

УДК 621.391

## **Применение циклических кодов и приема со стиранием для цифровых каналов связи.**

Л. Н. Баранников, А. Б. Ткачѐв, А. В. Хромцев

*Рассмотрено применение циклических кодов и приема со стиранием для повышения помехоустойчивости в цифровых каналах связи. В статье приведены результаты расчетов и моделирования для каналов с независимыми и пакетными ошибками.*

Для передачи сообщений в цифровых системах передачи информации важно повышение помехоустойчивости, особенно в каналах со сложной помеховой обстановкой. Одним из мощных современных средств борьбы с помехами является помехоустойчивое кодирование.

После применения корректирующего кодирования можно еще повысить помехоустойчивость радиоканала, если при декодировании учитывать апостериорную вероятность правильности принятого решения при приеме каждого символа. При этом символы с высоким уровнем этой вероятности можно считать принятыми верно, а корректирующую способность помехоустойчивого кода сосредоточить на тех символах, вероятность ошибки которых высока. Однако, такой прием и обработка символов затруднены сложностью аппаратуры, предназначенной для анализа вероятности ошибок в символах. Поэтому наиболее доступным может быть применение частного случая – приема со стиранием.

Его особенность состоит в том, что решающее устройство имеет область неопределенности, в которую попадают все сигналы, не превысившие установленный порог. Решающее устройство выдает при этом специальный символ, заменяющий неуверенно принятый сигнал. Этот символ оказывается, таким образом, «стертым». Так, при передаче двоичным кодом на выходе решающего устройства появляется один из трех символов: 0, 1 и символ стирания X.

Восстановить стертые знаки часто оказывается легче, чем исправить ошибочные. Это обусловлено тем, что местонахождение стертых знаков известно, так как оно обозначено символом стирания X, тогда как местоположение ошибок неизвестно, и каждый из знаков 0 или 1 может быть как верным, так и неверным [3].

При реализации этого метода необходимо учитывать, что практически вся современная цифровая аппаратура, применяемая в РСПИ, работает с бинарной логикой. Двухпороговое решающее устройство на выходе создает символы с тремя возможными состояниями – логическая

единица, логический ноль и символ стирания. Для согласования работы двухпорогового решающего устройства и всей остальной части приемника необходимо переходное устройство. Это устройство должно иметь регистр для принятых логических символов и регистр для записи номеров позиций стертых символов. Проще всего в этом регистре логическими единицами помечать позиции тех символов, в которых наступили «стирания», остальные позиции будут помечены логическими нулями.

Известно [1], что процесс декодирования как правило является более сложным, чем кодирование. Поэтому при реализации желательно выбрать такой метод помехоустойчивого кодирования, который обеспечивал бы наиболее простую процедуру декодирования. Для циклических кодов достаточно простым является синдромный метод декодирования. Однако при использовании приема со стиранием для каждого нового кода необходимо создавать свой алгоритм получения синдрома. Существует особый класс циклических кодов, допускающих мажоритарное декодирование. Для этих кодов при использовании стираний возможно декодирование по известным алгоритмам.

Суть мажоритарного декодирования заключается в вычислении проверочных соотношений, составленных из определенных символов кодового слова. Очередной декодированный символ принимает то логическое значение, которое имеют большинство из вычисленных проверок. Например, если большинство проверок имеют значение «1», то и очередной символ принимает значение «1». В случае, если количество проверок четное и половина из них имеют значение «1», а другая половина – значение «0», то декодер выносит решение о том, что кодовое слово принято ошибочно. При появлении стертых символов часть проверочных соотношений, в которую входят эти символы, исключается из рассмотрения. Поэтому при стираниях декодирование производится по большинству оставшихся проверок. Символы будут декодированы правильно, если минимальное число ненарушенных проверок всегда больше максимального числа нарушенных [2].

Рассмотрим алгоритм декодирования со «стираниями» на примере циклического кода (15, 4), допускающего мажоритарное декодирование, у которого генераторный полином кода:  $g(x) = x^4 + x^1 + 1$ . При декодировании выполняются следующие операции:

1. Регистр заполняется битами принятой кодовой комбинации.
2. Вычисляются контрольные проверки по системе проверок для данного кода по мажоритарному принципу. Если при вычислении какой-либо проверки обнаруживается, что в её слагаемые входит стирание, то эта контрольная проверка не вычисляется и при мажоритарном сравнении не учитывается.

3. Проводится мажоритарное сравнение контрольных проверок. Вычисленный бит запоминается.
4. Регистр сдвигается в сторону младшего разряда.
5. В освободившийся старший разряд записывается бит, вычисленный на 3 шаге.

Система контрольных проверок для данного кода имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
 a_0 &= a_0 \\
 a_0 &= a_1 \oplus a_4 \\
 a_0 &= a_2 \oplus a_8 \\
 a_0 &= a_{13} \oplus a_{14} \\
 a_0 &= a_5 \oplus a_{10} \\
 a_0 &= a_6 \oplus a_{13} \\
 a_0 &= a_7 \oplus a_9 \\
 a_0 &= a_{11} \oplus a_{12}
 \end{aligned}$$

Стирания можно получать аппаратным способом, т. е. введением в схему приемника двухпорогового решающего устройства. В этом случае для реализации используется два двоичных регистра с количеством ячеек, равным длине кода. В одном регистре записываются принятые символы, которые используются для мажоритарного декодирования. В другом регистре записываются символы, отмечающие стирания. Эти символы используются для того, чтобы при мажоритарном декодировании отключать те ячейки, которым соответствуют стирания.

Так как у данного кода чётное число проверочных уравнений, то этот код позволяет кроме исправления, ещё и обнаруживать ошибки. Ошибка будет обнаружена в том случае, если на входе мажоритарного элемента будет одинаковое количество нулей и единиц.

Кроме рассмотренного кода существует много других циклических кодов, допускающих мажоритарное декодирование. Их схемы кодирования и декодирования принципиально не отличаются от рассмотренной и зависят только от генераторного полинома и системы проверочных уравнений.

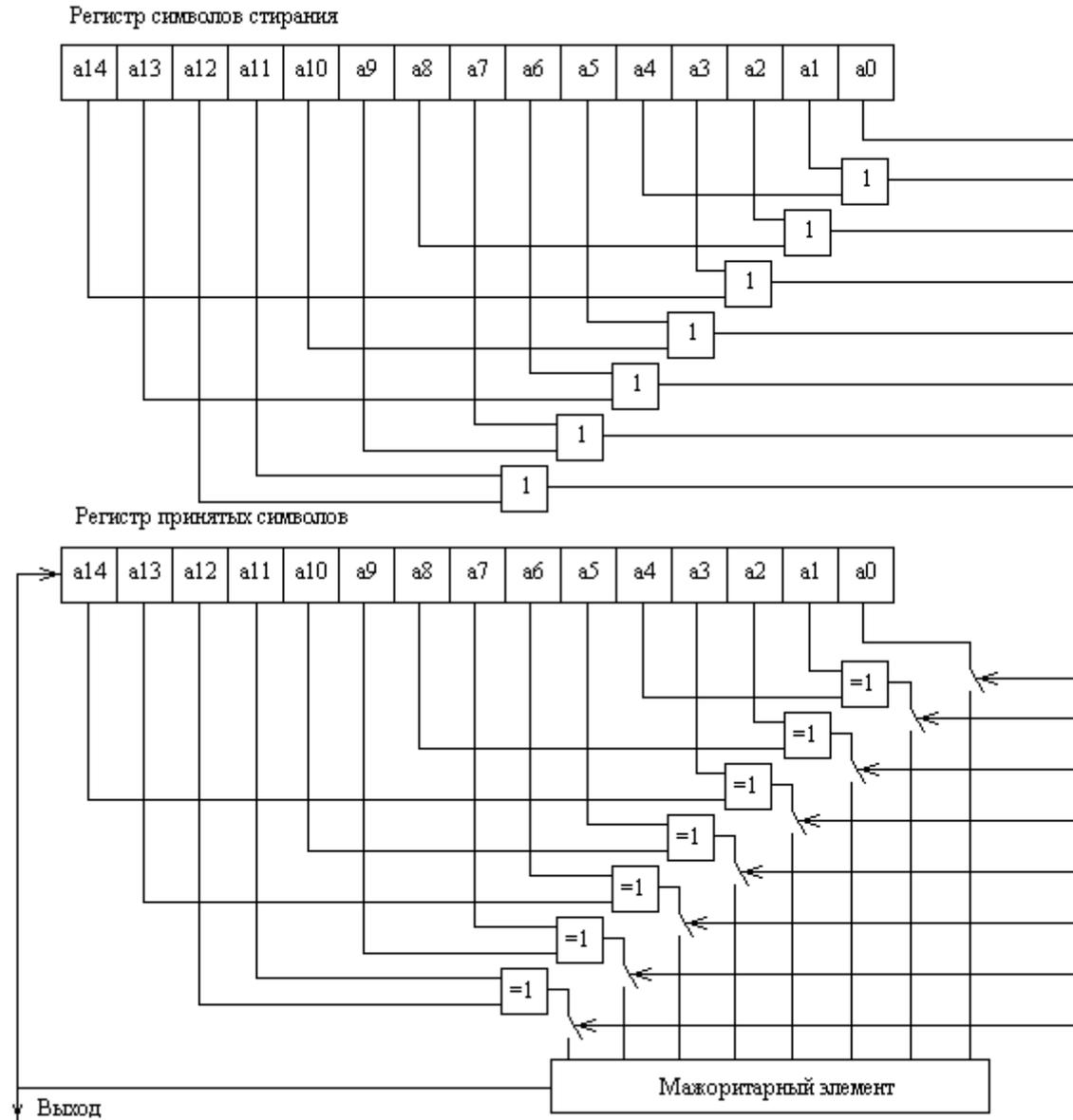


Рис. 1

Ниже приведены результаты анализа помехоустойчивости в канале с независимыми ошибками и приемом со стираниями. Был построен график зависимости вероятности ошибки при приеме слова от величины порога стирания  $P(\Pi)$ .

По этой зависимости можно определить оптимальный порог, при котором вероятность ошибки в приеме слова будет наименьшей. Зависимости  $P(\Pi)$  были найдены для нескольких циклических кодов, допускающих мажоритарное декодирование при разных значениях отношения сигнал/шум. Рассмотрим их на примере кода (15, 4) при использовании фазовой манипуляции. На рис. 2 приведена зависимость  $P(\Pi)$  при отношении сигнал/шум  $Q = 1$ , а на рис. 3 та же зависимость при  $Q = 6$ .

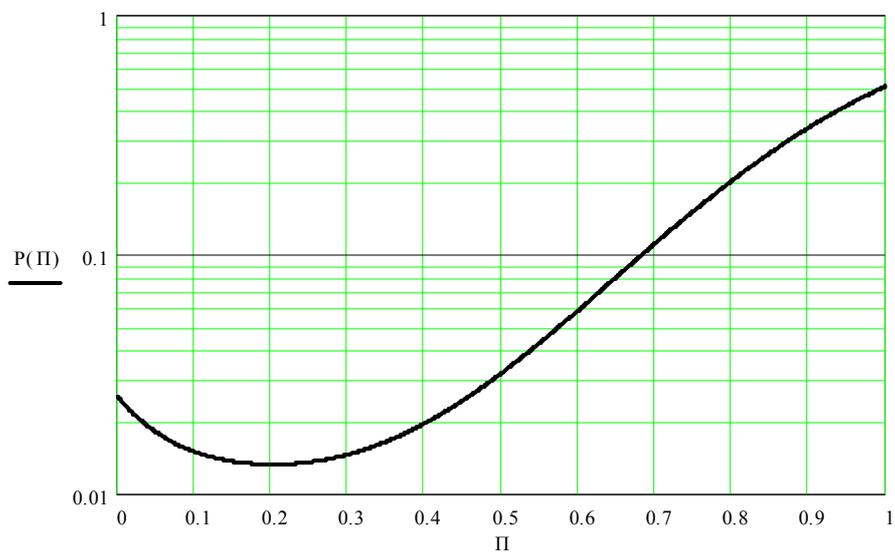


Рис. 2

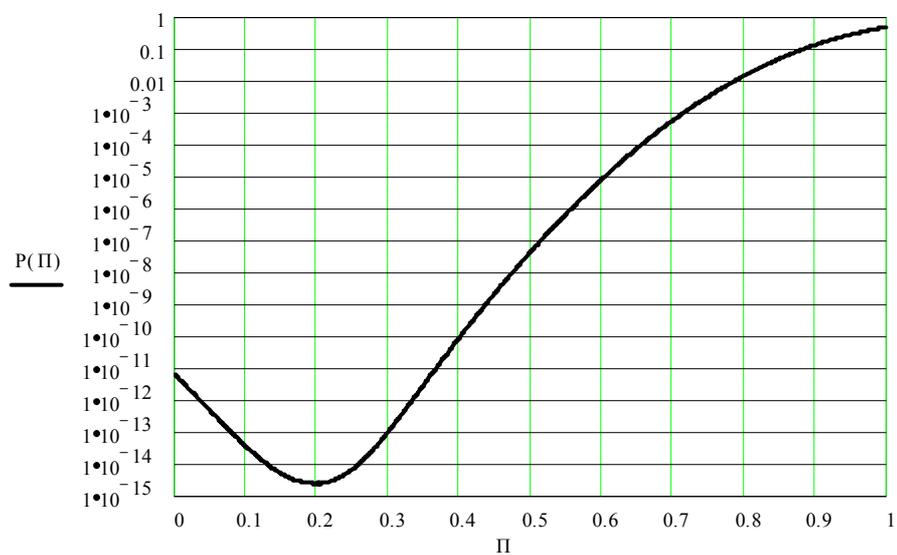


Рис. 3

Из анализа полученных результатов можно установить, что оптимальный порог стирания практически не зависит от отношения сигнал/шум. Для сравнения были аналитически построены зависимости вероятности ошибки в слове от  $Q$  - отношения сигнал/шум в канале для трех разных видов кодирования (рис. 4):

А) Энергетически эквивалентный безызбыточный код ( $P_{\sigma}$ ) – его кодовое слово состоит только из 4 информационных символов, но длительность безызбыточного слова равна длительности слова, закодированного избыточным кодом (15, 4). Таким образом энергия символов безызбыточного кода в  $n/k$  раз больше, чем у символов избыточного кода. Безызбыточный код рассмотрен с целью проверить преимущества введения избыточного кодирования.

Б) Однопороговый прием избыточного (15, 4) кода ( $P_u$ ). Однопороговый прием можно рассматривать как частный случай двухпорогового приема при  $\Pi = 0$ .

В) Двухпороговый прием избыточного (15, 4) кода ( $P_{uc}$ ). Так как величина оптимального порога стирания мало зависит от отношения сигнал/шум в канале, то для построения графиков для всех значений отношения сигнал/шум выбиралось фиксированное значения порога стирания  $\Pi = 0,2$ .

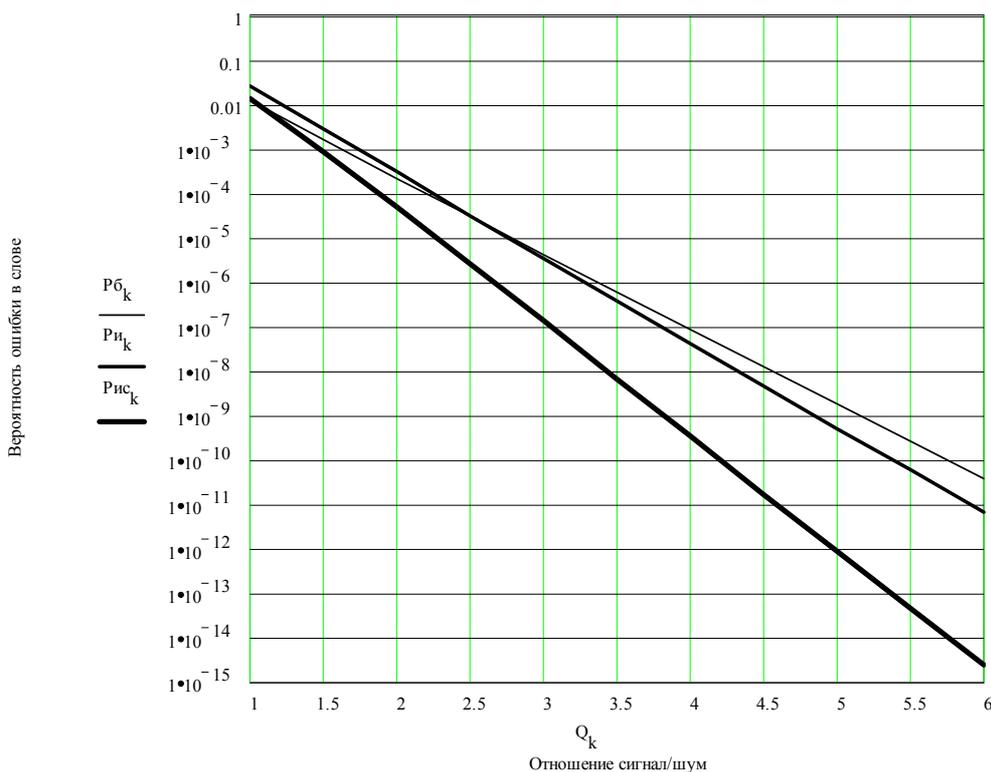


Рис. 4

При сложной помеховой обстановке в радиоканале возникают пакетные ошибки – группы ошибок, следующих одна за другой. В этом случае даже высокая мощность передатчика и большая чувствительность приемника не могут помочь в борьбе с ошибками. Поэтому при возникновении пакетных ошибок необходимо применение помехоустойчивых кодов в сочетании с перемежением символов.

Рассчитать аналитически помехоустойчивость в канале с пакетными ошибками является очень трудной задачей, поэтому было проведено программное моделирование радиоканала с пакетными ошибками и приемом со стиранием.

В моделируемом радиоканале осуществляется когерентный прием кодовых слов, закодированных помехоустойчивым кодом. При отсутствии пакетных ошибок отношение сигнал/шум значительно больше 1 ( $Q = 50$ ). Если амплитуда сигнала равна 1, то СКО шума равна 0,01. При наступлении пакета ошибок сигнал полностью исчезает, и в канале остается только шум. В этом случае при применении двухпорогового приема при моделировании целесообразно порог стирания сделать близким к единице ( $IT = 0,99$ ) для того, чтобы символы, пораженные пакетом ошибок, оказались стертными, а не ошибочно принятыми.

Сравнение эффективности применения стираний в каналах с независимыми и пакетными ошибками производилось по следующей методике. В канале с независимыми ошибками при однопороговом приеме определена вероятность ошибки в символе. Для канала с пакетными ошибками некоторым аналогом этой величины является вероятность возникновения пакета, т. е. пакеты ошибок в рассмотренной модели возникали независимо друг от друга. Однако пакеты могут включать в себя более одного ошибочного символа.

Поэтому для сравнения были получены результаты моделирования пакетных ошибок для выбранного значения вероятности возникновения пакета при однопороговом и двухпороговом приеме с разными помехоустойчивыми кодами. Для моделирования было выбрано значение вероятности возникновения пакета ошибок:  $P_{\text{пак}} = 0,1$  и длина пакета равная 2.

Были получены следующие вероятности ошибок.

Код	Независимые ошибки		Пакетные ошибки	
	без стираний	со стираниями	без стираний	со стираниями
15,4	$4 \cdot 10^{-2}$	$1,6 \cdot 10^{-2}$	$4 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-5}$
15,7	$1,3 \cdot 10^{-1}$	$1,8 \cdot 10^{-1}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$	$8 \cdot 10^{-5}$
21,11	0,3	0,2	0,13	0,03

Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что применение приема со стираниями и помехоустойчивым кодированием позволяет повышать помехоустойчивость как в каналах с независимыми, так и с пакетными ошибками. Причем в каналах с пакетными ошибками выигрыш в помехоустойчивости особенно значителен. До недавнего времени применение описанного метода было ограничено возможностями технических средств цифровой обработки. Современная микропроцессорная техника позволяет реализовывать данные алгоритмы программным методом.

**Список литературы.**

1. *Теория электрической связи./Под ред. Кловского Д. Д./ – М.: Радио и связь, 1999. – 432с.*
2. *Колесник В. Д., Мирончиков Е. Т. Декодирование циклических кодов. – М.: Связь, 1968. - 251с.*
3. *Харкевич А. А. Борьба с помехами. - М.: Наука, 1965. - 276с.*

---

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

*Баранников Леонид Николаевич, доцент кафедры радиосистем передачи информации и управления Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н.*

*Ткачёв Александр Борисович, аспирант кафедры радиосистем передачи информации и управления Московского авиационного института (государственного технического университета)*

*Хромцев Алексей Викторович, студент кафедры радиосистем передачи информации и управления Московского авиационного института (государственного технического университета)*