

УДК 681.587

## **Иерархическая оптимизация в задачах проектирования систем автоматического управления.**

Ю.А. Синявская, В.А. Корнилов

### **Аннотация.**

Рассматривается методика системного проектирования контура управления беспилотного летательного аппарата (автопилота) с электрическим рулевым приводом в качестве подсистемы. Задача проектирования формулируется как оптимизационная задача с критериями качества, определяемыми в терминах и интересах контура управления в целом. Решение поставленной задачи производится методами иерархической оптимизации в виде многоуровневого итерационного процесса, позволяющего решить задачу декомпозиции системы управления и определить обликвые характеристики ее подсистем в структурно – параметрическом виде, которые в дальнейшем могут использоваться как функциональные ограничения при проектировании подсистем.

**Ключевые слова:** системный подход; декомпозиция; контур управления; подсистемы; иерархическая оптимизация; обликвые характеристики; автопилот; электропривод.

### **Введение.**

К основным положениям современной методологии проектирования систем автоматического управления (САУ) и их подсистем относятся:

1. Системный подход к процессу проектирования.
2. Метод последовательного синтеза по усложняющимся моделям, согласно которому проектирование начинается с приближенных решений с помощью простых моделей и с дальнейшим уточнением решений на более сложных моделях.
3. Формирование задачи проектирования как оптимизационной с критериями качества, формируемыми в интересах и терминах надсистемы.

В силу вышесказанного возникает необходимость рассмотрения при проектировании конкретной подсистемы САУ всей иерархической структуры САУ, учитывающей функциональные и параметрические связи данной подсистемы со всеми остальными подсистемами САУ.

В данной статье рассматривается методика системного проектирования контура управления (автопилота) беспилотного летательного аппарата (БПЛА) с электрическим рулевым приводом в качестве подсистемы на этапе формирования обличковых характеристик автопилота и его подсистем.

Контур управления беспилотного летательного аппарата рассматривается как иерархическая структура, состоящая из трех подсистем: системы управления, исполнительного устройства – электрического рулевого привода и объекта управления – беспилотного летательного аппарата (рис. 1).



Рис. 1 Подсистемы автопилота

Применение данной методики позволяет в процессе решения оптимизационной задачи решить задачу декомпозиции контура управления и определить обличковые характеристики его подсистем в структурно – параметрическом виде.

Задача проектирования формулируется как:

**Определение обличковых характеристик системы управления (автопилота) и электрического рулевого привода, как ее подсистемы, при условии удовлетворения требований к динамическим характеристикам контура управления (автопилота) и при условии минимизации энергетических затрат на управление.**

Требования к динамическим характеристикам контура управления представляются в виде требований к качеству его переходных процессов.

В качестве глобального критерия качества рассматривается энергетический критерий в виде минимума максимальной полезной мощности  $\min N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$  [1], отдаваемой исполнительным устройством на управление беспилотным летательным аппаратом, а требования к динамическим характеристикам контура управления используются в качестве функциональных ограничений.

### Постановка задачи.

#### Математическая модель контура управления.

В общем случае математическая модель контура управления может быть записана в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений, представленных в форме Коши:

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}_{АП_j}(t) = \bar{f}_{АП_j}(\bar{x}_{АП_j}(t), \bar{p}_{АП_j}(t), \bar{n}_{zk}(t)), & j = \overline{1, l}; k = \overline{1, m} \\ \dot{\bar{x}}_{ЛА}(t) = \bar{f}_{ЛА}(\bar{x}_{ЛА}(t), \bar{p}_{ЛА}(t)), \\ \dot{\bar{x}}_{РП}(t) = \bar{f}_{РП}(\bar{x}_{РП}(t), \bar{p}_{РП}(t)). \end{cases}, \quad (1)$$

где:

- $\bar{x}_{АП}$  - вектор фазовых координат модели автопилота;
- $j$  - номер режима функционирования автопилота;
- $\bar{n}_z$  - вектор командных сигналов по перегрузке;
- $k$  - номер командного сигнала по перегрузке;
- $\bar{p}_{АП}$  - вектор параметров модели автопилота (включает оптимизируемые параметры);
- $\bar{x}_{ЛА}$  - вектор фазовых координат модели объекта управления (летательного аппарата);
- $\bar{p}_{ЛА}$  - вектор параметров модели объекта управления;
- $\bar{x}_{РП}$  - вектор фазовых координат модели рулевого электропривода;
- $\bar{p}_{РП}$  - вектор параметров модели рулевого электропривода (включает оптимизируемые параметры).

Математическая модель (1) может быть представлена в виде следующей структуры (рис. 2).

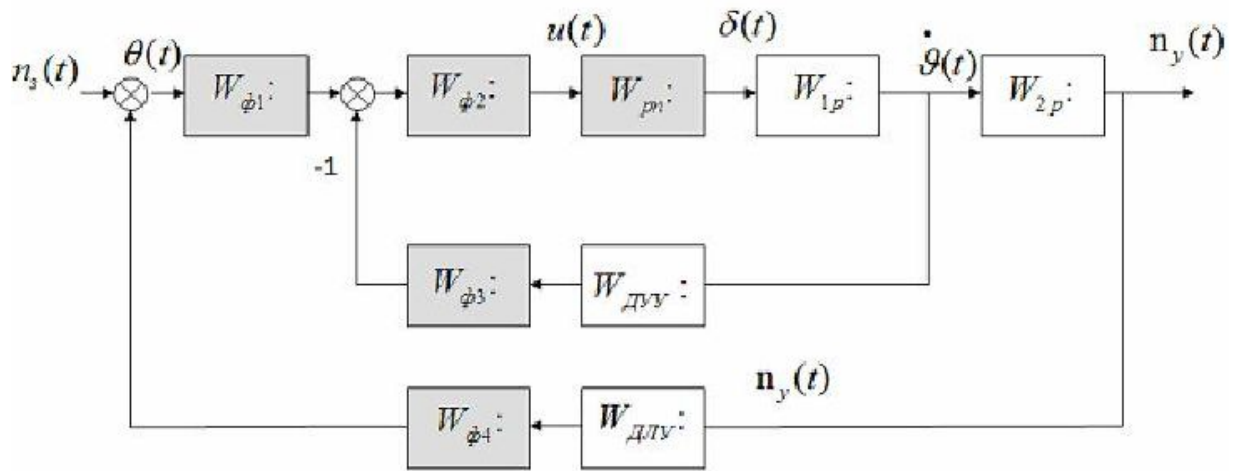


Рис. 2 Общий вид структуры автопилота

Где:

- $W_{\phi_1} ; W_{\phi_2} ; W_{\phi_3} ; W_{\phi_4} :-$  операторы моделей корректирующих фильтров, структура и параметры которых неизвестны;
- $W_{PP} :-$  оператор модели рулевого привода, параметры которого неизвестны;
- $W_{1p} ; W_{2p} :-$  операторы модели объекта управления (летательного аппарата), структура и параметры которых известны;
- $W_{DUV} ; W_{DLV} :-$  операторы моделей датчиков угловых и линейных ускорений, структура и параметры которых известны.

Операторы  $W_{\phi_1} ; W_{\phi_2} ; W_{\phi_3} ; W_{\phi_4} ; W_{1p} ; W_{2p} ; W_{DUV} ; W_{DLV} :-$  определяют модель системы управления, операторы  $W_{1p} ; W_{2p} :-$  определяют модель объекта управления, оператор  $W_{PP} :-$  определяет модель рулевого привода.

В общем виде систему (1) можно записать в виде следующей системы дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \bar{\dot{x}}_c(t) &= \bar{f}_c(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)), \\
 \bar{x}_c(t) &= \{\bar{x}_{АП}(t), \bar{x}_{ЛА}(t), \bar{x}_{РП}(t)\}, \\
 \bar{p}_c(t) &= \{\bar{p}_{АП}(t), \bar{p}_{ЛА}(t), \bar{p}_{РП}(t)\},
 \end{aligned} \tag{2}$$

где вектора параметров  $\bar{p}_{АП}(t)$  и  $\bar{p}_{РП}(t)$  включают неизвестные (оптимизируемые) параметры.

### Динамические требования к контуру управления.

Для автопилота по каналу тангажа динамические требования к контуру управления представляются в виде (рис. 3):

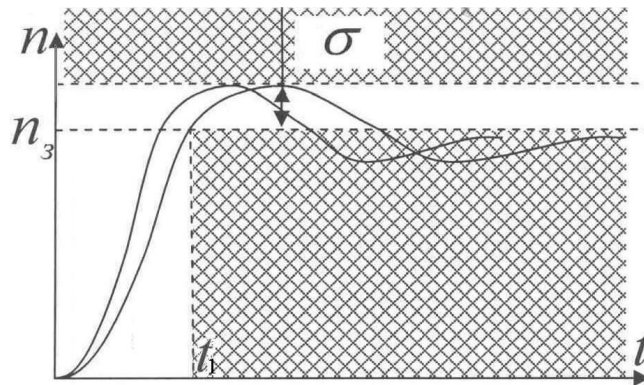


Рис. 3 Качество переходных процессов перегрузки.

$$\begin{aligned}
 \bar{n}_3(t) &= \{n_{31}(t), \dots, n_{3m}(t)\}, \\
 \bar{t}_1 &= \{t_{11}, \dots, t_{1m}\}, \\
 \bar{\sigma}_3 &= \{\sigma_{31}, \dots, \sigma_{3m}\}, \\
 n_i(t_{1i}) &\geq n_{3i}, i = \overline{1, m}, \\
 \sigma_i &\leq \sigma_{3i}, i = \overline{1, m}.
 \end{aligned} \tag{3}$$

Где:

- $\bar{n}_3(t)$  - вектор командных сигналов по перегрузке;
- $\bar{t}_1$  - вектор времени первого «выхода» переходного процесса перегрузки на заданное значение;
- $\bar{\sigma}_3$  - вектор заданных граничных значений перерегулирования;
- $m$  – размерность вектора командных сигналов по перегрузке (количество заданных законов перегрузки).

### Критерий качества.

В качестве глобального критерия качества рассматривается энергетический критерий в виде минимума максимальной полезной мощности  $\min N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$  [1], отдаваемой исполнительным устройством на управление беспилотным летательным аппаратом:

$$N_{\max}(\bar{p}_n(t), F(\bar{t})) = \frac{1}{4} \frac{\left[ M(\bar{t}) + F(\bar{t})\Omega(\bar{t}) + \sum_{i=3}^n X_i(\bar{t})F_{x_i}(\bar{t}) \right]^2}{F(\bar{t})}, \quad (4)$$

$$F(\bar{t}) = - \frac{\left. \frac{\partial M(t, \bar{t})}{\partial t} \right|_{t=\bar{t}} + \sum_{i=3}^n \left. \frac{\partial X_i(t, \bar{t})}{\partial t} \right|_{t=\bar{t}} \cdot F_{x_i}}{\left. \frac{d\Omega(t, \bar{t})}{dt} \right|_{t=\bar{t}}}$$

где:

- $F$  - жесткость механической характеристики электропривода;
- $\bar{t}$  - временная координата точки касания фазовой траектории привода и предельной механической характеристики привода;
- $M(\bar{t})$  и  $\Omega(\bar{t})$  - значения момента на выходном валу привода и скорость движения выходного вала привода в момент времени  $\bar{t}$ , соответственно;
- $X_i(\bar{t}), F_{x_i}(\bar{t})$  -  $i$ -я фазовая координата и жесткость механической характеристики привода по этой координате, соответственно (например,  $M(\bar{t})$  и т.д.);
- $\bar{p}_n(t)$  - вектор параметров объекта управления в подсистеме электропривода - аэродинамического руля.

Преимуществом представления критерия в виде зависимости максимальной полезной мощности привода  $N_{\max}$  от жесткости механической характеристики привода  $F$  является возможность объединения на плоскости  $N_{\max}(F)$  произвольного набора указанных зависимостей, каждая из которых представляет решение задачи оптимизации  $\min N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$  для конкретного закона движения объекта управления  $\delta(t)$ . Объединение зависимостей  $N_{\max}(F)$  для произвольного набора законов движения объекта управления  $\delta_i(t), i=\overline{1, n}$  позволяет определить такой набор параметров привода, при которых привод будет в состоянии выполнить все заданные законы движения объекта управления (рис. 4).

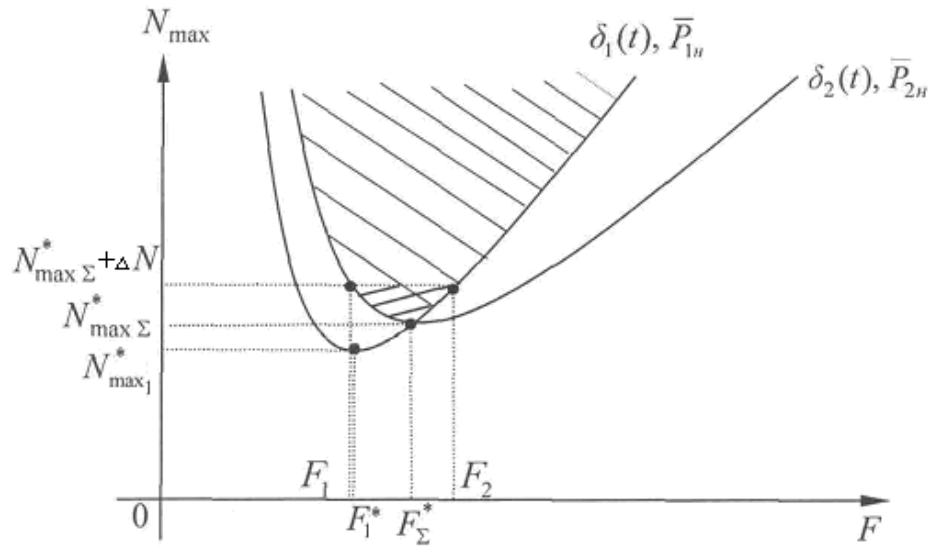


Рис. 4 Объединение зависимостей  $N_{\max}(F)$ .

На рисунке представлены обозначения:

- $N_{\max \Sigma}^*$  - оптимальное значение  $\min N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$  при выполнении нескольких заданных законов движения объекта управления, полученное в результате объединения соответствующих оптимальных зависимостей  $N_{\max_i}(F), i = \overline{1, n}$ , где  $n$  - количество законов движения объекта управления;
- $F_{\Sigma}^*$  - оптимальное значение  $F$  при выполнении нескольких заданных законов движения объекта управления;
- $N_{\max_1}^*$  и  $F_1^*$  - оптимальные значения  $N_{\max}$  и  $F$  для некоторого закона движения объекта управления;
- $N_{\max \Sigma}^* + \Delta N$  - выбор мощности, больше чем оптимальная;
- $F_1$  и  $F_2$  - диапазон значений жесткости механической характеристики привода при выборе мощности, больше чем оптимальная.

В дальнейшем, данная зависимость  $N_{\max \Sigma}^*(F_{\Sigma}^*)$  может использоваться как функциональное ограничение при проектировании подсистем рулевого привода.

### Оптимизационная постановка задачи проектирования.

Необходимо определить такие варианты модели автопилота и рулевого электропривода (2) с соответствующими параметрами  $\bar{p}_{\text{АП}}^*(t)$  и  $\bar{p}_{\text{РП}}^*(t)$ , которые доставляют минимум критерию (4) при выполнении динамических требований (3):

$$\begin{aligned} \bar{p}_c^* &= \left\{ \bar{p}_{\text{АП}}^*(t), \bar{p}_{\text{РП}}^*(t) \right\} : I(\bar{p}_c) \quad N_{\max}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t), \bar{p}_n(t), F) \rightarrow \min, \\ \bar{p}_{\text{АП}} &\in \mathfrak{R}, \bar{p}_{\text{РП}} \in \mathfrak{Q}, \bar{p}_n(t) \in \mathfrak{T} \\ \dot{\bar{x}}_c(t) &= \bar{f}_c(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)), \\ \bar{h}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)) &\geq 0 : \left\{ n_i(t_{1i}) \geq n_{zi}, \sigma_i \leq \sigma_{zi}, i = \overline{1, m} \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

### Метод решения.

Как видно из постановки задачи проектирования, данная задача представляет собой задачу однокритериальной многопараметрической оптимизации с ограничениями типа равенств и неравенств.

Общий Лагранжиан запишется в виде:

$$\begin{aligned} L &= N_{\max}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t), \bar{p}_n(t), F) + \bar{\lambda}^T \left( \bar{f}_c(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)) - \dot{\bar{x}}_c(t) \right) + \\ &+ \bar{\mu}^T \bar{h}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)) \end{aligned} \quad (6)$$

где:

- $\bar{x}_c(t)$  - вектор фазовых координат системы управления и рулевого электропривода,
- $\bar{p}_c(t)$  - вектор параметров системы управления и рулевого электропривода,
- $\bar{p}_n(t)$  - вектор параметров аэродинамического руля,
- $\bar{\lambda}$  - вектор множителей Лагранжа,
- $\bar{\mu}$  - вектор множителей Куна-Таккера,
- $\bar{h}$  - вектор функций штрафа, учитывающий требования к динамическим характеристикам контура управления.

Условия существования минимума Лагранжиана (6) записываются в виде:



$$\begin{aligned}
& dL(\bar{p}_c, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) \Big|_{\bar{p}_c=p^*} = 0: \\
& \frac{\partial L}{\partial p_{c_i}} = \frac{\partial N_{max}}{\partial p_{c_i}} + \sum_{j=1}^k \lambda_j \frac{\partial f_j}{\partial p_{c_i}} + \sum_{l=1}^m \mu_l \frac{\partial h_l}{\partial p_{c_i}} = 0, \quad i = \overline{1, n} \\
& \frac{\partial L}{\partial \lambda_j} = \sum_{i=1}^k (f_{c_j}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)) - x_{c_j}(t)) = 0, \quad j = \overline{1, k} \\
& \frac{\partial L}{\partial \mu_l} = \sum_{i=1}^m h_l(\bar{x}_c(t), \bar{p}_c(t)) = 0, \quad l = \overline{1, m} \\
& \frac{\partial L}{\partial F} = \frac{\partial N_{max}}{\partial F} = 0, \\
& d^2L(\bar{p}_c, \bar{\lambda}, \bar{\mu}) \Big|_{\bar{p}_c=p^*} > 0: \\
& \frac{\partial^2 L}{\partial p_i^2} > 0, \quad i = \overline{1, n}
\end{aligned} \tag{7}$$

Решение системы нелинейных дифференциальных уравнений (7) в виду наличия достаточно большого количества оптимизируемых параметров системы управления и рулевого электропривода является достаточно трудоемким процессом.

Для данной задачи целесообразно применение декомпозиционно-координатных методов оптимизации, в частности, метода иерархической оптимизации – метода координации моделей [2].

Суть метода заключается в следующем:

1. Общий Лагранжиан системы представляется в аддитивно – сепарабельном виде, разделяющем процесс нахождения минимума на “ $n$ ” подзадач, где  $n$  – число подсистем системы управления:

$$L = \sum_{i=1}^n L_i(\bar{\alpha}, \bar{\beta}_i), \tag{8}$$

где:

- $\bar{\alpha}$  - вектор координируемых параметров (определяемых в результате оптимизации верхнего уровня);
- $\bar{\beta}_i$  - вектор сепарабельных параметров (определяемых в результате оптимизации нижнего уровня),  $i$  – номер подсистемы.

2. Для нашей задачи, согласно (8), Лагранжиан (6) примет вид:

$$\left. \begin{aligned}
 L &= L_1 + L_2 : \\
 L_1 &= \bar{\lambda}^T \left( \bar{f}_c(\bar{x}_c(t), \bar{p}_{\text{АП}}(t), \bar{p}_{\text{РП}}(t)) - \dot{\bar{x}}_c(t) \right) + \bar{\mu}^T \bar{h}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_{\text{АП}}(t)), \\
 L_2 &= N_{\text{max}}(\bar{x}_c(t), \bar{p}_{\text{АП}}(t), \bar{p}_{\text{РП}}(t), F), \\
 \bar{\alpha} &= \{ \bar{p}_{\text{АП}}(t), \bar{\lambda}, \bar{\mu} \}, \\
 \bar{\beta} &= \{ \bar{p}_{\text{РП}}(t) \}.
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Процесс обмена оптимизируемыми параметрами в методе координации моделей представлен на рисунке 5.



Рис. 5 Метод координации моделей

Лагранжиан  $L_1$  представляет верхний уровень оптимизации (уровень координации моделей) на котором модифицируются структуры и математические модели системы управления, удовлетворяющие требованиям к динамическим характеристикам контура управления, и определяются законы движения объекта управления (летательного аппарата). На этом этапе определяется вектор координируемых параметров  $\bar{\alpha}$ .

Лагранжиан  $L_2$  представляет глобальный критерий качества, в результате минимизации которого определяется вектор сепарабельных параметров  $\bar{\beta}$  и сам критерий качества. Таким образом, на нижнем уровне оптимизации определяются оптимальные, в смысле глобального критерия качества, обликотые характеристики рулевого привода.

3. Решение указанных выше оптимизационных задач выполняется следующими методами:

- На верхнем уровне оптимизации используются прямые методы оптимизации (метод конфигурации и метод случайного поиска), не требующие вычисления производных Лагранжиана  $L_1$ .

- На нижнем уровне оптимизации для определения  $\min N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$  применяется метод Ньютона (градиентный метод второго порядка) и метод конфигурации для решения задачи объединения зависимостей  $N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$ .

### **Выводы.**

Представленная методика системного проектирования контура управления (автопилота) БПЛА позволяет:

1. Выполнить декомпозицию автопилота, представив его как иерархическую структуру с возможным выделением уровней оптимизации.
2. Сформулировать «строгую» оптимизационную задачу с глобальным критерием качества и функциональными ограничениями, описывающими взаимосвязь подсистем автопилота и требования к автопилоту как к надсистеме.
3. Определить обликвые характеристики подсистем автопилота, которые в дальнейшем могут использоваться как функциональные ограничения при детальном проектировании подсистем.

Представление энергетического критерия качества в виде зависимости  $N_{\max}(\bar{p}_n(t), F)$  позволяет выполнить процесс определения оптимальных параметров рулевого электропривода для любого количества произвольных законов движения объекта управления при различных векторах параметров нагрузки.

На основе представленной методики разработан программный пакет «СИРИУС», решающий задачу системного проектирования аэродинамической системы управления (автопилота по каналу тангажа) с рулевым электроприводом в качестве исполнительного устройства [3].

### **Библиографический список.**

1. Корнилов В.А. Основы автоматики и привода летательных аппаратов, Учебное пособие; -М, изд-во МАИ, 1991, 84 стр.
2. М. Сингх, А. Титли. Системы: декомпозиция, оптимизация и управление, Перевод с английского д.т.н. А.В. Запорожца, Москва, «Машиностроение», 1986 г., 494 стр.
3. V.A. Kornilov, Y.A. Sinyavskaya. Synthesis of automatic system with servodrives as subsystem, Proceedings of the 1993 MAI/BUAA international symposium on automatic control, Moscow, Yarovolets, 1993, стр.145-159.

### **Сведения об авторах.**

Синявская Юлия Адольфовна, старший преподаватель Московского авиационного института (государственного технического университета),

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: (499) 158-65-36; e-mail: [cijulia@mail.ru](mailto:sijulia@mail.ru)

Корнилов Валерий Анатольевич, доцент Московского авиационного института (государственного технического университета), к.т.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел.: (499) 158-65-36; e-mail: [valery.korn@mail.ru](mailto:valery.korn@mail.ru)