

Тепловые процессы в технике. 2025. Т. 17. № 10. С. 476–487  
Thermal processes in engineering, 2025, vol. 17, no. 10, pp. 476–487

Научная статья  
УДК 621.45  
URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=186296>  
EDN: <https://www.elibrary.ru/IWJTFT>

## Обоснование метода гармонического баланса для моделирования нестационарных процессов в охлаждаемой ступени турбины ГТД

Д.К. Попова<sup>1</sup>✉, Н.Н. Кортиков<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, Санкт-Петербург, Российская Федерация

<sup>1</sup>[daria\\_well96@mail.ru](mailto:daria_well96@mail.ru)✉

**Аннотация.** Метод гармонического баланса (НВ) представляет собой перспективный подход к численному решению нестационарных задач в турбомашиностроении. Он позволяет значительно сократить объем вычислений за счет приближенного, но устойчивого моделирования периодических нестационарных процессов. В данной работе основной акцент сделан на применении метода НВ, реализованного в программном пакете STAR-CCM+, для анализа течения газа в ступенях турбины.

Нестационарный характер потока газа в турбомашинах обусловлен рядом факторов, таких как дозвуковое потенциальное взаимодействие, взаимодействие ударных волн и следа, а также температурная неравномерность на выходе камеры сгорания. Несмотря на широкое распространение метода гармонического баланса в моделировании таких процессов, обзор литературы показал, что эффективность его применения в условиях охлаждаемых ступеней турбин при реальных режимах эксплуатации остается недостаточно обоснованной. Настоящее исследование направлено на восполнение данного пробела.

**Ключевые слова:** ротор-статор взаимодействие, камера сгорания, температурная сепарация, турбинная ступень, метод гармонического баланса

**Для цитирования.** Попова Д.К., Кортиков Н.Н. Обоснование метода гармонического баланса для моделирования нестационарных процессов в охлаждаемой ступени турбины ГТД // Термовые процессы в технике. 2025. Т. 17. № 10. С. 476–487. URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=186296>

Original article

## Justification of the harmonic balance method for modeling non-stationary processes in the cooled stage of a gas turbine engine

D.K. Popova<sup>1</sup>✉, N.N. Kortikov<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup>Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University, St. Petersburg, Russian Federation

<sup>1</sup>daria\_well96@mail.ru✉

**Abstract.** The harmonic balance method (HB) is a promising approach to the numerical solution of non-stationary problems in turbomachinery. The essence of the HB method is to transform the initial time-dependent problem into a system of algebraic equations for the Fourier coefficients. This approach significantly reduces computational costs while maintaining a high level of accuracy for periodic processes. This is especially relevant when modeling steady-state oscillatory modes, such as interaction between rows of blades or pressure pulsations in cooled elements. In this work, the main focus is on the application of the HB method, implemented in the STAR-CCM+ software package, for the analysis of gas flow in turbine stages.

The non-stationary nature of gas flow in turbomachines is caused by a number of factors, such as subsonic potential interaction, interaction shock waves and wake, as well as temperature unevenness at the exit of the combustion chamber. The circumferential unevenness of the temperature field at the exit from the combustion chamber is one of the most critical factors affecting the thermal load of the turbine elements. This unevenness leads to the fact that hotter layers of gas are shifted to the surface of the trough of the blade, and cooler layers are shifted to the surface of the back of the blade. This phenomenon has been called “temperature separation”. This redistribution of temperature layers over time creates a stable temperature difference between the bottom and the top of the blade. The presence of such significant temperature gradients leads to local thermal overloads. These overloads can cause thermal defects in the structure, such as cracks.

Despite the widespread use of the harmonic balance method in aerodynamics and acoustics modeling, a review of the literature has shown that its effectiveness in cooling turbine stages under real-world operating conditions remains insufficiently validated. There is a lack of reliable data demonstrating the efficiency and accuracy of this approach in the presence of complex boundary conditions, heat transfer, and strong non-steady disturbances. This study aims to show that there are opportunities for a deeper integration of the HB method into the design of turbine apparatus and their cooling systems.

**Keywords:** rotor-stator interaction, combustion chamber, temperature separation, turbine stage, harmonic balance method

**For citation.** Popova D.K., Kortikov N.N. Justification of the harmonic balance method for modeling non-stationary processes in the cooled stage of a gas turbine engine. *Thermal processes in engineering*. 2025, vol. 17, no. 10, pp. 476–487. (In Russ.). URL: <https://tptmai.ru/publications.php?ID=186296>

### 1. Введение

Газовый поток в турбомашинах по своей природе обладает выраженной нестационарностью. Это связано, прежде всего, с интенсивным газодинамическим взаимодействием между соседними рядами неподвижных и вращающихся лопа-

ток, то есть со статор-роторным взаимодействием. Основными источниками возникновения нестационарных явлений в турбинной ступени являются дозвуковое потенциальное взаимодействие, взаимодействие ударных волн и следа, а также температурные неравномерности, формирующиеся на выходе камеры сгорания [1, 2].

Одним из наиболее критичных факторов, влияющих на термонагруженность элементов турбины, является окружная неравномерность температурного поля на выходе из камеры сгорания – на входе в сопловой аппарат. Эта неравномерность оказывает значительное влияние на распределение тепловых потоков на лопатках ротора. В результате взаимодействия неравномерного температурного поля с лопаточной системой, внутри межлопаточных каналов происходит сегрегация (разделение) потока: более горячие слои газа смещаются к поверхности корыта лопатки, в то время как более холодные – к поверхности спинки.

Такое перераспределение температурных слоев в течение времени формирует устойчивую разность температур между корытной стороной и спинкой лопатки. Это явление получило название «температурной сепарации» и было подтверждено рядом экспериментальных исследований [2, 15]. Амплитуда температурной сепарации варьируется по высоте лопатки и в отдельных случаях может достигать 180 °C (рис. 1).

Наличие столь значительных температурных градиентов приводит к локальным тепловым перегрузкам, которые, в свою очередь, способствуют развитию термических дефектов конструкции – в частности, образованию трещин в наиболее уязвимых участках.

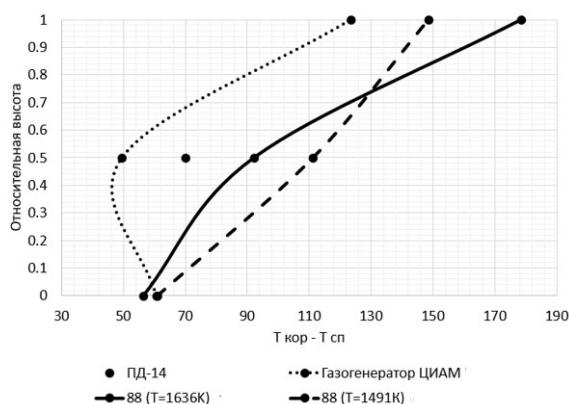


Рис. 1. Разница температур корыта и спинки на рабочих лопатках (опытные данные [2, 15])

## 2. Постановка задачи и обзор используемых методов

В работе представлен перспективный подход к численному моделированию нестационарных, периодических процессов в турбомашинах, ос-

нованный на методе гармонического баланса (Harmonic Balance, HB) [3–9]. Этот метод был реализован и интегрирован в программный комплекс STAR-CCM+ [10], что обеспечивает его применимость в инженерных задачах высокой сложности, включая моделирование охлаждаемых ступеней турбин.

Суть метода HB заключается в преобразовании исходной задачи, зависящей от времени, в систему алгебраических уравнений для коэффициентов Фурье, что позволяет существенно снизить вычислительные затраты при сохранении высокого уровня точности для периодических процессов. Особенно это актуально при моделировании установившихся колебательных режимов, таких как взаимодействие между рядами лопаток или пульсации давления в охлаждаемых элементах.

Построение системы алгебраических уравнений строится на преобразовании осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье–Стокса, которые представляются в консервативной форме записи [5]:

$$\int_V \frac{\partial \vec{U}}{\partial \tau} dV + \oint \left[ \vec{F} - \vec{G} \right] \times d\vec{A} = \int_V \vec{S} dV, \quad (1)$$

где  $\vec{U} = [\rho, \rho \vec{u}, \rho e]$  – вектор искомых переменных, где  $\rho$  – плотность,  $\vec{u}$  – вектор скорости,  $e$  – удельная энталпия;  $\vec{F}$  – вектор конвективных потоков,  $\vec{G}$  – вектор из компонентов вязких напряжений,  $\vec{A}$  – поверхность объема с указанием направления потока газа;  $\vec{S}$  – вектор, содержащий внешние воздействия (вращение объема  $V$ );  $\tau$  – время.

Важной особенностью преобразования является допущение, что параметры течения можно представить в виде двух составляющих: стационарный поток и малые возмущения ( $\vec{r}$  – вектор положения) [11, 12]:

$$U(\vec{r}, \tau) = \bar{U}(\vec{r}) + \sum U'(\vec{r}, \tau). \quad (2)$$

Вследствие того, что течение в турбомашинах является периодическим во времени и по пространству, нестационарное возмущение представляется в виде:

$$U'(\vec{r}, \tau) = \sum_{k=1}^M \left[ \tilde{U}_k(\vec{r}) e^{j\omega_k \tau} + \tilde{U}_{-k}(\vec{r}) e^{-j\omega_k \tau} \right], \quad (3)$$

где  $\tilde{U}_k(\vec{r}) = \tilde{U}_{k,R} + j\tilde{U}_{k,I}$  и  $\tilde{U}_{-k}(\vec{r}) = \tilde{U}_{k,R} - j\tilde{U}_{k,I}$  являются коэффициентами разложения в ряд Фурье с положительными и отрицательными индексами суммирования соответственно;  $\tilde{U}_{k,R}$  – реальная (*Real*) часть комплексной величины,  $\tilde{U}_{k,I}$  – коэффициент при мнимой (*Im*) части;  $M$  – число гармоник.

Подстановка выражений (2) и (3) в уравнение (1) и проведение процедуры дискретизации на основе метода контрольного объема ( $\Omega_i$  – элементарный объем) позволяет получить раздельные уравнения для двух слагаемых уравнения (1):

$$\Omega_i \frac{d\bar{U}}{d\tau} \Big|_i = - \sum_{cell \ faces} \vec{F}_{convective} \bar{A} + \sum_{cell \ faces} \vec{G}_{viscous} \bar{A} + \Omega_i S_i, \quad (4)$$

$$\Omega_i \frac{d\tilde{U}}{d\tau} \Big|_i = -j\omega \times \Omega \tilde{U} - \sum_{cell \ faces} \tilde{F}_{convective} \bar{A} + \sum_{cell \ faces} \tilde{G}_{viscous} \bar{A} + \Omega_i \tilde{Q}_i. \quad (5)$$

Учет нестационарности выражается с помощью введения понятия нестационарного напряжения (*deterministic stress*), которое определяется из решения уравнения (5) и записывается в виде [19]:

$$\overline{\tilde{f}' \tilde{g}'} = 2 \sum_{k=1}^M \left[ \operatorname{Re}(\tilde{f}_k) \operatorname{Re}(\tilde{g}_k) + \operatorname{Im}(\tilde{f}_k) \operatorname{Im}(\tilde{g}_k) \right]. \quad (6)$$

Анализ существующих научных публикаций [4, 8, 9] показал, что, несмотря на успешное применение метода НВ в аэродинамике и акустике, его использование в задачах моделирования охлаждаемых турбинных ступеней в условиях, близких к реальным, остается недостаточно

изученным. В частности, отсутствуют достоверные данные, демонстрирующие эффективность и точность данного подхода при наличии сложных граничных условий, теплопереноса и сильных нестационарных возмущений.

Для успешного применения метода гармонического баланса в таких задачах необходимо выполнение ряда ключевых условий: 1) правильная постановка задачи с учетом симметрии и периодичности. Это включает в себя обоснование возможности свести полную геометрию турбинного ряда к одному межлопаточному каналу с периодическими граничными условиями. Нарушение этих допущений может привести к искажению спектра колебаний и снижению точности решения; 2) выбор адекватного числа гармоник  $M$ . Определение минимального количества мод, необходимых для точного описания нестационарных возмущений, критично для баланса между точностью и вычислительной эффективностью. Недостаточное количество гармоник приведет к потере информации о высокочастотных компонентах, в то время как избыточное – к неправданным затратам ресурсов.

Таким образом, использование метода гармонического баланса в задачах расчета охлаждаемых ступеней турбин представляет собой многообещающее направление, требующее дальнейшего анализа и валидации.

Объектом исследования является турбинная ступень двигателя семейства РД33 [14]. Ступень включает в себя 27 сопловых лопаток и 84 рабочих лопаток. Комплекс системы охлаждения состоит из системы перфораций верхней и нижней полок соплового аппарата, рядов перфораций на поверхности профиля сопловых лопаток. При этом выдув охладителя осуществляется через выходные кромки сопловой и рабочей лопаток. Фрагмент системы охлаждения соплового аппарата представлен на рисунке 2.



Рис. 2. Система охлаждения сопловой лопатки

Моделирование газодинамических процессов в турбинной ступени проводилось в программном комплексе STAR-CCM+ [10] в трехмерной постановке с учетом зависимости теплофизических свойств от температуры [17].

### 2.1. Метод URANS (TimeDomain)

В качестве эталонного (базового) решения, с которым в дальнейшем проводилось сравнение метода гармонического баланса, использовались результаты численного моделирования, выполненного с применением нестационарного осреднения по Рейнольдсу (URANS) и технологии скользящих расчетных сеток.

Результаты подхода URANS, широко используемого в инженерной практике, не универсальны и принципиально зависят от используемой полуэмпирической модели турбулентности. Для каждого класса задач применение подхода URANS требует детального обоснования, при этом доступной в литературе экспериментальной информации может оказаться недостаточно.

В работах с использованием метода URANS учет нестационарности при численном расчете турбулентных течений вязкого газа осуществлялось либо добавлением локальной производной в уравнениях переноса кинетической энергии турбулентности и угловой скорости диссипации [20], либо переходом к трехпараметрической модели турбулентности с включением релаксационного уравнения для турбулентной вязкости [21].

Расчетная область в рамках URANS-моделирования охватывала девять межлопаточных каналов соплового аппарата и двадцать восемь межлопаточных каналов рабочего колеса, оснащенного конвективной системой охлаждения рабочей лопатки (см. рис. 3). Выбор такой протяженности области моделирования продиктован необходимостью соблюдения согласованной периодичности как между основными компонентами – сопловым аппаратом и рабочим колесом, – так и с температурным полем на выходе из камеры сгорания, формируемым 24 форсунками. Это обеспечивает корректную передачу граничных условий и адекватное воспроизведение температурных неравномерностей в расчете.

Общее количество элементов в расчетной сетке составило порядка 90 миллионов ячеек.

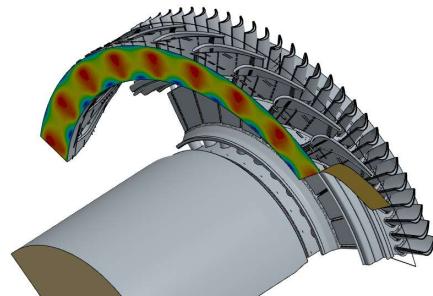


Рис. 3. Расчетная область для метода URANS

Таким образом, одной из задач настоящего исследования – подтверждение применимости подходов URANS и HB на базе SST (Menter) K – Omega модели турбулентности (в отличие от однопараметрической Spalart – Allmaras, используемой в [4, 5]) для описания статистически установленных колебаний, связанных с ротор-статорным взаимодействием в ступени турбины и сепарацией газового потока.

### 2.2. Метод HB (FrequencyDomain)

Расчетная область, используемая при применении метода гармонического баланса (HB), представлена на рисунке 4.

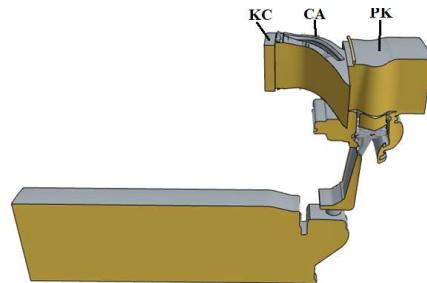


Рис. 4. Расчетная область для метода HB

Принципиальным отличием данного подхода от метода URANS является отсутствие необходимости согласования периодичности между различными расчетными регионами. Это позволяет моделировать каждый компонент турбины с индивидуальной периодичностью, соответствующей его геометрии и характеру течения. Для корректного воспроизведения температурного поля, формирующегося на выходе из камеры сгорания, и сохранения его неравномерности в расчетной модели был введен дополнительный регион, соответствующий одному сектору камеры сгорания. Таким образом, вся расчетная область включает в себя один сектор камеры сгорания, один межлопаточный канал соплового

аппарата и один межлопаточный канал рабочего колеса, снабженного системой охлаждения рабочей лопатки.

Общая размерность расчетной сетки составила порядка 4 миллионов контрольных объемов, что более чем в 22 раза меньше по сравнению с числом ячеек в URANS-модели. Это обеспечивает значительное снижение вычислительных затрат при сохранении возможности моделировать ключевые физические процессы, включая влияние охлаждения и неравномерного температурного поля на рабочий процесс в турбине.

### 3. Анализ полученных результатов

Первичный анализ параметров ступени был выполнен с использованием численного моделирования на основе метода URANS. На рисунках 5 а и 5 б представлены температурные поля газа в среднем сечении на двух различных временных срезах, что наглядно иллюстрирует выраженную нестационарность течения в проточной части турбины. Эти результаты подтверждают, что течение носит ярко выраженный нестационарный характер, обусловленный взаимодействием между элементами соплового аппарата и рабочего колеса, а также наличием температурных неравномерностей на входе.

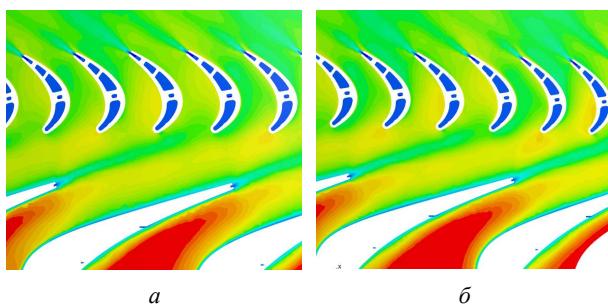


Рис. 5. а – Поле температуры газа в среднем сечении в момент времени  $t_1$ ; б – поле температуры газа в среднем сечении в момент времени  $t_2$

Также особое внимание следует уделить нестационарному поведению температурной сепарации вдоль профиля рабочей лопатки. На рисунке 6 показана динамика изменения температурной разности между зонами, прилегающими к корыту и спинке лопатки, во времени. Из графика видно, что температурное распределение является не только неравномерным, но и переменным во времени: в отдельные моменты времени зона, прилегающая к спинке лопатки, оказывает-

ся более нагретой, чем зона у корыта. Тем не менее, осредненные по времени данные демонстрируют, что температура газа в области, прилегающей к корытной стороне, в среднем остается выше, что имеет важное значение при анализе тепловой нагруженности лопаточного профиля и проектировании системы охлаждения.

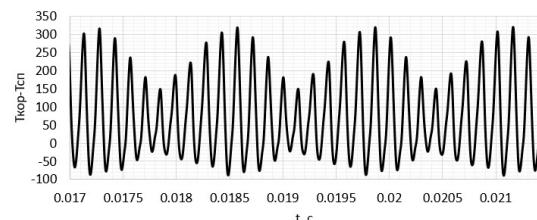


Рис. 6. Изменение разницы температур газа между зонами, прилегающими к корыту и спинке рабочей лопатки во времени

Ключевым шагом при использовании метода НВ является определение необходимого и достаточного количества мод (гармоник) для адекватного воспроизведения нестационарной картины течения. С одной стороны, число мод должно быть достаточным для точного описания сложных колебательных процессов, возникающих вследствие взаимодействия газового потока с элементами проточной части. С другой стороны, увеличение числа мод не должно приводить к существенным изменениям получаемого решения, что может свидетельствовать либо о недостаточной сходимости, либо о появлении численных артефактов.

Поэтому перед оценкой применимости метода гармонического баланса (НВ) к задаче моделирования течения в ступени газотурбинного двигателя, важным этапом являлось достижение сходимости решения по числу гармонических мод в каждом из расчетных регионов.

С этой целью были проведены серии расчетов с различными соотношениями числа мод в отдельных расчетных регионах: камере сгорания, сопловом аппарате и рабочем колесе. Анализ показал, что увеличение числа мод приводит к усложнению спектрального состава потока в ступени: от близкой к синусоидальной формы колебаний до многочастотного периодического сигнала с несколькими локальными экстремумами.

Особое внимание было уделено камере сгорания как источнику температурной и пульсационной неравномерности. Было установлено, что увеличение числа мод в этой области до

трех приводит к появлению в рабочем колесе высокочастотных компонент с выраженной амплитудой, которые не имеют физической природы и могут рассматриваться как численные артефакты – так называемые «паразитные» частоты. Эти искажения существенно влияют на устойчивость и достоверность решения, приводя к его «развалу» (потере физической сходимости и устойчивости численного алгоритма).

На основании проведенного анализа было принято решение ограничить количество мод в камере сгорания одной основной гармоникой, которая отражает фундаментальную частоту взаимодействия с элементами турбины. Все дальнейшие расчеты, результаты которых представлены на рисунках 7–10, были выполнены с использованием данной настройки, что обеспечило устойчивое, физически обоснованное и численно сходящееся решение.

На рисунках 7 и 8 приведены распределения температур на входе и выходе рабочего колеса для среднего сечения по высоте лопатки в окружном направлении.

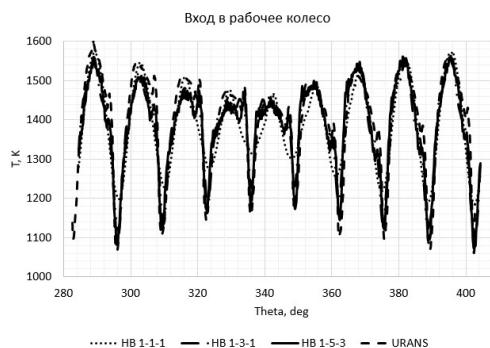


Рис. 7. Распределение температуры газа на входе в рабочее колесо в окружном направлении

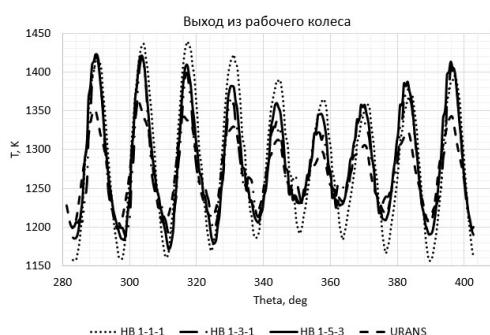


Рис. 8. Распределение температуры газа на выходе из рабочего колеса в окружном направлении

Наибольшее соответствие методов HB и URANS наблюдается при соотношении мод 1–3–1 и 1–5–3.

На рисунках 9 и 11 представлены распределения температуры газа по угловой координате в среднем сечении на двух сторонах интерфейса между сопловым аппаратом и рабочим колесом. Эти данные являются ключевыми для оценки корректности передачи нестационарных характеристик потока через межрегиональные границы при использовании метода гармонического баланса (HB).

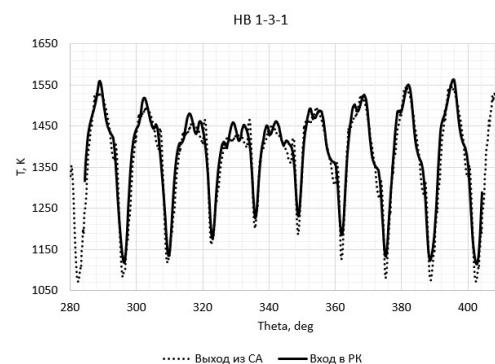


Рис. 9. Передача температурного поля через интерфейс между сопловым аппаратом и рабочим колесом при соотношении мод 1–3–1

При соотношении числа гармонических мод 1–3–1, где одна мода используется для камеры сгорания, три – для соплового аппарата и одна – для рабочего колеса, наблюдается некорректная передача параметров потока через интерфейс между сопловым аппаратом и рабочим колесом (рис. 9). На рисунке 10, иллюстрирующем поле температур в среднем сечении, четко видно, что на границе регионов возникают разрывы, а само температурное поле выглядит «粗糙ым», с выраженным скачками и дискретностью. Это свидетельствует о несогласованности спектральных представлений в сопрягаемых областях и недостаточном количестве мод для адекватного описания сложной многочастотной картины колебаний, характерной для взаимодействия элементов турбины.

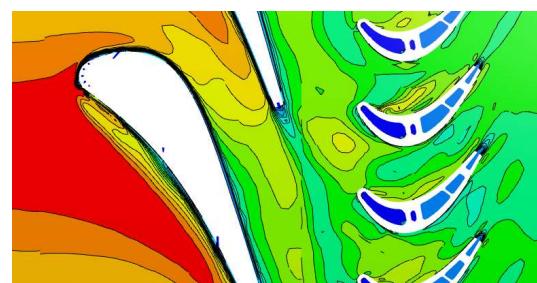
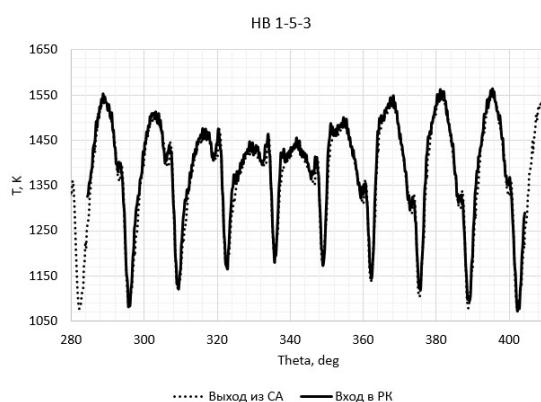


Рис. 10. Поле температур в среднем сечении при соотношении мод 1–3–1

Такая ситуация является типичным проявлением несоответствия спектров между регионами в рамках метода НВ. При недостаточном количестве мод нарушается согласование, как амплитуд, так и фаз гармонических компонент, что приводит к численным артефактам на границах расчетных областей.

В случае увеличения числа мод до соотношения 1–5–3 (одна мода для камеры сгорания, пять для соплового аппарата и три для рабочего колеса), удалось достичь качественно иного результата: передача параметров потока через интерфейсы осуществляется без искажений (рис. 11).



**Рис. 11.** Передача температурного поля через интерфейс между сопловым аппаратом и рабочим колесом при соотношении мод 1–5–3

Для дополнительной верификации результатов был проведен сравнительный анализ частотных спектров, полученных по методу гармонического баланса и методу URANS, для охлаждаемой ступени турбины. Результаты сведены в таблицу 1. Анализ показал удовлетворительное согласование по доминирующим частотам: расхождения не превышают 7 %, что свидетельствует о высокой степени достоверности метода НВ при правильно подобранном числе мод.

**Таблица 1. Сравнение доминирующих частот**

$F$ , Гц (НВ)	$F$ , Гц (URANS)	$\delta$	Нодальный диаметр
778	749	3,94 %	3
6172	6246	1,18 %	24
6951	6996	0,64 %	27
13123	13993	6,21 %	51

Таким образом, приведенные данные подтверждают, что корректная реализация метода гармонического баланса требует не только выбора достаточного числа мод в каждом из регионов, но и учета их взаимодействия на межрегиональ-

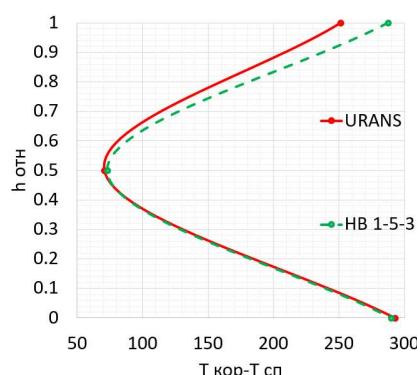
ных интерфейсах. Для данной задачи рекомендуется метод гармонического баланса с соотношением числа мод 1–5–3, при котором наблюдается корректная, без искажений, передача параметров потока газа через интерфейсы.

Целевой функцией в данной работе является температурная сепарация – критически важный параметр, характеризующий неравномерность температурного распределения в проточной части турбины и оказывающий существенное влияние на тепловую нагрузку и долговечность элементов конструкции.

Результаты численного моделирования, выполненного для двигателя РД-33 [4, 10], позволили получить распределения температурной сепарации на различных радиальных уровнях (см. рис. 12). Анализ показал, что минимальная величина температурной сепарации наблюдается в среднем сечении проточной части, в то время как в области втулки и периферии она значительно возрастает.

Это указывает на выраженную радиальную неравномерность температурного поля, обусловленную особенностями охлаждения и течения за сопловым аппаратом. Температура торможения газа в зоне, прилегающей к корыту рабочей лопатки, стабильно превышает аналогичный параметр на стороне спинки.

Такое поведение связано с формированием температурного профиля за охлаждаемым сопловым аппаратом, где происходят процессы вторичного течения, а также взаимодействие струй охлаждающего воздуха с основным потоком. В результате формируется температурное разделение, которое усиливается к краям лопаточного канала.



**Рис. 12.** Сравнение результатов расчета распределения температурной сепарации по высоте рабочей лопатки на основе методов URANS и HB

Применение метода гармонического баланса (НВ) для расчета данной задачи позволило не только достоверно воспроизвести структуру температурного поля, но и существенно сократить затраты вычислительных ресурсов.

В таблице 2, аналогично работе [18], представлена сравнительная оценка затраченных вычислительных ресурсов для различных подходов к моделированию. Из таблицы 2 видно, что метод НВ уступает по объему затраченной оперативной памяти, однако имеет значительное преимущество в времени расчета при достаточно-сти точности расчетов.

**Таблица 2. Вычислительные затраты**

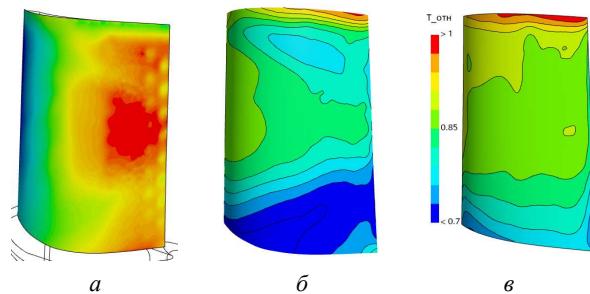
Метод	Затраты оперативной памяти на 1 итерацию	Время расчета одной итерации	Время расчета	Объем дискового пространства, Гб
URANS	0,24 Гб	336 с	459 ч	Для расчета использовались 4 ноды на кластере, каждая содержит 32 ядра. Объем одного ядра 300 Гб.
HB 1–1–1	0,64 Гб	36 с	70 ч	
HB 1–3–1	0,67 Гб	51 с	99 ч	
HB 1–5–3	0,83 Гб	97 с	180 ч	

В частности, при адекватной настройке параметров (в том числе числа гармонических мод), расчетное время снижалось в 4 и более раз по сравнению с классическим подходом URANS, при этом достигалась удовлетворительная точность моделирования доминирующих колебательных процессов и температурных неравномерностей.

Как отмечалось ранее, температурная сепарация может вызывать значительные термические напряжения, которые, в свою очередь, приводят к появлению и развитию усталостных трещин на рабочих лопатках. В связи с этим, по аналогии с методикой, предложенной в работе [8], для оценки зон потенциальной опасности использовался анализ градиента температуры как индикатора интенсивности тепловой нагрузки.

Так как программный модуль метода гармонического баланса в среде Simcenter STAR-CCM+ не предусматривает возможности прямого теплового расчета твердых тел, моделирование теплового состояния рабочей лопатки выполнялось в рамках сопряженного подхода. Для этого граничные условия, полученные в газодинамическом расчете, были переданы в тепловую задачу в виде файлов, содержащих распределения параметров на границе раздела «твердое тело – газ».

Результаты теплового анализа представлены на рисунках 13 а–в. На рисунке 13 а показано поле осредненного по времени градиента температуры на спинке рабочей лопатки, тогда как на рисунках 13 б и 13 в представлены безразмерные температурные поля по поверхности спинки и корыта соответственно.



**Рис. 13.** Результаты прогнозирования опасных зон на рабочих лопатках: а – градиент температур на спинке РЛ, б – поле относительных температур на спинке РЛ, в – поле относительных температур на корыте РЛ

На рисунке 14 видно, что повреждения (трещины), зафиксированные методом люминесцентной эмиссионной микроскопии (ЛЮМ) [16], локализуются в областях максимальных температурных градиентов на спинке, а также в зонах, где наблюдается наибольшая разность температур между спинкой и корытом, то есть в областях максимальной температурной сепарации.

Таким образом, предложенный в работе подход, сочетающий гармонический анализ нестационарного течения с сопряженным тепловым моделированием, позволяет эффективно идентифицировать наиболее термически нагруженные участки лопаточного профиля. Это, в свою очередь, открывает возможность для прогнозирования зон с наибольшей вероятностью появления дефектов и оптимизации систем охлаждения с учетом реальных нестационарных условий эксплуатации двигателя.



**Рис. 14.** Повреждения (трещины), зарегистрированные методом ЛЮМ [16]

#### 4. Заключение

Моделирование течения и теплообмена в высокотемпературных охлаждаемых ступенях газотурбинных двигателей представляет собой сложную задачу, требующую трехмерного и нестационарного подхода. Это связано, в том числе, с высокой степенью неравномерности температурного поля, формируемого на выходе из камеры сгорания. В частности, для рассматриваемого двигателя семейства РД-33 установлено, что амплитуда колебаний температуры может достигать  $\pm 250$  К относительно среднего значения. Такая неустойчивость потока приводит к выраженному эффекту температурной сепарации на рабочих лопатках турбины, создающему значительные термические напряжения, которые в ряде случаев приводят к образованию и развитию трещин.

В ходе настоящего исследования была проведена серия численных экспериментов, направленных на сравнение традиционного метода URANS со скользящими сетками и метода гармонического баланса (НВ) применительно к задаче моделирования нестационарных тепловых процессов в охлаждаемых ступенях турбин. Особое внимание уделялось корректной передаче колебательных характеристик потока между сопряженными расчетными областями, а также выбору оптимального количества гармонических мод в каждом из регионов – камере сгорания, сопловом аппарате и рабочем колесе. Показано, что только при соблюдении согласованности спектров между регионами (например, при соотношении мод 1–5–3) достигается физически корректное и устойчивое решение без искажений на интерфейсах.

Сравнительный анализ температурных полей и градиентов, полученных методами URANS и НВ, продемонстрировал, что метод гармонического баланса обеспечивает достаточную точность при воспроизведении ключевых характеристик температурной сепарации.

Дополнительные расчеты, включающие сопряженный тепловой анализ с передачей граничных условий от газодинамической задачи, подтвердили, что области с наибольшими градиентами температуры и максимальной температурной сепарацией совпадают с зонами фактического зарождения трещин. Таким образом, предложенный подход позволяет использовать

результаты НВ-моделирования в качестве надежной основы для прогнозирования зон максимальной тепловой нагрузки и потенциального разрушения.

Ключевым преимуществом метода гармонического баланса является его вычислительная эффективность. При сохранении приемлемого уровня точности по сравнению с методом URANS со скользящими сетками, общее время расчетов сокращается в среднем в 4 раза, а требования к численным ресурсам существенно ниже. Это делает метод НВ особенно привлекательным на ранних этапах проектирования, когда необходимо быстро оценивать влияние нестационарных эффектов на тепловое состояние элементов конструкции.

Таким образом, по результатам проведенного исследования подтверждена высокая практическая применимость метода гармонического баланса для моделирования нестационарных тепловых процессов в охлаждаемых ступенях турбин. Его использование позволяет: эффективно моделировать температурную сепарацию и градиенты температуры на рабочих лопатках; учитывать реальное распределение температуры на выходе из камеры сгорания; корректно воспроизводить влияние взаимодействия соплового аппарата и рабочего колеса; снижать вычислительные затраты при сохранении точности; использовать результаты в сопряженном тепловом анализе для выявления зон максимальной термической нагруженности.

В совокупности, это открывает возможности для более глубокой интеграции метода НВ в проектирование турбинных аппаратов и систем их охлаждения.

#### Список источников

- Августинович В.Г., Шмотин Ю.Н. и др. Численное моделирование нестационарных явлений в газотурбинных двигателях. М.: Машиностроение, 2005. 536 с.
- Сипатов А.М. Решение многодисциплинарных задач газовой динамики при проектировании авиационных двигателей. Екатеринбург: РАН, УрО, 2010. 317с.
- He L. Fourier methods for turbomachinery applications // Progress in Aerospace Sciences. 2010. Vol. 46. № 8. pp. 329–341. DOI: 10.1016/j.paerosci.2010.04.001
- Григорьев А.В., Якунин А.И., Кузнецов Н.Б. и др. Расчет нестационарного ротор-статор взаимодействия в турбинной ступени методом гармонического баланса // Научно-технические ведомости. СПбГПУ. 2013. № 1 (166). С. 183–191.

5. Hall K.C., Thomas J.P., Clark W.S. Computation of Unsteady Nonlinear Flow sin Cascades Using a Harmonic Balance Technique // AIAA JOURNAL. 2002. Vol. 40. № 5. pp. 876–886.
6. Vilmin S., Lorrain E., Hirsch C. The nonlinear harmonic method for rotor-stator interactions applied to thermally perfect gas // 8th International symposium on experimental and computational aerothermodynamics of internal flows. ISAIF8-0066. (Lyon, 2007). 7 p.
7. Hall K.C., Thomas J.P., Ekici K. et al. Frequency Domain Techniques for Complex and Nonlinear Flows in Turbomachinery // American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper. 2003. 12 p.
8. Junge L., Frey C., Ashcroft G. et al. Simulation of indexing and clocking with a new multidimensional time harmonic balance approach // Int. J. Turbomach. Propuls. Power. 2024. Vol. 9. 20 p.
9. Frey C., Ashcroft G., Kersken H-P. et al. Simulation of indexing and clocking with harmonic balance // Int. J. Turbomach. Propuls. Power. 2017. Vol. 3. № 1. 12 p.
10. User Guide STAR-CCM+ 2000.3. CD-adapco. 2020. 10998 p.
11. Gomar A., Bouvy Q., Sicot F. et al. Convergence of Fourier - based time methods for turbomachinery wake passing // Journal of computational physics. 2014. № 278. pp. 229–256.
12. Tucker P.G. Trends in turbomachinery turbulence treatments // Progress in Aerospace Sciences. 2013. Vol. 63. pp. 1–32. DOI: 10.1016/j.paerosci.2013.06.001
13. Marpu R.P., Custer C.H., Subramanian V. et al. Comparison of numerical methods for the prediction of time averaged flow quantities in cooled multistage turbine // ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition GT 2015. (2015, Montreal, Canada) 11 p.
14. Попова Д.К., Кортиков Н.Н. Моделирование нестационарных процессов в охлаждаемой ступени турбины на основе метода гармонического баланса. XXV ШКОЛА-СЕМИНАР молодых ученых и специалистов академика А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена». Сборник материалов. (г. Рыбинск. 9–13 июня 2025 г.) с. 246–247.
15. Церетели А.А., Ельшин А.А. Определение температуры рабочего тела в турбине с помощью монокристаллического измерителя максимальной температуры // Авиационные двигатели. 2019. Т. 2. № 3. С. 31–38.
16. Чернова Т.А. Влияние нестационарных явлений на температурные напряжения и ресурс охлаждаемых лопаток турбин ГТД: Дисс. ... канд. техн. наук. Пермь, 2006. 160 с.
17. Попова Д.К., Кортиков Н.Н. Моделирование нестационарного теплообмена и температурной сепарации на рабочих лопатках газовой турбины при изменении положения форсунок камеры горения // Журнал технической физики. 2024. Т. 94. № 10. С. 1639–1645.
18. Пятунин К.Р., Лугинина Н.С., Диценко Р.А. Тестирование и адаптация новых подходов к моделированию течения в нестационарной постановке для задач аэродинамики // Труды МАИ. 2013. № 65. 21 с.
19. Болдырев Ю.Я., Рубцов А.О., Кожухов Ю.В. и др. Моделирование нестационарных процессов в турбомашинах на основе нелинейно-гармонического NLH метода с использованием суперкомпьютеров. Суперкомпьютерные дни в России 2015 // Russian Supercomputing Days 2015. С. 273–279.
20. Асланов А.Р., Краев В.М., Молчанов А.М. Модель расчета переходных процессов в криогенных топливных магистралях современных авиационных двигателей. Тепловые процессы в технике. 2023. Т. 15. № 4 С. 185–192.
21. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Влияние времени релаксации турбулентной вязкости на моделирование течений в соплах и струях // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 5. С. 149–159.

### References

1. Avgustinovich VG, Shmotin YuN et al. *Numerical simulation of unsteady phenomena in gas turbine engines*. Moscow: Mashinostroenie; 2005. 536 p. (In Russ.).
2. Sipatov AM. *Solving multidisciplinary problems of gas dynamics in the design of aircraft engines*. Ekaterinburg: RAN. UrO. 2010. 317 p. (In Russ.).
3. He L. Fourier methods for turbomachinery applications. *Progress in Aerospace Sciences*. 2010;46(8): 329–341. DOI: 10.1016/j.paerosci.2010.04.001
4. Grigor'ev AV, Yakunin AI, Kuznetsov NB et al. Calculation of non-stationary rotor-stator interaction in the turbine stage by harmonic balance method. *Nauchno-tehnicheskie vedomosti. SPbGPU*. 2013;(1 (166)):183–191. (In Russ.).
5. Hall KC, Thomas JP, Clark WS. Computation of Unsteady Nonlinear Flow sin Cascades Using a Harmonic Balance Technique. *AIAA JOURNAL*. 2002;40(5): 876–886.
6. Vilmin S, Lorrain E, Hirsch C. The nonlinear harmonic method for rotor-stator interactions applied to thermally perfect gas. *8th International symposium on experimental and computational aerothermodynamics of internal flows. ISAIF8-0066*. (Lyon, 2007). 7 p.
7. Hall KC, Thomas JP, Ekici K et al. Frequency Domain Techniques for Complex and Nonlinear Flows in Turbomachinery. *American Institute of Aeronautics and Astronautics Paper*. 2003. 12 p.
8. Junge L, Frey C, Ashcroft G et al. Simulation of indexing and clocking with a new multidimensional time harmonic balance approach. *Int. J. Turbomach. Propuls. Power*. 2024;9:20.
9. Frey C, Ashcroft G, Kersken H-P et al. Simulation of indexing and clocking with harmonic balance. *Int. J. Turbomach. Propuls. Power*. 2017;3(1):12.
10. User Guide STAR-CCM+ 2000.3. CD-adapco. 2020. 10998 p.
11. Gomar A, Bouvy Q, Sicot F et al. Convergence of Fourier - based time methods for turbomachinery wake passing. *Journal of computational physics*. 2014;(278): 229–256.

12. Tucker PG. Trends in turbomachinery turbulence treatments. *Progress in Aerospace Sciences*. 2013;63:1–32. DOI: 10.1016/j.paerosci.2013.06.001
13. Marpu RP, Custer CH, Subramanian V et al. Comparison of numerical methods for the prediction of time averaged flow quantities in cooled multistage turbine. *ASME Turbo Expo 2015: Turbine Technical Conference and Exposition GT 2015. (2015, Montreal, Canada)*. 11 p.
14. Popova DK, Kortikov NN. Modeling of non-stationary processes in the cooled turbine stage based on the harmonic balance method. XXV SCHOOL-SEMINAR of young scientists and specialists of academician A.I. Leontiev “Problems of gas dynamics and heat and mass transfer”. Collection of materials. (Rybinsk. June 9–13, 2025.) P. 246–247. (In Russ.).
15. Tsereteli AA, El'shin AA. Determination of the temperature of the working fluid in the turbine using a monocrystalline maximum temperature meter. *Aviatsionnye dvigateli*. 2019;2(3):31–38. (In Russ.).
16. Chernova TA. *The influence of non-stationary phenomena on temperature stresses and the life of cooled turbine blades*. PhD. thesis. Perm: 2006. 160 p. (In Russ.).
17. Popova DK, Kortikov NN. Simulation of unsteady heat transfer and temperature separation on the working blades of a gas turbine when changing the position of the combustion chamber injectors. *Zhurnal tehnicheskoi fiziki*. 2024;94(10):1639–1645. (In Russ.).
18. Pyatunin KR, Luginina NS, Didenko RA. Testing and adaptation of new approaches to flow modeling in a non-stationary formulation for problems of aerodynamics. *Trudy MAI*. 2013;(65):21. (In Russ.).
19. Boldyrev YuYa, Rubtsov AO, Kozhukhov YuV et al. Simulation of unsteady processes in turbomachines based on the nonlinear harmonic NLH method using supercomputers. *Supercomputing Days in Russia 2015. Russian Supercomputing Days 2015*. P. 273–279. (In Russ.).
20. Aslanov AR, Kraev VM, Molchanov AM. A model for calculating transients in cryogenic fuel lines of modern aircraft engines. *Thermal processes in engineering*. 2023;15(4):185–192. (In Russ.).
21. Ivanov IE, Kryukov IA, Larina EV. Effect of relaxation time of turbulent viscosity on modeling of flows in nozzles and jets. *Izv. RAN. MZhG*. 2014;(5):149–159. (In Russ.).