

О выборе параметров орбиты космического сегмента солнечной космической электростанции

Баркова М.Е.

Московский государственный университет геодезии и картографии,

Гороховский пер., 4, г. Москва, 105064, Россия

e-mail: Alttaira@yandex.ru

Аннотация

Рассмотрена методика выбора орбиты космического сегмента (КС) солнечной космической электростанции (СКЭС). Приведена модифицированная математическая модель движения (ММД) космического сегмента СКЭС, с учетом возмущающих факторов, в том числе связанных с трансляцией энергии. На основе полученных значений возмущающих факторов ММД КС СКЭС, сделана оценка точности ММД СКЭС.

Ключевые слова: солнечная космическая электростанции, космический сегмент солнечной космической электростанции, орбита космического сегмента солнечной космической электростанции, космический аппарат.

Введение

В связи с увеличением антропогенной нагрузки на природные ресурсы, открываются новые перспективы в использовании солнечной энергии. СКЭС,

являясь одним из направлений развития альтернативной энергетики, позволит получать на орбите аккумулированную энергию от Солнца и транслировать ее на Землю. Общая концепция СКЭС состоит в следующем.

Космический сегмент СКЭС может представлять собой как один космический аппарат (КА), так и систему КА. В данном случае КС СКЭС представляет собой один КА и именуется космическим сегментом СКЭС. Он аккумулирует солнечную энергию на борту за счет солнечного коллектора. По СВЧ-каналу передачи происходит трансляция энергии на ректенну в наземном сегменте (НС) СКЭС. В работах [1,7,8] предложена СКЭС с лазерным каналом трансляции. Ректенна представляет собой антенное устройство для преобразования излучения в электроэнергию.

Основной проблемой СКЭС является достижение минимума потерь при трансляции энергии. Минимум потерь энергии достигается при оптимальной конструкции космического сегмента СКЭС, обеспечении взаимной синхронизации космического (КС) и наземного (НС) сегментов СКЭС [8].

Основой данной работы является выбор параметров орбиты космического сегмента СКЭС.

Постановка задачи

В данной работе рассматривается методика выбора орбиты космического сегмента СКЭС и его модели движения с учетом возмущающих гравитационных, негравитационных факторов, а также факторов, связанных с работой СКЭС.

Задана мощность СКЭС P , которую получает потребитель, тогда мощность P_{Over} , получаемая на космическом сегменте СКЭС, будет определяться следующим выражением:

$$P = P_{Over} - \Delta P_{рект} - \Delta P_{ММД} - \Delta P_{атм} - \Delta P_{ориент}, \quad (1)$$

где $\Delta P_{рект}$ - потери мощности из-за неточного определения координат ректенн, $\Delta P_{ММД}$ - потери мощности из-за неточного положения КС СКЭС на орбите, $\Delta P_{атм}$ - потери мощности в результате прохождения СВЧ-луча сквозь атмосферу, $\Delta P_{ориент}$ - потери мощности, вызванные неточностью взаимной ориентации СВЧ-антенны и ректенны, что называется точностью трансляции энергии. Ориентация солнечного коллектора на Солнце также оказывает влияние на мощность СКЭС P_{Over} .

В свою очередь мощность P_{Over} зависит от площади солнечного коллектора и от времени заряда аккумулятора. Принцип размещения ректенн в наземном сегменте соответствует цикличности орбиты КС СКЭС, то есть КА находится в зоне радиовидимости ректенны только с заряженным аккумулятором. Таким образом, время заряда аккумулятора зависит от периода обращения КС СКЭС и высоты его орбиты.

Требуется найти параметры возмущенной орбиты КС СКЭС, исходя из точности трансляции энергии t_{transE} :

$$t_{transE} = f(t_{positionKS}, t_{rect}), \quad (2)$$

$t_{positionKS} = f(\mathcal{E}_{orb}, \ddot{r}_{возм.ф.}, t_{з.А.})$ - точность положения космического сегмента СКЭС на орбите, где \mathcal{E}_{orb} - элементы орбиты КС СКЭС, $\ddot{r}_{возм.ф.}$ - возмущающие факторы, $t_{з.А.}$ -

время заряда аккумулятора КС СКЭС, $t_{rect} = f(\vartheta_{orb}, n_{rect}, P)$ - точность определения координат ректенн, где n_{rect} - количество ректенн.

Методика выбора орбиты космического сегмента СКЭС

Эффективность работы СКЭС определяется следующими критериями:

- мощность космического сегмента СКЭС складывается из площади солнечного коллектора, емкости аккумулятора и высоты орбиты КС СКЭС.

- площадь солнечного коллектора,
- время заряда аккумулятора СКЭС,
- высота орбиты СКЭС,
- расстояние между ректеннами и их количество.

Время заряда аккумулятора зависит от площади солнечного коллектора, планируемой мощности космического сегмента СКЭС

$$t_{3.A.} = f(A_3, P) \quad (3)$$

и массы космического сегмента СКЭС

$$t_{3.A.} = f(A_3, m). \quad (4)$$

Получим формулу зависимости времени заряда аккумулятора от площади солнечного коллектора и мощности космического сегмента СКЭС. При этом мощность для любой солнечной батареи может быть определена с помощью уравнения

$$S = \cos \Gamma \cdot \eta \cdot F \cdot A_3 \cdot P, \quad (5)$$

где S - плотность потока солнечного излучения на Земле или в космосе, $[Bm/m^2]$, Γ – угол между направлением на Солнце и нормалью к плоскости батареи, η - КПД солнечного элемента, F – коэффициент деградации солнечных батарей, A_0 - площадь солнечной батареи, [м] [6].

Получим формулу зависимости времени заряда аккумулятора от площади солнечного коллектора и мощности космического сегмента СКЭС.

$$S = w \cdot c, \quad (6)$$

где w - плотность электрической энергии, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света.

$$w = \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot E^2, \quad (7)$$

где $E = P \cdot t_{3.A.}$ (8) - энергия, ε - диэлектрическая проницаемость, $\varepsilon = \frac{C_x}{C_0}$ (9), C_x -

емкость конденсатора с диэлектриком, C_0 - емкость конденсатора в вакууме.

Подставляя формулы (7), (8) и (9) в (6) получаем следующее выражение

$$t_{3.A.} = \sqrt{\frac{2 \cdot \cos \Gamma \cdot \eta \cdot F \cdot A_0}{(C_x / C_0) \cdot P \cdot c}}. \quad (10)$$

В свою очередь время заряда аккумулятора КС СКЭС зависимости от массы КС СКЭС и площади солнечного коллектора определяется следующим образом

$$F = g \cdot m, \quad (11)$$

$$P = F \cdot s, \quad (12)$$

$$s = v / t_{3.A.}, \quad (13)$$

$$P = \frac{g \cdot m \cdot v}{t_{3.A.}}. \quad (14)$$

где F - сила, q – электрический заряд, Кл, V – объем, n – количество зарядов, dS – элемент площади.

Подставив (11), (12), (13) и (14) в (5) получаем:

$$t_{3.A.} = \frac{\cos\Gamma \cdot \eta \cdot F \cdot A_{\Sigma} \cdot g \cdot m \cdot v}{S}, \quad (15)$$

где m – масса космического сегмента СКЭС, v - приближенная скорость космического сегмента СКЭС, $g = 9.81$ м/с.

По формулам (10) и (15) построены графики зависимости времени заряда аккумулятора от площади солнечного коллектора и мощности космического сегмента СКЭС, а также зависимости времени заряда аккумулятора от площади солнечного коллектора и массы космического сегмента СКЭС и изображены на рисунках 1 и 2 соответственно.

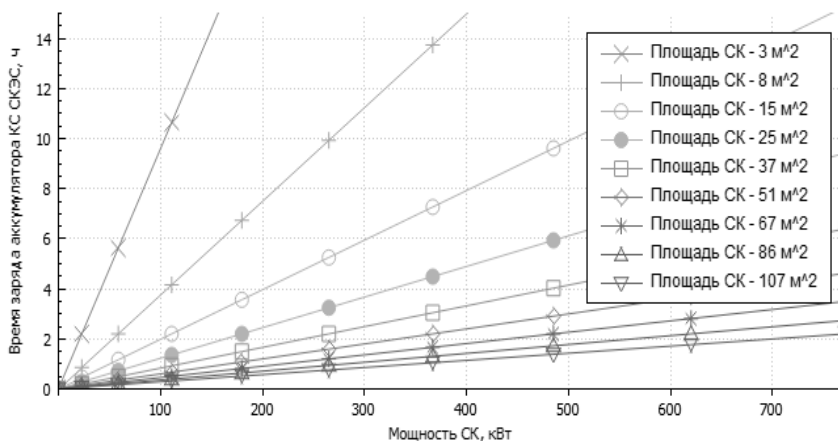


Рис. 1 График зависимости времени заряда аккумулятора КС СКЭС от площади солнечного коллектора и мощности КС СКЭС

Из графика на рисунке 1 видно, что, исходя из доверительного интервала, наиболее оптимальными значениями являются значения площади от 25 до 86 м². В соответствии с выбранными значениями площади солнечного коллектора получаем

200-500 кВт мощности КС СКЭС и 1.5 – 6 часа заряда аккумулятора. СКЭС работает эффективно при любых соответствующих характеристиках из указанных доверительных интервалов.

Высота орбиты космического сегмента СКЭС ограничена со стороны ракет-носителей по полезной нагрузке, а также времени заряда аккумулятора.

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{\mu}}, \quad (16)$$

$$a = R_{\oplus} + h, \quad (17)$$

$$T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{a^3}{\mu} - t_{3.A.} \cdot n_{rect}}, \quad (18)$$

где a - большая полуось орбиты, T – период обращения, n_{rect} - количество ректенн в наземном сегменте СКЭС, n_{transl} - количество трансляций энергии, R_{\oplus} - экваториальный радиус Земли $R_{\oplus} = 6371137 м$, μ - гравитационная постоянная Земли $\mu = 398600.4119 \cdot 10^9 м^3 / с^2$.

Подставив формулы (16) и (17) в (15), получим высоту орбиты КС СКЭС

$$h = \sqrt[3]{\mu \cdot t_{3.A.}^2 \cdot n_{rect}^2 - R_{\oplus}^3}. \quad (19)$$

Предварительное количество ректенн определяются посредством планируемых трансляций энергии, то есть количеством полных циклов заряда аккумулятора.

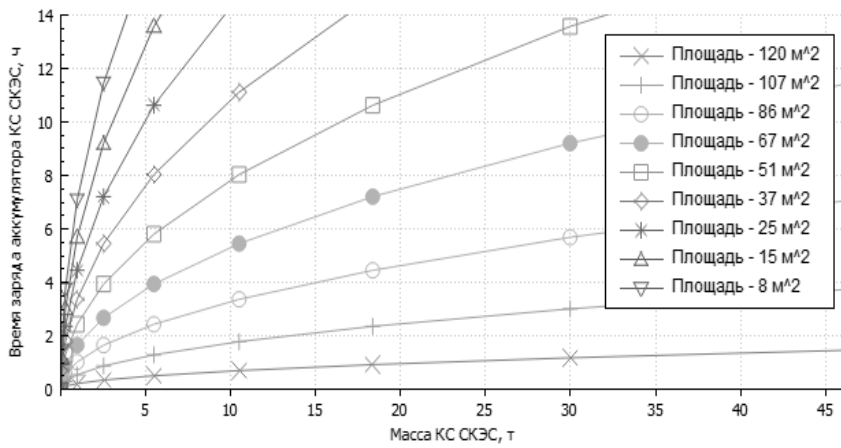


Рис. 2 График зависимости времени заряда аккумулятора КС СКЭС от площади солнечного коллектора и массы КС СКЭС

Форма орбиты КС СКЭС выбрана квазикруговой, то есть $e \approx 0$.

Наклонение орбиты космического сегмента СКЭС должно таким, чтобы КА был постоянно освещен Солнцем. Такому требованию соответствует солнечно-синхронная орбита (ССО).

Наклонение солнечно-синхронной орбиты можно определить по формуле вращательного дрефта КА – угла между направлением на Солнце и точкой весеннего равноденствия на экваториальной плоскости [10].

$$i = a \cos \left(\frac{\dot{\Omega}}{-\frac{3}{2} \cdot J_2 \cdot \left(\frac{R_{\oplus}}{a \cdot (1-e^2)} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{a^3}}} \right). \quad (20)$$

где J_2 - вторая зональная гармоника $J_2 = 108263 \cdot 10^{-8}$, a и e – большая полуось и эксцентриситет орбиты, i – наклонение орбиты и $\dot{\Omega}$ - вращательный дрефт КА, для ССО он равен $\dot{\Omega} = 360^\circ / 365.25$.

Таким образом, с использованием методики выбора орбиты получаем следующие параметры орбиты космического сегмента СКЭС, занесенные в таблицу 1.

Таблица 1

| Параметры орбиты КС СКЭС Параметры/ мощность КС СКЭС, кВт | 100 | 200 | 300 | 400 | 500 | 600 | 700 |
|--|-----------|-----------|-----------------|-----------------|-----------------|------|------|
| h, км | 2400 | 3000 | 3450 | 3940 | 4200 | 4700 | 4800 |
| i | 96 | 96 | 97 | 97,5 | 98 | 99 | 100 |
| e | ~0 | ~0 | ~0 | ~0 | ~0 | ~0 | ~0 |
| Время заряда аккумулятора, ч | 1.5 | 2 | 2.5 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| Площадь солнечного коллектора, м | 8 | 15 | 25 | 37 | 51 | 67 | 86 |
| Масса КС СКЭС, т | 3 | 8 | 12 | 20 | 25 | 36 | 40 |
| Ракеты-носители, способные вывести КС СКЭС на орбиту | «Днепр» | «Протон» | «Ангара- А7» | «Ангара- А7» | «Ангара- А7» | - | - |
| Точность положения КС СКЭС на орбите, м | 10^{-5} | 10^{-5} | 10^{-6} | 10^{-7} | 10^{-7} | - | - |

Из таблицы 1 видно, что наиболее оптимальными являются значения мощности от 200 до 500 кВт, поскольку более мощный КС СКЭС невозможно вывести на орбиту существующими средствами. Орбита космического сегмента СКЭС является квазикруговой. Наклонение колеблется в диапазоне от 96° до 98° , а высота орбиты - от 2400 до 4200 км. Таким образом, параметры орбиты космического сегмента СКЭС выбираются исходя из его технических параметров и планируемой мощности.

Модель движения космического сегмента СКЭС

Модель движения космического сегмента СКЭС включает в себя систему дифференциальных уравнений движения и методы их интегрирования. В данном случае используется метод численного интегрирования Рунге-Кутты 4 порядка на суточном интервале. Гравитационные и негравитационные факторы подробно рассмотрены в работах [2,3,5,9]. В данной работе приведены только основные формулы, а также выводы возмущающих ускорений, вызванных отдачей СВЧ-луча при трансляции энергии и изменением массы КС СКЭС вследствие зарядки и разрядки аккумулятора. Изменение массы КС СКЭС происходит из-за уменьшения плотности электролита на 15% вследствие разрядки аккумулятора при трансляции энергии.

Рассмотрим модель возмущающих факторов космического сегмента СКЭС, в которую включены все возмущающие факторы, действующие на КС СКЭС на различных высотах. Она удовлетворяет следующему уравнению:

$$\frac{d\ddot{r}}{dt} = -\mu \cdot \frac{q}{r^3} + F_{grav} + F_{nongrav} + F_{SPS}, \quad (21)$$

q - одна из координат космического аппарата, μ - гравитационная постоянная Земли, r - радиус-вектор космического аппарата, $F_{grav} = F_U + F_{ЛСП}$ - гравитационное возмущающее ускорение, $F_{nongrav} = F_{SP} + F_{ам}$ - негравитационное возмущающее ускорение, $F_{SPS} = F_{МCV} + F_{изм.массы}$ - возмущающее ускорение, вызванное работой станции.

В таблице 2 показаны возмущающие факторы, которые выбираются исходя из параметров орбиты.

Таблица 2

Возмущающие факторы

| Возмущающий фактор | Основные формулы учета возмущающих факторов [2,3,5,9] | Параметры орбиты |
|--|---|------------------|
| Влияние геопотенциала | $F_U = \frac{f \cdot m}{r} - \frac{f \cdot m}{r} \sum_{n=2}^{\infty} J^n \cdot \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cdot P_n\left(\frac{z}{r}\right) + \frac{f \cdot m}{r} \cdot \sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{r_0}{r}\right)^n \cdot \sum_{m=1}^{\infty} P_n^{(m)}\left(\frac{z}{r}\right) \cdot (C_{nm} \cdot \cos m\lambda + S_{nm} \cdot \sin m\lambda)$ | Все виды орбит |
| Влияние сторонних тел(Солнца, Луны и планет) | $F_{ЛСП} = \sum_{i=1}^{10} \mu_i \cdot \left(\frac{R_i - r}{ R_i - r ^3} - \frac{R_i}{ R_i ^3} \right)$ | Все виды орбит |
| Влияние атмосферы | $F_{atm} = -\frac{1}{2} \cdot \frac{C_P \cdot S}{m} \cdot \rho \cdot V'^2 \frac{\vec{V}}{V}$ <p>где C_P - плотность атмосферы Земли, ρ - плотность воздуха на высоте полета, V' - скорость спутника относительно атмосферы.</p> | h = 150-2000км |
| Влияние светового давления | $F_{SP} = \sum_{i=1}^3 f(r, \psi) \cdot \frac{k \cdot C_i \cdot S}{m} \cdot \left(\frac{r_{\otimes}}{\Delta}\right)^2 \cdot \frac{\vec{\Delta}}{\Delta}$ <p>где $f(r, \psi) = \frac{1}{\pi} \cdot \arctg \alpha \cdot \left(\sqrt{1 - \frac{r_{\otimes}}{r}} - \cos \psi \right) + \frac{1}{2}$ - функция тени, причем $0 < f(r, \psi) < 1$.</p> | Все виды орбит |

Возмущающие ускорения, вызванные отдачей СВЧ-луча при трансляции энергии, получаются следующим образом. Сила светового потока, действующая на СВЧ-антенны при трансляции энергии, имеет вид:

$$F = \frac{W}{C}, \quad (22)$$

где W – световой поток, действующий на СВЧ-антенну, C – скорость света 299792458 м/с.

Таким образом, подставляя вместо силы формулу второго закона Ньютона $F = m \cdot a$, получаем выражение:

$$F_{MCV} = \frac{W}{c \cdot m} \cdot \frac{\bar{q}}{|\bar{q}|}. \quad (23)$$

Возмущающие ускорения можно вывести исходя из уравнения Мещерского, которое используется для описания движения тел переменной массы [4].

Используя дифференциал второго закона Ньютона $\frac{d}{dt}(mv) = F$, получаем уравнение переменной массы

$$m = m_0 \pm \int_{t_0}^t \mu(t) dt, \quad (24)$$

где $\mu(t)dt$ - масса частицы, отсоединяющейся или присоединяющейся к телу в момент времени t . Это происходит при зарядке аккумулятора солнечной энергией, а также в момент трансляции энергии на ректенну.

При заданном сопротивлении, напряжении и времени заряда аккумулятора получим количество энергии по формуле

$$E = R \cdot U \cdot t, \quad (25)$$

Из уравнения (22) следует, что изменение массы КС СКЭС за счет циклов зарядки аккумулятора определяется из формулы энергии $E = \frac{m \cdot v^2}{2}$, таким образом, изменение массы зависит от времени

$$\mu(t) = \frac{R \cdot U \cdot t}{c^2} . \quad (26)$$

Изменение массы тела связано с вектором количества движения материальной точки выражением

$$K = \int_{t_0}^t u(t, t_1) \mu(t) dt , \quad (27)$$

где $u(t, t_1)$ - функция изменения скорости.

Дифференцируя вектор количества движения по времени, получим вектор силы, действующей на материальную точку, если КС СКЭС заряжается

$$F = F_0 + \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t u(t, t_1) \mu(t) dt, \quad (28)$$

где F_0 - сила, действующая на материальную точку, вне зависимости от изменения массы.

В итоге возмущающее ускорение, действующее на КА переменной массы, определяется из второго закона Ньютона

$$F_{\text{изм.массы}} = \frac{F_0 + \frac{d}{dt} \int_{t_0}^t u(t, t_1) \mu(t) dt}{m} . \quad (29)$$

Оценка точности положения КС СКЭС

Точность положения КС СКЭС на орбите определяется точностью возмущающих факторов его орбитального движения. Для оценки точности приведены три эталонных оценки, сведенные в таблицу 3. Приводятся значения возмущающих факторов модели движения четырех космических аппаратов GPS [11], «Спектр-УФ (Радиоастрон)» [2], «Молния» [3], КС СКЭС. Математическая модель

движения космического сегмента СКЭС получена путем численного интегрирования методом Рунге-Кутты 4-го порядка дифференциальных уравнений возмущенного движения с возмущающими факторами по формулам, указанным в таблице 2, а также возмущающие факторы, связанные с трансляцией энергии (23) и (29).

Таблица 3

Сравнение моделей движения спутников

| Возмущающее ускорение | ММД GPS[11] | ММД «Спектр-Р» Радиоастрон[2] | ММД Молния [3] | ММД КС СКЭС |
|------------------------------------|----------------------|---|-----------------------|------------------------|
| Геопотенциал | 6.1×10^{-1} | 2.10×10^{-2} | 3.41×10^{-1} | 7.67×10^{-1} |
| Влияние сторонних тел | 4.9×10^{-6} | 4.13×10^{-5} | 5.86×10^{-6} | 6.78×10^{-6} |
| Прямое давление солнечной радиации | 7.2×10^{-6} | 1.52×10^{-7} | 3.76×10^{-7} | 8.56×10^{-6} |
| Влияние атмосферы | - | - | - | 3.75×10^{-7} |
| Влияние отдачи СВЧ-луча | - | - | - | 1.74×10^{-11} |
| Влияние переменной массы КС СКЭС | - | - | - | 4.86×10^{-10} |

Наибольшее возмущение в движение СКЭС вносят неоднородность гравитационного поля Земли и гравитационные потенциалы сторонних тел. Влияние атмосферы обусловлено большой площадью солнечного коллектора. Также вследствие больших размеров СКЭС, достаточно сильное влияние оказывает световое давление.

Таким образом, точность модели движения космического сегмента СКЭС определяется по наименьшему фактору, то есть по отдаче СВЧ-луча и равна 1.74×10^{-11} .

Заключение

Таким образом, получены следующие результаты:

- оптимальные значения техникой параметров КС СКЭС;
- параметры орбиты КС СКЭС;
- возмущающие факторы ММД КС СКЭС.

Разработана методика выбора орбиты космического сегмента СКЭС. Для космического сегмента СКЭС оптимальными являются значения массы от 8 до 25 тонн и площади солнечного коллектора от 15 до 51 метра. При этом высота орбиты колеблется от 2900 до 4200 км. На основе полученных данных производится выбор возмущающих факторов математической модели движения КС СКЭС. Среди гравитационных факторов выбрано влияние геопотенциала 7.67×10^{-1} (при 12 гармониках геопотенциала) и сторонних тел 6.78×10^{-6} , среди негравитационных – влияние светового давления 8.56×10^{-6} и атмосферы 3.75×10^{-7} . Получены значения возмущающих факторов, вызванных работой КС СКЭС, а именно реактивной отдачи СВЧ-луча 1.74×10^{-11} и влияния переменной массы КС СКЭС 4.86×10^{-10} . Представлен общий принцип размещения ректенн в наземном сегменте СКЭС.

Библиографический список

1. Вятлев П.А., Дмитриев А.О., Карчаев Х.Ж., Сысоев В.К. Оценка эффективности космической солнечной электростанции на основе лазерного канала передачи энергии // Труды МАИ, 2016, № 87:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=69658>
2. Захваткин М.В. Определение и прогнозирование параметров движения космического аппарата с учетом возмущений, вызванных работой бортовых систем: Дисс. ... канд. физ.-мат. наук. Институт прикладной математики им. Келдыша РАН. - Москва, 2014. 120 с.
3. Кайзер Г.Т. Численное моделирование движения и идентификации геосинхронных спутников по данным фотографических наблюдений: Дисс. ... к-та физ.-мат. наук. Уральский государственный университет им. А.М. Горького, Екатеринбург, 1999, 166 с.
4. Кильчевский Н.А. Курс теоретической механики. Т. I. - М.: Наука, 1977. - 480 с.
5. Латыпов В.Н. Математические модели возмущенного движения высокого порядка точности: Дисс. ... к-та физ.-мат. наук. Санкт-Петербургский государственный университет, 2010, 133 с.
6. Раушенбах Г. Справочник по проектированию солнечных батарей – М.: Энергоатомиздат, 1983. – 360 с.
7. Сысоев В.К., Барабанов А.А., Дмитриев А.О., Нестерин И.М., Пичхадзе К.М., Суйменбаев Б.Т. Анализ компоновочных схем демонстрационной солнечной космической электростанции // Труды МАИ, 2014, № 77:
<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=52959>

8. Сысоев В.К., Пичхадзе К.М. Арапов Е.А. Анализ возможных схем построения космических солнечных электростанций // Полет. 2010. №6. С. 34-47.
9. Rim H.J., Schutz B.E. Geoscience Laser Altimeter System (GLAS). Algorithm Theoretical Basis Document Version 2.2. Precision orbit determination (POD). Prepared by, Center for Space Research The University of Texas at Austin 2002.
10. Sabol C. Application of Sun-Synchronous, Critically Inclined Orbits to Global Personal Communication Systems. Bachelor of Aerospace Engineering Georgia Institute of Technology, 1995.
11. Ziebart M., Cross P., Adhya S. Modelling photon pressure the key to high precision GPS satellite orbits. GPS World. 2002. Vol. 13. No 1. pp. 43–50.