
УДК 629.735.45.064

Алгоритмы определения рациональных параметров звеньев при численном моделировании динамического отклика механизмов

Касумов Е. В.

*Казанский национальный исследовательский технический университет имени А.Н. Туполева
(КАИ),*

Б. Красная ул., 55, Казань, 420052, Россия

e-mail: Kasumov_EV@kazanhelicopters.com

Аннотация

Одной из основных задач проектировочного расчета является поиск рациональных конструктивных параметров будущей конструкции. Исходя из строения расчетных комплексов по методу конечных элементов, разрабатываются и систематизируются методы поиска рациональных конструктивных параметров применительно к задачам динамики конструкции. Рассматриваются расчеты с применением разработанных алгоритмов на примере моделирования напряженно-деформированного состояния крыльев самолетов и несущей системы вертолета.

При описании расчетных методов учитывается, что особенностью современных механических систем является применение в конструкции звеньев композиционных материалов. Кинематические характеристики определяются гибкостью такого звена.

Моделирование заданного режима полета с одновременным силовым анализом и анализом изменения деформаций гибких звеньев осуществляется как решение совместной задачи определения аэродинамической нагрузки, реализации уравнения закона управления электронной системы стабилизации и управления, а также задачи динамики движения механической системы.

Ключевые слова

математическая модель, численный эксперимент, кинематический анализ, силовой анализ, проектирование

Введение

Основной целью данной работы является попытка систематизировать возможные решения задач поиска рациональных параметров конструкции с точки зрения формулировок метода конечных элементов. При этом необходимо учесть реализацию задач динамики конструкции для расчета механических систем.

Говоря о рациональных параметрах конструкции, необходимо сказать, что во многих работах по этой теме математически задача сводится к оптимизации целевой функции некоторой совокупности проектных переменных:

$$F = F(X), \quad (1)$$

где $X(X_1, X_2, \dots)$ - вектор проектных переменных.

В данном случае устанавливается экстремальное значение этой функции и определяются проектные переменные. Оптимизации подвергаются такие проектные переменные как минимальный вес, максимальная жесткость, а также могут быть одновременно введены экономические проектные переменные типа минимальной стоимости. Граничными условиями может быть нежелательная деформация, неразрушаемость, ограничивающий диапазон проектного параметра и т.п.

Задачи оптимизации конструкций имеют достаточно условный характер, отличаются обилием подходов к решению и выбираемых критериев оптимальности. Это обусловлено многообразием требований, предъявляемых к ним: функциональных, конструкторских, технологических.

Было бы удобно в рамках расчетного комплекса по методу конечных элементов (МКЭ) определить заранее возможные подходы решения задачи оптимизации конструкции с учетом формулировок, применяемых для конечных элементов (КЭ) различного типа и методов решения основной системы уравнений.

Разработка алгоритмов поиска рациональных параметров в данной работе проводится с учетом того, что при построении конечно-элементной модели расчетчик оперирует следующими параметрами:

- геометрические данные объекта (геометрическое описание поверхностей и объемов),
- количество степеней свободы конструкции и граничные условия,
- условия нагружения,
- толщины материала в элементах конструкции,
- распределение масс по узлам конечно-элементной сетки,
- массовые моменты инерции элементов конструкции,

- координаты центров тяжести элементов конструкции и центра тяжести конструкции в целом,

- площади сечений элементов конструкции,

- моменты инерции геометрических фигур (сечений элементов конструкций),

- модули упругости материала,

- коэффициент Пуассона,

- плотность применяемых материалов в конструкции,

- углы армирования в слоях композиционного материала,

- относительные толщины слоев в пакетах композиционных материалов элементов конструкции,

а также характеристики конечных элементов такие как:

- тип конечного элемента (оболочка, объемный элемент, многослойный оболочковый и т.п.),

- форма конечного элемента,

- количество степеней свободы в узле конечного элемента,

- кинематическая гипотеза конечного элемента,

- тип аппроксимирующей функции (линейная, квадратичная аппроксимация) и в каком направлении используется в локальной системе координат (например, сочетание квадратичной и линейной аппроксимации по разным осям локальной системы координат КЭ),

- особенности сходимости конечного элемента в зависимости от густоты и равномерности сетки.

Оперируя перечисленными параметрами, расчетчик стремится получить конечно-элементную модель, адекватную силовой схеме проектируемой конструкции.

При проектировании элементов механической системы в данной работе поиск рациональной конструкции разделен на две группы:

- подбор рациональной конструктивно-силовой схемы (КСС),

- подбор рациональных параметров элементов конструктивно-силовой схемы.

1. Система уравнений рациональной конструкции в рамках МКЭ

Исходными данными для формулировки задачи оптимизации в работе приняты перечисленные выше параметры. Чтобы обеспечить такую возможность и в силу строения конечно-элементных расчетных комплексов, задача поиска рациональных параметров (и КСС,

и рациональных параметров элементов КСС) сводится к схеме (рис. .1), которая основана на двух основных этапах:

1. Решение геометрической задачи по пошаговому распределению заданного параметра оптимизации (толщина оболочки в узлах сетки конечных элементов, плотность материала в узлах сетки и т.п.). На данном этапе фактически реализуется решение уравнения (1);
2. Решение основного уравнения (2) для определения НДС, траектории движения.

Матричное уравнение движения конструкции имеет вид:

$$M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = P. \quad (2)$$

Здесь K - матрица жесткости конструкции, состоящая из матриц жесткости отдельных конечных элементов;

M - матрица масс конструкции, образованная из матриц масс конечных элементов.

Формирование матрицы масс совпадает с формированием матрицы жесткости конструкции из матриц жесткости отдельных конечных элементов;

C - матрица демпфирования, размерность которой совпадает с размерностью матриц K и M ;

P - сосредоточенные, объемные и поверхностные силы, действующие на конструкцию;

$v_i v_j \dots v_n$ - матрицы перемещений отдельных узлов, n - общее число узлов конечно-элементной модели, т.е. $v = \{v_i v_j \dots v_n\}$.



Рис. 1

Для более подробного пояснения схемы решения задачи оптимизации в составе конечно-элементного расчетного комплекса необходимо пояснить следующее:

- Алгоритмы поиска оптимальных (рациональных) параметров конструкции итерационные и делятся на два этапа;

- Первый этап является решением геометрической задачи распределения значений параметра оптимизации по узлам сетки конечных элементов. При этом параметр оптимизации (толщина оболочки, угол укладки армирующего слоя, значения масс, плотность материала и т.п.) рассматривается как некоторая функция по линии, поверхности или объему в параметрическом виде;

- Второй этап является решением уравнения (2) (в зависимости от поставленной задачи реализуется решение статики или динамики) относительно данных, присвоенных полученной на первом этапе сетки конечных элементов.

После получения решения по второму этапу результат оценивается относительно заданного критерия (нежелательные деформации, заданная частота собственных колебаний, нежелательный уровень напряжений и т.п.) и при необходимости повторяется первый этап. Процесс повторяется итерационно до достижения значений параметров, близких к желаемым.

Если попытаться описать алгоритм поиска рациональной конструкции в виде системы уравнений, то в общем случае задача поиска оптимальных параметров конструкции по узлам конечно-элементной сетки в соответствии с заданным критерием может быть выражена следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = P \\ M\ddot{v} + Kv = 0 \\ n_i = n_i(\alpha, \beta) \\ m_j = m_j(\alpha, \beta) \\ i = 1 \div k \\ j = 1 \div l \end{cases} \quad (3)$$

где

α, β - параметрические координаты расчетной сетки;

$n_i = n_i(\alpha, \beta)$ - закон распределения параметра оптимизации при решении однокритериальных задач, которым может быть плотность материала (ρ), модуль упругости (E), толщина лицевой панели (δ), радиус-вектор узла конечно-элементной сетки (\bar{r}), момент инерции сечения (J), степени свободы в узлах (три перемещения и три поворота в узле КЭ) и т.п. (например, $E = E(\alpha, \beta)$ или $\delta = \delta(\alpha, \beta)$);

$m_j = m_j(\alpha, \beta)$ - функции взаимосвязи параметров оптимизации, которые формулируются в случае решения многокритериальных задач;

k - количество параметров оптимизации;

l – количество функций взаимосвязи параметров оптимизации.

Выше отмечалось, что во многих работах задача поиска рациональных параметров конструкции математически сводится к оптимизации целевой функции некоторой совокупности проектных переменных $F = F(X)$, где $X(X_1, X_2, \dots)$ – вектор проектных переменных. В выражении (3) целевой функцией является $m_j = m_j(\alpha, \beta)$, $j = 1 \div l$. Это может быть сложная функция или функционал, описывающий зависимость заданного параметра оптимизации от нескольких других. Однако, на сегодняшний день, в многочисленных работах по оптимизации конструкции никому не удалось получить такое соотношение $m = m(\alpha, \beta)$, при котором все перечисленные выше параметры взаимоувязывались так, что система (3) сводилась к виду:

$$\begin{cases} M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = P \\ M\dot{v} + Kv = 0 \\ m = m(\alpha, \beta) \end{cases} \quad (4)$$

и имела единственное решение. Иными словами, в общем случае решения задач оптимизации при выборе систем уравнений $n_i = n_i(\alpha, \beta)$, $m_j = m_j(\alpha, \beta)$ отсутствует такое выражение $m = m(\alpha, \beta)$, которое однозначно описывает взаимосвязи всех возможных параметров оптимизации. Выражение (3) является неполным при любых вариантах формулировок.

По этой причине, при решении системы уравнений (3) мы всегда получаем комплекс математических моделей поиска рациональных параметров. Выбор набора параметров оптимизации и набора математических моделей остается всегда результатом субъективного решения конструктора. Оценка полученного набора решений и их обобщение также субъективно с точки зрения конструктора-расчетчика и как правило имеет множество вариантов решений, часто не достигающих полностью оптимальных значений.

В итоге, множество получаемых математических моделей является средством максимально возможного всестороннего исследования проектируемой конструкции на ранних стадиях разработки с последующим их уточнением в сравнении с результатами различных видов испытаний.

В зависимости от поставленной при проектировании задачи состав системы уравнений (3) может усложняться или упрощаться. К примеру, при решении задачи поиска рациональных параметров оболочковой конструкции при распределении материала система уравнений сводится к виду:

$$\begin{cases} M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = P \\ M\ddot{v} + Kv = 0 \\ \delta = \delta(\alpha, \beta) \end{cases} \quad (5)$$

Необходимо дополнить, что с точки зрения общего строения расчетного комплекса конечных элементов системой уравнений конструктивно-силовой схемы будет:

$$\begin{cases} M\ddot{v} + C\dot{v} + Kv = P \\ M\ddot{v} + Kv = 0 \end{cases} \quad (6)$$

КСС будет выражаться сочетанием конечных элементов различного типа, описывающие идеализированно закон распределения энергии деформации между элементами конструкции. Оптимизация КСС в данном случае будет выглядеть как оптимальное сочетание конечных элементов различного типа (с различными степенями свободы в узле и различными кинематическими гипотезами), позволяющих наиболее точно отразить выбранный проектировщиком закон распределения энергии деформации в КСС, определяя тем самым гипотезу прочности относительно разрабатываемой конструкции. Матрицы M , C , K имеют блочную структуру.

2. Метод решения основного уравнения движения конструкции

При решении уравнения (2) в матрице перемещений учтены накладываемые на тела связи и граничные условия, а также в системе уравнений учтены известные внешние усилия. Решая систему (2) методом прямого интегрирования [1, 2], получим v как функцию по времени.

При моделировании ЛА в состав внешних нагрузок входят изменяемые во времени в зависимости от положения в пространстве и скорости летательного аппарата аэродинамические силы. Для обеспечения моделирования равновесия аэромеханической схемы ЛА на заданном участке времени и с заданным шагом совместно с решением (2) решается задача определения аэродинамических нагрузок.

Иными словами, на каждом шаге интегрирования для несущей поверхности, занимающей в данный момент времени определенное положение в пространстве, переопределяется аэродинамическая нагрузка в соответствии с принятой методикой аэродинамического расчета. При реализации подобных совместных задач необходимо учитывать особенности точности решений и принятые в совмещаемых расчетных методиках гипотезы и допущения, которые оказывают существенное влияние на точность результата совместного решения.

Для определения аэродинамических нагрузок на несущие поверхности конечного размаха на дозвуковых скоростях используется численный метод дискретных вихрей.

Так как механизм может иметь входные управляющие звенья, то их управляющее воздействие задается величинами перемещений узлов в матрице перемещений. Аналогично подходу в расчете аэродинамических нагрузок, перемещения узлов входного звена в модели механизма возможно описать в виде функции по времени и решать в едином временном промежутке с уравнением (2). Выбор функции управления для моделирования ЛА проводится в соответствии с теорией автоматического управления [3, 4], а уравнением объекта регулирования является (1). Функции управления определяют перемещения в локальных координатах узлов модели входного звена механизма.

При реализации совместных задач для решения уравнения (2) применяется разложение по собственным формам с предварительным решением задачи на собственные значения для податливых звеньев [5].

Идея решения задач подобного типа не нова, и на сегодняшний день существует множество работ в этом направлении [6, 7].

3. О реализации алгоритмов поиска рациональных параметров конструкции

Формулировка решения о поиске рациональной конструкции в виде (3) требуется для более системного подхода к разработке методов оптимизации в рамках МКЭ с учетом имеющихся в расчетном комплексе различного типа конечных элементов. Например, разработку алгоритмов поиска рациональных параметров можно начать с алгоритма:

- рационального распределения толщины материала $\delta = \delta(\alpha, \beta)$ относительно НДС конструкции;

- рационального распределения материала в трехмерном объемном теле путем изменения координат опорных точек образующих линий;

- подбора рационального угла укладки армирующего слоя;

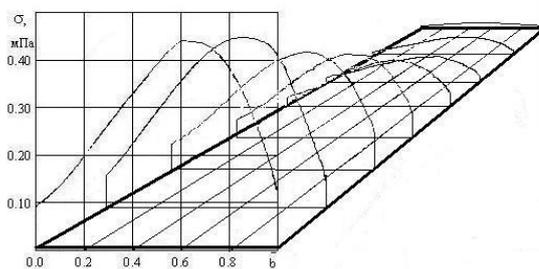
- рационального распределения плотности материала;

и т.д.

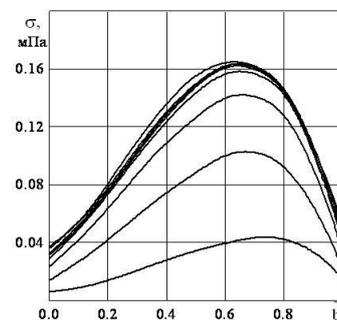
Необходимо пояснить, что конечно-элементная модель КСС представляет собой сложную схему распределения усилий между элементами конструкции. В общем случае она является статически неопределимой системой, конструктивные доработки которой трудно провести безошибочно без применения расчета, учитывающего сложные взаимосвязи элементов в конструкции. Как правило, на ранних стадиях проектирования конструктор при до-

работках конструктивно-силовой схемы руководствуется разработанными им гипотезами жесткости для данной схемы. Например, в схеме крыла изгиб может воспринимать лонжерон, а обшивка работает на сдвиг. Вклад замкнутой тонкой обшивки в изгибные деформации можно попытаться не учитывать за счет достаточной жесткости лонжерона. Избыток полученного веса на начальной стадии можно представить запасом прочности конструкции. В данном случае запас прочности фактически определяет степень незнания конструктора о поведении КСС. При подобных упрощенных гипотезах жесткости конструкции конструктивные доработки приводят к нежелательным деформациям и концентраторам напряжений, которые трудно логически объяснить. Картина усложняется при проектировании моноблочного крыла, где элементы каркаса и обшивки имеют еще более сложную взаимосвязь. В данном случае, для более точного исследования взаимосвязи элементов конструкции требуется алгоритм автоматизации. В конечно-элементной модели это будет выражаться в автоматизации распределения значений параметра по взаимоувязанным по степеням свободы узлам конечных элементов различного типа (объемный элемент, оболочка, пластина, мембрана и т.д.), объединенных в единую расчетную сетку.

Решение задач статики являются частным случаем задач динамики конструкции. В этом случае поиск ее рациональных параметров относительно нескольких видов нагружения затруднителен. Практика показывает, что оптимизация параметров конструкции относительно одного из случаев нагружения может привести к ухудшению желаемых характеристик при иных случаях нагружения. Как отмечалось выше, подобные трудности объясняются сложностями получения уравнения взаимосвязи рациональных параметров таким образом, чтобы система (4) имела единственное решение относительно заданных исходных данных.



a



b

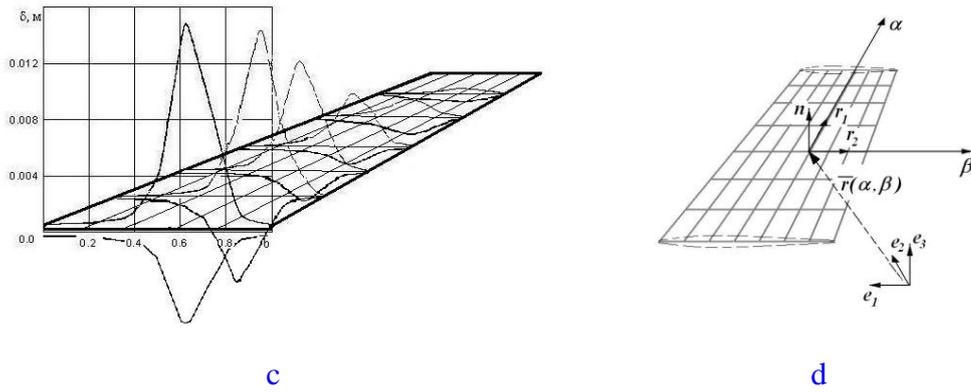


Рис. 2

В случае расчета механизмов картина изменения нагрузок усложняется, так как нагрузки меняются периодически по величине и направлению. По этой причине поиск рациональных параметров звеньев механизмов требуют более сложного подхода.

Это можно показать на примере решения системы уравнений (5) при проекторочном расчете несущих поверхностей [10], которые дополним решением температурной задачи.

Для решения задачи распределения материала геометрия крыла, расчетная нагрузка и объем материала лицевых поверхностей считаются заданными. Толщины лицевых панелей трехслойной несущей поверхности задаются постоянной величиной $\delta(\alpha, \beta) = \text{const}$ (α, β - локальные координаты расчетной поверхности). После статического расчета крыла толщина панели перераспределяется в зависимости от величины удельной энергии упругих деформаций материала

$$\Delta W = \frac{1}{2} \sigma_{\alpha\beta} \varepsilon_{\alpha\beta}, \quad (7)$$

что эквивалентно выполнению критерия минимума потенциальной энергии деформирования. Далее проводится новый расчет с неизменной геометрией и нагрузкой до достижения сходимости. Полученную функцию $\delta(\alpha, \beta)$ можно принять за функцию рационального распределения материала в проекторочном расчете.

На рис. 2,a показано распределение нормальных напряжений σ^{11} по хорде в нескольких сечениях по размаху полукрыла (на верхней лицевой панели) до определения рационального размещения материала в лицевых поверхностях трехслойной конструкции.

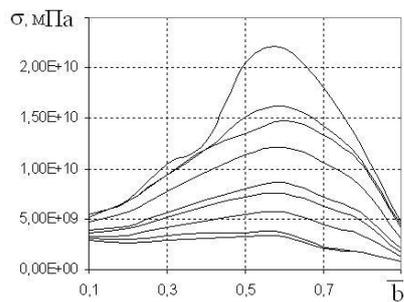
На рис. 2,b приведено распределение нормальных напряжений после определения рационального размещения материала в лицевых поверхностях трехслойной конструкции.

На рис. 2,c показано «рациональное» распределение толщины материала по хорде сечений верхней и нижней лицевых панелях проектируемого крыла беспилотного самолета.

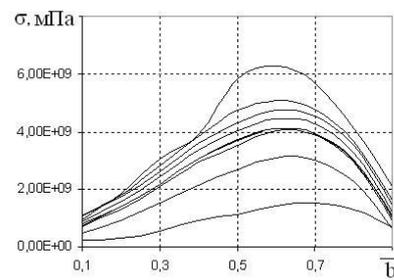
Перераспределение материала привело к существенному снижению общего уровня напряжений и выравниванию значений по сечениям крыла. Ограничение на минимальную толщину материала не позволяет обеспечить «абсолютную равнонапряженность» в материале конструкции. В результате перераспределения материала произошло ухудшение флаттерных характеристик крыла, произошло снижение критической скорости флаттера.

Повышение критической скорости флаттера, например, можно достигнуть наложением дополнительного армирующего слоя под наиболее рациональным углом по отношению к выбранной оси. Выбор оси для расчета угла армирования зависит от выбранной конструктивно-силовой схемы и может иметь различные варианты.

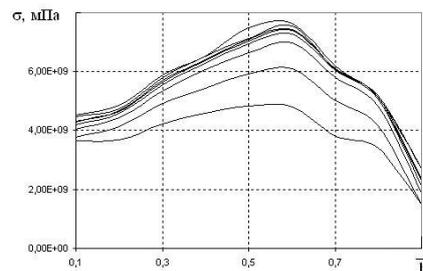
Однако помимо аэродинамических сил на несущую поверхность может оказывать существенное влияние неравномерное поле температур. При решении задачи определения НДС конструкции поле температур можно рассматривать в виде нагрузки. В этом случае систему уравнений (5) можно представить в виде более общего случая (4), когда распределение материала конструкции рассматривается относительно суммарного нагружения от поля аэродинамических сил и температурного поля.



a



b



c

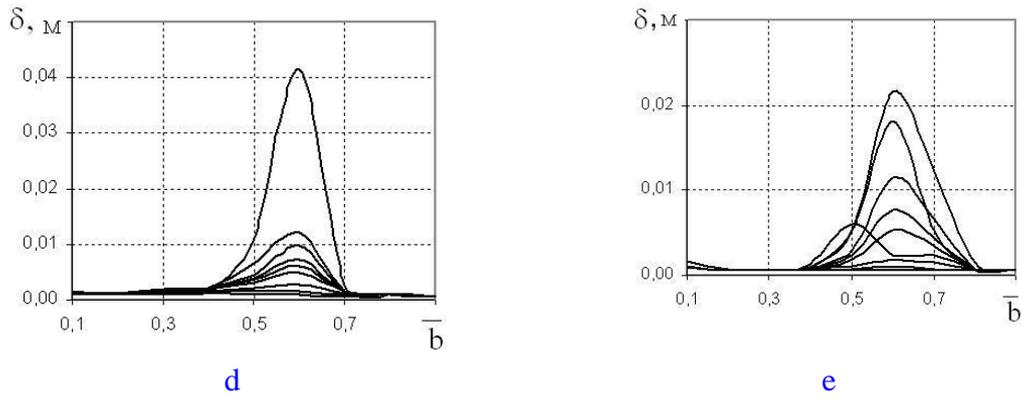


Рис. 3

Общее вариационное уравнение, на основе которого строится матричное уравнение равновесия, имеет вид:

$$\delta \frac{1}{2} \int_V C^{ijkl} e_{kl} e_{ij} dV - \delta A + \int_V \rho \ddot{\mathbf{u}} \delta \mathbf{u} dV = 0, \quad (8)$$

где C^{ijkl} - жесткостные параметры материала;

e_{kl} - компоненты деформации;

δA - виртуальная работа внешних сил;

\mathbf{u} - вектор обобщенных перемещений;

••

$\ddot{\mathbf{u}}$ - вектор ускорений.

Переходя к термоупругости, необходимо, помимо упругих деформаций, учесть деформации от температуры. Поэтому расчет напряженно-деформированного состояния конструкции построен на основе соотношений, в которых компоненты тензора полных деформаций представим в виде суммы компонент тензора упругих деформаций и компонент тензора температурных деформаций:

$$e_{kl(\text{полн})} = e_{kl(\text{упр})} + e_{kl(t)}, \quad (9)$$

где $e_{kl(\text{полн})}$ - полные деформации, $e_{kl(\text{упр})}$ - упругие деформации, $e_{kl(t)}$ - температурные деформации.

Тогда:

$$e_{kl(\text{упр})} = e_{kl(\text{полн})} - e_{kl(t)}. \quad (10)$$

Выражение удельной энергии деформирования материала от внутренних сил можно записать в следующем виде:

$$\Delta W = C^{ijkl} (e_{kl(\text{полн})} - e_{kl(t)}) \delta e_{ij(\text{полн})}. \quad (11)$$

Из (11)

$$\Delta W = C^{ijkl} e_{kl(\text{полн})} \delta e_{ij(\text{полн})} - C^{ijkl} e_{kl(t)} \delta e_{ij(\text{полн})} . \quad (12)$$

Второе слагаемое соотношения (12) в общем вариационном уравнении равновесия будет представлено в виде дополнительной нагрузки:

$$\Delta P_t = C^{ijkl} e_{kl(t)} \delta e_{ij(\text{полн})} . \quad (13)$$

С учетом выше сказанного матричная система линейных алгебраических уравнений равновесия примет вид:

$$[F]\{u\} = \{P + \Delta P_t\} . \quad (14)$$

Тензор температурных деформаций представляется в виде:

$$e_{kl(t)} = T_{kl} \Delta t , \quad (15)$$

где

$$T_{kl} = \begin{bmatrix} T_{11} & T_{12} & T_{13} \\ T_{21} & T_{22} & T_{23} \\ T_{31} & T_{32} & T_{33} \end{bmatrix} - \text{тензор коэффициентов теплового расширения};$$

Δt - температурное приращение.

Широкий диапазон рабочих температур приводит к тому, что пластические деформации в материале матрицы могут возникать в результате чисто температурных воздействий на композит. Необходимо отметить тот факт, что температурное расширение рассматриваемых материалов в разных направлениях может быть весьма неоднородным, что возможно отразить с помощью компонент тензора T_{kl} .

Для материала, имеющего одинаковые свойства температурного расширения, тензор T_{kl} имеет вид:

$$T_{kl} = \begin{bmatrix} T_0 & 0 & 0 \\ 0 & T_0 & 0 \\ 0 & 0 & T_0 \end{bmatrix} . \quad (16)$$

При необходимости полного описания температурных свойств материала потребуется проведение соответствующих экспериментов.

Дополнительная нагрузка записывается в системе координат срединной поверхности. Коэффициенты упругости определены для конкретного материала в своих осях. Лицевые панели получают намоткой или укладкой слоев материала под разными углами. Для формирования матрицы нагрузки необходимо пересчитать упругие коэффициенты в системе координат срединной поверхности. Для этого используются матрицы преобразования D_k^i ($i, k=1, 2, 3$). Элементы матрицы преобразования D_k^i определяются скалярным произведением контравариантных базисных векторов координатной поверхности \mathbf{R}^i и единичных векторов $\mathbf{e}_{1(\text{нам})}$ и

$e_{2(\text{нам})}$, определяющих ориентацию главных осей слоя материала на лицевой поверхности. При этом векторы $e_{3(\text{нам})}$ и \mathbf{n} (вектор нормали к поверхности) полагаются коллинеарными. Зная упругие коэффициенты в ортогональных осях каждого слоя C^{mnop} и ориентацию этого слоя (угол намотки или укладки), можно определить упругие параметры в системе осей координатной поверхности C^{ijkl} :

$$C^{ijkl} = D_m^i D_n^j D_o^k D_p^l C^{mnop} . \quad (17)$$

Возвращаясь к задаче распределения толщины панелей крыла, считаем, что геометрия крыла, расчетная нагрузка, объем материала лицевых поверхностей и неравномерное поле температур по поверхности крыла считаются заданными. Толщины лицевых панелей трехслойной несущей поверхности задаются постоянной величиной $\delta(\alpha\beta) = \text{const}$. После статического расчета крыла толщина панели перераспределяется в зависимости от величины удельной энергии упругих деформаций материала (7), что эквивалентно выполнению критерия минимума потенциальной энергии деформирования. Далее проводится новый расчет с неизменной геометрией и нагрузкой до достижения сходимости. Полученную функцию $\delta(\alpha\beta)$ можно принять за функцию рационального распределения материала в проектировочном расчете.

В соответствии с исходными данными проведен статический расчет НДС полукрыла скоростного беспилотного самолета и получено распределение нормальных напряжений по хорде в нескольких сечениях полукрыла (рис. 3,а).

Перераспределение материала без учета влияния температурного поля проводилось аналогично рассмотренным выше расчетам. Результатом расчетов (как и в случае выше) было существенное снижение общего уровня напряжений, а также сглаживание поля распределения напряжений в поперечных сечениях по всему размаху крыла. Ограничения на минимальную толщину материала не позволяют обеспечить «равнонапряженность» в материале конструкции.

Рис. 3,б демонстрирует распределение нормальных напряжений по хорде в нескольких сечениях полукрыла после оптимизации без учета влияния температур.

Рис. 3,с демонстрирует распределение нормальных напряжений по хорде в нескольких сечениях полукрыла скоростного беспилотного самолета после определения рационального размещения материала с учетом влияния неравномерного распределения поля температур. Кривые распределения нормальных напряжений демонстрируют одновременное выравнивание по сечениям крыла и значительный прирост уровня напряжений.

Распределение толщины материала по верхней и нижней лицевым поверхностям проектируемого крыла происходит не равномерно, существенное влияние оказывает неравно-

мерное поле температур. Как и в расчете выше, верхняя поверхность полукрыла испытывает в большей мере сжимающие усилия по сравнению с нижней поверхностью.

Распределение материала по верхней лицевой поверхности полукрыла скоростного летательного аппарата с учетом влияния неравномерного поля температур представлено на [рис. 3,d](#). Распределение материала по нижней поверхности представлено на [рис. 3,e](#).

Поиск рациональных параметров конструкции в данном случае проводился относительно НДС от сложной системы сил. Оценивая функции распределения толщины материала отдельно от аэродинамических нагрузок и влияния температур в сравнении с расчетами функции распределения материала при суммарной нагрузке возможно принять то или иное техническое решение при разработке как конструктивно-силовой схемы в целом, так и при доводке параметров отдельных ее элементов.

Реализация решений системы уравнений (3) может быть разнообразной, и на сегодняшний день существует множество аналогичных работ.

Одним из параметров конечно-элементной модели является плотность материала. Решение задачи распределения плотности материала хотелось бы рассмотреть на примере работ [11-13], в которых хорошо сформулированы общие подходы к расчету вариантов рациональных конструктивно-силовых схем и весовых характеристик. Расчеты проводятся с применением модели тела переменной плотности, позволяющие проводить оценку весовых характеристик проектируемой конструкции без необходимости задания внутренней конструктивно-силовой схемы.

В работе [14] рассматривается изменение удельной энергии деформирования в зависимости от направления армирования прямого крыла при действии изгибающей и крутящей нагрузки. В данном случае вариантом подбора угла укладки дополнительного анизотропного материала является ориентирование анизотропного материала в соответствии с распределением главных напряжений.

4. О возможности оценки ресурса на основании алгоритмов поиска

рациональных параметров

Результатом расчета системы уравнений (2) будет закон изменения по времени поля деформаций податливого звена ([рис. 4](#)) (позволяющий определить закон изменения поля напряжений по выбранной теории прочности) и закон изменения нагружения в шарнирах звеньев механизма ([рис. 5](#)).

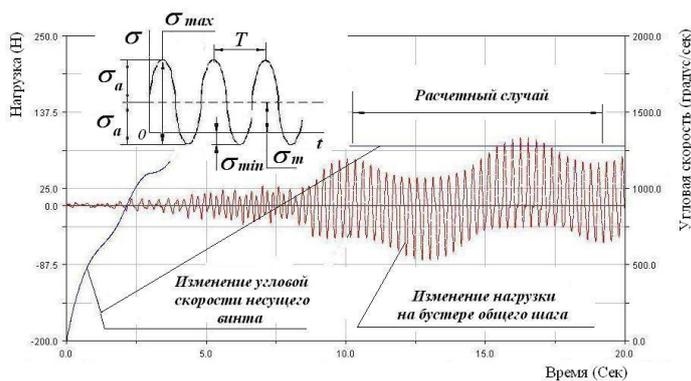


Рис. 4

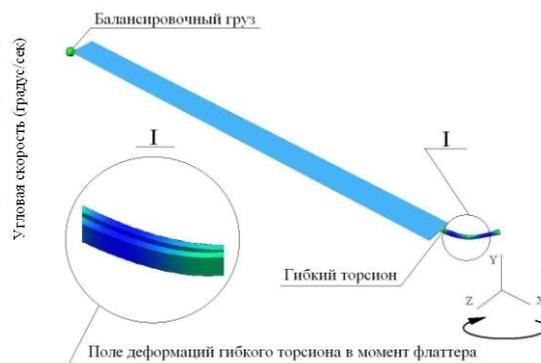


Рис. 5

Основанием для решения задачи повышения ресурса проектируемой конструкции выбраны алгоритмы поиска рациональных параметров, применение которых дает возможность получить наиболее гладкое и относительно низкое по уровню поле напряжений. Это позволяет повысить характеристики усталостной прочности.

На рис. 2, 3 видно, что применение алгоритмов поиска рациональных параметров при расчете статически неопределимой системы приводит к перераспределению и сглаживанию полей напряжений и значительно снижает их уровень. Последовательным применением алгоритмов расчета рациональных параметров возможно разработать наиболее близкую к равнопрочной конструктивно-силовую схему и снизить концентрацию напряжений при решении задач местной прочности. При этом КСС рассматривается в идеализированном виде.

Основными допущениями в расчете ресурса является равномерность свойств материала, чистота поверхности, отсутствие технологических дефектов. Снижение уровня напряжений и сглаживание их поля приводит к повышению усталостных характеристик. Механику этого процесса для идеализированной конструкции возможно увидеть при расчете усталостных характеристик консольной балки под действием поперечной переменной нагрузки в сравнении с консольной балкой равного сопротивления. Подобная задача является классической для курса Сопротивления материалов. В данной работе сложная статически неопределимая система приводится к равнонапряженному состоянию с применением автоматизированного расчета конструктивных параметров. Это продиктовано тем, что в общем случае МКЭ предназначен для определения НДС статически неопределимой конструкции, для которой в расчетах возможно только применение численного моделирования.

Полученные в расчете напряжения необходимо пересчитать к эквивалентным по повреждаемости напряжениям с такой характеристикой цикла (или его статической составляющей), при которой были проведены усталостные испытания образцов и получены пределы выносливости и кривые усталости. Для пересчета обычно используются соотношения Одингга или Хейга вида:

$$\begin{aligned}\sigma_a^2 + \sigma_a \sigma_m &= const ; \\ \sigma_a + k\sigma_m &= const .\end{aligned}\tag{18}$$

Здесь σ_a - амплитуда переменных напряжений цикла;

σ_m - статическая составляющая напряжения;

k - коэффициент влияния статической составляющей (для различных материалов изменяется в диапазоне 0,1...0,3).

Далее, используя кривые усталости и вводя соответствующие коэффициенты надежности по напряжениям и циклам, можно определить возможный ресурс конструкции по условиям усталости.

При этом рабочий и предельный циклы напряжений должны иметь одинаковые характеристики цикла (отношение σ_a/σ_m) или одинаковые статические составляющие напряжений σ_m .

Выводы

Рассмотренные методы построения математических моделей разработаны с применением расчетных комплексов отечественной разработки, а так же ANSYS, NASTRAN и ADAMS. Применение расчетных комплексов различных разработчиков обусловлено необходимостью расширить расчетные возможности для конструктора и повысить технологичность.

С учетом строения расчетных комплексов по методу конечных элементов возможно систематизировать разработку алгоритмов поиска рациональных параметров конструкции на основе особенностей соотношений применяемых в проектировочном расчете типов конечных элементов.

Для получения наиболее высокого эффекта от применения алгоритмов рациональных параметров необходима приемлемая точность решения задачи определения НДС. Это достигается сходимостью решения в конечно-элементной модели с учетом характеристик сходимости каждого типа применяемых в модели КЭ и характеристик устойчивости методов решения основного уравнения (2).

Для расширения возможностей проектировочного расчета при определении нагрузок в механической системе применяется решение совместных задач, позволяющих проводить

моделирование заданного режима работы механизма (его кинематический и силовой анализ) с определением деформаций звеньев.

Модели позволяют исследовать динамический отклик конструкции механических систем под действием заданных и изменяющихся во времени системы сил и граничных условий. Предусмотрена возможность расчета конструкции с применением композиционных материалов и кинематических схем, принцип работы которых основан на больших деформациях звеньев.

Использование алгоритмов рациональных параметров прогнозировать усталостные характеристики проектируемой конструкции на ранних стадиях проектирования до получения опытного образца.

Библиографический список

1. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов /Пер. с англ. А.С. Алексеева и др.; Под ред. А.Ф. Смирнова. - М.: Стройиздат, 1982 — 448 с. ил. — Перевод изд.: Numerical methods in finite element analysis /К.—J.Bathe, E.L. Wilson (1976).
2. R.R. Craig and M. C.C. Vamptom. Coupling of substructures for dynamics analyses. AIAA Journal, 6(7):1313-1319, 1968.
3. Дмитриев И.С., Есаулов С.Ю. Системы управления одновинтовых вертолетов. М., «Машиностроение», 1969.
4. Колосов С.П., Строилов В.М. Основы автоматического пилотирования. М. «Государственное издательство оборонной промышленности», 1959.
5. Голованов А.И., Касумов Е.В., Шувалов В.А. О методике численных экспериментов в проектировочных расчетах механических систем вертолета/ Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т.XLI, № 4 с. 86-104
6. М.А. Головкин, Н.Н. Тарасов. Аэродинамические характеристики моделей воздушных винтов вертикально взлетающего самолета в широком диапазоне углов атаки/ Ученые записки ЦАГИ. 2009. Т.XL, № 4.
7. В.А. Леонтьев. Метод решения уравнений движения упругих лопастей вертолетных винтов в общем случае движения/ Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т.XLI, № 5 с. 67-79.
8. Гайнутдинов В.Г., Касумов Е.В. О расчете рациональных параметров тонкостенных конструкций из композиционного материала. // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н.Туполева, 1998. № 3

9. Гайнутдинов В.Г., Касумов Е.В. Об алгоритме построения упругих моделей и расчете некоторых рациональных параметров несущих поверхностей из композиционных материалов. // Изв. вузов. Авиационная техника. 1999. № 4. с.13-15.
10. Гайнутдинов В.Г., Касумов Е.В. Об алгоритме построения упругих моделей и расчете некоторых рациональных параметров несущих поверхностей из композиционных материалов. // Изв. вузов. Авиационная техника. 1999. № 4. С.13-15.
11. Болдырев А.В., Комаров В.А., Лаптева М.Ю., Попович К.Ф. Учет деформации крыла на ранних стадиях проектирования // Общероссийский научно-технический журнал «Полет».– М, 2008.– № 1.– С. 34-39.
12. Болдырев А.В., Комаров В.А., Лаптева М.Ю. Об оценке точности прогнозирования деформаций крыла на основе модели переменной плотности // Вестник Казанского государственного технического университета им. А.Н. Туполева.– 2009.– № 3.– С. 13-15.
13. Кузнецов А.С. Выбор геометрических параметров самолёта интегральной схемы на основе высокоточного математического моделирования // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2011. – Т.13 (39). – №1 (2). – С.318-321
14. Гайнутдинов В.Г., Рамазанов Р.В., Цой А.С. О расчете рациональных параметров несущих поверхностей. // Вестник КГТУ им. А.Н.Туполева, Казань 2003. № 2. С.8-9

