

## ОТЗЫВ

**официального оппонента к.ф.-м.н. Жаворонка С. И.  
на диссертационную работу ПИЧУГИНОЙ Анны Евгеньевны  
«Моделирование термоупругого деформирования тонких композиционных оболочек  
на основе асимптотической теории»**

### **Актуальность темы диссертационного исследования**

Эффективное применение в тонкостенных элементах перспективных конструкций различного назначения слоистых композиционных материалов, армированных волокном, требует от проектировщика качественного понимания специфики работы конструкций такого типа при комбинированных силовых и тепловых внешних воздействиях, в том числе представления о распределении по толщине композиционного пакета компонентов тензора напряжения и деформации — не только в тангенциальной плоскости моделирующей поверхности оболочки, но также и трансверсальных касательных и нормальных компонентов, пренебрежение которыми в случае композиционного материала приводит к необходимости существенного завышения коэффициентов запаса во избежание непрогнозируемых разрушений. Применение численных методов решения задачи термоупругости, особенно в трёхмерной постановке задачи, с одной стороны, приводит к неоправданному завышению минимально необходимых вычислительных ресурсов и росту затрат машинного времени, с другой стороны, чревато недопустимым ростом погрешности решения при неадекватном построении сеток, нередко наблюдаемом при отсутствии у инженера-практика должного математического аппарата, обеспечивающего качественный анализ деформирования оболочки. Одним из наиболее эффективных методов, обеспечивающих разработку требуемого аппарата и методов приближенной оценки напряжённого состояния оболочки, является асимптотический подход, обеспечивающий построение простейших в выбранном классе точности решений и в то же время непротиворечивых моделей оболочек. Очевидным преимуществом данного подхода является возможность формулировки моделей оболочек, представимых в форме двумерных краевых задач канонической теории оболочек и в то же время предоставляющих возможность восстановления трёхмерного напряженно-деформированного состояния оболочки с заданной точностью по решению двумерной краевой задачи. Следовательно, совершенствование теорий оболочек, основанных на асимптотическом методе приближенного решения проблемы приведения трёхмерных моделей к двумерным является задачей, актуальной как с точки зрения потребностей инженерной практики, так и с точки зрения развития общей теории оболочек.

### **Научная новизна результатов диссертационного исследования**

В диссертационной работе получен новый вариант теории тонких слоистых композиционных термоупругих оболочек, обеспечивающий описание трёхмерного распределения компонентов тензоров напряжения и деформации на базе определяющих уравнений, вновь полученных методом асимптотического интегрирования трёхмерных соотношений термоупругости неоднородного ортотропного тела, и решения двумерных краевых задач, аналогичных канонической теории оболочек.

Отдел документационного  
обеспечения МАИ

21.08 2023

### **Достоверность результатов, выносимых на защиту**

Достоверность результатов, составляющих основу диссертационной работы и выносимых автором на защиту, обеспечена строгостью постановки трёхмерной задачи механики деформируемого твёрдого тела, математически аккуратным и обоснованным применением нового варианта апробированного метода асимптотического интегрирования с целью редукции трёхмерной проблемы к двумерной задаче теории оболочек.

### **Практическая значимость результатов диссертационного исследования**

Практическая значимость результатов заключается в обеспечении возможности описания трёхмерного напряжённого состояния термоупругих композиционных оболочек с учётом слоистой структуры композиционного пакета на базе уравнений двумерной теории оболочек, аналогичных каноническим, т. е. допускающих в ряде случаев аналитические решения, а в общем случае применение апробированных методов качественного анализа напряжённо-деформированного состояния тонких оболочек, имеющих чрезвычайно высокую ценность при проектировании и проектировочных расчётах тонкостенных конструкций.

### **Публикация и апробация результатов диссертационного исследования**

Результаты диссертационного исследования опубликованы в 6 (шести) статьях, в том числе 3 (трёх) в журналах, рекомендованных Высшей аттестационной комиссией РФ и 3 (трёх) в журналах, индексируемых международной системой цитирования Scopus, а также апробированы на 10 конференциях, в том числе международных.

### **Стиль и оформление диссертации и автореферата**

Диссертация структурирована и оформлена в соответствии с требованиями к оформлению диссертационных работ на соискание учёной степени в области физико-математических наук, содержит все обязательные разделы, включая введение, обоснование выбора цели исследования, постановку задачи, выбор метода её решения, анализ современного состояния исследований в области работы автора, построение математической модели оболочки, сопровождающееся в должной мере подробными выкладками, результаты и их анализ, выводы и библиографический список. Стиль изложения материала в полной мере соответствует квалификационному уровню кандидата наук. Использование терминологии является грамотным и обоснованным. Рукопись диссертационной работы и автореферат оформлены в соответствии с принятым стандартом. Автореферат в должной мере отражает содержание диссертации.

### **Структура и содержание диссертационной работы**

Диссертационная работа состоит из введения, трёх глав, заключения, библиографического списка, содержащего 100 источников, и списка иллюстраций из 53 позиций. Объем диссертационной работы составляет 129 листов.

**Во введении** приведён краткий обзор различных вариантов теории тонких оболочек, перечислены основные гипотезы, положенные в основу традиционных двумерных моделей оболочек, кратко изложены некоторые подходы, обеспечивающие непротиворечивое построение различных вариантов теории оболочек, принимающих во внимание трансверсальные компоненты тензора напряжения, в первую очередь на базе асимптотического интегрирова-

ния уравнений механики деформируемого твёрдого тела. Обоснована актуальность темы диссертационного исследования, сформулирована цель работы, поставлены задачи, решение которых необходимо для достижения заявленной цели, указаны выбранные методы решения поставленных задач, обеспечивающие достоверность полученных результатов. Указаны основные результаты, составляющие новизну диссертационного исследования, и обоснована их практическая значимость. Также приведены требуемые сведения об апробации и опубликовании основных положений и результатов диссертационной работы, выносимых на защиту.

**В первой главе** описан метод решения проблемы приведения трёхмерной задачи механики термоупругого деформируемого твёрдого тела к двумерной задаче механики термоупругих тонких оболочек, решение которой обеспечивает приближение полей трансверсальных компонентов тензора напряжения, достаточное в рассматриваемом классе инженерных задач расчёта тонкостенных композиционных элементов конструкций. Приведено описание геометрии тонкой оболочки, являющейся  $h$ -окрестностью срединной поверхности, в криволинейной ортогональной системе координат, нормальной связанной с линиями главных кривизн срединной поверхности. Поставлена линейная задача термоупругости слоистой оболочки, введены необходимые безразмерные кинематические, силовые и тепловые переменные задачи, отнесённые к диаметру срединной поверхности, приведены уравнения статики, кинематические соотношения, уравнения теплопроводности и закон Фурье и соответствующие краевые условия, в том числе условия сопряжения слоёв, для оболочки как трёхмерного неоднородного тела, записанные в безразмерных переменных, а также в самом общем виде и определяющие соотношения линейной теории термоупругости (далее материал оболочки предполагается моноклинным). В соответствии с асимптотическим подходом к решению проблемы приведения введён малый параметр  $\mu$ , являющийся отношением толщины оболочки к диаметру срединной поверхности, и безразмерная локальная координата. С учётом допущения о тонкостенности оболочки относительно диаметра срединной поверхности введены аппроксимации параметров Ламе трёхмерной задачи, пренебрегающие величинами высшего порядка малости, и допущения о порядке величин компонентов главного вектора внешних сил на поверхностях оболочки, потоков тепла и параметра Фурье. Для основных неизвестных, в качестве которых рассмотрены компоненты вектора перемещения и температура, введены разложения по малому параметру  $\mu$ , и на их основе выведены асимптотические разложения компонентов тензоров деформации и напряжения, вектора теплового потока. Построены рекуррентные последовательности локальных краевых задач термоупругости и теплопроводности для оболочки и получены решения в нулевом и последующих приближениях. Получены зависимости решений задач первого, второго и третьего приближения, в том числе канонических параметров — тангенциальной деформации и изменения кривизны базисной поверхности оболочки — от базового решения нулевого приближения. Выведены выражения тангенциальных и трансверсальных компонентов тензора напряжения через тангенциальную деформацию и изменение кривизны, а также решения нулевого приближения, являющиеся минимально необходимыми. На основе операции усреднения получены выражения для компонентов тензоров обобщённых сил в оболочке, выведены уравнения статики, определяющие соотношения и уравнения теплопроводности для средних величин, идентичные уравнениям канонической теории оболочек. Предложено представление структуры связей компонентов тензоров напряжения в слоистой оболочке в виде графа.

**Во второй главе** рассмотрена задача термоупругости цилиндрической оболочки. Введена безразмерная трансверсальная координата, на основе результатов гл. 1 получены усреднённые уравнения статического равновесия, кинематические и определяющие соотношения и уравнения теплопроводности для оболочки. Решение задачи теплопроводности строится на базе уравнений нулевого приближения. Приведены выражения компонентов тензора напряжения — тангенциальных и трансверсальных.

**В третьей главе** рассмотрена осесимметричная задача для ортотропной композиционной оболочки, нагруженной давлением и тепловым полем на внешней лицевой поверхности, при двух вариантах краевых условий на боковых поверхностях, соответствующих жёсткой кинематической связи и шарнирному опиранию. Выведено уравнение равновесия относительно безразмерного трансверсального перемещения (прогиба) точек срединной поверхности. Построено общее решение уравнения равновесия в экспоненциально - тригонометрической форме. Получены выражения для осевого перемещения, компонентов тензоров тангенциальной деформации и изменения кривизны оболочки, тангенциальной силы и моментов. Выполнена постановка краевой задачи, в матричном виде записаны системы линейных алгебраических уравнений относительно констант интегрирования, соответствующие жёсткому или шарнирному закреплению оболочки на торцевых контурах, приведены явные выражения компонентов матриц. Приведены явные выражения тангенциальных и трансверсальных компонентов тензора напряжения. Кратко изложен алгоритм численного решения нестационарной задачи теплопроводности для оболочки, основанный на неявной конечно-разностной дискретизации во временной области. Построены решения краевых задач о деформировании оболочки в частных случаях однородных кинематических краевых условий, соответствующих жёсткому закреплению боковой поверхности, и смешанных краевых условий, соответствующих шарнирному опиранию оболочки по линии бокового контура срединной поверхности. Получены явные выражения тангенциальных, трансверсальных касательных и трансверсальных нормальных напряжений в оболочке, порождаемых нагружением и тепловым полем. Рассмотрены задачи для цилиндрических оболочек, выполненных из ортотропного слоистого композиционного материала с двумя различными схемами укладки и однонаправленным армированием каждого монослоя. Приведены распределения обобщённых сил и деформаций вдоль оси оболочек различной длины, включая короткие оболочки, где расщепление решения на безмоментное напряжённое состояние и краевой эффект невозможно. Приведены зависимости компонентов тензора напряжения от трансверсальной координаты, показано качественное различие напряжённого состояния в точке, соответствующей половине длины оболочки, от длины оболочки и, следовательно, существования или отсутствия области безмоментного состояния. Проведён анализ влияния схемы укладки слоёв на распределение тангенциальных и трансверсальных касательных и нормальных напряжений и показано, что предложенный метод позволяет описать трёхмерный характер напряжённого состояния на основе решений новых двумерных уравнений статики оболочки. Приведены также решения задач о деформировании короткой (не допускающей расщепления решения на безмоментное состояние и краевые эффекты) цилиндрической композиционной оболочки на совместное действие внешнего давления и нестационарного температурного поля.

**В заключении** к диссертационной работе сформулированы основные выводы из полученных выше результатов, выносимые автором на защиту.

## Замечания

1. В задаче задачи о деформировании цилиндрической оболочки автором используется запись общего решения дифференциального уравнения четвертого порядка в экспоненциально-тригонометрической форме, включающая экспоненты с положительными и отрицательными показателями (3.32-34). Решение краевой задачи при такой форме общего решения, вообще говоря, приводит к плохо обусловленной матрице линейной системы алгебраических уравнений относительно констант интегрирования, содержащей большие и малые величины экспонент (3.49). Представление решения (3.32-34) в форме краевых эффектов  $\exp(-rX^1)$ ,  $\exp[-r(L - X^1)]$ , затухающих экспоненциально от противоположных краёв оболочки, не приводящей к появлению в (3.49) значений экспонент, по модулю больших единицы, автором не использовано. В то же время приведённые в п. 3.8 решения задачи при длинах оболочки  $L > 0,75$ , очевидно, позволяют разделить систему уравнений относительно констант интегрирования на две независимые подсистемы, что существенно упрощает решение. Более того, анализ применимости такой формы решения при различных структурах материала оболочки имеет очевидное прикладное значение для разработки методов инженерного расчёта.
2. Структура диссертации, разделённой на три главы существенно различного объёма, представляется не вполне обоснованной. Глава 2 диссертации фактически содержит описание уравнений и краевых условий для частного случая, следующих из результатов главы 1, и не имеет самостоятельного значения. Объем главы 2 составляет 7 листов, тогда как объем главы 1 — 42 листа, главы 3 — 38 листов. В то же время анализ современного состояния проблемы, перенесён во введение, что не соответствует общепринятой структуре диссертации, и представляется излишне лаконичным, в ряде случаев сводящимся к перечислению ранее опубликованных работ. Не анализируются некоторые работы по применению асимптотических методов в теории композиционных оболочек, что может привести к занижению оценки новизны авторских результатов, составляющих основу диссертационного исследования и выносимых на защиту.
3. Автором в некоторых случаях использована терминология, вообще говоря, отличающаяся от общепринятой. Так, на стр. 78 введены термины «продольный коэффициент Пуассона  $\nu_L$ », «поперечный коэффициент Пуассона  $\nu_T$ » (при этом допущена опечатка в значении  $\nu_L$ , вследствие которой не выполняются уравнения  $\nu_T E_L^{-1} = \nu_L E_T^{-1}$ ; очевидно,  $\nu_L \approx 0,01$ ), а также «продольный модуль сдвига  $G_L$ » и «поперечный модуль сдвига  $G_T$ » (величина  $G_T$  на странице 79, однако, не приведена). Данная терминология в сочетании с представлением компонентов тензора податливости монослоя  $\hat{\Pi}_{ijkl}^{(s)}$  и тензоров  $\hat{\alpha}_{ij}^{(s)}$ ,  $\hat{\lambda}_{ij}^{(s)}$  в нотации Фойхта приводит к возможности двойного толкования выражений трансверсальных касательных напряжений  $e_{\alpha 3}$ .
4. Работа содержит опечатки; некоторые из них могут привести к искажению смысла излагаемого материала. Например, на стр. 75 присутствует фраза «... в данной задаче температурное поле не зависит от координат  $X_1 = 0, 5\bar{L}$  и  $X_1 = 0, 5\bar{L}$  ...», и т.п.

Перечисленные выше замечания не ставят под сомнение достоверность полученных автором результатов, не приводят к существенному снижению качества диссертационной работы и не могут являться препятствием к её положительной оценке.

## Заключение

Представленная к защите диссертация Пичугиной А. Е. является самостоятельно выполненной законченной научно-квалификационной работой на актуальную тему, содержащей новые научные результаты, имеющие как теоретическую, так и прикладную значимость. Диссертация «Моделирование термоупругого деформирования тонких композиционных оболочек на основе асимптотической теории» в полной мере соответствует паспорту специальности 1.1.8 «Механика деформируемого твёрдого тела» и критериям, установленным Положением о порядке присуждения учёных степеней, утверждённым Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24 сентября 2013 г. для диссертаций, представленных на соискание учёной степени кандидата наук, а её автор, ПИЧУГИНА Анна Евгеньевна, заслуживает присуждения ей искомой учёной степени «кандидат физико-математических наук» по специальности 1.1.8 «Механика деформируемого твёрдого тела».

### Официальный оппонент

Жаворонок Сергей Игоревич,  
кандидат физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник отдела «Механика адаптивных и композиционных материалов и систем»  
ФГБУН «Институт прикладной механики Российской академии наук» (ИПРИМ РАН)

Адрес места работы:

125040, г. Москва, Ленинградский проспект, д. 7

e-mail: [zhavoronok@iam.ras.ru](mailto:zhavoronok@iam.ras.ru)

тел. +7 (495) 946-18-06

Специальность ВАК, по которой защищена

диссертационная работа:

01.02.04 «Механика деформируемого твёрдого тела»



(подпись)

Жаворонок С. И.

(Фамилия, имя, отчество оппонента)

Подпись

Жаворонка Сергея Игоревича

(фамилия, имя, отчество оппонента полностью)

удостоверяю:

Ученый секретарь ИПРИМ РАН

(должность)



(подпись)

Карнет Ю. Н.

11.08.2023 (Ф. И. О.)

С отводом диссертации  
11.08.2023