

УДК 621.391

## **Модели для оценки эффективности варианта устройства быстрого поиска по задержке ансамблей кодовых последовательностей**

**Михайлов В.Ю.\*, Витомский Е.В.\*\***

*Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*\*e-mail: [mihvj@yandex.ru](mailto:mihvj@yandex.ru)*

*\*\*e-mail: [euvit@yandex.ru](mailto:euvit@yandex.ru)*

### **Аннотация**

Объект рассмотрения - асинхронно-адресные, командно-измерительные системы, использующие кодовое разделение абонентов. Предмет анализа – устройства поиска по задержке подкласса М-последовательностей большой длины, работающие в условиях ограниченного времени наблюдения сигнала и высоких требованиях к надежности и точности синхронизации. В бортовых радиосистемах аэрокосмического назначения применение разнообразных упрощенных методов и алгоритмов поиска ограничено из-за снижения энергетической эффективности по причинам радиопротиводействия и высокой маневренности летательных аппаратов. Цель анализа – построение моделей для оценки эффективности устройств быстрого поиска кодовых последовательностей по задержке. Решение базируется на принципах и математических моделях, разработанных авторами: принципе быстрых преобразований в полях Галуа, алгебраической модели представления и структуре устройств быстрого поиска по задержке рассматриваемого подкласса кодовых

последовательностей. Ключевыми особенностями метода обработки являются использование приема «в целом» в два этапа и накопление символов множества синхронизируемых по задержкам коротких последовательностей, порождаемых выборками исходной кодовой последовательности. В рассматриваемом варианте схемы поиска не используется буферизация принятой реализации на этапе обнаружения, что обычно требуется при выполнении быстрых преобразований другими методами.

**Ключевые слова:** асинхронно-адресные системы, оценка эффективности, поиск по задержке, поля Галуа, быстрые преобразования.

## **Введение**

Класс информационно-телекоммуникационных систем, включающий командно-измерительные, асинхронно-адресные системы передачи информации с кодовым разделением каналов, интенсивно развиваясь, наиболее требовательны к выбору ансамблей сложных сигналов [1, 2]. Высокая интеграция и совмещение функций в бортовых радиосистемах требуют от устройств повышения скорости и энергетической эффективности обработки в условиях отсутствия выделенных каналов синхронизации. Это стимулирует разработку новых и развитие существующих методов, алгоритмов и устройств эффективной обработки ансамблей длинных кодовых последовательностей. Различным аспектам решения проблем в указанном направлении посвящено множество работ. Следует отметить работу [3], в

которой для поиска М-последовательностей по задержке предложен метод быстрого преобразования Уолша. Полезными также являются методы, использующие адаптивный порог [4, 5], методы, использующие составные (комбинированные) последовательности [6, 7] различные варианты реализации двухэтапного, параллельно-последовательного поиска [8-12].

В [13] был описан принцип быстрых преобразований в полях Галуа, на основе которого теоретически обоснован метод быстрого поиска по задержке подкласса кодовых М-последовательностей. Показано, что наилучшими характеристиками с точки зрения быстрого поиска по задержке обладают М-последовательности, генерируемые с помощью регистров сдвига с четным числом разрядов  $n = 2p$ . Главными элементами, обеспечивающими реализуемость и эффективность описанного в [13] метода, являются Демультимплексор и схема управления в виде запоминающего устройства (ЗУ) на рис.1 [13]. Эти элементы выполняют синхронизацию выборок коротких последовательностей с целью их дальнейшего накопления. Найденная в [13] логика (алгоритм) работы указанных устройств подчиняется правилам отображения символов кодовой последовательности в абстрактные элементы поля Галуа и его подполей. Работа [14] была направлена на обоснование общих характеристик эффективности вариантов реализации устройств быстрого поиска. Целью настоящей статьи является построение математических моделей для уточненного анализа и оценивания этих характеристик.

## Модель поиска для сравнительного анализа характеристик вариантов устройств

Для более точного анализа характеристик предложенной схемы поиска и оценки характеристик ее эффективности путем сопоставления рассмотрим исходный вариант реализации устройства быстрого поиска в виде:

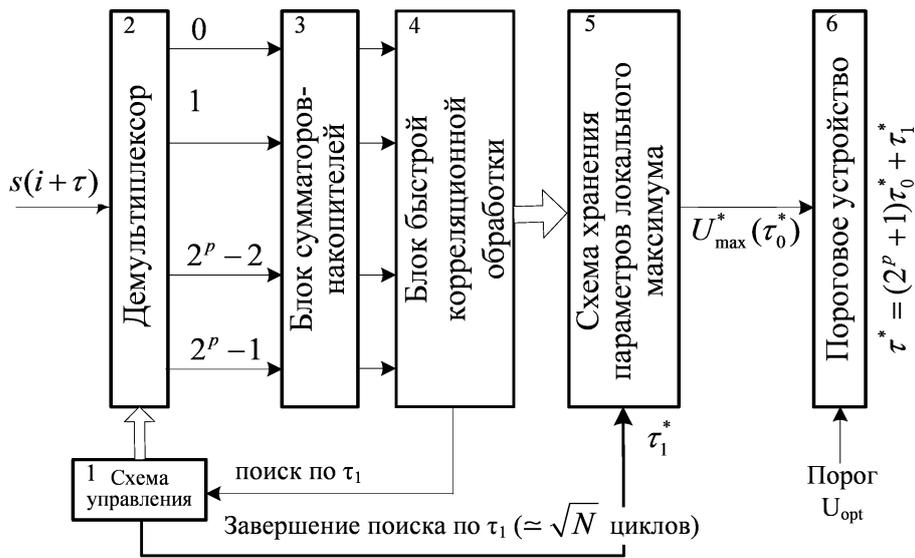


Рис. 1. Схема оптимального поиска

Анализ, выполненный в [13], позволяет выбрать эту схему обработки как максимально близкую к оптимальной с учетом применяемой цифровой обработки. Главным критерием ее оптимальности является полное использование энергии сложного сигнала [4]. Однако, по сравнению с последовательной схемой поиска схема обладает существенно меньшим временем поиска сигнала по задержке. Ниже на Рисунке 1 приведена уточненная схема варианта квазиоптимальной процедуры поиска [14], особенностью которой является наличие промежуточного блока принятия решения о наличии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ .

Демультимплексор (2) осуществляет выборку символов входной последовательности  $s(i+\tau)$  с шагом  $\sqrt{N}$  и распределяет их по  $\sqrt{N}$  каналам. Выбор канала для конкретного символа определяется значением параметра  $j$ . Схема управления (1) реализует выбор параметра  $j$  для каждого из возможных значений компонента задержки  $\tau_1$ .

В любом из первых  $\sqrt{N}$  сумматоров-накопителей блока (3) при фиксированном  $i$  и  $j^* \in \{j_0^*, j_1^*, \dots, j_{2^p-1}^*\}$  суммируются символы коротких  $M$ -последовательностей (КП) [13]. В последнем сумматоре-накопителе суммируются символы вырожденной короткой последовательности

При  $j + \tau \equiv 0(\text{mod}(\sqrt{N}))$  выборка и распределение символов осуществляется таким образом, что в первых  $\sqrt{N}$  каналах – сумматорах-накопителях накапливаются одинаковые символы  $\sqrt{N}$  копий коротких последовательностей, а в последнем –  $\sqrt{N}-1$  нулевых символов вырожденной последовательности. Такой режим работы соответствует наличию синхронизации по  $\tau_1$  ( $\tau_1=0$ ,  $\tau = k\sqrt{N} = \tau_0$ ,  $k = 0, 1, 2, 3, \dots, \sqrt{N}-1$ ).

При  $j + \tau \not\equiv 0(\text{mod} \sqrt{N})$ ,  $\tau = \tau_0 + \tau_1$ ,  $\tau_1 = (1, \dots, \sqrt{N}-1)$  символы в первых  $\sqrt{N}-1$  каналах пробегают все элементы подполя  $GF(2^p)$ , включая нулевой элемент, и значение сумматоров (3) равно 0. В последнем  $2^p-1$ -м канале происходит суммирование всех символов КП, что в результате даст значение -1. В блоке принятия решения (5) производится оценка гипотезы о наличии синхронизации по  $\tau_1$ . В случае положительного решения, результат накопления сумматоров-

накопителей передается на блок быстрой корреляционной обработки. В случае решения об отсутствии накопления значения сумматоров не передаются на корреляционную обработку и на схему управления подается сигнал о продолжении поиска по  $\tau_1$ . Схема управления после опробования всех вариантов значений компонента задержки  $\tau_1$ , число которых  $\sqrt{N}$ , вырабатывает сигнал завершения поиска для формирования оценки полной задержки  $\tau^*$  в пороговом устройстве путем сравнения сохраненных оценок максимума корреляционного отклика с порогом.

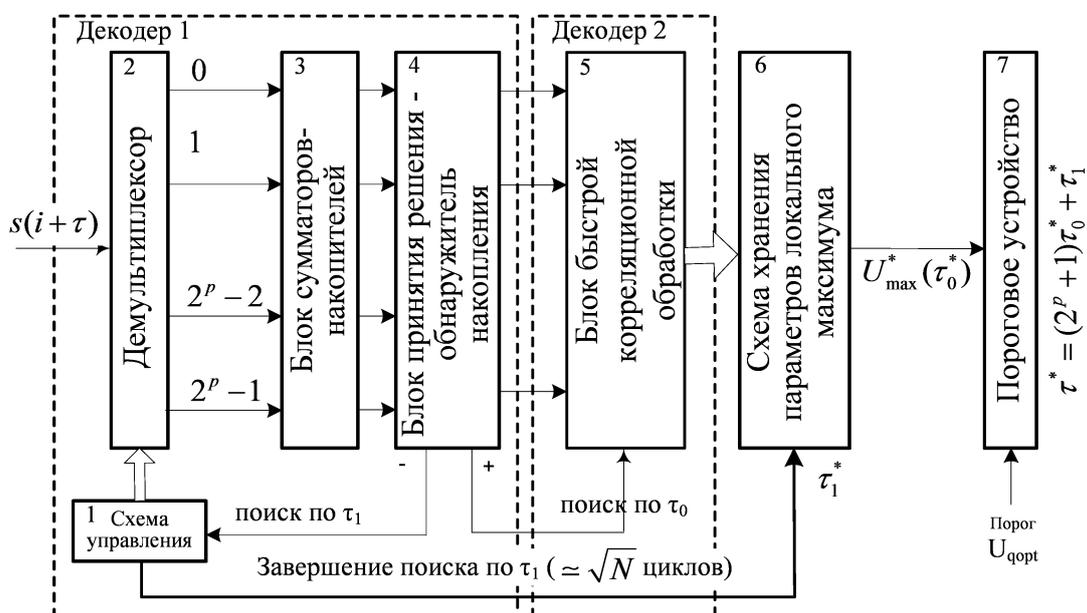


Рис. 2. Схема варианта квазиоптимальной процедуры поиска

Особенностью этой реализации является более экономичная процедура поиска – Декодер 2 становится активным только после принятия решения о синхронизации по  $\tau_1$ . Дальнейшее сопоставление схем производится при условии, что входной сигнал присутствует.

Простейшее сравнение схем показывает их идентичность в случаях, когда обнаружитель накопления (блок 4) не ошибается. Таким образом, качественные

показатели квазиоптимальной схемы полностью определяются двумя ошибочными событиями:

а) принятием решения о наличии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ , когда ее на самом деле не было («ложная синхронизация»);

б) принятием решения об отсутствии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ , когда она на самом деле была («пропуск синхронизации»).

Разумеется, вероятности этих ошибочных решений зависят от способа принятия решений блоком 4. Наиболее логичным является использование процедуры сравнения с некоторым выбранным порогом суммы модулей значений всех сумматоров-накопителей в блоке 4, поскольку это эквивалентно «предсказанию» синхронизации устройства в целом по компоненту  $\tau_0$ .

Схема блока 4 состоит из сумматора  $\sqrt{N}$  чисел разрядности  $p$  и устройства сравнения двух чисел разрядности, не превышающей величины  $\log_2(N)$ . Априорным вероятностям наличия сигнала соответствует один максимальный отклик коррелятора за период кодовой последовательности. При этом значения сумм в блоке (3) принимают как положительные, так и отрицательные значения в соответствии со структурой короткой последовательности. Следовательно, параметры корреляционного поиска достигают максимума тогда и только тогда, когда все суммы достигают максимума по абсолютной величине, т.е. при накоплении энергия каждого элемента короткой последовательности в соответствующей сумме вносит положительный вклад в корреляционный

коэффициент. Для других значений  $\tau$  выражение равно нулю, что эквивалентно нулевому сигналу на входе.

### Модель канала

Цифровой характер обработки, принятой в рассматриваемых вариантах устройств поиска, дискретность выполняемых в них операций в условиях воздействия в физическом канале гауссовых помех, приводит к рассмотрению модели эквивалентного двоичного симметричного канала с вероятностью  $p$  ошибки на символ. В [15] приведены формулы для расчета вероятностей ошибки при различных видах модуляции. Основой для дальнейших оценок показателей эффективности является распределение вероятностей величин на выходе блока сумматоров-накопителей. Таким образом, входным сигналом для обоих устройств является совокупность из  $2^p \approx \sqrt{N}$  оцифрованных не двоичных символов, максимальные значения которых практически равны  $\sqrt{N}$ . При заданной вероятности ошибки на символ распределение этой величины при наличии синхронизации по компоненту  $\tau_1$  (т.е. при накоплении) подчиняется биномиальному закону распределения [16]. Его вид показан на рисунке 3а. На рисунке приняты обозначения:  $\sqrt{N}$  - максимальное значение на выходе каждого канала сумматора-накопителя;  $p$  - вероятность ошибки на символ эквивалентного ДСК. Отброс знака в блоке принятия решения (4) на выходе сумматоров-накопителей в квазиоптимальной схеме приводит к трансформации закона распределения - усечению отрицательной области [17].

В отсутствии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ , как показано в [13], сигнальная составляющая равна 0, что удобно интерпретировать в модели как условие отсутствия описанного в п.1. сигнала. Чтобы не путать эту интерпретацию с ситуацией отсутствия полного сигнала на входе всего устройства, назовем такой сигнал «нулевым сигналом». Воздействие «нулевых сигналов» на схемы отличаются тем, что в квазиоптимальной схеме у оцифрованных двоичных символов игнорируются знаки, что эквивалентно воздействию на коррелятор случайных символов, порожденных шумом с искаженным по сравнению с оптимальной схемой законом распределения.

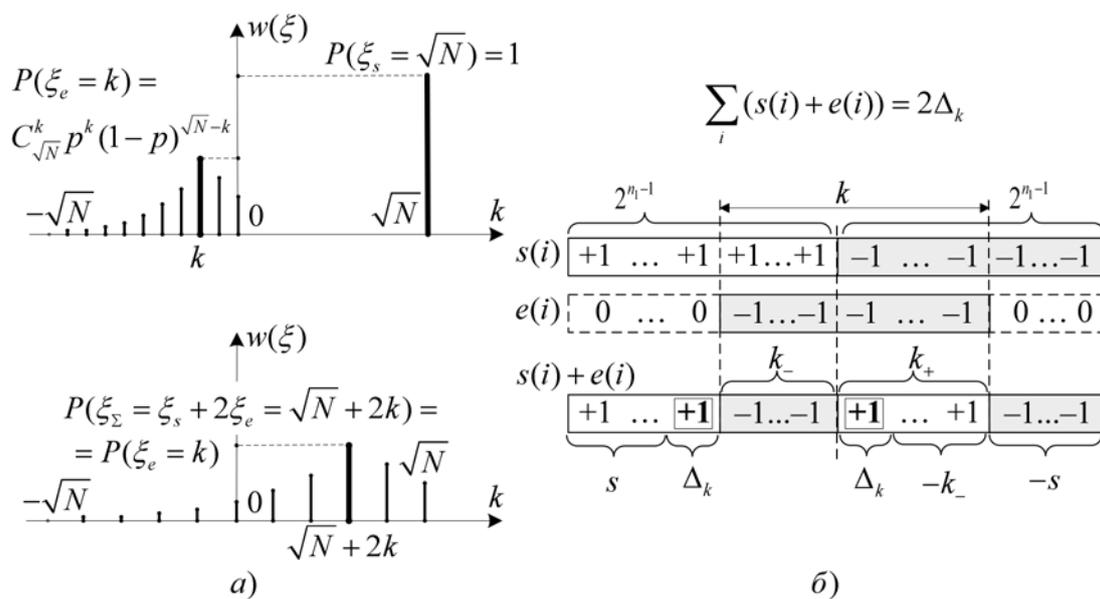


Рис. 3. а) Закон распределения значений сумматора при накоплении, б) способ описания искажения «нулевых сигналов» в сумматоре.

Модель искажений «нулевых сигналов», представленная на Рис. 3.б, намного сложнее. На рисунке приняты обозначения:  $k$  – общее количество искаженных символов,  $k_+$ ,  $k_-$  – кол-во искаженных символов соответствующих знаков,  $\Delta_k$  –

разность между количеством ошибок с разными знаками,  $\Delta_k$  – значение на выходе сумматора. Символы в канале искажаются с одинаковой вероятностью  $p/2$  (+1 на -1 и -1 на +1), так как в каждый момент времени в каждом сумматоре обрабатывается строго одинаковое количество символов +1 и -1. Распределение значений на выходе сумматора будет двумерным, отвечать полиномиальному закону (по числу разбиений  $\sqrt{N}$ -элементного множества на три подмножества:  $k_+$  компонент ошибок «-1 на +1»,  $k_-$  компонент ошибок «+1 на -1» и подмножество символов без ошибки  $\pm s$ ) [18]. Вероятности выходных значений сумматора можно получить из формулы полиномиального распределения и представленных на Рис. 3.б. параметров

$$P(k, k_+, k_-) = \frac{\sqrt{N}!}{k_+! k_-! (\sqrt{N} - k)!} \left(\frac{p}{2}\right)^{k_+} \left(\frac{p}{2}\right)^{k_-} (1-p)^{\sqrt{N}-k} = \frac{1}{2^k} C_k^{k_+} \left(C_{\sqrt{N}}^k p^k (1-p)^{\sqrt{N}-k}\right), \quad (1)$$

где  $k_- = k - k_+$ ,  $\Delta_k = k_+ - k + k_+ = 2k_+ - k$ . Здесь формула полиномиального распределения преобразуется к форме с сочетаниями, поскольку это позволяет эффективно пересчитать вероятности для одномерного случая. Параметрами, от которых зависит выходное значение сумматора, являются  $k$  и  $k_+$ . Чтобы получить вероятности для  $\Delta_k$  надо особым образом просуммировать выражение (1) по этим параметрам:

$$P(\xi_\Sigma = 2\Delta_k) = \sum_{k, k_+} \left( \frac{C_k^{k_+}}{2^k} C_{\sqrt{N}}^k p^k (1-p)^{\sqrt{N}-k} \right) \quad (2)$$

Ключом к определению способа суммирования служит Таблица 1. В ней содержится пример определения зависимости значения на выходе сумматоров и

параметров выражения (2) для 2-х разрядного полного знакового накапливающего реверсивного сумматора.

Нулевые			Нечетные			Четные			
$(\Delta k, 2\Delta k )$	k	$(k+, k-)$	$(\Delta k, 2\Delta k )$	k	$(k+, k-)$	$(\Delta k, 2\Delta k )$	k	$(k+, k-)$	
(0, 0)	0	(0, 0)	$(\pm 1, \pm 2)$	1	(1, 0), (0, 1)	$(\pm 2, \pm 4)$	2	(2, 0), (0, 2)	
	2	(1, 1)		3	(2, 1), (1, 2)		4	(3, 1), (1, 3)	
	4	(2, 2)		5	(3, 2), (2, 3)		6	(4, 2), (2, 4)	
	6	(3, 3)		7	(4, 3), (3, 4)		8	(5, 3), (3, 5)	
	8	(4, 4)							
			$(\pm 3, \pm 6)$	3	(3, 0), (0, 3)	$(\pm 4, \pm 8)$	4	(4, 0), (0, 4)	
				5	(4, 1), (1, 4)		6	(5, 1), (1, 5)	
				7	(5, 2), (2, 5)		8	(6, 2), (2, 6)	

Таблица 1. Численный пример определения зависимости выходного значения сумматора от характеристик искажений на его входе.

Как видно из таблицы, условия суммирования (2) просты, однако для актуальных размеров кода для расчетов потребуется алгоритмическая реализация. Модель канала в условиях отсутствия синхронизации является нелинейной, но закон распределения симметричен относительно оси ординат. Последнее означает, что в блоке принятия решения (4) распределение вероятностей величин на выходе сумматоров-накопителей в квазиоптимальной схеме достаточно легко трансформируется – отброс знака также приводит к усечению отрицательной области распределения [17], а оставшаяся положительная область просто

удваивается. Таким образом, получен способ точного определения необходимых параметров для оценки эффективности вариантов реализации схем.

### Модель события «ложная синхронизация»

Обозначим вероятность события типа «ложная синхронизация» по компоненту  $\tau_1$  через

$$P_{1-+} = P_{1-} - P_{1--}, \quad (3)$$

где  $P_{1--}$  - вероятность принятия правильного решения об отсутствии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ ;

$P_{1-}$  - вероятность отсутствия синхронизации по компоненту  $\tau_1$ .

Найдем различие в поведении схем. Для этого будем считать, что в оптимальной схеме на рис. 1 также присутствует блок принятия решений, но он выносит «виртуальные» решения, не влияющие на работу схемы. Тогда полные вероятности (3) рассматриваемого типа «ложная синхронизация» для оптимальной ( $P_{-+0}$ ) и квазиоптимальной ( $P_{-+q}$ ) схем будут равны

$$P_{-+o} = P_{1-} P_{0-+}; \quad P_{-+q} = P_{1-+} P'_{0-+} < P_{-+o}, \quad (4)$$

где  $P_{0-+}$  и  $P'_{0-+} < P_{0-+}$  - условные вероятности ложной синхронизации по второму компоненту задержки  $\tau_0$  в оптимальной и квазиоптимальной схемах соответственно.

Таким образом, квазиоптимальная схема выигрывает у оптимальной схемы по вероятности принятия ложного решения (4) о синхронизации на выходе всего устройства (по компонентам  $\tau_1$  и  $\tau_0$ ) при условии равенства порогов  $U_{opt}=U_{qopt}$ .

Степень отличия равна

$$\Delta_{-+} = P_{-q} - P_{-o} = -(P_{1-}P_{0-+} + P_{1-+}\delta_{0-+}), \quad (5)$$

где  $\delta_{0-+} = P_{0-+} - P'_{0-+} > 0$ , что является следствием снижения размера подмножества выборки для окончательного принятия решения блоками 6 и 7 схемы на рис. 1. Разумеется, это скажется и на росте энергоэффективности варианта устройства поиска на рис. 2, имея в виду то обстоятельство, что блок корреляционной обработки осуществляет обработку короткой последовательности не в «реальном времени», т.е. на гораздо более высокой тактовой частоте.

### **Модель события «пропуск синхронизации»**

Обозначим вероятность события типа «пропуск синхронизации» по компоненту  $\tau_1$  через  $P_{1+-} = P_{1+} - P_{1++}$ , где  $P_{1++}$  - вероятность принятия правильного решения о наличии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ ;  $P_{1+}$  - вероятность наличия синхронизации по компоненту  $\tau_1$ .

Найдем различие в поведении схем. Для этого будем считать, что в оптимальной схеме на рис. 1 также присутствует блок принятия решений, но он выносит «виртуальные» решения, не влияющие на работу схемы. Тогда полные вероятности рассматриваемого типа «пропуск синхронизации» для оптимальной

$(P_{про})$  и квазиоптимальной ( $P_{прк}$ ) схем будут равны  $P_{+-o} = P_{1+-}P_{0+-} + P_{1++}P_{0+-}$  ;  
 $P_{+-q} = P_{1+-} + P_{1++}P'_{0+-}$ , где  $P_{0+-}$  и  $P'_{0+-} > P_{0+-}$  - условные вероятности пропуска синхронизации по второму компоненту задержки  $\tau_0$  в оптимальной и квазиоптимальной схемах соответственно.

Таким образом, квазиоптимальная схема проигрывает оптимальной схеме по вероятности пропуска синхронизации на выходе всего устройства (по компонентам  $\tau_1$  и  $\tau_0$ ) при условии равенства порогов  $U_{opt} = U_{qopt}$ . Степень отличия определяется не только вероятностью  $P_{0+-}$  (4), но и большим значением вероятности пропуска синхронизации в квазиоптимальной схеме ( $P'_{0+-} > P_{0+-}$ ), что является следствием снижения размера подмножества выборки для окончательного принятия решения блоками 6 и 7 схемы на рис. 2. Вероятность  $P_{1+-}$  пропуска синхронизации в квазиоптимальной схеме по первому компоненту задержки  $\tau_1$ , скажется на росте энергоэффективности устройства поиска на рис. 2, имея в виду то обстоятельство, что блок корреляционной обработки осуществляет обработку короткой последовательности не в «реальном времени», т.е. на гораздо более высокой тактовой частоте. Однако, «платой» за это будет увеличение общей вероятности пропуска синхронизации на величину

$$\Delta_{+-} = P_{+-q} - P_{+-o} = P_{1+-}(1 - P_{0+-}) + P_{1++}\delta_{0+-} = P_{1+-}P_{0++} + P_{1++}\delta_{0+-},$$

где  $\delta_{0+-} = P'_{0+-} - P_{0+-}$ ;  $P_{0++}$  - вероятность принятия правильного решения о наличии синхронизации по компоненту  $\tau_1$ .

Полученные потери в итоге приведут к снижению выигрыша квазиоптимальной схемы по времени (количеству шагов) поиска  $M$ -последовательности по задержке. Пусть максимальное количество шагов поиска в отсутствие шума  $M_{\max} \approx \sqrt{N}$ . Тогда пропуск синхронизации приведет в среднем к относительному увеличению количества шагов поиска в  $1 + \Delta_{+-} + (\Delta_{+-})^2 + \dots \approx 1 + \Delta_{+-}$  раз при  $\Delta_{+-} \ll 1$ . Эту величину можно снизить, уменьшив величину порога  $U_{opt}$  так, чтобы обменять выигрыш в вероятности ложной синхронизации  $\Delta_{+-}$ , значение которого получено для квазиоптимальной схемы в предыдущем разделе на потерю в вероятности пропуска синхронизации.

### Заключение

Таким образом, в статье предложены и обоснованы модели для оценивания показателей эффективности варианта устройства быстрого поиска по задержке ансамблей квазиортогональных кодовых последовательностей. Описание моделей достаточно для оценивания эффективности предложенного варианта квазиоптимальной схемы поиска по отношению к оптимальной схеме. Получение конкретных оценок найденных показателей эффективности требует выполнения достаточно громоздких расчетов для заданных вероятности ошибки на символ  $p$  и значений порогов в блоке принятия решения (рис. 2) и выходит за рамки данной статьи.

## Библиографический список

1. Шахгильдян В.В., Бойков В.В. Глонасс: Перспективы использования новых CDMA-сигналов // Электросвязь. 2011. № 4. С. 13 - 18.
2. Кузнецов В.С., Шевченко И.В., Волков А.С., Солодков А.В. Генерация ансамблей кодов Голда для систем прямого расширения спектра // Труды МАИ. 2017. № 96.  
URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=85813>
3. Лосев В.В., Бродская Е.Б., Коржик В.И. Поиск и декодирование сложных дискретных сигналов. – М.: Радио и связь, 1988. - 224 с.
4. Polydoros A., Weber C. A Unified Approach to Serial Search Spread-Spectrum Code Acquisition-Part I: General Theory // IEEE Transactions on Communications, 1984, vol. 32, no. 5, pp. 542 - 549.
5. Kwonhue Choi, Kyungwhoon Cheun, Taejin Jung. Adaptive PN Code Acquisition Using Instantaneous Power-Scaled Detection Threshold Under Rayleigh Fading and Pulsed Gaussian Noise Jamming // IEEE Transactions On Communications, 2002, vol. 50, no. 8, pp. 1232 - 1235.
6. Jiaqi Zhang, Ning Ge, Zhaocheng Wang, Sheng Chen. Fast Antijamming Timing Acquisition Using Multilayer Synchronization Sequence // IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, vol. 62, no. 7, pp. 3497 - 3503.
7. Косолапов А.С., Галев А.В.. Исследование возможности декодирования сложных кодовых последовательностей // Инженерный журнал: наука и инновации. 2014. № 1. С. 10.

8. Shin Oh-Soon, Bok Kwang. Differentially Coherent Combining for Double-Dwell Code Acquisition in DS-CDMA Systems // IEEE Transactions On Communications, 2003, vol. 51, no. 7, pp. 1046 - 1050.
9. Benkrinah Sabra, Barkat Mourad, Benslama Malek. An Adaptive Hybrid double-dwell PN Code Acquisition in Rayleigh Fading Channels Using OS-CFAR algorithm // International conference on electronics & Oil: From Theory to Applications (ICEO'11), March 01-02, 2011, Ouargla, Algeria.
10. Bychenkov S., Sakaniwa K., Mikhailov V. Fast acquisition of PN sequences in DS-CDMA systems with incoherent demodulator // IEICE Transactions On Communications, 2006, vol. E89-B, no. 12, pp. 3319 - 3334.
11. Bychenkov S., Mikhailov V., Sakaniwa K. Fast acquisition of PN sequences in DS/CDMA systems // IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2002, vol. E85-A, no. 11, pp. 2498 - 2520.
12. Акулов О.А. Комбинированный метод поиска сложных сигналов по задержке // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Приборостроение. 2008. № 3. С. 46 - 53.
13. Михайлов В.Ю., Мазепа Р.Б. Метод быстрого поиска по задержке подкласса M-последовательностей // Научные технологии. 2015. № 10. С. 56 - 62.
14. Mikhaylov V., Vitomsky E. Performance estimation of the fast conversions in Galois field to speed up of subclass M-sequences delay acquisition // Systems of Signal Synchronization, Generating and Processing in Telecommunications (SINKHROINFO), July 03-04, 2017, Kazan, Russia.

15. Прокис Дж. Цифровая связь. Пер. с англ. / Под ред. Д.Д. Кловского. - М.: Радио и связь. 2000. - 800 с.
16. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. - М.: Мир, 1964. Т. 2. - 752 с.
17. Прохоров А.В. Полиномиальное распределение. Вероятность и математическая статистика. - М.: Большая Российская энциклопедия, 1999. С. 470 - 471.
18. Крамер Г. Математические методы статистики. - М.: Мир, 1975. – 648 с.
19. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1964. Т.2. – 752 с.