к безопасности полетов требуют постоянного совершенствования методик расчета и проектирования авиационных конструкций. Важная роль здесь принадлежит изучению проблем прочности и устойчивости композитных материалов и металлических конструкций.

Актуальность темы исследования обусловлена необходимостью повышения точности расчетов несущих панелей современных самолетов малой и средней грузоподъемности, особенно при учете сложных эффектов, связанных с нелинейностью деформаций и обеспечением устойчивости.

Разработка новых подходов и методик расчета и проектирования определения параметров несущих панелей при обеспечении прочности и устойчивости композитных панелей средней толщины с учетом геометрической нелинейности является актуальной задачей современной науки и техники. Диссертация посвящена рассмотрению ряда ключевых вопросов, возникающих при создании конструкций авиационной промышленности, удовлетворяющих высоким требованиям современного авиастроения. Указания, изложенные в рекомендационном циркуляре AC20-107B [73, 2009], предусматривают учёт возможных дефектов при проектировании воздушных судов. Что служит отправной точкой для формирования перечней элементарных и конструктивно-подобных образцов с целью проведения последующих испытаний. В указанные перечни включают образцы, которые моделируют возможные дефекты производственного характера для оценки влияния на прочностные характеристики.

Внимание уделяется влиянию типичных дефектов (круглые отверстия и разрезы) на местную устойчивость панелей обшивки, рассматривается расчёт на прочность, устойчивость и несущую способность гладких и подкреплённых панелей с ортотропной и изотропной структурой (Рисунок 1.1).

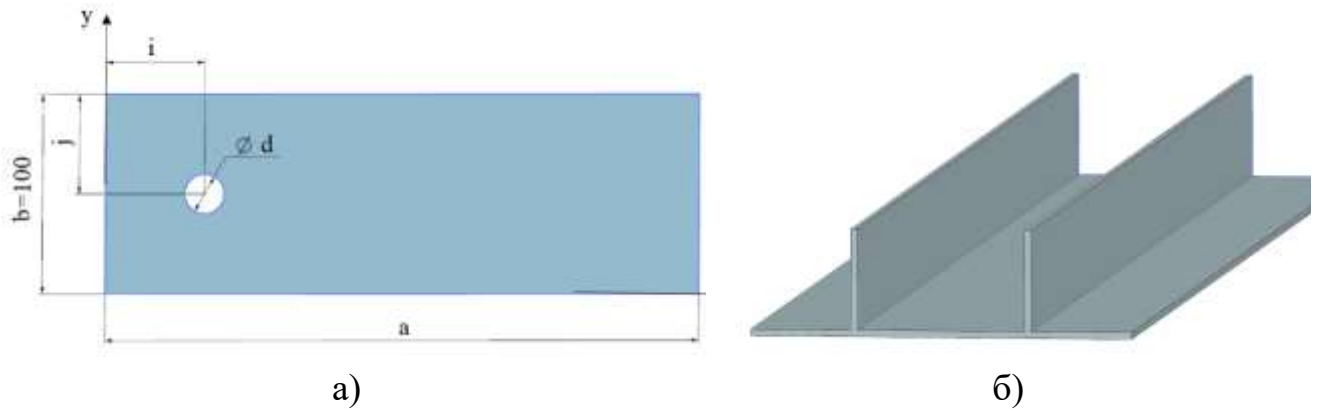


Рисунок 1.1 – Объекты исследования
а) гладкая панель, б) подкрепленная панель

1.1 Обзор современных проблем расчета и определения параметров композитных и металлических панелей авиационных конструкций при обеспечении устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности

Многие исследования направлены на разработку авиационных конструкций, относящихся к категориям тонких и толстых панелей. Однако предметом изучения настоящей работы выступают панели средней толщины, классификация которых приведена в монографии А.С. Вольмира [16, Вольмир А.С., 1956] для металлических панелей. При малых прогибах пластины напряженное состояние по классической теории считается чистым изгибом. Допущение отвечает реальному распределению напряжений только для тонких пластин: относительная толщина панелей не должна превышать $1/5$. При большей толщине должны вводиться коэффициенты с учетом средней толщины.

Тонкие пластины подразделяются по относительной толщине. Для пластин сравнительно большой толщины наибольшие напряжения достигают предела упругости материала при малых прогибах. Пластины средней и малой толщины получают значительные прогибы, деформируясь в пределах упругости. Гибкие пластины имеют название средней толщины или средней жесткости, абсолютно гибкие – тонкими.

Классификация композитных панелей по толщине является актуальной задачей. Вариант классификации при использовании условия устойчивости с учетом деформации поперечного сдвига предложен в работе О.В. Митрофанова [52, Митрофанов О.В., Колесников Р.Е., Ильичева П.И., 2025].

Следствием классификации панелей на тонкие и средние толщины является последующее применение различных методик. Во-первых, при рассмотрении задач устойчивости – это соответствующие расчеты критических напряжений с учетом и без учета деформаций поперечного сдвига. В работе [52] предложен вариант, когда разница вычислений (с учетом и без учета модулей поперечного сдвига) напряжений потери устойчивости не должна превышать 5% (что обычно принимается для расчетов в подразделениях статической прочности авиационных КБ). В статье [52] показано, что градация на “тонкие/средние” зависит также от укладки композитных панелей. Во-вторых, при рассмотрении задач прочности для закритического деформирования – это дополнительный учет изгибных напряжений (кроме возникающих при потере устойчивости мембранных).

Панели средней толщины требуют тщательного подхода к расчетам и проектированию, поскольку они должны соответствовать требованиям по прочности согласно НЛГ 23 [54, Нормы летной годности, 2023], НЛГ 25 [55, Нормы летной годности, 2023]. Чтобы обеспечить описанное выше требование, необходимо использовать актуальные методики поверочного расчета, которые позволяют проводить детальный анализ конструкции на этапах аванпроекта и определения рациональных параметров современных конструкций.

Главной задачей является подбор значений основных параметров конструкции, включающих геометрические размеры, физико-механические свойства материалов, вид подкреплений и прочие характеристики. Перечисленные параметры необходимо определять с учетом условий эксплуатации конструкции, возможных нагрузок и внешних воздействий.

В Главе проведен анализ литературы по вопросу существующих проблем в области расчетов на прочность, устойчивость и учет закритического

деформирования для гладких панелей на ранних этапах определения рациональных параметров современных конструкций:

1. Прочность: Необходимо учитывать механические свойства материалов, изготовленных панелей, механизмы разрушения панелей под различными нагрузками. Важно провести испытания и моделирование, чтобы убедиться в способности конструкции выдерживать предполагаемые нагрузки.

2. Устойчивость: При анализе подкрепленных панелей учитывается общая и местная потеря устойчивости. Оценка устойчивости требует подробного исследования геометрических характеристик и распределения внутренних напряжений в подкрепленных панелях.

3. Закритическое поведение: Особое внимание будет уделено закритическому поведению конструкций, которое проявляется при достижении предельных состояний. Рассмотрены методы анализа, позволяющие предсказать поведение панелей в условиях, близких к разрушению.

С практической точки зрения вопросы обеспечения прочности, устойчивости и прочности для закритического деформирования относятся к подразделению статической прочности в конструкторских бюро.

Фундаментальные исследования, посвященные изучению прочностных характеристик конструкций из композитных материалов, подробно изложены в ряде научных монографий известных ученых. Среди значимых работ можно выделить исследования С.Г. Лехницкого, проведенные в 1947 году, которые стали основой для многих последующих работ в области разработки методик расчета композитных конструкций [43].

Представляют значительный вклад в развитие теоретических основ механики композиционных материалов публикации, посвященные прикладным исследованиям критериев статической [116, Tsai S.W., 1968] и усталостной [92, Hashin Z., Rotem A., 1973] прочности. Обе публикации являются фундаментальными источниками для исследований в области анализа прочностных свойств и проектирования композитных авиационных конструкций.

Труды профессора Н.А. Алфутова [3, Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г., 1984] и его соавторов, опубликованные в 1984 году, где рассматриваются основные принципы и методы анализа прочности композитов. Значимыми являются исследования Э.И. Григолюка и В.И. Мамае, проведенные в 1997 году, которые отражают проблему нелинейного деформирования тонкостенных оболочечных конструкций произвольного вида [22]. Работы Ю.В. Немировского и А.Н. Андреева, опубликованные в 2001 году, посвящены изучению прочностных характеристик композитных материалов, механике деформируемого твердого тела [4]. Отметим работы А.А. Дудченко, который внес значительный вклад в исследования, касающихся прочностных свойств конструкций из композитных материалов, опубликовав несколько монографий в 2006 и 2007 годах [27], [28]. Работы B.G. Falzon и M.H. Aliabadi, а также L.P. Kollar и G.S. Springer, опубликованные в 2003 и 2008 годах соответственно, представляют собой исследования, которые обобщают накопленный опыт и предлагают новые подходы к анализу прочности композитных конструкций [89], [96].

Монография Комарова В.А. [40, Комаров В.А., 1965] посвящена проектированию легких самолетов. Необходимо выделить работу Хертель Г. [70, Хертель Г., 1965], где особое внимание уделено тонкостенным конструкциям. Публикации Карпова Я.С. [39, Карпов Я.С., 2004] и Хазиева А.Р. [68, Хазиев А.Р., 2008] акцентируют внимание на оптимизации конструкций, что позволяет улучшить эксплуатационные характеристики.

Исследованию конструкций кессонов крыла, выполненных из композитных материалов, уделено внимание в работах [95, Kirubakaran R., Lokesharun D., Rajkumar S., Anand R., 2017]. В статье Кирубакарáна Р. акцентируется внимание на преимуществах использования композитов в авиационной промышленности. Такие характеристики делают композитные материалы идеальными для создания легких и эффективных конструкций крыльев, что особенно важно для современных летательных аппаратов.

Монография Погосяна М.А. [58, Погосян М.А., 2018] посвящена конструкции самолетов различного назначения. Автор анализирует современные

тенденции в проектировании, уделяя внимание традиционным и инновационным подходам к созданию самолетов. Монография содержит актуальные данные о новых технологиях и материалах, используемых в авиационной промышленности, что делает монографию полезной для исследователей и практиков.

Современные исследования Albazzan M. [74, Albazzan, M., Harik, R., Tatting, B., & Gürdal, Z., 2019] демонстрируют стремление к интеграции новых технологий в процесс проектирования композитных структур, что открывает новые горизонты для улучшения прочностных характеристик.

Дополнительно стоит отметить работу Погосяна М.А. [107, Pogosyan M., Nazarov E., Bolshikh A. и др., 2021], которая посвящена всестороннему исследованию комплексного подхода к разработке и созданию конструкций из композитных материалов.

Тематика диссертации сосредоточена на несущих панелях конструкций летательных аппаратов малой и средней грузоподъемности. Примеры таких изделий включают самолеты Cessna 172 и Embraer EMB 120 Brasilia, которые проиллюстрированы на Рисунках 1.2 и 1.3. Указанные самолеты представляют собой образцы современных технологий в области авиации, где используются композитные материалы для повышения эффективности и снижения веса конструкций, что способствует улучшению летных характеристик и экономичности.



Рисунок 1.2 – Cessna 172



Рисунок 1.3 – Embraer EMB 120 Brasilia

Неизменно привлекают внимание публикации, посвященные параметрическим исследованиям конструктивных решений [41, Комаров В.А., Черняев А.В., 2009], [57, Попов Ю.И., Стрелец Д.Ю., Солошенко В.Н., 2017], [61, Солошенко В.Н., Попов Ю.И., 2013] и [10, Больших А.А., Еремин В.П., 2020].

Отдельного внимания заслуживают идеологические статьи Чернышева С.Л. [71, Чернышев С.Л., 2013] и Зиченкова М.Ч. [35, Зиченков М.Ч., Кондаков И.О., Шаныгин А.Н., 2016], а также работы, посвященные современным методам анализа прочности конструкций, представленные в публикации [23, Дубинский С.В., Зиченков М.Ч., Дзюба А.С., Лимонин М.В., Парышев С.Э., Панков А.В., 2018].

В области прикладных задач, касающихся обеспечения прочности и ресурса тонкостенных конструкций летательных аппаратов, важные монографии были написаны Труниным Ю.П. в публикациях [65, Трунин Ю.П., 1993], Сироткиным [60, Сироткин О.С., Гришин В.И., Литвинов В.Б., 2006], а также Гришиным В.И. [21, Гришин В.И., Дзюба А.С., Дударьков Ю.И., 2013]. Исследования Ушакова А.Е. [66, Ушаков А.Е., 2012] и Стрижиуса В.Е. [64, Стрижиус В.Е., 2015] представляют важный вклад в эту область. Наконец, работы Фейгенбаума Ю.М. [67, Фейгенбаум Ю.М., Дубинский С.В., Божевалов Д.Г. и др., 2018], посвященные оценке влияния структурных дефектов и условий окружающей среды на прочность изделий, а работа Wang K. [117, Wang, K., Zhao, L., Hong, H., Zhang, J., & Gong, Y., 2021] подчеркивает важность учета деламации при определении рациональных параметров конструкций.

Исследования в области оптимального армирования композитных панелей остаются актуальными благодаря постоянному развитию технологий и материалов. Следует подчеркнуть, что алгоритмы нахождения оптимальных вариантов армирующих слоев и проектирования композитных панелей с учётом ограничений по прочности разработаны достаточно давно.

В монографии 1977 года, написанной И.Ф. Образцовым, В.В. Васильевым и В.А. Бунаковым, рассмотрены методики вычислений и рационального конструирования оболочек, изготовленных из композитных материалов. Описаны различные существующие перспективные конструктивные формы и схемы армирования, изучаются вопросы повышения эксплуатационной эффективности композитных оболочек, а также освещаются технологические особенности реализации оптимальных проектов. [56]. Примеры продолжения разработок в данной области приводятся в публикациях известных исследователей Чедрика В.В. [72, Чедрик В.В., 2005], Хазиева А.Р. [68, Хазиев А.Р., 2008], Васильева В.В. [13, Васильев В.В., Хазиев А.Р., 2009]. Публикация Rajak D. [108, Rajak D., Pagar, D., Kumar, R., & Pruncu, C., 2019] углубляет понимание влияния армирования на механические свойства композитов.

Композитные материалы, используемые в аэрокосмической отрасли зачастую подвержены расслоению, что может существенно снижать прочностные характеристики и долговечность конструкций. Экспериментальные исследования направлены на понимание механики расслоения, а также на разработку методов оценки и предотвращения повреждений представлены в работах Riccio A. [110, Riccio A., Raimondo A., Fragale S. et al, 2014], [111, Riccio A., Raimondo A., Fragale S. et al, 2014], Patni, M [106, Patni, M., Minera, S., Bisagni, C., Weaver, P., & Pirrera, A., 2019], Jiawen, X. [93, Jiawen, X., Yijun, C., Junchen, Z., Xiongwei, Y., & Yueming, L. 2023], Köllner A. [97, Köllner A., Forsbach F., Völlmecke C., 2019]. Авторы акцентируют внимание на том, как различные типы дефектов (например, расслоения, поры и трещины) могут влиять на прочность композитных материалов. Указанные исследования подчеркивают необходимость точного моделирования для предсказания поведения материалов при различных условиях нагрузки.

Вопросы механики разрушения в панелях с дефектами исследованы в работах Чермошенцевой А.С. [81, Chermoshentseva A.S., Pokrovskiy A.M., Bokhoeva L.A., 2016] и [82, Chermoshentseva A.S., Bokhoeva L.A., Lobanov D.V., Rogov V.E., 2016] и Бохоевой Л.А. [78, Bokhoeva L.A., Bochektueva E.B., 2019], а также в совместных исследованиях Бохоевой Л.А.

Особое внимание заслуживают статьи Cardenas D. [80, Cardenas D. et al, 2013] и Li D. [99, Li D., Xiang J., Shijun G., Rongxin X., 2013], которые анализируют механизмы разрушения в таких конструкциях. Исследования описывают влияние различных факторов на прочность композитных панелей.

Работы Бохоевой Л.А. [11, Бохоева Л.А., Курохтин В.Ю., Чермошенцева А.С., Перевалов А.В., 2013], Смотровой С.А. [61, Смотровая С.А., Наумов С.М., Смотров А.В., 2015], Гаввы Л.М. [18, Гавва Л.М., Лурье С.А., 2018] и [17, Гавва Л.М., Фирсанов В.В., 2020], а также другие исследования – статьи Baran, I., [76, Baran, I., Cinar, K., Ersoy, N., Akkerman, R., & Hattel, J., 2016] и Мека, S. [102, Мека, S., Enos, R., & Zhang, D., 2023], подчеркивают важность учета технологии изготовления при моделировании механических свойств композитов, что позволяет точнее предсказывать поведение композитных конструкций под нагрузкой.

Классические монографии известного ученого Вольмира А.С. сохраняют свою актуальность и востребованность спустя многие годы. Вольмир А.С. [15, Вольмир А.С., 1967] представил анализ устойчивости металлических конструкций, который остаётся актуальным для современных исследователей и практиков.

Вопросы предотвращения потери устойчивости гладких и подкрепленных композитных панелей в авиационных конструкциях представляет собой важную область исследований. Изучение проблем устойчивости ведется длительное время, а методы проектирования сформулированы в исследовательских трудах Белоуса А.А. [8, Белоус А.А., Поспелов И.И., 1976], Андриенко В.М., [6, Андриенко В.М., Поспелов И.И., 1996], [5, Андриенко В.М., Белоус В.А., 2001].

В публикации Darvizeh M. [84, Darvizeh M., Darvizeh A., Ansari R., Sharma S.B., 2004] рассматривают различные подходы при аналитическом моделировании для задач устойчивости, позволяющие предсказывать поведение многослойных композитных конструкций под нагрузкой. Авторы Timarci T. [115, Timarci T., Aydogdu M., 2005] анализируют, как различные граничные условия влияют на устойчивость и общие механические характеристики композитных панелей.

В диссертации рассмотрены гладкие панели с учетом повреждений в виде круглых отверстий, а также разрезов. В работах Туркина И.К. [59, Сафронов В. С., Туркин И. К., Чан Ба Тан, 2004] и Лебедева А.В. [42, 2009] представлены результаты исследования критических напряжений панелей с отверстиями. Проведённые численные эксперименты показывают, что критические напряжения в зависимости от расположения отверстий могут как уменьшаться, так и возрастать по сравнению с критическими напряжениями панелей без отверстий. Установлено, что характер такого изменения зависит от местоположения дефекта и граничных условий панели.

Исследования SudhirSastry, Y. [114, SudhirSastry, Y., Budarapu, P., Madhavi, N., & Krishna, Y., 2015], подтверждают актуальность темы устойчивости композитных панелей и предлагают различные методы анализа и оценки устойчивости, что помогает расширить знания о поведении композитных материалов под нагрузкой и способствуют разработке эффективных конструкций.

Отметим исследование Yshii L. [120, Yshii L., Eliseu L., Monteiro F., Santana R., 2013], подчеркивающее значимость учета анизотропных свойств материалов при расчетах, учет таких особенностей существенно влияет на точность прогнозирования устойчивости конструкций. Авторы предлагают методы улучшения расчетов для инженеров и исследователей в области композитных материалов.

Экспериментальные и численные результаты исследований представлены в работе Arakaki F. [75, Arakaki F., Faria A., 2016], касающихся подкрепленных композитных панелей, подвергаемых сдвиговым нагрузкам. Полученные

результаты помогают выявить поведение панелей при различных условиях, что является ключевым для оценки прочности и устойчивости.

Исследования Rasool M. и Singhs M. [112, 112. Singha M. K., Ramachandra L.S., Bandyopadhyay J.N., 2001], [109, Rasool, M., & Singha, M., 2019] предлагают новые подходы к анализу устойчивости композитных панелей, что открывает новые перспективы для разработки надежных конструкций.

Работы Ghahfarokhi D., [90, Ghahfarokhi, D., & Rahimi, G., 2018] и Madenci E. [101, Madenci, E., Özkılıç, Y., & Gemi L., 2020] подтверждают значимость аналитических подходов к анализу устойчивости композитных структур.

В работе Zhang F. [121, Zhang F., Wu M., Xinting H., Cheng H., Xiaoyu Xu., Xinhe W., 2021] применяют статистические методы для анализа рисков, связанных с потерей устойчивости, что позволяет точнее оценить вероятность различных сценариев поведения панелей под нагрузкой.

Аналогичные статьи исследуют проблемы устойчивости ортотропных, композитных панелей под воздействием различных нагрузок. В работе Shen [113, Shen, Hui-Shen & Fan, Yin & Wang, Yeqing., 2024] исследует потерю устойчивости композитных панелей при одноосном растяжении, предлагая аналитическое решение. Исследование полезно для понимания поведения панелей в условиях сложных нагрузок, рассматривают влияние условий опирания на устойчивость панелей.

В работе Falzon B.G. [100, Liu H., Falzon B.G., Tan W., 2018], также в работе Bouslama, N. [79, Bouslama N., Maslouhi A., & Masson P., 2022] приведены результаты экспериментальных и численных исследований гибридных композитных панелей, что позволяет оценить устойчивость и поведение композитных панелей при ударных воздействиях.

В работе ранее упомянутого Вольмира А.С. [16, Вольмир А.С., 1956] рассматриваются основные принципы и подходы к решению геометрически нелинейных задач, связанных с металлическими панелями и оболочками. В диссертации приведены решения практических задач, касающихся поведения в условиях потери устойчивости.

Исследование несущей способности композитных панелей является ключевой темой в современной инженерии. Работа Буштыркова А.А. [12, Буштырков А.А., 1967] является важным вкладом в эту область, предлагая ценные данные и методы анализа прочности и устойчивости композитных конструкций.

Традиционные подходы к основным вопросам закритического поведения композитных панелей обсуждаются в ранних работах Замулы Г.Н. [32, Замула Г.Н., Иерусалимский К.М., 1996], [31, Замула Г.Н., 1997] и работах Азикова Н.С. начиная с 1980-х годов, в работе отметим публикацию 2013 года [2, Азиков Н.С., Алипов А.Е., Косарев В.А., 2013].

Публикации Замулы Г.Н. [33, Замула Г.Н., Иерусалимский К.М., 1981], работы Железнова Л. П. [29, Железнов Л. П., Огнянова Т. С., 2017], [30, Железнов Л. П., 2021], вносят значительный вклад в изучение устойчивости композитных цилиндрических оболочек и с учетом геометрической нелинейности. С помощью исследований возможно выявить критические напряжения, при которых могут возникать волнообразования, а также способствуют пониманию сложных механизмов, влияющих на надежность конструкций. Аналогичные исследования, проведенные иностранными авторами, подтверждают актуальность темы и расширяют знания о поведении композитных цилиндрических оболочек в различных условиях нагрузки. Например, работы Zeng T. [122, Zeng T., & Wu L., [2003], Dung D., [86, Dung D., & Hoa L., [2013] и 98 Lal A. [98, 98 Lal A., Parghi A., Markad K., 2021] фокусируются на геометрически нелинейном анализе и устойчивости оболочек под осевыми и поперечными нагрузками соответственно.

Несущей способности композитных панелей посвящены публикации Белубекяна Э.В. [9 Белубекян Э.В., 1998]. Особое внимание заслуживает цикл публикаций Замулы Г.Н. [34, Замула Г.Н., Фомин В.П., Джанхотов С.О., 2009], [25, Дударьков Ю.И., Лимонин М.В., Наумов С.М., Осипян Е.Э., 2015], [24, Дударьков Ю.И., Левченко Е.А., Лимонин М.В., Шевченко А.В., 2018] и в которых представлены расчётные методы и результаты экспериментальных исследований, по оценке несущей способности усиленных композитных панелей.

С точки зрения поверочного расчета при закритическом поведении конструкций посвящены работы Иерусалимского К.М. [36, Иерусалимский К.М., Фомин В.П., 2001], [37, Иерусалимский К.М., Корнеев А.Н., Фомин В.П. 2001], [38, Иерусалимский К.М., Фомин В.П., 2001], а также Смердова А.А. [62, Смердов А.А., 2011].

В работах Дударькова Ю.И. и Лимонина М.В. [26, Дударьков Ю.И., Лимонин М.В., 2012] представлены численные решения нелинейных задач, связанных с оценкой несущей способности композитных конструкций, что позволяет глубже понять поведение панелей под нагрузкой.

В статье Xu J. [119, Xu J., Zhao Q., Qiao P., 2013] представлен обзор методов анализа устойчивости и закритического поведения композитных конструкций, подчеркивающий важность учета различных факторов: геометрическая нелинейность, характеристики материала, для точного предсказания поведения структур под нагрузкой.

Cherniaev A., [83, Cherniaev A., Pavlova S., Pavlov A., & Komarov V., 2020] исследует механизмы разрушения в контексте несущей способности конструкций, также подчеркивает важность точного моделирования для предсказания поведения композитных материалов.

Практический интерес представляет исследование напряженно-деформированного состояния композитных панелей в условиях закритического поведения, учитывающее различные варианты нагружения. Задачи, посвященные напряженно-деформированному состоянию, имеют важное значение для определения рациональных параметров и эксплуатации композитных конструкций, поскольку понимание поведения конструкций при различных нагрузках позволяет улучшить надежность и долговечность.

Необходимо отметить работу Falzon B.G. [88, Falzon B.G., Stevens K.A., Davies G.O., 2000], в которой представлены результаты исследований подкрепленных композитных панелей под действием сжимающих нагрузок. В работе проводится анализ прочности обшивки, находящейся в закритическом состоянии. Исследования показали, что результаты расслоения обшивки,

полученные в ходе испытаний, согласуются с данными испытаний ламината на трехточечный изгиб. Что свидетельствует о том, что методы испытаний и анализа, применяемые в работе, являются надежными и используются для исследований.

Работы Kimura M. [94, Kimura M., Ogawa T., Hashimura T., 2003], Холмогорова Д.В. [69, Холмогоров Д.В., 2005] посвящены анализу закритического поведения композитных панелей под воздействием комбинированных нагрузок. В исследовании рассматриваются различные сценарии нагружения, что позволяет глубже понять механизмы, приводящие к потере устойчивости и разрушению панелей.

Современные подходы к моделированию охватывают как численные методы, так и аналитические методы, позволяющие учитывать анизотропные свойства и сложную структуру на микро- и макроуровнях композитных материалов.

Задачи поверочного расчета композитных панелей при закритическом поведении удачно решаются благодаря применению вычислительных методик [24]. Согласно обоснованному мнению западных исследователей [85, Degenhardt R. и другие, 2007], потенциал композитных панелей тонкостенных конструкций, подверженных потере устойчивости, не используется в полной мере из-за недостатка нормативной базы в авиакосмической отрасли. С данным утверждением можно согласиться и в настоящее время, поскольку технические специалисты в основном опираются на рекомендательный циркуляр [73, 2009]. Количество аналитических и особенно экспериментальных исследований, посвященных расчетам и проектированию композитных панелей в условиях закритического состояния, остается ограниченным.

Оптимизация композитных панелей с применением искусственных нейронных сетей была рассмотрена в исследовании, опубликованном в статье Bisagni C. [77, Bisagni C., Lanzi L., 2002]. Вопросы численного моделирования и оптимального проектирования композитных конструкций с учетом закритического состояния освещены в главе монографии Graesser, D. [91, Graesser, D., Zabinsky, Z., Tuttle, M., & Kim, G., 1993] и Faggiani A. [87, Faggiani A., Falzon B.G., 2018].

Рассмотрим задачи, касающиеся определения рациональных параметров композитных конструкций с учетом допустимости потери устойчивости тонкостенных обшивок.

Оптимизация определения рациональных параметров композитных панелей с учетом закритического поведения при переменных углах армирования является предметом исследования в статье Weaver P. [118, Wu Z., Raju G., Weaver P., 2017].

Отметим работы Митрофанова О.В. [44, 2003], [45, 2002], [46, 2020] в которых представлена методология определения рациональных параметров композитных панелей, основанная на анализе предельного состояния композитных панелей. Основная идея методологии заключается в применении аналитических решений для геометрически нелинейных задач, полученных с использованием метода Бубнова – Галеркина, а также в условии достижения предельных значений прочностных напряжений при заданном уровне нагружения. Разработанные в рамках методологии прикладные методики [44 - 46, 103 - 105] эффективно используются на ранних этапах разработки при определении рациональных параметров современных конструкций.

Анализ указанных работ выявил ряд задач, исследование которых способны, во-первых, повысить весовую эффективность авиационных конструкций, во-вторых, служить значительным дополнением к существующим методическим подходам. Задачи требуют дальнейшего исследования и могут способствовать совершенствованию разработки композитных материалов с учетом механических характеристик и эксплуатационных условий.

Следует рассмотреть соотношения, представленные в Таблице 1.1, которые иллюстрируют место методологии [44 - 46] проектирования по критериям закритического деформирования в контексте общей теории определения рациональных параметров тонкостенных конструкций. Приведенные в Таблице 1.1 соотношения демонстрируют возможность определения толщины композитных прямоугольных панелей с учетом ограничений по статической прочности, устойчивости и закритическому поведению.

Таблица 1.1 – Расчетные соотношения для проверочных расчетов и определения толщины композитной прямоугольной панели при одноосном сжатии при шарнирном опирании [46]

Условия для проверочных расчетов	Соотношения для определения напряжений	Соотношение для определения минимальных толщин панелей
Статическая прочность	$\sigma = \frac{P}{\delta b}$	$\delta = \frac{P}{\bar{\sigma} b}$
Устойчивость	$\sigma_{кр} = K \left(\frac{\delta}{b} \right)^2,$ $K = \frac{2\pi^2}{12} \left[\sqrt{\bar{E}_x \bar{E}_y} + \mu_{xy} \bar{E}_x + 2G_{xy} \right]$	$\delta^2 = b^2 \frac{\bar{\sigma}_{уст}}{K}$
Закритическое деформирование (мембранные напряжения)	$\sigma_x = -\frac{f^2}{8} E_x \frac{\pi^2 m^2}{a^2} - p_x$	$\delta^3 \frac{\pi^2 E}{3b^4 (1-\mu^2)} + f^2 \delta \frac{\pi^2 E}{8b^4} = q_x$

В Таблице 1.1 применяются параметры: $\bar{\sigma}$ – допускаемые (предельные) по условиям прочности нормальные напряжения $\bar{\sigma}_{уст}$ – допускаемые по условиям устойчивости нормальные напряжения, которые определяются разработчиком воздушного судна на начальных этапах определения рациональных параметров конструкции; $q_x^p = p_x \delta$ – действующий на панель сжимающий поток при расчетном уровне нагружения.

Обратим внимание на эффективность подхода, представленного в монографии [46] к определению рациональных параметров с учетом закритического деформирования.

1.2 Особенности поверочных и проектировочных расчетов несущих панелей средней толщины для конструкции при обеспечении устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности

В работе исследуются гладкие и подкрепленные панели металлические и композитные панели, для которых решаются конкретные задачи, перечисленные в Таблице 1.2.

Таблица 1.2 – Распределение типов задач в соответствии с видом панелей и главами диссертации

Наименование задачи	Номер Главы
Гладкие панели	
Разработка методик расчета и определения минимальных толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге	Глава 4
Разработка методик расчета и определения минимальных толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования цилиндрических панелей малой кривизны гладких композитных панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при действии сжимающих потоков	Глава 5
Подкрепленные панели	
Проведение параметрических исследований оценки критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких панелей, которые являются обшивками подкрепленных панелей, с учетом дефектов в виде сквозных отверстий	Глава 2
Разработка модифицированных методик расчета и определения оптимальных параметров равноустойчивых подкрепленных панелей с учетом сквозных дефектов	Глава 3

В Главе 2 основное внимание уделяется параметрическому исследованию гладких обшивок подкрепленных конструкций. Панели с дефектами в виде сквозных отверстий оцениваются с точки зрения потери устойчивости.

В Главе 3 рассматриваются подкрепленные панели. Разработанные модифицированные методики определяют критические напряжения потери устойчивости подкрепленных панелей с учетом сквозных дефектов. Приведен модифицированный алгоритм для численно – аналитической методики для расчетов и вычислений параметров подкрепленных панелей материалов при ограничениях по местной и общей устойчивости при действии сжимающих и касательных потоков. Классификацию панелей на “тонкие/средние” для композитных пластин в общем случае ввести не представляется возможным и предложенная численно – аналитическая методика является вариантом, позволяющим технически решать практические задачи расчета и определения рациональных параметров несущих композитных панелей.

Глава 4 посвящена изучению поведения гладких панелей средней толщины. Рассматривается закритическое поведение плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при сжатии и сдвиге.

В Главе 5 акцент сделан на исследование гладких цилиндрических панелей малой кривизны, учитывая мембранные и изгибные напряжения при действии сжимающих потоков.

Использование в работе различных типов панелей — гладких и подкрепленных, изготовленных из композитных и металлических материалов, обусловлено спецификой каждого материала. Существенным отличием композитных материалов от металлических являются чувствительность к ударным нагрузкам. Данное обстоятельство приводит к образованию разнообразных сквозных и несквозных дефектов и повреждений в виде межслойного растрескивания и сквозных пробоин.

1.3 Основные соотношения для расчета устойчивости и прочности с учетом геометрической нелинейности композитных и металлических панелей

В работе рассматриваются верхние панели, которые могут являться обшивками подкрепленных панелей кессона крыла самолета средней грузоподъёмности. Будем считать, что панели имеют толщину δ и геометрические параметры a и b ($a \gg b$). Кроме того, для указанных панелей допускается потеря устойчивости при нагрузках, близких к эксплуатационному уровню. Отметим, что в диссертации рассматриваемые панели относятся к панелям средней толщины и имеют ортотропную или изотропную структуры, для которых при анализе закритического деформирования следует учитывать мембранные и изгибные напряжения.

Рассмотрим задачи устойчивости и исследования закритического поведения композитных панелей используя исходные соотношения. Условия совместности деформаций с учетом больших прогибов имеет вид:

$$L_1(F) - L_2(w) = 0, \quad (1.1)$$

где:

$$L_1(F) = \frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 F}{\partial y^4},$$

$$L_2(w) = \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right)$$

Нелинейное уравнение типа Кармана – уравнение равновесия с учетом поперечной нагрузки q от мембранных усилий, которые введены в функцию Эри F :

$$L_3(F, w) - L_4(w) = q, \quad (1.2)$$

где:

$$L_3(F, w) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y},$$

$$L_4(w) = \frac{1}{\delta} \left[D_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right]$$

Здесь и далее обозначены: F – функция напряжений; w – прогиб прямоугольной панели; E_x, E_y – модули упругости в направлении осей x и y ; G_{xy} – модуль сдвига в плоскости композитного пакета; μ_{xy} – коэффициент Пуассона, характеризующий сокращение вдоль оси x при растяжении вдоль оси y ; условие ортотропии $E_x \mu_{xy} = E_y \mu_{yx}$; δ – толщина панели; D_x, D_y, D_3 – изгибные жесткости композитной панели. Отметим, что в уравнении (1.2) в общем случае записана поперечная нагрузка q , которая далее в работе отсутствует и не учитывается по аналогии с монографией [16, Вольмир А.С.] при рассмотрении глав, посвященных закритической деформации прямоугольных пластин.

Напряжения местной потери устойчивости обшивки ортотропной структуры при условии шарнирного опирания при продольном сжатии вычисляются с помощью [14, Васильев В.В., 1988]:

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2}{6} \left[\sqrt{\bar{E}_x \bar{E}_y} + \mu_{xy} \bar{E}_x + G_{xy} \right] \left(\frac{\delta}{b} \right)^2, \quad (1.3)$$

Напряжения общей потери устойчивости шарнирно опертой панели:

$$\sigma_{кр} = G_{xy} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2, \quad (1.4)$$

Для гладких композитных панелей жесткости определяются по следующим формулам [14, Васильев В.В., 1988]:

$$\begin{aligned} D_{11} &= \frac{E_x \delta^3}{12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})}, \\ D_{22} &= \frac{E_y \delta^3}{12(1 - \mu_{xy} \mu_{yx})}, \\ D_3 &= D_{12} + 2D_2 = \mu_{xy} D_{11} + \frac{G_{xy} \delta^3}{6} \end{aligned} \quad (1.5)$$

Далее в диссертации использованы приведенные формулы с учетом осредненных жесткостей (E_x, E_y, G_{xy}) [7, Балабух Л.И.], [43, Лехницкий С.Г.]. В более общем случае и на завершающих этапах разработок могут быть использованы

обобщенные жесткости композитных панелей с учетом расположения слоев по толщине определяются соотношениями [14, Васильев В.В., 1988]:

$$\begin{aligned} B_{mn} &= I_{mn}^{(0)}, \\ C_{mn} &= I_{mn}^{(1)} - eI_{mn}^{(0)}, \\ D_{mn} &= I_{mn}^{(2)} - 2eI_{mn}^{(1)} + e^2C_{mn} = I_{mn}^{(1)} - eI_{mn}^{(0)} \\ I_{mn}^{(r)} &= \frac{1}{r+1} \sum_{i=1}^K A_{mn}^{(i)} (t_i^{r+1} - t_{i-1}^{r+1}), \quad (r=0,1,2), \quad E_{11,22} = \frac{E_{1,2}}{1 - \mu_{12}\mu_{21}} \end{aligned} \quad (1.6)$$

где

$$\begin{aligned} A_{11}^{(i)} &= E_{11}^{(i)} \cos^4 \varphi_i + E_{22}^{(i)} \sin^4 \varphi_i + 2[E_{11}^{(i)} \mu_{12}^{(i)} + 2G_{12}^{(i)}] \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i, \\ A_{12}^{(i)} &= A_{21}^{(i)} = E_{11}^{(i)} + E_{22}^{(i)} + 2[E_{11}^{(i)} \mu_{12}^{(i)} + 2G_{12}^{(i)}] \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i \\ A_{22}^{(i)} &= E_{11}^{(i)} \sin^4 \varphi_i + E_{22}^{(i)} \cos^4 \varphi_i + 2[E_{11}^{(i)} \mu_{12}^{(i)} + 2G_{12}^{(i)}] \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i \\ A_{33}^{(i)} &= [E_{11}^{(i)} + E_{22}^{(i)} - 2E_{11}^{(i)} \mu_{12}^{(i)}] \sin^2 \varphi_i \cos^2 \varphi_i + G_{12}^{(i)} \cos^2 2\varphi_i, \end{aligned}$$

в этом случае необходимо выбирать нейтральную плоскость из условия отсутствия смешанных жесткостей $C_{mn}=0$ [14, Васильев В.В.].

Для получения аналитических решений геометрически нелинейных задач будем использовать метод Бубнова-Галеркина, для реализации которого используется выражение:

$$\int_0^a \int_0^b [L_3(F, w) - L_4(w)] w_k dx dy = 0, \quad (1.7)$$

где w_k - функция прогиба.

Запишем также уравнения для определения F – функции напряжений Эри [43, Лехницкий С.Г., 1947]:

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \quad (1.8)$$

которые будут необходимы для вычисления мембранных и изгибных напряжений, возникающих при потере устойчивости панелей средней толщины.

Представлены исходные соотношения геометрически нелинейных задач по определению напряженно-деформированного состояния металлических

(изотропных) панелей при закритическом поведении. Нелинейное уравнение совместности деформаций представим в виде равенства

$$L_1(F) - L_2(w) = 0, \quad (1.9)$$

$$\text{где } L_1(F) = \frac{1}{E} \left(\frac{\partial^4 F}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 F}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 F}{\partial y^4} \right), \quad L_2(w) = \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2}$$

Нелинейное уравнение типа Кармана – уравнение равновесия с учетом приведенной нагрузки от мембранных и усилий, которые введены в функцию Эри F :

$$L_3(F, w) - L_4(w) = 0, \quad (1.10)$$

$$\text{Где } L_3(F, w) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y},$$

$$L_4(w) = \frac{D}{\delta} \left[\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right]$$

Здесь и далее обозначения: F – функция напряжений Эри, w – прогиб прямоугольной панели, E – модуль упругости изотропного материала панели D – изгибная жесткость металлической панели, δ – толщина панели.

Из определения функции напряжений Эри можно найти мембранные и изгибные напряжения для теряющей устойчивость панели.

$$\sigma_x^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \quad (1.11)$$

$$\sigma_x^{\text{изг}} = -z \left[E \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E \mu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]; \quad \sigma_y^{\text{изг}} = -z \left[E \mu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + E \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right]; \quad (1.12)$$

$$\sigma_{xy}^{\text{изг}} = -2zG \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y}$$

Далее в работе после решения геометрически нелинейных задач (см. Главы 4-5) получим суммарные напряжения:

$$\sigma_{x\Sigma} = \sigma^{\text{мемб}} + \sigma^{\text{изг}} \quad (1.13)$$

В данном случае для определения функция напряжений Эри, используются уравнение совместности деформаций (1.1) и соотношения для композитных и

металлических панелей, которые будут использованы в работе при решении задач в Главах 4 и 5.

Для оценки прочности неповрежденного монослоя воспользуемся широко известными критериями прочности:

Критерий Хилла:

$$\frac{\sigma_1^2}{S_1^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{S_1^2} + \frac{\sigma_2^2}{S_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1, \quad (1.14)$$

где S – предельное касательное напряжение; S_1 и S_2 – предельные нормальные напряжения соответственно вдоль и поперек волокон;

$$S_1 = \begin{cases} X_p \text{ при } \sigma_1 \geq 0; \\ X_c \text{ при } \sigma_1 < 0; \end{cases} \quad S_2 = \begin{cases} Y_p \text{ при } \sigma_2 \geq 0; \\ Y_c \text{ при } \sigma_2 < 0, \end{cases}$$

где X_p, X_c – пределы прочности монослоя соответственно на растяжение и сжатие волокон; Y_p, Y_c – поперек волокон.

Критерий Цая:

$$\frac{\sigma_1^2}{S_1^2} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{S_1^2 S_2^2} + \frac{\sigma_2^2}{S_2^2} + \frac{\tau_{12}^2}{S^2} = 1, \quad (1.15)$$

Алгоритмы численной реализации методик для плоских и цилиндрических панелей малой кривизны, общие замечания реализации алгоритма, разные граничные условия и разные критерии прочности.

Для исследования закритического деформирования цилиндрических панелей операторы L_2 и L_3 в формулах (1.9) и (1.10) следует использовать равенства

$$L_2(W) = \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} \right)^2 - \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \right) \left(\frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{R} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} \quad (1.16)$$

$$L_3(F, W) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - 2 \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} + \frac{1}{R} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \quad (1.17)$$

которые далее будут использованы в Главе 5.

Для оценки общей потери устойчивости подкрепленных панелей воспользуемся критерием Эйлера, описывающим условие наступления потери устойчивости панели под действием сжимающей силы. Потеря устойчивости

наступает тогда, когда приложенная нагрузка превышает определенное критическое значение, называемое критической силой Эйлера:

$$P_{кр} = k \frac{\pi^2 D_{11} t}{L^2}, \quad (1.18)$$

где D_{11} – приведенная изгибная жесткость панели в продольном направлении, $L(t)$ – длина (шаг) стрингеров, $P_{кр}$ – критическая сила, при которой начинается потеря устойчивости, E – модуль упругости материала, k – коэффициент зависящий от условий закрепления панели.

1.4 Заключение по Главе 1

В Главе 1 диссертации представлен анализ работ российских и зарубежных исследователей, посвященных расчету и определению рациональных параметров композитных и металлических панелей с учетом требований к статической прочности, устойчивости и прочности для закритического деформирования. Подчеркнута важность методики обеспечения прочности панелей средней толщины при обеспечении устойчивости и закритического деформирования, которая опирается на аналитические решения геометрически нелинейных задач. Также приведены ключевые геометрически нелинейные соотношения для панелей с ортотропной структурой, что позволит использовать для получения аналитических решений и разработки методик обеспечения прочности при закритическом деформировании.

Глава 2 Численные и экспериментальные исследования устойчивости обшивок подкрепленных панелей

На ранних этапах разработки авиационных конструкций средней толщины необходимо провести множество параметрических исследований, что целесообразно выполнять с применением различных численных методов. В соответствии с требованиями современных авиационных правил важно принимать во внимание возможные регламентированные дефекты и повреждения. [1].

Для панелей конструкций средней толщины основными ограничениями чаще всего являются вопросы устойчивости. Верхние панели кессона крыла постоянно испытывают сжимающие и сдвиговые нагрузки. В связи с этим, Глава 2 посвящена параметрическим оценкам устойчивости обшивок композитных подкрепленных панелей с учетом воздействия потенциальных дефектов и влиянию снижения жесткостных поперечных характеристик композитных материалов при увеличении толщины.

В Главе 2 рассматриваются гладкие металлические и композитные панели средней толщины, которые являются обшивками подкрепленных панелей при сжатии и сдвиге с различными граничными условиями.

2.1 Численные и экспериментальные исследования устойчивости гладких панелей с повреждениями типа сквозного отверстия и разреза

Представлены результаты численного исследования расположения дефектов на критические напряжения потери устойчивости композитных панелей при шарнирном и жестком опирании для различных соотношений геометрических параметров панели (отношении длины и ширины a/b) (Рисунок 2.1). Результаты расчета критических напряжений получены методом конечных элементов (МКЭ) в программном комплексе *Abaqus*. Использовался оболочечный 4 узловой конечный элемент типа S4R (Рисунок 2.2).

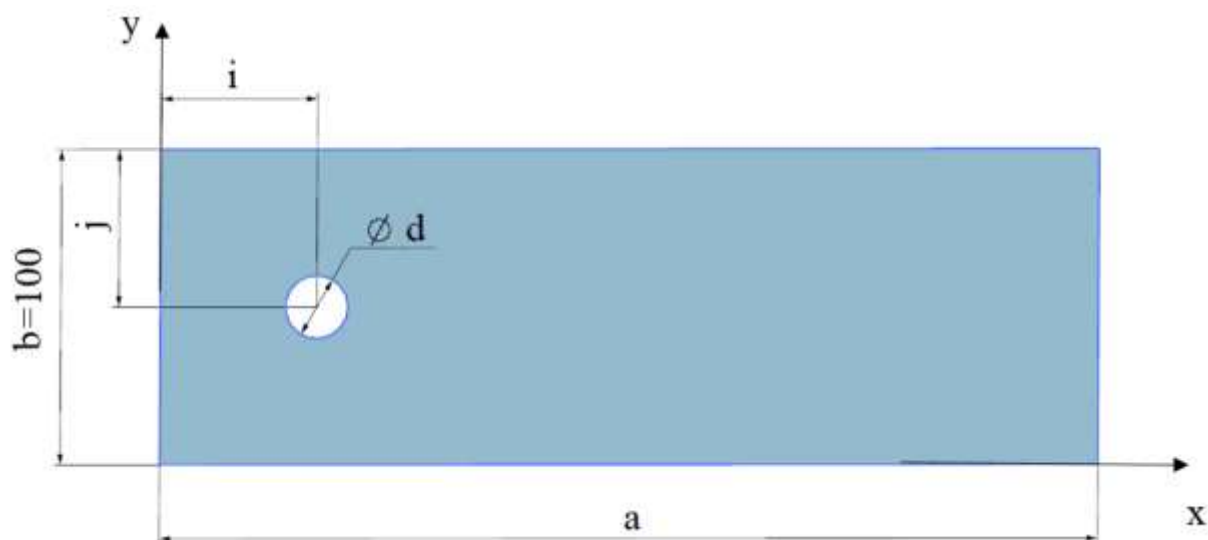


Рисунок 2.1 – Общий вид образца

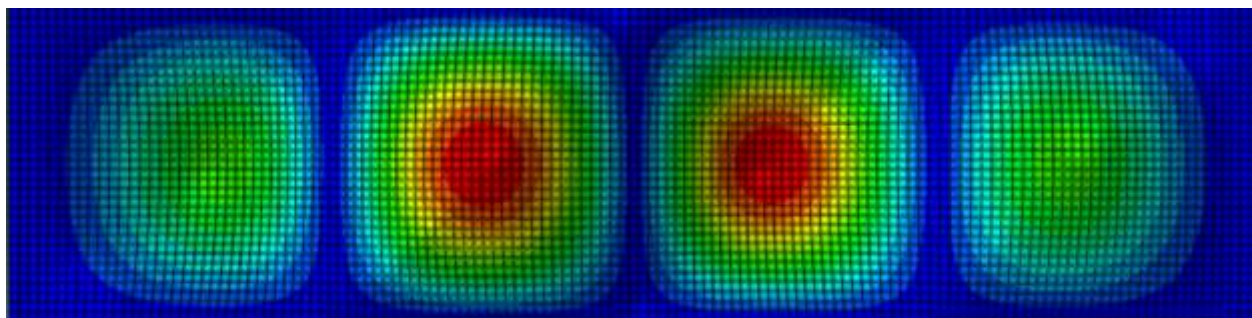


Рисунок 2.2 – КЭМ панели без повреждения при сжатии с учетом шарнирного опирания по всем сторонам

Для решения задачи определения потенциально критического места рассматривались металлические и композитные гладкие прямоугольные панели, которые являются обшивками подкрепленных панелей с характеристиками, указанными в Таблице 2.1, и с разными геометрическими параметрами ($a \cdot b = 300 \cdot 100$ мм и при $a \cdot b = 400 \cdot 100$ мм).

Таблица 2.1 – Свойства материалов

Металлическая панель	
Модуль упругости, E	7000 кгс/мм ²
Коэффициент Пуассона, ν_{21}	0.3
Толщина панели	1.2 мм
Композитная панель	
Модуль упругости, E_1	12500 кгс/мм ²
Модуль упругости, E_2	900 кгс/мм ²
Модуль сдвига, G_{12}	500 кгс/мм ²
Модуль сдвига, G_{13}	500 кгс/мм ²
Модуль сдвига, G_{23}	500 кгс/мм ²
Коэффициент Пуассона, ν_{21}	0.3
Толщина монослоя	0.2 мм

Интерес представляют относительные величины отношения критических напряжений панелей со сквозными повреждениями к критическим напряжениям панелей без дефектов. Рассмотрены результаты численных исследований с учетом действия сжимающих и касательных потоков.

2.1.1 Параметрические численные исследования устойчивости гладких панелей при наличии сквозного повреждения с учетом действия сжимающих потоков

Проведя симуляцию разработанной КЭМ (конечно-элементная модель) ниже представлены полученные формы потери устойчивости и функции изменения относительных критических сжимающих напряжений длинных прямоугольных (при $a*b=300*100$ мм и при $a*b=400*100$ мм) панелей при шарнирном и жестком опирании с симметричной укладкой $\bar{h}^{(0)} = 0.5$, $\bar{h}^{(\pm 45)} = 0.4$, $\bar{h}^{(90)} = 0.1$. В данном случае удобно рассматривать изменения критических напряжений в безразмерном

виде по отношению к критическим напряжениям неповрежденной панели. Рассмотрим далее относительные напряжения:

$$\sigma_{buck} = \frac{\sigma_{крит}^{дефект}}{\sigma_{крит}^{без дефект}}, \tau_{buck} = \frac{\tau_{крит}^{дефект}}{\tau_{крит}^{без дефект}}, \quad (2.1)$$

где $\sigma_{крит}^{без дефект}$ ($\tau_{крит}^{без дефект}$) – критические нормальные (касательные) напряжения панели без дефекта, $\sigma_{крит}^{дефект}$ ($\tau_{крит}^{дефект}$) – критические напряжения панели с дефектом.

Идеологическая задача исследования состояла в определении потенциально критических мест (ПКМ) расположения дефектов в плоскости панели с точки зрения изменения критических напряжений потери устойчивости и определения коэффициента снижения критических напряжений.

На Рисунках 2.3 – 2.10 приведены половины указанных зависимостей $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ вдоль продольной оси панели ($x \in [0, a/2]$). Из представленных результатов численных расчетов видно, что ПКМ расположения сквозного повреждения (диаметр ~ 20 мм) находятся на краях длинных сторон. В указанных местах критические сжимающие напряжения потери устойчивости имеют минимальные значения.

Исходя из полученных функций можно сформулировать вывод о том, что граничные условия и тип нагружения влияют на расположение потенциально критических мест с точки зрения потери устойчивости гладкой прямоугольной пластины. Расположение ПКМ зависит от четности числа полуволн.

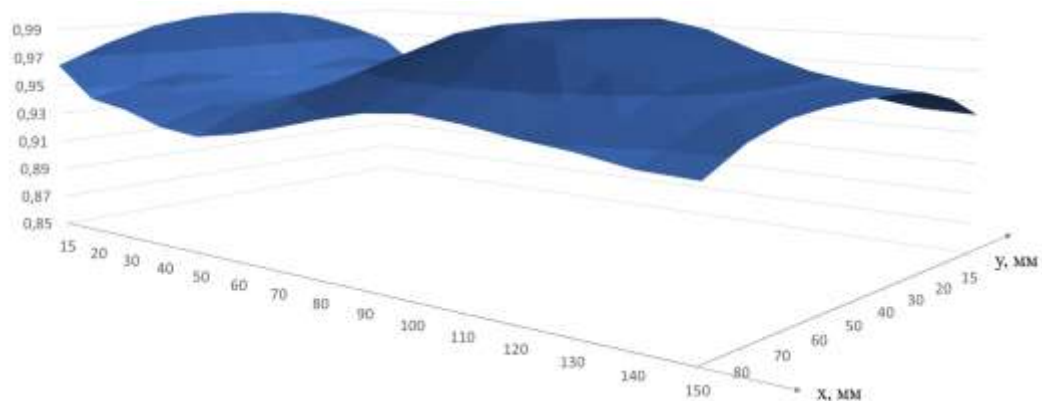


Рисунок 2.3 – Функция $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (300*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\sigma}_{buck}(x, y)) = 0,94$) (при $x \in [0, a/2]$) для сжатия (показана половина панели)

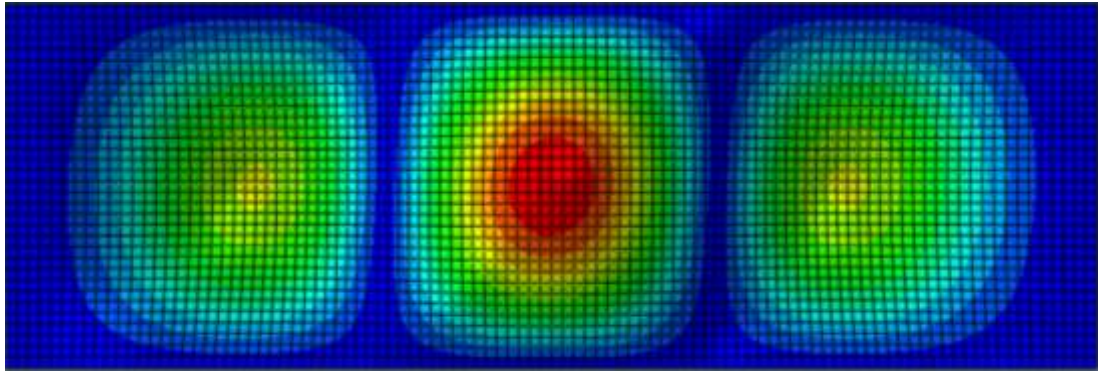


Рисунок 2.4 – Форма потери устойчивости прямоугольных панелей (300*100 мм) при шарнирном опирании для сжатия

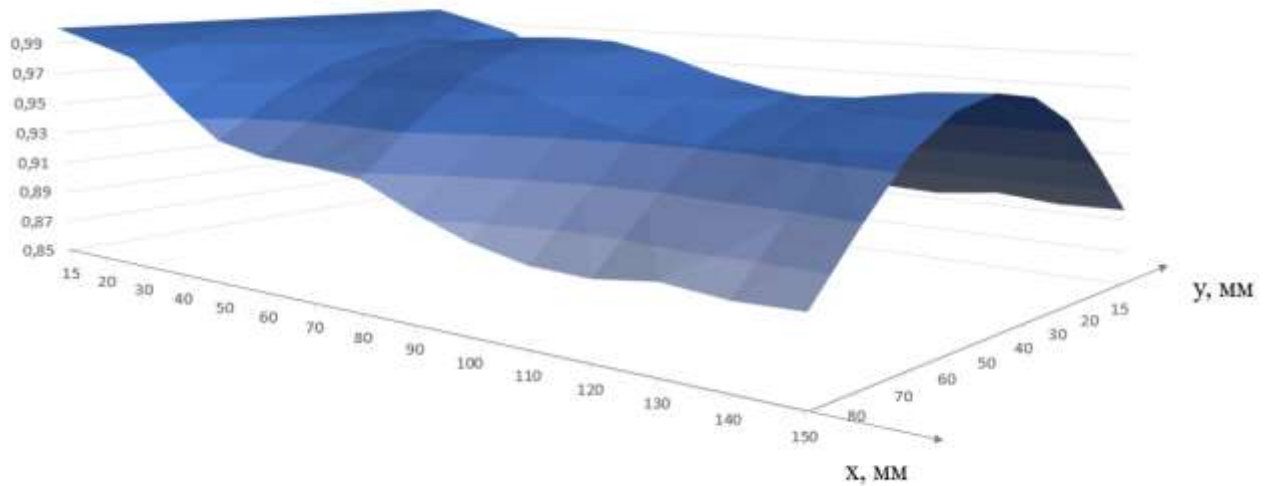


Рисунок 2.5 – Функция $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (300*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\sigma}_{buck}(x, y)) = 0,89$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия (показана половина панели)

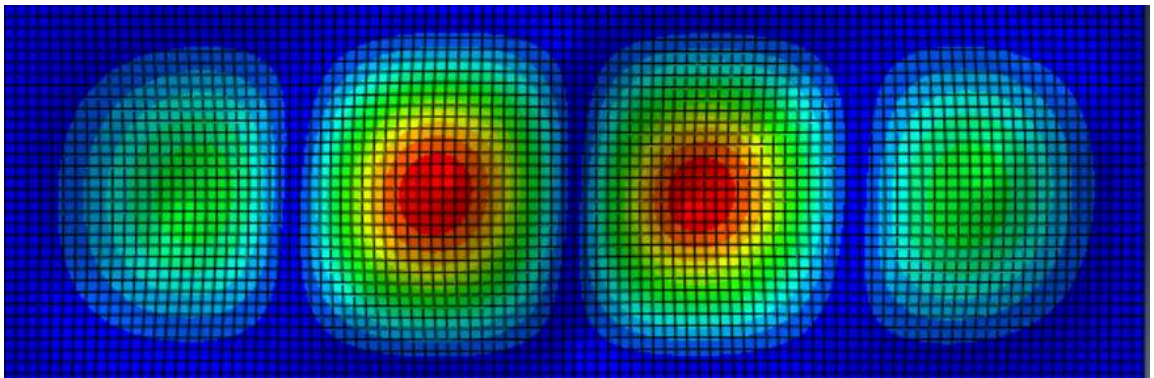


Рисунок 2.6 – Форма потери устойчивости прямоугольных панелей (300*100 мм) при жестком опирании для сжатия

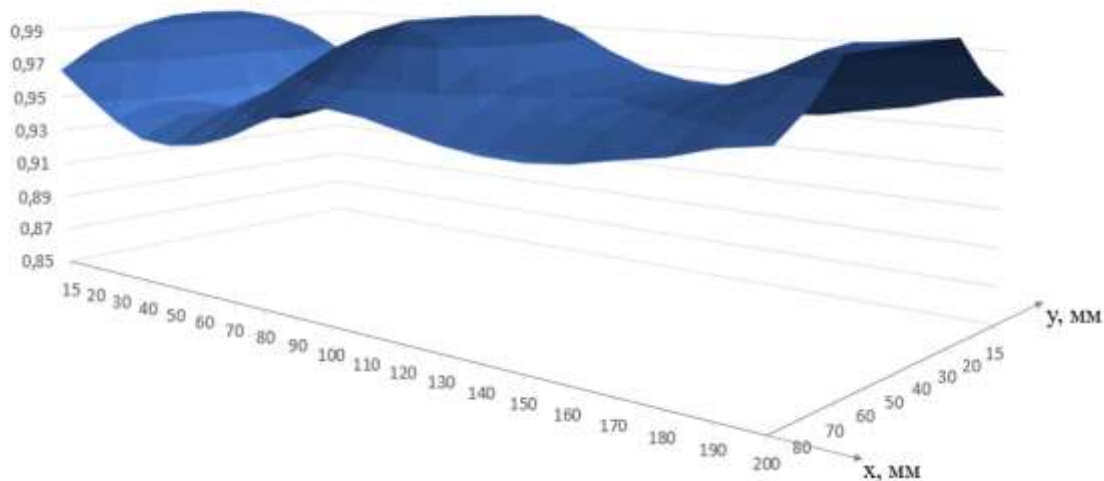


Рисунок 2.7 – Функция $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\sigma}_{buck}(x, y)) = 0,93$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия (показана половина панели)

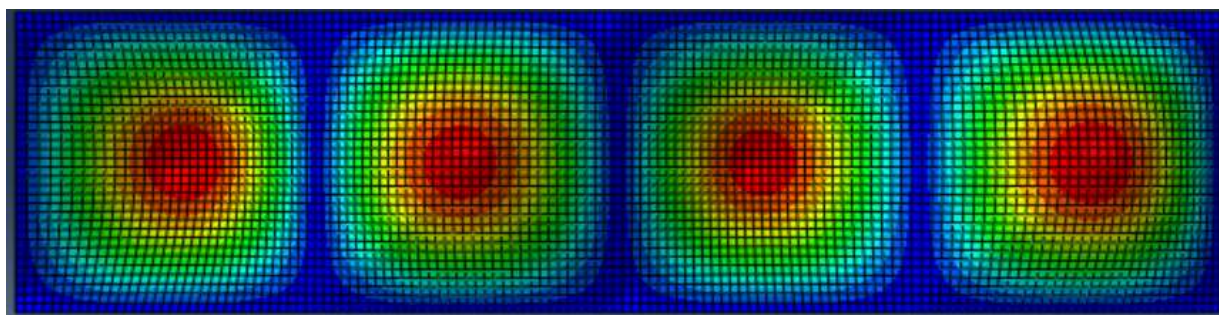


Рисунок 2.8 – Форма потери устойчивости прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании для сжатия

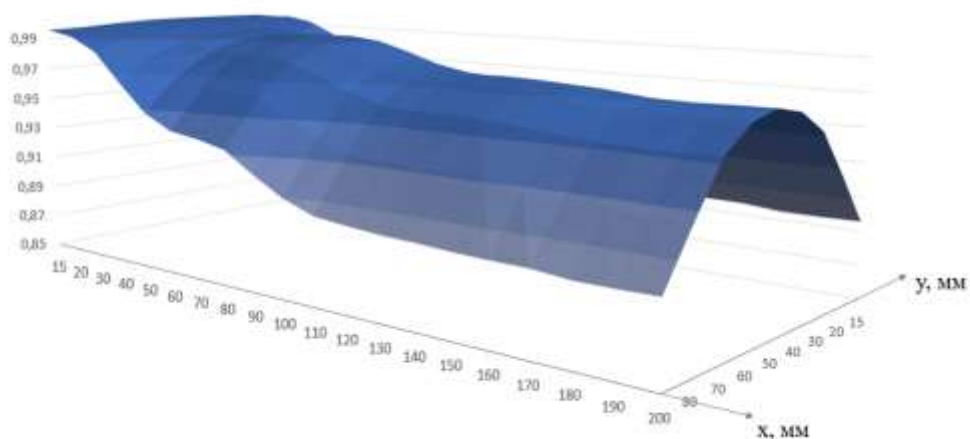


Рисунок 2.9 – Функция $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\sigma}_{buck}(x, y)) = 0,89$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия (показана половина панели)

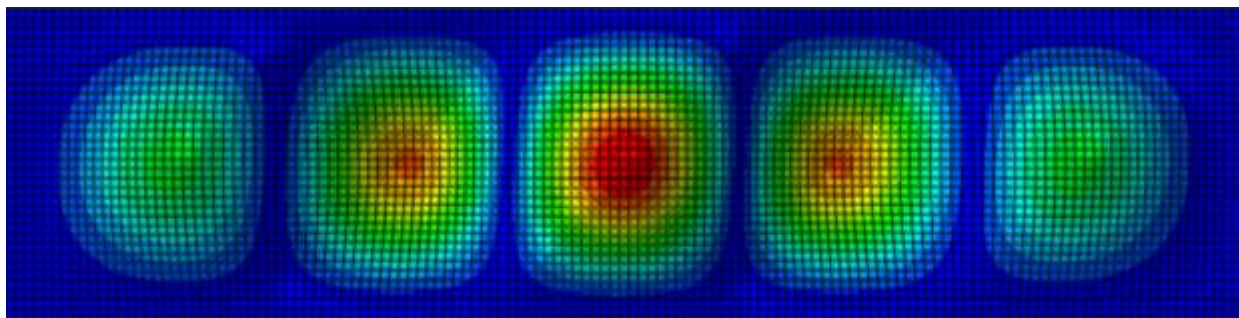


Рисунок 2.10 – Форма потери устойчивости прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании для сжатия

2.1.2 Параметрические численные исследования устойчивости гладких панелей при наличии разреза с учетом касательных напряжений

Результаты снижения критических напряжений при исследовании влияния расположения сквозного повреждения и определения ПКМ для композитных панелей с квазиизотропной структурой.

На Рисунках 2.11 – 2.14 показаны формы потери устойчивости при сдвиге и функции изменения относительных критических касательных напряжений длинных прямоугольных (при $a*b=400*100$ мм) панелей при шарнирном и жестком опирании.

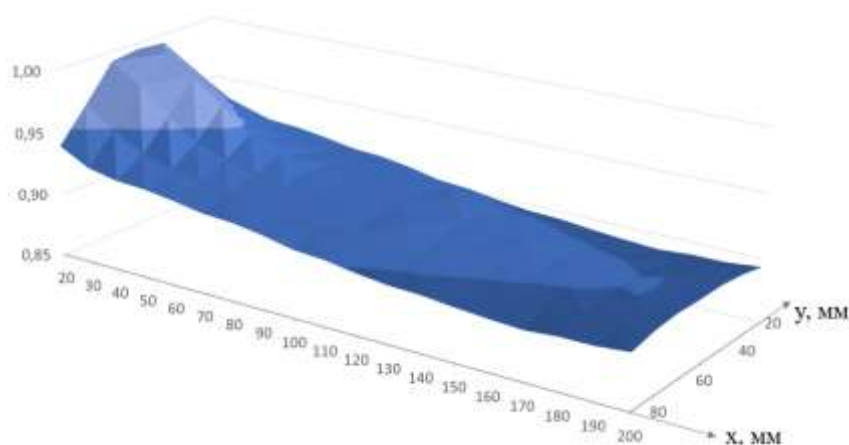


Рисунок 2.11 – Функция $\bar{\tau}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\tau}_{buck}(x, y)) = 0,88$) при $x \in [0, a/2]$ для сдвига (показана половина панели)

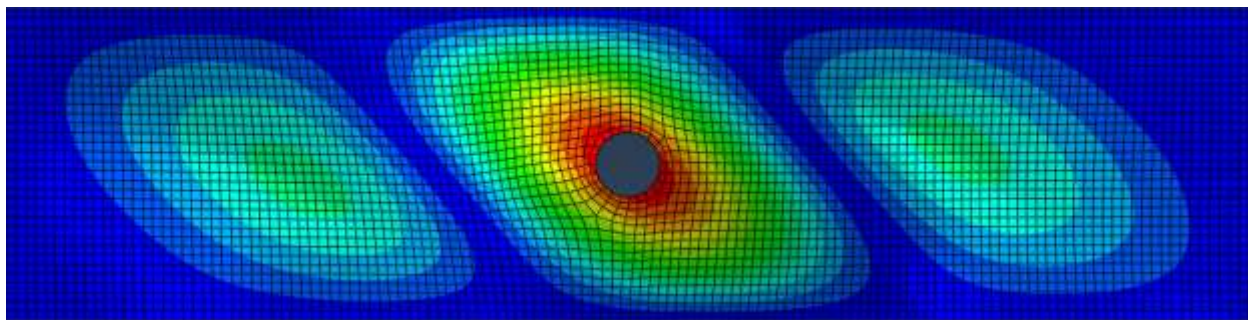


Рисунок 2.12 – Форма потери устойчивости прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании для сдвига

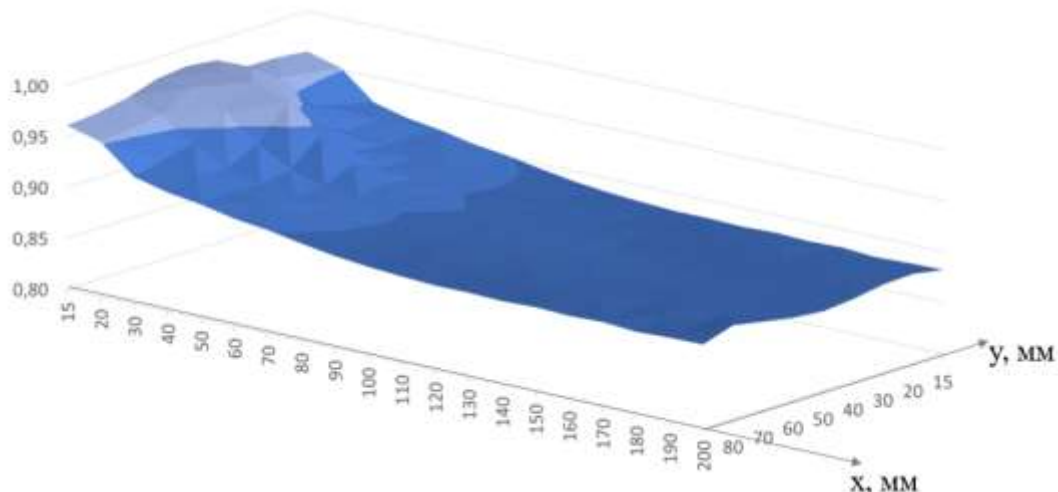


Рисунок 2.13 – Функция $\bar{\tau}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\tau}_{buck}(x, y)) = 0,87$) при $x \in [0, a/2]$ для сдвига (показана половина панели)

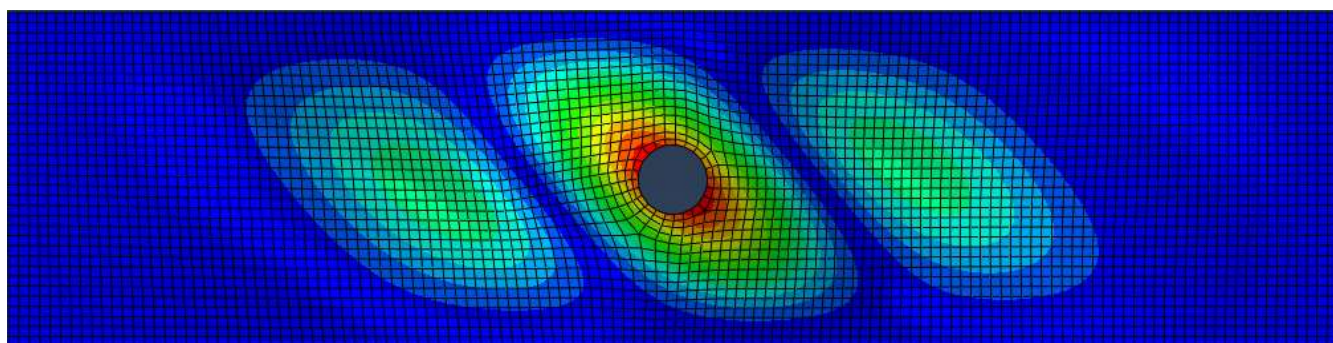


Рисунок 2.14 – Форма потери устойчивости прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании для сдвига

Также построен график влияния диаметра отверстия на потерю устойчивости гладкой прямоугольной пластины (Рисунок 2.15).

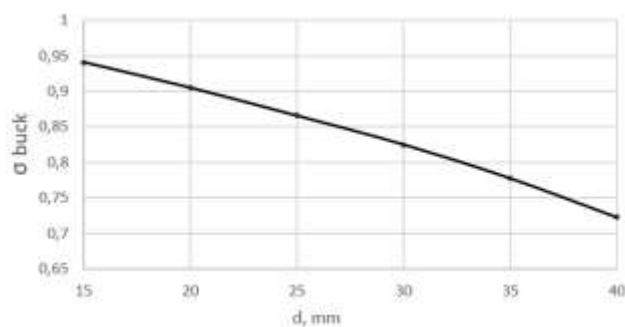


Рисунок 2.15 – График влияния диаметра отверстия на потерю устойчивости при сжатии с учетом шарнирного опирания

Рассматривая представленные результаты численных исследований (Рисунок 2.3 – 2.10) можно отметить, что в зависимости от изменения диаметра дефекта (Рисунок 2.15) максимальное снижение критических сжимающих напряжений гладких композитных панелей следует учитывать с соответствующими поправочными коэффициентами при сжатии $\psi_{\sigma} \approx 0,92$ и при сдвиге $\psi_{\tau} \approx 0,85$. Приведенные коэффициенты соответствуют максимальному воздействию сквозного дефекта на критические напряжения потери устойчивости. На ранних этапах современных разработок воздушного судна учитывают специальные расчётные условия, предусматривающие проведение дополнительных исследований влияния энергии ударного воздействия с экспериментальным определением значений площади зон расслоения композита при допускаемых повреждениях.

2.1.3 Параметрические численные исследования устойчивости гладких панелей при наличии дефекта в виде сквозных разрезов с учетом сжимающих напряжений

Представлены результаты численных исследований углепластиковых панелей при наличии дефектов в виде сквозных разрезов. Задача исследования состояла в определении потенциально критического геометрического расположения дефекта в плоскости панели с точки зрения устойчивости. Для примера рассматривалась панель с геометрическими параметрами $a*b=300*100$ мм

(Рисунок 2.16) с симметричной укладкой $\bar{h}^{(0)} = 0.5$, $\bar{h}^{(\pm 45)} = 0.4$, $\bar{h}^{(90)} = 0.1$. Панели нагружены продольными сжимающими усилиями с учетом шарнирного опирания.

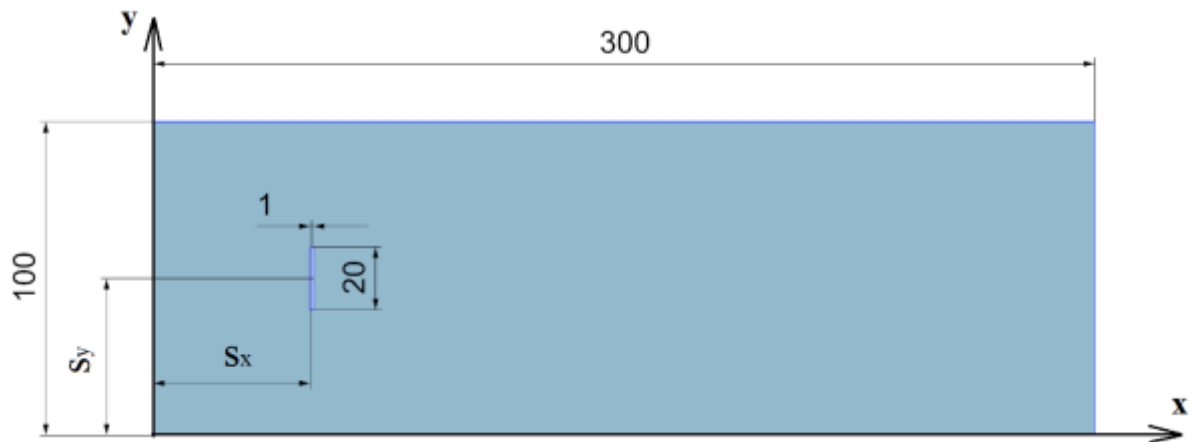


Рисунок 2.16 – Композитная панель при длине разреза $L=20$ мм.

На Рисунке 2.17 показана Функция изменения относительных критических сжимающих напряжений с учетом сквозных разрезов. На Рисунке 2.18 представлена функция изменения относительных критических сжимающих напряжений с учетом сквозных дефектов (сквозного отверстия и сквозного разреза).

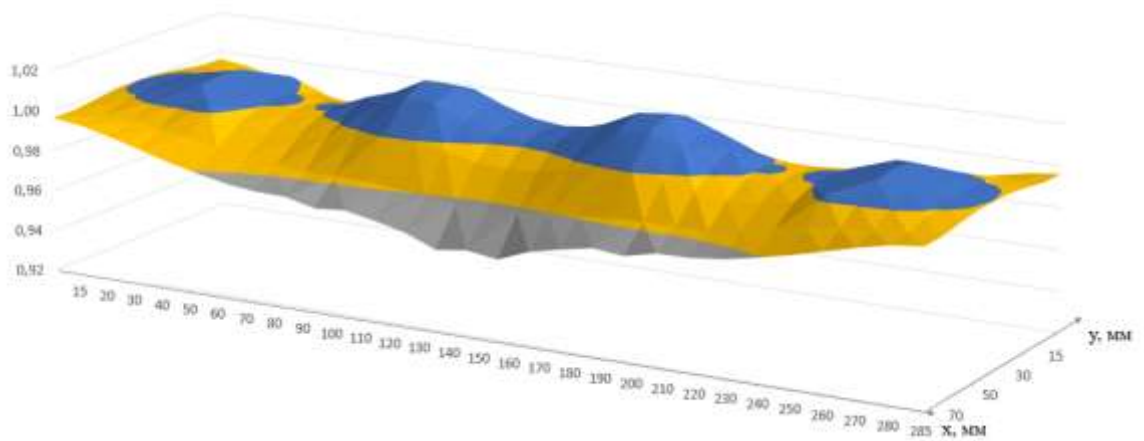


Рисунок 2.17 – Функция изменения относительных критических сжимающих напряжений с учетом сквозной разрезов

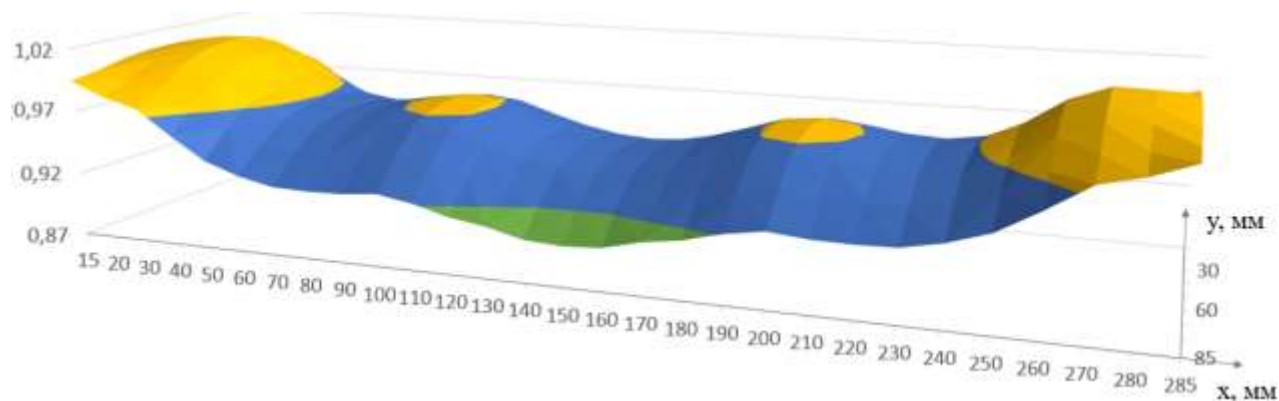


Рисунок 2.18 – Функция изменения относительных критических сжимающих напряжений с учетом сквозных дефектов (сквозного отверстия и сквозного разреза)

По результатам расчета можем прийти к выводу, что влияние сквозных разрезов оказывает меньшее влияние на потерю устойчивости, относительно сквозных круглых дефектов.

2.2 Экспериментальные исследования устойчивости гладких панелей при наличии сквозных отверстий с учетом сжимающих напряжений

Для обеспечения прочности конструкций планера важное место отводится испытаниям образцов с различными эксплуатационными повреждениями. Цель проведения подобных испытаний заключается в экспериментальном подтверждении правильности выбора ПКМ повреждения и величины снижения критических напряжений потери устойчивости при исследованиях на примере металлических компактных прямоугольных панелей.

Проведены экспериментальные исследования потери устойчивости при сжатии гладких прямоугольных металлических образцов (150*100 мм, $h = 1.2$ мм) с нанесенным сквозным повреждением в виде вырезанного сквозного отверстия ($d = 20$ мм) и без повреждения/отверстия, жестко закрепленного по всем сторонам. Нагрузка приложена к верхнему короткому краю панели. Образцы испытывались в установке для проведения испытаний по ASTM 7137. Нагружение образцов проводили равномерно до 10000 Н [53]. Результаты представлены в Таблице 2.2 и на Рисунке 2.19. В таблице 2.3 представлены сопоставленные результаты

экспериментальных испытаний и численного моделирования, выполненного с использованием специализированного программного комплекса Abaqus.

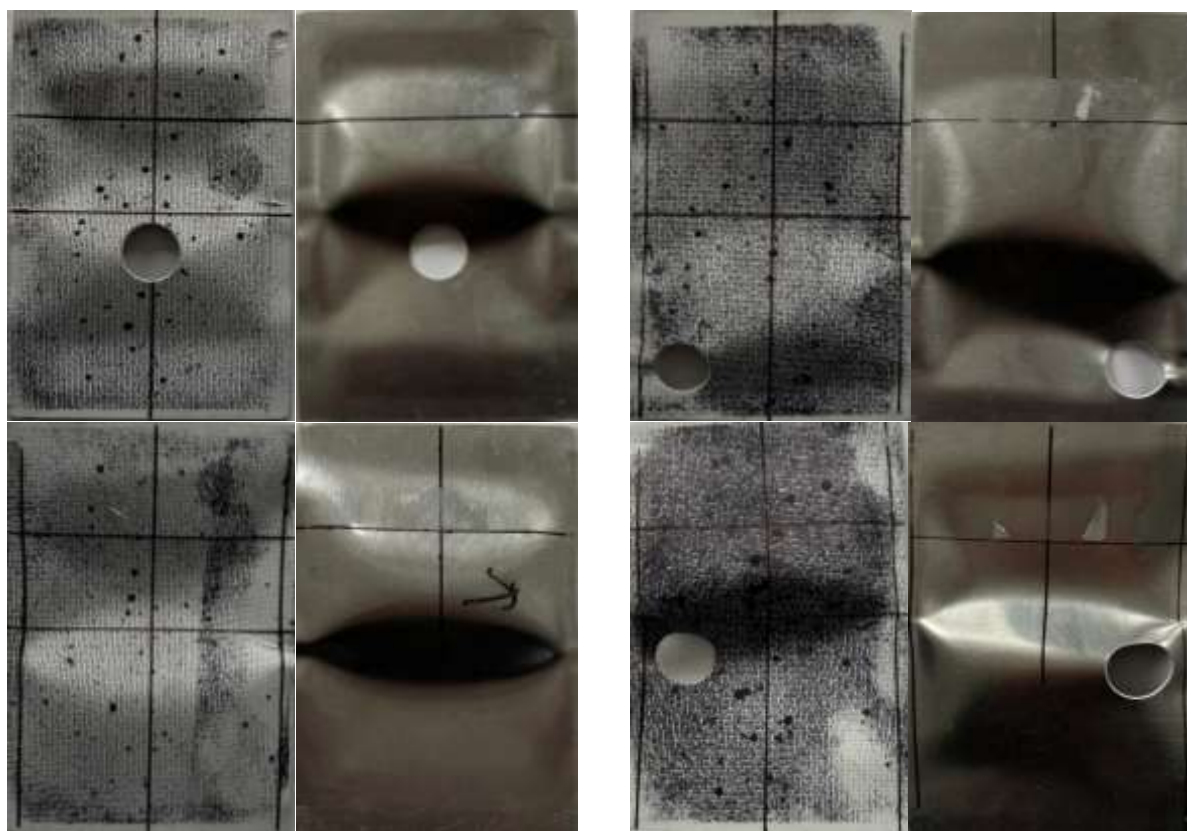


Рисунок 2.19 – Испытанные типы образцов (показаны деформированные состояния, соответствующие разрушающему уровню нагружения)

Таблица 2.2 – Результаты испытаний (указаны значения, соответствующие критическим усилиям потери устойчивости)

Расположение отверстия	Образец 1, N	Образец 2, N	Образец 3, N	Среднее значение, N
Без отверстия	6981,3	6555,7	6796,3	6777,8
Отверстие в центре панели	6247,1	6055,8	6077,1	6126,7
Отверстие в нижнем углу панели	5982,9	5876,9	5699,3	5853,1
Отверстие расположено по центру панели максимально приближено к краю панели	5465,6	5590,9	5292,6	5449,7

Таблица 2.3 – сравнительные результаты испытаний и результаты расчетов в программном комплексе Abaqus

Расположение отверстия	Результаты испытаний, отношение панели с отверстием к панели без отверстия	МКЭ, отношение панели с отверстием к панели без отверстия
Отверстие в центре панели	0,90	0,90
Отверстие в нижнем углу панели	0,86	0,87
Отверстие расположено по центру панели максимально приближено к краю панели	0,80	0,75

Анализируя Таблицу 2.3 можно сформулировать вывод, что потенциально критическое место находится по центру панели максимально приближено к краю панели с точки зрения потери устойчивости панели.

2.3 Численное исследование устойчивости композитных панелей средней толщины при сжатии и сдвиге с учетом влияния укладки и модулей поперечного сдвига

При разработке предложенной методики определения параметров ПП из КМ [44-45] использованы классические аналитические соотношения для определения критических напряжений. В случае шарнирно опертой панели, используемой для оценки устойчивости обшивки имеем [43]

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2}{6} \left[\sqrt{E_x E_y} + \mu_{xy} \overline{E_x} + G_{xy} \right] \left(\frac{\delta}{b} \right)^2, \quad (2.2)$$

С учетом разработанной в фундаментальной монографии Васильева В.В. [14] теории композитных конструкций, учитывающей деформации поперечного сдвига, получена формула для критического сжимающего потока

$$T_x = \frac{L_{mn} \left(\frac{\lambda_m^2}{K_y} + \frac{\lambda_n^2}{K_x} \right) (D_{mn} D_{nm} - D_k^2 \lambda_m^2 \lambda_n^2)}{\lambda_m^2 \left[1 + \frac{1}{K_y K_x} (D_{mn} D_{nm} - D_k^2 \lambda_m^2 \lambda_n^2) + \frac{D_{mn}}{K_y} + \frac{D_{nm}}{K_x} \right]}, \quad (2.3)$$

которая включает члены, учитывающие поперечные сдвиговые жесткости (K_x, K_y), но не позволяет получить замкнутые аналитические соотношения для прикладной методики определения параметров ПП из КМ.

В Главе 2 для определения критических напряжений с учетом деформаций поперечного сдвига предлагается инженерный подход, основанный на предварительных параметрических исследованиях устойчивости МКЭ, и записи следующей формулы для критических сжимающих напряжений при жестком опирании обшивки (как панели средней толщины)

$$\sigma_{кр} = \frac{2\pi^2}{3} \left[\sqrt{\frac{\bar{E}_x \bar{E}_y}{3}} + \frac{\mu_{xy} \bar{E}_x + G_{xy}}{3} \right] \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \omega_{сжат} \quad (2.4)$$

где $\omega_{сжат}$ – коэффициент, учитывающий влияние деформаций поперечного сдвига, полученный при проведении указанных параметрических исследованиях МКЭ при сжатии.

В случае сдвига аналогично воспользуемся формулой Л.И. Балабуха для случая жесткого опирания

$$\tau_{кр} = \frac{3.45\pi^2 \delta^2}{b^2} \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}} \sqrt{E_x E_y} \sqrt{4 + 3\alpha + \frac{1}{\alpha}} \omega_{сдвиг}, \quad (2.5)$$

где $\alpha = \frac{\sqrt{E_x E_y}}{E_x \mu_{xy} + G_{xy}}$ и $\omega_{сдвиг}$ – коэффициент, учитывающий влияние деформаций поперечного сдвига для определения критических напряжений в плоскости панели и определяемый при численных параметрических исследованиях.

С целью исследования влияния структуры ортотропного пакета на критические напряжения панелей со сквозными дефектами рассмотрены гладкие углепластиковые панели (из КМУ-4) при варьировании угла армирования для структуры $\pm \varphi^\circ = 0^\circ \dots 90^\circ$. На Рисунках 2.20, 2.21 приведены функции зависимости $\sigma_{buck}(\pm \varphi^\circ)$, построенные для угла армирования $\pm \varphi^\circ = 0^\circ$ при сжатии с учетом

шарнирного и жесткого опирания соответственно. Также проведены исследования влияния при варьировании модулей поперечного сдвига $G_{13} = 50 \dots 500 \text{ кг/мм}^2$ и $G_{23} = 50 \dots 500 \text{ кг/мм}^2$. На Рисунках 2.20, 2.21 приведены графики зависимости $\sigma_{buck}(\pm \varphi^\circ)$, построенные при изменении угла армирования с учетом положения дефекта в ПКМ. Отметим, что полученный результат изменения критических напряжений панели с дефектом отличаются от изменения критических напряжений панели без дефекта, для которых график, как правило, имеет симметричный характер при максимальной величине для структуры $\pm 45^\circ$.

Результаты снижения критических напряжений с учетом влияния модулей поперечного сдвига (G_{13} , G_{23}) для панелей без сквозного отверстия и с сквозным отверстием приведены на Рисунках 2.22, 2.23.

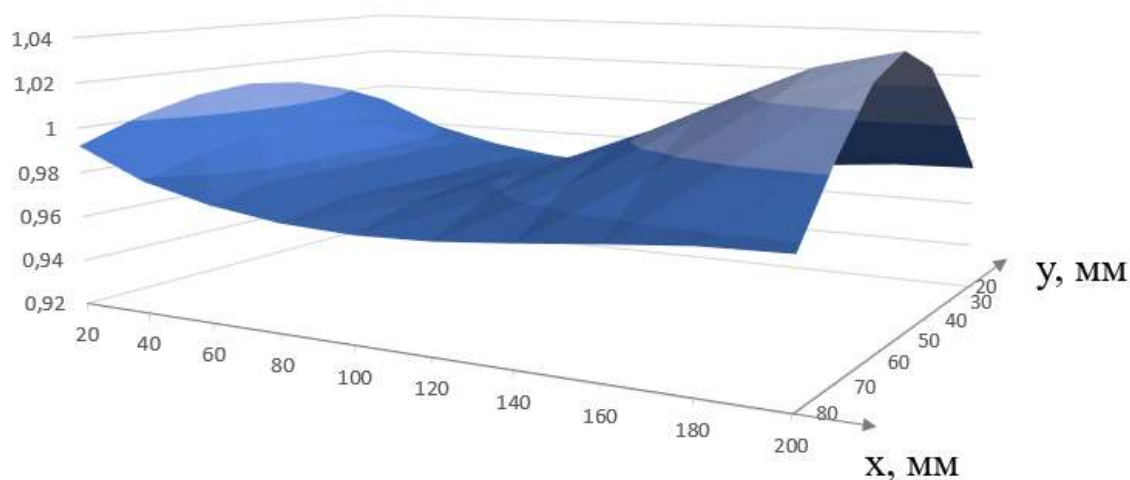


Рисунок 2.20 – Функция $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при шарнирном опирании ($\min(\bar{\sigma}_{buck}(x, y)) = 0,96$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия (показана половина панели)

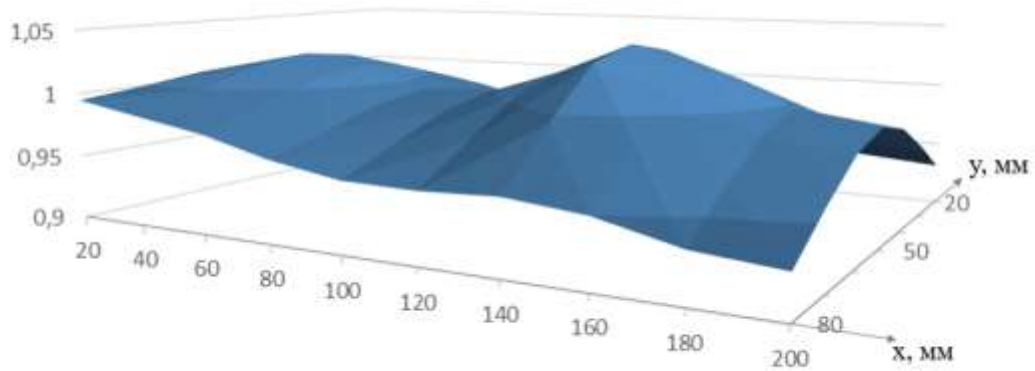


Рисунок 2.21 – Функция $\bar{\sigma}_{buck}(x, y)$ прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min(\bar{\sigma}_{buck}(x, y)) = 0,93$) при $x \in [0, a/2]$ для сжатия (показана половина панели)

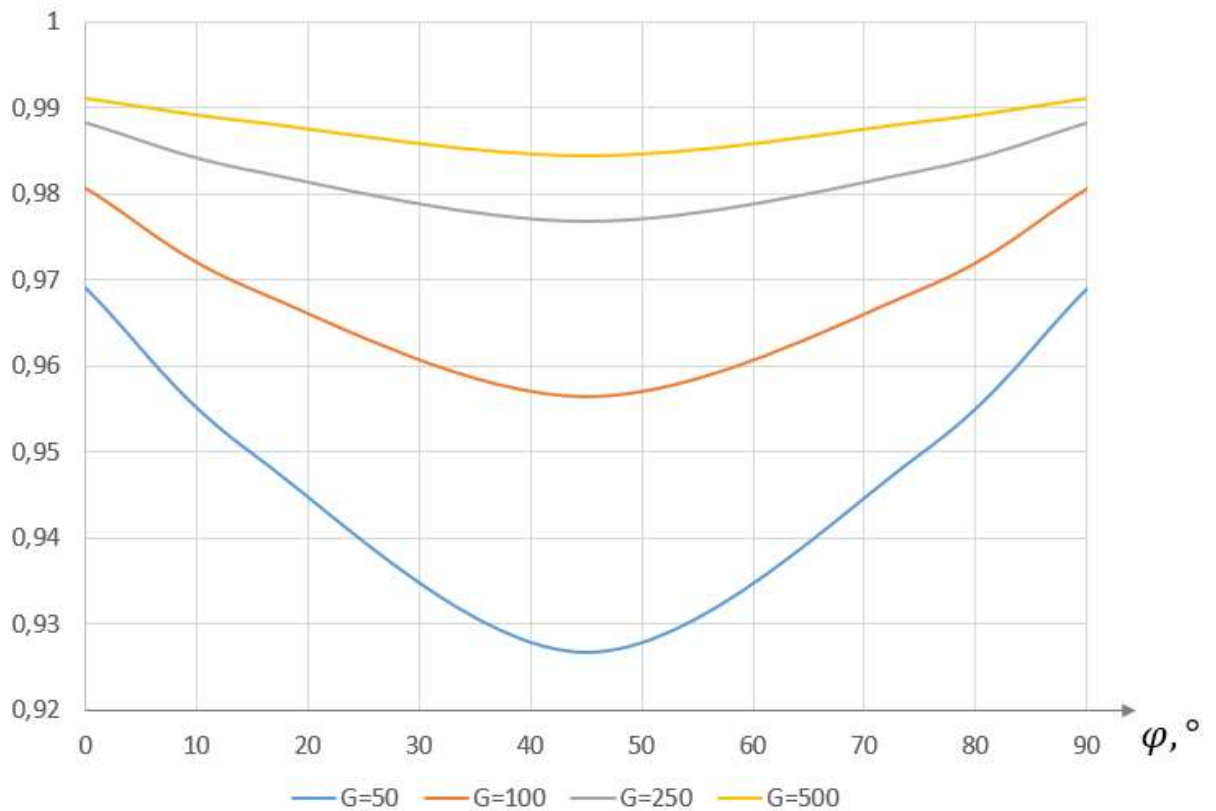


Рисунок 2.22 – График с учетом варьирования модулей поперечного сдвига $G_{13,23} = 50 \dots 500$ и угла армирования $\pm\varphi^\circ = 0^\circ \dots 90^\circ$ для прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min = 0,92$) при $\delta = 1$ для сжатия

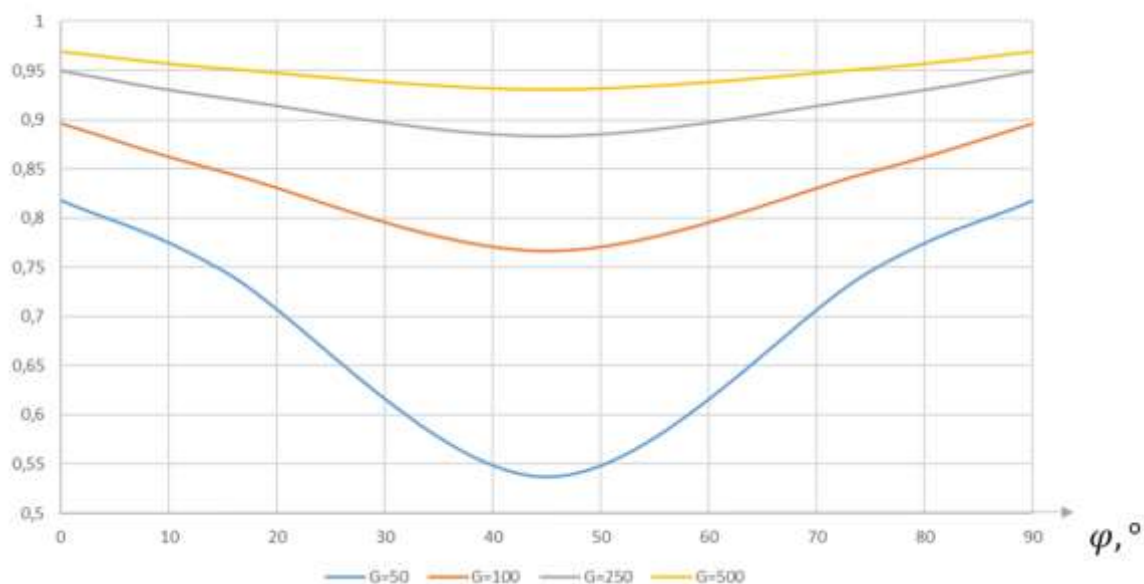


Рисунок 2.23 – График с учетом варьирования модулей поперечного сдвига $G_{13,23} = 50 \dots 500$ и угла армирования $\pm\varphi^\circ = 0^\circ \dots 90^\circ$ для прямоугольных панелей (400*100 мм) при жестком опирании ($\min = 0,53$) при $\delta = 3$ для сжатия

2.4 Заключение по Главе 2

В Главе 2 приведены результаты численных исследований гладкие металлические и композитные панели средней толщины с повреждениями (дефектами) типа сквозного отверстия и разреза, которые являются обшивками подкрепленных панелей при сжатии и сдвиге с различными граничными условиями (шарнирное опирание и жёсткая заделка по всем сторонам).

Определены потенциально критические места повреждений для гладких композитных прямоугольных панелей при рассмотрении ограничений по устойчивости. Выявлено влияние положения отверстия (дефекта) относительно панели с учетом потери устойчивости, зависящие от граничных условий и вида нагружения. Для панелей с отношением сторон $a/b = 3$ при действии сжимающих потоков для шарнирного опирания значение $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,94$, для жестко опертой панели $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,89$.

Для панелей с отношением сторон $a/b = 4$ при действии сжимающих потоков для шарнирного опирания значение $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,93$, для шарнирного опирания значение $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,89$. При действии касательных потоков для

шарнирного опирания значение $\min \bar{\tau}_{buck}(x, y) = 0,88$, для шарнирного опирания значение $\min \bar{\tau}_{buck}(x, y) = 0,87$.

Выбор места расположения дефекта для программ испытаний конструктивно-подобных образцов с целью получения соответствующего повреждения должен проводиться для обшивок с учетом полученных значений из параметрических исследований задач устойчивости панелей с дефектами в виде сквозных отверстий, представленных в Главе 2.

Представлены результаты экспериментальных исследований и сравнительные результаты испытаний и расчетов в программном комплексе *Abaqus* для гладких металлических панелей без повреждения и с повреждением в виде сквозного отверстия.

Представлена зависимость угла армирования, толщины и модуля поперечного сдвига. Из Рисунков 2.22 и 2.23 видно, что чем больше толщина, тем большее влияние оказывает изменение модуль поперечного сдвига и угла армирования.

Глава 3 Расчет и методики определения рациональных параметров подкрепленных панелей при обеспечении устойчивости

При разработке авиационных конструкций необходимо обеспечить устойчивость подкрепленных панелей. Важнейшей задачей начального этапа разработки является оценка массы различных вариантов конструкции с учётом потенциальных эксплуатационных повреждений. В Главе 3 предлагаются модифицированные аналитические методики расчета и определения параметров подкрепленных панелей, которые основаны на принципе равноустойчивости и возможности возникновения заданных допустимых дефектов обшивки. Определение оптимальных параметров подкрепленных панелей минимальной массы представлено как задача минимизации функции, зависящей от одного параметра — отношения высоты к расстоянию между стрингерами. Для учета влияния предусмотренных производственных дефектов, в Главе 2 выполнены специальные параметрические исследования с использованием метода конечных элементов, результаты которого позволили получить дополнительные поправочные коэффициенты, учитывающие снижение критических напряжений местной потери устойчивости обшивки. Введены специальные коэффициенты в соотношения жёсткостных параметров самих подкрепленных панелей.

На ранних этапах проектирования современных композитных конструкций разработчик воздушного судна создает расчетные специальные условия, где описывает, возможные регламентированные дефекты от ударных воздействий и согласовывает указанный документ с авиационными властями. Указанные данные являются основой для последующего определения перечней элементарных и конструктивно-подобных образцов для проведения последующих испытаний. Указанные перечни включают образцы, которые моделируют возможные дефекты производственного и эксплуатационного характера для оценки влияния на прочностные и жесткостные характеристики несущих панелей.

3.1 Расчет и модифицированная аналитическая методика определения параметров подкрепленных композитных панелей при обеспечении устойчивости с учетом сквозных дефектов

Для проведения поверочных расчетов подкрепленных панелей (Рисунок 3.1, 3.2) ниже приведены основные соотношения для определения критических усилий и напряжений при рассмотрении общей и местной устойчивости. В работе представлены соотношения для методики определения рациональных параметров подкрепленных панелей при нагружении сжимающими и касательными усилиями.

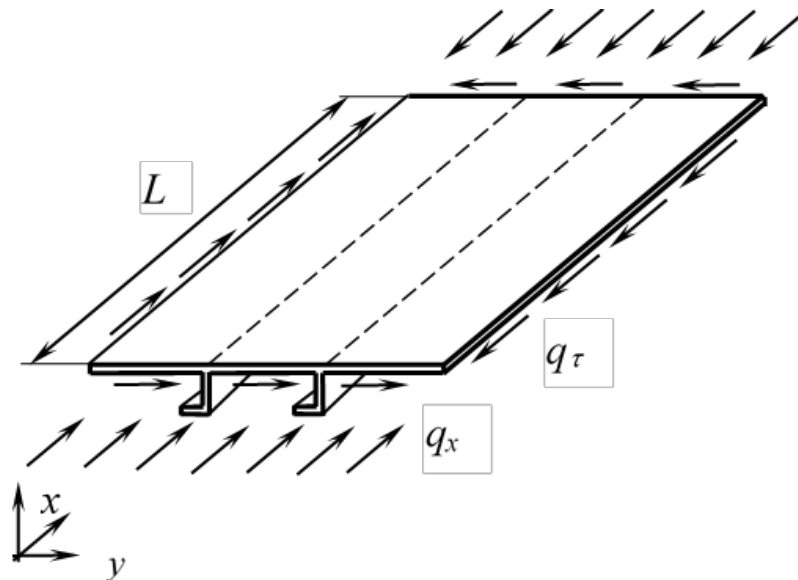


Рисунок 3.1 –Подкрепленная панель

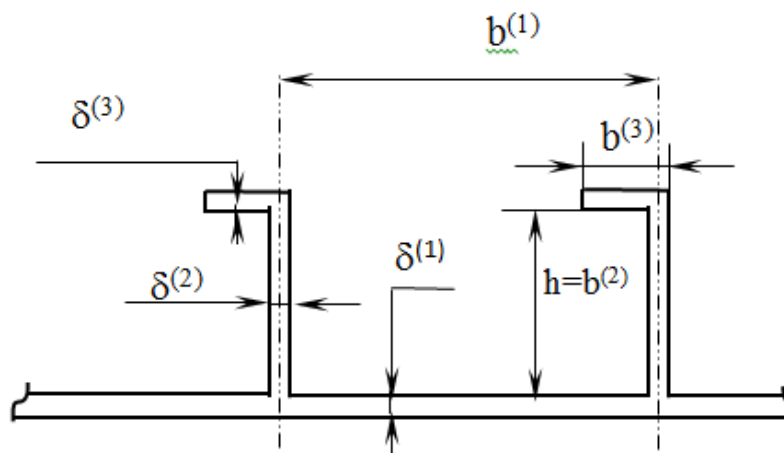


Рисунок 3.2 – Сечение Z-образной подкрепленной панели

Запишем основные соотношения для рассматриваемого случая – учета дефектов. Выражение для критической силы общей потери устойчивости панели при сжатии вдоль стрингеров определяется для шарнирно опертой стойки по формуле

$$P_{кр} = \frac{\pi^2 D_{11} t}{L^2}, \quad (3.1)$$

где D_{11} – приведенная изгибная жесткость панели в продольном направлении с учетом локальных дефектов в обшивке (см. ниже (3.6) – для Z-образных подкрепленных панелей), $L(t)$ – длина (шаг) стрингеров.

Критические напряжения местной потери устойчивости обшивки ортотропной структуры при условии шарнирного опирания при продольном сжатии вычисляются с помощью равенства (1.3) с учетом влияния дефектов

$$\sigma_{кр} = \frac{\pi^2}{6} \left[\sqrt{\bar{E}_x \bar{E}_y} + \mu_{xy} \bar{E}_x + G_{xy} \right] \left(\frac{\delta}{b} \right)^2 \psi_\sigma, \quad (3.2)$$

здесь δ – толщина обшивки, b – характерный размер (шаг стрингеров (Рисунок 3.2)), ψ_σ – коэффициент, учитывающий влияние дефекта.

Для определения критических сжимающих напряжений стенки стрингера следует использовать равенство (1.3) без введения дополнительного коэффициента от влияния дефектов.

Для полки стрингера с учетом шарнирного опирания панели с одним свободным длинным краем критические напряжения находятся по формуле

$$\sigma_{кр} = G_{xy} \left(\frac{\delta}{b} \right)^2, \quad (3.3)$$

здесь b – ширина полки стрингера (Рисунок 3.2).

Критические потоки местной потери устойчивости обшивки подкрепленной панели при действии касательных усилий определяется в случае шарнирного опирания по известной формуле Л.И. Балабуха с учетом коэффициента ψ_τ , учитывающего влияние дефекта [7]:

$$q_{\tau кр} = \frac{2\pi^2}{L^2} \sqrt{D_{22} D_3} \sqrt{4 + 3\alpha + \frac{1}{\alpha}} \psi_\tau, \quad (3.4)$$

где $\alpha = \frac{\sqrt{D_{11}D_{22}}}{D_3}$, изгибные жесткости обшивки равны

$$D_{11}, D_{22} = \frac{E_{x,y}\delta^3}{12(1-\mu_{xy}\mu_{yx})}, D_3 = \mu_{xy}D_{11} + \frac{2G_{xy}\delta^3}{12}$$

Уравнение (3.3) для оценки местной устойчивости ортотропной обшивки с толщиной δ и с шириной b можно переписать в виде

$$\tau_{кр} = \frac{2\pi^2\delta^2}{12b^2} \sqrt[4]{\frac{\bar{E}_x}{\bar{E}_y}} \sqrt{\bar{E}_x\bar{E}_y} \sqrt{\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\left(3+\frac{1}{\alpha}\right)} \psi_\tau$$

или

$$\tau_{кр} = 1,645EK_\tau \frac{\delta^2}{b^2}$$

где

$$K_\tau = \frac{1}{E} \sqrt[4]{\frac{\bar{E}_x}{\bar{E}_y}} \sqrt{\bar{E}_x\bar{E}_y} \sqrt{\left(1+\frac{1}{\alpha}\right)\left(3+\frac{1}{\alpha}\right)} \psi_\tau$$

В данном случае задача определения параметров подкрепленных панелей минимального веса формулируется следующим образом найти $\min \delta_f(x)$ при выполнении ограничений $H_i(x) \geq 0$, где $x = \{x_1, \dots, x_n\}$ – варьируемые параметры, δ_f – приведенная толщина подкрепленной панели, H_i – ограничения по местной и общей устойчивости, вытекающие из условий (3.1) – (3.4).

3.1.1 Методики расчета и определения рациональных параметров Z-образных подкрепленных панелей с учетом сжимающих напряжений

Перепишем сначала соотношения (3.2) – (3.3) в виде

$$\sigma_{кр}^{(i)} = 1,645K_\sigma^{(i)} E \left(\frac{\delta^{(i)}}{b^{(i)}} \right), i = 1, 2, \quad (3.5)$$

где $K_\sigma^{(i)}$ – коэффициенты устойчивости

$$K_\sigma^{(1)} = \frac{1}{E} \left[\sqrt{\bar{E}_x^{(1)}\bar{E}_y^{(1)}} + \mu_{xy}^{(1)}\bar{E}_x^{(1)} + G_{xy}^{(1)} \right] \psi_\sigma, \quad (3.6)$$

$$K_\sigma^{(2)} = \frac{1}{E} \left[\sqrt{\bar{E}_x^{(2)}\bar{E}_y^{(2)}} + \mu_{xy}^{(2)}\bar{E}_x^{(2)} + G_{xy}^{(2)} \right], \quad (3.7)$$

$$K_{\sigma}^{(3)} = \frac{G_{xy}^{(3)}}{1,645E}, \quad (3.8)$$

где E – модуль упругости для редуцирования, ψ_{σ} – коэффициент, учитывающий влияние дефекта.

Из условий совместности деформаций имеем

$$\delta^{(i)} = r^{(i)} b^{(i)} \frac{\delta^{(1)}}{t}, i = 2 \dots 3, \quad (3.9)$$

где $r^{(i)} = \sqrt{\frac{K_{\sigma}^{(1)} \bar{E}_x^{(i)}}{K_{\sigma}^{(i)} \bar{E}_x^{(1)}}}, i = 2, 3.$

Здесь для учета дефекта от ударных воздействий в обшивке введен коэффициент ψ_{σ} , который определен в Главе 2 при численном исследовании сжимающих критических напряжений с учетом расположения дефекта. Также введем коэффициент $\varphi^{(1)} = \frac{(b^{(1)} - d)}{b^{(1)}}$, где d – диаметр повреждения в обшивке, учитывающий в запас уменьшение поперечного сечения для обшивки рассмотренного вида ПП (рис.3.2).

Выражение для изгибной жесткости z -образной подкрепленной панели с учетом коэффициента влияния дефекта обшивки $\varphi^{(1)}$:

$$D_{11} = \delta^{(1)} k^2 h^2 E \frac{b_1 + b_2 k^2}{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}, \quad (3.10)$$

где $a_1 = 1.25 \xi^2 r^{(3)} \frac{E_x^{(3)}}{E}$, $a_2 = 1.5 \xi^2 r^{(3)} \frac{E_x^{(3)}}{E_x^{(1)}}$, $a_3 = r^{(2)} \frac{E_x^{(2)}}{12E}$, $b_1 = \varphi^{(1)} (a_1 + a_3)$, $b_2 = a_2 a_2$

и ξ – конструктивный параметр, выбираемый из конструктивных соотношений $\xi \in [0.2, 0.5]$ и условия $b^{(3)} = \xi b^{(2)}$.

Методика поверочного расчета подкрепленных панелей

Методика поверочного расчета для рассматриваемых подкрепленных панелей включает в себя традиционные соотношения определения местной ((3.5)-(3.8)) и общей ((3.1), (3.10)) устойчивости с учетом коэффициентов, учитывающих

дефекты: $K_{\sigma}^{(1)}$ и $\varphi^{(1)}$. Таким образом, при заданные укладках, геометрических параметрах подкрепленных панелей, действующих сжимающих потоках и результатах проведенных параметрических исследованиях влияния регламентированных дефектов на местную устойчивость обшивки задача поверочного расчета может быть выполнена.

Модифицированная методика определения рациональных параметров подкрепленных панелей

Модифицированная методика определения рациональных параметров подкрепленных панелей при использовании условия равноустойчивости представляет практический интерес. Приведенная толщина Z-образной подкрепленной панели определяется по формуле

$$\delta_f = \delta^{(1)} + \delta^{(2)} \frac{b^{(2)}}{t} + \delta^{(3)} \frac{b^{(3)}}{t}, \quad (3.11)$$

Проводя преобразования записанных уравнений задача рационального проектирования сводится к задаче минимизации функции одной переменной $k = \frac{h}{t}$, которая является отношением высоты к шагу подкрепления. Из конструктивных соображений ясно, что параметр меняется в пределах отрезка $k \in [0,1]$. Для вычисления рациональных параметров Z-образных подкрепленных панелей (Рисунок 3.2) представлены выражение приведенной толщины подкрепленной панели и система уравнений для определения всех геометрических параметров подкрепленной панели

$$\bar{\delta}_f = \sqrt{T} \frac{\lambda_{\sigma}(k)}{c_1} \rightarrow \min, \quad (3.12)$$

$$\text{где } c_1 = \sqrt[4]{1.645\pi^2 K_{\sigma}^{(1)}}, \quad \bar{\delta}_f = \frac{\delta_f}{L}, \quad T = \frac{q_x^p}{EL}, \quad \lambda_{\sigma(k)} = \sqrt[4]{\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2} \frac{\varphi^{(1)} + f_2 k^2}{k^4 \sqrt{\varphi^{(1)} + f_1 k^2}}},$$

$$\frac{h}{L} = \frac{\sqrt{\varepsilon(\varphi^{(1)} + f_1 k^2)}}{\pi k} \sqrt{\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2}},$$

$$\varepsilon = \sqrt{T} \frac{c_1 k}{\sqrt[4]{(\varphi^{(1)} + f_1 k^2)^3}} \sqrt[4]{\frac{b_1 + b_2 k^2}{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}} \quad (3.13)$$

$$\delta^{(1)} = \frac{h}{k} \sqrt{\frac{\varepsilon}{1.645 K_\sigma^{(1)}}},$$

$$\frac{h}{k} = \frac{\sqrt{\varepsilon (\varphi^{(1)} + f_1 k^2)}}{\pi k} \sqrt{\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2}}.$$

Индексы в скобках указывают на элементы панели (Рисунок 3.2): (1), (2), (3) – обозначают параметры, относящиеся соответственно к обшивке, стенке и полке стрингера; $\lambda_{\sigma(k)}$ – минимизируемая функция одной переменной.

Таким образом, имеем выражение (3.12) для безразмерной величины приведенной толщины подкрепленной панели $\bar{\delta}_f$. После определения минимума функции $\lambda_\sigma(k)$ остальные параметры равноустойчивых подкрепленных панелей вычисляются по соотношениям, представленным в системе уравнений (3.13).

Оценка влияния коэффициента снижения критических сжимающих напряжений обшивки на увеличение увеличения приведенной толщины подкрепленных панелей

В Таблице 3.1 приведены результаты численной оценки увеличения приведенной толщины разрабатываемых равноустойчивых подкрепленных панелей в зависимости от коэффициента снижения критических сжимающих напряжений обшивки при наличии сквозного дефекта.

Таблица 3.1 – Оценка увеличения приведенной толщины подкрепленной панели при сжатии с учетом снижения критических сжимающих напряжений обшивки

	Коэффициент снижения критических сжимающих напряжений обшивки, ψ_σ	Коэффициент увеличения приведенной толщины подкрепленных панелей
1	1	1
2	0,95	1,02
3	0,9	1,04
4	0,85	1,06

3.1.2 Методики расчета и определения рациональных параметров Z-образных подкрепленных панелей при сдвиге

Применяя соотношения (3.4), (3.9) - (3.10) для рационального проектирования Z-образных подкрепленных панелей получим систему уравнений, аналогично записанной выше (3.12) – (3.13). В случае действия сдвиговых потоков q_τ^p с учетом сквозных дефектов:

$$\bar{\delta}_f = \frac{\delta_f}{L} = S^{\frac{7}{15}} \frac{\lambda_\tau(k)}{c_1} \rightarrow \min, \quad (3.14)$$

где

$$\lambda_\tau(k) = \sqrt[5]{\frac{\varphi^{(1)} + a_1 k^2}{\varphi^{(1)} + 0.25 a_1 k^2} \frac{1 + r k^2}{k^{0.8}}}, \quad S = \frac{q_\tau^p}{EL}, \quad c_1 = \sqrt[15]{\frac{(3.45\pi^2)^4 (1.645K_\tau)^3}{12}},$$

$$\theta = S^{\frac{8}{15}} \sqrt[5]{\frac{b_1 + b_2 k^2}{\varphi^{(1)} + a_2 k^2} k^{0.8}} \sqrt[5]{1.645K_\tau} \sqrt[15]{e_y (3.45\pi^2)^4}, \quad (3.15)$$

$$\frac{h}{L} = \left[\frac{\varphi^{(1)} + a_2 k^2}{b_1 + b_2 k^2} \right]^{3/8} \sqrt[8]{\frac{1.645K_\tau}{e_y}} \frac{\theta^{3/8}}{\sqrt{3.45\pi^2 k}},$$

$$\delta^{(1)} = \frac{h}{k} \sqrt{\frac{\theta}{1.645K_\tau}}, \quad K_\tau = \frac{1}{E} \sqrt[4]{\frac{\bar{E}_x}{\bar{E}_y}} \sqrt{\bar{E}_x \bar{E}_y} \sqrt{\left(1 + \frac{1}{\alpha}\right) \left(3 + \frac{1}{\alpha}\right)} \psi_\tau.$$

Параметры подкрепленных панелей минимального веса вычисляются путем определения минимума функции $\lambda_\tau(k)$ с учетом величины $k \in [0,1]$ и величины

коэффициента влияния дефекта в обшивке $\psi_{\tau}^{(1)}$, параметрические исследования для которого проведены в Главе 2.

3.2 Заключение по Главе 3

В Главе 3 предложены модифицированные аналитические методики поверочного расчета и определения рациональных параметров подкрепленных панелей с учетом возможных сквозных дефектов.

Проведены результаты численной оценки приведенных толщин, разрабатываемых равноустойчивых подкрепленных панелей в зависимости от коэффициента снижения критических напряжений потери устойчивости обшивки при наличии сквозных дефектов. В частности, показано, что при снижении критических напряжений обшивки с коэффициентом $\psi_{\sigma} = 0,9$ приводит к необходимости увеличения приведенной толщины равноустойчивых подкрепленных панелей на 4%.

Методики применимы на ранних этапах разработки авиационных конструкций, относящихся к категории малой и средней грузоподъемности для оценки изменения приведенной толщины панели при варьировании величинами допускаемых дефектов с учетом заданных расчетных потоках.

Глава 4 Расчет и методика определения минимальных толщин плоских композитных и металлических панелей средней толщины с учетом действия сжимающих и касательных потоков для закритического деформирования

Гладкие композитные и металлические панели средней толщины, подвергающиеся сжимающим, сдвиговым и комбинированным воздействиям, которые выполняют функцию обшивок подкрепленных панелей кессона крыла самолета средней грузоподъемности.

В исследованиях [44 - 46] представлена методика определения рациональных параметров композитных и металлических тонких панелей с учетом закритического деформирования, и допустимой потери устойчивости при нагрузках, близких к эксплуатационным. Применяя аналитические методы для решения геометрически нелинейных задач определяются минимальные толщины панелей, при которых достигаются предельные значения напряжений по прочности.

В диссертации рассматривается начальный этап закритического поведения и рассматривается только один член ряда прогиба, что позволяет получать аналитические решения геометрически нелинейных задач.

Задача обеспечения прочности и несущей способности с учетом обеспечения минимального веса сформулирована следующим образом: при заданных условиях необходимо определить толщину гладкой композитной панели (целевая функция – минимизация веса $V(\delta) \rightarrow \min$ с учетом ограничений по прочности в условиях закритического поведения – $N_i(x) \geq 0$, которые представлены в виде равенств. При проектировании с учетом закритического деформирования выполняется равенство предельных напряжений по прочности. Соответствующие запасы прочности при геометрически нелинейном поведении оказываются равными единице.

В Главе 4 представлена методика расчета прочности плоских гладких композитных и металлических панелей для закритического деформирования с учетом мембранных и изгибных напряжений, что является новой методикой

определения параметров панелей. На основе полученной методики расчета предложен алгоритм определения толщин. Объектами исследования являются прямоугольные композитные и металлические панели с геометрическими параметрами $a \gg b$, толщиной δ с учетом шарнирного опирания и жесткой заделки при различных видах нагружения: сжатии, сдвиге и комбинированном. Основной целью Главы 4 является разработка методики расчета прочности плоских гладких панелей при закритическом поведении плоских гладких панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при различных видах нагружения и формулировка замкнутых аналитических зависимостей для определения толщины и ширины панели.

4.1 Методики расчета и определения минимальных толщин металлических панелей с учетом геометрической нелинейности при различных видах нагружения

4.1.1 Методика расчета для шарнирно опертой панели под действием сжимающих потоков

Для случая шарнирного опирания прямоугольной панели, подвергающейся продольному сжатию (Рисунок 4.1).

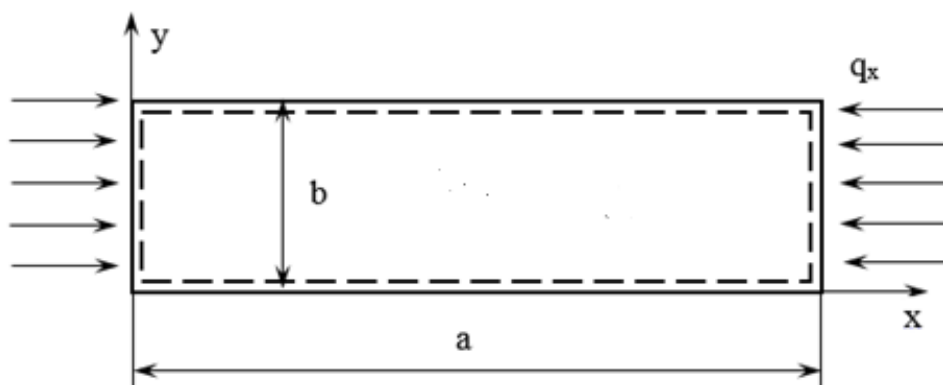


Рисунок 4.1 – Прямоугольная панель при действии продольных сжимающих усилий

Запишем прогиб панели в виде

$$w = f \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right), \quad (4.1)$$

где f – амплитуда прогиба, m – число полуволн в продольном направлении, a – длина панели, b – ширина панели.

При подстановке прогиба (4.1) в геометрически нелинейное уравнение совместности деформаций (1.1) получена функция напряжений Эри (1.2)

$$F = \frac{E a^2 f^2}{32 b^2 m^2} \cos\left(\frac{2\pi m x}{a}\right) + \frac{E b^2 f^2 m^2}{32 a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) - \frac{p_x y^2}{2}, \quad (4.2)$$

где p_x – расчетные напряжения, определяемые потоками внешних погонных сжимающих усилий, приложенных к торцевым кромкам панели в плоскости панели: $q_x = p_x \delta$.

Мембранные продольные напряжения потерявшей устойчивость панели определяются по формулам:

$$\sigma_x^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{E f^2 m^2 \pi^2}{8 a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) - p_x = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - p_x, \quad (4.3)$$

$$\sigma_y^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{E f^2 \pi^2 m^2}{8 b^2 m^2} \cos\left(\frac{2\pi m x}{a}\right) = -f^2 \Omega_y^{\text{мемб}}(x, y),$$

$$\tau_{xy}^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = 0$$

Далее представим выражение для изгибных напряжений

$$\sigma_x^{\text{изг}} = -\left(\frac{\delta f E_\alpha}{2}\right) = -\delta f \Omega_x^{\text{изг}}(x, y), \quad (4.4)$$

$$\sigma_y^{\text{изгиб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -f \Omega_y^{\text{изгиб}}(x, y),$$

$$\tau_{xy}^{\text{изг}} = -\delta f \Omega_{xy}^{\text{изгиб}}(x, y),$$

где

$$\Omega_x^{изгиб}(x, y) = \frac{I}{2} \left[\bar{E} \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \bar{E} \mu_{xy} \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right], \quad \bar{E} = \frac{E}{(1-\mu^2)}$$

$$\Omega_y^{изгиб}(x, y) = \frac{I}{2} \left[\bar{E} \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \bar{E} \mu_{xy} \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right],$$

$$\Omega_{xy}^{изгиб}(x, y) = \frac{I}{2} \left[G \frac{\pi^2}{ab} \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{\pi y}{b} \right].$$

Суммарные продольные нормальные напряжения равны

$$\sigma_{x\Sigma} = -f^2 \Omega_x^{мемб}(x, y) - \delta f \Omega_x^{изг}(x, y) - p_x, \quad (4.5)$$

Аналитическое решение геометрически нелинейной задачи методом Бубнова – Галеркина сводится к решению

$$\delta^2 \bar{D}_{mn} + f^2 E_{mn} = \left(\frac{m}{a} \right)^2 p_x, \quad (4.6)$$

где с учетом равенства $m = \frac{a}{b}$ для чисел полуволн в продольном направлении шарнирно опертой панели и равенств

$$E_{mn} = E \left(\frac{m^4}{a^4} + \frac{1}{b^4} \right) \frac{\pi^2}{16} = \frac{\pi^2 E}{8b^4}. \quad (4.7)$$

$$\bar{D}_{mn} = \pi^2 \frac{E}{12(1-\mu^2)} \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 + \left(\frac{1}{b} \right)^2 \right]^2 = \frac{\pi^2 E}{3b^4(1-\mu^2)}. \quad (4.8)$$

далее имеем уравнение, связывающее толщину, амплитуду прогиба и действующий сжимающий поток

$$\delta^3 \frac{\pi^2 E}{3b^4(1-\mu^2)} + f^2 \delta \frac{\pi^2 E}{8b^4} = q_x, \quad (4.9)$$

Формализуем соответствующие методики поверочного расчета и определения минимальных толщин прямоугольных металлических панелей при продольном сжатии.

Методика поверочного расчета для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования

Методика поверочного расчета при известных габаритах панели, толщине и действующей нагрузке для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования при использовании математического пакета *mathcad* сводится к алгоритму, включающему следующие пункты:

- задание исходных данных (габариты панели, толщины, действующей нагрузки);
- определение числа полуволн, которые могут образовываться при потере устойчивости у четом сжимающих потоков по формуле $m = \frac{a}{b}$;
- вычисление амплитуды прогиба исходя из формулы (4.6)

$$f^2 = \frac{\left[q_x - \delta^3 \frac{\pi^2 E}{3b^4 (1 - \mu^2)} \right]}{\delta \frac{\pi^2 E}{8b^4}},$$

- в *mathcad* с учетом того, что амплитуда является функцией координат $f = \Phi(x, y)$;
- вычисление напряжений $\sigma_{x\Sigma}$ по формуле (4.5) с учетом соотношений для мембранных и изгибных напряжений;
- вычисление запасов прочности исходя из максимальных нормальных действующих напряжений в потенциально критических точках, которые удобно определять при использовании пакета *Mathcad* при рассмотрении зависимости $\sigma_{x\Sigma}(x, y)$.

Методика определения минимальной толщины панели

Для методики определения минимальной толщины панели в наиболее простом случае шарнирно опертой панели воспользуемся равенством

возникающих суммарных напряжений предельным по прочности значениям для определения минимальной толщины

$$\sigma_{x\Sigma} = \bar{\sigma}_x, \quad (4.10)$$

в ПКТ с координатами (x_Σ, y_Σ) , в которых напряжения достигаются максимальных по модулю значений. В общем случае точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)$ или изгибных $\Omega_x^{\text{изг}}(x, y)$ напряжений и требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Рассмотрим равенства (4.5), (4.10) в качестве квадратного уравнения относительно амплитуды прогиба и запишем его решение

$$f = \frac{-\delta \Omega_x^{\text{изг}}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_x^{\text{изг}}(x, y) \right)^2 - 4 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)}, \quad (4.11)$$

Затем подставим (4.11) в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (4.6). Для рассмотрения задач определения неизвестной толщины получаем уравнение

$$\delta^3 \frac{\pi^2 E}{6b^2(1-\mu^2)} + \delta \left[\frac{-\delta \Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y) \right)^2 - 4 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)} \right]^2 \frac{\pi^2 E}{8b^2} = q_x \quad (4.12)$$

и методика определения минимальных толщин сводится к численному решению уравнения (4.12) относительно величины δ в точках с координатами (x_i, y_i) . Далее возможно только численное решение нелинейного уравнения (4.12) с учетом указанных параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели: $x \in [0, a]$, $y \in [0, b]$, $\delta \in [0, \delta_{\text{конст}}]$. Необходимо численно решать уравнение (4.12) в выбранных точках панели и затем выбрать максимальное значение толщины. Здесь и далее при выборе величины напряжений $\bar{\sigma}$ для металлических конструкций целесообразно использовать условие: $\bar{\sigma} = \sigma_T$, где σ_T – предел текучести материала панели.

Особенности определения минимальной толщины панели с учетом использования эквивалентных напряжений

Рассмотрим особенности определения минимальной толщины панели с учетом использования эквивалентных напряжений, вычисляемых по формуле

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2},$$

и условия достижения предельных напряжений $\sigma_{\text{экв}} = \bar{\sigma}$.

Мембранные и изгибные напряжения записаны выше в виде равенств (4.3) – (4.4). Записываем в общем виде выражения для суммарных напряжений

$$\sigma_x = \sigma_x^{\text{мемб}} + \sigma_x^{\text{изг}} = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y),$$

$$\sigma_y = \sigma_y^{\text{мемб}} + \sigma_y^{\text{изг}} = -f^2 \Omega_y^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_y^{\text{изгиб}}(x, y),$$

$$\tau_{xy} = \tau_{xy}^{\text{мемб}} + \tau_{xy}^{\text{изг}} = -f^2 \Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) - \delta f \Omega_{xy}^{\text{изгиб}}(x, y),$$

которые подставляются в уравнение для эквивалентных напряжений, откуда получим равенство относительно амплитуды прогиба

$$\begin{aligned} & f^4 \left\{ \left(\Omega_x^{\text{мемб}} \right)^2 - \Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_y^{\text{мемб}} + \left(\Omega_y^{\text{мемб}} \right)^2 \right\} + \\ & + \delta f^3 \left\{ 2 \Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_x^{\text{изгиб}} - \Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_y^{\text{изгиб}} - \Omega_y^{\text{мемб}} \Omega_x^{\text{изгиб}} + 2 \Omega_y^{\text{мемб}} \Omega_y^{\text{изгиб}} \right\} + \\ & + \delta^2 f^2 \left\{ \left(\Omega_x^{\text{изгиб}} \right)^2 - \Omega_x^{\text{изгиб}} \Omega_y^{\text{изгиб}} + \left(\Omega_y^{\text{изгиб}} \right)^2 + 3 \left(\Omega_{xy}^{\text{изгиб}} \right)^2 \right\} + \\ & + 2 f^2 \Omega_x^{\text{мемб}} \frac{q_x}{\delta} + 2 f \delta \Omega_x^{\text{изгиб}} \frac{q_x}{\delta} + \frac{q_x^2}{\delta^2} = \sigma_{\text{экв}}^2. \end{aligned}$$

Затем необходимо из общего уравнения (4.6) выразить амплитуду прогиба

$$f^2 = \left(q_x - \delta^3 \frac{\pi^2 E}{6b^2(1-\mu^2)} \right) / \left(\delta \frac{\pi^2 E}{8b^2} \right),$$

и подставить в полученное выражение выше уравнение 4-го порядка. Таким образом, получим одно громоздкое уравнение относительно толщины. В этом случае численный алгоритм определения толщины панели сводится к решению нелинейного уравнения относительно толщины панели с учетом параметрических исследований по двум координатам x и y . Приравнявая эквивалентные напряжения

к предельным по условиям прочности напряжениям $\bar{\sigma}$ получаем оптимальную толщину панели.

Методика определения толщин металлических панелей средней толщины для закритического деформирования при комбинированном нагружении

Представлены формальные пункты методики определения толщины металлических панелей для закритического деформирования используя ранее представленный материал, касающийся обеспечения прочности по эквивалентным напряжениям. Имеем:

а) Задание формы прогиба при возможной потере устойчивости панели известной функцией с точностью до неизвестной величины амплитуды прогиба с учетом рассматриваемых граничных условий;

б) Вычисление параметров волнообразования металлической панели при потере устойчивости, которые определяются при заданных длине и ширине панели;

с) Аналитическое решение геометрически нелинейной задачи методом Бубнова – Галеркина и запись замкнутого аналитического соотношения типа (4.9), связывающие толщину, амплитуду прогиба и действующие потоки ($q_x = p_x \delta$, $q_y = p_y \delta$, $q_{xy} = p_{xy} \delta$);

д) Запись аналитического выражения по п.(с) относительно амплитуды прогиба;

е) Запись аналитических выражений для мембранных напряжений из определения функций напряжений

$$\sigma_x^{\text{мемб}} = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - p_x,$$

$$\sigma_y^{\text{мемб}} = -f^2 \Omega_y^{\text{мемб}}(x, y) - p_y,$$

$$\tau_{xy}^{\text{мемб}} = -f^2 \Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) - p_{xy};$$

ф) Запись аналитических выражений для изгибных напряжений

$$\sigma_x^{\text{изгиб}} = -f \Delta \Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y),,$$

$$\sigma_y^{изг} = -\delta f \Omega_y^{изгиб}(x, y),$$

$$\tau_{xy}^{изг} = -\delta f \Omega_{xy}^{изгиб}(x, y);$$

g) Запись аналитических соотношений суммарных напряжений:

$$\sigma_{x\Sigma} = \sigma_x^{мемб} + \sigma_x^{изгиб}, \sigma_y = \sigma_y^{мемб} + \sigma_y^{изг}, \tau_{xy} = \tau_{xy}^{мемб} + \tau_{xy}^{изг};$$

h) Запись выражения для эквивалентных напряжений и использование равенства эквивалентных напряжений предельным по прочности значениям

$$\sigma_{экв} = \sqrt{\sigma_{x\Sigma}^2 - \sigma_{x\Sigma}\sigma_{y\Sigma} + \sigma_{y\Sigma}^2 + 3\tau_{xy\Sigma}^2} = \bar{\sigma};$$

i) Последовательная подстановка выражений для суммарных напряжений в п.(g) в равенство п.(h) для эквивалентных напряжений и подстановка амплитуды прогиба (d); запись итогового нелинейного уравнения 4-го порядка относительно толщины панели;

j) Проведение численного решения нелинейного уравнения по п.(i) и определение минимальной толщины металлической панели при варьировании двумя параметрами x и y . При численном решении должны учитываться конструктивные ограничения: $x \in [0, a], y \in [0, b], \delta \in [0, \delta_{конст.}]$. Параметрические исследования следует проводить в точках с координатами (x_i, y_i) при решении нелинейного уравнения по п.(i) при определении толщин $\delta(x_i, y_i)$. Затем необходимо выбрать максимальное значение толщины $\max \{\delta(x_i, y_i)\}$.

4.1.2 Методика расчета для шарнирно опертой панелей при действии касательных потоков

Применим алгоритм к задаче обеспечения прочности, устойчивости для гладких металлических панелей при действии расчетных касательных потоков и учете мембранных и изгибных напряжений при закритическом деформировании. Запишем прогиб в виде [18]

$$w = f \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi(x - \alpha y)}{s}, \quad (4.13)$$

где α – тангенс угла наклона волн при выпучивании к оси x , s – длина полуволны.

Из уравнения совместности деформаций (1.1) с учетом прогиба (4.13) можно получить функцию напряжений [16]

$$F = E \frac{f^2}{32} \left\{ \frac{E}{G_\alpha} \left(\frac{s}{b} \right)^2 \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} + \left(\frac{b}{s} \right)^2 \cos \frac{2\pi y}{b} \right\} - \frac{p_x y^2}{2} - \frac{p_y x^2}{2} - p_{xy} xy, \quad (4.14)$$

где обозначено: $G_\alpha = \frac{(1+\alpha^2)^2}{E}$ и потоки есть $q_x = p_x \delta$, $q_y = p_y \delta$, $q_{xy} = p_{xy} \delta$.

Далее будем считать, что разрушение панели по условиям прочности в реализуется при достижении предельных касательных напряжений $\bar{\tau}_{xy}$. Запишем равенство для мембранных касательных напряжений в виде

$$\tau_{xy}^{мемб} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = f^2 \Omega_{xy}^{мемб} - p_{xy}, \quad (4.15)$$

где $\Omega_{xy}^{мемб} = \frac{\pi^2}{8} \frac{\alpha}{G_\alpha b^2} \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s}$ для определения оптимальной толщины будем считать, что при воздействии максимальных напряжений в критических точках имеем $\cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} \rightarrow 1$. Из уравнения (4.15) с учетом достижения предельных касательных напряжений получим

$$f^2 = \frac{(\bar{\tau}_{xy} \delta - q_x) 8b^2}{E \pi^2 \delta * 0,3143}, \quad (4.16)$$

Выражение для касательных напряжений от изгиба при действии сдвиговых потоков

$$\tau_{xy}^{изгиб} = f \Omega_{xy}^{изгиб}, \quad (4.17)$$

где

$$\Omega_{xy}^{изгиб} = \frac{\pi}{b} \frac{G}{s^2} \left[s \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} \cos \frac{\pi y}{b} + \alpha b \sin \frac{\pi(x-\alpha y)}{s} \sin \frac{\pi y}{b} \right].$$

Тогда суммарные касательные напряжения есть

$$\tau_{xy\Sigma} = -f^2 \Omega_{xy}^{мемб}(x, y) - \delta f \Omega_{xy}^{изгиб}(x, y) - p_{xy}, \quad (4.18)$$

Здесь также отметим, что ПКТ функций $\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)$ и $\Omega_{xy}^{изгиб}(x, y)$ не совпадают.

Применяя процедуру метода Бубнова - Галеркина с учетом геометрически нелинейного уравнения равновесия (1.2) в общем виде при $f \neq 0$ получаем выражение

$$\frac{\pi^4}{64} \left[\frac{1}{G_\alpha b^4} + \frac{E}{s^4} \right] f^2 + \frac{E\delta^2}{12(1-\mu^2)} \frac{\pi^4}{4b^3 s^3} \left[\frac{b^2}{s^2} (1+\alpha^2)^2 + \frac{s^2}{b^2} + 2 + 6\alpha^2 \right] -$$

$$- p_x \frac{\pi^2}{4s^2} - p_y \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{1}{b^2} + \frac{\alpha^2}{s^2} \right) - p_{xy} \frac{\alpha\pi^2}{2s^2} = 0,$$

перепишем в виде

$$f^2 B_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta} \delta^3 = \frac{2\alpha\pi^2}{s^2} q_{xy}, \quad (4.19)$$

$$\text{где } B_{\alpha\beta} = \frac{\pi^2}{s^2} \left[\frac{\pi^2 f^2}{16G_\alpha} \left(\frac{\alpha}{b} \right)^2 + \frac{E}{16} \frac{\pi^4 f^4}{s^2} \right] + \frac{\pi^2 f^2}{16G_\alpha} \left\{ \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right\} + \frac{\alpha\pi^2}{s^2} \frac{\pi^2 f^2}{8b^2 G_\alpha},$$

$$D_{\alpha\beta} = \frac{E}{12(1-\mu_{xy}\mu_{yx})} \frac{\pi^4}{s^4} + 2 \left(\frac{E\mu}{12(1-\mu^2)} + \frac{G}{6} \right) \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right] \frac{\pi^2}{s^2} +$$

$$+ \frac{E}{12(1-\mu^2)} \left\{ \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right] + \frac{4\pi^2 \alpha^2}{b^2 s^2} \right\},$$

и в компактном виде

$$\delta^3 \bar{D}_{mn3} + \delta f^2 E_{mn3} = q_{xy}, \quad (4.19)'$$

Для рассмотрения задачи устойчивости запишем полученное уравнение при малых прогибах в виде

$$q_{xy} = p_{xy} \delta = \frac{E\delta^2}{12(1-\mu^2)} \frac{\pi^2}{2b^2 s} \left[\frac{b^2}{s^2} (1+\alpha^2)^2 + \frac{s^2}{b^2} + 2 + 6\alpha^2 \right],$$

При минимизации полученного выражения по α и s можно получить критические параметры волнообразования $\alpha^2 = \frac{1}{2}$ и $\left(\frac{s}{b} \right)^2 = \frac{3}{2}$ [15].

Сформулированы методики поверочного расчета и определения минимальных толщин прямоугольных металлических панелей при сдвиге.

Методика поверочного расчета для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования

Методика поверочного расчета при заданных габаритах панели, толщине и действующей нагрузке для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования при использовании, например, математического пакета *mathcad* сводится к алгоритму, включающему пункты:

- задание исходных данных (габариты панели, толщины, действующей нагрузки);
- определение параметров волнообразования, которые реализовываются при потере устойчивости с учетом касательных потоков по формулам $\alpha^2 = \frac{1}{2}$ и

$$\left(\frac{s}{b}\right)^2 = \frac{3}{2};$$

- вычисление амплитуды прогиба исходя из выражения (4.19)

$$f^2 = \frac{\left\{ -\frac{E\delta^2}{12(1-\mu^2)} \frac{\pi^4}{4b^3s^3} \left[\frac{b^2}{s^2} (1+\alpha^2)^2 + \frac{s^2}{b^2} + 2 + 6\alpha^2 \right] + p_{xy} \frac{\alpha\pi^2}{2s^2} \right\}}{\frac{\pi^4}{64} \left[\frac{1}{G_a b^4} + \frac{E}{s^4} \right]}$$

- в *Mathcad* с учетом того, что амплитуда является функцией координат $f = \Phi(x, y)$;

- вычисление в *Mathcad* напряжений $\tau_{xy\Sigma}$ по формуле (4.18) с учетом соотношений для мембранных и изгибных напряжений;

- вычисление запасов прочности исходя из максимальных касательных действующих напряжений в потенциально критических точках, которые удобно определять с помощью графиков в пакете *mathcad*.

Методики определения минимальных толщин

Для методики определения минимальных толщин воспользуемся равенством суммарных касательных напряжений предельным по прочности значениям $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy}$. Рассматриваются ПКТ с координатами (x_Σ, y_Σ) , в которых напряжения могут достигать максимальных по модулю значений. В общем случае точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y)$ или изгибных $\Omega_{xy}^{\text{изг}}(x, y)$ напряжений и требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Рассмотрим равенства $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy}$ и (4.18) в качестве квадратного уравнения относительно амплитуды прогиба и запишем его решение

$$f = \frac{-\Omega_{xy}^{\text{изг}}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_{xy}^{\text{изг}}(x, y) \right)^2 - 4\Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) \left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_{xy} \right)}}{2\Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y)},$$

Подставим это уравнение в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (4.19)'. Для рассмотрения задач определения неизвестной толщины получим уравнение

$$\delta^3 \bar{D}_{mn3} + \delta \left[\frac{-\Omega_{xy}^{\text{изг}}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_{xy}^{\text{изг}}(x, y) \right)^2 - 4\Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) \left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_{xy} \right)}}{2\Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y)} \right]^2 E_{mn3} = q_{xy}, \quad (4.20)$$

и методика определения минимальных толщин с учетом действия касательных потоков сводится к численному решению уравнения (4.20) относительно величины δ в точках с координатами (x_i, y_i) . Как и в случае сжатия необходимо численно решать указанное выше итоговое уравнение (4.20) в выбранных точках панели и затем выбрать максимальное значение толщины с учетом достижения предельных по прочности касательных напряжений.

4.2 Методики расчета и определения минимальных толщин композитных панелей с учетом геометрической нелинейности при различных видах нагружения

4.2.1 Методика расчета для шарнирно опертой панелей при действии сжимающих потоков

Рассмотрим композитную панель ортотропной структуры с учетом шарнирного опирания при действии сжимающего потока $q_x = p_x \delta$, где p_x – действующая нагрузка относительно оси x . Представим прогиб в виде

$$w = f \sin\left(\frac{\pi m x}{a}\right) \sin\left(\frac{\pi y}{b}\right), \quad (4.21)$$

где m – число полуволн в продольном направлении, n – число полуволн в поперечном направлении, f – амплитуда прогиба.

Прогиб (4.21) подставим в нелинейное уравнение совместности деформаций (1.1) и получим функцию напряжений

$$F = \frac{E_y a^2}{32 b^2 m^2} f^2 \cos\left(\frac{2\pi m x}{a}\right) + \frac{E_x b^2 m^2}{32 a^2} f^2 \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) - \frac{p_x y^2}{2}, \quad (4.22)$$

где p_x – расчетные напряжения, определяемые потоками внешних погонных сжимающих усилий, приложенных к торцевым кромкам панели в плоскости панели: $q_x^p = p_x \delta$.

Продольные мембранные напряжения в срединной поверхности, потерявшей устойчивость ортотропной прямоугольной панели, исходя из определения функции напряжений (1.8), вычисляются по формуле

$$\sigma_x^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{E_x f^2 m^2 \pi^2}{8 a^2} \cos\left(\frac{2\pi y}{b}\right) - p_x = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - p_x, \quad (4.23)$$

Запишем выражения для продольных изгибных напряжений, используя соотношение для вычисления изгибных напряжений, возникающих при потере устойчивости панели

$$\sigma_x^{u32} = -\left(\frac{\delta f E_\alpha}{2}\right) = -\delta f \Omega_x^{u32}(x, y), \quad (4.24)$$

$$\text{где } \Omega_x^{u32}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\bar{E}_x \left(\frac{\pi m}{a} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} + \bar{E}_x \mu_{xy} \left(\frac{\pi}{b} \right)^2 \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \right].$$

Тогда суммарные продольные нормальные напряжения равны

$$\sigma_{x\Sigma} = -f^2 \Omega_x^{mem6}(x, y) - \delta f \Omega_x^{u32}(x, y) - p_x, \quad (4.25)$$

Применение метода Бубнова - Галеркина приводит к следующему равенству

$$\delta^2 \bar{D}_{mn} + f^2 E_{mn} = \left(\frac{m}{a} \right)^2 p_x, \quad (4.26)$$

где с учетом равенства $m = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}}$ для чисел полуволн в продольном направлении шарнирно опертой панели, числа полуволн в поперечном направлении $n = 1$ и равенств:

$$E_{mn} = \left(\frac{m^4 E_x}{a^4} + \frac{E_y}{b^4} \right) \frac{\pi^2}{16}. \quad (4.27)$$

$$\bar{D}_{mn} = \pi^2 \left[\frac{\bar{E}_x}{12} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{\mu_{xy} \bar{E}_x}{12} + \frac{G_{xy}}{6} \right) \left(\frac{m}{ab} \right)^2 + \frac{\bar{E}_y}{12} \left(\frac{1}{b} \right)^4 \right]. \quad (4.28)$$

Формализуем соответствующие методики поверочного расчета и определения минимальных толщин прямоугольных композитных панелей при продольном сжатии.

Методика поверочного расчета для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования

Методика поверочного расчета при известных габаритах композитной панели, толщине, укладке и действующей нагрузке для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования при использовании, например, математического пакета *mathcad* сводится к алгоритму, включающему следующие пункты:

- задание исходных данных (габариты панели, толщины, укладки действующей нагрузки);
- определение числа полуволн, которые образуются при потере устойчивости с учетом действия касательных потоков по формуле $m = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}}$;
- вычисление амплитуды прогиба исходя из формулы (4.26)

$$f^2 = \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 p_x - \delta^2 \bar{D}_{mn} \right] / E_{mn} \quad (4.29)$$
- в *mathcad* с учетом того, что амплитуда является функцией координат $f = \Phi(x, y)$;
- вычисление напряжений $\sigma_{x\Sigma}$ по формуле (4.25) с учетом соответствующих соотношений для мембранных и изгибных напряжений;
- вычисление запасов прочности исходя из максимальных нормальных действующих напряжений в потенциально критических точках.

Методика определения минимальной толщины композитной панели

Методика определения минимальной толщины композитной панели в случае шарнирно опертой панели сводится следующим рассуждениям. Воспользуемся равенством возникающих суммарных напряжений предельным по прочности значениям композитной структуры для определения минимальной толщины

$$\sigma_{x\Sigma} = \bar{\sigma}_x, \quad (4.30)$$

в ПКТ с координатами (x_Σ, y_Σ) , в которых напряжения достигают максимальных по модулю значений. В общем случае точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)$ или изгибных $\Omega_x^{\text{изг}}(x, y)$ напряжений и требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Преобразовывая систему уравнений (4.25) и (4.30) в квадратное уравнение относительно амплитуды прогиба и запишем его решение

$$f = \frac{-\delta \Omega_x^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 (\Omega_x^{изг}(x, y))^2 - 4 \Omega_x^{мемб}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2 \Omega_x^{мемб}(x, y)}. \quad (4.31)$$

Подставим (4.31) в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (4.26). В итоге получаем уравнение относительно искомой толщины

$$\delta^3 \bar{D}_{mn} + \delta \left[\frac{-\delta \Omega_x^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 (\Omega_x^{изг}(x, y))^2 - 4 \Omega_x^{мемб}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2 \Omega_x^{мемб}(x, y)} \right]^2 E_{mn} = \left(\frac{m}{a} \right)^2 q_x, \quad (4.32)$$

Далее возможно только численное решение нелинейного уравнения (4.32) с учетом параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели: $x \in [0, a], y \in [0, b], \delta \in [0, \delta_{\text{конст}}]$. Необходимо численно решать уравнение (4.32) в выбранных точках панели (x_i, y_i) и затем выбрать максимальное значение толщины.

4.2.2 Методика расчета для жестко опертой панелей при действии сжимающих потоков

Рассмотрим композитную панель ортотропной структуры с учетом всестороннего жесткого опирания при действии сжимающего потока $q_x = p_x \delta$, где p_x – действующая нагрузка относительно оси x . Представим прогиб в виде

$$w = f \sin^2(\lambda_m x) \sin^2(\lambda_n y), \quad (4.33)$$

где $\lambda_m = \frac{\pi m}{a}$, $\lambda_n = \frac{\pi n}{b}$ – параметры волнообразования; m – число полуволн в продольном направлении, n – число полуволн в поперечном направлении.

Подставим прогиб (4.33) в нелинейное уравнение совместности деформаций (1.1) и получим функцию напряжений

$$F = \frac{f^2}{32} \left\{ \begin{aligned} & E_y \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2} \cos 2\lambda_m x + E_x \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2} \cos 2\lambda_n y - \\ & - 2 \frac{1}{G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y + \frac{1}{G_{4\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 4\lambda_n y + \\ & + \frac{1}{G_{4\alpha}} \cos 4\lambda_m x \cos 2\lambda_n y - \frac{E_y}{16} \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2} \cos 4\lambda_m x - \\ & - \frac{E_x}{16} \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2} \cos 4\lambda_n y \end{aligned} \right\} - \frac{p_x y^2}{2}, \quad (4.34)$$

где

$$\begin{aligned} G_{\alpha\beta} &= \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2 E_y} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2 E_x}; \\ G_{4\alpha} &= 16 \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2 E_y} + 4 \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \frac{\lambda_n^4}{\lambda_m^2 E_x}; \\ G_{4\beta} &= \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2 E_y} + 4 \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + 16 \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2 E_x}. \end{aligned}$$

Применение метода Бубнова - Галеркина приводит к следующему равенству

$$\delta f^2 E_m + \delta^3 \bar{D}_m = q_x, \quad (4.35)$$

$$\begin{aligned} \text{где } E_m &= \frac{1}{24\lambda_m^2} \left[\frac{30}{16} E_x \lambda_m^4 + \frac{4\lambda_m^4}{G_{\alpha\beta}} - \frac{\lambda_m^2 \lambda_n^2}{G_{4\alpha}} + \frac{\lambda_m^2 \lambda_n^2}{G_{4\beta}} + \frac{17}{8} E_y \lambda_n^4 \right]; \\ \bar{D}_m &= \frac{1}{32\lambda_m^2} \left[\bar{E}_x \lambda_m^4 + \frac{\bar{E}_x \mu_{xy} + 2G_{xy}}{3} \lambda_m^2 \lambda_n^2 + E_y \lambda_n^4 \right]. \end{aligned}$$

Для линейной задачи устойчивости при малых прогибах уравнение (4.34) перепишем в виде

$$q_x = p_x \delta = 4\beta^2 \left[D_x \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2 + \frac{2D_3}{3} + D_y \left(\frac{\beta}{\alpha} \right)^2 \right], \quad (4.36)$$

который позволяет определить критические сжимающие силы. Вводя параметр

$\lambda = \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^2$ и используя условие минимизации $\frac{\partial N_x}{\partial \lambda} = 0$, получено равенство для

критических чисел полуволн в продольном направлении $m = \left(\frac{a}{b} \right)^4 \sqrt{\frac{E_y}{E_x}}$ и выражение

для критических сжимающих сил

$$q_x^{крит} = \frac{8\pi^2}{b^2} \left[\sqrt{D_x D_y} + \frac{D_3}{3} \right]. \quad (4.37)$$

Продольные мембранные напряжения в срединной поверхности, потерявшей устойчивость ортотропной прямоугольной панели, исходя из определения функции напряжений (1.8), вычисляются по формуле

$$\sigma_x^{мемб} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{f^2}{32} \left\{ \begin{aligned} &-4E_x \lambda_m^2 \cos 2\lambda_n y - 8 \frac{\lambda_n^2}{G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y + \\ &+ 4 \frac{\lambda_n^2}{G_{4\alpha}} \cos 4\lambda_m x \cos 2\lambda_n y + \\ &+ 16 \frac{\lambda_n^2}{G_{4\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 4\lambda_n y - E_x \lambda_n^2 \cos 4\lambda_n y \end{aligned} \right\} - \frac{q_x}{\delta}, \quad (4.38)$$

Выражения для изгибных напряжений выразим, используя соотношение для вычисления изгибных напряжений, возникающих при потере устойчивости панели

$$\sigma_x^{изг} = -\left(\frac{\delta f E_\alpha}{2} \right) = -\delta f \Omega_x^{изг}(x, y), \quad (4.39)$$

где $E_\alpha = A_1 \cos 2\lambda_m x (\cos(2\lambda_n y) - 1) + A_2 (\cos(2\lambda_m x) - 1) \cos 2\lambda_n y$;

$$A_1 = \bar{E}_x (\lambda_m)^2; A_2 = \bar{E}_x \mu_{xy} (\lambda_n)^2;$$

Формализуем методики поверочного расчета и определения минимальных толщин для сжатых прямоугольных композитных панелей при жестком опирании.

Методика поверочного расчета для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования

Методика поверочного расчета при известных габаритах композитной панели, толщине, укладке и действующей нагрузке для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования при использовании, например, математического пакета *mathcad* сводится к алгоритму, включающему следующие пункты:

— задание исходных данных (габариты панели, толщины, укладки действующей нагрузки);

- определение числа полуволн, которые образуются при потере устойчивости с учетом действия сжимающих потоков по формуле $m = \frac{a}{b} \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}}$;
- вычисление амплитуды прогиба исходя из формулы (4.35)

$$f^2 = [q_x - \delta^3 \bar{D}_m] / \delta E_m ,$$
- в *mathcad* с учетом того, что здесь амплитуда также является функцией координат $f = \Phi(x, y)$;
- вычисление суммарных напряжений $\sigma_{x\Sigma}$ с учетом соответствующих соотношений для мембранных и изгибных напряжений по формулам (4.38) – (4.39);
- вычисление запасов прочности исходя из максимальных нормальных действующих напряжений в потенциально критических точках.

Методика определения минимальной толщины

Методика определения минимальной толщины композитной панели в случае жестко опертой панели сводится следующим рассуждениям. Суммарные продольные напряжения $\sigma_{x\Sigma}$, определяемые по формулам (4.38) – (4.39) достигают предельных по прочности значений $\sigma_{x\Sigma} = \bar{\sigma}_x$ в потенциально критических точках. В общем случае точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)$ или изгибных $\Omega_x^{\text{изг}}(x, y)$ напряжений и требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Рассмотрим сумму мембранных и изгибных напряжений (см. равенства (4.38) и (4.39)) с учетом условия $\sigma_{x\Sigma} = \bar{\sigma}_x$ получим квадратное уравнение относительно амплитуды прогиба и запишем его решение

$$f = \frac{-\delta \Omega_x^{\text{изг}}(x, y) + \sqrt{\delta^2 (\Omega_x^{\text{изг}}(x, y))^2 - 4 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)},$$

подставим в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (4.35). В итоге получим уравнение относительно искомой толщины

$$\delta^3 \bar{D}_{mn} + \delta \left[\frac{-\Omega_x^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 (\Omega_x^{изг}(x, y))^2 - 4\Omega_x^{memb}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2\Omega_x^{memb}(x, y)} \right]^2 E_{mn} = \left(\frac{m}{a} \right)^2 q_x.$$

Только численное решение полученного нелинейного уравнения с учетом параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели: $x \in [0, a]$, $y \in [0, b]$, $\delta \in [0, \delta_{\text{конст}}]$. Необходимо численно решать это уравнение в точках панели и затем выбрать максимальное значение толщины.

4.2.3 Методика расчета для шарнирно опертой панелей при действии касательных потоков

Рассмотрим задачу для композитных прямоугольных панелей при нагружении касательными потоками (Рисунок 4.2) и условия всестороннего шарнирного опирания. При использовании прогиба в виде [7]

$$w = f \sin \frac{\pi y}{b} \sin \frac{\pi(x - \alpha y)}{s}, \quad (4.40)$$

где α – тангенс угла наклона волн при выпучивании, s – расстояние между узловыми линиями.

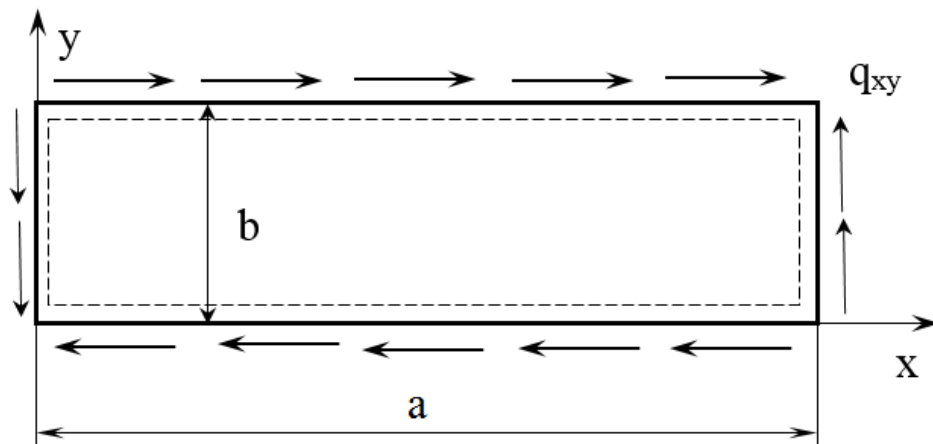


Рисунок 4.2 – Композитная панель при действии сжимающих усилий

Получим функцию напряжений и выражение для касательных напряжений [44, 46]

$$\tau_{xy}^{мемб} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = f^2 \Omega_{xy}^{мемб}(x, y) - p_{xy}, \quad (4.41)$$

$$\text{где } \Omega_{xy}^{мемб}(x, y) = \frac{\pi^2}{8} \frac{\alpha}{G_\alpha b^2} \cos \frac{2\pi(x - \alpha y)}{s}$$

Используя выражение для прогиба (4.40), запишем уравнение для изгибных напряжений

$$\tau_{xy}^{изг} = -2zB_{33} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = f \delta \Omega_{xy}^{изг}(x, y)$$

$$\text{где } \Omega_{xy}^{изг}(x, y) = \frac{\pi^2}{b} \frac{G_{xy}}{s^2} \left[s \cos \frac{2\pi(x - \alpha y)}{s} \cos \frac{\pi y}{b} + \alpha b \sin \frac{\pi(x - \alpha y)}{s} \sin \frac{\pi y}{b} \right]$$

Запишем выражение для суммарных касательных напряжений

$$\tau_{xy\Sigma} = -f^2 \Omega_{xy}^{мемб}(x, y) - \delta f \Omega_{xy}^{изг}(x, y) - p_{xy}, \quad (4.42)$$

Аналитическое решение геометрически нелинейной задачи записывается в виде [44, 46]

$$f^2 B_{\alpha\beta} + D_{\alpha\beta} \delta^3 = \frac{2\alpha\pi^2}{s^2} q_{xy}, \quad (4.43)$$

$$\text{где } B_{\alpha\beta} = \frac{\pi^2}{s^2} \left[\frac{\pi^2 f^2}{16G_\alpha} \left(\frac{\alpha}{b} \right)^2 + \frac{E_x}{16} \frac{\pi^4 f^4}{s^2} \right] + \frac{\pi^2 f^2}{16G_\alpha} \left\{ \frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right\} + \frac{\alpha \pi^2}{s^2} \frac{\pi^2 f^2}{8b^2 G_\alpha},$$

$$D_{\alpha\beta} = \frac{E_x}{12(1 - \mu_{xy}\mu_{yx})} \frac{\pi^4}{s^4} + 2 \left(\frac{\mu_{xy} E_x}{12(1 - \mu_{xy}\mu_{yx})} + \frac{G_{xy}}{6} \right) \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right] \frac{\pi^2}{s^2} +$$

$$+ \frac{E_y}{12(1 - \mu_{xy}\mu_{yx})} \left\{ \left[\frac{\pi^2}{b^2} + \frac{\alpha^2 \pi^2}{b^2} \right] + \frac{4\pi^2 \alpha^2}{b^2 s^2} \right\},$$

и в компактном виде имеем

$$\delta^3 \bar{D}_{mn3} + \delta f^2 E_{mn3} = q_{xy}, \quad (4.44)$$

обозначения получены из равенства (4.43).

Представлены методики поперечного расчета и определения минимальных толщин для прямоугольных композитных панелей при шарнирном опирании нагруженных касательными потоками.

Методика поверочного расчета для определения напряженного состояния

Методика поверочного расчета при известных габаритах композитной прямоугольной панели, толщине, укладке и действующей нагрузке для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования при использовании, например, математического пакета *mathcad* сводится к алгоритму, включающему следующие пункты:

— задание исходных данных (габариты панели, толщины, укладки действующей нагрузки);

— вычисление параметров волнообразования [7, Балабух Л.И];

— определение амплитуды прогиба исходя из формулы (4.44)

$$f^2 = [q_{xy} - \delta^3 \bar{D}_{mn3}] / \delta E_{mn3},$$

— в *mathcad* с учетом того, что амплитуда также является функцией координат $f = \Phi(x, y)$;

— вычисление суммарных напряжений $\tau_{xy\Sigma}$ по формуле (4.42);

— вычисление запасов прочности исходя из максимальных касательных действующих напряжений в потенциально критических точках.

Методика определения минимальной толщины композитной панели

Методика определения минимальной толщины композитной панели в случае шарнирно опертой панели при сдвиге сводится к рассуждениям: суммарные касательные напряжения $\tau_{xy\Sigma}$, определяемые по формуле (4.44) достигают предельных по прочности значений $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy\Sigma}$ в потенциально критических точках. В общем случае точки (x_Σ, y_Σ) , не совпадают с ПКТ отдельных функций для мембранных $\Omega_{xy}^{\text{мемб}}(x, y)$ или изгибных $\Omega_{xy}^{\text{изг}}(x, y)$ напряжений и требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Рассмотрим сумму касательных мембранных и изгибных напряжений с учетом условия $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy\Sigma}$

получая квадратное уравнение относительно амплитуды прогиба записываем его решение

$$f = \frac{-\Omega_{xy}^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 (\Omega_{xy}^{изг}(x, y))^2 - 4\Omega_{xy}^{мемб}(x, y) \left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_x \right)}}{2\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)}, \quad (4.45)$$

подставляя в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (4.44). В итоге получаем уравнение относительно искомой толщины

$$\delta^3 \bar{D}_{m3} + \delta \left[\frac{-\Omega_{xy}^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2 (\Omega_{xy}^{изг}(x, y))^2 - 4\Omega_{xy}^{мемб}(x, y) \left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_x \right)}}{2\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)} \right]^2 E_{m3} = q_{xy}.$$

Возможно только численное решение полученного нелинейного уравнения с учетом параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели: $x \in [0, a]$, $y \in [0, b]$, $\delta \in [0, \delta_{\text{конст}}]$. Необходимо численно решать это уравнение в точках панели и затем выбрать максимальное значение толщины.

4.2.4 Методика расчета для жестко опертой панели при действии касательных потоков

Для композитных длинных прямоугольных панелей, с учетом жесткого опирания со всех сторон и воспользуемся аналитическим решением геометрически нелинейной задачи, полученным в работе [45, Mitrofanov O., Mazen O., 2021]. В этом случае прогиб представим в виде (Рисунок 4.3)

$$w = f \sin^2 \frac{\pi y}{b} \sin^2 \frac{\pi(x - \alpha y)}{s}, \quad (4.46)$$

где α – тангенс угла наклона волн, s – расстояние между узловыми линиями.

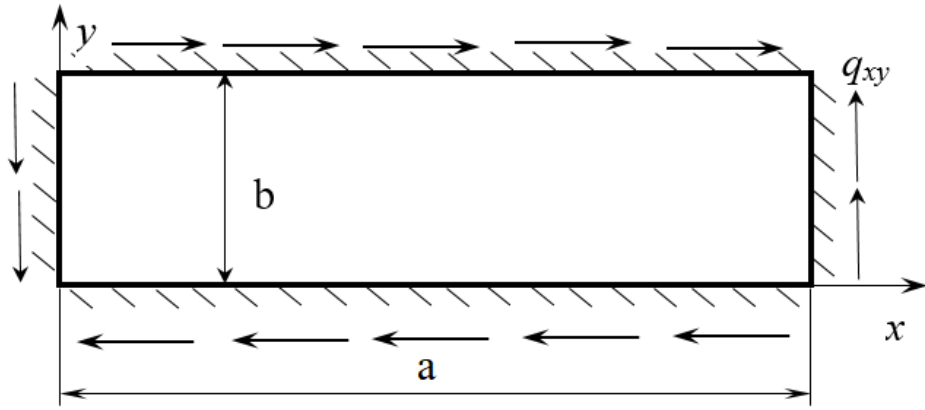


Рисунок 4.3 – Прямоугольная композитная панель при действии сдвиговых усилий

Подставляя прогиб (4.46) в уравнение совместности деформаций (1.1) запишем функцию напряжений, посвященную определению минимальных толщин. Для рассмотрения задачи поверочного расчета имеем [45]

$$F = f^2 \left\{ \begin{aligned} &C_1 \cos \frac{2\pi y}{b} + C_2 \cos \frac{4\pi y}{b} + C_3 \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} + C_4 \cos \frac{4\pi(x-\alpha y)}{b} + \\ &+ C_5 \cos \frac{2\pi}{bs}(bx + sy - aby) + C_6 \cos \frac{2\pi}{bs}(bx - sy - aby) + \\ &+ C_7 \cos \frac{2\pi}{bs}(2bx + 2sy - aby) + C_8 \cos \frac{2\pi}{bs}(-2bx + 2sy + aby) + \\ &+ C_9 \cos \frac{2\pi}{bs}(-2bx + sy + 2aby) + C_{10} \cos \frac{2\pi}{bs}(2bx + sy + 2aby) \end{aligned} \right\} - \frac{q_x y^2}{2\delta} - \frac{q_y x^2}{2\delta} + \frac{q_{xy} xy^2}{\delta}, \quad (4.47)$$

где обозначены константы: $C_1 = \frac{E_x b^2}{16 s^2}$, $C_2 = -\frac{E_x b^2}{256 s^2}$,

$$C_3 = \frac{s^2}{16b^2} \frac{1}{\frac{\alpha^4}{E_x} + \frac{\alpha^2}{G} + \frac{1}{E_y}}, C_4 = \frac{s^2}{256b^2} \frac{1}{\frac{\alpha^4}{E_x} + \frac{\alpha^2}{G} + \frac{1}{E_y}},$$

$$C_5 = \frac{s^2 b^2}{16} \frac{1}{\frac{(s-\alpha b)^4}{E_x} + \frac{(s-\alpha b)^2 b^2}{G} + \frac{b^4}{E_y}},$$

$$C_6 = \frac{s^2 b^2}{16} \frac{1}{\frac{(s+\alpha b)^4}{E_x} + \frac{(s+\alpha b)^2 b^2}{G} + \frac{b^4}{E_y}}$$

$$C_7 = \frac{s^2 b^2}{32} \frac{1}{\frac{(2s - \alpha b)^4}{E_x} + \frac{(2s - \alpha b)^2 b^2}{G} + \frac{b^4}{E_y}}$$

$$C_8 = \frac{s^2 b^2}{32} \frac{1}{\frac{(2s + \alpha b)^4}{E_x} + \frac{(2s + \alpha b)^2 b^2}{G} + \frac{b^4}{E_y}}$$

$$C_9 = \frac{s^2 b^2}{32} \frac{1}{\frac{(s + 2\alpha b)^4}{E_x} + \frac{4(s + 2\alpha b)^2 b^2}{G} + \frac{16b^4}{E_y}}$$

$$C_{10} = \frac{s^2 b^2}{32} \frac{1}{\frac{(s - 2\alpha b)^4}{E_x} + \frac{4(s - 2\alpha b)^2 b^2}{G} + \frac{16b^4}{E_y}}$$

где q_x, q_y, q_{xy} – усилия, действующие на пластину толщиной δ .

Используя метод Бубнова - Галеркина и $f \neq 0$ и условиях $q_x = 0$, $q_y = 0$ и $q_{xy} \neq 0$ можно получить уравнение [43]

$$\begin{aligned} & \frac{\pi^4}{4b^3 s^3 \delta} \left\{ 3D_x b^4 + D_3 (3\alpha^2 b^2 + s^2) b^2 + 3D_y (\alpha^2 b^2 + s^2)^2 \right\} + \\ & + \frac{\pi^4 f^2}{4bs^3} \left[-2C_1 s^2 + 2C_2 s^2 - 3C_3 \alpha^2 b^2 + 6C_4 \alpha^2 b^2 + 2C_5 (s - \alpha b)^2 + 2C_6 (s + \alpha b)^2 \right] + \\ & + \frac{\pi^4 f^2}{8bs^3} \left[C_7 (2s - \alpha b)^2 + C_8 (2s + \alpha b)^2 + 2C_9 (s + 2\alpha b)^2 + 2C_{10} (s - 2\alpha b)^2 \right] + \\ & + \frac{\pi^4 f^2}{4bs^3} \left[-C_3 (2\alpha^2 b^2 + s^2) + 2C_4 (3\alpha^2 b^2 + s^2) + 2C_5 (s - \alpha b)^2 + 2C_6 (s + \alpha b)^2 \right] + \\ & + \frac{\pi^4 f^2}{8bs^3} \left[C_7 (\alpha^2 b^2 + 2\alpha bs + 2s^2) + 5C_8 s^2 \right] + \# (4.48) \\ & + \frac{\pi^4 f^2}{8bs^3} \left[4C_9 (2\alpha^2 b^2 + 2\alpha bs + s^2) + 4C_{10} (2\alpha^2 b^2 - 2\alpha bs + s^2) \right] - \\ & - \frac{\pi^4 f^2}{2bs^3} \left[-3C_3 \alpha^2 b^2 + 6C_4 \alpha^2 b^2 + C_5 (s - \alpha b)(s - 2\alpha b) + C_6 (s + \alpha b)(s + 2\alpha b) \right] + \\ & + \frac{\pi^4 f^2}{4bs^3} \left[C_7 (2s - \alpha b)(s - \alpha b) + C_8 (2s + \alpha b)(s + \alpha b) + 2C_9 (s + 2\alpha b)^2 + 2C_{10} (s - 2\alpha b)^2 \right] = \frac{3\alpha b \pi^4}{8s} \frac{q_{xy}}{\delta} \quad (4.48) \end{aligned}$$

перепишем с учетом некоторых сокращений, которые выписаны исходя из выше приведенного выражения, в следующем виде

$$\delta^3 \bar{D}_{m4} + \delta f^2 E_{m4} = q_{xy}. \quad (4.49)$$

Для анализа устойчивости преобразуем уравнение (4.48) с учетом малых прогибов при действии касательных напряжениях для случая жесткого опирания имеем [7, Балабух Л.И]:

$$\tau_{xy} = \frac{S_{xy}}{\delta} = \frac{3.45\pi^2 D_y}{\alpha \delta b^2 \delta} \left\{ \frac{D_x \gamma}{D_y} + \frac{D_3}{D_y} \left(\alpha^2 \gamma + \frac{1}{3} \right) + \left(\gamma \alpha^4 + 2\alpha^2 + \frac{1}{\gamma} \right) \right\}, \quad (4.50)$$

где введено обозначение $\gamma = \frac{b^2}{s^2}$.

Критические параметры волнообразования получены из уравнения (4.50) с помощью системы уравнений

$$\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial \gamma} = 0, \quad \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial \alpha} = 0, \quad (4.51)$$

Касательные мембранные напряжения в панели, потерявшей устойчивость, вычисляются на основе определения функции напряжений F в зависимости от амплитуды прогиба f , согласно следующей формуле

$$\begin{aligned} \tau_{xy}^{мемб} = & -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = -\frac{q_{xy}}{\delta} - \frac{4f^2 \pi^2}{bs^2} \left\{ abC_3 \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} + 4abC_4 \cos \frac{4\pi(x-\alpha y)}{s} + \right. \\ & + C_5 (ab-s) \cos \frac{2\pi}{bs} (bx+sy-\alpha by) + C_6 (ab+s) \cos \frac{2\pi}{bs} (bx-sy-\alpha by) + \\ & + C_7 (ab-2s) \cos \frac{2\pi}{bs} (2bx+2sy-\alpha by) + C_8 (ab+2s) \cos \frac{2\pi}{bs} (-2bx+2sy+\alpha by) + \\ & \left. + C_9 (4ab+2s) \cos \frac{2\pi}{bs} (-2bx+sy+2\alpha by) + C_{10} (4ab-2s) \cos \frac{2\pi}{bs} (2bx+sy-2\alpha by) \right\} \quad (4.52) \end{aligned}$$

или с учетом вводимого сокращения Δ перепишем

$$\tau_{xy}^{мемб} = -\frac{q_{xy}}{\delta} - \frac{4f^2 \pi^2}{bs^2} \{\Delta\}, \quad (4.53)$$

Выражения для изгибных напряжений имеют вид

$$\begin{aligned} \tau_{xy}^{изг} = & -\delta G_{xy} \frac{2\pi^2 f}{bs^2} \left\{ \frac{s}{2} \sin \left(\frac{2\pi y}{b} \right) \sin \left(\frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{ab}{2} \left(\cos \left(\frac{2\pi y}{b} \right) - 1 \right) \cos \left(\frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} \right), \right. \quad (4.54) \end{aligned}$$

Представим методики поверочного расчета и определения минимальных толщин для прямоугольных композитных панелей при жестком опирании нагруженных касательными потоками.

Методика поверочного расчета для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования

Методика поверочного расчета при известных габаритах композитной прямоугольной панели, толщине, укладке и действующей нагрузке для определения напряженного состояния и запасов прочности для закритического деформирования при использовании, например, математического пакета *mathcad* сводится к алгоритму, включающему следующие пункты:

- задание исходных данных (габариты панели, толщины, укладки действующей нагрузки);
- вычисление параметров волнообразования [7, Балабух Л.И] исходя из уравнений (4.50) – (4.51);
- определение амплитуды прогиба исходя из формулы (4.49)

$$f^2 = [q_{xy} - \delta^3 \bar{D}_{mn4}] / \delta E_{mn4} ,$$
- в *mathcad* с учетом того, что амплитуда также является функцией координат $f = \Phi(x, y)$;
- вычисление суммарных напряжений $\tau_{xy\Sigma}$ по формулам (4.53) - (4.54);
- вычисление запасов прочности исходя из максимальных касательных действующих напряжений в потенциально - критических точках.

Методика определения минимальной толщины композитной панели

Методика определения минимальной толщины композитной панели в случае жестко опертой панели при сдвиге сводится пунктам: суммарные касательные напряжения $\tau_{xy\Sigma}$, определяются по формулам (4.50) – (4.51) достигают предельных

по прочности значений $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy\Sigma}$ в потенциально критических точках. Требуется численное решение задачи с громоздкими соотношениями. Рассмотрим сумму касательных мембранных и изгибных напряжений с учетом условия $\tau_{xy\Sigma} = \bar{\tau}_{xy\Sigma}$ получим квадратное уравнение относительно амплитуды прогиба и запишем его решение в виде

$$f = \frac{-\delta\Omega_{xy}^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2(\Omega_{xy}^{изг}(x, y))^2 - 4\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)\left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_x\right)}}{2\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)},$$

подставим его в аналитическое решение геометрически нелинейной задачи (4.49). Получим уравнение относительно искомой толщины

$$\delta^3 \bar{D}_{mn4} + \delta \left[\frac{-\delta\Omega_{xy}^{изг}(x, y) + \sqrt{\delta^2(\Omega_{xy}^{изг}(x, y))^2 - 4\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)\left(\frac{q_{xy}}{\delta} - \bar{\tau}_x\right)}}{2\Omega_{xy}^{мемб}(x, y)} \right]^2 E_{mn4} = q_{xy}.$$

Возможно только численное решение полученного нелинейного уравнения с учетом параметрических исследований и наличия конструктивных ограничений толщины и геометрических параметров панели: $x \in [0, a], y \in [0, b], \delta \in [0, \delta_{\text{конст}}]$. Следует численно решать это уравнение в точках панели и затем выбрать максимальное значение толщины.

4.3 Особенности методик расчета и определения толщин композитных панелей средней толщины для закритического деформирования при комбинированном нагружении

Далее рассмотрим особенности задач поверочных расчетов и определения толщин композитных панелей при нагружении комбинированном воздействии сжимающими и касательными потоками, изменяющимися пропорционально одному параметру: $q_x = \xi \bar{q}_x, q_{xy} = \xi \bar{q}_{xy}$. Для случая шарнирного опирания при использовании прогиба (4.40) вместо формулы (4.43) получено аналитическое решение геометрически нелинейной задачи в виде

$$f^2 B_{\alpha\beta} \delta + D_{\alpha\beta} \delta^3 = \frac{\pi^2}{s^2} q_x + \frac{2\alpha\pi^2}{s^2} q_{xy}, \quad (4.55)$$

Запишем по аналогии с вышеприведенным материалом при действии продольного сжатия и сдвига выражения для мембранных напряжений

$$\sigma_x^{\text{мемб}} = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}} - p_x, \tau_{xy}^{\text{мемб}} = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = f^2 \Omega_{xy}^{\text{мемб}} - p_{xy}, \quad (4.56)$$

$$\text{где } \Omega_x^{\text{мемб}} = -\frac{\pi^2}{8} \left\{ \frac{\alpha^2}{G_\alpha b^2} \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} + \frac{E_x}{s^2} \cos \frac{2\pi y}{b} \right\},$$

$$\Omega_{xy}^{\text{мемб}} = \frac{\pi^2}{8} \frac{\alpha}{G_\alpha b^2} \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s}$$

имеем изгибные напряжения

$$\sigma_x^{\text{изгиб}} = -z \left[B_{11} \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} \right] = f \delta \Omega_x^{\text{изгиб}}, \quad (4.57)$$

$$\tau_{xy}^{\text{изгиб}} = -2z B_{33} \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} = f \delta \Omega_{xy}^{\text{изгиб}},$$

$$\text{где } \Omega_x^{\text{мемб}} = -\frac{\pi^2}{2} \frac{\bar{E}_x}{s^2} \left\{ \sin \frac{\pi(x-\alpha y)}{s} \sin \frac{\pi y}{b} \right\} -$$

$$-\frac{\pi^2}{2} \frac{\bar{E}_x \bar{\mu}_{xy}}{s^2 b \pi^2} \left\{ (s^2 + \alpha^2 b^2) \sin \frac{\pi(x-\alpha y)}{s} + 2\alpha s b \cos \frac{\pi(x-\alpha y)}{s} \cos \frac{\pi y}{b} \right\}$$

$$\Omega_{xy}^{\text{изгиб}} = \frac{\pi^2}{b} \frac{G_{xy}}{s^2} \left[s \cos \frac{2\pi(x-\alpha y)}{s} \cos \frac{\pi y}{b} + \alpha b \sin \frac{\pi(x-\alpha y)}{s} \sin \frac{\pi y}{b} \right]$$

Используя комбинированный критерий прочности в виде равенства

$$\frac{(\sigma_{x\Sigma})^2}{\sigma_x^2} + \frac{(\tau_{xy\Sigma})^2}{\bar{\tau}_{xy}^2} = 1, \quad (4.58)$$

После подстановки в (4.58) выражений (4.56) и (4.57) получим уравнение

$$f^4 \left\{ (\Omega_x^{\text{мемб}})^2 \bar{\tau}_{xy}^2 + (\Omega_{xy}^{\text{мемб}})^2 \bar{\sigma}_x^2 \right\} + 2\delta f^3 \bar{\sigma}_x^2 \bar{\tau}_{xy}^2 \left\{ \Omega_x^{\text{мемб}} \Omega_x^{\text{изгиб}} + \Omega_{xy}^{\text{мемб}} \Omega_{xy}^{\text{изгиб}} \right\} +$$

$$+ \delta^2 f^2 \left\{ (\Omega_x^{\text{мемб}})^2 \bar{\tau}_{xy}^2 + (\Omega_{xy}^{\text{изгиб}})^2 \bar{\sigma}_x^2 \right\} = \bar{\sigma}_x^2 \bar{\tau}_{xy}^2, \quad (4.59)$$

Далее из выражения (4.55) необходимо выразить амплитуду прогиба

$$f^2 = \frac{-D_{\alpha\beta} \delta^3 + \frac{\pi^2}{s^2} q_x^p + \frac{2\alpha\pi^2}{s^2} q_{xy}^p}{B_{\alpha\beta} \delta}$$

и подставляя амплитуду в уравнение (4.59) можно получить нелинейное уравнение для численного определения минимальной толщины панели. По аналогии с п.4.2.3 представим соответствующие методики поверочного расчета и определений толщин при комбинированном нагружении. Аналогичные рассуждения представляются для методик, относящихся к случаю жесткого опирания при комбинированном нагружении.

4.4 Особенности использования аналитических решений геометрически нелинейных задач панелей средней толщины при оценке напряженно-деформированного состояния поверхностных дефектов типа расслоений с учетом действия сжимающих и касательных потоков

Рассмотрим особенности применения аналитических методов для геометрически нелинейных задач, связанных с панелями средней толщины, при анализе напряженно-деформированного состояния (НДС) поверхностных дефектов. Предположим, что расслоения с ортотропной структурой находятся достаточно близко к одной из сторон несущих панелей и отнесены к категории поверхностных дефектов. При анализе НДС дефектов с учетом геометрической нелинейности и строгих граничных условий возможно получение корректного НДС, необходимого для последующего оценивания распространения дефекта. Соотношение толщины и размеров дефектов позволяет классифицировать расслоения как панели средней толщины, для которых необходимо учитывать, как мембранные, так и изгибные напряжения. Аналитические формулы для напряжений, представленные в Главе 4, определяют потенциально критические точки (ПКТ) на границах, где соответствующие напряжения достигают максимальных значений и приводят к дальнейшему развитию дефектов.

Для определения НДС поверхностных дефектов типа расслоений при продольном сжатии необходимо использовать равенства (4.33), (4.38) и (4.39). Аналогичным способом используя равенства (4.46), (4.53) и (4.54) вычисляем НДС поверхностных дефектов типа расслоений при действии касательных сил.

4.5 Пример расчета композитной панели с учетом геометрической нелинейности напряженно – деформированного состояния

Рассмотрим гладкие прямоугольные панели из углепластика КМУ-4. В Таблице 4.1 приведены исходные данные и результаты расчета для гладкой прямоугольной панели по алгоритму, представленному п. 2 в пакете MATLAB. На Рисунках 4.4 – 4.7 приведены результаты определения нормальных сжимающих напряжений для шарнирно опертой ортотропной панели.

Таблица 4.1 – Исходные данные для расчета гладкой панели

Характеристики укладки:	
E_1 , кгс/мм ²	12500
E_2 , кгс/мм ²	900
G_{12} , кгс/мм ²	500
μ_{21}	0.28
μ_{12}	$\frac{(E_2\mu_{21})}{E_1}$
$\bar{h}^{(0)}$, % относительная толщина слоя с укладкой 0	0.143
$\bar{h}^{(+45)}$, % относительная толщина слоя с укладкой +45	0.2855
$\bar{h}^{(-45)}$, % относительная толщина слоя с укладкой -45	0.2855
$\bar{h}^{(90)}$, % относительная толщина слоя с укладкой 90	0.286
Характеристики композита:	
E_x , кгс/мм ²	3.7931e+03
E_y , кгс/мм ²	5.2741e+03
G_{xy} , кгс/мм ²	2.1223e+03
μ_{xy}	0.39
μ_{yx}	0.28
Характеристики панели и начальные условия:	
a, мм	400
b, мм	100
q_x , кг/мм ²	50

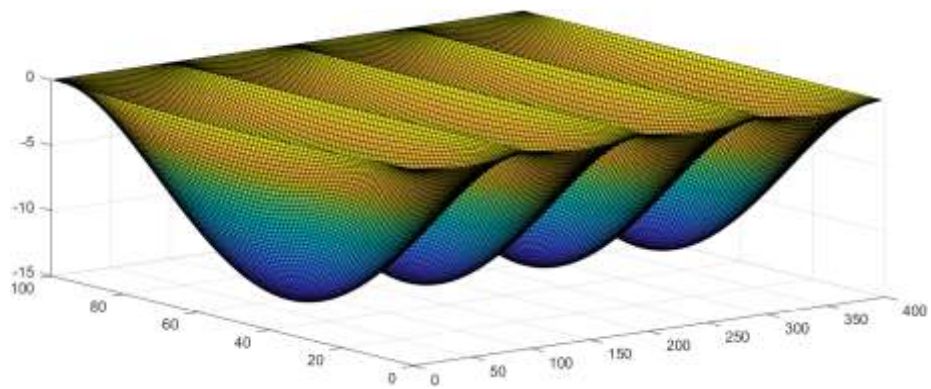


Рисунок 4.4 – Изгибные напряжения $|\sigma_x^{\text{изгиб}}|$

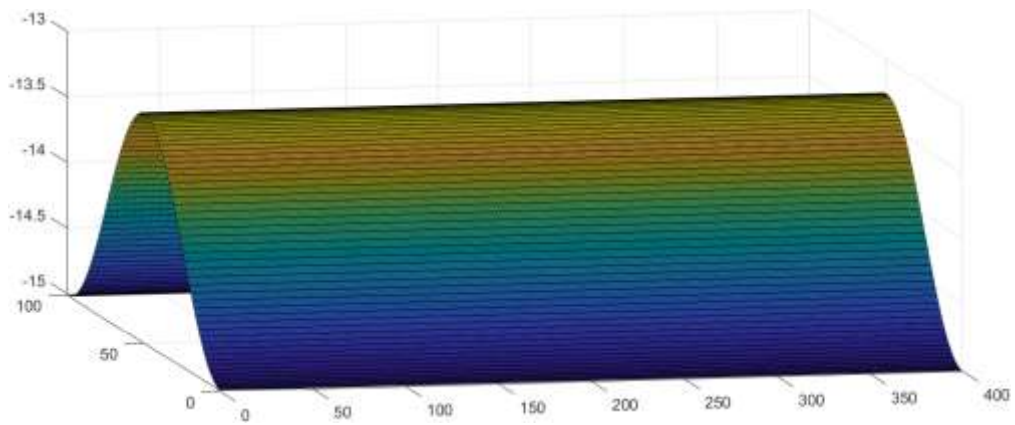


Рисунок 4.5 – Мембранные напряжения $|\sigma_x^{\text{мемб}}|$

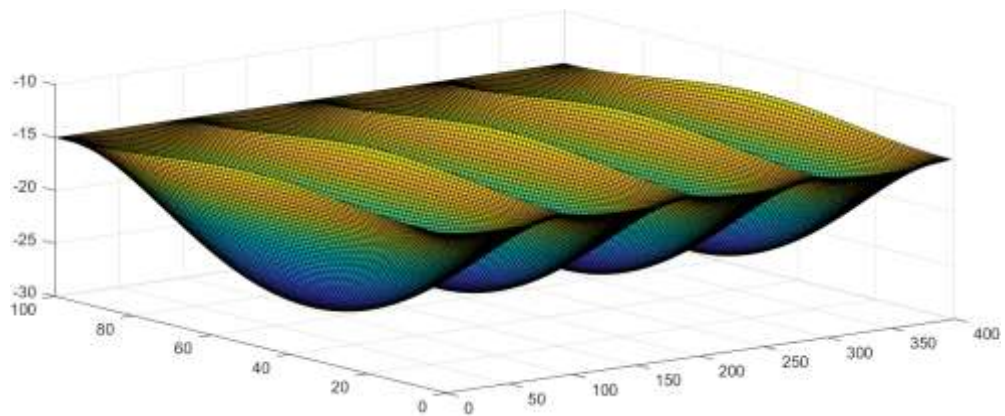


Рисунок 4.6 – Суммарные напряжения $|\sigma_x^{\text{изгиб}}| + |\sigma_x^{\text{мемб}}|$

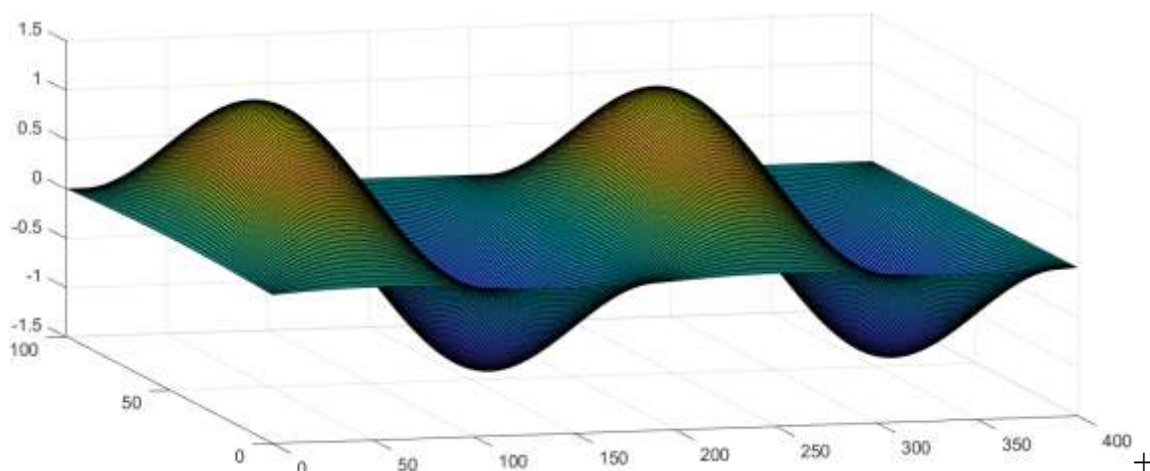
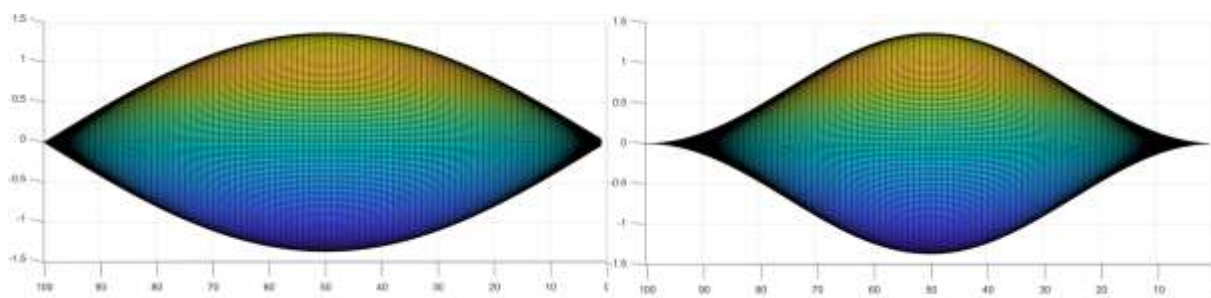


Рисунок 4.7 – Амплитуда прогиба f

Также используя MATLAB можно увидеть наглядную разницу двух вариантов закрепления при одинаковой укладке волокон композита (Рисунок 4.8).



а)

б)

Рисунок 4.8 – Сравнение двух вариантов закрепления
а) шарнирное опирание по всем сторонам,
б) жесткое опирание по всем сторонам

4.6 Замечание об использовании аналитических решений геометрически нелинейных задач панелей средней толщины для расчета сжатых подкрепленных панелей

Рассмотрим подкрепленные панели из КМ (Рисунок 4.9), нагруженные сжимающими потоками.

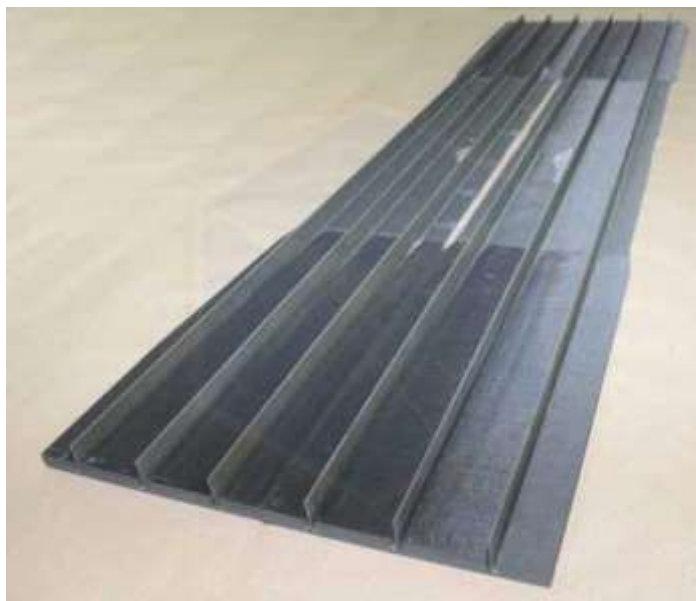


Рисунок 4.9 – Подкрепленные панели из КМ

Полагая возможность потери устойчивости композитных обшивок средней толщины отметим, что для расчета ПП использованы редуционные коэффициенты [16, Вольмир А.С., 1956]. Для примера в случае шарнирного опирания ортотропной обшивки запишем выражение для редуционных коэффициентов с учетом равенства (4.60) в виде

$$\varphi = \frac{P_x}{\sigma_{x\Sigma}}, \quad (4.60)$$

где $\sigma_{x\Sigma}$ – определяются по формуле (4.5).

Редуционные коэффициенты определяются для сечений, в которых возникают максимальные по модулю напряжения и определяются ПКТ. Модифицированная методика определения параметров ПП с учетом использования редуционных коэффициентов изложена в работе [46, Митрофанов О.В., 2020]. В данном случае предлагается учитывать мембранные и изгибные напряжения для коэффициента φ и проведении поверочных расчетов ПП.

4.7 Методики расчета и определения минимальных толщин панелей и стенок многозамкнутого композитного закрылка

В параграфе рассматривается конструкция многозамкнутого закрылка (Рисунок 4.10) крыла самолета средней грузоподъемности с учетом особенностей на начальных этапах разработки.



Рисунок 4.10 – Закрылок крыла самолета средней грузоподъемности

При известных геометрических характеристиках закрылки по внешним силовым интегральным факторам определяются действующие силовые потоки в панелях используя известные соотношения из [19, Гребеньков О.А., 1984] или [63, Стригунов В.М., 1984]. При использовании допущения малым вкладом поясов стенки в восприятия нормальной нагрузки несущими панели запишем выражение для нормального потока:

$$q_x = \frac{M_{изгб}}{H}, \quad (4.61)$$

где H – обозначает среднюю высоту поперечного сечения закрылка.

Для вычисления распределения суммарной перерезывающей силы Q между n - стенками закрылка можно использовать равенство [19, Гребеньков О.А., 1984]

$$Q_i = Q \frac{H_i^2}{\sum_{j=1}^n H_j^2}.$$

Поток касательных сил, действующий в i -стенки, определяется по формуле

$$q_{xy_i} = \frac{Q_i}{H_i}, \quad (4.62)$$

Методика поверочного расчета при известных толщинах обшивок и стенок заключается в следующих пунктах:

— вычисление действующих нормальных и касательных потоков по формулам (4.61) и (4.62), а также соответствующих напряжений: $\sigma_{обш} = \frac{q_x}{\delta}$ и

$$\tau_{стен} = \frac{q_{xy}}{\delta};$$

— определение критических нормальных напряжений потери устойчивости в сжатой обшивке и критических напряжений потери устойчивости в i -стенке соответственно по формулам (3.2) и (3.4);

— вычисление запасов по устойчивости для обшивки $\eta_{обш}$ и i -стенки $\eta_{стен}$;

— при запасе $\eta_{обш} < 1$, и возможной потере устойчивости обшивки от сжатия используется соотношение (4.26) с учетом действия потока для определения амплитуды прогиба

$$f^2 = \left[\left(\frac{m}{a} \right)^2 q_x - \delta^3 \bar{D}_{mn} \right] / E_{mn},$$

и нормальных напряжений по формуле (4.25) из аналитических соотношений, полученных при решении геометрически нелинейной задачи;

— при запасе $\eta_{стен} < 1$ и возможной потере устойчивости i -стенки от сдвига следует использовать соотношение (4.44) для определения амплитуды прогиба

$$f^2 = \left[q_{xy} - \delta^3 \bar{D}_{mn3} \right] / \delta E_{mn3}$$

и касательных напряжений по формуле (4.42);

— вычисление запасов по прочности при возможном закритическом поведении обшивки и i -стенки.

Методика определения толщин обшивок и стенок при известных действующих нормальных (4.61) и касательных (4.62) потоках включает следующие пункты:

— для определения толщины обшивки необходимо решение нелинейного уравнения (4.32) относительно величины δ при заданных предельных по прочности нормальных напряжений для заданной композитной укладке;

— для определения толщины стенки используется условие достижения действующих напряжений предельным по прочности значениям $\tau_{x\Sigma} = \bar{\tau}_{xy}$, решение нелинейного уравнения (4.44), подставляя в него выражение для амплитуды (4.45). Далее следует численно решить полученное уравнение относительно величины δ при известных предельных по прочности касательных напряжениях для заданной композитной укладке.

Применяя разработанную методику определения напряженно-деформированного состояния и оценки прочности для конструкций с допустимым закритическим деформированием с учетом близких к расчетному уровню нагрузкам толщины обшивок и стенок кессона многозамкнутого закрылка для самолета средней грузоподъемности можно показать возможность снижения веса на 7%.

4.8 Заключение по Главе 4

В Главе 4 диссертации получены следующие результаты:

1. Представлены методики расчета прочности для закритического деформирования плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений при различных видах граничных условий и действия сжимающих и касательных потоков;

2. Сформулирован алгоритм обеспечения прочности, несущей способности и определения толщины для закритического деформирования с учетом мембранных и изгибных напряжений;

3. В пакете MATLAB реализован, представленный алгоритм в параграфе 4.4 определения минимальных толщин ортотропных прямоугольных панелей;

4. Предложена аналитические методики расчета и определения толщин обшивок и стенок кессона многозамкнутого закрылка при возможном закритическом поведении с учетом особенностей средних толщин.

5. Применяя разработанную методику определения напряженно-деформированного состояния и оценки прочности для конструкций с допустимым закритическим деформированием с учетом близких к расчетному уровню нагрузкам толщины обшивок и стенок кессона многозамкнутого закрылка для самолетов малой и средней грузоподъемности уменьшаются на 7%.

Глава 5 Расчет и методика определения средних толщин композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом действия сжимающих потоков для закритического деформирования

Допускается возможность потери устойчивости и проявления закритического поведения обшивок для несущих панелей кессона крыла воздушных судов малой и средней грузоподъемности при воздействии нагрузок, приближенных к эксплуатационным. Объектом в Главе считаются гладкие цилиндрические панели с учетом допустимой потери устойчивости и закритического поведения при возникновении мембранных и изгибных напряжений. Такие панели можно классифицировать, как панели средней толщины. Таким образом, указанные панели относятся к классу среднетолщинных структур. При исследовании начальных стадий нелинейного поведения тонкостенных панелей малой кривизны учитываются лишь мембранные усилия. Глава посвящена начальному этапу анализа указанных панелей с учетом геометрической нелинейности без учёта перестроение форм волнообразования. Расчётные методы базируются на численном решении нелинейных уравнений применительно к заданным параметрам толщины панелей и двум параметрам (координаты x и y). Максимальное значение абсолютных величин напряжений находится в зонах, подверженных наибольшему риску — потенциально критических точках. Именно здесь определяется оптимальное значение толщины исходя из условия достижения при закритическом деформировании суммарных (мембранных и изгибных) напряжений предельным значениям с минимальным по прочности запасом.

Общая формулировка задачи оптимального проектирования представлена следующим образом: при заданных геометрических параметрах панели ($a*b$) и заданных приложенных сжимающих потоках необходимо вычислить минимальную допустимую толщину гладкой композитной панели, чтобы минимизировать вес конструкции $V(b) \rightarrow \min$. Процесс должен проходить с соблюдением ограничений по статической прочности при закритическом

поведении — условия вида $Ni(x) \geq 0$, которые здесь будут выполняться в форме равенства между действующими суммарными напряжениями и предельными напряжениями композитной панели. Таким образом обеспечиваются минимальные запасы равными единице. В процессе проектирования в качестве нагрузок, действующих на панель, чаще всего представлены в виде потоков, а не непосредственно в виде напряжений. Для пояснения в Главе введем следующие обозначения: q_m — действующий поток, p_m — нагрузка, действующая на панель, рассчитываемая по формуле $q_m = p_m \delta$.

Одной из ключевых особенностей Главы является учет совместного воздействия мембранных и изгибных напряжений при исследовании геометрически нелинейного напряженно-деформированного состояния (НДС). Экстремумы результирующих напряжений и положение потенциально критической точки (ПКТ), выявленных в ходе анализа, отличаются от ПКТ, полученными отдельно для мембранных или изгибных напряжений. Выражения для мембранных и изгибных напряжений включают амплитуду прогиба соответственно во второй и первой степени. При анализе панелей средней толщины используется обобщенная методика определения параметров панелей для закритического деформирования и определены процедуры расчета оптимальных толщин. В рамках изучения композитных панелей средней толщины предложена обобщённая методика определения параметров, ориентированная на обеспечение надёжности при закритическом деформировании, а также уточнены алгоритмы выбора оптимальных значений толщины панелей. Основная идея методики — подобрать толщину панели, которая одновременно удовлетворяет требованиям прочности и устойчивости при нелинейном деформировании, включая совместные эффекты мембранных и изгибных воздействий. Математическая постановка проблемы сводится к решению нелинейного уравнения относительно искомой толщины панели, учитывающего влияние координатных переменных x и y при поиске ПКТ, соответствующей наибольшему уровню напряжённости.

5.1 Расчет композитных цилиндрических панелей малой кривизны для закритического деформирования при шарнирном опирании с учетом действия сжимающих потоков

Рассмотрим длинные цилиндрические панели малой кривизны (Рисунок 5.1) при условии шарнирного закрепления краев.

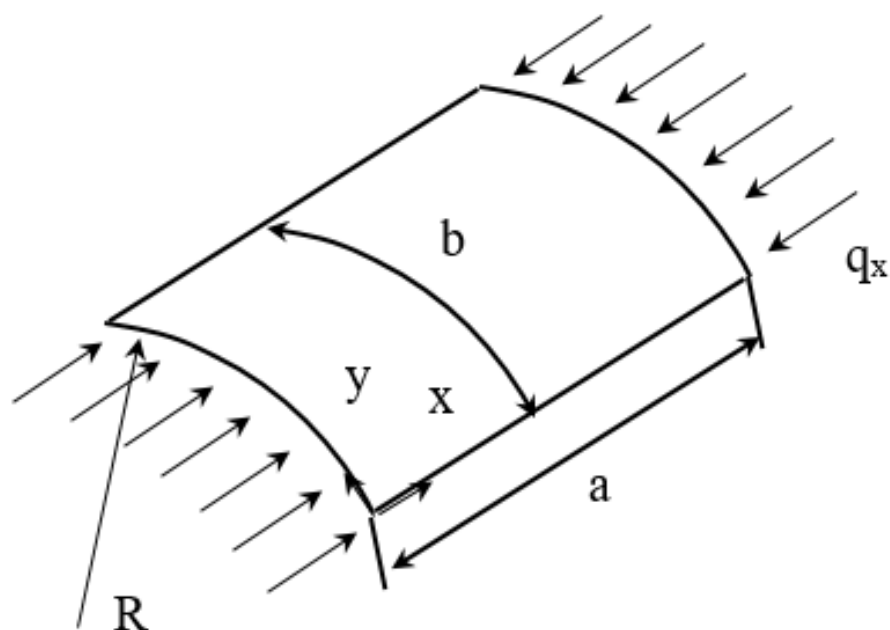


Рисунок 5.1 – Цилиндрическая панель, нагруженная продольными сжимающими усилиями

Будет использовать прогиб в виде

$$w = f \sin(\lambda_m x) \sin(\lambda_n y), \quad (5.1)$$

где f – амплитуда прогиба; $\lambda_m = \frac{\pi m}{a}$, $\lambda_n = \frac{\pi n}{b}$ – параметры волнообразования, m – число полуволн в продольном направлении, n – число полуволн в поперечном направлении

Исходя из уравнения совместности деформаций (1.1) и учитывая оператор L_2 (1.16) можно вывести выражение для функции напряжений

$$F = \frac{f^2}{32} \left[E_y \left(\frac{\lambda_n}{\lambda_m} \right)^2 \cos 2\lambda_m x + E_x \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_n} \right)^2 \cos 2\lambda_n y \right] + \frac{f \lambda_m^2}{RG_{\alpha\beta}} \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y - p_x \frac{y^2}{2}, \quad (5.2)$$

$$\text{где } G_{\alpha\beta} = \frac{\lambda_m^4}{E_y} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) \lambda_m^2 \lambda_n^2 + \frac{\lambda_n^4}{E_x}$$

Тогда мембранные напряжения определяются по формулам

$$\sigma_x^{\text{мемб}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = -\frac{f^2}{32} \left[E_x \lambda_m^2 \cos 2\lambda_m x + E_y \lambda_n^2 \cos 2\lambda_n y \right] - \frac{f \lambda_m^2 \lambda_n^2}{RG_{\alpha\beta}} \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y - p_x, \quad (5.3)$$

$$\sigma_y^{\text{мемб}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = -\frac{f^2}{32} E_y \lambda_n^2 \cos 2\lambda_m x - \frac{f \lambda_m^4}{RG_{\alpha\beta}} \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y \quad (5.4)$$

$$\tau_{xy}^{\text{мемб}}(x, y) = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{f \lambda_m^3 \lambda_n}{RG_{\alpha\beta}} \cos \lambda_m x \cos \lambda_n y \quad (5.5)$$

Уравнение (5.4) выражающее продольные мембранные напряжения, преобразуем следующим образом:

$$\sigma_x^{\text{мемб}}(x, y) = -f^2 E_{s1} - f E_{s2} - p_x, \quad (5.6)$$

$$\text{где } E_{s1} = \frac{1}{32} (E_x \lambda_m^2 \cos 2\lambda_m x + E_y \lambda_n^2 \cos 2\lambda_n y), \quad E_{s2} = \frac{\lambda_m^2 \lambda_n^2}{RG_{\alpha\beta}} \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y$$

Изгибные напряжения запишем в виде

$$\sigma_x^{\text{изгиб}}(x, y) = -f \bar{E}_x \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\lambda_m^2 + \mu_{xy} \lambda_n^2), \quad (5.7)$$

$$\sigma_y^{\text{изгиб}}(x, y) = -f \bar{E}_y \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\mu_{yx} \lambda_m^2 + \lambda_n^2), \quad (5.8)$$

$$\tau_{xy}^{\text{изгиб}}(x, y) = -2f \lambda_m \lambda_n G_{xy} \cos \lambda_m x \cos \lambda_n y, \quad (5.9)$$

Преобразуем уравнение (5.9) следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_x^{\text{изгиб}}(x, y) &= -f \bar{E}_x \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\lambda_m^2 + \mu_{xy} \lambda_n^2) = -f E_{s3}, \\ \sigma_y^{\text{изгиб}}(x, y) &= -f \bar{E}_y \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\mu_{yx} \lambda_m^2 + \lambda_n^2), \\ \tau_{xy}^{\text{изгиб}}(x, y) &= -2f \lambda_m \lambda_n G_{xy} \cos \lambda_m x \cos \lambda_n y, \end{aligned} \quad (5.10)$$

$$\text{где } E_{s3} = \bar{E}_x \sin \lambda_m x \sin \lambda_n y (\lambda_m^2 + \mu_{xy} \lambda_n^2).$$

Аналитическое решение геометрически нелинейной задачи методом Бубнова – Галеркина сводится к подстановке выражений (5.1) и (5.2) в уравнение равновесия (1.2) с учетом (1.17) приходим к уравнению относительно интересующей величины $f \neq 0$.

$$\begin{aligned} \frac{f^2 ab}{64} [E_x \lambda_m^4 + E_y \lambda_n^4] + \frac{ab}{4\delta} [D_x \lambda_m^4 + 2D_3 \lambda_m^2 \lambda_n^2 + D_y \lambda_n^4] \\ - \frac{p_x ab \lambda_m^2}{4} - \frac{f E_y \lambda_n}{12 R \lambda_m} + \frac{\lambda_m^4 ab}{4 R^2 G_{\alpha\beta}} = 0, \end{aligned} \quad (5.11)$$

с учетом равенства для потока $q_x = p_x \delta$ перепишем в виде

$$\delta^3 \bar{D}_{mn} + f^2 S_E \delta - f S_G \delta + S_R \delta = \left(\frac{m}{a} \right)^2 q_x, \quad (5.12)$$

$$\text{где } S_E = \frac{ab}{\pi^2 64} (E_x \lambda_m^4 + E_y \lambda_n^4), \quad S_G = \frac{8 \lambda_m^3 \lambda_n}{3 \pi^2 R G_{\alpha\beta}} + \frac{E_y a}{6 \pi^2 R b}, \quad S_R = \frac{\lambda_m^4 ab}{4 R^2 G_{\alpha\beta}}$$

$$\bar{D}_{mn} = \pi^2 \left[\frac{\bar{E}_x}{12} \left(\frac{m}{a} \right)^4 + 2 \left(\frac{\mu_{xy} \bar{E}_x}{12} + \frac{G_{xy}}{6} \right) \left(\frac{m}{ab} \right)^2 + \frac{\bar{E}_y}{12} \left(\frac{1}{b} \right)^4 \right] \quad (5.13)$$

Для нахождения критических параметров волнообразования в общем случае целесообразно проанализировать линейное уравнение (5.12) полагая $f \rightarrow 0$, и задачу устойчивости. Для тонких цилиндрических панелей малой кривизны число полуволн в продольном направлении m иногда можно оценить с использованием следующего равенства

$$m = \left(\frac{a}{b} \right)^4 \sqrt[4]{\frac{E_y}{E_x}}, \quad (5.14)$$

Соотношение (5.11) исходя из технических положений теории композитных конструкций [21] в контексте решения линейной задачи устойчивости расширено и представлено в универсальной форме и справедливым оказывается следующее выражение, связанное с величиной относительно сжимающего потока [23]

$$T_x = D_{11} \lambda_m^2 + D \lambda_n^2 + D_{22} \frac{\lambda_n^4}{\lambda_m^2} + \frac{\lambda_m^2 B}{R^2 [B_{11} \lambda_m^4 + B_{22} \lambda_n^4 + \lambda_m^2 \lambda_n^2 G]}, \quad (5.15)$$

$$\text{где } G = \frac{B}{B_{33}} - 2B_{12}, D = 2(D_{12} + 2D_{33}), B = B_{11}B_{22} - B_{12}^2,$$

$$D_{11} = \frac{\bar{E}_x \delta^3}{12}, D_{12} = \frac{\mu_{xy} \bar{E}_x \delta^3}{12}, D_{22} = \frac{\bar{E}_y \delta^3}{12}, D_{33} = \frac{G_{xy} \delta^3}{12},$$

$$B_{11} = \bar{E}_x \delta, B_{12} = \mu_{xy} \bar{E}_x \delta, B_{22} = \bar{E}_y \delta, B_{33} = G_{xy} \delta$$

Используя для приближенной минимизации выражения (5.15) $\frac{\partial T_x}{\partial \lambda_m^2} = 0$ и

$\frac{\partial T_x}{\partial \lambda_n^2} = 0$, после преобразований получаем квадратное уравнение относительно

параметра $\lambda = \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2}$ [23]

$$\lambda^2 = 2\lambda \frac{B_{22}D_{11} - B_{11}D_{22}}{B_{11}D - BD_{22}} + \frac{BD_{11} - B_{11}D}{B_{22}D - BD_{22}} = 0. \quad (5.16)$$

Значения волновых чисел определяются посредством положительного корня ранее полученного уравнения:

$$\lambda_m^4 = \frac{(B_{11}B_{22} - B_{12}^2)(B + 2\lambda B_{22})}{(B_{11} + \lambda B + \lambda^2 B_{22})(D + 2\lambda D_{22})}, \lambda_n^2 = \lambda \lambda_m^2 \quad (5.17)$$

Задача поверочного расчета длинной цилиндрической панели малой кривизны с шарнирным опиранием заключается в определении геометрически нелинейного НДС и включает последовательное выполнение нескольких этапов:

1. Определения волнообразования: при известной укладке композитного материала и размерах панели определяются параметры волнообразования ($m > 1, n = 1$) при потере устойчивости по соотношениям (5.17).

2. Вычисление деформаций: имея известную сжимающую нагрузку и толщину панели, по формуле (5.12) вычисляется амплитуда прогиба f .

3. Оценка напряженного состояния: пользуясь соотношениям (5.3) - (5.9) оцениваются мембранные и изгибные напряжения, возникающие при закритическом поведении.

Данные расчеты для напряжений позволяют объективно оценить запасы по прочности и выявить потенциально критические точки с учетом геометрической нелинейности.

5.2 Расчет композитных цилиндрических панелей малой кривизны для закритического деформирования при жестком опирании с учетом действия сжимающих потоков

Исследуем длинную цилиндрическую композитную панель, испытывающую продольное сжатие, при условии, что панель жестко закреплена по всем сторонам. Выразим прогиб следующим образом:

$$w = f \sin^2 \lambda_m x \sin^2 \lambda_n y, \quad (5.18)$$

где $\lambda_m = \frac{\pi m}{a}$, $\lambda_n = \frac{\pi n}{b}$ – параметры волнообразования, m – число полуволн в продольном направлении, n – число полуволн в поперечном направлении.

После подстановки выражения для прогиба (5.18) в уравнение совместности деформаций (1.1) с учетом оператора L_2 (1.16) становится возможным получение функции напряжений

$$F = \frac{f^2}{32} \left\{ \begin{aligned} &E_y \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2} \cos 2\lambda_m x + E_x \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2} \cos 2\lambda_n y - 2 \frac{1}{G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y + \\ &+ \frac{1}{G_{4\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 4\lambda_n y + \frac{1}{G_{4\alpha}} \cos 4\lambda_m x \cos 2\lambda_n y - \\ &- \frac{E_y}{16} \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2} \cos 4\lambda_m x - \frac{E_x}{16} \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2} \cos 4\lambda_n y \end{aligned} \right\} \quad (5.19)$$

$$+ \frac{f}{R} \left\{ - \frac{E_y}{16\lambda_n^2} \cos 2\lambda_m x + \frac{1}{16\lambda_n^2 G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y \right\} - \frac{p_x y^2}{2},$$

где

$$G_{\alpha\beta} = \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2 E_y} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2 E_x}, \quad (5.20)$$

$$G_{4\alpha} = 16 \frac{\lambda_m^2}{\lambda_n^2 E_y} + 4 \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \frac{\lambda_n^2}{\lambda_m^2 E_x}, \quad (5.21)$$

Используя определение функции напряжений совместно с выражением (5.19) запишем формулу для определения продольных мембранных напряжений:

$$\sigma_x^{mem\bar{b}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{f^2}{32} \left\{ -4 \frac{\lambda_n^2}{G_{4\alpha}} \cos 4\lambda_m x \cos 2\lambda_n y - 16 \frac{\lambda_n^2}{G_{4\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 4\lambda_n y + \right. \\ \left. + E_x \lambda_n^2 \cos 4\lambda_m y \right\} + \frac{f}{R} \left\{ -\frac{1}{4G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y \right\} - \frac{q_x}{\delta}, \quad (5.22)$$

$$\sigma_y^{mem\bar{b}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \frac{f^2}{32} \left\{ -4 E_y \lambda_n^2 \cos 2\lambda_m x + 8 \frac{\lambda_m^2}{G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y - \right. \\ \left. -4 \frac{\lambda_m^2}{G_{4\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 4\lambda_n y - 16 \frac{\lambda_m^2}{G_{4\alpha}} \cos 4\lambda_m x \cos 4\lambda_n y + \right. \\ \left. + E_y \lambda_n^2 \cos 4\lambda_m x \right\} + \frac{f}{R} \left\{ \frac{E_y \lambda_m^2}{4\lambda_n^2} \cos 2\lambda_m x - \frac{\lambda_m^2}{4\lambda_n^2 G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y \right\}, \quad (5.23)$$

$$\tau_{xy}^{mem\bar{b}}(x, y) = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} = \frac{f^2}{32} \left\{ -8 \frac{\lambda_m \lambda_n}{G_{\alpha\beta}} \sin 2\lambda_m x \sin 2\lambda_n y - 8 \frac{\lambda_m \lambda_n}{G_{4\beta}} \sin 2\lambda_m x \sin 4\lambda_n y - \right. \\ \left. -8 \frac{\lambda_m \lambda_n}{G_{4\alpha}} \sin 4\lambda_m x \sin 2\lambda_n y \right\} + \frac{f}{R} \left\{ -\frac{\lambda_m \lambda_n}{4\lambda_n^2 G_{\alpha\beta}} \sin 2\lambda_m x \sin 2\lambda_n y \right\}, \quad (5.24)$$

Перепишем полученное равенство (5.22) в виде

$$\sigma_x^{mem\bar{b}} \delta = -f^2 \Delta_x^{mem\bar{b}} \delta - f \Delta_{xr}^{mem\bar{b}} \frac{\delta}{R} - q_x, \quad (5.25)$$

где

$$\Delta_x^{mem\bar{b}} = \frac{1}{32} \left\{ -4 E_x \lambda_m^2 \cos 2\lambda_n y - 8 \frac{\lambda_n^2}{G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y + \right. \\ \left. +4 \frac{\lambda_n^2}{G_{4\alpha}} \cos 4\lambda_m x \cos 2\lambda_n y + 16 \frac{\lambda_n^2}{G_{4\alpha}} \cos 2\lambda_m x \cos 4\lambda_n y - \right. \\ \left. -E_x \lambda_n^2 \cos 4\lambda_n y \right\}, \\ \Delta_{xr}^{mem\bar{b}} = \left\{ -\frac{1}{4G_{\alpha\beta}} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y \right\}. \quad (5.26)$$

Из выражения (5.10) имеем изгибные напряжения

$$\sigma_x^{изгб}(x, y) = -f\bar{E}_x \left\{ \lambda_m^2 \cos 2\lambda_m x (\cos \lambda_n y - 1) + \mu_{xy} \lambda_n^2 (\cos \lambda_m x - 1) \cos \lambda_n y \right\}, \quad (5.27)$$

$$\sigma_y^{изгб}(x, y) = -f\bar{E}_y \left\{ \mu_{xy} \lambda_m^2 \cos \lambda_m x (\cos \lambda_n y - 1) + \lambda_n^2 (\cos \lambda_m x - 1) \cos \lambda_n y \right\}, \quad (5.28)$$

$$\tau_{xy}^{изгб}(x, y) = -2f\lambda_m \lambda_n G_{xy} \cos 2\lambda_m x \cos 2\lambda_n y. \quad (5.29)$$

Применение метода Бубнова – Галеркина выражений с учетом (1.2) и (1.17) сводится к следующему равенству

$$\delta f^2 E_{m1} + \delta \frac{E_{m2}}{R^2} + \delta f \frac{E_{m3}}{R} + \delta^3 \bar{D}_m = q_x, \quad (5.30)$$

где

$$\begin{aligned} E_{m1} &= \frac{1}{24\lambda_m^2} \left[\frac{30}{16} E_x \lambda_m^4 + \frac{4\lambda_m^4}{G_{\alpha\beta}} - \frac{\lambda_m^2 \lambda_n^2}{G_{4\alpha}} + \frac{\lambda_m^2 \lambda_n^2}{G_{4\beta}} + \frac{17}{8} E_y \lambda_n^4 \right], \\ E_{m2} &= \frac{1}{6\lambda_m^2} \left[E_y + \frac{\lambda_m^4}{2\lambda_n^2 G_{\alpha\beta}} \right], \quad E_{m3} = \frac{1}{12\lambda_m^2} \left[E_y - \frac{9\lambda_m^2}{4\lambda_n^2 G_{\alpha\beta}} \right], \\ \bar{D}_m &= \frac{4}{\lambda_m^2} \left[\bar{E}_x \lambda_m^4 + 2 \frac{\bar{E}_x \mu_{xy} + 2G_{xy}}{3} \lambda_m^2 \lambda_n^2 + \bar{E}_y \lambda_n^4 \right]. \end{aligned}$$

При малых прогибах решение задачи устойчивости продольно сжатой цилиндрической панели позволяет, основываясь на уравнение (5.24) получить следующую связь для сжимающего усилия

$$\begin{aligned} q_x &= \frac{1}{\lambda_m^2} \left[4D_x \lambda_m^4 + \frac{8}{3} D_3 \lambda_m^2 \lambda_n^2 + 4D_y \lambda_n^4 \right] + \\ &+ \frac{\delta}{6R^2} \left(\frac{E_y}{\lambda_m^2} + \frac{\lambda_m^4}{2 \left(\frac{\lambda_m^4}{E_y} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) \lambda_m^2 \lambda_n^2 + \frac{\lambda_n^4}{E_x} \right)} \right), \end{aligned} \quad (5.31)$$

Чтобы определить критические параметры волнообразования для цилиндрических панелей, прибегнув к упрощающим допущениям и процедуре аналитической минимизации по волновым числам, задачу устойчивости сводят к поиску корней следующего кубического уравнения относительно

соответствующего параметра $\lambda = \left(\frac{\lambda_m}{\lambda_n} \right)^2$

$$\lambda^3 \frac{8D_y}{E_x} + \lambda^2 12D_y \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \lambda \left[-\frac{8D_x}{E_x} + \frac{4D_3}{3} \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \frac{8D_y}{E_y} \right] + \frac{8D_3}{3E_y} - 4D_x \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) = 0, \quad (5.32)$$

Решив указанное уравнение определены параметры волнообразования, воспользовавшись следующими равенствами:

$$\lambda_m^2 = \frac{\delta}{6R^2} \frac{1}{\left(\frac{4D_3}{3} + 8D_y \lambda \right)} \frac{\left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) + \frac{2\lambda}{E_x}}{2 \left[\frac{1}{E_y} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - \frac{2\mu_{xy}}{E_y} \right) \lambda + \frac{\lambda^2}{E_x} \right]^2}, \lambda_n^2 = \frac{\lambda_m^2}{\lambda}, \quad (5.33)$$

Аналогично предыдущим рассуждениям из параграфа 5.1 рассмотрим задачу поверочного расчета длинной цилиндрической панели при жестком опирании по всему периметру панели, которая состоит из следующих пунктов:

1. Определения волнообразования, при заданной укладке КМ и габаритах панели определяются параметры волнообразования ($m > 1, n = 1$) при потере устойчивости по соотношениям (5.28).

2. Вычисление деформаций: используя известный сжимающий поток и толщину панели по формуле (5.25) вычисляется амплитуда прогиба f .

3. Оценка напряженного состояния: по найденным параметрам рассчитываем мембранные и изгибные напряжения, возникающие при закритическом поведении, используя соотношениям (5.29) - (5.35).

Полученные напряжения позволяют оценить запасы по прочности с учетом геометрической нелинейности цилиндрических панелей при жестком опирании панели.

5.3 Методика определения минимальных толщин цилиндрических композитных панелей для закритического деформирования при продольном сжатии

Опираясь на рассуждения в Главе приведена пошаговая процедура расчета минимально необходимых толщин, сжатых цилиндрических композитных панелей для закритического деформирования. Алгоритм методики формализованного вычисления оптимальной толщины цилиндрических панелей для закритического деформирования с учетом мембранных и изгибных напряжений базируется на предыдущих выводах и предполагает использование установленных ранее взаимосвязей и соотношений и выглядит следующим образом:

1) Форма прогиба: Записывается выражение, описывающее возможную форму прогиба панели при возможной потере устойчивости панели с помощью известной функции с точностью до неизвестной величины амплитуды прогиба с учетом специфики заданных граничных условий;

2) Параметры волнообразования: определяются показатели начала волнообразования панелей при потере устойчивости. Полученные показатели зависят от геометрических параметров панели (*длины и ширины*) и жесткостных характеристиках, определяемых укладкой композитного материала;

3) Решение методом Бубнова – Галеркина: применяется метод Бубнова – Галеркина для анализа геометрически нелинейного явления. Получаются аналитические зависимости, связывающие неизвестную толщину, амплитуду прогиба и внешние воздействующие факторы (заданные расчетные потоки);

Мембранные напряжения: аналитическим путем выводятся соотношения для мембранных напряжений, с использованием функций напряжений в виде:

$$\sigma_x^{\text{мемб}}(x, y) = -f^2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) - f \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y), \quad (5.34)$$

4) Изгибные напряжения: аналогичным образом получаем аналитические выражения для изгибных напряжений в виде:

$$\sigma_x^{\text{изгиб}}(x, y) = -f \delta \Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y), \quad (5.35)$$

5) Суммарные напряжения: суммируются мембранные и изгибные компоненты напряжений, используя равенства действующих напряжений предельным по прочности значениям с учетом использования критерия прочности $\sigma_{x\Sigma} \leq \bar{\sigma}_x$:

$$\sigma_{x\Sigma} = \sigma_x^{\text{мемб}}(x, y) + \sigma_x^{\text{изгиб}}(x, y) - \frac{q_x}{\delta} = \bar{\sigma}_x \quad (5.36)$$

6) Амплитуда прогиба: определяют решения квадратичного уравнения вида (5.36) относительно амплитуды прогиба f , позволяющее выразить эту величину через прочие параметры;

7) Система уравнений: два ключевых уравнения – одно описывает геометрически нелинейную задачу (из пункта с), другое – определяет амплитуду прогиба (из пункта g). Итоговая система определяется относительно толщины панели и двумерных пространственных координат x и y , результатом является уравнение вида:

$$\delta^3 \bar{D}_{mnk} + \delta \left[\frac{-\delta \Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y) + \sqrt{\delta^2 \left(\Omega_x^{\text{изгиб}}(x, y) \right)^2 - 4 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y) \left(\frac{q_x}{\delta} - \bar{\sigma}_x \right)}}{2 \Omega_x^{\text{мемб}}(x, y)} \right]^2 E_{mnk} = q_x, \quad (5.37)$$

где $\bar{D}_{mnk}$, E_{mnk} - параметры, зависящие от соотношений геометрических размеров панели и укладки КМ.

Численный анализ: осуществляется численное решение нелинейного уравнения (5.37) относительно толщины панели (δ). Процесс выполняется с учетом варьирования двух параметров – пространственных координат x и y . При соблюдении заданных ограничений $x \in [0, a]$, $y \in [0, b]$, $\delta \in [0, \delta_{\text{конст}}]$.

Условие позволяет определить оптимальную толщину цилиндрической панели для закритического деформирования, обеспечивающую наилучшие эксплуатационные свойства и снижающую риск разрушения.

Алгоритм используется при разработке методик поверочного расчета и определения минимальных толщин композитных панелей при других вариантах

нагружения (при сдвиге и комбинированном воздействии сжатия и сдвига) и закрепления.

5.4 Заключение по Главе 5

1. Приведенные аналитические решения применяются для выполнения поверочных расчетов композитных цилиндрических панелей с учетом геометрической нелинейности при продольном сжатии. Приведенные соотношения включают мембранные и изгибные напряжения, возникающие при закритическом деформировании.

2. Разработана методика вычисления минимальных толщин композитных цилиндрических панелей малой кривизны, относящихся к категории панелей средней толщины. Указанная методика основана на решении нелинейных уравнений относительно толщины панелей и включает проведение параметрических исследований по пространственным координатам (x_i, y_i) , с целью выявления потенциально критических точек, где напряжения могут достигать максимальных по модулю значений.

Заключение

Разработана методика обеспечения прочности и устойчивости несущих композитных панелей средней толщины авиационных конструкций с учетом геометрической нелинейности.

В диссертационной работе получены следующие новые научные результаты:

1. Проведены параметрические исследования критических напряжений потери устойчивости при использовании численных методов для гладких композитных и металлических панелей с дефектами (в виде сквозных дефектов отверстий и разрезов) и влияния толщины (деформаций поперечного сдвига). Показана необходимость учета определения расположения потенциально-критических мест (ПКМ) сквозных повреждений для гладких панелей, нагруженных сжимающими и касательными потоками при обеспечении устойчивости.

2. Выявлено влияние положения отверстия (дефекта) относительно панели с учетом потери устойчивости, зависящие от граничных условий и вида нагружения. Для панелей с отношением сторон $a/b = 3$ при действии сжимающих потоков для шарнирного опирания значение $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,94$, для жестко опертой панели $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,89$.

Для панелей с отношением сторон $a/b = 4$ при действии сжимающих потоков для шарнирного опирания значение $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,93$, для шарнирного опирания значение $\min \bar{\sigma}_{buck}(x, y) = 0,89$. При действии касательных потоков для шарнирного опирания значение $\min \bar{\tau}_{buck}(x, y) = 0,88$, для шарнирного опирания значение $\min \bar{\tau}_{buck}(x, y) = 0,87$.

3. Разработана методика поверочного расчета и предложена модифицированная методика определения параметров подкрепленных панелей, основанная на условии равноустойчивости с учетом дефектов в обшивке (отверстий и разрезов) и влиянии толщины при действии сжимающих и касательных потоков.

4. Проведены результаты численной оценки приведенных толщин, разрабатываемых равноустойчивых подкрепленных панелей в зависимости от коэффициента снижения критических напряжений потери устойчивости обшивки при наличии сквозных дефектов. В частности, показано, что при снижении критических напряжений обшивки с коэффициентом $\psi_\sigma = 0,9$ приводит к необходимости увеличения приведенной толщины равноустойчивых подкрепленных панелей на 4%.

5. Разработана методика определения напряженно-деформированного состояния (НДС) и оценки прочности при закритическом деформировании плоских гладких композитных и металлических панелей с учетом мембранных и изгибных напряжений и действия сжимающих и касательных потоков. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин при обеспечении прочности для закритического деформирования. Применяя разработанную методику для определения параметров обшивок и стенок кессона многозамкнутого закрылка для самолетов малой и средней грузоподъемности толщины уменьшаются на 7%.

6. Разработана методика определения НДС и оценки прочности при закритическом деформировании гладких композитных цилиндрических панелей малой кривизны с учетом мембранных и изгибных напряжений и действия сжимающих потоков. На основе полученной методики расчета предложена методика определения минимальных толщин цилиндрических панелей при обеспечении прочности для закритического деформирования.

Перспективы дальнейшей разработки темы

Полученные результаты могут быть использованы для следующих дальнейших исследований:

— дополнительные исследования гладких прямоугольных панелей с отверстиями при исследовании прочности и устойчивости;

- экспериментальные исследования длинных панелей ($a/b > 2$) при закритического деформирования для получения фактических коэффициентов с целью применения в методиках расчета обеспечения прочности и устойчивости;
- методика определения оптимальных параметров равноустойчивых подкрепленных панелей с учетом повреждений в стрингер со стороны обшивки;
- расчет и определение параметров композитных подкрепленных панелей с учетом переменных углов армирования обшивки.

Список литературы

1. Азиков Н.С., Зинин А.В. Влияние структуры армирования и граничных условий на устойчивость четырехугольных композитных панелей // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2023. – № 6. – С. 22-31. – DOI 10.31857/S0235711923060056. – EDN EFMVPY.
2. Азиков Н.С., Алипов А.Е., Косарев В.А. Проектирование подкрепленных композитных панелей // Авиационная промышленность. – 2013. – № 3. – С. 35-39.
3. Алфутов Н.А., Зиновьев П.А., Попов Б.Г. Расчет многослойных пластин и оболочек из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1984. – 446с.
4. Андреев А. Н., Немировский Ю. В. Многослойные анизотропные оболочки и пластины: Изгиб, устойчивость, колебания. – Новосибирск: Наука, 2001. – 287 с.
5. Андриенко В.М., Белоус В.А. Оптимальное проектирование композитных панелей кессона крыла по условиям прочности и устойчивости // Труды ЦАГИ. – 2001. – № 2642. – С. 151-158.
6. Андриенко В.М., Поспелов И.И. Оптимальное проектирование панелей кессона крыла по условиям прочности и устойчивости. Проектирование и расчет на прочность авиационных конструкций // Труды ЦАГИ. – 1996. – № 2623 – С. 68-75.
7. Балабух Л.И. Устойчивость фанерных пластинок // Техника воздушного флота. – 1937. – № 9. – С. 19-38.
8. Белоус А.А., Поспелов И.И. Метод расчета на устойчивость панели крыла малого удлинения // Труды ЦАГИ. – 1976. – № 1783. – С 36.
9. Белубекян Э.В. Закритическая прочность оптимальной по устойчивости прямоугольной пластинки из композиционного материала, усиленной по краям ребрами жесткости // Изв. нац. АН Армении. Мех. – 1998. – № 3. – Т. 51. – С. 8-13.

10. Больших А.А., Еремин В.П. Применение метода параметрической оптимизации в задачах проектирования пассажирских авиалайнеров // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2020. – № 10 (106). – 14с.
11. Бохоева Л.А., Курохтин В.Ю., Чермошенцева А.С., Перевалов А.В. Моделирование и технология изготовления конструкций авиационной техники из композиционных материалов // Вестник ВСГУТУ. – 2013. – № 2 (41). – С. 12-18.
12. Буштырков А.А. Закритическое напряженно-деформированное состояние квадратной ортотропной пластины из стеклопластика // Механика полимеров. – 1967. – № 3. – С. 544-552.
13. Васильев В.В., Хазиев А.Р. Оптимальное проектирование слоистых композитов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2009. –Т. 15. – № 1. – С. 3-16.
14. Васильев В.В. Механика конструкций из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1988. – 270 с.
15. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 983 с.
16. Вольмир А.С. Гибкие пластины и оболочки. – М.: ГОСТЕХИЗДАТ, 1956. –419 с.
17. Гавва Л.М., Фирсанов В.В. Математические модели и методы расчета напряженно-деформированного состояния панелей летательных аппаратов из композиционных материалов с учетом технологии изготовления // Известия РАН. МТТ. – 2020. – №3. – С. 122-133.
18. Гавва Л.М., Лурье С.А. Метод расчета напряженно-деформированного состояния конструктивно-анизотропных панелей из композиционных материалов с учетом технологии изготовления и граничных условий общего вида // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2018. – №7. – С. 14-23.
19. Гребеньков О.А. Конструкция самолетов: Учеб. Пособие для авиационных вузов. –М. Машиностроение, -1984. -240с.

20. Гришин В.И., Митрофанов О.В. Проектирование тонкостенных конструкций с учетом закритического поведения композитной обшивки // Ученые записки ЦАГИ. – 2003. – Т. 34. – № 3-4. – С. 123-134.
21. Гришин В.И., Дзюба А.С., Дударьков Ю.И. Прочность и устойчивость элементов и соединений авиационных конструкций из композитов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. – 272 с.
22. Григолюк Э.И., Мамай В.И. Нелинейное деформирование тонкостенных конструкций. – М.: Наука, 1997. – 270 с.
23. Дубинский С. В., Зиченков М. Ч., Дзюба А. С., Лимонин М.В., Парышев С.Э., Панков А.В. Развитие методов анализа и исследования прочности авиационных конструкций // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2018. – №11. – С. 87-105.
24. Дударьков Ю.И., Левченко Е.А., Лимонин М.В., Шевченко А.В. Расчет и экспериментальный анализ несущей способности стрингерных панелей из ПКМ // Деформирование и разрушение композиционных материалов и конструкций. Труды Третьей международной конференции, посвященной 80-летию ИМАШ РАН. – М.: ТРУДЫ, 2018. – С. 40-42.
25. Дударьков Ю.И., Лимонин М.В., Наумов С.М., Осипян Е.Э. Виртуальное моделирование эксперимента при статических испытаниях силовых панелей конструкции планера летательного аппарата // Исследования Наугограда. – 2015. – № 1(11). – С. 32-39.
26. Дударьков Ю.И., Лимонин М.В. Применение метода конечных элементов к расчету несущей способности стрингерных панелей // Полет. – 2012. – № 9. – С. 36-43.
27. Дудченко А.А., Шумова Н.П. Строительная механика плоских подкрепленных композитных панелей. – М.: Изд-во МАИ, 2006. – 88 с.
28. Дудченко А.А. Прочность и конструкция композитных авиационных конструкций. – М.: МАИ, 2007. – 200 с.
29. Железнов Л. П. Устойчивость и нелинейное деформирование отсеков композитного фюзеляжа под действием эксплуатационных нагрузок. Подбор

- оптимального расположения монослоёв композитной обшивки, шага и жёсткости стрингеров / Л. П. Железнов, Т. С. Огнянова // Технологии и оборудование химической, биотехнологической и пищевой промышленности: Материалы X Всероссийской научно-практической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием, Бийск, 24–26 мая 2017 года. – Бийск: ФГБОУ ВПО «Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова» (АлтГТУ), 2017. – С. 229-232.
30. Железнов, Л. П. Исследование влияния углов укладки монослоев на устойчивость композитной цилиндрической оболочки / Л. П. Железнов // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2021. – Т. 27. – № 3. – С. 382-395.
 31. Замула Г.Н. Закритическое поведение композитных панелей при двухосном сжатии и нагреве // Проектирование и расчет на прочность авиационных конструкций. – 7. – № 2628. – С. 11-20.
 32. Замула Г.Н., Иерусалимский К.М. Закритическое поведение и редуцированные коэффициенты потерявшей устойчивость композитной обшивки «Проектирование и расчет на прочность авиационных конструкций» // Труды ЦАГИ. – 1996. – № 2623. – С.60-67.
 33. Замула Г.Н., Иерусалимский К.М. К расчету устойчивости каркасивных цилиндрических оболочек. Ученые записки ЦАГИ, №3, 1981г.
 34. Замула Г.Н., Фомин В.П., Джанхотов С.О. Расчетно-экспериментальное исследование закритической прочности подкрепленных композитных панелей. Труды ЦАГИ, выпуск 2683, 2009г.
 35. Зиченков М.Ч., Кондаков И.О., Шаныгин А.Н. Новый подход к созданию легких и надежных силовых композитных авиаконструкций // Вестник МГТУ. – 2016. – Т. 19. – № 6. – С. 127-136.
 36. Иерусалимский К.М., Фомин В.П. Параметрические исследования устойчивости анизотропной пластинки при комбинированной нагрузке // Проектирование и расчет на прочность авиационных конструкций. – 2001. – № 2641. – С. 94-102.

37. Иерусалимский К.М., Корнеев А.Н., Фомин В.П. Методика расчета напряженно-деформированного состояния тонкостенных цилиндрических конструкций при неравномерных нагрузках // Труды ЦАГИ. Колебания, прочность и ресурс авиационных конструкций и сооружений. – 2001. – № 2642. – С.93-102.
38. Иерусалимский К.М., Фомин В.П. Выпучивание сжатой подкрепленной панели при разрушении связи стрингеров с обшивкой // Труды ЦАГИ. Колебания, прочность и ресурс авиационных конструкций и сооружений. – 2001. – № 2642. – С.93-102.
39. Карпов Я. С. Оптимизация структуры композиционного материала панелей летательных аппаратов при ограничениях по прочности, устойчивости и прогибу // Проблемы прочности. – 2004. – № 6. – С. 33-47.
40. Комаров А.А. Основы проектирования силовых конструкций. – Куйбышев: книж. изд-во, 1965г. – 88 с.
41. Комаров В.А., Черняев А.В. Сравнительный анализ различных подходов к проектированию структур тонкостенных элементов из композиционных материалов // Вестник Самарского Государственного Аэрокосмического университета. – 2009. – № 1(17). – С. 171-179.
42. Лебедев А. В. Влияние вырезов на устойчивость прямоугольных упругих пластин при осевом сжатии // Вестник Санкт-Петербургского Университета. — 2009. — № 4. — С. 77–83.
43. Лехницкий С.Г. Анизотропные пластинки. – М.: ОГИЗ, 1947. – 354 с.
44. Митрофанов О.В. Прикладные методы проектирования несущих панелей из композитных материалов. – М.: «Компания Спутник+», 2003. – 240 с.
45. Митрофанов О.В. Прикладное проектирование панелей крыла минимального веса из композитных материалов с учетом закритического поведения обшивки // Вестник МАИ. – 2002. – Т. 9. – № 1. – С. 34-41.
46. Митрофанов О.В. Проектирование несущих панелей авиационных конструкций по закритическому состоянию. – М.: МАИ (НИУ), 2020. – 160 с. – ISBN 978-5-4316-0757-8.

47. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю. Определение параметров подкрепленных панелей из композитных материалов при ограничениях по устойчивости с учетом влияния дефектов при сжатии и сдвиге. Конструкции из композиционных материалов. - 2024. - № 2 (174). - С. 9-16.
48. Митрофанов, О. В., Торопылина Е.Ю. Определение толщин ортотропных панелей кессона крыла при закритическом состоянии с учетом мембранных и изгибных напряжений. Вестник Московского авиационного института. – 2024. – Т. 31, № 1. – С. 82-92
49. Митрофанов, О. В., Торопылина Е.Ю. Определение толщин гладких металлических панелей при ограничениях по устойчивости и статической прочности в случае закритического поведения с учетом мембранных и изгибных напряжений. Инженерный журнал: наука и инновации. – 2024. – № 6(150). – DOI 10.18698/2308-6033-2024-6-2365
50. Митрофанов, О. В. Оценка геометрически нелинейного состояния поверхностных дефектов средней толщины ортотропной структуры в композитных панелях при сжатии и сдвиге с учетом жесткого опирания / О. В. Митрофанов, Е. Ю. Торопылина, А. А. Дудченко // Справочник. Инженерный журнал. – 2024. – № 12(333). – С. 43-51. – DOI 10.14489/hb.2024.12.pp.043-051. – EDN AUGJAR.
51. Митрофанов, О. В. Прочность сжатых композитных цилиндрических панелей малой кривизны при геометрически нелинейном поведении / О. В. Митрофанов, Е. Ю. Торопылина // Вестник Московского авиационного института. – 2025. – Т. 32, № 2. – С. 86-96. – EDN EQHERJ.
52. Митрофанов О. В. К вопросу о классификации сжатых композитных панелей при обеспечении устойчивости / О. В. Митрофанов, Р. Е. Колесников, П. И. Ильичева // Естественные технические науки. – 2025. – № 5(204). – С. 187-190. – EDN EHNCVX.
53. Митрофанов О.В., Торопылина Е.Ю., Бабинцев А.С., Желонкин С.В., Сабиров Б.Р. Экспериментальные исследования устойчивости металлических

- прямоугольных панелей с учетом сквозных повреждений при продольном сжатии // Естественные технические науки. – 2025. – № 7(206). – С. 165-168.
54. НЛГ 23 (2023). Нормы летной годности гражданских легких самолетов. Часть 23. – Введ. С 2023. М.: [б.и.], 2023.
55. НЛГ 25 (2023). Нормы летной годности самолетов транспортной категории. Часть 25. – Введ. С 2023. М.: [б.и.], 2023.
56. Образцов И.Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977. – 144 с.
57. Попов Ю.И., Стрелец Д.Ю., Солошенко В.Н. Параметрический анализ композитных панелей кессона крыла пассажирского магистрального самолета // Авиационная промышленность. – 2017. – № 4. – С. 4-10.
58. Погосяна М.А. Проектирование самолетов. Под. ред. Погосяна М.А. – М.: Инновационное машиностроение, 2018. – 864 с.
59. Сафронов В. С., Туркин И. К., Чан Ба Тан Об устойчивости неоднородной прямоугольной пластины при осевом сжатии // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2004. – № 4. – С. 15-19
60. Сироткин О.С., Гришин В.И., Литвинов В.Б. Проектирование, расчет и технология соединений авиационных конструкций. – М.: Машиностроение, 2006. – 330 с.
61. Солошенко В.Н., Попов Ю.И. Концептуальное проектирование конструкции кессона крыла из композиционных материалов среднемагистрального самолета // Вестник Московского Авиационного Института. – 2013. – № 1. – С. 16-30.
62. Смердов А.А. Возможности повышения местной устойчивости подкрепленных и интегральных композитных конструкций // Конструкции из композиционных материалов. – 2011. – № 4. – С. 70-78.
63. Стригунов В.М. Расчет самолета на прочность: Учебник для авиационных вузов. – М.: Машиностроение, 1984. -376с.

64. Стрижиус В.Е. Методы оценки усталостной прочности элементов композитных авиаконструкций. – М.: Машиностроение, 2015. – 270 с.
65. Трунин Ю.П. Модели статической прочности конструкций с концентратором напряжения, изготовленные из полимерных композиционных материалов со встроенными стопорами трещин // Ученые Записки ЦАГИ. – 1993. – № 1. – С. 145-156.
66. Ушаков А.Е. Методология обеспечения эксплуатационной живучести и безопасности авиаконструкций из ПКМ. – М.: Физматлит, 2012. – 202 с.
67. Фейгенбаум Ю.М., Дубинский С.В., Божевалов Д.Г. и др. Обеспечение прочности композитных авиационных конструкций с учетом случайных эксплуатационных ударных воздействиях. – М.: Техносфера, 2018. – 506 с.
68. Хазиев А.Р. Оптимальное армирование слоистых композитов по условиям прочности // Вопросы оборонной техники. Сер. 15. Композиционные неметаллические материалы в машиностроении. – 2008. – № 3(150). – С. 18-24.
69. Холмогоров, Д. В. Закритическое поведение подкрепленной пластины. Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1. Математика. Механика. Информатика. – 2005. – №5. – С. 145-158.
70. Хертель Г. Тонкостенные конструкции, М., Машиностроение, 1965 г.
71. Чернышев С.Л. Новый этап применения композиционных материалов в авиастроении // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2013. – № 1. – С. 3-10.
72. Чедрик В.В. Практические методы оптимального проектирования конструкций из слоистых композиционных материалов // Механика композиционных материалов. – 2005. – № 2. – С. 184-19.
73. Advisory Circular 20-107B, U.S. Department of Transportation Federal Aviation Administration, 2009. <https://www.faa.gov/documentLibrary/>
74. Albazzan, M., Harik, R., Tatting, B., & Gürdal, Z. Efficient design optimization of nonconventional laminated composites using lamination parameters: A state of the

- art. // Composite Structures. – 209 (2018). – 362-374.
<https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2018.10.095>.
75. Arakaki F., Faria A. Composite-stiffened panel design under shear post-buckling behavior // Journal of Composite Materials. – 2016. – Vol. 50. – No 26. – pp. 3643-3662.
 76. Baran, I., Cinar, K., Ersoy, N., Akkerman, R., & Hattel, J. A Review on the Mechanical Modeling of Composite Manufacturing Processes. Archives of // Computational Methods in Engineering. – 2016. – Vol. 24. – pp. 365 - 395.
<https://doi.org/10.1007/s11831-016-9167-2>.
 77. Bisagni C., Lanzi L. Post-buckling optimization of composite stiffened panels using neural networks // Composite Structures. – 2002. – No 58. – pp. 237-247.
 78. Bokhoeva L.A., Bochektueva E.B. An experimental research of the laminated composite plates stability // IOP Conf. Series: Materials Sci. and Eng. III Int. Conf. of young Scientists on contemporary problems of materials and constructions. – 2019. – Vol. 684. – pp. 012027.
 79. Bouslama, N., Maslouhi, A., & Masson, P. Experimental and numerical investigation of damage evolution in carbon fiber reinforced polymer stiffened panel in post-buckling regime. // Journal of Composite Materials, – 2022. – Vol. 56. – pp. 2455 - 2470. <https://doi.org/10.1177/00219983221096888>.
 80. Cardenas D., Elizalde H., Marzocca P., Abdi F., Minnetyan L., Probst O. Progressive failure analysis of thin-walled composite structures // Composite Structures. – 2013. – Vol. 95. – pp. 53-62.
 81. Chermoshentseva A.S., Pokrovskiy A.M., Bokhoeva L.A. The behavior of delamination's in composite materials – experimental results // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. – 2016. – Vol. 116. – pp. 012005.
 82. Chermoshentseva A.S., Bokhoeva L.A., Lobanov D.V., Rogov V. E. Stability and process of destruction of compressed plate of layered composite materials with defects // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, VII International Scientific Practical Conference Innovative Technologies in Engineering. – 2016. – No 1. – Vol. 142. – pp. 12077.

83. Cherniaev, A., Pavlova, S., Pavlov, A., & Komarov, V. (2020). Prediction of Load-Bearing Capacity of Composite Parts with Low-Velocity Impact Damage: Identification of Intra- and Inter-Ply Constitutive Models. *Applied Mechanics*. – 2020. – Vol. 1. – pp. 59-78 <https://doi.org/10.3390/applmech1010005>.
84. Darvizeh M., Darvizeh A., Ansari R., Sharma C.B. Buckling analysis of generally laminated composite plates (generalized differential quadrature rules versus Rayleigh-Ritz method) // *Compos. Struct.* – 2004. – No 1. – Vol. 63. – pp. 69-74.
85. Degenhardt R., Kling A., Klein H., Hillger W., Goetting Ch., Zimmermann R., Rohwer K., Gleiter A. Experiments on buckling and postbuckling of thin-walled CFRP structures using advanced measurement systems // *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. – 2007. – Vol. 7. – No 2. – pp. 337-358.
86. Dung, D., & Hoa, L. Nonlinear buckling and post-buckling analysis of eccentrically stiffened functionally graded circular cylindrical shells under external pressure. // *Thin-walled Structures*, – 2013. – Vol. 63. – pp. 117-124. <https://doi.org/10.1016/J.TWS.2012.09.010>.
87. Faggiani A., Falzon B.G. Optimization of postbuckling-stiffened composite aerostructures: Experimental, analytical and numerical studies. – UK.: Queen's University Belfast, 2018. – 308 p. – Chapter 8. – pp. 253-284.
88. Falzon B.G., Stevens K.A., Davies G.O. Postbuckling behavior of a blade-stiffened composite panel loaded in uniaxial compression // *Compos. A*. – 2000. – Vol. 31. – No 5. – pp. 459-468
89. Falzon B.G., Aliabadi M.H. Buckling and postbuckling structures: experimental, analytical and numerical studies. – UK.: Imperial College London, 2008. – 504 p.
90. Ghahfarokhi, D., & Rahimi, G. An analytical approach for global buckling of composite sandwich cylindrical shells with lattice cores. // *International Journal of Solids and Structures*, – 2018. – Vol. 146. – pp. 69-79. <https://doi.org/10.1016/J.IJSOLSTR.2018.03.021>.
91. Graesser, D., Zabinsky, Z., Tuttle, M., & Kim, G. Optimal design of a composite structure. // *Composite Structures*, – 1993. – Vol. 24. – pp. 273-281. [https://doi.org/10.1016/0263-8223\(93\)90021-H](https://doi.org/10.1016/0263-8223(93)90021-H).

92. Hashin Z., Rotem A. A. Fatigue failure criterion for Fibre Reinforced Materials // Journal of Composite Materials. – 1973. – No 7. – pp. 448-464.
93. Jiawen, X., Yijun, C., Junchen, Z., Xiongwei, Y., & Yueming, L. Progressive Failure Analysis and Experimental Verification of L-Shaped Composite with Initial Defects. // AIAA Journal. – 2003. – Vol. 61. – No 8. – pp. 3618-3632. <https://doi.org/10.2514/1.j062613>.
94. Kimura M., Ogawa T., Hashimura T. Post-buckling strength of thin - plates under combined loads // Journal of Structural and Construction Engineering. (Transactions of AIJ). – 2003. – Vol. 68. – No 566. – pp. 153-159.
95. Kirubakaran R., Lokesharun D., Rajkumar S., Anand R. Aircraft wing weight optimization by composite material structure design configuration // IOSR Journal of Mechanical and Civil Engineering. – 2017. – Vol. 14. – No 6. – pp. 71-80.
96. Kollar L. P., Springer G.S. Mechanics of composite structures. – Cambridge: Cambridge University Press, 2003. – 480 p.
97. Köllner A., Forsbach F., Völlmecke C. Delamination buckling in composite plates: an analytical approach to predict delamination growth. // Ukraine: Advanced Structured Materials: New achievements in continuum mechanics and thermodynamics. – 2019. – Vol. 18. – pp. 241-255
98. Lal A., Parghi A., Markad K. Postbuckling nonlinear analysis of sandwich laminated composite plate // Materials Today: Proceedings InternationalC on Advances in Materials Processing & Manufacturing Applications. – 2021. – Vol. 6. – Part 6. – pp. 3933-5036.
99. Li D., Xiang J., Shijun G., Rongxin X. Optimization of composite wing structure for a flying wing aircraft subject to multi constraints // 54th AIAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference. – 2013. – pp. 1-11.
100. Liu Haibao., Falzon B. G., Tan Wei. Experimental and numerical studies on the impact response of damage-tolerant hybrid unidirectional / woven carbon-fibre reinforced composite lamainates // Composites Part B: Engineering. – 2018. – Vol. 136. – pp. 101-118.

101. Madenci, E., Özkılıç, Y., & Gemi, L. Buckling and free vibration analyses of pultruded GFRP laminated composites: Experimental, numerical and analytical investigations. // Composite Structures, – 2020. – Vol. 254. – pp. 112806. <https://doi.org/10.1016/j.compstruct.2020.112806>.
102. Meka, S., Enos, R., & Zhang, D. Analyzing the progressive damage of composites due to manufacturing induced defects through a semi-discrete damage model. // American Society for Composites. – 2023. – Vol. 225. – pp. 36640. <https://doi.org/10.12783/asc38/36640>.
103. Mitrofanov O. Post-Buckling state estimation and load-bearing composite panels design for compression and shear // AIP Conference Proceedings. – 2019. – No 1. – Vol. 2125. – pp. 030059.
104. Mitrofanov O., Mazen O. Designing of thin composite panels with the post-buckling behavior considering rigid support and loading with shear flows // Book Conf.: Far East Con – Materials and Construction III, Journal Key Engineering Materials. – 2021. – Vol. 887. – pp. 657-661.
105. Mitrofanov O. Evaluation of postbuckling behavior of orthotropic panels under shear with regard to rigid support along the long sides and initial loss // Natural and Technical Sciences. – 2019. – No 1. – pp. 132-135.
106. Patni, M., Minera, S., Bisagni, C., Weaver, P., & Pirrera, A. Geometrically nonlinear finite element model for predicting failure in composite structures. // Composite Structures. – 2019. – Vol. 225. – pp. 111068. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2019.111068>.
107. Pogosyan M, Nazarov E, Bolshikh A et al. Aircraft composite structures integrated approach: a review // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1925. – No 1. – pp. 012005
108. Rajak, D., Pagar, D., Kumar, R., & Pruncu, C. Recent progress of reinforcement materials: a comprehensive overview of composite materials. // Journal of Materials Research and Technology. – 2019. – Vol. 6(8). – pp. 6354-6374. <https://doi.org/10.1016/j.jmrt.2019.09.068>.

109. Rasool, M., & Singha, M. Stability of variable stiffness composite laminates under compressive and shearing follower forces. // Composite Structures. – 2019. – Vol. 172. – pp. 472-484. <https://doi.org/10.1016/J.COMPSTRUCT.2019.111003>.
110. Riccio A., Raimondo A., Fragale S., Camerlingo F., Gambino B., Cinzia T., Domenico. Delamination buckling and growth phenomena in stiffened composite panels under compression. Part I: An experimental study // Journal of Composite Materials. – 2014. – Vol. 48. – No 23. – pp. 2857-2870.
111. Riccio A., Raimondo A., Francesco D.C., Camerlingo F., Scaramuzzino F., Delamination buckling and growth phenomena in stiffened composite panels under compression. Part II: An experimental study // Journal of Composite Materials. – 2014. – Vol. 48. – No 23. – pp. 2843-2855.
112. Singha M. K., Ramachandra L.S., Bandyopadhyay J.N. Stability and strength of composite skew plates under thermomechanical loads // AIAA Journal. – 2001. – Vol. 39. – No 8. – pp. 1618-1623.
113. Shen, Hui-Shen & Fan, Yin & Wang, Yeqing. Tension buckling and postbuckling of nanocomposite laminated plates with in-plane negative Poisson's ratio. // Nanotechnology Reviews. – 2024. – vol. 13. – pp. 10.1515/ntrev-2023-0173.
114. SudhirSastry, Y., Budarapu, P., Madhavi, N., & Krishna, Y. (2015). Buckling analysis of thin wall stiffened composite panels. // Computational Materials Science. – 2015. – vol. 96. – pp. 459-471. <https://doi.org/10.1016/J.COMMATSCI.2014.06.007>.
115. Timarci Taner, Aydogdu Metin. Buckling of symmetric cross-ply square plates with various boundary conditions // Journal of Composite Structures. – 2005. – Vol. 68. – No 4. – pp. 381-389.
116. Tsai S.W. Strength theories of filamentary structures, fundamental aspects of fiber reinforced plastic composites, Wiley Inter-science // New York. R.T. Schwartz and H. S. Schwartz. Eds. – 1968. – pp. 3-11.
117. Wang, K., Zhao, L., Hong, H., Zhang, J., & Gong, Y. (2021). Parameter studies and evaluation principles of delamination damage in laminated composites. // Chinese

- Journal of Aeronautics. – 2021. – vol. 34. – pp. 62–72.
<https://doi.org/10.1016/J.CJA.2020.10.022>.
118. Wu Z., Raju G., Weaver P. Optimization of Postbuckling Behaviour of Variable Thickness Composite Panels with Variable Angle Tows: Towards “Buckle-Free” Design Concept. *International Journal of Solids and Structures*. – 2017. – Vol. 24. – pp. 132-133. <http://dx.doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.08.037>
 119. Xu J., Zhao Q., Qiao P. A critical review on buckling and post-buckling analysis of composite structures // *Frontiers in Aerospace Engineering*. – 2013. – Vol. 2. – No 3. – pp. 157-168.
 120. Yshii L., Eliseu L., Monteiro F., Santana R. Accuracy of the Buckling Predictions of Anisotropic plates // *J of Eng Mech*. – 2018. – Vol. 144. – No 8. – pp. 198-205.
 121. Zhang F., Wu M., Xinting H., Cheng H., Xiayu Xu., Xinhe W. Post-buckling reliability analysis of stiffened composite panels based on adaptive iterative sampling // *Engineering With Computers*. – 2021. – No 22. – pp. 1-11
 122. Zeng, T., & Wu, L. Post-buckling analysis of stiffened braided cylindrical shells under combined external pressure and axial compression. // *Composite Structures*, – 2003. – Vol. 60. – pp. 455-466. [https://doi.org/10.1016/S0263-8223\(03\)00018-7](https://doi.org/10.1016/S0263-8223(03)00018-7).

Приложение

Акты внедрения результатов диссертационной работы

УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора по разработке

Филиала ПАО «Яковлев» -

«Региональные самолеты»

А.В. Кубасов

2025г.

АКТ



О внедрении результатов диссертационной работы Торопылиной Екатерины Юрьевны на соискание учёной степени кандидата технических наук на тему «Обеспечение прочности и устойчивости несущих композитных панелей средней толщины авиационных конструкций с учетом геометрической нелинейности»

Комиссия в составе:

Кузнецов Кирилл Александрович (Председатель комиссии) – Главный конструктор программы SSJ-NEW,

Сахин Валерий Хананович (член комиссии) – начальник НИО прочности – зам. Главного конструктора по прочности,

Аверьянов Анатолий Владимирович (член комиссии) – начальник департамента крыла и оперения.

подтверждает, что результаты диссертационной работы Торопылиной Екатерины Юрьевны были использованы при анализе статической прочности конструкций агрегатов механизации и поверхностей управления из композитных материалов самолета семейства RRJ-95.

Председатель комиссии

Кузнецов К.А.

Члены комиссии

Сахин В.Х.

Члены комиссии

Аверьянов А.В.

УТВЕРЖДАЮ

Генеральный директор
Акционерного общества «Уральский
завод гражданской авиации»



И.Я. Озар

2025г.

АКТ

О внедрении результатов диссертационной работы Торопылиной Екатерины Юрьевны на соискание учёной степени кандидата технических наук на тему «Обеспечение прочности и устойчивости несущих композитных панелей средней толщины авиационных конструкций с учетом геометрической нелинейности»

Комиссия в составе:

Недосекин Андрей Олегович (Председатель комиссии) –
Директор Инженерного центра,

Литвинов Максим Сергеевич (член комиссии) – Главный
конструктор,

Кравченко Евгений Евгеньевич (член комиссии) –
начальник отдела статической прочности,

Коробейников Евгений Владимирович (член комиссии) –
начальник отдела ресурса.

подтверждает, что результаты диссертационной работы Торопылиной Екатерины Юрьевны в части анализа геометрической нелинейности металлических конструкций были использованы при анализе статической прочности и усталостной долговечности конструкций агрегатов механизации и поверхностей управления из алюминиевых сплавов самолета ЛМС-192 «Освей».

Председатель комиссии

Недосекин А.О.

Член комиссии

Литвинов М.С.

Член комиссии

Кравченко Е.Е.

Член комиссии

Коробейников Е.В.