

«УТВЕРЖДАЮ»

Заместитель директора Института  
прикладной математики  
им. М.В. Келдыша РАН  
профессор



Г.К. Боровин

5 октября 2015 г.

## ОТЗЫВ

ведущей организации о диссертации А.В. Иванюхина «Методы проектирования траекторий КА с электроракетными двигателями на основе анализа области существования решений и исследования задачи о минимальной тяге», представленной на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 05.07.09 – Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Диссертация посвящена методическим вопросам оптимизации траекторий межпланетных перелетов космических аппаратов (КА) с электроракетными двигательными установками (ЭРДУ). В настоящее время такие траектории находятся в основном в результате численного решения краевых задач принципа максимума Понtryгина. Этот принцип, как и другие необходимые условия оптимальности, сформулирован для уже имеющегося и проверяемого на экстремум решения. Однако заранее неизвестно, существуют ли разыскиваемые решения для представляющих интерес значений параметров КА, ЭРДУ и вида управлений. В своей диссертации А.В. Иванюхин предложил методику построения области существования искомых решений в пространстве основных параметров ЭРДУ с ограниченной тягой и на ее основе разработал надежные методы расчета траекторий перелетов КА с такими ЭРДУ.

Диссертация содержит три главы. Первая глава является вводной. В ней описаны две математические модели КА с ЭРДУ: модель с идеально регулируемым двигателем ограниченной мощности (ОМ) и модель с двигателем ограниченной тяги (ОТ). Сформулированы краевые задачи принципа максимума, определяющие оптимальные (точнее, подозреваемые на оптимальность) траектории перелета таких КА. Максимизируемым функционалом служит масса КА в конце перелета, рассмотрены различные варианты выбора граничных условий, в том числе, условий в промежуточных точках. Ниже эти задачи упоминаются как задачи ОМ и ОТ. Далее в первой главе описаны приемы численного решения поставленных краевых задач с помощью комбинации методов стрельбы и продолжения по параметру. Изложены разнообразные детали этих методов, ориентированные на применения в задачах траекторной оптимизации.

Вторая глава посвящена вопросам существования оптимальных управлений. Сначала на основе известных общих результатов других авторов диссертант устанавливает следующий факт. Оптимальные решения в задачах ОТ и ОМ существуют в классе измеримых управлений и непрерывных траекторий, если найдется допустимое управление, реализующее перелет КА с требуемыми краевыми условиями. В задаче ОМ при невырожденных краевых условиях такое управление существует всегда. В задаче ОТ с функционалом в виде конечной массы и ограничением на время перелёта (или наоборот) наличие подобного управления, как правило, без дополнительных исследований гарантировать невозможно.

В этом месте диссертант отмечает, что для подтверждения существования допустимых управлений в общем случае можно пойти только двумя путями: построением области достижимости и определением области существования решений на множестве параметров системы. Он выбирает второй путь, как более экономный в вычислительном отношении, и в качестве варьируемых параметров принимает модуль вектора тяги и скорость истечения. Область существования решения задачи ОТ в плоскости этих параметров ограничена снизу и слева положительными числами. Показано, как можно их найти. Наиболее сложным и содержательным является поиск минимального значения тяги. Чтобы найти его, диссертант ставит модифицированную задачу ОТ на минимум начального значения тяги при заданной скорости истечения и ограничении снизу на массу КА в конце перелета. Далее во второй главе предлагаются способы решения и исследования этой задачи с использованием различных вариантов метода продолжения по параметру и знания решения задачи ОМ. Показывается, как умея решать задачу на минимум тяги, можно найти начальное приближение в некоторых задачах с фиксированной тягой и построить границу области существования решений исходной задачи ОТ. В одном из способов построения решений задачи с фиксированной тягой диссертант применил интересную методику схода с границы области существования с помощью сглаженного управления.

В третьей главе методы главы 2 применены для расчета межпланетных перелетов. Рассмотрены как прямые перелёты к планетам, так и перелёты по сложным маршрутам. Для задач прямых перелётов получены области существования в пространстве основных параметров ЭРДУ и построены системы изолиний, характеризующие величину минимальной тяги в зависимости от даты старта и времени перелёта. Продемонстрирована возможность перехода с кривой минимальной тяги к большим значениям тяги. В качестве примеров оптимизации перелётов по сложным маршрутам рассмотрены замкнутые перелёты к Марсу и экспедиции к астероидам, для которых также найдены значения минимальной тяги и реактивной мощности ЭРДУ.

Оценивая диссертацию А.В. Иванюхина в целом, следует отметить ее высокий научный уровень и практическую направленность. Новыми методическими результатами являются: 1) постановка и исследование задачи на ми-

нимум тяги с ограничением на величину конечной массы КА; 2) использование результатов решения этой задачи для поиска начального приближения в задачах с фиксированной тягой; 3) методика построения области существования решений перелётов космических аппаратов с ограниченной тягой на плоскости проектных параметров тяга-скорость истечения. Работоспособность и эффективность предложенных методов подтверждена анализом ряда содержательных примеров. С практической точки зрения интересны и весьма актуальны результаты расчётов областей существования решений для ряда конкретных задач межпланетных перелётов.

Результаты диссертации достоверны, поскольку получены с использованием строгих математических методов и проверенных вычислительных методик. Отдельные ее результаты хорошо согласуются с результатами других авторов. Текст диссертации достаточно понятен. По теме диссертации опубликованы 10 работ в соавторстве и самостоятельно, из них 4 работы – в рецензируемых периодических журналах из списка ВАК РФ. Автореферат и публикации автора полностью отражают содержание диссертации.

Диссертация А.В. Иванюхина представляет собой законченную научно-квалификационную работу, которая содержит решение задачи, имеющей существенное значение для теории управления движением КА с ЭРДУ. Уровень полученных результатов соответствует критериям пп. 10, 11 Положения о присуждении ученых степеней и позволяет заключить, что диссертант заслуживает присуждения ему степени кандидата технических наук по специальности 05.07.09 – Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов.

Результаты диссертации могут быть использованы в Институте прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН, МАИ, НПО им. С.А. Лавочкина, ЦНИИМАШ и в других организациях, занимающихся задачами проектирования орбит межпланетных перелетов КА с ЭРДУ.

Отзыв о диссертации А.В. Иванюхина обсужден и одобрен на семинаре сектора прикладной небесной механики Института прикладной математики им. М.В.Келдыша РАН 23 сентября 2015 г.

Заведующий сектором  
прикладной небесной механики  
доктор физико-математических наук



А.Г.Тучин

Главный научный сотрудник  
доктор физико-математических наук  
профессор



В.В.Сазонов