

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ**

**МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)
«МАИ»**

На правах рукописи



Хоанг Ву Тан

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ
КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА СИСТЕМЫ ОБСЛУЖИВАНИЯ
ГЕОСТАЦИОНАРНЫХ СПУТНИКОВ СВЯЗИ**

Специальность: 05.07.09

**Динамика, баллистика, управление движением
летательных аппаратов**

**Диссертация на соискание ученой степени
кандидата технических наук**

Научный руководитель: Доцент, к.т.н. А.В. Федоров

Москва – 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1: ПОСТАНОВКА ТЕХНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ .	11
1.1 ОБЗОР ПРОЕКТОВ СИСТЕМЫ БЕСПИЛОТНОГО ОБСЛУЖИВАНИЯ НА ОРБИТЕ.....	11
1.2 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.....	20
ГЛАВА 2: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС СМ И ЦМ.....	26
2.1 СИСТЕМЫ КООРДИНАТ	26
2.2 УРАВНЕНИЯ НЬЮТОНА	28
2.3 ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ИСХОДНОЙ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС КА В ОКРЕСТНОСТИ ОПОРНОЙ ОРБИТЫ.....	29
2.4 ВОЗМУЩЕНИЯ ОРБИТЫ.....	36
2.4.1 Модель гравитационного поля земли.....	36
2.4.2 Силы гравитации Луны и Солнца.....	38
2.4.3 Модель давления солнечного света.....	39
2.4.4 Модель вектора тяги.....	41
2.5 МОДЕЛЬ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ КА.....	44
ГЛАВА 3. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ЦЕНТРА МАСС СМ.....	48
3.1 СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ НА ЭТАПЕ ПЕРЕВОДА СМ В ОКРЕСТНОСТИ ЦМ	49
3.1.1 Алгоритм управления на этапе перевода СМ в окрестности ЦМ.....	49
3.1.1.1 Алгоритм поиска программной составляющей	52
3.1.1.2 Алгоритм поиска синтезируемой составляющей.....	62
3.1.2 Алгоритм генерации начального приближения.....	65
3.2 СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ СМ НА ЭТАПЕ ИНСПЕКЦИИ	67
3.2.1 Постановка задачи управления на этапе инспекции	67
3.2.2 Анализ неуправляемого движения СМ относительно ЦМ	68

3.2.3 Алгоритм управления на этапе инспекции	73
ГЛАВА 4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ЦЕНТРА МАСС СМ НА ЭТАПАХ ПРИВЕДЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТЬ РАБОЧЕЙ ПОЗИЦИИ ЦМ И УДЕРЖАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ЕГО.....	78
4.1 ОПИСАНИЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА	78
4.2 ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ И ВАРИАНТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ	81
4.2.1 Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ.....	82
4.2.2 Этап удержания СМ относительно ЦМ	83
4.3 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	84
4.3.1 Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ.....	84
4.3.2 Этап удержания СМ относительно ЦМ	88
4.4 АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	93
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	95
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	98
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	99

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования

В настоящее время всё большее внимание уделяют идеям обслуживания спутников автоматическими космическими аппаратами непосредственно на орбите. В последнее двадцатилетие задачей обслуживания на орбите занимаются аэрокосмические организации России и в мире, опубликовано большое количество исследований и программ [1-16].

В исследовании Национальное управление по аэронавтике и исследованию космического пространства США (NASA) [1] авторы показали, что в настоящее время, с экономической и технической точки зрения, обслуживание на орбите является возможным.

Обслуживание на орбите можно понимать как сервис, воздействующий на выбранный космический аппарат для выполнения одной или нескольких следующих целей: инспекция, перемещение, дозаправка, ремонт, восстановление после неудачного запуска или дооснащение спутников [1, 8, 9].

Срок активного существования спутника связи во многом определяется запасом рабочего тела двигателей коррекции движения и надежностью аппаратуры. Продление срока активного существования возможно за счет организации дозаправки и проведением ремонтных работ в автономном режиме с помощью беспилотных обслуживающих аппаратов.

В работах [17, 18, 19], авторы показали, что большинство действующих спутников на орбите является геостационарными спутниками связи. При создании спутников связи (и других космических аппаратов (КА)) добиваются высокой надежности, но отказы систем или дефекты все же проявляются по той или иной причине. Возможность устранить их непосредственно в космосе с целью продления срока эксплуатации несомненно актуальна.

Кроме того, необходимо сводить с орбит нефункционирующие спутники из области низких околоземных орбит и геостационарной орбиты (ГСО). На ГСО

количество мест для спутников ограничено, а потребность их размещения постоянно повышается. При отказе системы управления движением или ориентации увести спутник с орбиты можно с помощью обслуживающего аппарата-буксира. В России задачи увода космического мусора рассматриваются Ю.Н. Разумным, В.Ю.Разумным, А.А.Барановым, В.С.Аслановым и другими авторами [12-16, 20, 21].

Реализация идеи обслуживания на орбите требует создания высокоточных и устойчивых алгоритмов автономной навигации и управления движением обслуживающих КА.

Вышеуказанный анализ показывает, что задача разработка алгоритмов управления движением космического аппарата системы обслуживания геостационарных спутников связи является актуальной.

Анализ отечественных и зарубежных публикаций и работ В.А.Бартенева, Ю.Л. Булынина, В.А. Малышева, М.Н. Красильщикова, Л.Н. Лысенко, В.В. Малышева А.В. Федорова, Д.М. Кружкова, А.В. Старкова, М.С. Константинова, В.Г.Петухова [22-27] позволяет определить основные принципы и методы разработки алгоритмов управления движением центра масс обслуживающих космических аппаратов системы обслуживания геостационарных спутников связи.

В данной работе обслуживающий космический аппарат будем называть сервисным модулем (СМ), а обслуживаемый аппарат - целевым модулем (ЦМ).

Степень разработанности темы исследования

В России проблемам обслуживания на орбите посвящены труды авторов Ю.Н. Разумного, В.Ю. Разумного, А.А. Баранова [12, 13, 14, 15, 16], В.С. Асланова, В.В. Юдинцева [20, 21, 59, 60], В.М. Иванова [57], В.И. Трушлякова [58] и др.

В целом, в большинстве предлагаемых работ решаются задачи организации обслуживающих орбитальных группировок [12, 13, 16], задачи маршрутизации при перелете между обслуживаемыми объектами [14, 15], или проблемы техники и технологии для ремонта [20, 21, 57, 58, 59, 60].

Несмотря на достаточно широкое исследование в литературе указанной темы, остается нерешенным ряд проблем, связанных с вопросами баллистики, автономной навигации и управления относительным движением космических аппаратов в процессе обслуживания.

Цель и задачи

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов автономного управления движением центра масс КА при обслуживании орбитальных объектов в окрестности геостационарной орбиты с учетом технических ограничений.

Для достижения поставленной цели решаются следующие научно-технические **задачи**:

- разработка математических модели управляемого движения СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и модели управляемого движения СМ относительно ЦМ с учетом влияния от нецентральности гравитационного поля Земли, ускорения от Солнца и Луны, давления света и ошибок реализации и ориентации тяги двигательной установки (ДУ);

- решение задач синтеза субоптимального управления стохастической системы по неполным данным с использованием критерия оптимальности, отражающего статистические характеристики терминальной точности управления и затрат рабочего тела ДУ на реализацию управления. При разработке алгоритмов управления движением центра масс СМ, считается, что для получения информации, необходимой для управления движением центра масс СМ, на борту КА имеются автономные навигационные системы, которые позволяют в любой момент времени определить достаточные координаты СМ и ЦМ в виде математические ожидания векторов состояния и их апостериорные корреляционные матрицы. При этом по теореме разделения, рассматриваемую задачу синтеза алгоритмов управления можно трактовать как синтез оптимального управления по полным данным [28, 29, 30];

- разработка программного обеспечения имитационного моделирования движения СМ и ЦМ, получение оценки точности управления как в случае с

идеальным управлением, так и в случае статистического моделирования с заданными статистическими характеристиками случайных величин, в том числе ошибок решения навигационной задачи.

Научная новизна

В работе получены следующие результаты, обладающие новизной и научной значимостью:

- разработан новый алгоритм генерации начального приближения для устойчивого решения задачи синтеза субоптимального управления движением центра масс СМ методом последовательных приближений в сочетании с комбинированным методом оптимизации на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ в стохастической постановке по интегро-терминальному критерию с учетом детерминированных возмущений от гравитационного поля Земли, гравитации Луны и Солнца и случайных ошибок управления и навигации;
- разработан новый алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в допустимом расстоянии в процессе инспекции в стохастической постановке;
- создан программно-математический комплекс для отработки новых алгоритмов управления движением космических аппаратов в рамках задач обслуживания.

Теоретическая и практическая значимость работы

Результаты, полученные в диссертационной работе, могут найти дальнейшее применение как для действующих космических аппаратов, так и для перспективных СМ и систем, а именно:

- алгоритмы и программно-моделирующий комплекс могут быть использованы при проектировании автономных систем управления динамическими операциями спутников на околокруговых орбитах, отличных от ГСО;
- алгоритмы и программно-математический комплекс могут быть использованы при отработке автономных систем управления динамическими операциями спутников, функционирующих на околокруговых орбитах, в том числе ГСО;

- программно-математический комплекс имеет открытую архитектуру и может использоваться для решения задачи отработки средств автономного проведения динамических операций космических аппаратов на ГСО.

Объект исследования

Система автономного управления движением центра масс сервисного модуля (СМ) при его приведении в окрестность рабочей орбитальной позиции целевого модуля (ЦМ) и его удержании относительно ЦМ с помощью двигателя малой тяги.

Предмет исследования

Алгоритмы квази-оптимального автономного управления движением центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и его удержания относительно ЦМ, разрабатываемые с использованием комбинированного метода оптимизации, подразумевающего разбиение искомого вектора управления стохастической системой на программную и синтезируемую компоненты.

Методология и методы исследования

В работе применяются методы системного анализа, динамики полета, теории управления, статистические методы обработки данных и синтеза оптимального управления. При программной реализации математического обеспечения используются методы объектно-ориентированного программирования в системе Windows.

Положения, выносимые на защиту

– математические модели управляемого движения центра масс СМ системы обслуживания геостационарных спутников связи и модель движения СМ относительно ЦМ с учетом случайных и неслучайных возмущений, вызываемых естественными факторами, ошибками работы элементов системы управления;

- алгоритм генерации начального приближения в задаче синтеза субоптимального управления движением центра масс СМ комбинированным методом оптимизации;

- алгоритм автономного управления движением центра масс СМ на этапе

его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ;

- алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции;
- программно-математический комплекс обработки системы автономного управления движением центра масс СМ по данным бортовой системы навигации;
- результаты моделирования автономной системы управления движением центра масс СМ, подтверждающие возможность обеспечения требуемой точности в процессе обслуживания с использованием разработанных алгоритмов автономного управления.

Степень достоверности

Достоверность данной работы подтверждается использованием математических методов и сравнением полученных результатов моделирования, проведенного в работе, с опубликованными результатами работ по данной тематике.

Апробация результатов

Результаты работы доложены и получили одобрение на конференциях различного уровня, включая международные:

- 17-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (МАИ, г. Москва, 2018г.)
- XXIV Международная конференция «Системный анализ, управление и навигация» (г. Евпатория, 2019 г.);
- 18-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (МАИ, г. Москва, Россия, 2019 г.)
- Международная конференция «Математическое моделирование» (МАИ, г. Москва, Россия, 2020 г.)
- 19-я Международная конференция «Авиация и космонавтика» (МАИ, г. Москва, Россия, 2020 г.)

Публикации

Результаты диссертационного исследования опубликованы в двух статьях, входящих в рекомендованный ВАКом Минобрнауки России перечень изданий, и одной статье в рецензируемом научном журнале, индексируемом в

международных системах цитирования Scopus.

Содержание работы.

Настоящая работа включает оглавление, четыре главы, Заключение и Список литературы. Объем диссертации – 104 с., список литературы содержит 60 наименований.

ГЛАВА 1: ПОСТАНОВКА ТЕХНИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЯ

1.1 Обзор проектов системы беспилотного обслуживания на орбите

В последние два десятилетия аэрокосмические агентства стран мира проявляют активность в сфере обслуживания космических аппаратов на орбите с помощью автономных (беспилотных) средств. Это объясняется стремлением продлить срок активного существования дорогостоящих миссий путем повторного использования, ремонта, дооснащения КА и увода объектов космического мусора для обеспечения безопасности работы функционирующих космических аппаратов на орбите.

В этом направлении активно участвует Национальное управление по аэронавтике и исследованию космического пространства США. В одном из своих отчетов [1] авторы дали обзор проекта по теме обслуживания на орбите с помощью роботов. По мнению авторов, обслуживание на орбите является главным инструментом для создания архитектур, необходимых для покорения новых границ в космосе.

С технической точки зрения, такие задачи обслуживания как дозаправка, перевод КА в другую позицию, простой ремонт можно выполнить с помощью беспилотного робота. Обслуживание можно применить к текущим спутникам, которые не проектировали для получения обслуживания.

В данном проекте, авторы показали, что для обеспечения возможности модернизации в будущее время и оптимизации затрата топлива, система обслуживания должна состоять из нескольких станций, в состав каждой входят отделяемые обслуживающие модули.

Иллюстрация миссии увода объекта космического мусора на орбиту захоронения обслуживающим модулем в данном проекте показана на рис.

1.1.

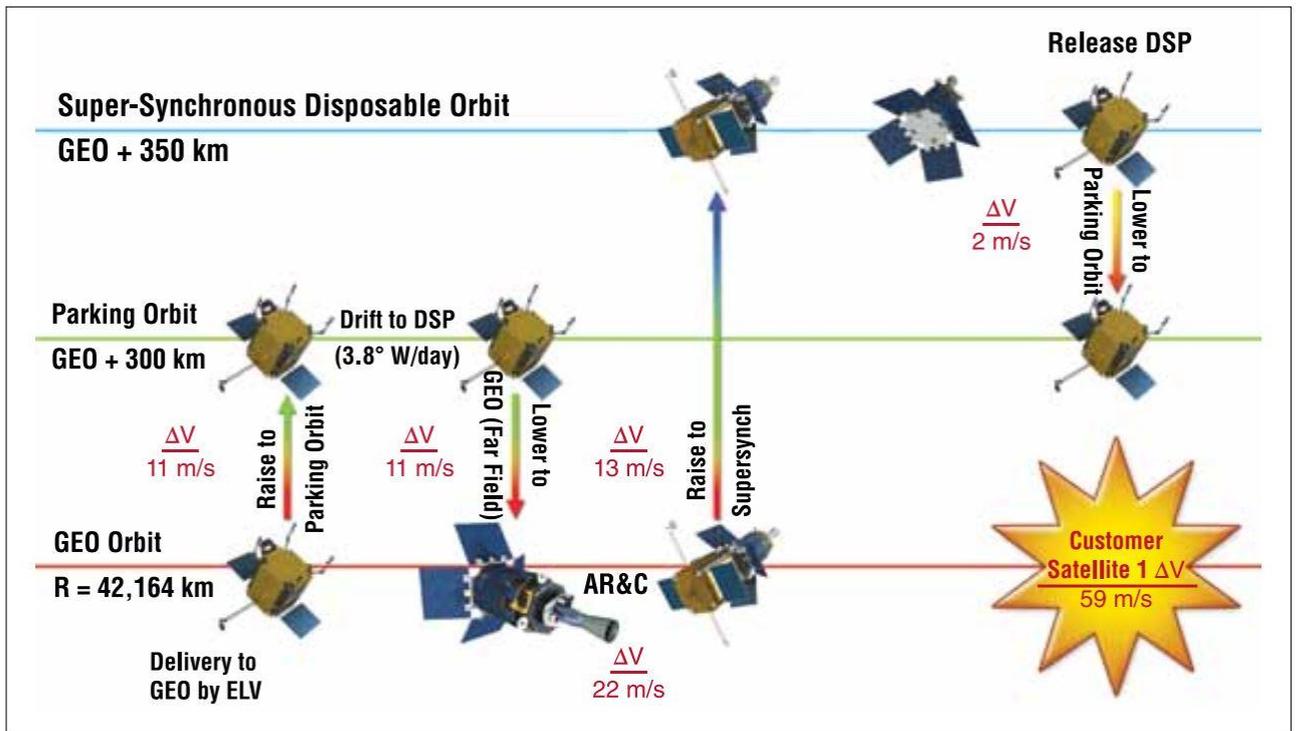


Рис. 1.1. Иллюстрация миссии увода объекта космического мусора на орбиту захоронения обслуживающим модулем NASA

Airbus Group разрабатывает проект обслуживания на орбите с помощью беспилотных КА [2] с целью предоставления комплексных услуг обслуживания на орбите, которые разделяются на три группы:

- техническое обслуживание и инспекционные услуги для геостационарных спутников;
- логистические услуги нацелены как на ГСО (приведение КА на ГСО) так и на низкие околоземные орбиты (НОО) (развертывание группировки КА на НОО);
- услуги по уводам объектов космического мусора. Для увода объектов космического мусора предлагается космический аппарат-сборщик «SpaceTug», вид которого показан на рис. 1.2.

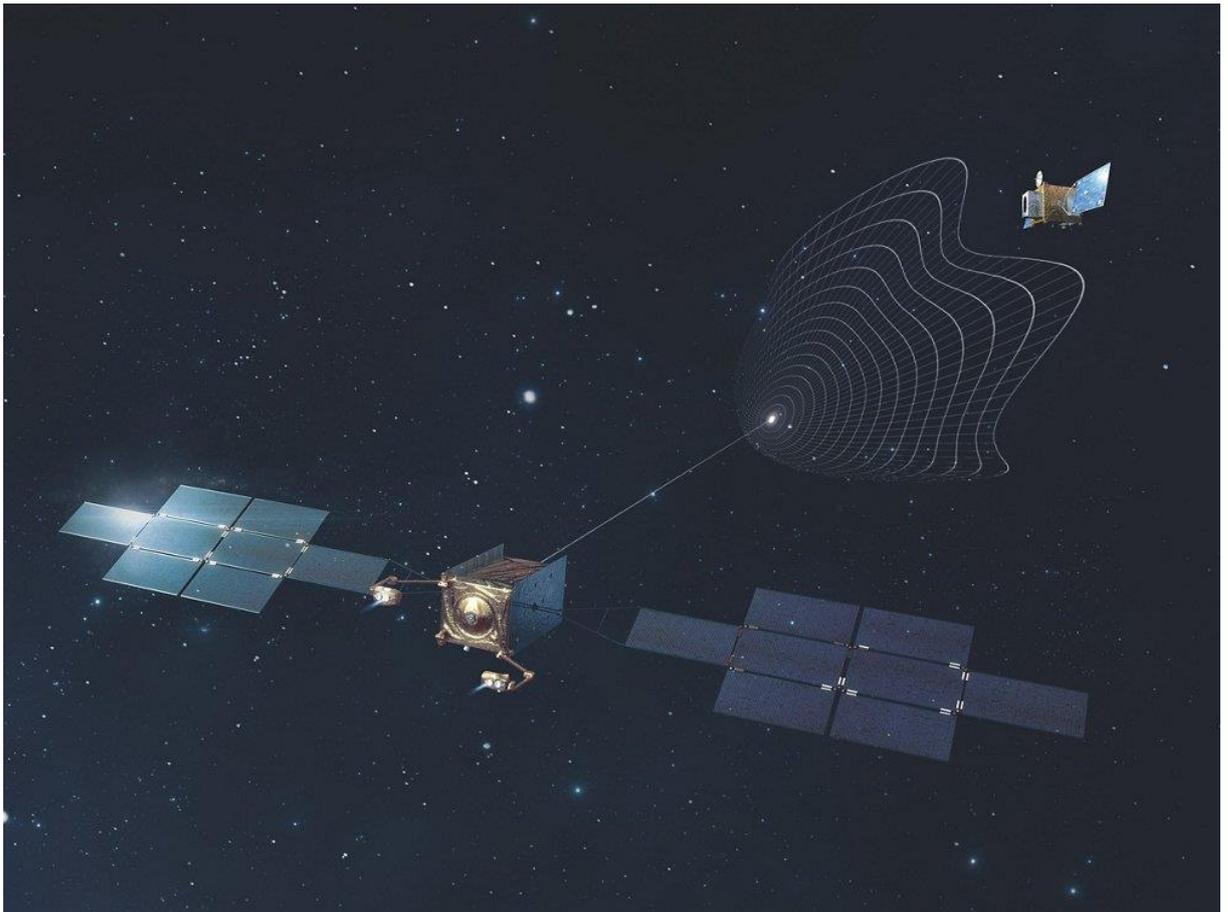


Рис. 1.2. Иллюстрация космического аппарата-сборщика «SpaceTug» для увода объектов космического мусора компании Airbus

Канадское космическое агентство считает, что технологии обслуживания на орбите роботами является ключевым способом для решения проблемы увода космического мусора. Кроме того, оно производило многие испытания и исследования, которые могут стать основой для реализации миссий обслуживания на орбите роботами, например ремонт, дозаправка, перевод спутников в другую позицию [3].

В работе [4] авторы дали обзор исследований Японии по теме обслуживания на орбите. В данной работе определили, что с помощью обслуживания на орбите можно выполнить такие миссии, как инспекцию, ремонт спутников, увод нефункционирующих спутников на орбиту захоронения. Так же определили требования к перспективным обслуживающим космическим роботам.

Европейское космическое агентство (ESA) с некоторыми космическими корпорациями проводили исследования и испытания по теме обслуживания на орбите, например систему дозаправки для геостационарных спутников, которая оказывает минимальное воздействие на их внутренние структуры [5], или исследование о технологии и технике, которые могут решать задачи увода космического мусора [6]. Механизм стыковки системы дозаправки для геостационарных спутников показан на рис. 1.3.

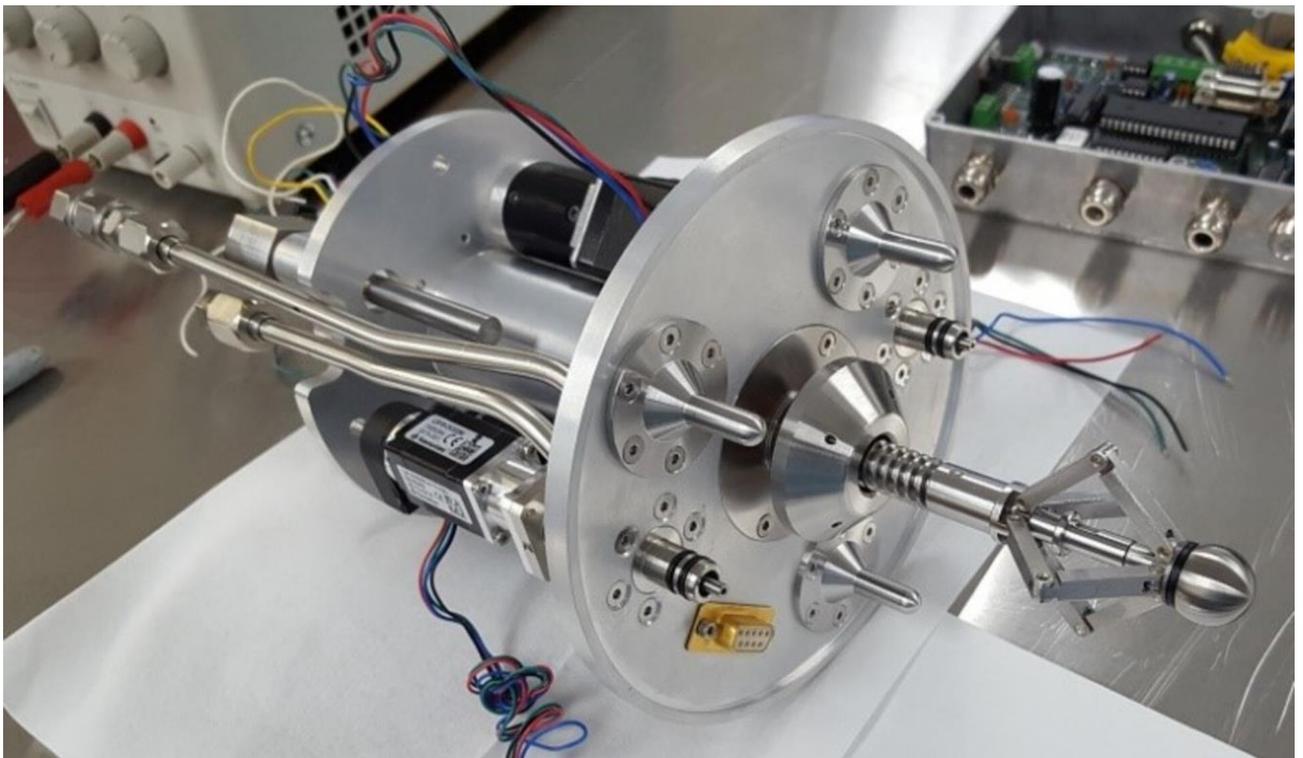


Рис. 1.3. Механизм стыковки для выполнения дозаправки спутников ESA

Управление перспективных исследовательских проектов Министерства обороны США (DARPA) реализовало программу «Orbital Express» [7], которая демонстрирует возможность автономной дозаправки, замены модуля спутников на орбите, что может существенно продлить срок службы и повысить производительность ключевых подсистем (например, процессоров) спутников по мере развития технологий. Технологии Orbital Express включают в себя инфраструктуру обслуживания; универсальный интерфейс для стыковки, дозаправки и замены модулей; и конструкцию КА,

совместимую с этой концепцией обслуживания. На рис. 1.4 показан состав обслуживающего КА в этой программе.

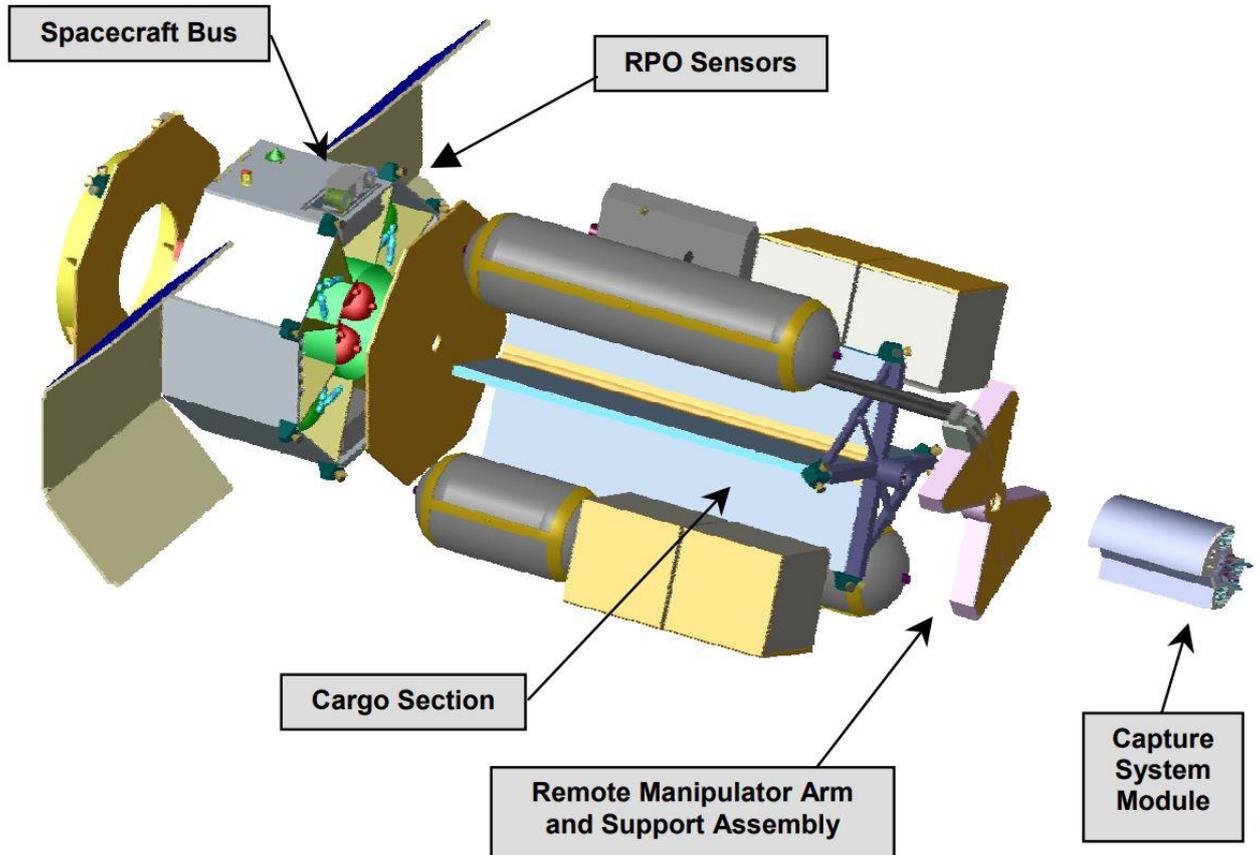


Рис. 1.4. Состав обслуживающего КА в программе DARPA

В работе [8] содержится обзор проекта «Phoenix» Лаборатории военно-морских исследований США (ONR). Цель проекта - определение требуемых технологий обслуживания на орбите роботами. В работе приведены результаты испытаний робота-манипулятора, датчиков и их программного обеспечения. Вид робота-манипулятора этого проекта показан на рис. 1.5.

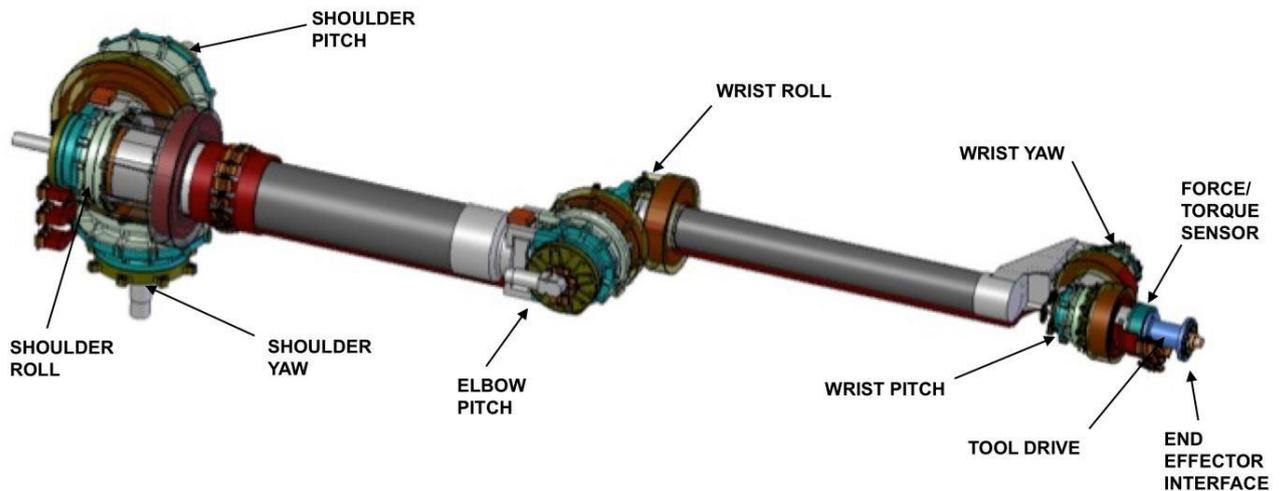


Рис. 1.5. Иллюстрация робот-манипулятора проекта «Phoenix»

В работе [9] дано исследование авторов из разных стран по теме обслуживания на орбите. Работа разделена на 3 части. В первой части авторы доказали, что с экономической точки зрения, обслуживание на орбите имеет очевидные коммерческие выгоды. Во второй части предлагается архитектура системы обслуживания, предназначенная для ремонта геостационарных спутников. В этой части работы подробно описывают миссию и конструкцию космического корабля, тем самым демонстрирует ее осуществимость в перспективе. В третьей части авторы дали предложения с целью стандартизации проектирования перспективных спутников, чтобы индустрия обслуживания на орбите стала альтернативной при решении проблемы с вышедшими из строя космическими аппаратами.

Целью исследования [10] является разработка и апробация методики оценки физической пригодности эксплуатируемых в настоящее время спутников к обслуживанию на орбите. В данной работе авторы разработали методики для выделения космических систем по эксплуатационной пригодности, оценили возможность применения обслуживания к текущим спутникам, назвали принципы для определения архитектуры перспективных ремонтпригодных КА и определили проблемы перед внедрением обслуживания на орбите.

В России задачи обслуживания на орбите тоже рассматриваются многими организациями и авторами. Одним из больших проектов по теме обслуживания на орбите является проект «орбитальный космодром» [11]. В этом проекте участвуют Госкорпорация Роскосмос, РКК «Энергия», С 7 КТС, Центр подготовки космонавтов, Госкорпорация Росатом, ЦНИИМаш. Орбитальный космодром - это открытый космический форпост на околоземной орбите, основная задача которого выполнение различных операций в космосе для всех участников космической деятельности на коммерческой основе. Это место сборки крупных космических объектов для ближнего и дальнего космоса, центр технического обслуживания, ремонта и модернизации космических аппаратов непосредственно в космосе.

В работе [12] рассматривается задача планирования облета требующих обслуживания космических объектов с предположением, что базовые обслуживающие станции находятся на различных низких орбитах. На каждой станции находятся отделяемые модули, которые могут самостоятельно выполнять задачи обслуживания. За заданное время необходимо подлететь к каждому из спутников, требующих обслуживания. На основе анализа портрета отклонений долготы восходящего узла всех обслуживаемых спутников и базовых станций определяется, какой модуль должен перелететь к какому спутнику, чтобы общие затраты суммарной характеристической скорости всех модулей были минимальны.

В работе [13] решается задача проектирования космического комплекса технического обслуживания действующих спутников Globalstar, находящихся на орбитах с близкими высотами и наклонениями, но существенно отличающихся по долготе восходящего узла. В течение заданного промежутка времени необходимо подлететь к каждому из спутников, требующих обслуживания. Авторы показали, что разработанный в работе методический подход позволяет определять необходимое число орбитальных станций, элементы их орбит, число отделяемых от них обслуживающих модулей и общие затраты суммарной характеристики.

Задача расчета параметров маневров встречи космического аппарата с крупногабаритным объектом космического мусора на близких околокруговых некомпланарных орбитах с заданной точностью рассматривается в работе [14]. Сближение с объектом мусора осуществляется за счет маневрирования на многих витках (до нескольких десятков) с помощью двигателей малой тяги, однако продолжительность работы двигателей по сравнению с периодом орбиты достаточно мала, чтобы было возможно использовать при расчетах импульсное приближение. Авторы предложили численно-аналитический алгоритм решения многоимпульсной задачи встречи на близких околокруговых орбитах, который может обеспечить точность подлета к объекту мусора.

В работе [15] рассматривается задача определения оптимальной в смысле суммарной характеристической скорости схемы облёта объектов крупногабаритного космического мусора с целью их перевода из окрестности геостационарной орбиты на орбиту захоронения с помощью специального космического аппарата-сборщика. На основе анализа эволюции элементов орбит объектов мусора авторы определили предпочтительную стратегию облета объектов мусора, предоставляется возможность определения числа космических аппаратов-сборщиков, требующихся для выполнения этой миссии, и их характеристик.

В патенте [16] представлен способ определения последовательности перелётов между объектами космического мусора при значительном отличии в долготе восходящего узла их орбит. Схему облёта объектов мусора выбирают на основе портрета эволюции отклонений долгот восходящих узлов орбит этих объектов, причём эти отклонения определяют относительно орбиты одного из них. Параметры маневров космического аппарата определяются с использованием некоторых трех вложенных друг в друга итерационных процедур. Технический результат патента - уменьшение затрат суммарной характеристической скорости космического аппарата для

облёта группы объектов мусора либо при заданных затратах увеличение числа достижимых объектов.

В работе [32] рассматриваются задачи обслуживания геостационарных спутников, как например перевод КА в другую позицию, дозаправка, обмен или добавление элементов к спутнику. Авторы предложили систему обслуживания, состоящая из обслуживающих роботов и станций, которые базируются на экваториальной орбите. В работе так же определяется архитектура обслуживающего КА и обслуживаемого спутника, которая требуется для выполнения обслуживания. Иллюстрация системы обслуживания в этой работе показана на рис. 1.6.

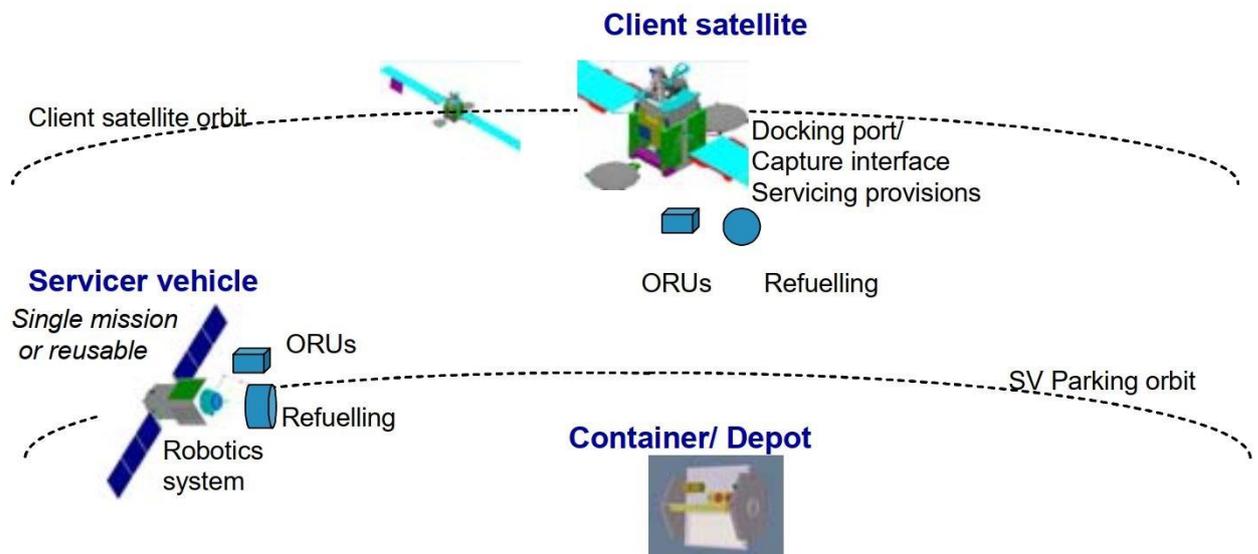


Рис. 1.6. Иллюстрация системы обслуживания на орбите в работе [32]

В работе [33] авторы разработали методы оценки и оптимизации орбитальной системы обслуживания на основе моделирования жизненного цикла в условии наличия случайных неопределенностей. В качестве примера авторы рассмотрели систему обслуживания геостационарных спутников. Данная система состоит из нескольких станций и отделяемых модулей, которые базируются на определенной орбите. Архитектура этой системы обслуживания показана на рис. 1.7.

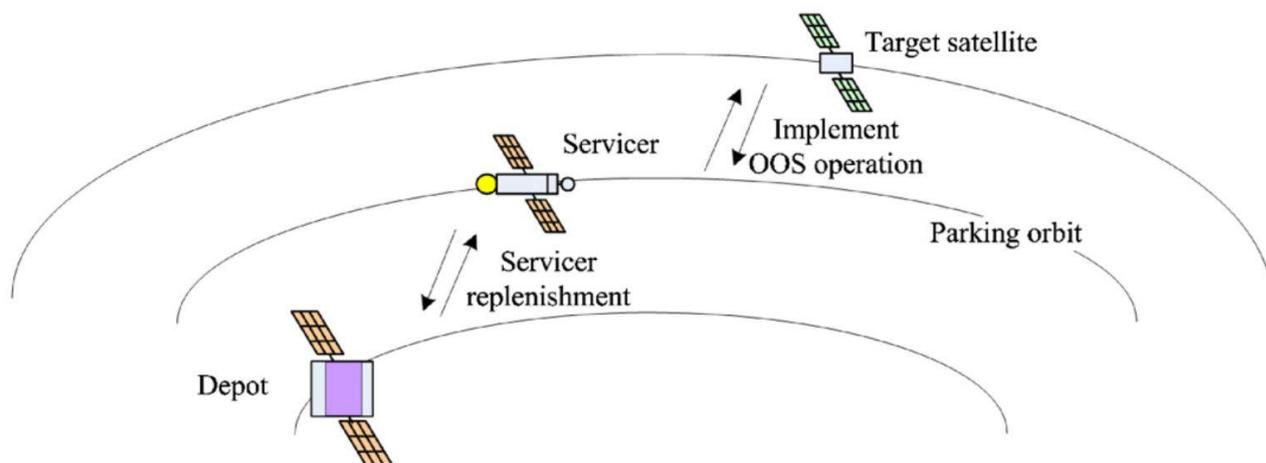


Рис. 1.7. Архитектура системы обслуживания на орбите в работе [33]

Анализ опубликованных источников об обслуживании на орбите [1, 12, 13, 32, 33] показывает, что адекватная система обслуживания геостационарных спутников будет базироваться на круговой орбите вне пояса безопасности ГСО. Она представляет собой группировку из нескольких станций. В состав каждой станции входят отделяемые сервисные модули, которые могут самостоятельно выполнять функции обслуживания, совершая перемещения от станции к целевому модулю и обратно.

1.2 Постановка задачи

В работах [1, 8, 9, 34, 35] авторы показали, что задача обслуживания КА на орбите может декомпозироваться на 5 операций: 1 – перевод СМ с орбиты базирования в окрестность рабочей позиции ЦМ; 2 – инспекция, в течение которой необходимо удерживать СМ относительно ЦМ; 3 – стыковка; 4 – движение в состыкованном состоянии; 5 – расстыковка и увод СМ на орбиту базирования.

С точки зрения разработки алгоритмов управления движением СМ для реализации перечисленных операций необходимо решать две базовой задачи. Первая из них заключается в приведении вектора состояния СМ в заданную область пространства в окрестности ЦМ. Вторая задача – удержание СМ относительно ЦМ в течение длительного времени.

При выполнении всех этапов обслуживания, СМ работает в

автономном режиме. Вмешательство человека-оператора наземного контура управления допускается только при возникновении нештатной ситуации.

Для обеспечения точности, при решении задачи автономного управления движением центра масс СМ необходимо учитывать влияние неконтролируемых факторов, которые можно разделить на три группы:

- неконтролируемые факторы, вызываемые влиянием внешней среды;
- неконтролируемые факторы, вызываемые ошибками работы бортовых аппаратных средств;
- ошибки работы навигационной системы.

В общем случае все вышеперечисленные неконтролируемые факторы разделяются на три группы:

- детерминированные;
- стохастические;
- неопределенные.

Поставленные в данной работе задачи управления могут быть решены в детерминированной и/или стохастической постановке. Накопленный опыт решения таких задач, например в источниках [22, 23, 24] показывает, что наиболее конструктивные с прикладной точки зрения решения задач управления движением КА могут быть получены в стохастической постановке с использованием статистических характеристик неконтролируемых факторов, вызываемых влиянием внешней среды и ошибками работы аппаратных средств.

Таким образом, в данной работе решается задача синтеза алгоритмов автономного управления движением центра масс СМ на перечисленных выше этапах его функционирования в стохастической постановке. Как известно, стохастический подход дает оптимальное в среднем решение и применяется в тех случаях, когда известны априорные статистические характеристики неконтролируемых факторов, интерпретируемые как случайные.

Для обеспечения автономности работы СМ, задача навигации должна

решаться автономно на его борту. Так что считается, что для получения информации, необходимой для управления движением центра масс СМ, на борту КА имеются автономные навигационные системы, структура и функции которых предложены в работах [36, 37]. При этом в любой момент времени доступны достаточные координаты СМ и ЦМ в виде математические ожидания векторов состояния и их апостериорные корреляционные матрицы. Тогда по теореме разделения, рассматриваемую задачу синтеза алгоритмов управления можно трактовать как синтез оптимального управления по полным данным [28, 29, 30].

Для оценки качества процесса используются два показателя – характеристическая скорость ΔV_{Σ} , и длительность процесса t_{Σ} .

В любом случае считается что в некоторый момент времени t_l известны параметры орбит СМ $a_{СМ}$, $e_{СМ}$, $u_{СМ}$, $\omega_{СМ}$, $\Omega_{СМ}$, $i_{СМ}$ и ЦМ $a_{ЦМ}$, $e_{ЦМ}$, $u_{ЦМ}$, $\omega_{ЦМ}$, $\Omega_{ЦМ}$, $i_{ЦМ}$; где a – большая полуось; e – эксцентриситет; u – аргумент широты; ω – аргумент перигея; Ω – долгота восходящего узла; i – наклонение.

В общем случае оба объекта могут совершать маневры с использованием двигателей малой тяги. В отдельных случаях ЦМ может быть не кооперируемым, т.е. совершать собственные маневры.

Для управления движением СМ и ЦМ могут применяться двигатели большой или малой тяги. Когда говорят о двигателе большой тяги, длительностью активного участка можно пренебречь. При использовании двигателей малой тяги длительности активных участков могут быть соизмеримы с периодом обращения. При построении моделей управляемого движения будем рассматривать второй случай как общий.

Возможны различные варианты формирования проекций управляющих ускорений на орбитальные оси:

- трехосная система стабилизации КА непрерывно обеспечивает его ориентацию так что двигатели координатных перемещений постоянно

ориентированны по орбитальным осям (трансверсаль, радиус-вектор и бинормаль);

– трехосная система стабилизации ориентирует КА в инерциальной системе координат. При этом проекции ускорений от тяги на орбитальные оси зависят от времени.

– трехосная система непрерывно поддерживает требуемую ориентацию связанных осей КА в орбитальной системе координат.

В рамках перечисленных вариантов двигатели работают в режиме «включен»-«выключен», создавая на активном участке постоянную тягу. При этом для достижения заданной терминальной точности может потребоваться несколько активных участков. Процесс перевода СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ или удержания относительно него состоит из «элементарных» событий – коррекций. Каждая коррекция содержит два участка – пассивный (двигатели выключены) и активный.

СМ находится в окрестности ЦМ если параметры его орбиты удовлетворяют следующим требованиям:

- период обращения T отличается от требуемого T^* не более чем на $\pm\Delta T_m$;
- эксцентриситет орбиты находится в пределах допуска относительного требуемого e_m ;
- средняя долгота α отличается от заданного значения α^* не более чем на $\pm\Delta\alpha_m$;
- отклонение наклона орбиты от требуемого значения i_0 находится в пределах $\pm\Delta i_m$;
- отклонение долготы восходящего узла от требуемого значения Ω_0 находится в пределах $\pm\Delta\Omega_m$.

В качестве технических ограничений рассмотрим следующие:

- длительности пассивных участков ограничены снизу и сверху. Это позволит учесть время, необходимое для подготовки к проведению

динамических операций;

- длительности активных участков ограничены сверху. Это позволит учесть ограничение на время непрерывной работы двигателя;
- время выполнения маневра и расход рабочего тела при переводе СМ из одной точки пространства в другую ограничено сверху.

Цель управления заключается в переводе СМ из одной заданной точки пространства в другую с заданной терминальной точностью при минимальном значении выбранных критериев характеристической скорости и длительности процесса с учетом технических ограничений.

При переводе СМ из одной точки в пространстве в другую требуется определить количество коррекций, интервалы времени между коррекциями, ориентацию вектора тяги и приращения характеристической скорости на каждой коррекции с учетом терминальных требований.

При удержании СМ относительно ЦМ необходимо определить периодичность коррекций удержания. Под коррекцией удержания в общем случае будем понимать многоимпульсный маневр, выполняемый согласно той или иной стратегии. Стратегия коррекции удержания включает в себя количество включений двигателей, интервалы между ними, ориентацию вектора тяги и величины импульсов характеристической скорости каждой коррекции.

Алгоритмическое обеспечение задач управления СМ, на наш взгляд, должен обеспечить ниже перечисленные требования:

- возможность автоматической генерации циклограммы коррекции в стохастической постановке с вычислением статистических оценок используемых показателей;
- применение математических моделей, учитывающих характерные для ГСО возмущения;
- возможность поиска управления как при фиксированной, так и при свободной ориентации вектора тяги в связанной орбитальной системе координат;

- «прозрачность» (понятность) генерируемых решений для оператора.

Известно, что синтез оптимального управления с использованием полной модели движения не представляется возможным из-за неявной зависимости правых частей уравнений движения от компонент вектора управления. Поэтому при построении моделей управляемого движения примем линеаризацию уравнений возмущенного движения в окрестности номинальной орбиты заданного радиуса. В следующем разделе будем разрабатывать модели управляемого возмущенного движения на основе этого подхода.

ГЛАВА 2: МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДВИЖЕНИЯ ЦЕНТРА МАСС СМ И ЦМ

Как выше сказано, синтез оптимального управления с использованием полной модели движения не представляется возможным из-за неявной зависимости правых частей уравнений движения от компонент вектора управления. Поэтому при построении моделей управляемого движения прием линеаризацию уравнений возмущенного движения в окрестности номинальной орбиты заданного радиуса. Линеаризованные модели, предложенные в работах [28, 39, 40] учитывают только ошибки тяги корректирующего двигателя (случайные или неопределенные) трансверсального координатного направления. Для управления СМ в автоматическом режиме, алгоритмы управления должны быть максимально точными и устойчивыми. Для повышения точности алгоритмов в этой работе предлагается линеаризованная модель, позволяющая явно учесть ряд неслучайных возмущений от нецентральности гравитационного поля Земли, гравитации Луны и Солнца, давления солнечного света и ошибок ориентации вектора тяги в пространстве.

При апробации алгоритмов используется полная система нелинейных уравнений движения (уравнения Ньютона) с учетом вышеуказанных возмущений.

2.1 Системы координат

Для описания истинного движения КА используется абсолютная геоцентрическая система координат (АГЭСК), начало которой совпадает с центром масс Земли. Ее ось OX лежит в плоскости среднего экватора эпохи 2000.0.5 и направлена из центра O в точку весеннего равноденствия Υ , ось OZ направлена по нормали к плоскости среднего экватора эпохи в сторону Северного Полюса Мира, ось OY дополняет систему до правой, как показано на рис. 2.1.

Несмотря на движение АГЭСК вместе с Землей вокруг Солнца,

пространственная ориентация ее осей постоянна. Поэтому с высокой степенью точности ее можно считать инерциальной [23, 24, 28]. Форма орбиты и положение КА на ней в АГЭСК определены параметрами a , e , ω , ϑ , Ω , i , где: a – большая полуось; e – эксцентриситет; ω – аргумент перигея; ϑ – истинная аномалия; i – наклонение орбиты; Ω – долгота восходящего узла.

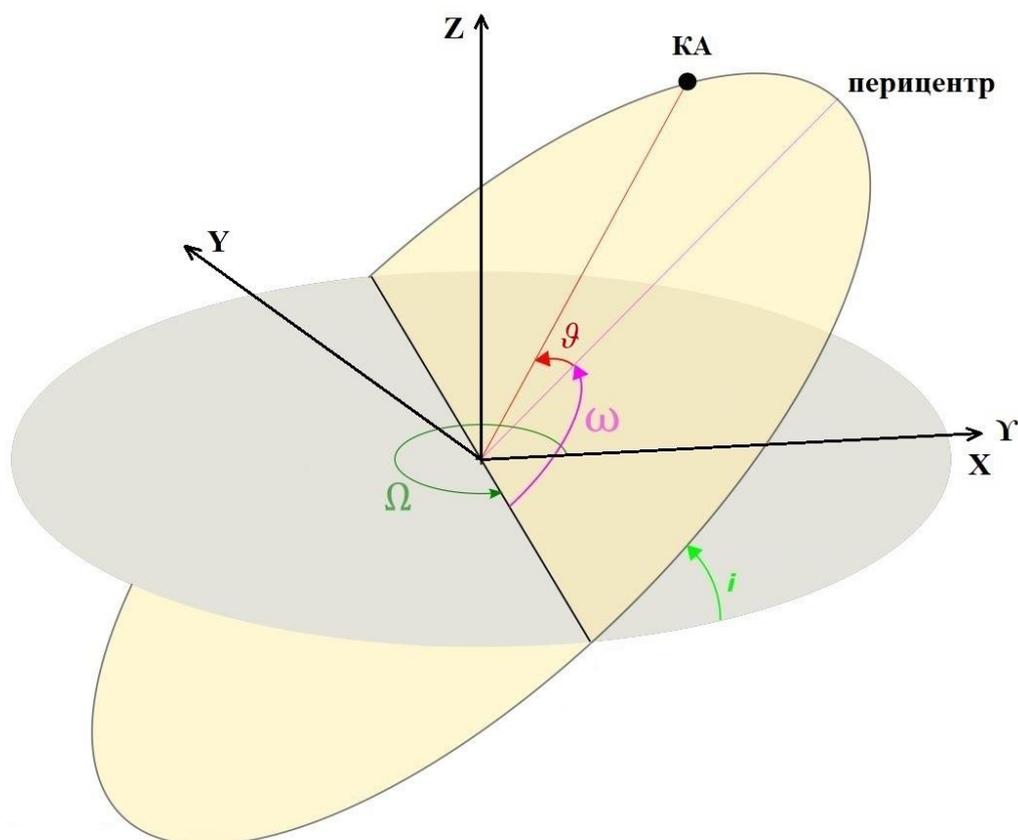


Рис.2.1. Абсолютная геоцентрическая система координат

Для определения ориентации вектора тяги ДУ используется орбитальная система координат (ОСК). Начало ОСК находится в центре масс КА, ось $O\xi$ направлена по направлению вектора момента количества движения (перпендикулярно плоскости орбиты), ось $O\varphi$ направлена по радиус-вектору КА, а ось $O\zeta$ дополняет систему координат до правой тройки.

Для удобства описания связи параметров движения КА в плоскости орбиты с ориентацией орбиты в инерциальном пространстве в работе [30, 40, 41] используется геоцентрическая вращающаяся система координат, которая показана на рис.2.2. Ее начало совпадает с началом АГЭСК, ось OR направлена

по радиус–вектору, ось ON направлена в сторону движения КА в мгновенной плоскости орбиты и перпендикулярна оси OR , ось OT перпендикулярна мгновенной плоскости орбиты и совпадает с вектором кинематического момента. Система $ORNT$ вращается относительно начала системы $OXYZ$ с угловой скоростью $\dot{\alpha}$.

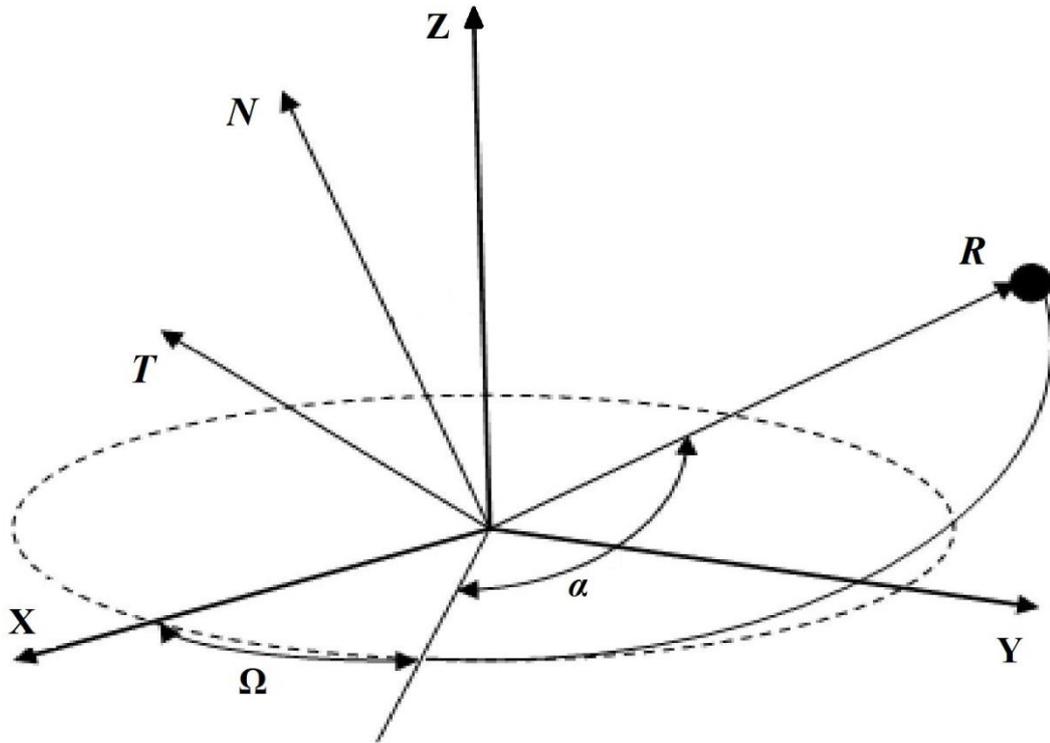


Рис.2.2. Геоцентрическая вращающаяся система координат

2.2 Уравнения Ньютона

В общем случае, движение КА на орбите можно разделить на два независимых вида: движение его центра масс и угловое движение вокруг центра масс. Скорость переориентации КА существенно выше скорости изменения параметров орбиты от возмущающих сил. Силы, зависящие от ориентации аппарата, пренебрежимо малы. Поэтому можно считать работу системы управления угловым движением идеальной, изменение ориентации КА считаем мгновенной.

Система дифференциальных уравнений движения центра масс КА в АГЭСК имеет вид:

$$\ddot{q} + \frac{\mu q}{r^3} = \sum_{j=0}^k \Delta g_{jq}, \quad q = \{x, y, z\} \quad (2.1)$$

где Δg_{jq} - проекция j -го возмущающего ускорения на координатное направление q .

Для повышения точности алгоритмов, в правых частях уравнений (2.1) учитываются возмущения от нецентральности гравитационного поля Земли, гравитации Луны и Солнца, давления солнечного света и ошибок проведения и ориентации вектора тяги в пространстве.

Исходя из системы (2.1) в [42] получили систему уравнений, так называемых уравнениями Ньютона в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= 2r \sqrt{\frac{p}{\mu}} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jY} \\ \frac{de}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left\{ \sin \vartheta \sum_{j=0}^k \Delta g_{jX} + [\cos \vartheta + (\cos \vartheta + e)] \sum_{j=0}^k \Delta g_{jY} \right\} \\ \frac{di}{dt} &= \frac{r}{\sqrt{\mu p}} \cos u \sum_{j=0}^k \Delta g_{jZ} \\ \frac{d\Omega}{dt} &= \frac{r}{\sqrt{\mu p}} \frac{\sin u}{\cos i} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jZ} \\ \frac{d\omega}{dt} &= \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[\frac{-\cos \vartheta}{e} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jX} + \frac{(1 + r/p) \sin \vartheta}{e} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jY} - \frac{r \sin u}{p \tan i} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jZ} \right] \\ \frac{d\tau}{dt} &= \frac{r^2}{e\mu} \left[(eN \sin \vartheta - \cos \vartheta) \sum_{j=0}^k \Delta g_{jX} + \frac{pN}{r} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jY} \right] \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\text{где } N = \frac{2p^2}{r^2} \int_0^{\vartheta} \frac{\cos \vartheta}{1 + e \cos \vartheta} d\vartheta$$

Уравнения Ньютона (2.2) будем использовать для проведения моделирования движения СМ и ЦМ в данной работе.

2.3 Линеаризация исходной модели движения центра масс КА в окрестности опорной орбиты

Как сказано выше, сложные нелинейные модели движения КА трудно использовать при синтезе алгоритмов управления с использованием достаточных условий оптимальности. Для разработки алгоритмов автономного управления СМ, необходима линеаризация уравнений возмущенного движения в окрестности опорной орбиты заданного радиуса.

В качестве опорной орбиты может вступить круговая орбита, период обращения по которой равен периоду обращения одного из КА, например, ЦМ. С целью повышения точности в качестве опорной можно выбрать "среднюю" круговую орбиту. Под такой будем понимать орбиту с периодом равным среднему периоду СМ и ЦМ. Таким образом движение каждого КА рассматривается в окрестности одной и той же круговой орбиты радиуса r_0 .

В качестве исходной модели возмущенного движения примем уравнения, записанные с использованием геоцентрической вращающейся системы координат [40], которая показана на рис. 2.3. В работах [22, 40] показано, что если ускорения зависят только от аргумента широты и радиуса орбиты (это предположение часто выполняется), то уравнения движения КА можно разделить на две подсистемы. Первая совпадает с моделью плоского движения в полярных координатах, вторая – описывает эволюцию плоскости орбиты.

Модель движения КА в мгновенной плоскости орбиты имеет вид [23, 40]

$$\begin{aligned} \dot{r} &= V_R, \\ \dot{\alpha} &= \frac{V_T}{r}, \\ \dot{V}_R &= \frac{V_T^2}{r} - \frac{\mu}{r^2} + \sum_{j=0}^k \Delta g_{jR}, \\ \dot{V}_T &= -\frac{V_R V_T}{r} + \sum_{j=0}^k \Delta g_{jT} \end{aligned} \tag{2.3}$$

где α – полярный угол (аргумент широты), r – расстояние от начала координат до КА (радиус-вектор); V_R и V_T – радиальная и трансверсальная составляющие скорости орбитального движения КА; μ – гравитационная

постоянная, Δg_{jR} , Δg_{jT} – проекции ускорения j -го вида на оси вращающейся системы координат OR и OT соответственно.

Эксцентриситет орбиты e и истинную аномалию \mathcal{G} в любой момент времени можно рассчитать с помощью соотношений [44]

$$e = \frac{\sqrt{(rV_T^2 - \mu)^2 + (rV_R V_T)^2}}{\mu}, \sin \mathcal{G} = \frac{rV_R V_T}{\mu e}, \cos \mathcal{G} = \frac{rV_T^2 - \mu}{\mu e} \quad (2.4)$$

Уравнения эволюции плоскости орбиты принимают вид [24]

$$\begin{aligned} \dot{i} &= \frac{1}{V} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jN} \cos(\mathcal{G} + \omega) \\ \dot{\Omega} &= \frac{1}{V} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jN} \frac{\sin(\mathcal{G} + \omega)}{\sin i} \\ \dot{\omega} &= -\frac{1}{V} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jN} \frac{\sin(\mathcal{G} + \omega)}{\sin i} \cos i \end{aligned} \quad (2.5)$$

Где V – орбитальная скорость, i – наклонение плоскости орбиты к экватору, Ω – долгота восходящего узла орбиты, ω – аргумент перигея орбиты, Δg_{jN} – проекция ускорения j -го вида на оси ON вращающейся системы координат $ORNT$.

Пусть опорная орбита КА имеет радиус r_0 , а ее положение в пространстве характеризуется и наклонением i_0 и долготой восходящего узла Ω_0 . Так как на круговой орбите истинная аномалия не определена, формально положим $\dot{\mathcal{G}} = \omega_0$, где ω_0 – среднее движение. Орбитальная скорость опорной орбиты равна $V_0 = r_0 \omega_0$.

Угловая скорость связана с радиусом соотношением $\omega_0 = \frac{1}{r_0} \sqrt{\frac{\mu}{r_0}}$.

Если в (2.5) заменить аргумент широты (т.е. сумму углов $\omega + \mathcal{G}$) линейной функцией времени

$$\alpha(t) = \alpha(t_0) + \omega_0(t - t_0) = \theta + \alpha_0, \quad (2.6)$$

где α_0 – начальный аргумент широты, $\theta = \omega_0(t - t_0)$, то системы уравнений (2.1) и (2.3) можно линеаризовать независимо.

Линеаризация уравнений (2.3) приводит к соотношениям [44]:

$$\Delta\ddot{r} - 3\omega_0^2\Delta r - 2r_0\omega_0\Delta\dot{\alpha} = \sum_{j=0}^k \Delta g_{jR},$$

$$2\omega_0\Delta\dot{r} + r_0\Delta\ddot{\alpha} = \sum_{j=0}^k \Delta g_{jT},$$

где $\Delta r = r - r_0$, $\Delta\dot{r} = \dot{r} - \dot{r}_0$, $\Delta\alpha = \alpha - \omega_0 t$, $\Delta\dot{\alpha} = \dot{\alpha} - \omega_0$.

Переходя к нормальной векторной форме, получим

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{G}, \quad (2.7)$$

где

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta r \\ \Delta\dot{r} \\ \Delta\alpha \\ \Delta\dot{\alpha} \end{bmatrix}, \mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 3\omega_0^2 & 0 & 0 & 2V_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -\frac{2r_0}{\omega_0} & 0 & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{r_0} \end{bmatrix}, \mathbf{G} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^k \Delta g_{jR} \\ \sum_{j=0}^k \Delta g_{jT} \end{bmatrix}.$$

Общее решение системы (2.7) при заданном начальном условии получается по формуле Коши

$$\mathbf{X}(t) = \Phi(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) + \int_{t_0}^t \Phi(t, \tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{G}(\tau)d\tau, \quad (2.8)$$

где $\Phi(t, t_0)$ – фундаментальная матрица системы (2.7), которая имеет следующий вид [28, 42, 44]:

$$\Phi(t, t_0) = \begin{bmatrix} 4 - 3\cos\theta & \frac{\sin\theta}{\omega_0} & 0 & \frac{2r_0(1 - \cos\theta)}{\omega_0} \\ 3\omega_0\sin\theta & \cos\theta & 0 & 2r_0\sin\theta \\ -\frac{6(\theta - \sin\theta)}{r_0} & -\frac{2(1 - \cos\theta)}{V_0} & 1 & \frac{-3\theta + 4\sin\theta}{\omega_0} \\ -\frac{6\omega_0(1 - \cos\theta)}{r_0} & -\frac{2\sin\theta}{r_0} & 0 & -3 + 4\cos\theta \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

где $\theta = \omega_0(t - t_0)$.

Если на некотором интервале времени компоненты вектора ускорения $\mathbf{G}(\tau)$

аппроксимировать функциями времени и параметров опорной орбиты, то векторный интеграл в (2.8) интегрируется в элементарных функциях.

Прежде аппроксимации составляющих вектора $\mathbf{G}(\tau)$, предположим, что векторный интеграл в (2.8) найден. Тогда

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{\Phi}(t, t_0)\mathbf{X}(t_0) + \delta\mathbf{X}(t, t_0), \quad (2.10)$$

$$\text{где } \delta\mathbf{X}(t, t_0) = \int_{t_0}^t \mathbf{C}(t, \tau)\mathbf{G}(\tau)d\tau, \quad \mathbf{C}(t, \tau) = \mathbf{\Phi}(t, \tau)\mathbf{B}(\tau), \quad (2.11)$$

$$\mathbf{C}(t, \tau) = \begin{pmatrix} \frac{\sin \theta}{\omega_0} & \frac{2(1 - \cos \theta)}{\omega_0} \\ \cos \theta & 2\sin \theta \\ -\frac{2(1 - \cos \theta)}{V_0} & \frac{-3\theta + 4\sin \theta}{V_0} \\ -\frac{2\sin \theta}{r_0} & \frac{-3 + 4\cos \theta}{r_0} \end{pmatrix}. \quad (2.12)$$

В работе [45] введена система элементов и соответствующая ей модель «плоского» движения, которые оказались весьма удобными для решения задачи синтеза алгоритмов управления конечным состоянием КА в плоскости орбиты. Поэтому далее будем рассматривать следующие переменные состояния, отнесенные к произвольному начальному моменту времени $t_k = t_0$:

$$a_k = \frac{\Delta \dot{r}_k}{\omega_0}, \quad b_k = 3\Delta r_k + \frac{2r_0}{\omega_0}\Delta \dot{\alpha}_k, \quad d_k = 2\Delta r_k + \frac{r_0}{\omega_0}\Delta \dot{\alpha}_k \quad (2.13)$$

Оскулирующая радиальная скорость вычисляется по формуле [23]:

$$V_r = \sqrt{\frac{\mu}{p}}e \sin \mathcal{G}. \quad \text{Полагая здесь } p = r_0 \text{ и учитывая то что } \sqrt{\frac{\mu}{r_0}} = V_0 = r_0 \omega_0, \text{ выражение}$$

для переменной a_k примет вид

$$a_k = r_0 e_k \sin \mathcal{G}_k \quad (2.14)$$

Учитывая связь (2.12), получим:

$$b_k = r_0 e_k \cos \mathcal{G}_k \quad (2.15)$$

Таким образом, истинную аномалию можно вычислить по формуле

$$\vartheta = \begin{cases} \bar{\vartheta}, & \text{если } a_k > 0 \\ 2\pi - \bar{\vartheta} & \text{в противном случае} \end{cases}, \quad \bar{\vartheta} = \arccos \frac{b_k}{r_0 e_k}.$$

При $e_k=0$ истинная аномалия теряет смысл. Формально в этом случае ее можно принять равной аргументу широты.

С учетом (2.12) общее решение (2.10) примет вид

$$\Delta r_{k+1} = a_k \sin \theta_k - b_k \cos \theta_k + 2d_k + \delta r_k, \quad (2.16)$$

$$\Delta \dot{r}_{k+1} = \omega_0 (a_k \cos \theta_k + b_k \sin \theta_k) + \delta \dot{r}_k, \quad (2.17)$$

$$\Delta \alpha_{k+1} = \frac{2}{r_0} (a_k \cos \theta_k + b_k \sin \theta_k) - \frac{3d_k}{r_0} \theta_k + \Delta \alpha_k - \frac{2}{r_0} a_k + \delta \alpha_k, \quad (2.18)$$

$$\Delta \dot{\alpha}_{k+1} = -\frac{2\omega_0}{r_0} (a_k \sin \theta_k - b_k \cos \theta_k) - \frac{3\omega_0 d_k}{r_0} + \delta \dot{\alpha}_k. \quad (2.19)$$

Вводя обозначение $v = -\frac{6\pi}{r_0} \left(2\Delta r + \Delta \dot{\alpha} \frac{r_0}{\omega_0} \right)$. Опуская промежуточные

выкладки, приведем модель плоского движения в виде:

$$\Delta \alpha_{k+1} = \Delta \alpha_k + \frac{\omega_0 \Delta t_k}{2\pi} v_k - \frac{2(1 - \cos \theta_k)}{r_0} a_k + \frac{2 \sin \theta_k}{r_0} b_k - \frac{2\Delta g_{Rk} (\theta_k - \sin \theta_k)}{V_0 \omega_0} - \frac{3\Delta t_k}{2r_0} \Delta t_k \Delta g_{Tk} + \frac{4(1 - \cos \theta_k)}{V_0 \omega_0} \quad (2.20)$$

$$v_{k+1} = v_k - \frac{6\pi}{V_0} \Delta g_{Tk} \Delta t_k \quad (2.21)$$

$$a_{k+1} = a_k \cos \theta_k + b_k \sin \theta_k + \frac{\sin \theta_k}{V_0 \omega_0} \Delta g_{Rk} + \frac{2(1 - \cos \theta_k)}{V_0 \omega_0} \Delta g_{Tk} \quad (2.22)$$

$$b_{k+1} = -a_k \sin \theta_k + b_k \cos \theta_k + \frac{1 - \cos \theta_k}{V_0 \omega_0} \Delta g_{Rk} + \frac{2 \sin \theta_k}{V_0 \omega_0} \Delta g_{Tk} \quad (2.23)$$

$$\theta_k = \omega_0 \Delta t_k; \quad \alpha_k = \alpha_1 + \sum_{j=1}^{k-1} \omega_0 \Delta t_j + \Delta \alpha_{k-1}$$

Здесь индекс “ k ” соответствует началу k -го интервала дискретизации Δt_k , а $(k+1)$ - его окончанию.

Вводя новый вектор состояния с компонентами

$$\mathbf{X}^T = [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4]_k, \quad x_{1k} = \Delta\alpha_k, \quad x_{2k} = v_k, \quad x_{3k} = a_k, \quad x_{4k} = b_k \quad (2.24)$$

Опуская промежуточные выкладки получим

$$\begin{aligned} x_{1k+1} &= x_{1k} + \frac{\theta_k}{2\pi} x_{2k} - \frac{2(1 - \cos \theta_k)}{r_0} x_{3k} + \frac{2 \sin \theta_k}{r_0} x_{4k} + \delta x_{1k}, \\ x_{2k+1} &= x_{2k} + \delta x_{2k} \\ x_{3k+1} &= x_{3k} \cos \theta_k + x_{4k} \sin \theta_k + \delta x_{3k}, \\ x_{4k+1} &= -x_{3k} \sin \theta_k + x_{4k} \cos \theta_k + \delta x_{4k}, \end{aligned} \quad (2.25)$$

где

$$\begin{aligned} \delta x_{1k} &= \delta\alpha_k, \quad \delta x_{2k} = -\frac{6\pi}{r_0} \left(2\delta r_k + \frac{r_0}{\omega_0} \delta\dot{\alpha}_k \right), \\ \delta x_{3k} &= \frac{\delta\dot{r}_k}{\omega_0}, \quad \delta x_{4k} = 3\delta r_k + \frac{2r_0}{\omega_0} \delta\dot{\alpha}_k. \end{aligned} \quad (2.26)$$

Если на рассматриваемом интервале времени возмущающие ускорения постоянны, то выражения (2.26) принимают вид:

$$\begin{aligned} \delta x_{1k} &= \frac{1}{V_0} \left[\frac{4(1 - \cos \theta)}{\omega_0} - \frac{3\theta(t - t_0)}{2} \right] \Delta g_{Tk} - \frac{2(\theta - \sin \theta)}{V_0 \omega_0} \Delta g_{Rk}, \\ \delta x_{2k} &= -\frac{6\pi(t - t_0)}{V_0} \Delta g_{Tk}, \\ \delta x_{3k} &= \frac{2\Delta g_{Tk} (1 - \cos \theta) + \Delta g_{Rk} \sin \theta}{\omega_0^2}, \\ \delta x_{4k} &= \frac{2\Delta g_{Tk} \sin \theta - \Delta g_{Rk} (1 - \cos \theta)}{\omega_0^2}. \end{aligned} \quad (2.27)$$

Нетрудно видеть, что постоянные ускорения вызывают периодические и вековые возмущения компонент вектора состояния в плоскости орбиты.

Наклонение, долгота восходящего узла и аргумент перигея согласно (2.5) возмущаются только бинормальным ускорением Δg_N . В результате линеаризации уравнений (2.5) при постоянном бинормальном ускорении получим:

$$i_{k+1} = i_k + \frac{2\Delta g_{Nk}}{V_0 \omega_0} \cos\left(\frac{\theta}{2} + \alpha_k\right) \sin \frac{\theta}{2},$$

$$\Omega_{k+1} = \Omega_k - \frac{2\Delta g_{Nk}}{V_0 \omega_0 \sin i_0} \sin\left(\frac{\theta}{2} + \alpha_k\right) \sin \frac{\theta}{2}, \quad (2.28)$$

$$\omega_{k+1} = \omega_k + \frac{2\Delta g_{Nk} \operatorname{ctg} i_0}{V_0 \omega_0} \sin\left(\frac{\theta}{2} + \alpha_k\right) \sin \frac{\theta}{2}.$$

2.4 Возмущения орбиты

При построении моделей возмущенного движения рассмотрим возмущения от нецентральности гравитационного поля Земли ($j = 0$), гравитации Луны и Солнца ($j = 1, 2$), давления солнечного света ($j = 3$) и ошибок величины и ориентации вектора тяги в пространстве ($j = 4$).

2.4.1 Модель гравитационного поля земли

Возмущение от нецентральности гравитационного потенциала определяется как разность между принятой моделью гравитационного потенциала и идеального, который соответствует притяжению шарообразной Земли со сферическим распределением плотности:

$$\Delta U = U - \frac{\mu}{r}$$

Наиболее удобным является представление потенциала притяжения Земли в виде разложения по сферическим функциям. Такая модель гравитационного потенциала позволяет:

- настроить любую точность/производительность модели;
- использовать стандартный интерфейс обработки гармоник различных моделей геопотенциала Земли;
- использовать стандартные данные из бюллетеней IERS, в том числе включаются наборы тессеральных, секториальных и зональных гармоник [46, 47].

Международным астрономическим союзом рекомендована следующая форма записи гравитационного потенциала во внешней точке с географическими координатами r, φ, λ :

$$U = \frac{\mu}{r} \left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} C_{n,0} \left(\frac{R_E}{r} \right)^n P_n(\sin \varphi) + \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=1}^n \left(\frac{R_E}{r} \right)^n P_{n,m}(\sin \varphi) (C_{n,m} \cos m\lambda + D_{n,m} \sin m\lambda) \right]$$

где R_E - средний экваториальный радиус Земли; $P_n(\sin \varphi)$ - полиномы Лежандра порядка n ; $P_{n,m}(\sin \varphi)$ - присоединенные функции Лежандра порядка n и индекса m ; $C_{n,m}$, $C_{n,m}$ и $D_{n,m}$ - безразмерные коэффициенты.

При этом компоненты возмущающего ускорения, вызванные нецентральности гравитационного потенциала земли имеют вид:

$$\begin{cases} \Delta g_r = -\frac{\mu}{a_e r} \sum_{n=2}^{\infty} (n+1) \left(\frac{a_e}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P_{n,m}(\sin \varphi) (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) \\ \Delta g_\varphi = \frac{\mu}{a_e r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n P'_{n,m}(\sin \varphi) \cos \varphi (C_{n,m} \cos m\lambda + S_{n,m} \sin m\lambda) \\ \Delta g_\lambda = \frac{\mu}{a_e r} \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{a_e}{r} \right)^{n+1} \sum_{m=0}^n m \frac{P_{n,m}(\sin \varphi)}{\cos \varphi} (-C_{n,m} \sin m\lambda + S_{n,m} \cos m\lambda) \end{cases} \quad (2.29)$$

где a_e - большая полуось земного эллипсоида; $C_{n,m}$, $S_{n,m}$ - численные коэффициенты модели, характеризующие форму ГПЗ, берущиеся из бюллетеней IERS.

Полиномы Лежандра $P_{n,m}$ и их производные $P'_{n,m}$ вычисляются по следующим соотношениям:

$$P_{n,m} = \begin{cases} 0, n < m \\ 1, n = m = 0 \\ P_{n-1,m-1}(\sin \varphi) \cos \varphi \sqrt{\frac{2n+1}{2n} \frac{1}{\delta m-1}}, n = m \neq 0 \\ P_{n-1,m}(\sin \varphi) \sin \varphi \sqrt{\frac{4n^2-1}{n^2-m^2}} - P_{n-2,m}(\sin \varphi) \sqrt{\frac{[(n-1)^2-m^2](2n+1)}{(n^2-m^2)(2n-3)}}, n > m \end{cases} \quad (2.30)$$

$$P'_{n,m}(\sin \varphi) = - \left[m \operatorname{tg} \varphi P_{n,m}(\sin \varphi) - \sqrt{\delta_m (n-m)(n+m+1)} P_{n,m}(\sin \varphi) \right]$$

$$\delta_m = \begin{cases} 1/2, m = 0 \\ 1, m \neq 0 \end{cases} \quad (2.31)$$

2.4.2 Силы гравитации Луны и Солнца

Воздействия гравитационных полей Солнца и Луны при движении КА на высоких орбитах сравнимы по величине с эффектом светового давления и возмущением нецентрального гравитационного поля Земли. При анализе возмущающих воздействий на КА можно рассматривать гравитационные поля Солнца и Луны как центральные. В таком случае модель вычисления компонент возмущающего ускорения, вызванного гравитационным влиянием Луны и Солнца легко рассчитать если известны геоцентрические координаты Луны и Солнца [48]:

$$\begin{aligned} g_{l,c}^x &= \mu_l \left(\frac{x_l - x}{\rho_{l,ka}^3} - \frac{x_l}{\rho_l^3} \right) + \mu_c \left(\frac{x_c - x}{\rho_{c,ka}^3} - \frac{x_c}{\rho_c^3} \right) \\ g_{l,c}^y &= \mu_l \left(\frac{y_l - y}{\rho_{l,ka}^3} - \frac{y_l}{\rho_l^3} \right) + \mu_c \left(\frac{y_c - y}{\rho_{c,ka}^3} - \frac{y_c}{\rho_c^3} \right) \\ g_{l,c}^z &= \mu_l \left(\frac{z_l - z}{\rho_{l,ka}^3} - \frac{z_l}{\rho_l^3} \right) + \mu_c \left(\frac{z_c - z}{\rho_{c,ka}^3} - \frac{z_c}{\rho_c^3} \right) \end{aligned} \quad (2.32)$$

Где (x_l, y_l, z_l) - геоцентрические координаты центра масс Луны;

(x_c, y_c, z_c) - геоцентрические координаты центра масс Солнца;

μ_l и μ_c - гравитационные постоянные Луны и Солнца соответственно;

$\rho_{l,ka}$ и $\rho_{c,ka}$ - радиус-векторы Луна-КА, Солнце-КА соответственно;

ρ_l и ρ_c - геоцентрические радиус-векторы Луны и Солнца соответственно.

Для определения координат Солнца и Луны можно использовать таблицы Астрономического ежегодника или аппроксимирующие полиномы. Для обеспечения высокой точности будем применять метод аппроксимации полиномами Чебышева определенной степени на заданном интервале на основе специализированных каталогов JPL DE/LE425[46].

Согласно методу полиномиального разложения Чебышева, каждая из координат небесного тела представлена формулой

$$x(t) \approx \tilde{x}(t) = \sum_{j=1}^n C_j T_j(\bar{t}) - \frac{C_0}{2} \quad (2.33)$$

где $x(t)$ и $\tilde{x}(t)$ – определяемая координата и ее приближение полиномом Чебышева;

t – аргумент (юлианская дата и время);

\bar{t} – нормированное значение аргумента на интервале представления $[a, b]$:

$$\bar{t} = \frac{t - \frac{a+b}{2}}{\frac{b-a}{2}} \quad (2.34)$$

C_j – известные коэффициенты полиномиального разложения, импортируемые из каталогов; n – степень разложения; $T_j(\bar{t}) = \cos(j \cdot \arccos(\bar{t}))$ – полиномы Чебышева, вычисляемые по рекуррентным формулам:

$$T_0(\bar{t}) = 1, T_1(\bar{t}) = \bar{t}, T_{n+1}(\bar{t}) = 2\bar{t} \cdot T_n(\bar{t}) - T_{n-1}(\bar{t}), n \geq 1 \quad (2.35)$$

Таким образом, можно рассчитать координаты Луны и Солнца на интересующем интервале времени при заданных коэффициентов полиномов C_i , $i=0, \dots, n$ и степени разложения n . Отметим, что использование Чебышевской аппроксимации обязательно предполагает отсутствие периодичности функции на интервале представления. Для Луны он составляет примерно 1 месяц и для Солнца – 1 год. Оптимальные в смысле совокупного критерия точности представления и потребных вычислительных ресурсов на реализацию интервалы представления существенно меньше – 4 дня для Луны и 16 дней для Солнца [46], как используемые в бюллетенях JPL DE/LE425.

Описанный в данном разделе способ вычисления эфемерид Солнца используется также при расчете координат Солнца в АГЭСК в моделях возмущающих сил и моментов, вызванных давлением солнечного света.

2.4.3 Модель давления солнечного света

Для учета возмущения от давления солнечного света используется известная модель действующей на отражающую поверхность силы [23]:

$$R_3 = C_R \frac{S_R}{m} q_R \frac{A^2}{\Delta_l^2} \quad (2.36)$$

где C_R – коэффициент отражения поверхности КА;

S_R – характерная площадь КА;

m – масса КА;

$q_R = 4.56 \cdot 10^{-6}$ Н/м² – световое давление в районе орбиты Земли;

$A = 1.4959787061 \cdot 10^{11}$ м – расстояние от Земли до Солнца;

Δ_l – расстояние от КА до Солнца.

Координаты Солнца рассчитывается согласно описанию в пункте 2.4.2. При этом можно определить видимую часть солнечного диска со стороны КА для пересчета номинального значения q_R , а также угол падения солнечных лучей на отражающую поверхность КА для вычисления нормальной проекции силы солнечного давления на корпус КА, как показан на рис. 2.3.

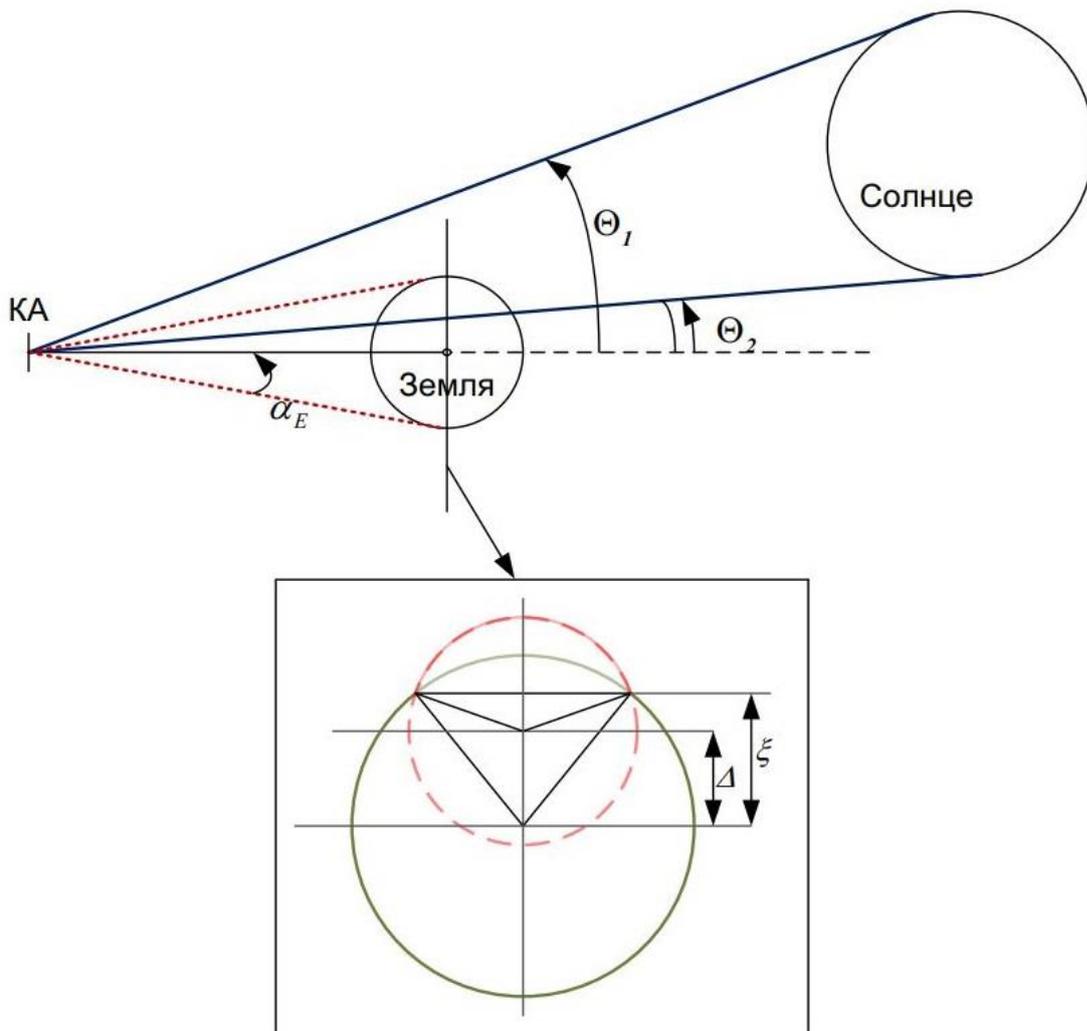


Рис. 2.3. Схема учета видимой части диска Солнца

В работе [49] разработано соотношение для расчета вектора ускорения, сообщаемого КА силой светового давления в следующем виде:

$$R_3 = k_c C_R \frac{S_R}{m} q_R \frac{A^2}{\Delta_l^2} \arccos((x_c - x_{ka})(-x_{ka})) [x_{ka} - x_c]^o \quad (2.37)$$

Где $[x_{ka} - x_c]^o$ - орт направления солнечных лучей со стороны КА;

коэффициент масштабирования $k_c = \frac{S_c^{sect} - S_c^{tr} - S_p^{sect} + S_p^{tr}}{\pi R_c'^2}$;

где $R_c' = \frac{-x_{ka} \cos \eta}{x_c - x_{ka}} R_c$ - видимый радиус Солнца;

$S_c^{sect} = R_c'^2 \cdot \arccos\left(\frac{\xi - \Delta}{R_c'}\right)$ - площадь сектора видимого Солнца;

$S_c^{tr} = (\xi - \Delta) \sqrt{R_c'^2 - (\xi - \Delta)^2}$ - площадь треугольника, вписанного в сектор видимого Солнца;

$S_p^{sect} = R_E^2 \arccos\left(\frac{\xi}{R_E}\right)$ - площадь сектора Земли, затеняющего Солнце;

$S_p^{tr} = \xi \sqrt{R_E^2 - \xi^2}$ - площадь треугольника, вписанного в сектор Земли, затеняющего Солнце;

Δ - расстояние между центром Земли и центром видимого диска Солнца;

$$\xi = \frac{R_E^2 - R_c'^2 + \Delta^2}{2\Delta} ;$$

η - угол между направлением на Солнце и на Землю;

2.4.4 Модель вектора тяги

Номинальную ориентацию вектора тяги \mathbf{P} в пространстве удобно задать в связанной орбитальной системе координат $O\xi\varphi\zeta$ углами тангажа β и рыскания γ как показано на рис. 2.4. Проекции вектора тяги на оси системы $O\xi\varphi\zeta$ имеют вид

$$P_\xi = P \cos \beta \cos \gamma ,$$

$$P_\varphi = P \cos \beta \sin \gamma ,$$

$$P_{\zeta} = P \sin \beta,$$

где P – тяга корректирующего двигателя.

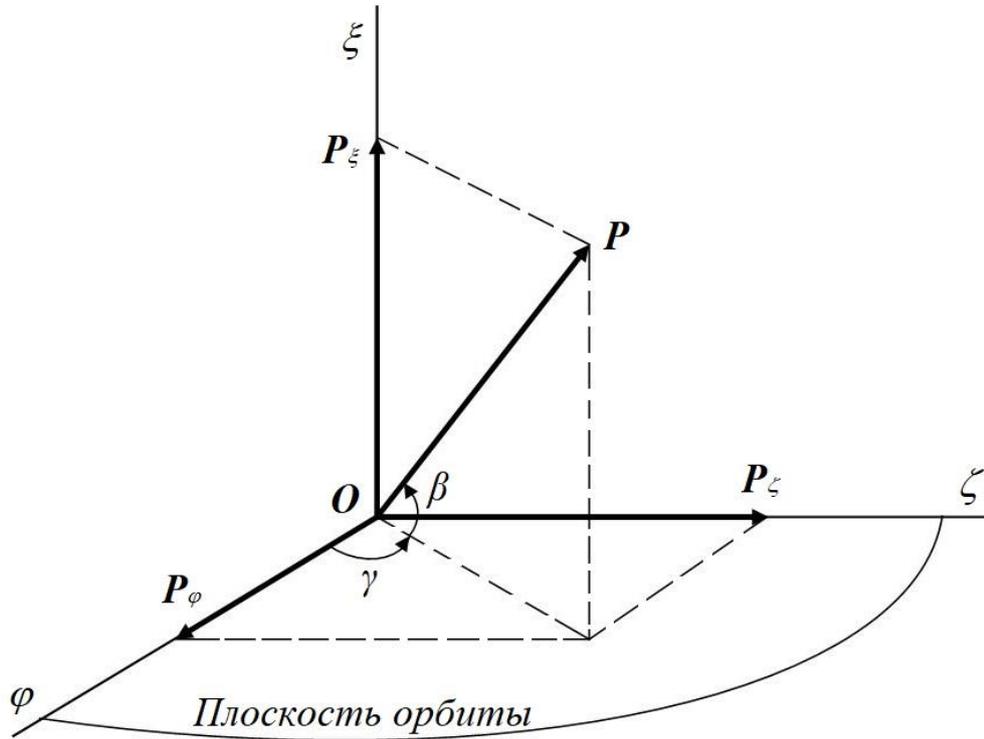


Рис. 2.4. Ориентация вектора тяги

С целью получения наиболее полной модели вектора тяги двигателя, положим что на каждом активном участке применяется собственная номинальная ориентация вектора тяги, т.е. $\beta = \beta_k$, $\gamma = \gamma_k$. Представляя каждый из углов суммой номинального угла и малой его вариации, получим:

$$\begin{aligned} P_{\xi} &= P(\cos \beta_k \cos \gamma_k - \delta\beta_k \sin \beta_k \cos \gamma_k - \delta\gamma_k \cos \beta_k \sin \gamma_k), \\ P_{\varphi} &= P(\cos \beta_k \sin \gamma_k - \delta\beta_k \sin \beta_k \sin \gamma_k - \delta\gamma_k \cos \beta_k \cos \gamma_k), \\ P_{\zeta} &= P(\sin \beta_k + \delta\beta_k \cos \beta_k), \end{aligned} \quad (2.38)$$

где β_k , γ_k – номинальные углы, $\delta\beta_k$, $\delta\gamma_k$ – ошибки ориентации вектора тяги.

Соотношения (2.38) запишем в векторно-матричной форме:

$$\mathbf{P} = P(\mathbf{P}_k + \mathbf{M}_k \mathbf{v}_k), \quad (2.39)$$

где $\mathbf{P}^T = (P_{\xi} \ P_{\varphi} \ P_{\zeta})$ – вектор тяги на k -м активном участке в орбитальной системе координат;

$$\mathbf{P}_k = \begin{pmatrix} \cos \beta_k \cos \gamma_k \\ \cos \beta_k \sin \gamma_k \\ \sin \beta_k \end{pmatrix}, \mathbf{M}_k = \begin{pmatrix} -\sin \beta_k \cos \gamma_k & -\cos \beta_k \sin \gamma_k \\ -\sin \beta_k \sin \gamma_k & -\cos \beta_k \cos \gamma_k \\ \cos \beta_k & 0 \end{pmatrix}, \mathbf{v}_k = \begin{pmatrix} \delta \beta_k \\ \delta \gamma_k \end{pmatrix}. \quad (2.40)$$

Заметим, что \mathbf{P}_k – номинальный орт вектора тяги, а \mathbf{v}_k – его вариация.

Тяга двигателя P_k равна произведению расхода массы рабочего тела на удельный импульс. Учитывая разбросы расхода топлива и удельного импульса, модель тяги имеет вид:

$$P = (c_k + \delta c_k)(J_k + \delta J_k) \cong P_k + \delta P_k, \quad (2.41)$$

где $\delta P_k = J_k \delta c_k + c_k \delta J_k$ – ошибка тяги;

c_k – номинальный расход массы рабочего тела;

J_k – номинальный удельный импульс;

$P_k = c_k J_k$ – номинальная тяга;

Предположим, что на активном участке коррекции масса КА изменяется незначительно, но отличается от расчетной на величину δm_k . При этом тяга постоянна с точностью до ошибки δP_k . Тогда ускорение от тяги можно представить как:

$$f_{pk} = \frac{P_k}{m_k} = \frac{P_k + \delta P_k}{m_k + \delta m_k}.$$

Линеаризуя это выражение разложением в ряд Тейлора в окрестности номинальных тяги и массы с точностью до линейных членов, получим:

$$f_{pk} = f_k \left(1 + \frac{\delta m_k}{m_k} + \frac{\delta P_k}{P_k} \right) = f_k (1 + \mu_k), \quad (2.42)$$

где $f_k = \frac{P_k}{m_k}$ – номинальное ускорение;

$\mu_k = \frac{\delta m_k}{m_k} + \frac{\delta P_k}{P_k}$ – случайная ошибка тяги.

Пусть в уравнениях движения ускорению от тяги двигателя коррекции соответствует индекс $j=4$.

Модель вектора $\Delta \mathbf{G}_{4k}$ ускорения от тяги на k -м активном участке следует

из (2.39), (2.42)

$$\Delta \mathbf{G}_{4k} = \begin{pmatrix} \Delta g_{4\xi} \\ \Delta g_{4\varphi} \\ \Delta g_{4\zeta} \end{pmatrix}_k = f_k (1 + \mu_k) (\mathbf{P}_k + \mathbf{M}_k \mathbf{v}_k). \quad (2.43)$$

Пренебрегая в (2.43) членом, содержащим произведение ошибок, приведем его к виду:

$$\Delta \mathbf{G}_{4k} = \mathbf{F}_k (1 + \mu_k) + \boldsymbol{\eta}_k, \quad (2.44)$$

где $\mathbf{F}_k = f_k \mathbf{P}_k$ – номинальный вектор ускорения при ориентации \mathbf{P}_k ;

$\boldsymbol{\eta}_k = f_k \mathbf{M}_k \mathbf{v}_k$ – случайный вектор аддитивных ошибок вектора \mathbf{F}_k .

Если все случайные величины в (2.44) являются гауссовскими центрированными, то статистические характеристики мультипликативного и аддитивного возмущений можно вычислить по формулам:

$$M[\mu_k] = 0, \quad \sigma_{\mu k} = \sqrt{\frac{\sigma_{mk}^2}{m_k^2} + \frac{\sigma_{pk}^2}{P_k^2}} \quad (2.45)$$

$$M[\boldsymbol{\eta}_k] = 0, \quad \mathbf{H}_k = M[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T] = f_k^2 \mathbf{M}_k \mathbf{D}_{vk} \mathbf{M}_k^T,$$

где \mathbf{D}_{vk} – корреляционная матрица вектора ошибок ориентации \mathbf{v}_k .

2.5 Модель управляемого движения КА

Пусть интервал времени $\Delta t = t - t_0$ складывается из пассивного t_k и активного τ_k участков. Тогда с учетом линеаризации уравнений движения и вышеуказанных возмущений, модель управляемого движения примет следующий вид:

$$\mathbf{X}_{k+1} = \hat{\mathbf{A}}_k \mathbf{X}_k + \hat{\mathbf{B}}_k [\mathbf{F}_k (1 + \mu_k) + \boldsymbol{\eta}_k] + \hat{\mathbf{S}}_k, \quad (2.46)$$

где \mathbf{X}_k^T – семимерный вектор состояния $\mathbf{X}_k^T = (x_{1k} \ x_{2k} \ x_{3k} \ x_{4k} \ \Delta i_k \ \Delta \Omega_k \ \Delta \omega_k)$;

$$\hat{\mathbf{A}}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_3 \end{pmatrix}; \quad \hat{\mathbf{B}}_k = \begin{pmatrix} \mathbf{B}_k & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{C}_k \end{pmatrix}, \quad (2.47)$$

\mathbf{I}_3 – единичная матрица размером 3×3 ;

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\theta_k}{2\pi} & -\frac{2(1-\cos\theta_k)}{r_0} & \frac{2\sin\theta_k}{r_0} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos\theta_k & \sin\theta_k \\ 0 & 0 & -\sin\theta_k & \cos\theta_k \end{pmatrix}, \quad (2.48)$$

$$\mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{V_0} \left[\frac{4(1-\cos\omega_0\tau_k)}{\omega_0} - \frac{3\omega_0\tau_k^2}{2} \right] & -\frac{2(\omega_0\tau_k - \sin\omega_0\tau_k)}{V_0\omega_0} \\ -\frac{6\pi\tau_k}{V_0} & 0 \\ \frac{2(1-\cos\omega_0\tau_k)}{\omega_0^2} & \frac{\sin\omega_0\tau_k}{\omega_0^2} \\ \frac{2\sin\omega_0\tau_k}{\omega_0^2} & -\frac{1-\cos\omega_0\tau_k}{\omega_0^2} \end{pmatrix}, \quad (2.49)$$

$$\mathbf{C}_k = \begin{pmatrix} \frac{2}{V_0\omega_0} \cos\left(\frac{\omega_0\tau_k}{2} + \alpha_k\right) \sin\frac{\omega_0\tau_k}{2} \\ -\frac{2}{V_0\omega_0 \sin i_0} \sin\left(\frac{\omega_0\tau_k}{2} + \alpha_k\right) \sin\frac{\omega_0\tau_k}{2} \\ \frac{2\text{ctg}i_0}{V_0\omega_0 \sin i_0} \sin\left(\frac{\omega_0\tau_k}{2} + \alpha_k\right) \sin\frac{\omega_0\tau_k}{2} \end{pmatrix}, \quad (2.50)$$

$$\theta_k = \omega_0(t_k + \tau_k). \quad (2.51)$$

$$\hat{\mathbf{S}}_k = \begin{pmatrix} \frac{1}{V_0} \left[\frac{4(1-\cos\theta_k)}{\omega_0} - \frac{3\theta_k(t_k + \tau_k)}{2} \right] \Delta g_{0T} - \frac{2(\theta_k - \sin\theta_k)}{V_0\omega_0} \Delta g_{0R} \\ -\frac{6\pi(t_k + \tau_k)}{V_0} \Delta g_{0T} \\ \frac{2\Delta g_{0T}(1-\cos\theta_k) + \Delta g_{0R} \sin\theta_k}{\omega_0^2} \\ \frac{2\Delta g_{0T} \sin\theta_k - \Delta g_{0R}(1-\cos\theta_k)}{\omega_0^2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.52)$$

Нетрудно видеть, что линеаризованная модель расщепляется на две системы. Первая из них описывает эволюцию отклонений параметров движения от номинальных в плоскости орбиты, а вторая – эволюцию параметров, характеризующих положение плоскости орбиты в пространстве. Это обстоятельство позволяет говорить о возможности раздельного синтеза алгоритмов управления движением в плоскости орбиты и управления плоскостью орбиты.

Прежде чем перейти к обсуждению алгоритмов управления СМ, приведем ряд соотношений, которые следуют из определения параметров движения в плоскости орбиты. Заметим, что постоянные управляющие и возмущающие ускорения вызывают периодические составляющие в угловом отклонении и компонентах вектора Лапласа. Вековые составляющие присутствуют только в двух из них – угловом отклонении и скорости дрейфа.

Введем в рассмотрение среднее угловое отклонение:

$$y_{k+1} = \Delta\alpha_{k+1} - 2e_{k+1} \sin \vartheta_{k+1}. \quad (2.53)$$

При малых эксцентриситетах среднее угловое отклонение практически совпадает с истинным с точностью до колебаний, обусловленных эллиптичностью орбиты. Период колебаний совпадает с периодом обращения по опорной орбите. Если одной из целей управления является скругление орбиты, то среднее угловое отклонение можно использовать вместо $\Delta\alpha_k$.

С учетом (2.24) выражение (2.53) имеет вид:

$$y_{k+1} = \Delta\alpha_{k+1} - 2 \frac{x_{3k+1}}{r_0}.$$

откуда с учетом (2.25) находим

$$y_{k+1} = y_k + \frac{\theta_k}{2\pi} x_{2k} + \delta y_k, \quad (2.54)$$

где
$$\delta y_k = \delta\alpha_k - \frac{2\delta x_{3k}}{r_0}. \quad (2.55)$$

Используя определения компонент вектора Лапласа x_{3k} и x_{4k} , третье и

четвертое уравнения системы (2.25) можно привести к более компактному:

$$x_{3k+1} = r_0 e_k \sin(\theta_k + \mathcal{G}_k) + \delta x_{3k}, \quad (2.56)$$

$$x_{4k+1} = r_0 e_k \cos(\theta_k + \mathcal{G}_k) + \delta x_{4k}, \quad (2.57)$$

откуда согласно (2.14) (2.15) и (2.24) получаем уравнение для эксцентриситета орбиты:

$$e_{k+1} = e_k + 2A_{ek} \sin(\theta_k + \psi_k), \quad (2.58)$$

где
$$A_{ek} = \sqrt{\delta x_{3k}^2 + \delta x_{4k}^2}, \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{\delta x_{3k}}{\delta x_{4k}}. \quad (2.59)$$

В полученной модели управляемого возмущенного движения КА компонентами обобщенного вектора управления являются:

- номинальная ориентация вектора тяги β_0, γ_0 ;
- длительности активных участков $\{ \tau_k \}$;
- знак ускорения от тяги (или ускорение от тяги) $\{ f_k \}$;
- длительности пассивных участков $\{ t_k \}$;
- количество коррекций N .

ГЛАВА 3. СИНТЕЗ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ЦЕНТРА МАСС СМ

В настоящей главе решается задача синтеза алгоритмов автономного управления движения центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции.

Как было показано в Главе 1, задача управления центра масс СМ на каждом из этапов в процессе обслуживания ЦМ на ГСО имеет свою специфику и должна решаться соответствующим алгоритмом управления. Таким образом, общий алгоритм управления заключается в последовательном выполнении алгоритмов управления на этапах приведения и удержания, как показано на рис. 3.1.



Рис. 3.1. Последовательность выполнения алгоритмов управления СМ

3.1 Синтез алгоритмов управления на этапе перевода СМ в окрестности ЦМ

В данном разделе решается задача синтеза алгоритмов автономного управления движения центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ, находящегося в известной позиции на ГСО.

Цель управления заключается в переводе СМ из одной заданной точки пространства в другую с заданной терминальной точностью при минимальном значении критерия оптимальности с учетом ограничений.

Для перевода СМ из одной точки в другую в общем случае требуется определить количество коррекций, интервалы времени между коррекциями, ориентацию вектора тяги и приращения характеристической скорости на каждой коррекции с учетом терминальных требований

3.1.1 Алгоритм управления на этапе перевода СМ в окрестности ЦМ

Как было показано в разделе 2.5, линеаризованная модель (2.46) расщепляется на две подсистемы: Первая из них описывает эволюцию отклонений параметров движения от номинальных в плоскости орбиты; а вторая – эволюцию параметров, характеризующих положение плоскости орбиты в пространстве. Это обстоятельство позволяет говорить о реальной возможности раздельного синтеза алгоритмов управления в плоскости орбиты и управления плоскостью орбиты. Отметим, что модели коррекции наклона, долготы восходящего узла и аргумента перигея независимы, а по форме совпадают с моделью задачи однопараметрической коррекции, подробно рассмотренной в [41].

Модель управляемого движения в плоскости орбиты принимает вид:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k u_k (1 + \mu_k) + \mathbf{S}_k + \zeta_k, \quad k = \overline{1, N} \quad (3.1)$$

где $\mathbf{x}_k = (y_k \ v_k \ e_{xk} \ e_{yk})^T$; вектор аддитивного возмущения представим в форме $\zeta_k = \mathbf{B}_k \eta_k + \xi_k$, где η_k – аддитивная ошибка исполнения коррекции; ξ_k – случайный вектор, возмущающий прогноз вектора состояния \mathbf{x}_{k+1} ; вектор \mathbf{S}_k содержит первые четыре элемента вектора $\hat{\mathbf{S}}_k$. В рамках стохастического подхода все возмущения

(кроме \mathbf{S}_k) являются гауссовыми с известными статистическими характеристиками. При этом:

$$\mathbf{M}[\mu_k^2] = \sigma_{\mu k}^2, \quad \mathbf{M}[\boldsymbol{\eta}_k \boldsymbol{\eta}_k^T] = \mathbf{H}_k, \quad \mathbf{M}[\boldsymbol{\zeta}_k \boldsymbol{\zeta}_k^T] = \mathbf{B}_k \mathbf{H}_k \mathbf{B}_k^T + \mathbf{N}_k = \mathbf{V}_k \quad (3.2)$$

Введем в рассмотрение обобщенный вектор управления $\mathbf{U} = (u \mid t \mid N)$ и его допустимую область $\hat{\mathbf{U}} = \{ \mathbf{U} \mid t_k \geq t_k^l, k = \overline{1, N} \}$ где $u = \{ u_k, k = \overline{1, N} \}$ – последовательность активных воздействий. Длительность активного участка τ_k коррекции связана с модулем u_k линейной зависимостью $\tau_k = \rho_\tau |u_k|$, где ρ_τ – коэффициент пропорциональности; $t = \{ t_k, k = \overline{1, N} \}$ – последовательность интервалов между коррекциями (длительности пассивных участков); t_k^l и t_k^h нижнее и верхнее ограничение длительности k -го пассивного участка;

В начальный момент времени ($k=1$) элементы вектора отклонений x_1 заданы. Считается, что СМ находится в заданной точке, если после последней коррекции, элементы вектора x_{N+1} удовлетворяет конечным требованиям, т.е.

$$|\Delta y_{N+1}| \leq \Delta y_m, \quad |v_{N+1}| \leq v_m, \quad \sqrt{\frac{e_{x,N+1}^2 + e_{y,N+1}^2}{r_o^2}} \leq e_m \quad (3.3)$$

В рамках линейно-квадратичного синтеза управления движением дискретной системы (3.1) оценки характеристической скорости и терминальной точности заменим квадратичными формами. В общем случае квадратичные оценки характеристической скорости и терминальной точности имеют вид

$$J_0 = \sum_{k=1}^N u_k^T \mathbf{W}_k u_k \quad \text{и} \quad J_1 = \mathbf{x}_{N+1}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_{N+1} \quad \text{соответственно.}$$

Для учета ограничений на траекторию относительного движения СМ и ЦМ введем в рассмотрение

$$\text{квадратичную функцию } J_2 = \sum_{k=1}^N \mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k. \quad \text{Матрицы } \mathbf{W}_k, \boldsymbol{\lambda}, \text{ и } \mathbf{Q}_k \text{ – положительно-}$$

определенные симметричные. Отметим, что в нашем случае управление u_k скаляр, который можно трактовать как вектор размерности 1, поэтому использование квадратичной формы правомерно. При этом матрица \mathbf{W} вырождается в скалярный

коэффициент w . Для решения задачи синтеза управления в линейно-квадратичной постановке вводится обобщенный критерий

$$J = M \left[\sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{u}_k^T w_k \mathbf{u}_k) + \mathbf{x}_{N+1}^T \lambda \mathbf{x}_{N+1} \right] \quad (3.4)$$

Для решения задачи оптимального управления применяется комбинированный метод оптимизации [50]. Искомый вектор управления разбивается на две составляющие – программную и синтезируемую.

Программной составляющей является последовательность t и число коррекций N . Для отыскания программной составляющей можно применить необходимые условия оптимальности и численные методы.

Синтезируемой составляющей является последовательность u . Блок поиска u использует алгоритм линейно-квадратичного синтеза оптимального управления стохастической дискретной системы. Блок поиска программной составляющей на каждой итерации обращается к блоку синтеза, в котором происходит определение коэффициентов обратной связи линейного закона, позволяющего вычислять активные управляющие воздействия каждой коррекцией. Очевидно, что синтезируемая составляющая зависит от программной. Попутно в блоке синтеза вычисляется значение обобщенного критерия J его составляющие. Значение J возвращается в процедуру поиска программной составляющей. Процесс поиска программной составляющей заканчивается, если очередная итерация не улучшает предыдущее ее приближение.

Блок-схема комбинированного метода оптимизации показана на рис. 3.2.



Рис. 3.2. Комбинированный метод оптимизации

3.1.1.1 Алгоритм поиска программной составляющей

Программной составляющей является последовательность длительностей пассивных участков t_k , и число коррекций N . Принципиальным является ограничение длительности пассивных участков снизу. Это позволит учесть время, необходимое для подготовки к проведению динамических операций. Ограничение сверху скорее методическое, чем техническое, позволяет исключить появление решений о дрейфе в нужном направлении с малой скоростью. Формально задачу определения моментов проведения коррекций можно интерпретировать как задачу нелинейного программирования, решаемую численно. Теоретически это приемлемо, но вряд ли применимо в автономной системе управления. Дело в том, что ни один из известных методов численного решения задачи нелинейного программирования в принципе не может учесть факт влияния момента включения двигателя на эволюцию параметров вектора состояния СМ, в результате чего будут выполняться бесполезные итерации. В связи с этим в алгоритме автономного управления для формирования программной составляющей следует использовать знания, а не численные методы. Иными словами, выбор момента проведения коррекции не должен противоречить основной цели управления, т.е. обеспечению требуемой точности перевода СМ в целевую точку при минимальном критерии оптимальности.

Для поиска начального приближения программной составляющей используем упрощенную модель движения в плоскости орбиты, разработанную в работе [27]. В ее состав включаются уравнения эволюции среднего углового отклонения y_k , скорости дрейфа v_k и эксцентриситета орбиты e_k :

$$y_{k+1} = y_k + \frac{\theta_k}{2\pi} v_k + \frac{\omega_0 \tau_k}{4\pi} u_k; \quad (3.5)$$

$$v_{k+1} = v_k + u_k; \quad k = 1..N \quad (3.6)$$

$$e_{k+1} = \sqrt{e_k^2 + c_k^2 + 2e_k c_k \cos\left(\theta_k + \mathcal{J}_k - \frac{\omega_0 \tau_k}{2}\right)}; \quad (3.7)$$

где f_k – трансверсальное ускорение от тяги двигателя;

$$u_k = -\frac{6\pi\tau_k f_k}{V_0}; \quad (3.8)$$

$$c_k = \Delta e_k \sin \frac{\omega_0 \tau_k}{2}; \quad (3.9)$$

$$\Delta e_k = \frac{4f_k}{V_0 \omega_0}; \quad (3.10)$$

Для удобства отнесем длительности пассивного и активного участков к периоду обращения по номинальной орбите T_0 . В результате получаем уравнение эволюции среднего углового отклонения с безразмерными длительностями пассивного и активного участков:

$$y_{k+1} = y_k + v_k t_k + \rho_k |u_k| \left(v_k + \frac{u_k}{2} \right) \quad (3.11)$$

где $\rho_k = \frac{V_0}{6\pi f_k T_0}$.

Уравнения (3.5) - (3.7) удобно использовать для анализа траекторий алгоритмов управления в фазовой плоскости. Уравнения (3.5) и (3.6) суть известные в механике соотношения между расстоянием, скоростью и ускорением и поэтому синтез алгоритмов управления с помощью фазовой плоскости не представляет затруднений. Формально уравнение управляемой эволюции эксцентриситета с ними явно не связано, но она проявляется через управление скоростью дрейфа. Поэтому при использовании фазовой плоскости необходимо учитывать характер эволюции эксцентриситета в зависимости от момента включения двигателя, так и от длительности активного участка.

Задача управления эксцентриситетом многократно рассматривается в ряде источниках. Как описано в работе [27], существует три возможных способов управления эксцентриситетом и соответственно с ними сформулированы правила выбора длительности пассивных и активных участков:

Изменение (увеличение или уменьшение) на максимально возможную величину в течение одного активного участка.

Если эксцентриситет необходимо уменьшить, момент включения двигателя

коррекции следует вычислять по формуле:

$$t_k = t_k^- = 0.25T_0 \left[1 - \text{sign} \left(u_k \sin \frac{\omega_0 \tau_k}{2} \right) \right] - \frac{g_k}{\omega_0} - \frac{\tau_k}{2} + n_k T_0 \quad (3.12)$$

Если эксцентриситет необходимо увеличить:

$$t_k = t_k^+ = 0.25T_0 \left[1 + \text{sign} \left(u_k \sin \frac{\omega_0 \tau_k}{2} \right) \right] - \frac{g_k}{\omega_0} - \frac{\tau_k}{2} + n_k T_0 \quad (3.13)$$

Целое число n_k суть количество пассивных витков перед коррекцией, которое будет программной составляющей управления вместо длительности пассивного участка.

Максимально возможное изменение эксцентриситета достигается если длительность активного участка кратна половине периода опорной орбиты. Иными словами:

$$\tau_k = m_k \frac{T_0}{2} \quad (3.14)$$

где m_k – любое нечетное число. При этом эксцентриситет гарантированно убывает, если $e_k > \Delta e_k$. При этом можно оценить минимальное количество коррекций для устранения начального эксцентриситета e_1 до предельно допустимого значения e_m :

$$N^H = \left[\frac{e_1 - e_m}{\Delta e_k} \right] + 1 \quad (3.15)$$

где: $[.]$ –целая часть числа.

Изменение эксцентриситета на заданную величину

При необходимо изменить эксцентриситет с величины e_k до величины $e_{k+1} = e_k^*$, для простоты момент включения двигателя выбирается согласно (3.12) и (3.13). Для уменьшения эксцентриситета длительность активного участка вычисляем по формуле:

$$\tau_k = \begin{cases} \frac{2}{\omega_0} \arcsin \left| \frac{e_k - e_k^*}{\Delta e_{mk}} \right| + 2T_0 m_k \\ -\frac{2}{\omega_0} \arcsin \left| \frac{e_k - e_k^*}{\Delta e_{mk}} \right| + T_0 (2m_k - 1) \end{cases} \quad (3.16)$$

Если эксцентриситет необходимо увеличить:

$$\tau_k = \begin{cases} \frac{2}{\omega_0} \arcsin \left| \frac{e_k + e_k^*}{\Delta e_{mk}} \right| + 2T_0 m_k \\ -\frac{2}{\omega_0} \arcsin \left| \frac{e_k + e_k^*}{\Delta e_{mk}} \right| + T_0 (2m_k - 1) \end{cases} \quad (3.17)$$

Формулы (3.16), (3.17) вырождаются, если аргумент функции \arcsin превосходит единицу.

Обеспечение постоянства эксцентриситета

Моменты включения ДУ определяются согласно (3.12), длительность активного участка должна удовлетворять неравенству:

$$T_0 \left(m_k - \frac{\varphi_k}{\pi} \right) < \tau_k < T_0 \left(m_k + \frac{\varphi_k}{\pi} \right) \quad (3.18)$$

где $\varphi_k = \arcsin \frac{2e_k}{\Delta e_{mk}}$.

Если в начале коррекции эксцентриситет примерно равен нулю, то момент включения двигателя может быть любым. Чтобы эксцентриситет в результате коррекции не превысил заданного значения, например, $e_{k+1} \leq e_m$, необходимо ограничить длительность активного участка и тем самым – приращение скорости дрейфа:

$$T_0 \left(n_k - \frac{\hat{\beta}_k}{\pi} \right) \leq \tau_k \leq T_0 \left(n_k + \frac{\hat{\beta}_k}{\pi} \right) \quad (3.19)$$

где $\hat{\beta}_k = \arcsin \frac{e_m}{\Delta e_m}$, $e_m \leq \Delta e_m$.

Полученные зависимости определяют возможные способы управления эксцентриситетом, которые позволяют сузить область поиска начального

приближения программной составляющей управления. Найденные результаты далее будем использовать при формировании начального приближения программной составляющей.

Сначала получим алгоритм поиска начального приближения программной составляющей при числе коррекций не более двух. Для этого применяется алгоритм фазирования при числе коррекции не более двух. Попутно сформулируем необходимые и достаточные условия его применимости. Затем попытаемся получить алгоритм поиска программной составляющей при произвольном числе коррекций фазирования.

Коррекция с одним активным участком. Алгоритм А-1. Отнесем начальные условия к моменту $k=1$ и положим $N=1$. Управление, обеспечивающее выполнение терминальных требований $y_{N+1} = v_{N+1} = 0$ следует из (3.5), (3.6):

$$y_k + v_k t_k + \rho_k |u_k| \left(v_k + \frac{u_k}{2} \right) = 0,$$

$$v_k + u_k = 0.$$

Решая эту систему уравнений относительно неизвестных t_k и u_k , получим

$$u_k = -v_k, \quad \tau_k = \rho |u_k|, \quad (3.20)$$

$$t_k = -\frac{y_k}{v_k} - \rho_k \frac{|v_k|}{2}. \quad (3.21)$$

Необходимые условия применимости алгоритма:

1) Скорость дрейфа и угловое отклонение в начальный момент времени удовлетворяют условию $y_k \cdot v_k < 0$.

2) Длительность пассивного участка, оказывается не менее ограниченной величины, т.е. $t_k \geq t_k^l$.

Если необходимые условия применимости выполнены, находим характеристическую скорость ΔV_Σ и длительность процесса t_Σ :

$$\Delta V_\Sigma = \tau_k |f_k| = \rho_k |u_k f_k|; \quad t_\Sigma = t_k + \tau_k \quad (3.22)$$

Достаточные условия применимости алгоритма.

- 1) Терминальный эксцентриситет удовлетворяет условию $e_{N+1} \leq e_m$.
- 2) Длительность коррекции не превосходит заданного значения.

Очевидно, что при проведении одной коррекции расход рабочего тела и длительность процесса определяются только начальными условиями. Длительность приведения может оказаться неприемлемой из-за чрезмерно большого пассивного участка (нарушается ограничение $\sum_{k=1}^N (t_k + \tau_k) \leq t_{\Sigma}^*$). Кроме того, так как момент включения двигателя жестко определен условием (3.21), возможность изменения эксцентриситета в нужную сторону отсутствует.

При проведении двух коррекций с одной стороны появляется возможность уменьшения времени за счет увеличения средней скорости дрейфа, а с другой стороны – управления эксцентриситетом.

Коррекция с двумя активными участками. Алгоритм А-2. На рис. 3.3 показаны три вида фазовых траекторий коррекции на плоскости «угловое отклонение (y) – дрейф (v)». Начало координат соответствует целевой долготе СМ. Активным участкам соответствуют параболические отрезки траекторий.

Траектория типа “а” обеспечивает минимальную длительность процесса коррекции. Приращение скорости дрейфа должно быть определено с учетом

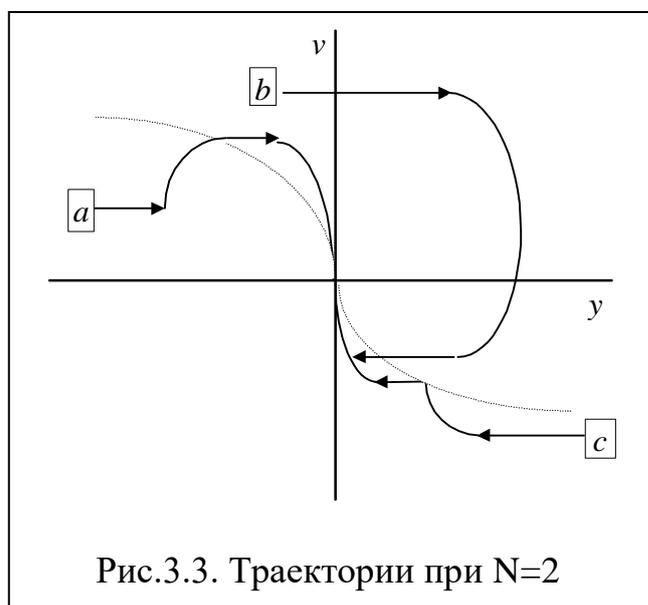


Рис.3.3. Траектории при N=2

ограничения на характеристическую скорость. При этом длительность первого пассивного участка должна быть минимально допустимой.

Траектория “b” имеет место в случаях, когда знаки углового отклонения и скорости дрейфа в начальный момент времени совпадают, либо СМ «проскакивает» линию переключения тяги раньше чем можно включить двигатель. Линия переключения образована двумя отрезками парабол, (активных

участков), проходящих через начало координат $(y-v)$.

Траектория типа “с” обеспечивает минимум характеристической скорости. Чтобы попутно снизить и длительность коррекции, последний пассивный участок должен быть минимально возможным.

Параметры управления $\{t_k, u_k, \tau_k, k=1,2\}$ в этих случаях можно найти аналитически, если не учитывать ограничение на терминальный эксцентриситет. Аналитическое решение дает основной алгоритм управления. Если его применение не позволяет выполнить условие по эксцентриситету, соответствующее решение используется как начальное приближение для численного поиска.

Для нахождения $\{t_k, u_k, \tau_k, k=1,2\}$ применяются следующий вспомогательный алгоритм.

Вспомогательный алгоритм А-2. Длительности обоих пассивных участков зададим равными t_1^H и t_2^H соответственно. Параметры управления найдем из уравнения

$$y_2 + t_2^H v_2 + \rho |u_2| \left(v_2 + \frac{|u_2|}{2} \right) = 0, \quad (3.23)$$

где $y_2 = y_1 + t_1^H v_1 + \rho |u_1| \left(v_1 + \frac{|u_1|}{2} \right); \quad v_2 = v_1 + u_1; \quad u_2 = -v_2 .$

Квадратное уравнение (3.23) решаем относительно неизвестной переменной u_1 с исключением абсолютных значений с помощью уравнения линии переключения. Вычисления осуществляем в такой последовательности:

1) Положим $t_1 = t_1^H, t_2 = t_2^H, \Gamma_1 = \Gamma(y_1 + v_1 t_1, v_1, t_2);$

2) Вычислим коэффициенты квадратного уравнения

$$a = \rho \Gamma_1, b = t_2 + \rho v_1 \Gamma_1, \quad c = y_1 + (t_1 + t_2) v_1 + \rho \frac{v_1^2 \Gamma_1}{2}, d = b^2 - 4ac ;$$

3) Если $d < 0$, то уравнение соответствует траектории типа «с» когда приращения скорости дрейфа u_1 и u_2 имеют одинаковые знаки. При этом формально положим:

$$a = 0; \quad b = t_2; \quad c = y_1 + (t_1 + t_2)v_1 - \rho \frac{v_1^2 \Gamma_1}{2};$$

4) Вычислим управление

$$u_1 = \begin{cases} \frac{\sqrt{d} - b}{a} & , a \neq 0 \\ \left| \frac{c}{b} \right| \Gamma_1 & , a = 0 \end{cases} ; \quad u_2 = -(v_1 + u_1).$$

Алгоритм А-2 можно применить при любых положительных значениях t_1 и t_2 . После определения параметров управления вычисляем терминальный эксцентриситет. Если он не превышает заданного значения, управление запоминается.

Численный алгоритм управления N-2. Численный метод поиска управления используется тогда, когда попытка применить алгоритмы А-1 и (или) А-2 оказалась безуспешной. Численный метод заключается в переборе величин u_1 на интервале $[u^0 - \Delta u, \Delta u]$, где u^0 – значение, найденное с помощью одного из вспомогательных алгоритмов, а Δu – шаг поиска. Отметим, что в случае траектории типа «с» значение u^0 равно по модулю начальной скорости дрейфа. Длительность первого пассивного участка вычисляем согласно (3.15). На каждом шаге поиска моделируем уравнения движения для определения терминального эксцентриситета. Процесс прекращается сразу, как только терминальный эксцентриситет оказывается не больше заданного. В противном случае алгоритм возвращает параметры управления, обеспечивающие минимально возможный терминальный эксцентриситет.

Схема рабочего алгоритма фазирования по упрощенной модели (3.5)-(3.7) показана на рис.3.4. Далее этот алгоритм будем называть Д-алгоритмом фазирования.

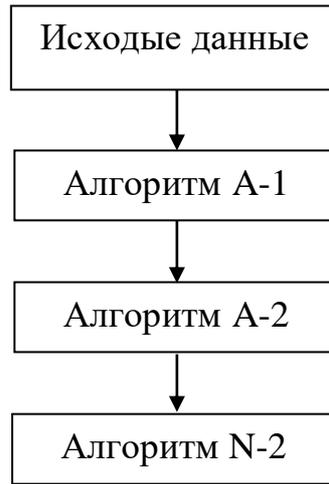


Рис. 3.4. Блок-схема Д-алгоритма фазирования

При числе коррекции больше двух существует 4 возможных типа фазовых траекторий, как показанные на рис.3.5

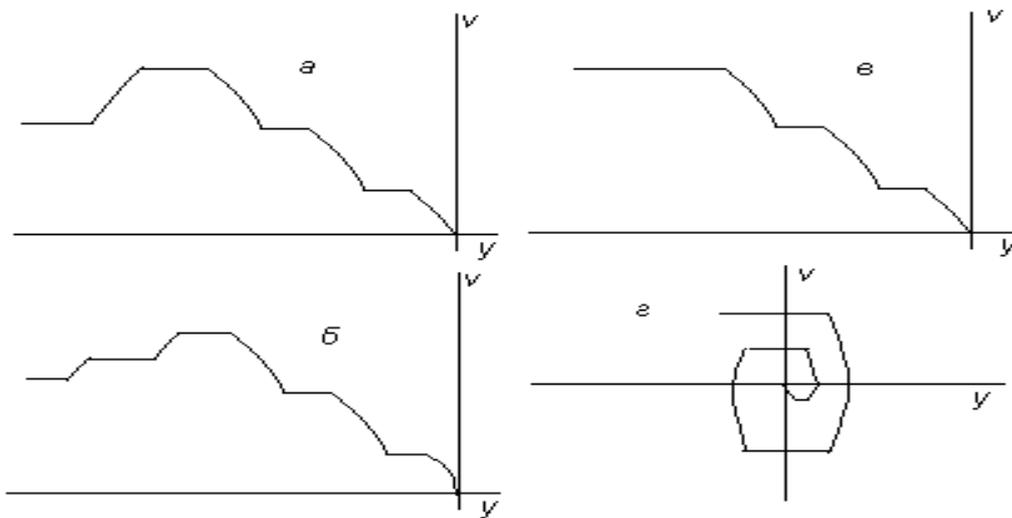


Рис. 3.5. Варианты траектории при $N > 2$

Рис. 3.5.а показывает траекторию с одним участком разгона до максимально допустимой скорости дрейфа, за которым следует участок ступенчатого торможения, которая соответствует процессу коррекции с точки зрения минимума длительности. Траектории с несколькими участками разгона (рис.3.5.б) менее предпочтительны так как средняя скорость движения будет меньше чем в первом случае и, следовательно, длительность процесса увеличивается.

Рис.3.5.в показывает пример фазовой траектории при минимизации характеристической скорости. Такая траектория не должна содержать участки

разгона. Возможны также и траектории с чередованием разгонов и торможений, а также с периодическим изменением знака скорости дрейфа вблизи начала координат как на рис. 3.5.г.

Представляет интерес получение необходимых условий существования траектории того или иного вида. Для этого в работе [27] формулированы необходимые условия оптимальности при торможении, которые определяют условия, которым должны удовлетворять координаты (y_j, v_j) и управление $\{u_j, t_j\}$ (точнее – их целочисленные аргументы), чтобы при ступенчатом торможении достигался минимум времени приведения. При этом предполагается, что число коррекций фиксировано и последовательности $\{u_j, t_j, j = \overline{k, N}\}$, где k – момент начала участка торможения, заданы с точностью до целочисленных параметров.

Оптимально в смысле быстродействия при торможении достигается при [27]:

$$y_j + s_j v_j + \rho \left| v_j \right| \frac{v_j}{2} = 0 \quad (3.24)$$

$$\text{где } s_j = t_j^H + s_{j+1} \left| \frac{v_{j+1}}{v_j} \right|, s_{N+1} = 0. \quad (3.25)$$

Попадание на границу области наилучшего быстродействия в режиме ступенчатого торможения осуществляется при длительности k -го пассивного участка задается следующим выражением:

$$t_k = -\frac{y_k - s_{k+1} v_{k+1}}{v_k} - \rho \frac{|v_k|}{2}, t_k \geq t_k^H \quad (3.26)$$

Длительности остальных пассивных участков равняются минимально допустимым значениям.

Это и позволяет сформулировать правило выбора целочисленных параметров алгоритмов управления эксцентриситетом, предложенных выше. Так, на участке ступенчатого торможения целочисленные параметры n_k и m_k , входящие в то или иное выражение длительностей пассивного и активного участков, должны выбираться так, чтобы изменение скорости дрейфа было бы

минимально возможным, а длительность пассивного участка была бы близка к значению, вычисляемому согласно (3.26).

3.1.1.2 Алгоритм поиска синтезируемой составляющей

При синтезе оптимального управления системы (3.1) используется критерий оптимальности (3.4).

Для поиска синтезируемой составляющей используется достаточное условие оптимальности для линейных дискретных стохастических систем при управлении по полным данным с квадратичным критерием качества. Оптимальное управление удовлетворяет рекуррентному соотношению [42]:

$$R_k(\mathbf{x}_k) = \min_{u_k} M \left[R_{k+1}(\mathbf{x}_{k+1}) / \mathbf{x}_k, u_k \right] \quad (3.27)$$

$$R_{N+1}(\mathbf{x}_{N+1}) = \mathbf{x}_{N+1}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_{N+1}$$

В работе [27, 50] было доказано, что функция будущих потерь $R_k(\mathbf{x}_k)$, удовлетворяющая (3.28), при оптимальном управлении

$$u_k = -\mathbf{L}_k \mathbf{x}_k - \mathbf{d}_k, \quad (3.28)$$

имеет вид

$$R_k(\mathbf{x}_k) = \mathbf{x}_k^T \boldsymbol{\lambda}_k \mathbf{x}_k + 2\mathbf{G}_k^T \mathbf{x}_k + C_k \quad (3.29)$$

Коэффициенты обратной связи \mathbf{L}_k и компенсационные составляющие d_k определяются следующими рекуррентными соотношениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{L}_k &= \Gamma_k^{-1} \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{A}_k; \quad \mathbf{d}_k = \Gamma_k^{-1} \mathbf{B}_k^T (\boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{S}_k + \mathbf{G}_{k+1}); \\ \Gamma_k &= \mathbf{W}_k + \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{B}_k (1 + \sigma_{\mu k}^2); \\ \boldsymbol{\lambda}_k &= \mathbf{Q}_k + \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{A}_k + \mathbf{L}_k^T \Gamma_k \mathbf{L}_k - \mathbf{A}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{B}_k \mathbf{L}_k - \mathbf{L}_k^T \mathbf{B}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{A}_k; \\ \mathbf{G}_k &= \mathbf{A}_k^T (\mathbf{G}_{k+1} + \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{S}_k) - \mathbf{L}_k^T \Gamma_k \mathbf{d}_k; \\ C_k &= C_{k+1} + \text{Sp}(\mathbf{V}_k \boldsymbol{\lambda}_{k+1}) + \mathbf{S}_k^T \boldsymbol{\lambda}_{k+1} \mathbf{S}_k + 2\mathbf{G}_{k+1}^T \mathbf{S}_k - \mathbf{d}_k^T \Gamma_k \mathbf{d}_k \\ \boldsymbol{\lambda}_{N+1} &= \boldsymbol{\lambda}; \quad \mathbf{G}_{N+1} = \mathbf{0}; \quad C_{N+1} = 0. \end{aligned} \quad (3.30)$$

Анализ вышеуказанных рекуррентных соотношений показывает, что в общем случае коэффициенты обратной связи \mathbf{L}_k зависят от времени и

статистических характеристик мультипликативного возмущения. Наличие систематических возмущений приводит к изменению только самой структуры оптимального управления, что выражается в появлении смещения \mathbf{d}_k , учитывающего систематические возмущения.

Нетрудно видеть, что коэффициенты обратной связи можно рассчитать по рекуррентным соотношениям только в том случае, если коэффициенты уравнений (матрицы \mathbf{A} и \mathbf{B}) не зависят от управления u_k . В нашем случае длительности активных участков τ_k , входящие в выражения коэффициентов уравнений, зависят от u_k . Это обстоятельство не позволяет использовать известный алгоритм линейно-квадратичного синтеза непосредственно. Поэтому здесь необходимо применить метод последовательных приближений. Суть метода заключается в том, что если «заморозить» элементы матриц коэффициентов уравнений движения, тогда коэффициенты обратной связи и компенсационные векторы рассчитываем по вышеприведенным рекуррентным соотношениям. После этого их надо уточнить. Для этого численно интегрируем полную модель управляемого движения СМ (уравнения Ньютона) с учетом нецентральности гравитационного поля Земли, притяжения Луны и Солнца и давления солнечного света. На каждом шаге моделирования вычисляется новое управление u_k и соответствующая ему длительность активного участка τ_k . Попутно вычисляем суммарное время коррекции и характеристическую скорость.

При использовании полной модели движения, на выходе блока синтеза мы получим уже готовую циклограмму процесса перевода СМ в требуемую точку в окрестности ЦМ.

Блок-схема поиска синтезируемой составляющей показана на рис. 3.6.



Рис. 3.6. Блок синтеза

В ряде публикаций, например [51, 52, 53], отмечали плохую сходимость метода последовательных приближений. А для управления сервисным модулем на ГСО в автономном режиме алгоритм синтеза должен быть максимально устойчивым. Следует ожидать, что сходимость метода последовательных приближений на прямую связана с удачностью начального приближения. Для обеспечения сходимости и стабильности метода будем применять вспомогательный алгоритм генерации начального приближения.

3.1.2 Алгоритм генерации начального приближения

Предлагаемый алгоритм основан на анализе профиля оптимальной траектории, оценивает потребное количество коррекций и формулирует правила назначения последовательностей активных и пассивных участков процесса управления движением центра масс $\{u_k^0\}$ и $\{t_k^0\}$, $k = \overline{1, N}$.

Определение профиля траектории. Начальное приближение искомого управления не должно противоречить выбранному пользователем критерию оптимальности (время или характеристическая скорость), начальным условиям и ограничениям. Для его генерации воспользуемся Д-алгоритмом фазирования. Действительно, алгоритм фазирования позволяет сгенерировать профиль траектории, который соответствует принятому критерию оптимальности. Решение корректно если начальный эксцентриситет можно ликвидировать не более чем при двух коррекциях орбиты. Если перед обращением к Д-алгоритму отключить проверку терминального эксцентриситета, то на его выходе мы получим профиль траектории и управление $\{u_k^0\}$ и $\{t_k^0\}$, $k = \overline{1, N}$, адекватные критерию оптимальности.

Оценка количества коррекций. Нижнюю оценку количества коррекций N^H потребного для достижения заданного терминального эксцентриситета дает формула (3.18). Иными словами:

$$N^H = \left[\frac{e_1 - e_m}{\Delta e_k} \right] + 1$$

где: $[.]$ –целая часть числа.

Правило назначения последовательности $\{u_k^0\}$ и $\{t_k^0\}$. Начальное приближение синтезируемой составляющей сформируем с учетом профиля траектории. В силу свойств алгоритма, на его выходе может быть получена траектория одного из трех профилей, показанных на рис. 3.3. Будем их трансформировать в траектории, подобные тем что показаны на рис. 3.5.

Для траектории минимума затрат топлива (рис. 3.5.в) последний активный

участок примем равным предельно допустимому u_N^B , а остальные распределим равномерно,

где u_N^B - верхнее ограничение на величину последнего управляющего воздействия u_N , при котором заданная терминальная точность достигается автоматически, полученное в работе [50]:

$$u_N^B = \min \left\{ \sqrt{\frac{2\sigma_y^*}{\rho_N \sigma_{\mu_N}}}, u_N^e \right\} \quad (3.31)$$

где $u_N^e = \frac{\rho_N}{\pi} \arcsin \frac{e_m}{\Delta e_m}$; σ_y^* - Среднеквадратическое отклонение (СКО)

терминального углового отклонения; σ_{μ} - СКО ошибки исполнения коррекции.

Тогда начальное приближение управления определяется по следующим формулам:

$$u_N^0 = -u_N^B \operatorname{sgn} v_1, u_j^0 = -\frac{|v_1| - |u_N^0|}{N-2} \operatorname{sgn} v_1, \quad j=1, N-1. \quad (3.32)$$

Длительности всех пассивных участков кроме первого зададим минимально допустимыми, а длительность первого участка вычислим по алгоритму оптимального торможения, которая вычисляется по рекуррентное соотношение (3.26).

$$t_j^0 = t_j^H, \quad j=2, N, \quad (3.33)$$

$$t_1^0 = \begin{cases} t_1^H, & \tilde{t} \leq t_1^H \\ \tilde{t} & \text{- в противном случае} \end{cases}, \quad (3.34)$$

$$\text{где } \tilde{t} = -\frac{y_1 + s_2(v_1 + u_1^0)}{v_1} - \rho \frac{|v_1|}{2}. \quad (3.35)$$

Для вычисления S_2 используется рекуррентное соотношение (3.25) и (3.26) при найденной последовательности управлений $\{u_j^0\}$ согласно (3.32) и

соответствующих ей отношения $\frac{v_{j+1}}{v_j}$.

Для траектории оптимального быстродействия (см. рис. 3.5.а) начальное приближение участка торможения формируем аналогично предыдущему случаю, формально полагая $y_1 = y_{2,д}$, $v_1 = v_{2,д}$, где $y_{2,д}$ и $v_{2,д}$ – угловое отклонение и скорость дрейфа после первой коррекции по Д-алгоритму фазирования. Начальные параметры для первой коррекции принимаем полученными по алгоритму двухимпульсной коррекции.

3.2 Синтез алгоритмов управления СМ на этапе инспекции

В настоящем пункте решается задача синтеза алгоритмов автономного управления движения центра масс СМ на этапе инспекции, в течение которой необходимо удерживать его относительно положения ЦМ. Этап удержания относительного положения начинается после этапа приведения, когда СМ уже находится в окрестности ЦМ на геостационарной орбите.

3.2.1 Постановка задачи управления на этапе инспекции

Считается, что в начальный момент времени СМ находится в окрестности ЦМ, расстояние d между ними находится в заданных пределах, параметры орбит известны. Будем рассматривать случай инспекции, т.е. наблюдения за ЦМ в течение конечного отрезка времени, предполагая что совмещение плоскостей орбит СМ и ЦМ проведено на этапе приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ. Стабилизация положения СМ относительно цели осуществляется периодическими коррекциями большой полуоси и эксцентриситета.

Современные требования к стабилизации ЦМ в окрестности номинальной долготы заданы прямоугольным параллелепипедом со сторонами $72 \times 72 \times 36$ км, что соответствует максимальному отклонению по долготе и широте $\pm 0.05^\circ$. Наиболее существенным возмущением движения в окрестности ГСО является ускорение от секториальных гармоник геопотенциала, приводящее к изменению периода обращения и, тем самым, к смещению КА вдоль орбиты по долготе (восток-запад) в плоскости орбиты. Эллиптичность орбиты (пусть даже

небольшая) вызывает колебания относительно средней точки рабочей позиции вдоль орбиты и вдоль радиуса. В случае размещения внутри рабочей области двух КА (СМ и ЦМ) указанные требования распространяются на каждый из них. Таким образом, при инспекции пассивного ЦМ необходимо стабилизировать СМ в рабочей области с учетом требования к расстоянию между ними.

Процесс удержания представляет собой повторяющуюся последовательность пассивных и активных участков в режиме трехосной стабилизации СМ в орбитальной связанной системе координат. В данной работе рассматривается ограниченная задача удержания СМ в плоскости средней орбиты без коррекций наклона.

Требуется синтезировать алгоритм проведения коррекций удержания СМ относительно ЦМ – периодичность коррекций (интервалы времени) и закон вычисления величин приращений характеристической скорости от двигателей с учетом возмущений. Напомним, что векторы состояния СМ и ЦМ (параметры их орбит) оцениваются автономной навигационной системой с точностью, соответствующей требованиям радионавигационного плана Российской Федерации 2019 г. [56].

На основе изложенного техническая задача управления удержанием СМ относительно ЦМ формулируется следующим образом: Требуется определить интервалы между коррекциями удержания, величины приращений характеристической скорости на каждой из коррекций удержания, которые обеспечивают принадлежность вектора состояния объекта $\mathbf{x}(t)$ заданному множеству $\mathbf{G}_x(t)$ с учетом ошибок прогноза относительного движения и исполнения коррекций в течение времени наблюдения.

3.2.2 Анализ неуправляемого движения СМ относительно ЦМ

Характер пассивного относительного движения в зависимости от начальных условий можно установить, обратившись к уравнению углового движения (2.20) при $\Delta g_{Rk} = \Delta g_{Tk} = 0$. Преобразуя сумму членов этого уравнения, содержащих тригонометрические функции, получим:

$$\Delta\alpha_{k+1} = \Delta\alpha_k + \frac{t}{T_0} v_k + 4e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\mathcal{G}_k + \frac{\theta_k}{2} \right). \quad (3.36)$$

Если периоды обращения обоих КА равны, то $v_k = 0$ и

$$\Delta\alpha_{k+1} = \Delta\alpha_k + 4e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\mathcal{G}_k + \frac{\theta_k}{2} \right). \quad (3.37)$$

Нетрудно видеть, что угловое отклонение колеблется с амплитудой $\Delta\alpha_{\max} = 4e_k$. Точки экстремума отклонения имеют место при $\mathcal{G} + \theta = \pi/2$ и $3\pi/2$. Характер движения вдоль радиус-вектора также колебательный, что следует из уравнения (2.16)

$$\Delta r_{k+1} = a_k \sin \theta_k - b_k \cos \theta_k + 2d_k \quad (3.38)$$

$$\text{где } d_k = 2\Delta r_k + \frac{r_0}{n_0} \Delta \dot{\alpha}_k = -\frac{r_0}{6\pi} v_k. \quad (3.39)$$

Наибольшее отклонение вдоль радиус-вектора имеет место в апоцентре, а наименьшее - в перигентре:

$$\Delta r^B = -\frac{r_0}{3\pi} v_k + \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \quad \Delta r^H = -\frac{r_0}{3\pi} v_k - \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad (3.40)$$

Амплитуда радиальных колебаний при этом равна $\delta r_m = r_0 e_k$. Амплитуда колебаний вдоль орбиты составит $\delta l_m = 4r_0 e_k$. Иными словами, в линейных единицах измерения амплитуда колебаний вдоль орбиты в четыре раза больше амплитуды вдоль радиуса и определяется лишь ее эллиптичностью.

Уравнение эволюции углового расстояния между СМ и ЦМ найдем, раскрыв с помощью (3.36) соотношение $\delta\alpha_{k+1} = \Delta\alpha_{S_{k+1}} - \Delta\alpha_{T_{k+1}}$, где индекс «S» соответствует наблюдателю (СМ), а «Т» - цели (ЦМ). В результате

$$\delta\alpha_{k+1} = \delta\alpha_k + \frac{t_k}{T_0} \delta v_k + 4 \sin \frac{\theta_k}{2} \left[e_{S_k} \cos \left(\mathcal{G}_{S_k} + \frac{\theta_k}{2} \right) - e_{T_k} \cos \left(\mathcal{G}_{T_k} + \frac{\theta_k}{2} \right) \right] \quad (3.41)$$

где $\delta v_k = v_{S_k} - v_{T_k}$ - относительная скорость дрейфа. Преобразуя выражение в квадратных скобках, получим

$$\delta\alpha_{k+1} = \delta\alpha_k + \frac{t_k}{T_0} \delta v_k + 4\delta e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\psi_k + \frac{\theta_k}{2} \right) \quad (3.42)$$

где δe_k – разность эксцентриситетов СМ и ЦМ;

$$\delta e_k = \sqrt{e_{Sk}^2 + e_{Tk}^2 - 2e_{Sk}e_{Tk} \cos(\vartheta_{Sk} - \vartheta_{Tk})}; \operatorname{tg} \psi_k = \frac{e_{Sk} \sin \vartheta_{Sk} - e_{Tk} \sin \vartheta_{Tk}}{e_{Sk} \cos \vartheta_{Sk} - e_{Tk} \cos \vartheta_{Tk}} \quad (3.43)$$

Таким образом, характер движения вдоль орбиты в данном случае такой же (гармонические колебания) с амплитудой равной $4\delta e_k$ или, в линейных величинах $\delta l = 2r_0 \delta e_k$. Амплитуда колебаний зависит от эксцентриситетов обеих орбит. Аналогичный результат получается и при рассмотрении относительного движения вдоль радиус-вектора

$$\Delta r_{k+1} = -\frac{r_0}{3\pi} \Delta v_k + 2r_0 \delta e_k \sin \frac{\theta_k}{2} \cos \left(\psi_k + \frac{\theta_k}{2} \right) \quad (3.44)$$

Если плоскости орбит обоих КА совпадают, то существует четыре основных типа траекторий относительного движения. Траектории показаны на рис.3.7 построены в координатах модели (3.42): $\delta\alpha$ - среднее угловое расстояние между КА, δv - скорость дрейфа СМ относительно ЦМ.

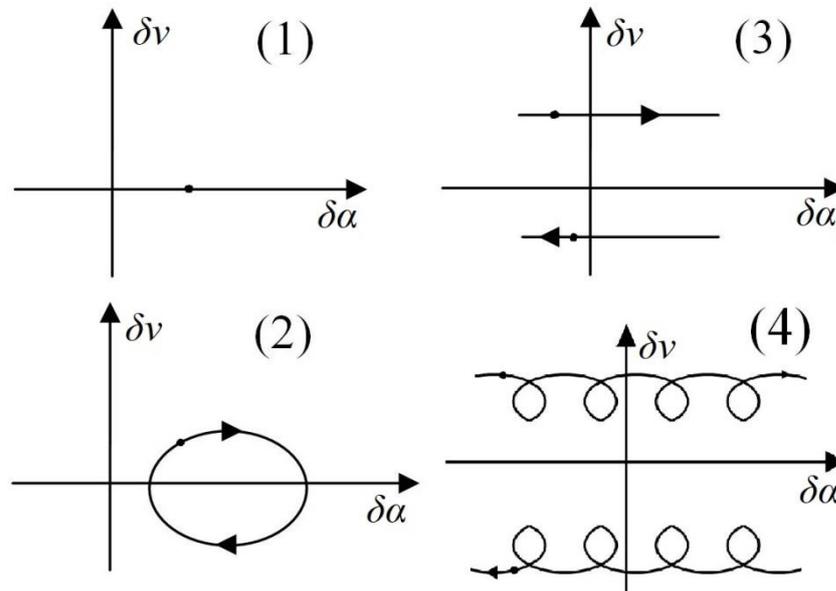


Рис.3.7. Типы траекторий относительного движения

Траектория типа 1 вырождена в точку на оси $\delta v = 0$. Этот случай имеет место если периоды обращения СМ и ЦМ, эксцентриситеты их орбит совпадают. Это значит, что СМ и ЦМ находятся на одной и той же орбите и на одинаковой высоте. Траектория типа 2 соответствует случаю, когда периоды обращения СМ и ЦМ совпадают, но эксцентриситеты их орбит различны. Амплитуда угловых

колебаний пропорциональна разности эксцентриситетов и, как показано выше, составляет $4\delta e_k$. Траектория типа 3 имеет место, когда эксцентриситеты орбит равны, но периоды обращения различны. Наконец, траектория типа 4 соответствует случаю разных периодов и эксцентриситетов. В этом случае СМ движется относительно ЦМ по эллипсу с подвижным центром.

Сформулируем теперь общие требования к параметрам орбиты СМ, наблюдающего за ЦМ. Отметим, что возможны два способа размещения СМ относительно ЦМ. В первом случае СМ расположен либо за ЦМ, либо впереди него. Во втором случае реализуется относительная траектория облета ЦМ. Пусть D_{\min} и D_{\max} - минимально и максимально допустимые расстояния между наблюдателем и целью. Тогда в первом случае следует ограничение сверху на разности эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ $\delta e^B \leq (D_{\max} - D_{\min}) / 8r_0$. При этом номинальное угловое расстояние между СМ и ЦМ равно $\Delta u_{nom} = (D_{\max} + D_{\min}) / 2r_0$. Данный случай может быть реализован при идеальном совпадении периодов обращения СМ и ЦМ. Поэтому значение δe^B является оценкой сверху. В рамках первого способа коррекции удержания должны быть нацелены на минимизацию разности эксцентриситетов. Предельная траектория относительного движения показана на рис.3.8.

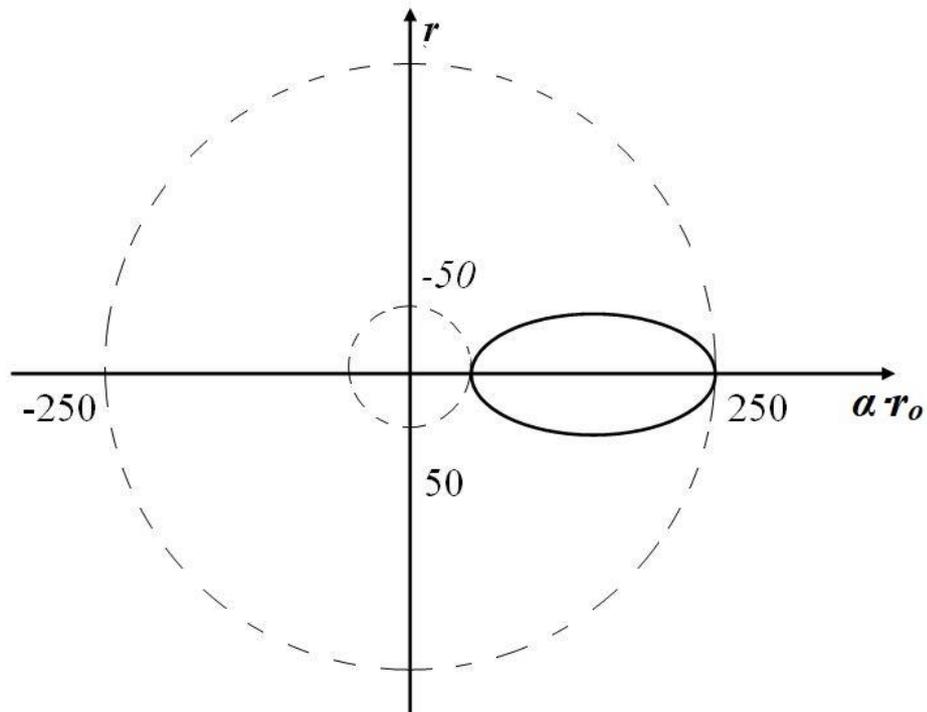


Рис. 3.8. Предельная траектория относительного движения в случае СМ
расположен впереди ЦМ

Во втором случае (облетная траектория, показанная на рис.3.9) имеет диапазон, которому должен принадлежать эксцентриситет. С одной стороны, из ограничения на минимальное расстояние D_{\min} с учетом амплитуды колебаний вдоль радиуса имеем $\delta e^H = D_{\min}/2r_0$. С другой стороны ограничение на D_{\max} приводит к ограничению на эксцентриситет сверху (максимальная амплитуда колебаний имеет место вдоль орбиты) $\delta e^B = D_{\max}/4r_0$. Для реализации второго варианта СМ выводится, например, в апогей орбиты, имеющей период обращения ЦМ, с обеспечением условий $\Delta u_{\text{ном}} = 0$; $\delta e^H \leq \delta e \leq \delta e^B$.

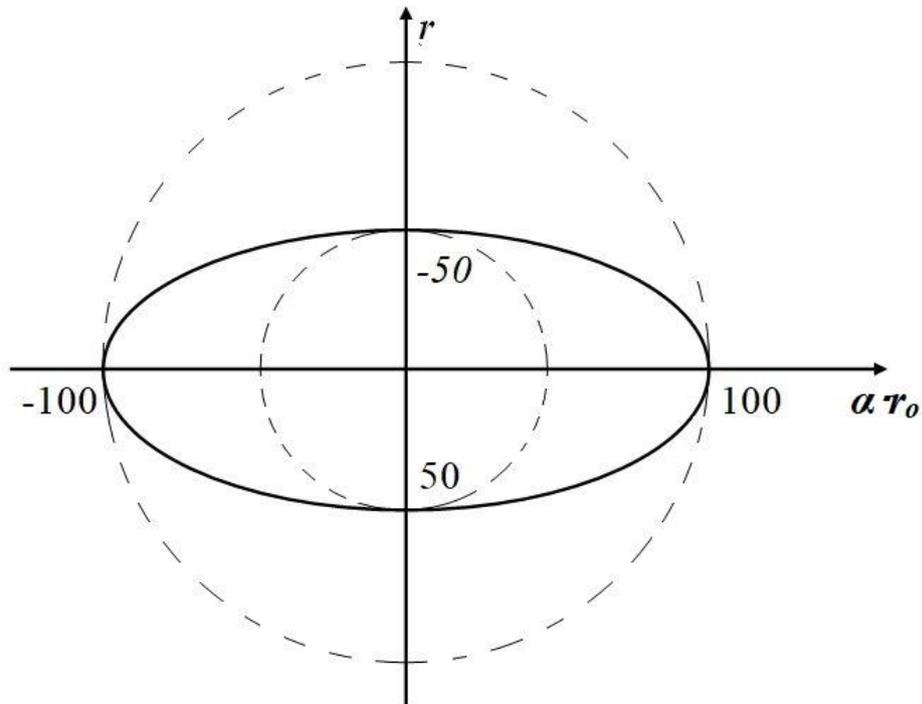


Рис. 3.9. Облётная траектория относительного движения

При реализации двух рассмотренных способов размещения СМ относительно ЦМ, любой маневр ЦМ приведет к нарушению ограничений по дальности.

3.2.3 Алгоритм управления на этапе инспекции

Ниже предлагается метод управления движением, основанный на доступности полного вектора состояния СМ и ЦМ при условии постепенной ликвидации рассогласования эксцентриситетов их орбит.

В п.3.2.2 была получена следующая формула для определения разности эксцентриситетов СМ и ЦМ (3.43):

$$\delta e_k = \sqrt{e_{Sk}^2 + e_{Tk}^2 - 2e_{Sk}e_{Tk} \cos(\vartheta_{Sk} - \vartheta_{Tk})}$$

Геометрическая интерпретация уравнения (3.44) для δe_k представлена на рис. 3.10:

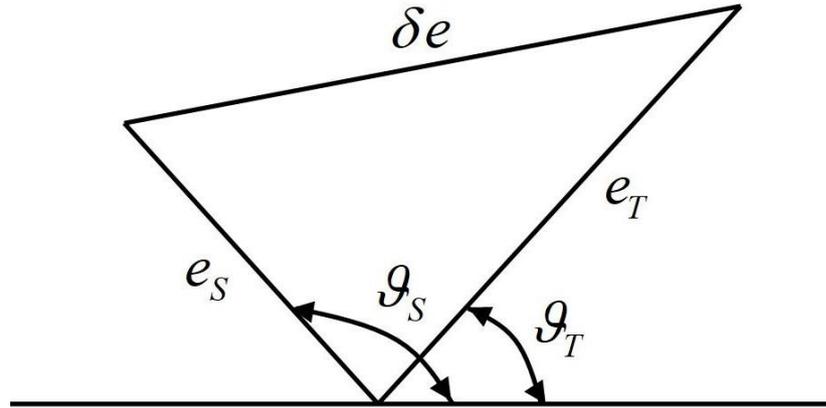


Рис. 3.10. Геометрическая интерпретация отклонения эксцентриситетов

Как видно из рис.3.10, величина δe_k может служить мерой отличия e_{Sk} от e_{Tk} . Другими словами, уменьшая δe_k мы уравниваем эксцентриситеты орбит сближаем g_S , g_T , и, как следствие, управляем гринвичской долготой СМ.

Можно показать, что для эффективного устранения разности эксцентриситетов следует выбирать длительность пассивных участков между коррекциями равными

$$\Delta t_k = T_0 \left\{ n_k + 0.25 \left[1 - \text{sign}(u_k \alpha_k) \right] \right\} - \frac{\psi_k}{\omega} - \frac{\tau_k}{2}, \quad (3.45)$$

где m_k – целое положительное число;

$$\text{tg} \psi_k = \frac{e_{Sk} \sin g_{Sk} - e_{Tk} \sin g_{Tk}}{e_{Sk} \cos g_{Sk} - e_{Tk} \cos g_{Tk}}.$$

При оговоренных условиях имеем оценку снизу количества включений ДУ, потребного для устранения начальной разности эксцентриситетов δe_1 до величины δe_m $N_e = \left[(\delta e_1 - \delta e_m) / \Delta e_m \right] + 1$, где $[\cdot]$ -целая часть числа.

Из системы (2.20)-(2.23) выделим уравнения, описывающие эволюцию среднего углового расстояния и периода обращения (скорости дрейфа), учитывая в них ошибки реализации управляющего воздействия при корректировании среднего углового расстояния. После преобразований эти уравнения принимают вид

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + [v_k + u_k(1 + \mu_k)]\Delta t_k + b_s \Delta t^2 + b_r \Delta t + \xi_{yk}, \quad k = \overline{1, N} \\ v_{k+1} &= v_k + u_k(1 + \mu_k) + 2b_s \Delta t_k + \xi_{gk} \end{aligned} \quad (3.46)$$

где индекс “ k ” соответствует моменту включения двигателя коррекции; u_k - приращение скорости дрейфа, обусловленное работой ДУ; μ_k - мультипликативная ошибка реализации корректирующего воздействия u_k ; N - количество коррекций; ξ_{yk} , ξ_{gk} - случайные аддитивные возмущения, которые были рассмотрены в 2.4. Коэффициенты b_r и b_s вычисляются по формулам.

$$b_r = -\frac{2(\Delta g_{rr} + \Delta g_{msr})}{V_0}; \quad b_s = \frac{-3\pi}{V_0}(\Delta g_{rs} + \Delta g_{mss})$$

где Δg_{rr} , Δg_{rs} - проекции гравитационного возмущающего ускорения; Δg_{msr} , Δg_{mss} - проекции осредненного на интервале Δt возмущающего ускорения от гравитационных полей Луны и Солнца.

Из системы (3.46) перепишем уравнения управляемого движения наблюдателя и неуправляемого движения цели в следующем виде, где индекс «S» соответствует наблюдателю (СМ), а «Т» - цели (ЦМ):

$$\begin{aligned} y_{Sk+1} &= y_{Sk} + [v_{Sk} + u_k(1 + \mu_k)]\Delta t_k + b_{Ss} \Delta t^2 + b_{Sr} \Delta t + \xi_{Syk}, \quad k = \overline{1, N} \\ v_{Sk+1} &= v_{Sk} + u_k(1 + \mu_k) + 2b_{Ss} \Delta t_k + \xi_{Svk} \end{aligned} \quad (3.47)$$

$$\begin{aligned} y_{Tk+1} &= y_{Tk} + v_{Tk} \Delta t_k + b_{Ts} \Delta t^2 + b_{Tr} \Delta t + \xi_{Tyk}, \quad k = \overline{1, N} \\ v_{Tk+1} &= v_{Tk} + 2b_{Ts} \Delta t_k + \xi_{Tvk} \end{aligned} \quad (3.48)$$

После этапа приведения, расстояние между СМ и ЦМ маленькое по сравнению с расстояниями до Земли и Солнца и Луны, поэтому можно считать, что:

$$b_{Ss} = b_{Ts}; b_{Sr} = b_{Tr} \quad (3.49)$$

Вычитая (3.47) и (3.48) с учетом (3.49) получаем модель движения СМ относительно ЦМ в следующем виде:

$$\begin{aligned} y_{k+1} &= y_k + [v_k + u_k(1 + \mu_k)]\Delta t_k + \xi_{yk}, \quad k = \overline{1, N} \\ v_{k+1} &= v_k + u_k(1 + \mu_k) + \xi_{vk} \end{aligned} \quad (3.50)$$

где: $y_k = y_{Sk} - y_{Tk}$; $v_k = v_{Sk} - v_{Tk}$; $\xi_{yk} = \xi_{Syk} - \xi_{Tyk}$; $\xi_{vk} = \xi_{Svk} - \xi_{Tv k}$

Система (3.50) легко приводится к более удобному виду, а именно

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{B}_k (1 + \mu_k) u_k + \boldsymbol{\xi}_k \quad (3.51)$$

где $\mathbf{x}_k = (y_k, v_k)^T$; $\boldsymbol{\xi}_k = (\xi_{yk}, \xi_{vk})^T$.

$$\mathbf{A}_k = \begin{pmatrix} 1 & \Delta t_k \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \mathbf{B}_k = \begin{pmatrix} \Delta t_k \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

Формально, система (3.51) имеет такую же форму, как в (3.1). Аналогично задаче приведения, здесь для оценки качества процесса удержания используется обобщенный критерий оптимальности в форме (3.4):

$$J = M \left[\sum_{k=1}^N (\mathbf{x}_k^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_k + u_k^T w_k u_k) + \mathbf{x}_{N+1}^T \boldsymbol{\lambda} \mathbf{x}_{N+1} \right]$$

При решении задачи оптимального управления в этом случае так же применяется комбинированный метод оптимизации. Отличие только в том, что в уравнении (3.51) отсутствует вектор систематических возмущений. Поэтому в законе управления теперь нет компенсационной составляющей, т.е.

$$u_k = -\mathbf{L}_k \mathbf{x}_k \quad (3.53)$$

Рекуррентные соотношения для вычисления коэффициенты обратной связи \mathbf{L}_k в этом случае имеют такую же форму, как в (3.30). Нужно отметить, что в рекуррентных соотношениях теперь используются векторы и матрицы из (3.52).

В нашем случае, при инспекции заранее техническое состояние цели не известно, поэтому длительность процесса инспекции и число коррекций не определены. В данной ситуации воспользуемся понятием установившегося режима. Это допущение позволяет вычислять коэффициенты обратной связи закона управления по рекуррентные соотношения (3.30) формально полагая $N=1$, и пересчитывают их перед проведением каждой коррекции. При этом проводим ликвидацию разности эксцентриситетов и скоростей дрейфа на каждой коррекции.

Чтобы вычислить управление поставим матрицы \mathbf{A}_k и \mathbf{B}_k из (3.52) в (3.30),

положим $k=N=I$. Для простоты опускаем индекс k в уравнениях. Учитываем, что

матрица λ симметричная, имеет вид: $\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{12} & \lambda_{22} \end{bmatrix}$, получаем:

$$\begin{aligned} \Gamma &= \mathbf{W} + (\Delta t \ 1) \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta t \\ 1 \end{pmatrix} (1 + \delta_\mu^2) = \\ &= \mathbf{W} + (\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{21} \quad \lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22}) \begin{pmatrix} \Delta t \\ 1 \end{pmatrix} (1 + \delta_\mu^2) = \end{aligned} \quad (3.54)$$

$$\begin{aligned} &= \mathbf{W} + ((\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{21})\Delta t + \lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22})(1 + \delta_\mu^2) = \\ &= \mathbf{W} + (\lambda_{11}\Delta t^2 + (\lambda_{21} + \lambda_{12})\Delta t + \lambda_{22})(1 + \delta_\mu^2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \Gamma^{-1} \mathbf{B}^T \mathbf{K} \mathbf{A} = \Gamma^{-1} (\Delta t \ 1) \begin{pmatrix} \lambda_{11} & \lambda_{12} \\ \lambda_{21} & \lambda_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \\ &= \Gamma^{-1} (\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{21} \quad \lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22}) \begin{pmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \end{aligned} \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} &= \Gamma^{-1} (\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{21} \quad (\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{21})\Delta t + \lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22}) = \\ &= \Gamma^{-1} (\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{21} \quad \lambda_{11}\Delta t^2 + \lambda_{21}\Delta t + \lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22}) \end{aligned}$$

Поставить (3.54) и (3.55) в (3.53) получаем закон управления:

$$u = \frac{\lambda_{11}\Delta t + \lambda_{12}}{w + (1 + \delta_\mu^2)(\lambda_{11}\Delta t^2 + 2\lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22})} y + \frac{\lambda_{11}\Delta t^2 + 2\lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22}}{w + (1 + \delta_\mu^2)(\lambda_{11}\Delta t^2 + 2\lambda_{12}\Delta t + \lambda_{22})} v$$

Введем обозначения $\chi_1 = \frac{\lambda_{22}}{\lambda_{11}}$, $\chi_2 = \frac{\lambda_{12}}{\lambda_{11}}$. В итоге получаем закон управления

коррекции в следующем виде:

$$u = \frac{\Delta t + \chi_2}{\frac{w}{\lambda_{11}} + (\Delta t^2 + 2\chi_2\Delta t + \chi_1)(1 + \delta_\mu^2)} y + \frac{\Delta t^2 + 2\chi_2\Delta t + \chi_1}{\frac{w}{\lambda_{11}} + (\Delta t^2 + 2\chi_2\Delta t + \chi_1)(1 + \delta_\mu^2)} v \quad (3.57)$$

Пассивные участки рассчитываются по уравнению (3.45).

ГЛАВА 4. ИМИТАЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ ЦЕНТРА МАСС СМ НА ЭТАПАХ ПРИВЕДЕНИЯ В ОКРЕСТНОСТЬ РАБОЧЕЙ ПОЗИЦИИ ЦМ И УДЕРЖАНИЯ ОТНОСИТЕЛЬНО ЕГО

Классическим инструментом формирования и исследования облика системы управления КА является имитационное моделирование [54, 55]. Реализацией облика рассматриваемой системы является программно-моделирующий комплекс (ПМК), обеспечивающий имитацию процесса ее функционирования с учетом особенностей внешней среды.

Имитационное моделирование рассматриваемой в работе сложной системы создано с помощью проблемно-ориентированного программного языка. В составе ПМК включаются разработанные в данном исследовании модели и алгоритмы управления движением СМ и ЦМ.

Данная глава содержит описание созданного ПМК, а также результатов проведения с его помощью вычислительных экспериментов для предварительной оценки статистических характеристик точности обеспечиваемых разработанными алгоритмами автономного управления.

В данной работе проведено моделирование как для случая с идеальным управлением, так и статистическое моделирование при заданных статистических характеристиках случайных величин.

4.1 Описание программного комплекса

Для моделирования управляемого возмущенного движения СМ на этапах приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания его относительно ЦМ создан многофункциональный программный комплекс, предназначенный для отработки элементов прототипа автономной системы управления. Комплекс создан как инструмент отработки алгоритмов автономного управления в рамках решения рассмотренной в работе задачи. Программный комплекс имеет

модульную архитектуру, схема которой показана на рис 4.1.

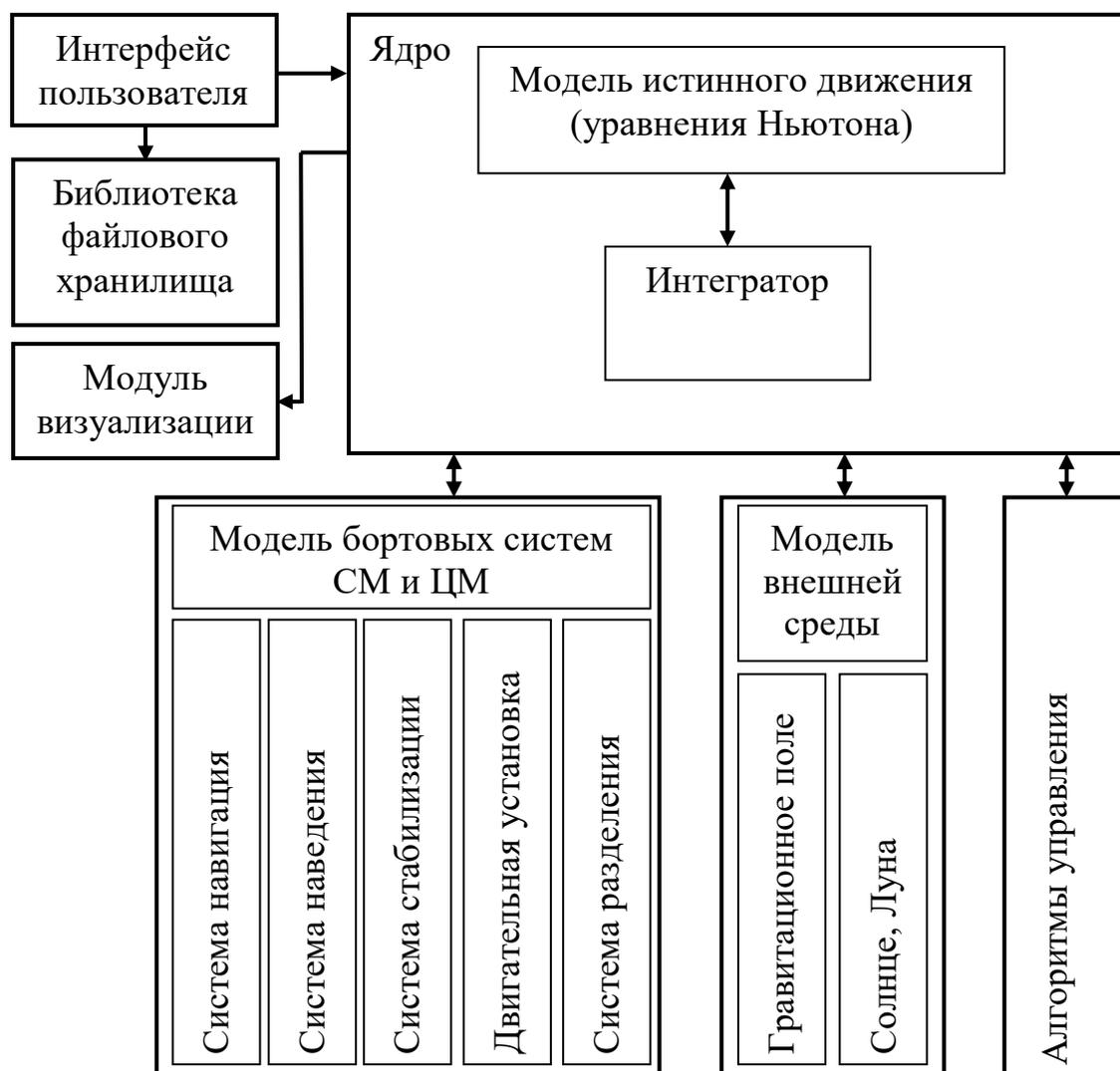


Рис 4.1. Структурная схема ПМК

Как показаны на рис. 4.1, в ПМК, блоки моделирования функционирования бортовых систем СМ, ЦМ и воздействия внешней среды создаются независимо от ядра. В них моделируются различные алгоритмы работы систем КА и создаются модели внешних воздействий различной точности. При моделировании в ядре можно применить любую созданную модель той или иной бортовой системы КА для конкретной динамической операции. Моделирование возмущений осуществляется с помощью одной из созданных моделей и требуемой точности расчёта.

Модуль истинного движения позволяет моделировать движение КА с

учетом детерминированных и случайных возмущающих воздействий, таких как

- несферичность гравитационного поля Земли;
- гравитация Луны и Солнца;
- давление солнечного света;
- ошибки тяги ДУ;
- ошибки ориентации вектора тяги ДУ;
- ошибки навигационной системы.

Модуль интерфейса пользователя и модуль визуализации предназначены для взаимодействия с оператором и служат для установки параметров моделирования и отображения результатов моделирования.

Такая архитектура ПМК позволяет исследовать различные алгоритмы управления. В текущей версии ПМК реализуются алгоритмы перевода СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции.

На основе этой архитектуры был разработан комплекс с использованием объектно-ориентированного подхода.

Пользовательский интерфейс ПМК показан на рис. 4.2. Отсюда пользователь может задавать все необходимые параметры моделирования, проводить моделирование и сохранять полученные результаты в файлах.

Модуль визуализации отображает результаты моделирования в виде графиков и таблиц, как показано на рис. 4.3.

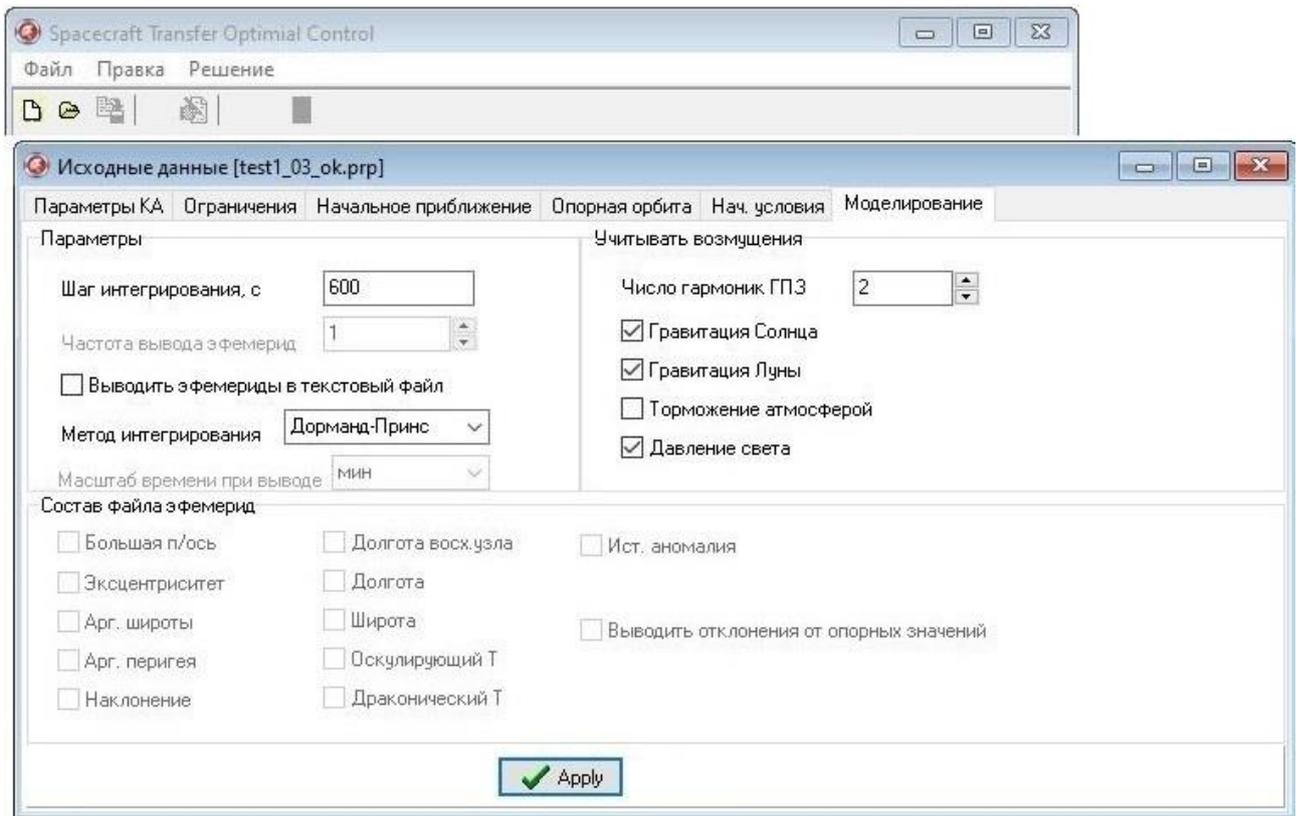


Рис. 4.2. Пользовательский интерфейс ПМК

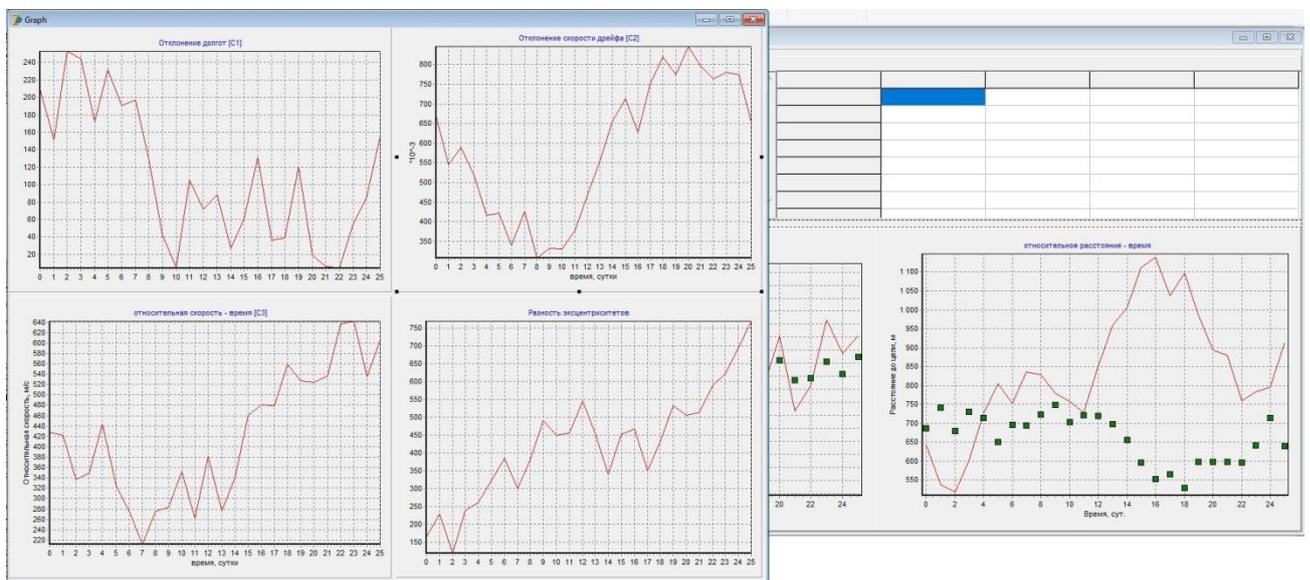


Рис. 4.3. Графики и таблицы эволюции параметров орбиты

4.2 Исходные данные и варианты моделирования

При моделировании этапов приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания СМ относительно ЦМ используются следующие исходные данные.

4.2.1 Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ

Для этапа приведения используются следующие исходные данные:

- дата старта – 01.01.2019 12:00:00 UTC;
- Опорная орбита: ГСО;
- Параметры СМ:
 - + масса: 2500 кг;
 - + тяга ДУ: 1 Н;
 - + Удельный импульс: 1600 с.

Начальные параметры орбиты СМ:

- + долгота: 92.5^0 ;
- + период обращения: 85796 с;
- + эксцентриситет: 0.0005;
- + истинная аномалия: 0^0 ;
- + наклонение орбиты: 0.1^0 ;
- + долгота восходящего узла: 0^0 .

Терминальные условия алгоритма управления:

- требуемая долгота 95^0 ;
- отклонение долготы $\leq 0.05^0$;
- отклонение периода обращения ≤ 5 с;
- эксцентриситет орбиты ≤ 0.0004 ;

Технические ограничения:

- $t_1^l = 12$ часов; $t_k^l = 6$ часов; $k = \overline{2, N}$;
- максимальное время сближения 10 суток.

В данной работе проведено моделирование как для случая с идеальным управлением, так и статистическое моделирование, когда ошибки имеют следующие характеристики:

- СКО определения координат – 10м;
- СКО определения скорости – 0.1м/с;
- СКО разброса модуля тяги – 0.5%;

- СКО ошибки ориентации тяги – 0.5° ;

4.2.2 Этап удержания СМ относительно ЦМ

Для этапа удержания используются следующие исходные данные:

- дата старта – 11.12.201900:00:00 UTC;

- Опорная орбита: ГСО;

- Параметры СМ:

+ масса: 2500 кг;

+ тяга ДУ: 1 Н;

+ Удельный импульс: 1600 с.

Начальные параметры орбиты СМ:

+ радиус перицентра: 42150.26012 км;

+ эксцентриситет: 0.000325;

+ аргумент широты: 54.99° ;

+ аргумент перицентра: 0° ;

+ наклонение орбиты: 0.05° ;

+ долгота восходящего узла: 60° .

Начальные параметры орбиты ЦМ:

+ радиус перицентра: 42150.93311 км;

+ эксцентриситет: 0.000315;

+ аргумент широты: 55° ;

+ аргумент перицентра: 0° ;

+ наклонение орбиты: 0.05° ;

+ долгота восходящего узла: 60° .

Длительность процесса удержания: 30 суток.

Технические ограничения:

- $t_k^l = 6$ часов; $k = \overline{1, N}$;

Проведено моделирование как для случая с идеальным управлением, так и статистическое моделирование, когда ошибки имеют характеристики, согласные радионавигационному плану 2019 Российской Федерации для условий

выполнения ряда ответственных динамических операций как сближение КА [56]:

- СКО определения координат – 1м;
- СКО определения скорости – 0.1м/с;
- СКО разброса модуля тяги – 0.5%;
- СКО ошибки ориентации тяги – 10 угл. мин.;

4.3 Результаты моделирования

4.3.1 Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ

При помощи алгоритма генерации начального приближения, алгоритм синтеза субоптимального управления сходится. Результаты моделирования в случае идеальной навигации подтверждают, что конечная точность по географической долготе, скорости дрейфа и эксцентриситету выполняется. По результатам моделирования можно подтвердить, что оптимальное число итерации равно 4. Графики фазового портрета и сходимости алгоритма показаны на рис. 4.4 и рис. 4.5.

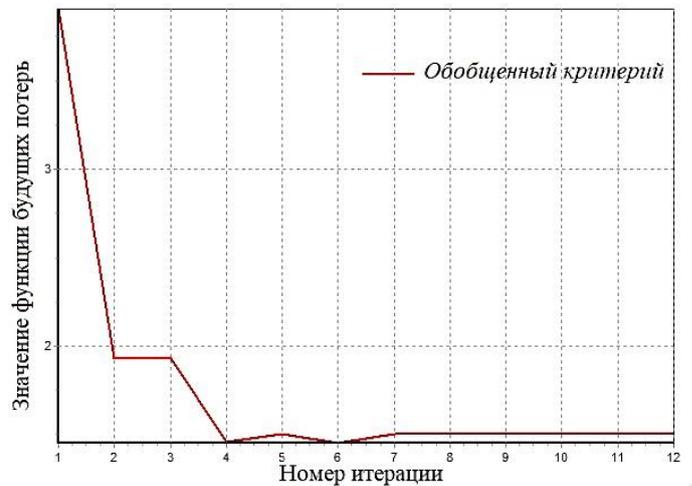
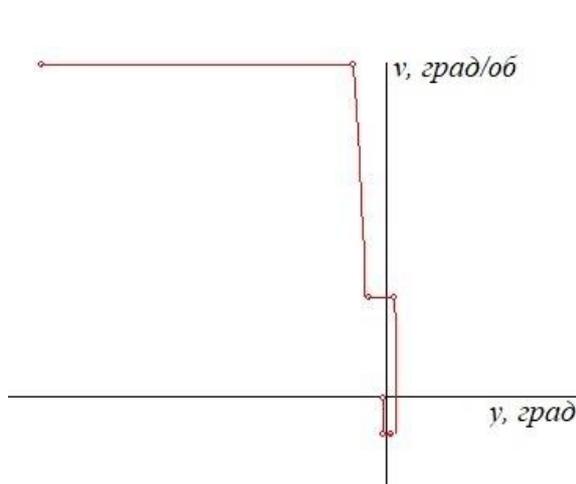


Рис. 4.4. Фазовый портрет процесса приведения
Рис. 4.5. Сходимость алгоритма синтеза

В ходе работы алгоритма управления было выработано оптимальное управление, состоящее из трех коррекций. Длительности каждой участки показаны в следующей таблице.

Таблица 1: длительности пассивных и активных участков оптимального управления

k	$t_k (c)$	$\tau_k (c)$
1	123753.6	7726.3
2	37692.0	4569.1
3	24264.7	1290.3

В результате моделирования при идеальном управлении и навигационной системе были получены следующие результаты процесса приведения:

- время приведения – 199296 с ($\approx 2,3$ суток);
- среднее угловое отклонение: -0.016^0 ;
- отклонение скорости дрейфа: 0.0036 град/об ;
- эксцентриситет: 0.000322

При этом характеристическая скорость для приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ составляет 5.43 м/с.

На рис. 4.6-4.8 изображены эволюции параметров орбиты в течение процесса коррекции. На этих рисунках видно, что скорость дрейфа и отклонение долготы сходятся к нулю, а терминальное значение эксцентриситета не превышает ограничение.

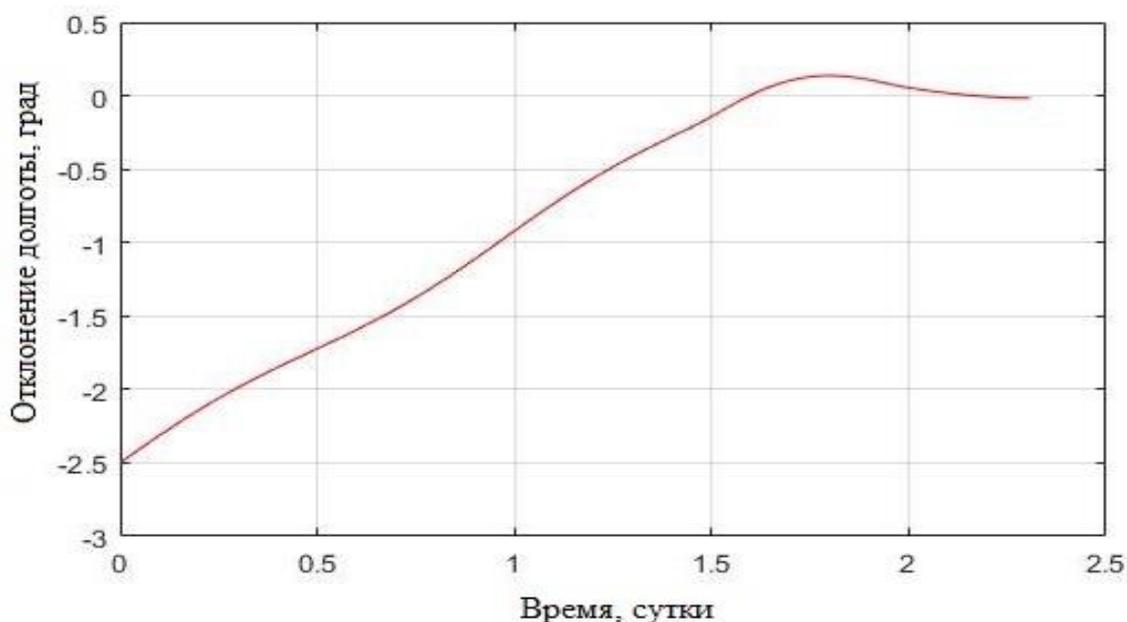


Рис. 4.6. Эволюция отклонения географической долготы

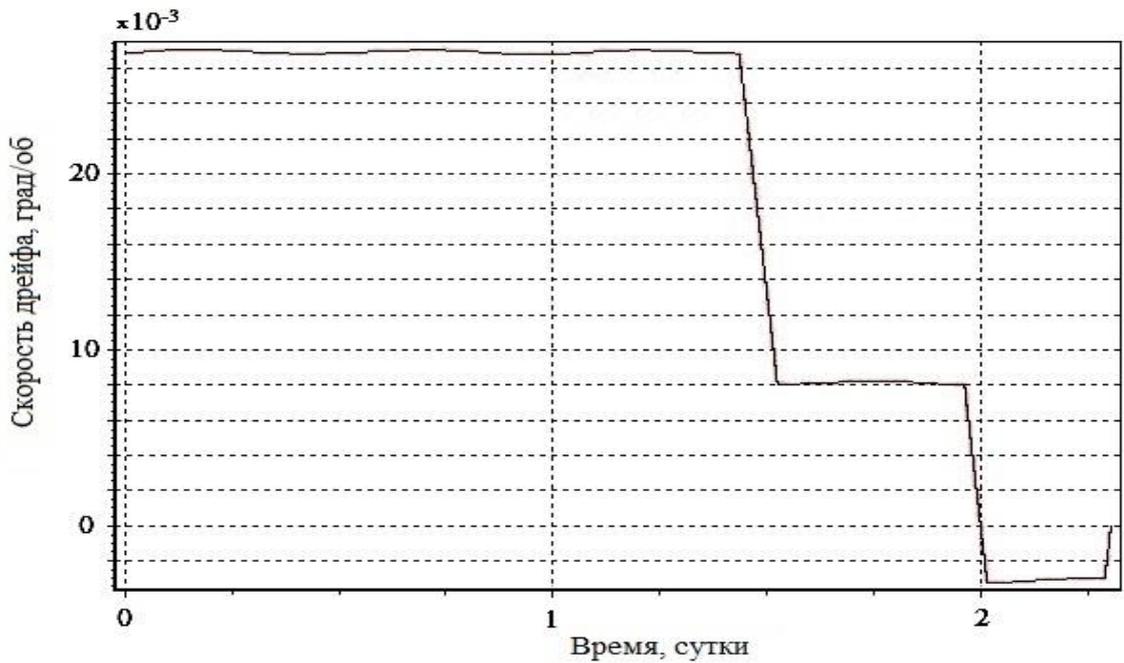


Рис. 4.7. Эволюция скорости дрейфа

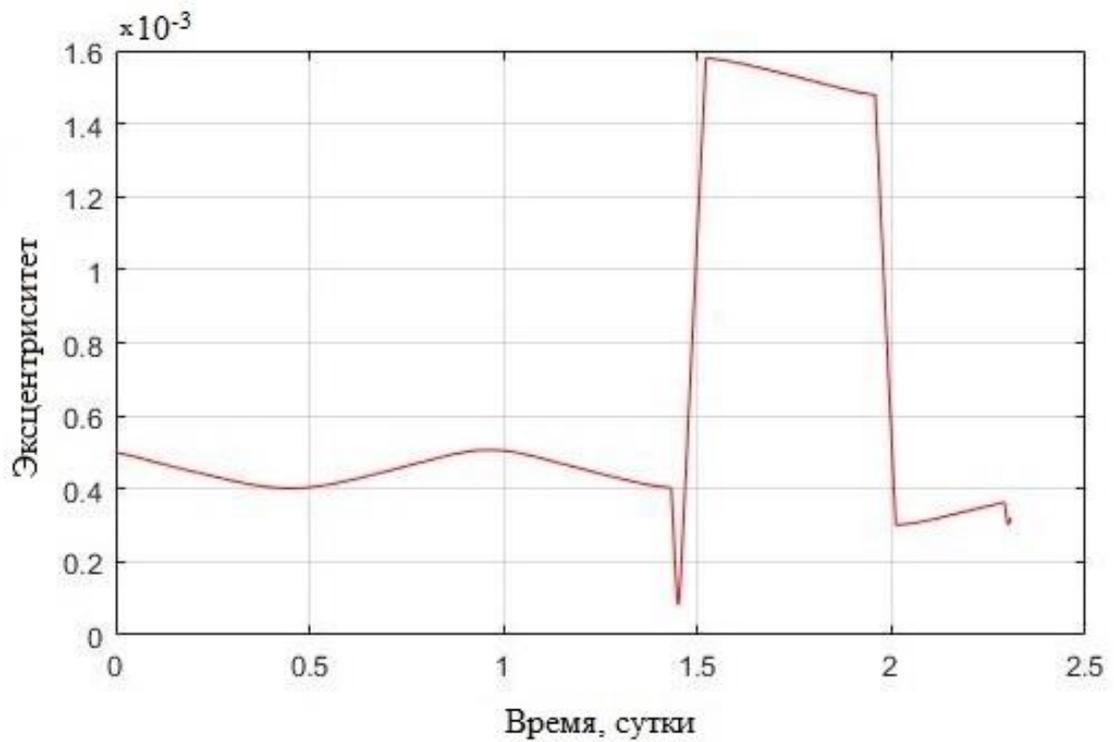


Рис. 4.8. Эволюция эксцентриситета

Для оценки влияния случайных факторов на терминальную точность приведения была проведена серия статистических экспериментов, где к рассмотренным выше начальным условиям были добавлены случайные факторы. Результаты распределения отклонений конечных параметров процесса

приведения от случая с идеальным управлением и навигацией представлены на рис. 4.9 - 4.11.

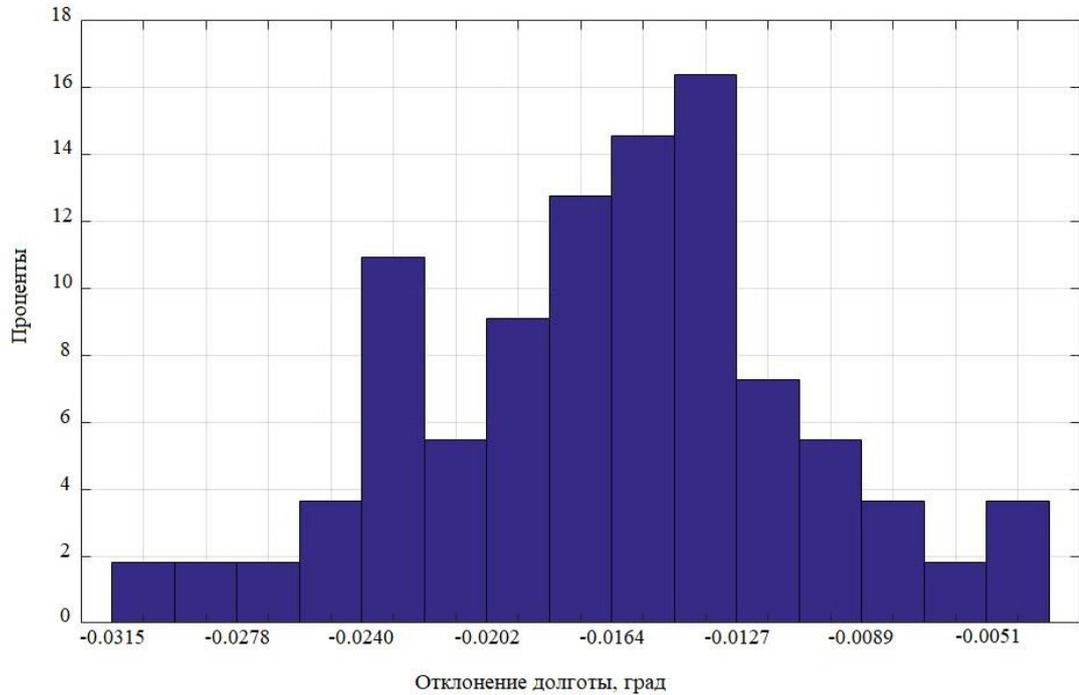


Рис. 4.9. Гистограммы распределения отклонений долготы

Статистические характеристики отклонений по долготе в виде математического ожидания (МО) и среднеквадратического отклонения (СКО):

– МО: -0.0165^0 ; СКО: 0.0058^0 .

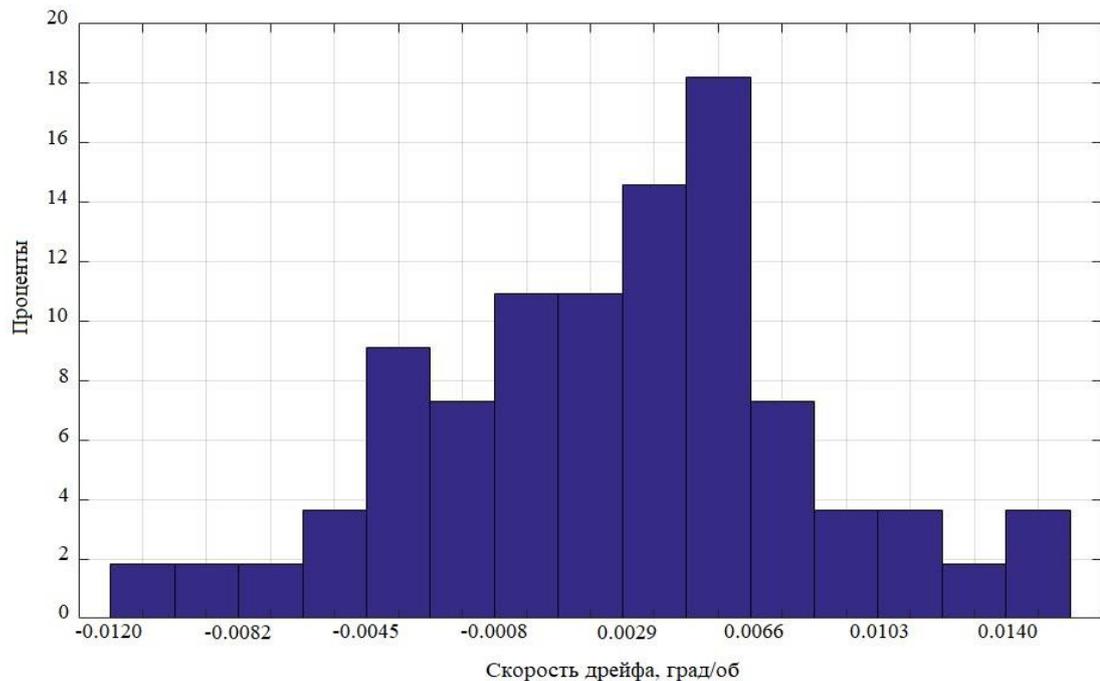


Рис. 4.10. Гистограммы распределения скорости дрейфа

Статистические характеристики скорости дрейфа:

– МО: 0.0027 град/об; СКО: 0.0057 град/об.

Или в пересчете в отклонении периода:

– МО: -0.64 с; СКО: 1.36с.

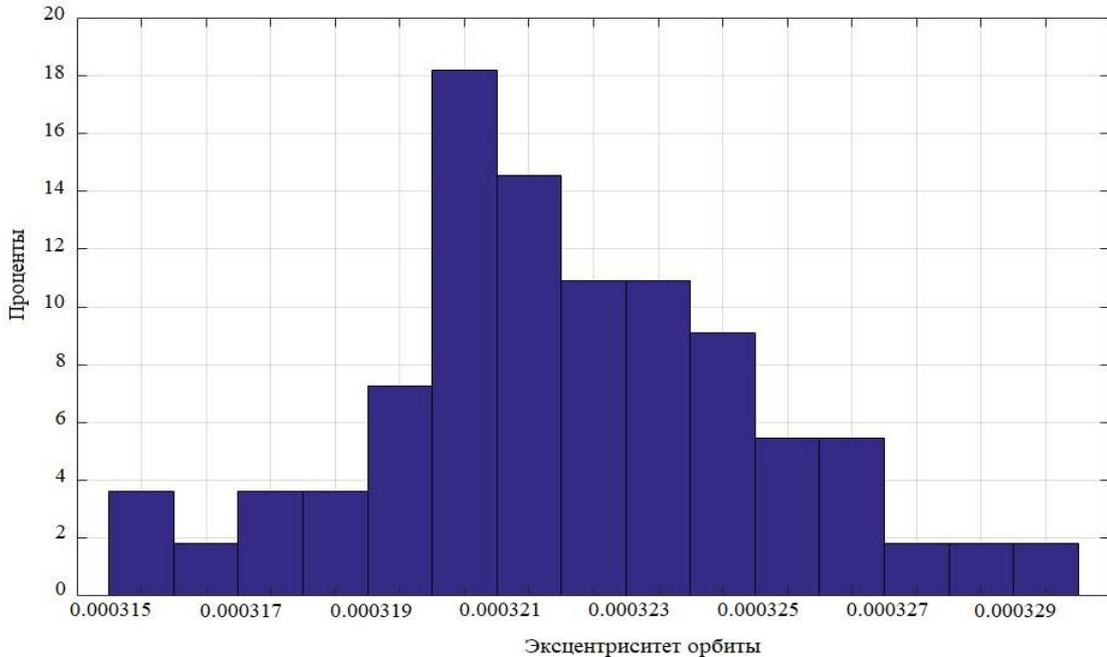


Рис. 4.11. Гистограммы распределения эксцентриситета орбиты СМ

Статистические характеристики эксцентриситета СМ:

– МО: 0.0003225; СКО: $2.9 \cdot 10^{-6}$.

4.3.2 Этап удержания СМ относительно ЦМ

Как было сказано ранее, алгоритм удержания был разработан с предположением, что существует установившийся режим. Результаты моделирования с учетом возмущения нецентральности гравитационного потенциала Земли, притяжения Луны и Солнца, мультипликативной ошибки управления при идеальной навигационной системе на 30-ти суточном интервале времени подтверждают наличие установившегося режима.

На рисунке 4.12 показано относительное движение СМ от ЦМ в плоскости ОХУ АГЭСК в течение 30 суток. Точка (0, 0) на графике соответствует положение ЦМ, кривая линия – эволюция движения СМ относительно ЦМ на плоскости ОХУ АГЭСК. Квадратные точки на этом рисунке отражают

проведение коррекции. Центральная часть рисунка 5.9 в увеличенном масштабе показана на рис.4.13 и наглядно подтверждает наличие установившегося режима.

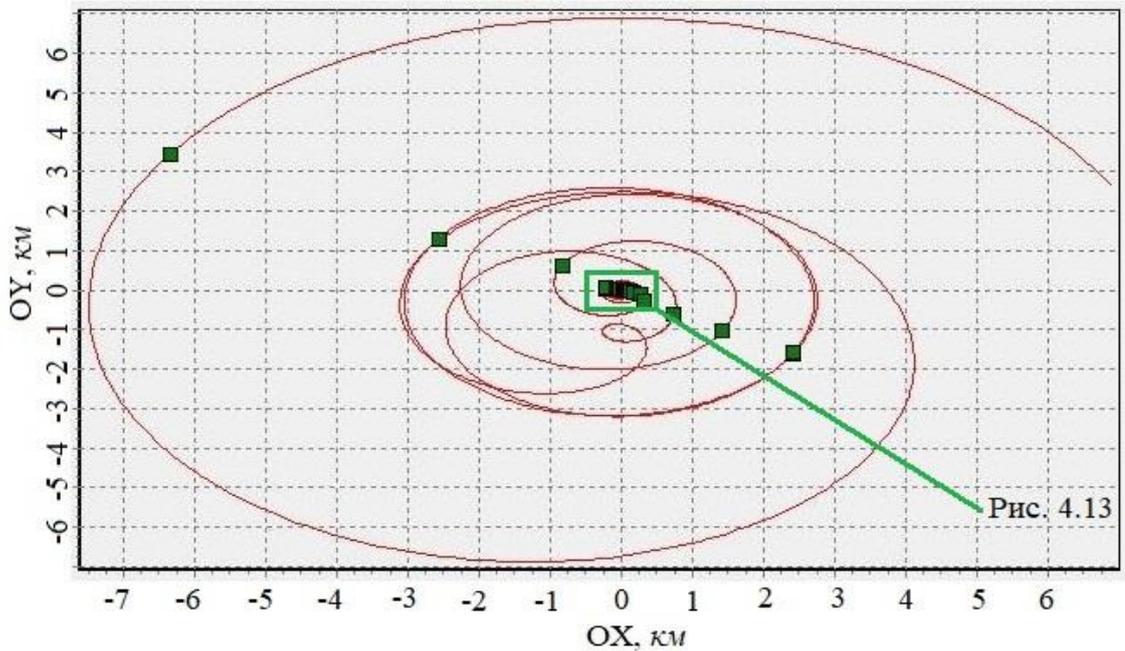


Рис. 4.12. Относительное движение СМ от ЦМ в плоскости OXY АГЭСК

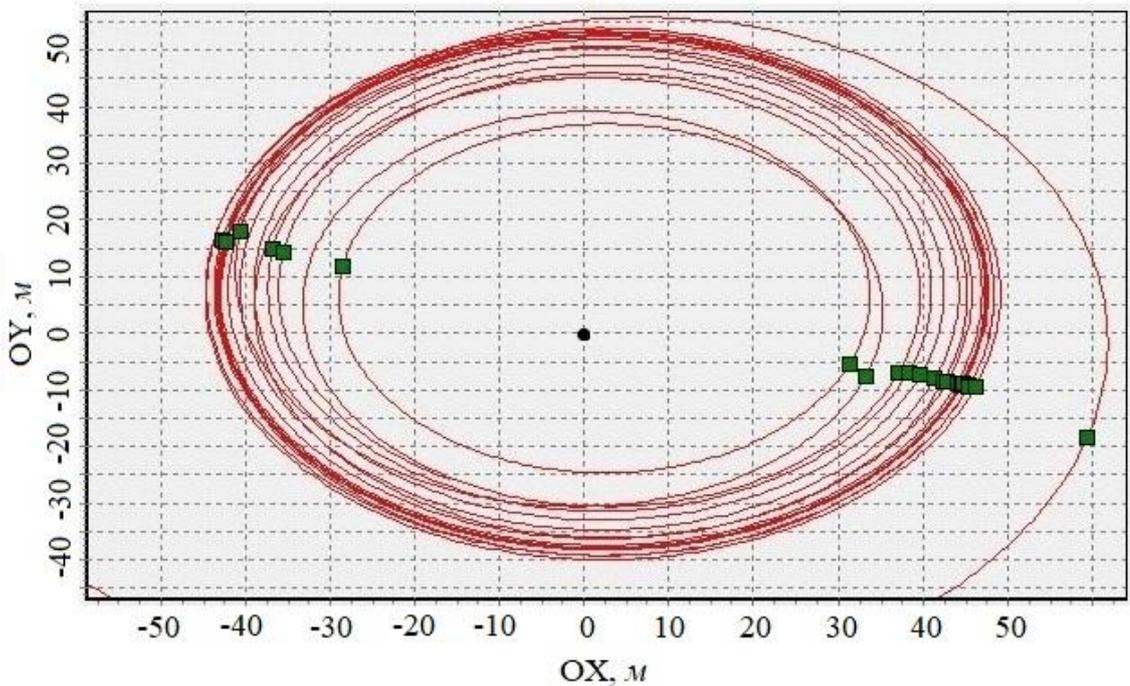


Рис. 4.13. Относительное движение СМ от ЦМ в плоскости OXY АГЭСК в установившемся режиме

На рис. 4.14 видно, что разность эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ стремится к нужной величине (от $0.54 \cdot 10^{-7}$ до $0.93 \cdot 10^{-7}$ в установившемся режиме). Согласно расчету в пункте 3.2.2, для того чтобы расстояние между СМ и ЦМ

находилось в пределах $d \in [20\text{м}, 80\text{м}]$, разность эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ не должна превышать $2.37 \cdot 10^{-7}$.

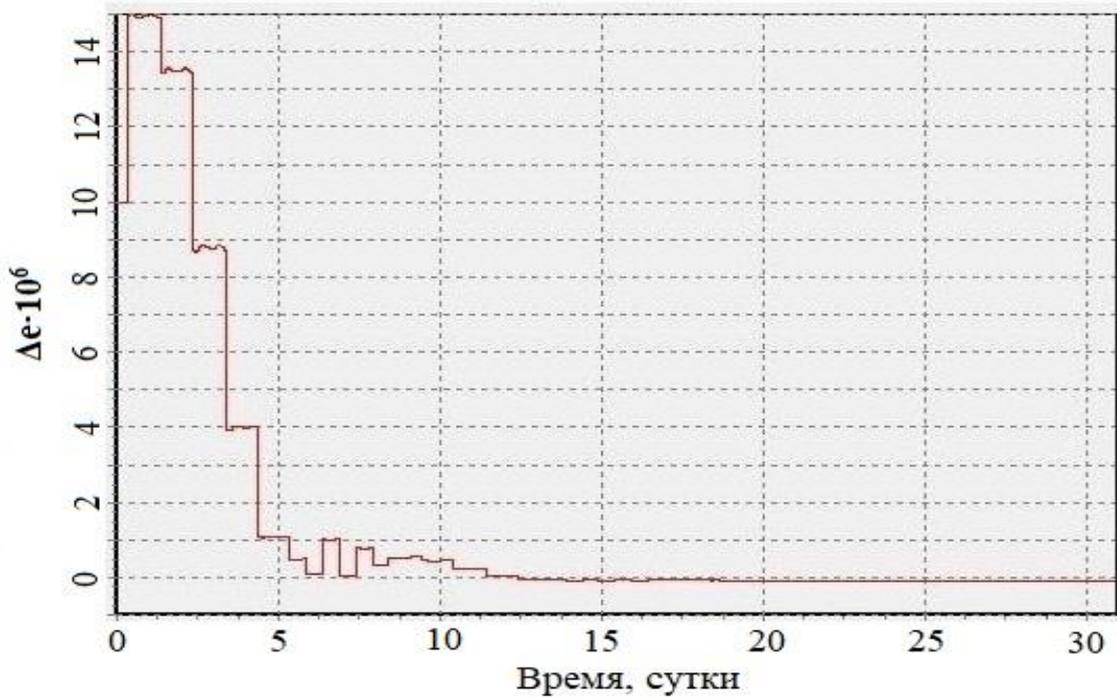


Рис. 4.14. Эволюция разности эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ $\Delta e \cdot 10^6$

На рис. 4.15 показано, что разность скоростей дрейфа СМ и ЦМ стремится к нулю.

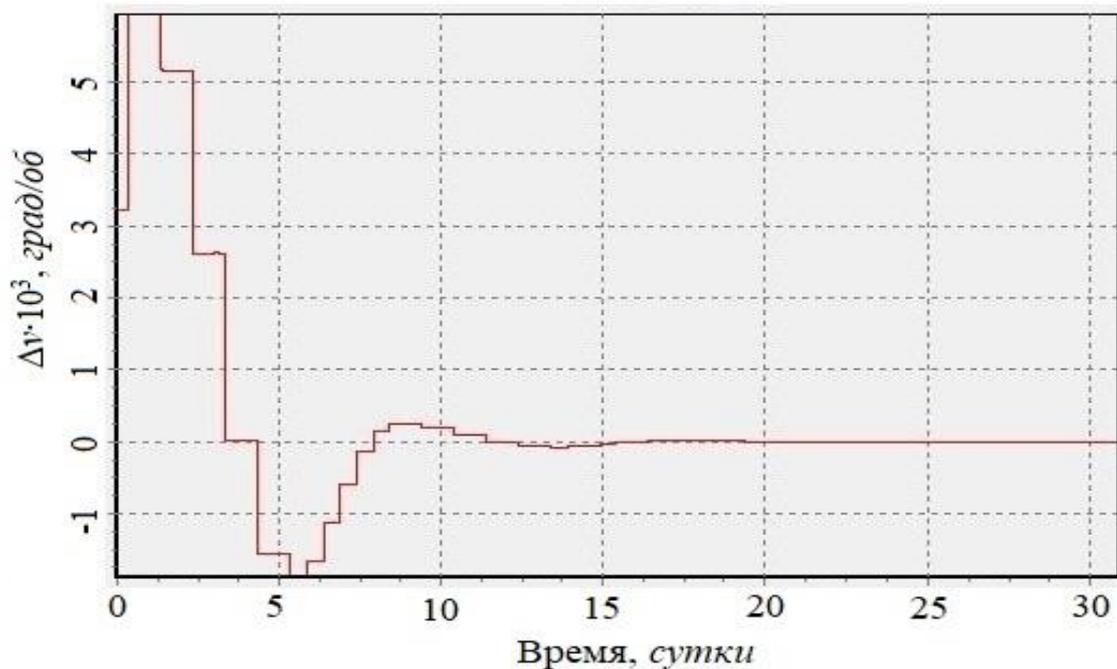


Рис. 4.15. Эволюция разности скоростей дрейфа СМ и ЦМ $\Delta v \cdot 10^3$, град/об

На рис. 4.16-4.18 показаны эволюции относительной скорости и расстояние

между СМ и ЦМ по времени. На рис.4.18 показано расстояние между СМ и ЦМ в установившемся режиме, откуда видно, что расстояние между КА меняется в пределах от 24 до 55 м.

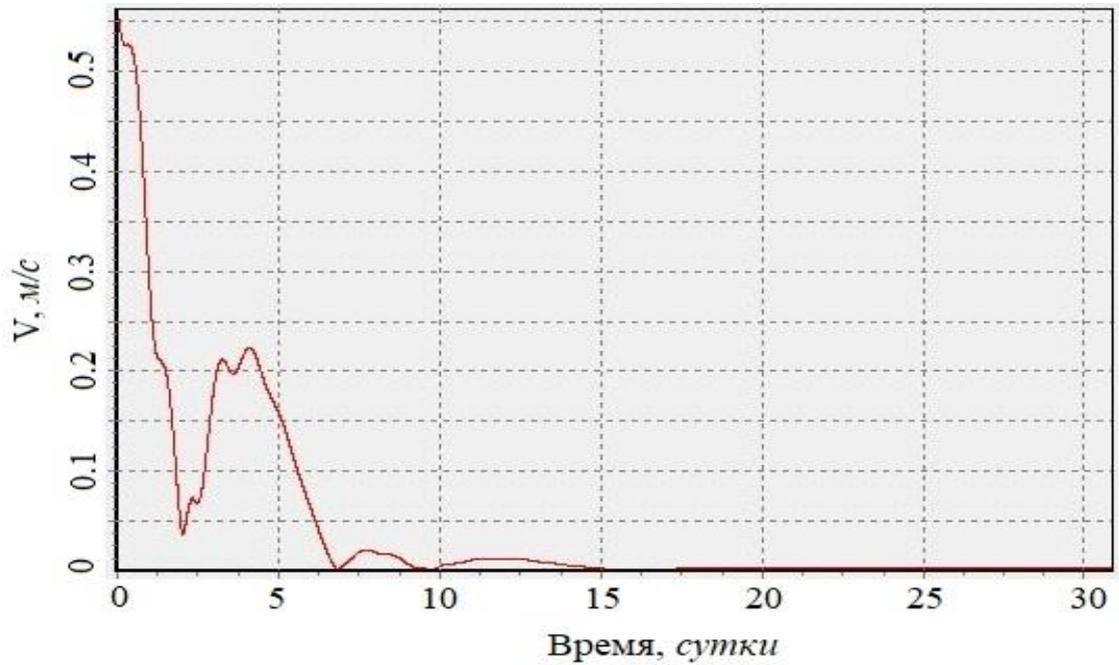


Рис. 4.16. Эволюция относительной скорости между СМ и ЦМ

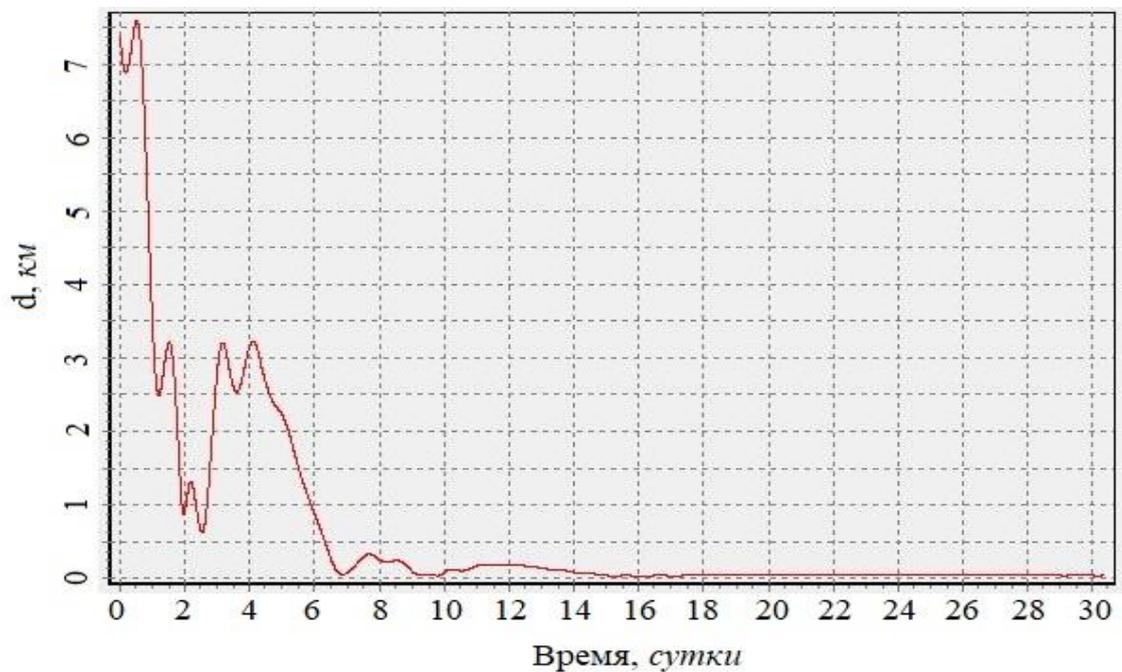


Рис. 4.17. Расстояние между СМ и ЦМ по времени

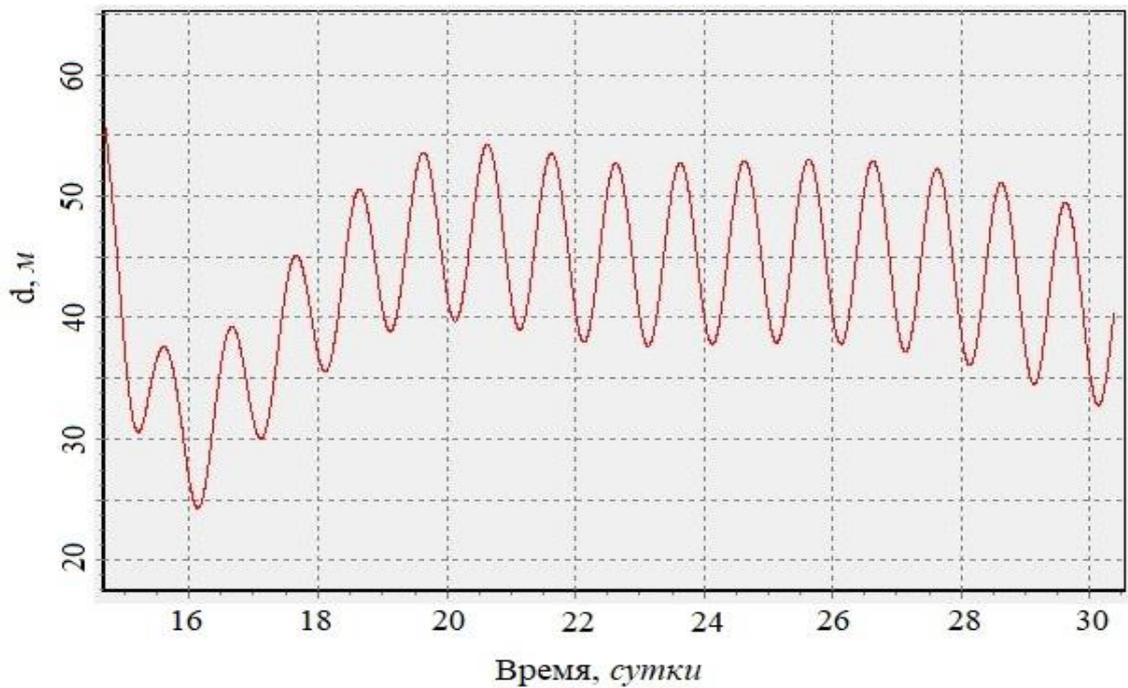


Рис. 4.18. Расстояние между СМ и ЦМ в установившемся режиме

Для оценки влияния случайных факторов на расстояние между СМ и ЦМ в процессе удержания была проведена серия статистических экспериментов, где к рассмотренным выше начальным условиям были добавлены случайные факторы.

По результатам статистического моделирования с ошибками работы системы навигации построен график разбросов минимального и максимального расстояния между СМ и ЦМ в установившемся режиме, как показан на рис. 4.19. Во всех испытаниях, расстояние между СМ и ЦМ в установившемся режиме находится в пределах от 19.1 до 82.0 м.

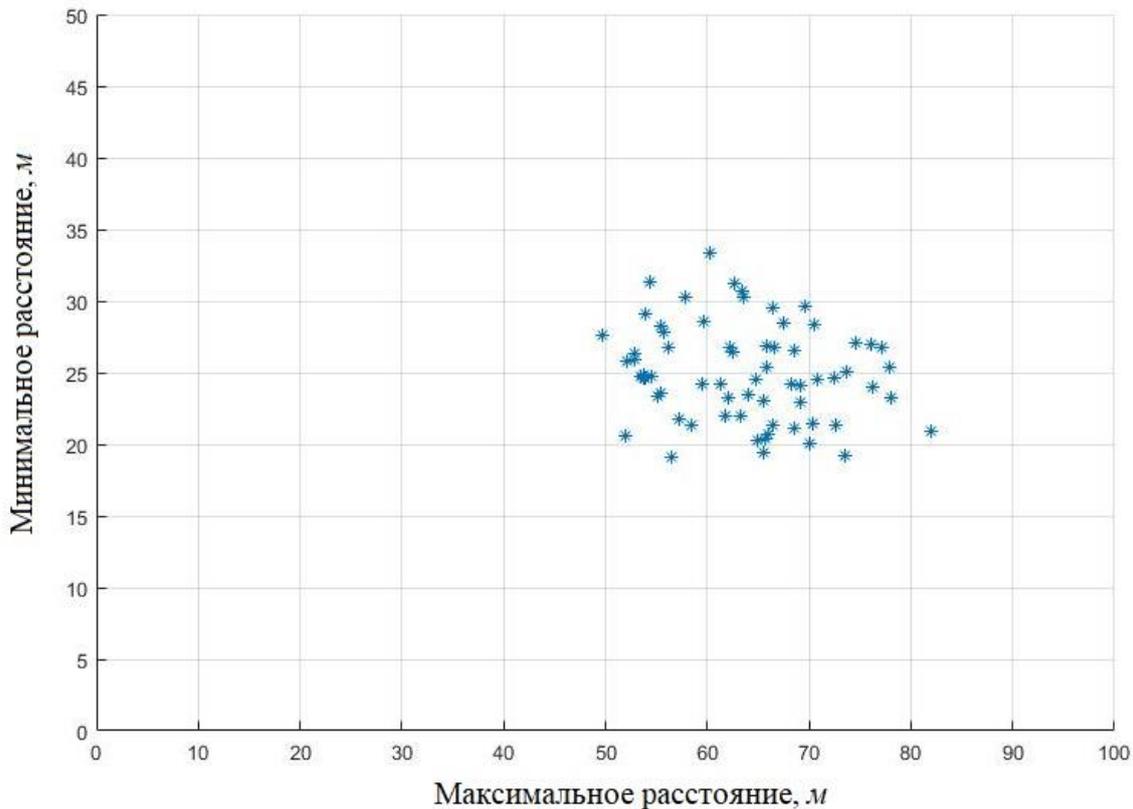


Рис. 4.19. Разбросы минимального и максимального расстояния между СМ и ЦМ в установившемся режиме

4.4 Анализ результатов моделирования

Анализ полученных результатов моделирования, проведенного в соответствии с вышеперечисленными исходными данными можно сделать вывод о том, что разработанный алгоритм генерации начального приближения способен создать начальное приближение, которое обеспечивает сходимость алгоритма решения задачи синтеза субоптимального управления на этапе приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ к оптимальному. С помощью этого алгоритма, разработанный алгоритм управления СМ может обеспечить точность и устойчивость процесса приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ. Алгоритм удержания СМ относительно ЦМ может обеспечить требования по точности реализации процесса инспекции.

Более детальный анализ полученных характеристик точности в результате моделирования каждого этапа приведен ниже:

Этап приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ: на этом этапе

определяющими характеристиками качества управления являются среднеквадратические отклонения от требуемых терминальных значений периода обращения, географической долготы и эксцентриситета орбиты. Результаты статистического моделирования показывают, что по отклонениям периода, географической долготы центр масс КА и эксцентриситета орбиты с вероятностью не ниже 0.997 находится в области, соответствующей требованиям, т.е.:

- по отклонению долготы: $[m_\lambda - 3\sigma_\lambda, m_\lambda + 3\sigma_\lambda] = [-0.034^0, 0.001^0]$;

- по скорости дрейфа: $[m_v - 3\sigma_v, m_v + 3\sigma_v] = [-0.0144, 0.0198]$ град/об; или по отклонению периода обращения: $[-4.72, 3.44]$ с;

- по эксцентриситету: $[m_e - 3\sigma_e, m_e + 3\sigma_e] = [0.000314, 0.000331]$.

Этап удержания СМ относительно ЦМ: Наиболее важным результатом моделирования этапа удержания СМ относительно ЦМ является тот факт, что во всех полученных реализациях существует установившийся режим, в котором центр масс СМ гарантированно находился в пределах допустимых расстояний, в пределах от 19.1 до 82.0 м от центра масс ЦМ, в длительном промежутке времени.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулирована актуальная задача разработки алгоритмов автономного управления движением центра масс сервисного модуля системы обслуживания геостационарных спутников связи на этапах его приведения в окрестность рабочей позиции целевого модуля и удержания относительно него с учетом детерминированных и случайных возмущений, вызываемых нецентральностью гравитационного поля Земли, ускорением от Солнца и Луны, давлением света, а так же ошибками реализации тяги двигательной установки и ошибками навигационной системы.

Цель поставленной задачи заключается в нахождении алгоритмов формирования циклограмм управления двигателями коррекции на этапах приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно него непосредственно на борту СМ, решены как задачи синтеза оптимального стохастического управления по полным данным.

В работе получена линеаризованная модель движения центра масс КА, используемая при синтезе оптимального управления на этапе приведения СМ в окрестность рабочей позиции ЦМ, разработана новая линеаризованная модель движения СМ относительно ЦМ для синтеза оптимального управления на этапе удержания СМ относительно ЦМ.

Алгоритм синтеза оптимального управления разработан на основе комбинированного метода оптимизации, при котором вектор управления разделяется на синтезируемую и программируемую составляющие. Программной составляющей является количество коррекции и длительности пассивных участков, для нахождения которых применяются численные методы. Синтезируемой составляющей является последовательность управлений.

На этапе приведения синтезируемая составляющая определяется методом последовательных приближений, сходимость которого напрямую связана с удачностью начального приближения. Для обеспечения сходимости и

стабильности алгоритма управления разработан новый вспомогательный алгоритм генерации начального приближения.

В первый проведен анализ неуправляемого движения СМ относительно ЦМ. По результатам анализа сформированы ограничения на разность эксцентриситетов орбит и разность среднего отклонения долготы между СМ и ЦМ, которые необходимо обеспечить в процессе удержания.

На этапе удержания синтезируемая составляющая определяется с предположением, что при удержании существует установившийся режим. Длительности пассивных участков определяются по условиям ликвидации разности эксцентриситетов орбит СМ и ЦМ перед проведением каждой коррекции. При этом разработан новый алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции.

Разработан программный комплекс, реализующий все рассмотренные алгоритмы. Программный комплекс построен с использованием объектно-ориентированного подхода и имеет модульную структуру.

Результаты моделирования рассмотренных алгоритмов управления подтвердили наличие установившегося режима на этапе удержания СМ относительно ЦМ и работоспособность разработанных алгоритмов на этапах приведения и удержания. Полученные оценки точности автономного управления движением центра масс СМ на этапах его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ и удержания относительно него с учетом ошибок работы навигационной системы подтвердили возможность обеспечения требуемых требований по точности реализации рассмотренных этапов функционирования СМ при обслуживании геостационарных спутников связи.

Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:

- математические модели управляемого движения центра масс СМ системы обслуживание геостационарных спутников связи и модель движения СМ относительно ЦМ с учетом случайных и неслучайных возмущений, вызываемых естественными факторами, ошибками работы элементов системы управления;

- алгоритм генерации начального приближения в задаче синтеза

субоптимального управления движением центра масс СМ комбинированным методом оптимизации;

- алгоритм автономного управления движением центра масс СМ на этапе его приведения в окрестность рабочей позиции ЦМ;

- алгоритм удержания СМ относительно ЦМ в процессе инспекции;

- программно-математический комплекс обработки системы автономного управления движением центра масс СМ по данным бортовой системы навигации;

- результаты моделирования автономной системы управления движением центра масс СМ, подтверждающие возможность обеспечения требуемой точности в процессе обслуживания с использованием разработанных алгоритмов автономного управления.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АГЭСК – абсолютная геоцентрическая экваториальная система координат

ДУ – двигательная установка

ГСО – геостационарная орбита

КА – космический аппарат

МО – математическое ожидание

НОО – низкая околоземная орбита

ОСК – орбитальная система координат

ПМК – программно-моделирующий комплекс

СКО – среднеквадратическое отклонение

СМ – сервисный модуль

ЦМ – целевой модуль

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. NASA. On-Orbit Satellite Servicing Study Project Report. [Электронный ресурс] / - 2010. - Режим Доступа: https://nexus.gsfc.nasa.gov/images/NASA_Satellite%20Servicing_Project_Report_0511.pdf (дата обращения: 10.10.2020)
2. Airbus. O.Cubed Services. [Электронный ресурс] / - Режим Доступа: <https://www.airbus.com/space/Services/on-orbit-services.html>
3. Canadian Space Agency. Fueling up in Space: The Robotic Refueling Mission (RRM). [Электронный ресурс] / - Режим Доступа: <https://www.asc-csa.gc.ca/eng/iss/rrm/default.asp>
4. Mitsushige Oda. On-orbit Satellite Servicing. “Status and Strategy of Japan” // Japan Aerospace Exploration Agency (JAXA). - 2012.
5. The European space agency. Docking mechanism could lead to refuelling satellites still in orbit. [Электронный ресурс] / - Режим Доступа: https://www.esa.int/Enabling_Support/Space_Engineering_Technology/Shaping_the_Future/Docking_mechanism_could_lead_to_refuelling_satellites_still_in_orbit
6. The European space agency. ESA’s e.Deorbit debris removal mission reborn as servicing vehicle. [Электронный ресурс] / - Режим Доступа: http://www.esa.int/Safety_Security/Clean_Space/ESA_s_e.Deorbit_debris_removal_mission_reborn_as_servicing_vehicle
7. Shoemaker James, Wright Melissa. Orbital express space operations architecture program // Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering. - 2004. DOI: 10.1117/12.544067.
8. Carl Glen Henshaw. The DARPA Phoenix Spacecraft Servicing Program: Overview and Plans for Risk Reduction. [Электронный ресурс] / - 2014. Режим Доступа: http://robotics.estec.esa.int/iSAIRAS/isairas2014/Data/Session%205b/ISAIRAS_FinalPaper_0043.pdf (дата обращения: 10.10.2020)

9. David Grover, Shane Jacobs, Viqar Abbasi and others. Development of On-Orbit Servicing Concepts, Technology Option and Roadmap (Part I, II, III) // Journal of the British Interplanetary Society. - 2008. - Vol. 61. - pp. 203-228.
10. Matthew G. Richards. On-orbit serviceability of space system architectures // Dissertation for the degrees of Master of Science. Massachusetts. - 2006.
11. С7 КТС. Орбитальный космодром. [Электронный ресурс] / - Режим Доступа: http://s7space.ru/about/doc17/sopov_vizionerstvo.pdf (дата обращения: 10.10.2020)
12. Баранов А.А., Разумный В.Ю. Планирование обслуживания разнородных спутниковых систем // Вестник РУДН. Серия Инженерные исследования. - 2016. - № 4. - с. 16-26.
13. Разумный В.Ю., Разумный Ю.Н. Проектирование орбитального построения космической системы для обслуживания космических аппаратов системы Globalstar // Вестник РУДН. Серия Инженерные исследования. - 2019. - Т.20. - №2. - с. 111-122.
14. Баранов А.А., Будяский А.А., Разумный Ю.Н. Управление движением космического аппарата при подлете к крупногабаритному объекту космического мусора // Космические исследования. - 2017. - Т.55. - № 4. - с. 285-289.
15. Баранов А.А., Гришко Д.А. Рыльцова Е.А., Гагарин О.Д., Рзаев А.Ф. Перелёты между объектами космического мусора в окрестности геостационарной орбиты // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. - 2018. - № 190. - с. 1-27.
16. Баранов А.А., Гришко Д.А. Патент RU 2688120 С1. 17.05.2019
17. David Akin, Brook Sullivan. A survey of serviceable spacecraft failures // AIAA Space. Albuquerque. - 2001. DOI:10.2514/6.2001-4540.
18. AnatoliyGorbenko, Vyacheslav Kharchenko, Olga Tarasyuk, SergiyZasukha. A Study of Orbital Carrier Rocket and Spacecraft Failures: 2000-2009 // Information & Security: An International Journal. - 2012. - Vol. 28. - PP. 179-198.
19. MakTafazoli. A study of on-orbit spacecraft failures // Acta Astronautica. - 2009. - Vol. 64. - Iss. 2. - PP. 195-205.
20. Асланов В.С., Юдинцев В.В. Стыковка с объектом космического мусора при помощи разворачиваемой упругой балки-ленты // Вестник Московского

авиационного института. - 2018. - Т. 25. - № 2. - С. 16-24.

21. Асланов В.С., Юдинцев В.В. Выбор параметров системы увода космического мусора с упругими элементами посредством тросовой буксировки // Вестник Московского авиационного института. - 2018. - Т. 25. - № 1. - С. 7-17.

22. Малышев В.В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления / В.В. Малышев. - М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. - 440 с.

23. Малышев, В.В. Спутниковые системы мониторинга. Анализ, синтез, управление / В.В. Малышев, М.Н. Красильщиков, В.Т. Бобронников, О.П. Нестеренко, А.В. Федоров; Под ред. В.В. Малышева. - М.: Изд-во МАИ, 2000. - 585 с.

24. Чернявский, Г.М. Управление орбитой стационарного спутника / Г.М. Чернявский, В.А. Бартенев, В.А. Малышев. - М.: Машиностроение, 1984. - 144 с.

25. Петухов В. Г. Квазиоптимальное управление с обратной связью для многовиткового перелета с малой тягой между некомпланарными эллиптической и круговой орбитами // Космические исследования. - 2011. - Том 49. - № 2. - С. 128-137.

26. Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на геостационарной орбите. I. Формализация задачи управления // Известия РАН. ТиСУ. - 2015. - № 6. - С. 82-96.

27. Красильщиков М.Н., Малышев В.В., Федоров А.В. Автономная реализация динамических операций на ГСО. II. Синтез алгоритмов управления // Изв. РАН. ТиСУ. - 2016. - № 6. - С. 107-128.

28. Решетнев М.Ф. Управление и навигация искусственных спутников Земли на околокруговых орбитах / М.Ф. Решетнев, А.А. Лебедев, В.А. Бартенев и др. - М.: Машиностроение, 1988. - 336 с.

29. Лебедев А.А. Статистическая динамика управляемого полета / А.А. Лебедев, В.Т. Бобронников, М.Н. Красильщиков, В.В. Малышев. - М.: Машиностроение, - 1978.

30. Лебедев А.А. Статистическая динамика и оптимальное управление летательных аппаратов / А.А. Лебедев, В.Т. Бобронников, М.Н. Красильщиков,

В.В. Малышев. - М.: Машиностроение, - 1985.

31. Баранов А.А., Козлов П.Г., Малышев В.В., Макаров Ю.Н., Мошнин А.А., Разумный В.Ю., Разумный Ю.Н. Патент RU 2535760 C1. 20.12.2014.

32. Cougnet C., Gerber B., Heemskerk C., Kapellos K., Visentin G. On-orbit servicing system of a geo satellite fleet // 9th ESA Workshop on Advanced Space Technologies for Robotics and Automation 'ASTRA 2006'. Noordwijk, Netherlands. - 2006.

33. Wen Yao, Xiaoqian Chen, Yiyong Huang, Michen van Tooren. On-orbit servicing system assessment and optimization methods based on lifecycle simulation under mixed aleatory and epistemic uncertainties // Acta Astronautica. - 2013. - Vol 87. - PP. 107-126.

34. Angel Flores-Abad, Ou Ma, Khanh Pham, Steve Ulrich, A review of space robotics technologies for on-orbit servicing // Progress in Aerospace Sciences. - 2014. - Vol.68. PP. 1-26.

35. T. Rupp, T. Boge, R. Kiehling, F. Sellmaier, Flight dynamics challenges of the German on-orbit servicing mission DEOS // 21st International Symposium on Space Flight Dynamics. Toulouse. - 2009.

36. Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И. Автономная навигация при довыведении космического аппарата на геостационарную орбиту. 1. Концепция автономной интегрированной навигационной системы // Изв. РАН. ТиСУ. - 2015. - №5. - С. 137-146.

37. Войсковский А.П., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н., Кружков Д.М., Сыпало К.И.. Автономная навигация при довыведении космического аппарата на геостационарную орбиту. 2. Моделирование процессов функционирования интегрированной автономной системы навигации и управления космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. - 2016. - № 5. - С. 107-117.

38. Лебедев, А.А. Оптимальное управление движением космических летательных аппаратов / А.А. Лебедев, М.Н. Красильщиков, В.В. Малышев. - М.: Машиностроение, 1974.

39. Малышев В.В., Федоров А.В. Минимаксный подход в задачах определения гарантирующей стратегии управления. Доклад на 4-й конференции по динамике и

управлению. Труды МАИ, 1976.

40. Гродзовский, Г.Л. Механика космического полета с малой тягой / Г.Л. Гродзовский, Ю.Н. Иванов, В.В. Токарев. - М.: Наука, 1966. - 680 с.
41. Раушенбах, Б.В. Управление ориентацией космических аппаратов / Б.В. Раушенбах, Е.Н. Токарь. - М.: Наука 1974, - 600 с.
42. Назаренко, А.И. Эволюция и устойчивость спутниковых систем / А.И. Назаренко, Б.С. Скребушевский - М.: Машиностроение, 1981.
43. Бебенин, Г.Г. Системы управления полетом космических аппаратов / Г.Г. Бебенин, Б.С. Скребушевский, Г.А. Соколов. - М.: Машиностроение, 1978. - 272 с.
44. Красовский, Н.Н. Теория управления движением / Н.Н. Красовский. М.:Наука, 1968. 476 с.
45. Лебедев, А.А. Основы синтеза систем летательных аппаратов / А.А. Лебедев, А.А. Аджимамудов, В.Н. Баранов, В.Т. Бобронников, М.Н. Красильщиков, В.В. Малышев, О.П. Нестеренко. - М.: Машиностроение, 1996.
46. Сыпало, К.И. Технология оптимального планирования работы навигационных средств и автоматизации типовых операций наземного комплекса управления современных и перспективных космических систем. Дис. ... канд. техн. наук: 05.07.09 / Сыпало Кирилл Иванович - Москва, 2005. - 164 с.
47. Ed. Dennis D. McCarthy. IERS Technical Note 13. IERS Standards (1992). US Naval Observatory. - 1992. July.
48. Жданюк Б. Ф. Основы статистической обработки траекторных измерений / Б.Ф. Жданюк. - М.: Машиностроение, 1978.
49. Войсковский, А.П. Автономное управление движением центра масс геостационарного космического аппарата на этапах довыведения, перевода в рабочую позицию и удержания. Дис. ... канд. техн. наук: 05.07.09 / Войсковский Андрей Павлович. - М., 2016. - 128 с.
50. Бобронников, В.Т. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов / В.Т. Бобронников, М.Н. Красильщиков, Д.А. Козорез, А.А. Лебедев, В.В. Малышев, К.И. Сыпало, А.В. Федоров. - М.: Альянс, 2013. - 468 с.

51. Самарский, А. А. Введение в численные методы / А. А. Самарский. - М.: Наука, 1980. - 271 с.
52. Крылов И. А., Черноусько Ф. Л. Алгоритм метода последовательных приближений для задач оптимального управления // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. - 1972. - Т. 12. - № 1. - С. 14-34.
53. Никольский А. А. О возможности использования нелинейных зависимостей подъемной силы от угла атаки в теории несущей линии // Электронный журнал «Труды МАИ». - 2014. - № 78.
54. Красильщиков, М.Н. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов / М.Н. Красильщиков; под ред. М.Н. Красильщикова, Г.Г. Себрякова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 556с.
55. Красильщиков, М.Н. Современные и перспективные информационные ГНСС-технологии в задачах высокоточной навигации / М.Н. Красильщиков и др.; под ред. В.А. Бартенева, М.Н. Красильщикова. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 192 с.
56. Радионавигационный план Российской Федерации. - Москва. 2019. - 122с.
57. Иванов В.М. Методология проектирования космических средств обслуживания перспективных космических аппаратов на орбите // Космонавтика и ракетостроение. - 2016. № 4 (45). С. 137-142.
58. Трушляков В.И., Юткин Е.А.. Обзор существующих разработок средств спуска крупногабаритного космического мусора как операции обслуживания аппаратов на орбите // Омский научный вестник. - 2015. - №3 (143). С. 45-50.
59. Асланов В.С., Алексеев А.В., Ледков А.С. Определение параметров оснащенной гарпуном тросовой системы для буксировки космического мусора // Электронный журнал «Труды МАИ». - 2016. № 90.
60. Пикалов Р.С., Юдинцев В.В. Обзор и выбор средств увода крупногабаритного космического мусора // Электронный журнал «Труды МАИ». - 2018. № 100.