

На правах рукописи



Черкасова Мария Сергеевна

**МИКРОСТРУКТУРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ СЛОИСТЫХ КОМПОЗИТОВ
НА ОСНОВЕ АНИЗОТРОПНОЙ ТЕОРИИ ТЕЧЕНИЯ**

Специальность 1.1.8. Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва, 2025

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Научный руководитель: **Димитриенко Юрий Иванович**, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой «Вычислительная математика и математическая физика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)» (МГТУ им. Н.Э. Баумана)

Официальные оппоненты: **Звягин Александр Васильевич**, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры «Газовая и волновая динамика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова» (МГУ им. М.В. Ломоносова)

Ченцов Александр Викторович, кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лаборатории «Механика технологических процессов» федерального государственного бюджетного учреждения науки «Институт проблем механики имени А.Ю. Ишлинского» РАН

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт автоматизации проектирования Российской академии наук (ИАП РАН)»

Защита диссертации состоится «16» апреля 2025 г. в 15 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.327.07 при федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научно-технической библиотеке федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4. и на сайте МАИ:

https://mai.ru/events/defence/?ELEMENT_ID=183675

Автореферат разослан «__» _____ 2025 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Сердюк Д. О.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Задача проектирования композиционных материалов (КМ) со сложными упругопластическими свойствами является актуальной в связи с перспективностью применения металлокомпозитов на основе титановых, алюминиевых и других матриц и углеродных, керамических и металлических волокон для двигателестроения, судостроения и других отраслей промышленности.

Для расчета конструкций из упругопластических КМ со слоистой или волокнистой структурой необходимы определяющие соотношения анизотропной теории пластичности. Существует большое число работ в области различных теорий пластичности изотропных сред, в области деформационных теорий пластичности наиболее известными являются труды Ильюшина А.А., Генки Г.К., Москвитина В.В., Ленского В.С., Быкова Д.Л. и других. Особое место занимает общая математическая теория пластичности Ильюшина А.А., развитие которой осуществлялось в трудах Ленского В.С., Быкова Д.Л., Малого В.И., Пелешко В.А. и других. Разработка и развитие теории пластического течения осуществлено в трудах Прандтля Л., Рейсса Э., Ишлинского А.Ю., Кадашевича Ю.И., Новожилова В.В., Прагера В., Оно-Ванга Н., Бондаря В.С., Темиса Ю.М. и многих других. Существенно меньше работ посвящено теории пластичности анизотропных сред, наиболее известными в этой области являются труды Победри Б.Е., Хилла Р., Горбачева В.И., Дмитриенко Ю.И. и некоторых других.

Построение определяющих соотношений теории пластичности для композитов имеет особенности, обусловленные необходимостью учета микроструктуры композитов. Вообще говоря, решение задач теории пластичности для композитов приводит к необходимости решения связанных макро- и микрозадач. Прямое решение таких связанных задач, даже с помощью современных конечно-элементных методов, оказывается очень трудоемким. В этой связи актуальной является разработка методики построения эффективных определяющих соотношений трансверсально-изотропных упругопластических слоистых композитов в рамках теории течения, в которой материальные константы модели вычисляются аналитически на основе решения задач теории пластичности на ячейке периодичности с использованием метода асимптотического осреднения.

Цель настоящей диссертации состоит в разработке методики построения эффективных определяющих соотношений трансверсально-изотропных упругопластических композитов со слоистой структурой в рамках теории течения, в которой материальные константы модели вычисляются аналитически на основе решения задач теории пластичности на ячейке периодичности с использованием метода асимптотического осреднения.

Объектом исследования являются эффективные определяющие соотношения трансверсально-изотропных упругопластических слоистых композиционных материалов в рамках теории пластического течения.

Задачами настоящей работы являются:

- разработка варианта метода асимптотического осреднения композиционных материалов со слоистой периодической структурой, подчиняющихся теории пластического течения;
- получение численно-аналитического решения задач теории пластического течения на ячейке периодичности для композиционного материала со слоистой структурой;
- разработка методики построения определяющих соотношений трансверсально-изотропных упругопластических композиционных материалов со слоистой структурой на основе теории пластического течения, с использованием метода асимптотического осреднения;
- разработка микроструктурной модели теории пластического течения для трансверсально-изотропного упругопластического композита со слоистой структурой;
- разработка методики решения двух-масштабных задач теории пластического течения для конструкций, состоящих из композитов со слоистой структурой, и численное решение задачи о расчете макро- и микронапряжений в цилиндрической многослойной упругопластической конструкции.

Методы исследования. В диссертационной работе для решения сформулированных задач использованы следующие методы исследования:

- метод асимптотического осреднения;
- методы аппроксимации и оптимизации;
- численные методы решения СЛАУ.

Достоверность и обоснованность результатов и выводов гарантируется применением теоретически обоснованного математического аппарата.

Научная новизна. В диссертации получены следующие новые научные результаты, выносимые на защиту:

– разработан вариант метода асимптотического осреднения для трансверсально-изотропных упругопластических композиционных материалов со слоистой структурой на основе теории пластического течения;

– разработана методика построения микроструктурных определяющих соотношений трансверсально-изотропной теории пластического течения композиционных материалов со слоистой структурой, материальные константы в которой определяются на основе численно-аналитического решения локальных задач теории пластичности на ячейке периодичности.

Практическая значимость диссертационной работы. Методика построения эффективных определяющих соотношений теории пластического течения, а также сами полученные определяющие соотношения для трансверсально-изотропных упругопластических композитов со слоистой структурой могут быть использованы при расчетах или оптимизации конструкций, состоящих из упругопластических композиционных материалов со слоистой структурой в элементах конструкций летательных аппаратов, судов, энергетических установок и других систем.

Апробация результатов работы. Результаты диссертационной работы докладывались на:

Всероссийской студенческой конференции «Студенческая научная весна», посвященная 60-летию полета Ю.А. Гагарина в космос, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 01 – 30 апреля 2021 г.;

Всероссийской студенческой конференции «Студенческая научная весна», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 19 апреля 2022 г.;

4-м Международном научном форуме: Ключевые тренды в композитах: наука и технологии, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 1 – 3 декабря 2021 г.;

5-м Международном научном форуме: Ключевые тренды в композитах: наука и технологии, МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, декабрь 2022 г.;

XVI Всероссийской конференции молодых ученых и специалистов (с международным участием) «Будущее машиностроения России», секция «Математическое моделирование в технике», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 20 сентября 2023 г.;

Международной конференции «Математическое моделирование, численные методы и инженерное программное обеспечение», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 11-12 декабря 2023 г.;

6-й Межвузовской конференции аспирантов, соискателей и молодых ученых на английском, немецком и китайском языках и русском языке как иностранном «Science, Engineering and Business», МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 16 – 18 апреля 2024 г.;

научных семинарах кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» Московского государственного технического университета им. Н.Э. Баумана (Москва, 2021 – 2024 гг.).

Публикации. По теме диссертации автором опубликованы 6 публикаций, в том числе 3 в изданиях из списка ВАК и 1 статья в журнале, индексируемом в Scopus.

Структура и объем. Диссертация состоит из введения, 3 разделов, выводов и списка литературы из 122 наименований. Работа изложена на 153 листах, содержит 72 рисунка, 5 таблиц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во **введении** обоснована актуальность темы, сформулированы цель и задачи исследования, научная новизна, теоретическая и практическая значимость полученных результатов, их достоверность, основные положения, выносимые на защиту, а также приведены данные о структуре и объеме диссертационной работы.

Первый раздел посвящен разработке варианта метода асимптотического осреднения для упругопластических композиционных материалов со слоистой периодической структурой, подчиняющихся теории пластического течения.

Рассматривается композит со слоистой периодической структурой, каждый слой которого является изотропной упругопластической средой, подчиняющейся склерономной теории течения. Принимается вариант теории пластического течения с кинематическим упрочнением со степенной зависимостью параметра упрочнения от

пластической деформации. Этот вариант определяющих соотношений теории пластического течения при малых деформациях записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \sigma_{ij} = C_{ijkl}(\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^p); \\ \dot{\varepsilon}_{kl}^p = h\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{kl}}; \\ f = f(I_2(\sigma_{ij} - H\varepsilon_{ij}^p)) = 0; \\ H = H(I_2(\varepsilon_{ij}^p)), \end{cases} \quad (1)$$

где σ_{ij} – компоненты тензора напряжений; ε_{kl} – компоненты тензора полных деформаций; ε_{kl}^p – компоненты тензора пластических деформаций; $\dot{\varepsilon}_{kl}^p$ – компоненты тензора скоростей пластических деформаций; C_{ijkl} – компоненты тензора модулей упругости; λ – параметр нагружения; h – индикатор пластического нагружения материала; $f(I_2(a_{ij}))$ – пластический потенциал (функция поверхности пластичности), соответствующий модели кинематического упрочнения

$$f(I_2(a_{ij})) = \frac{1}{2}(I_2(\sigma_{ij} - H\varepsilon_{ij}^p))^2 - k^2 = 0, \quad (2)$$

где k – предел текучести; H – параметр упрочнения, для которого в данной работе выбирается степенная модель

$$H = \frac{H_0}{1 + \alpha I_{2p}^{2n}}, \quad 0 \leq n \leq 1, \quad \alpha > 0, \quad (3)$$

$$I_{2p}^2 \equiv I_2^2(\varepsilon_{ij}^p) \equiv B_{ijkl}\varepsilon_{ij}^p\varepsilon_{kl}^p, \quad (4)$$

где H_0 , n , α – материальные константы модели пластичности; $I_2(\varepsilon_{ij}^p)$ – второй инвариант тензора пластических деформаций; $B_{ijkl} = \Gamma_{ijsn}\Gamma_{snkl}$,

$\Gamma_{ijkl} = \frac{1}{2}(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}) - \frac{1}{3}\delta_{ij}\delta_{kl}$, δ_{ij} – символ Кронекера. Все компоненты рассматриваются в декартовом ортонормированном базисе $\bar{e}_i$, координаты материальных точек в этом базисе обозначим x_i .

Запишем определяющие соотношения (1) в виде явной связи между скоростями тензоров напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ и полных деформаций $\dot{\varepsilon}_{kl}$, для этого предварительно получим из (1) явное выражение для параметра нагружения $\dot{\lambda}$

$$\dot{\lambda} = \frac{I_{2p}^{2(1-n)} A_{ij}}{HS_{klrp} A_{kl} A_{rp}} \dot{\sigma}_{ij}, \quad (5)$$

$$A_{ij} = B_{ijkl} (\sigma_{kl} - H \varepsilon_{kl}^p); \quad S_{ijrp} = I_{2p}^{2(1-n)} \Delta_{rpil} - \frac{2\alpha n H}{H_0} B_{klrp} \varepsilon_{kl}^p \varepsilon_{ij}^p. \quad (6)$$

Введем $\tilde{C}_{rpkl}$ – тензор касательных модулей упругости

$$\tilde{C}_{rpkl} = T_{rpil}^{-1} C_{ijkl}, \quad (7)$$

$$T_{ijrp} = \Delta_{ijrp} + h C_{ijkl} A_{kl} N_{rp}, \quad (8)$$

$$N_{ij} = \frac{I_{2p}^{2(1-n)}}{HS_{sprp} A_{sp} A_{rp}} A_{ij}. \quad (9)$$

Тогда определяющие соотношения (1) записываются «в скоростях» следующим образом:

$$\dot{\sigma}_{rp} = \tilde{C}_{rpkl} \dot{\varepsilon}_{kl}. \quad (10)$$

Для каждого слоя композита имеют место определяющие соотношения (10), а также система уравнений

$$\nabla_i \dot{\sigma}_{ij} = 0, \quad (11)$$

$$\dot{\varepsilon}_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_k}{\partial \bar{x}_l} + \frac{\partial V_l}{\partial \bar{x}_k} \right), \quad V_k = \dot{u}_k, \quad (12)$$

где (11) – уравнения равновесия (массовые силы полагаются отсутствующими); (12) – соотношения Коши в скоростях; V_k – компоненты вектора скорости; u_k – компоненты вектора перемещений.

Слоистый композиционный материал представляет собой структурно-неоднородную среду. Между отдельными компонентами (слоями) этой среды имеются границы раздела, на которых выполняются условия идеального контакта:

$$[\dot{\sigma}_{i3}] = 0; \quad [V_i] = 0, \quad (13)$$

где $[\dot{\sigma}_{i3}]$ и $[V_i]$ – скачки соответствующих функций на границе раздела слоев.

На внешней границе всего композита Σ задаются граничные условия – компоненты вектора скорости изменения усилий $\dot{S}_i^e$ на части Σ_1 и компоненты вектора скорости V_{ei} на части поверхности Σ_2

$$\dot{\sigma}_{i3}\big|_{\Sigma_1} = \dot{S}_{ei}; \quad V_i\big|_{\Sigma_2} = V_{ei}. \quad (14)$$

После линеаризации задачи (10) – (14) пошаговым методом получаем линеаризованную итерационную постановку задачи теории пластического течения для слоистого композита:

$$\begin{cases} \nabla_i \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}} = 0; \\ \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}} = \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}} \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}}; \\ \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}} = \dot{\varepsilon}_{kl}^{e\{m\}} + \dot{\varepsilon}_{kl}^{p\{m\}}; \\ \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial V_k^{\{m\}}}{\partial \bar{x}_l} + \frac{\partial V_l^{\{m\}}}{\partial \bar{x}_k} \right); \\ [\dot{\sigma}_{i3}^{\{m\}}] = 0; \quad [V_k^{\{m\}}] = 0; \\ \dot{\sigma}_{i3}^{\{m\}}\big|_{\Sigma_1} = \dot{S}_{ei}^{\{m\}}; \quad V_k^{\{m\}}\big|_{\Sigma_2} = V_{ek}^{\{m\}}, \end{cases} \quad (15)$$

где $\dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}}$ – тензор скоростей напряжений на $\{m\}$ -итерации; $\tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}}$ – тензор касательных модулей упругости, зависящий от тензора пластических деформаций $\varepsilon_{kl}^{p\{m-1\}}$ и тензора напряжений $\sigma_{ij}^{\{m-1\}}$ на $\{m-1\}$ итерации; $V_k^{\{m\}}$ – компоненты вектора скорости на $\{m\}$ -итерации; $S_{ei}^{\{m\}}$ и $V_{ek}^{\{m\}}$ – значения компонент векторов S_{ei} и V_{ek} в момент времени t_m .

В рамках общей асимптотической теории осреднения Бахвалова Н.С. – Победри Б.Е. композит рассмотрим как совокупность большого числа ячеек периодичности (ЯП), для которых введем малый параметр $\kappa = l/L \ll 1$ – отношение толщины ЯП l к характерному размеру области L всего композита, а также введем безразмерные координаты двух типов: глобальные $\bar{x}^i = \frac{x^i}{L}$ и локальную координату

$$\xi = \frac{\bar{x}^3}{\kappa}, \text{ изменяющуюся на ЯП в диапазоне } -0.5 < \xi < 0.5.$$

Решение задачи (15) и все входящие в эту задачу неизвестные функции ищутся в виде асимптотических разложений по малому параметру κ в виде функций, зависящих от двух координат:

$$V_k^{\{m\}}(\bar{x}_s, \xi) = V_k^{\{m\}(0)}(\bar{x}_s) + \kappa V_k^{\{m\}(1)}(\bar{x}_s, \xi) + \kappa^2 V_k^{\{m\}(2)}(\bar{x}_s, \xi) + \dots, \quad (16)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}(0)} + \kappa \dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}(1)} + \kappa^2 \dots, \quad (17)$$

$$\tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}}(\bar{x}_s, \xi) = \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}(0)}(\bar{x}_s, \xi) + \kappa \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}(1)}(\bar{x}_s, \xi) + \kappa^2 \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}(2)}(\bar{x}_s, \xi) + \dots, \quad (18)$$

$$\dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}} = \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(0)} + \kappa \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(1)} + \kappa^2 \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(2)} + \dots, \quad (19)$$

где $s=1,2,3$; $k=1,2,3$,

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}(0)} = \dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}} + \frac{1}{2}(\delta_{j3} V_{i/3}^{\{m\}(1)} + \delta_{i3} V_{j/3}^{\{m\}(1)}), \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}} = \frac{1}{2}(V_{i,j}^{\{m\}(0)} + V_{j,i}^{\{m\}(0)}). \quad (20)$$

Подставляя разложения (16) – (20) в систему (15) и собирая члены, стоящие при одинаковых степенях малого параметра κ , получаем рекуррентную последовательность локальных задач на ЯП. Задача на ячейке периодичности в нулевом приближении имеет следующий вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\sigma}_{i3/3}^{\{m\}(0)} = 0; \\ \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(0)} = \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}} \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}(0)}; \\ \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}(0)} = \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}} + \frac{1}{2}(\delta_{l3} V_{k/3}^{\{m\}(1)} + \delta_{k3} V_{l/3}^{\{m\}(1)}); \\ [\dot{\sigma}_{i3}^{\{m\}(0)}] = 0, [V_i^{\{m\}(1)}] = 0; \\ [[\dot{\sigma}_{i3}^{\{m\}(0)}]] = 0, [[V_i^{\{m\}(1)}]] = 0; \\ \langle V_i^{\{m\}(1)} \rangle = 0. \end{array} \right. \quad (21)$$

где введены операция осреднения для квазипериодической функции $f(\vec{\bar{x}}, \xi)$

$$\langle f \rangle = \int_{-1/2}^{1/2} f(\vec{\bar{x}}, \xi) d\xi = \langle f \rangle(\vec{\bar{x}}), \quad (22)$$

и обозначение для условия периодичности функции f по ξ

$$[[f]] = f|_{\xi=1/2} - f|_{\xi=-1/2} = 0. \quad (23)$$

Решение задачи (21) ищется относительно скоростей $V_i^{\{m\}(1)}(\vec{\bar{X}}, \xi)$, которые параметрически зависят от функций скорости в нулевом приближении $V_i^{\{m\}(0)}(\vec{\bar{X}})$. Для определения функций $V_i^{\{m\}(0)}(\vec{\bar{X}})$ сформулируем осредненную задачу

$$\begin{cases} \langle \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(0)} \rangle_{,j} = 0; \\ \langle \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(0)} \rangle = \langle \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}} \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}(0)} \rangle; \\ 2\dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}} = V_{i,j}^{\{m\}(0)} + V_{j,i}^{\{m\}(0)}; \\ V_i^{\{m\}(0)}|_{\Sigma_u} = V_{ei}, \quad \langle \dot{\sigma}_{i3}^{\{m\}(0)} \rangle|_{\Sigma_\sigma} = \dot{S}_i^e. \end{cases} \quad (24)$$

Решение задачи на ячейке периодичности (21) линейно зависит от осредненного тензора скоростей полных деформаций $\dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}}$, поэтому имеет место соотношение

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}(0)} = B_{ijkl}^{\{m-1\}}(\xi) \dot{\varepsilon}_{kl}^{\{m\}}, \quad (25)$$

где $B_{ijkl}^{\{m-1\}}(\xi)$ – тензор концентрации деформаций на $\{m\}$ -итерации, для него может быть получено следующее аналитическое выражение:

$$B_{klrn}^{\{m-1\}} \equiv \Delta_{klrn}^{\{m\}} + \frac{1}{2} (N_{krn/3}^{\{m-1\}} \delta_{l3} + N_{lrn/3}^{\{m-1\}} \delta_{k3}), \quad (26)$$

$$N_{srn}^{\{m-1\}} = \langle \tilde{C}_{s3i3}^{\{m-1\}-1} \rangle_{\xi} \langle \tilde{C}_{i3s3}^{\{m-1\}-1} \rangle^{-1} \langle Z_{srn}^{\{m-1\}} \rangle_{\xi} - \langle Z_{srn}^{\{m-1\}} \rangle_{\xi}, \quad (27)$$

$$Z_{srn}^{\{m-1\}} \equiv \tilde{C}_{s3i3}^{\{m-1\}-1} \tilde{C}_{i3rn}^{\{m-1\}}, \quad (28)$$

$$\text{где } \langle f \rangle_{\xi} \equiv \int_{-0.5}^{\xi} f(\xi) d\xi - \left\langle \int_{-0.5}^{\xi} f(\xi) d\xi \right\rangle.$$

После применения операции осреднения ко второму уравнению системы (21), а также введения обозначений для операции осреднения скоростей напряжений и скоростей деформаций

$$\dot{\bar{\sigma}}_{ij}^{\{m\}} = \langle \dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(0)} \rangle, \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_{ij}^{\{m\}} = \langle \dot{\varepsilon}_{ij}^{\{m\}(0)} \rangle, \quad (29)$$

получаем формулу для эффективных определяющих соотношений композита со слоистой периодической структурой

$$\dot{\bar{\sigma}}_{ij}^{\{m\}} = \tilde{\tilde{C}}_{ijrn}^{\{m-1\}} \dot{\bar{\varepsilon}}_{rn}^{\{m\}}, \quad (30)$$

где эффективный тензор касательных модулей упругости $\tilde{\tilde{C}}_{ijrn}^{\{m-1\}}$ на $\{m-1\}$ -итерации имеет следующий вид

$$\tilde{\tilde{C}}_{ijrn}^{\{m-1\}} = \left\langle \tilde{C}_{ijkl}^{\{m-1\}} B_{klrn}^{\{m-1\}} \right\rangle, \quad (31)$$

$$\tilde{\tilde{C}}_{ijrn}^{\{m-1\}} = \left\langle \tilde{C}_{ijrn}^{\{m-1\}} \right\rangle + \left\langle \tilde{C}_{ijk3}^{\{m-1\}} \tilde{C}_{k3p3}^{\{m-1\}-1} \right\rangle \left\langle \tilde{C}_{p3s3}^{\{m-1\}-1} \right\rangle^{-1} \left\langle \tilde{C}_{s3r3}^{\{m-1\}-1} \tilde{C}_{r3rn}^{\{m-1\}} \right\rangle - \left\langle \tilde{C}_{ijk3}^{\{m-1\}} \tilde{C}_{k3p3}^{\{m-1\}-1} \tilde{C}_{p3rn}^{\{m-1\}} \right\rangle. \quad (32)$$

С помощью тензора концентрации напряжений $K_{ijsp}^{\{m-1\}}(\xi)$, выражающегося по следующей формуле:

$$K_{ijsp}^{\{m-1\}}(\xi) = \tilde{C}_{ijrn}^{\{m-1\}(0)}(\xi) \tilde{\tilde{\Pi}}_{rns p}^{\{m-1\}}, \quad (33)$$

могут быть вычислены напряжения в компонентах композита

$$\dot{\sigma}_{ij}^{\{m\}(0)} = K_{ijsp}^{\{m-1\}} \dot{\bar{\sigma}}_{sp}^{\{m\}}. \quad (34)$$

Таким образом, решая в явном виде задачу на ячейке периодичности композита (21), можно получить эффективные упругопластические определяющие соотношения, которые описывают связь между компонентами эффективного тензора скоростей напряжений и компонентами эффективного тензора скоростей полных деформаций.

В качестве примера реализации предложенной методики был рассмотрен двухслойный композиционный материал, состоящий из стали и алюминия, с разным соотношением толщин его слоев. Для выбранного КМ были найдены численные значения определяющих соотношений согласно предложенной модели и построены эффективные диаграммы пластичности.

На рисунке 1 представлены эффективные диаграммы пластичности при растяжении в продольном направлении ($\bar{\sigma}_{11} \sim \bar{\varepsilon}_{11}$), при растяжении в поперечном направлении ($\bar{\sigma}_{33} \sim \bar{\varepsilon}_{33}$), при сдвиге в плоскости слоя ($\bar{\sigma}_{12} \sim \bar{\varepsilon}_{12}$) и при межслойном сдвиге ($\bar{\sigma}_{13} \sim \bar{\varepsilon}_{13}$) для рассматриваемого КМ, а также для стали и алюминия.

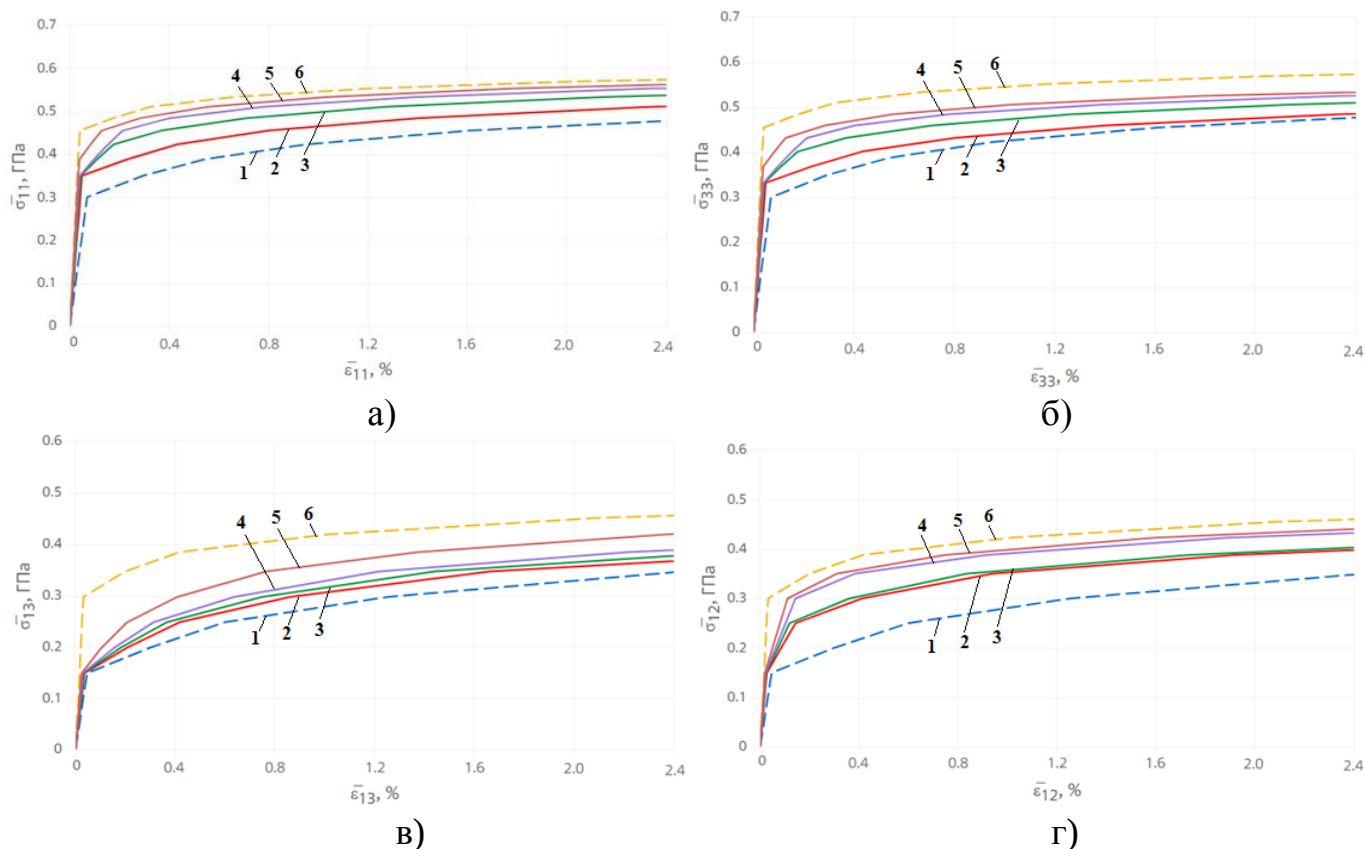


Рис. 1. Эффективные диаграммы пластичности: а) – при растяжении в продольном направлении, б) – при растяжении в поперечном направлении, в) – при сдвиге в плоскости слоя, г) – при межслойном сдвиге (цифрами на графиках обозначены: 1 – алюминий, 2 – КМ (60 % Al), 3 – КМ (50 % Al), 4 – КМ (40 % Al), 5 – КМ (20 % Al), 6 – сталь)

Полученные диаграммы пластичности отражают наличие анизотропных свойств композиционного материала со слоистой структурой.

Второй раздел посвящен разработке микроструктурной модели теории пластического течения для трансверсально-изотропного упругопластического композита со слоистой структурой. Используются эффективные определяющие соотношения для КМ со слоистой структурой, полученные в первом разделе диссертации.

Рассматривается трансверсально-изотропный КМ со слоистой периодической структурой, каждый слой которого является изотропным упругопластическим материалом. Принимается модель об аддитивности осредненных упругих и пластических деформаций

$$\bar{\varepsilon} = \bar{\varepsilon}_e + \bar{\varepsilon}_p. \quad (35)$$

Для тензора скоростей пластических деформаций в данной работе предлагается обобщенный ассоциированный закон

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_p = h \sum_{\beta=1}^2 \dot{\aleph}_{\beta} (\partial f_{\beta} / \partial \bar{\sigma}), \quad (36)$$

где $\dot{\aleph}_{\beta}$ – параметры нагружения, которые выражаются через обобщенные девиаторы $P_{\beta H}(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}^p)$ осредненных тензоров напряжений $\bar{\sigma}$ и пластических деформаций $\bar{\varepsilon}^p$. Это соотношение обобщает ассоциированный закон пластичности на случай трансверсально-изотропных сред с анизотропным кинематическим упрочнением.

Полагаем, что для трансверсально-изотропной слоистой среды существует два пластических потенциала, определяющих две функции поверхности пластичности, одна из которых определяет переход в пластическую область при растяжении в поперечном направлении и при продольных сдвигах слоистого композита, а вторая – при продольном растяжении и сдвиге в плоскости слоев композита

$$\begin{aligned} 2f_1 &= \left(\frac{J_{1H}}{\sigma_{1s}} \right)^2 + \frac{J_{4H}}{\sigma_{4s}^2} - 1; \\ 2f_2 &= \left(\frac{J_{2H}}{\sigma_{2s}} \right)^2 + \frac{J_{3H}}{\sigma_{3s}^2} - 1, \end{aligned} \quad (37)$$

где σ_{1s} – предел текучести для продольного растяжения; σ_{2s} – предел текучести при поперечном растяжении; σ_{3s} и σ_{4s} – пределы текучести для случая межслойного сдвига и сдвига в плоскости слоя соответственно; $J_{\gamma H}$, $\gamma=1, \dots, 4$ – совместные инварианты тензоров $\bar{\sigma}$ и $\bar{\varepsilon}^p$ в классе трансверсальной изотропии T_3 , определяемые по следующим формулам:

$$\begin{aligned} J_{1H} &= (\bar{\sigma}_{11} - H_1 \bar{\varepsilon}_{11}^p) + (\bar{\sigma}_{22} - H_1 \bar{\varepsilon}_{22}^p), \quad J_{2H} = \bar{\sigma}_{33} - H_2 \bar{\varepsilon}_{33}^p, \\ J_{3H} &= (\bar{\sigma}_{13} - H_3 \bar{\varepsilon}_{13}^p)^2 + (\bar{\sigma}_{23} - H_3 \bar{\varepsilon}_{23}^p)^2, \\ J_{4H} &= (\bar{\sigma}_{11} - H_4 \bar{\varepsilon}_{11}^p)^2 + (\bar{\sigma}_{22} - H_4 \bar{\varepsilon}_{22}^p)^2 + 2(\bar{\sigma}_{12} - H_4 \bar{\varepsilon}_{12}^p)^2, \end{aligned} \quad (38)$$

$$H_{\gamma} = \frac{H_{\gamma}^0}{1 + \alpha_{\gamma}^0 \left(I_{\gamma}(\bar{\varepsilon}^p) \right)^{2n_{\gamma}}}, \quad \gamma=1, \dots, 4, \quad (39)$$

$$I_1(\bar{\varepsilon}^p) = \bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p, \quad I_2(\bar{\varepsilon}^p) = \bar{\varepsilon}_{33}^p, \quad (40)$$

$$I_3(\bar{\varepsilon}^p) = (\bar{\varepsilon}_{13}^p)^2 + (\bar{\varepsilon}_{23}^p)^2, \quad I_4(\bar{\varepsilon}^p) = (\bar{\varepsilon}_{11}^p)^2 + (\bar{\varepsilon}_{22}^p)^2 + 2(\bar{\varepsilon}_{12}^p)^2. \quad (41)$$

где $I_\gamma(\bar{\varepsilon}^p)$, $\gamma=1,...,4$ – линейные и квадратичные инварианты тензора относительно класса T_3 ; H_γ – анизотропные параметры упрочнения. Предложенная модель содержит следующие неизвестные материальные константы $E_1, E_3, \nu_{12}, \nu_{13}, G_{12}, G_{13}$ (эффективные модули упругости композита) и $H_\beta^0, n_\beta^0, \alpha_\beta^0, \sigma_{\beta s}$, $\beta=1,...,4$. Для нахождения этих констант в данной работе предложена следующая методика:

1) записывается постановка задачи макроскопического деформирования композита в скоростях при базовом наборе нагружений, которая в общем виде записывается в виде следующей системы:

$$\begin{cases} \dot{\bar{\sigma}}_{ij,j} = 0, & \in V \\ \dot{\bar{\sigma}}_{ij} = \tilde{\tilde{C}}_{ijkl} \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}, & \in V \cup \Sigma \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl} = \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}^e + \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}^p, & \in V \cup \Sigma \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}^p = \dot{\Sigma}_1 h P_{1H,kl} + \dot{\Sigma}_2 h P_{2H,kl}, \\ 2\dot{\bar{\varepsilon}}_{ij} = \dot{u}_{i,j} + \dot{u}_{j,i}, \\ n_i \dot{\bar{\sigma}}_j|_{\Sigma_\sigma} = \dot{S}_{je}, \quad V_i|_{\Sigma_u} = V_{ie}. \end{cases} \quad (42)$$

2) решаются задачи на ЯП (21) в нулевом приближении;

3) вычисляются эффективные диаграммы деформирования $\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^{(u)}(\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{(u)})$ композита при базовом наборе нагружений;

4) решается задача минимизации функционала среднеквадратического отклонения кривых, полученных при численном моделировании на ЯП $\bar{\sigma}_{\alpha\beta}^{(u)}(\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta}^{(u)})$ в первом разделе и при микроструктурном решении задачи $\bar{\sigma}_{\alpha\beta}(\bar{\varepsilon}_{\alpha\beta})$ во втором разделе.

В качестве базового набора рассматривался набор из 4-х микроскопических задач:

- а) одноосное поперечное растяжение, б) одноосное продольное растяжение,
- в) межслойный сдвиг и г) сдвиг в плоскости слоя.

а) Для одноосного поперечного растяжения композита вдоль оси Oe_3 были получены следующие соотношения для построения диаграммы деформирования $\bar{\sigma}_{33}(\bar{\varepsilon}_{33})$:

$$\bar{\sigma}_{33} = E_3 \bar{\varepsilon}_{33}^e, \quad \bar{\varepsilon}_{33} = \bar{\varepsilon}_{33}^e + \bar{\varepsilon}_{33}^p, \quad (43)$$

$$\bar{\sigma}_{33} = \sigma_{2s} + \frac{H_2^0}{1 + \alpha_2^0 (\bar{\varepsilon}_{33}^p)^{2n_2^0}} \bar{\varepsilon}_{33}^p, \quad (44)$$

где E_3 – модуль упругости композита при растяжении в поперечном направлении.

б) Для сдвига в плоскости слоя Oe_1e_2 КМ были получены следующие соотношения для построения диаграммы деформирования $\bar{\sigma}_{12}(\bar{\varepsilon}_{12})$:

$$\bar{\sigma}_{12} = 2G_{12} \bar{\varepsilon}_{12}^e, \quad \bar{\varepsilon}_{12} = \bar{\varepsilon}_{12}^e + \bar{\varepsilon}_{12}^p, \quad (45)$$

$$\bar{\sigma}_{12} = \frac{\sigma_{4s}}{2} + \frac{H_4^0}{1 + \alpha_4^0 \left(4(\bar{\varepsilon}_{12}^p)^2 \right)^{2n_4^0}} \bar{\varepsilon}_{12}^p, \quad (46)$$

где G_{12} – модуль сдвига композита при смещении между осями Oe_1 и Oe_2 ,

в) Для межслойного сдвига в плоскости Oe_1e_3 были получены следующие соотношения для построения диаграммы деформирования $\bar{\sigma}_{13}(\bar{\varepsilon}_{13})$:

$$\bar{\sigma}_{13} = 2G_{13} \bar{\varepsilon}_{13}^e, \quad \bar{\varepsilon}_{13} = \bar{\varepsilon}_{13}^e + \bar{\varepsilon}_{13}^p, \quad (47)$$

$$\bar{\sigma}_{13} = \sigma_{3s} + \frac{H_3^0}{1 + \alpha_3^0 \left(2(\bar{\varepsilon}_{13}^p)^2 \right)^{2n_3^0}} \bar{\varepsilon}_{13}^p, \quad (48)$$

где G_{13} – модуль сдвига композита при смещении между осями Oe_1 и Oe_3 .

г) В случае продольного растяжения композита вдоль оси $O\vec{e}_1$ были получены следующие соотношения для построения диаграммы деформирования $\bar{\sigma}_{11}(\bar{\varepsilon}_{11})$:

$$\dot{\bar{\varepsilon}}_{22}^p = \Phi_1 \dot{\bar{\varepsilon}}_{11}^p, \quad \dot{\bar{\varepsilon}}_{11}^p = \Phi_2 \dot{\bar{\sigma}}_{11}, \quad (49)$$

$$\bar{\varepsilon}_{11}^e = \frac{\bar{\sigma}_{11}}{\bar{E}_1}, \quad \bar{\varepsilon}_{22}^e = \frac{\bar{\nu}_{12} \bar{\sigma}_{11}}{\bar{E}_1}, \quad \bar{\varepsilon}_{33}^e = \frac{\bar{\nu}_{13} \bar{\sigma}_{11}}{\bar{E}_1}, \quad (50)$$

где обозначены следующие функции

$$\Phi_1 = \frac{U_2}{U_1}, \quad \Phi_2 = \frac{U_3}{U_4}, \quad (51)$$

$$U_3 = \frac{2(\bar{\sigma}_{11} - H_1(\bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p))}{\sigma_{1s}^2} + \frac{2(\bar{\sigma}_{11} - H_4\bar{\varepsilon}_{11}^p)}{\sigma_{4s}^2}, \quad U_4 = S_1 + S_2 + S_3 \quad (52)$$

$$S_1 = \frac{2H_1M_2(1+\Phi_1)(\bar{\sigma}_{11} - H_1(\bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p))}{\sigma_{1s}^2}, \quad S_2 = \frac{2M_1\bar{\varepsilon}_{11}^p(\bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p\Phi_1)(\bar{\sigma}_{11} - H_4\bar{\varepsilon}_{11}^p)}{\sigma_{4s}^2}, \quad (53)$$

$$S_3 = -\frac{4(H_4M_1(\bar{\varepsilon}_{22}^p)^2(\bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p\Phi_1) + (H_4)^2\Phi_1\bar{\varepsilon}_{22}^p)}{\sigma_{4s}^2},$$

$$M_1 = -\frac{4H_4^0n_4^0\alpha_4^0\left(\left(\bar{\varepsilon}_{11}^p\right)^2 + \left(\bar{\varepsilon}_{22}^p\right)^2\right)^{2n_4^0-1}}{\left(1 + \alpha_4^0\left(\left(\bar{\varepsilon}_{11}^p\right)^2 + \left(\bar{\varepsilon}_{22}^p\right)^2\right)^{2n_4^0}\right)^2}, \quad M_2 = \frac{1 + \alpha_1^0(1 - 2n_1^0)(\bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p)^{2n_1^0}}{1 + \alpha_1^0(\bar{\varepsilon}_{11}^p + \bar{\varepsilon}_{22}^p)^{2n_1^0}}. \quad (54)$$

На рисунке 2 представлены эффективные диаграммы деформирования для слоистого КМ, состоящего из стали и алюминия, из базового набора нагрузений, полученные как при численном решении задачи на ЯП, так и при микроструктурном решении.

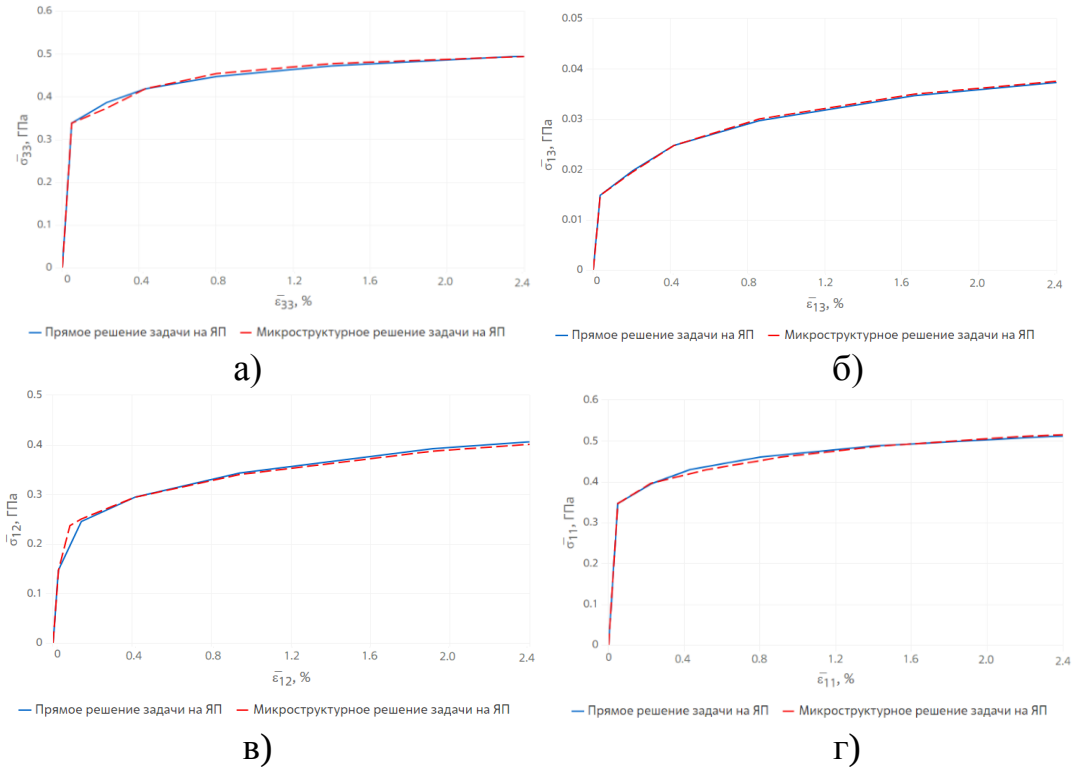


Рис. 2. Диаграммы деформирования КМ: а) – при одноосном поперечном растяжении, б) – при межслойном сдвиге, в) – при сдвиге в плоскости слоя, г) – при одноосном продольном растяжении

С помощью предложенной методики были найдены материальные константы композиционного материала для базового набора нагружений:

$$E_1 = 210.94 \text{ ГПа}, E_3 = 115.65 \text{ ГПа}, \nu_{12} = 0.74, \nu_{13} = 0.085, G_{12} = 43.57 \text{ ГПа}, \\ G_{13} = 33.72 \text{ ГПа}, H_1^0 = 7.41 \text{ ГПа}, H_2^0 = 0.54 \text{ ГПа}, H_3^0 = 1.29 \text{ ГПа}, H_4^0 = 0.082 \text{ ГПа}, \\ \sigma_{1s} = 2.06 \cdot 10^{-7} \text{ ГПа}, \sigma_{2s} = 0.019 \text{ ГПа}, \sigma_{3s} = 5.77 \cdot 10^{-4} \text{ ГПа}, \sigma_{4s} = 0.02 \text{ ГПа}, \\ n_1^0 = 0.515, n_2^0 = 0.42, n_3^0 = 0.204, n_4^0 = 0.181, \alpha_1^0 = 165.47, \alpha_2^0 = 13.26, \\ \alpha_3^0 = 26.25, \alpha_4^0 = 2.44.$$

Третий раздел посвящен разработке методики решения двух-масштабных задач теории пластического течения для конструкций, состоящих из КМ со слоистой структурой, а также получению численного решения задачи о расчете макро- и микронапряжений в цилиндрической многослойной упругопластической конструкции. Используются определяющие соотношения трансверсально-изотропной теории пластического течения, полученные во втором разделе диссертации.

Общая постановка макрозадачи анизотропной теории пластического течения в скоростях имеет следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla_i \dot{\bar{\sigma}}_{ij} = 0, \\ \dot{\bar{\sigma}}_{ij} = \tilde{\bar{C}}_{ijkl} \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}, \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl} = \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}^e + \dot{\bar{\varepsilon}}_{kl}^p, \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_{ij} = \frac{1}{2} (\nabla_i \dot{u}_j + \nabla_j \dot{u}_i), \\ \dot{\bar{\varepsilon}}_{rn}^p = h Y_{rn} \dot{\bar{\varepsilon}}_{uv}, \quad Y_{rn} \equiv Q_{klij} \tilde{\bar{C}}_{ijuv}, \\ \dot{u}_i|_{\Sigma_u} = \dot{u}_i^e, \quad n_i \dot{\bar{\sigma}}_{ij}|_{\Sigma_\sigma} = \dot{S}_j^e, \end{array} \right. \quad (55)$$

где Q_{klij} – тензор 4-го ранга, который находится по формулам

$$Q_{klij} = \sum_{\beta'=1}^2 \sum_{\gamma=1}^4 S_{(\beta')ij} f_{(\beta')ij} J_{(\gamma)kl}, \quad S_{(\beta')ij} = \sum_{\beta=1}^2 R_{\beta\beta'}^{-1} A_{(\beta)ij}, \quad (56)$$

$$R_{\beta\beta'} \equiv h A_{(\beta)ij}^p \sum_{\gamma=1}^4 f_{\beta'\gamma} J_{(\gamma)ij}, \quad \beta, \beta' = 1, 2, \quad A_{(\beta)ij} \equiv \sum_{\gamma=1}^4 f_{\beta\gamma} J_{(\gamma)ij}, \quad \beta = 1, 2, \quad (57)$$

$$\dot{f}_\beta = \sum_{\gamma=1}^4 \frac{\partial f_\beta}{\partial J_\gamma} \left(\frac{\partial J_\gamma}{\partial \bar{\sigma}_{ij}} \dot{\bar{\sigma}}_{ij} + \frac{\partial J_\gamma}{\partial \bar{\varepsilon}_{ij}^p} \dot{\bar{\varepsilon}}_{ij}^p \right) = 0, \quad \beta = 1, 2, \quad (58)$$

$$J_{(\gamma)ij}^p = -\frac{\partial J_\gamma}{\partial \varepsilon_{ij}^p}, \quad \gamma = 1, \dots, 4, \quad A_{(\beta)ij}^p \equiv \sum_{\gamma=1}^4 f_{\beta\gamma} J_{(\gamma)ij}^p, \quad \beta = 1, 2. \quad (59)$$

В качестве примера рассматривается композитная конструкция в виде тонкого цилиндрического тела со слоистой периодической по радиусу структурой, которая имеет внутренний радиус r_1 , внешний радиус r_2 и длину L . Общая постановка задачи (55) дополняется следующими граничными условиями в цилиндрической системе координат:

– скользящее закрепление

$$z = 0, L: \dot{u}_z^{\{m\}} = 0, \quad \dot{\sigma}_{rz}^{\{m\}} = 0, \quad \dot{\sigma}_{\varphi z}^{\{m\}} = 0, \quad (60)$$

– давление на внутренней и внешней поверхностях

$$\begin{aligned} r = r_1: \quad \dot{\sigma}_{rr}^{\{m\}} &= -\dot{p}_{e1}^{\{m\}}, \quad \dot{\sigma}_{rz}^{\{m\}} = 0, \quad \dot{\sigma}_{r\varphi}^{\{m\}} = 0, \\ r = r_2: \quad \dot{\sigma}_{rr}^{\{m\}} &= -\dot{p}_{e2}^{\{m\}}, \quad \dot{\sigma}_{rz}^{\{m\}} = 0, \quad \dot{\sigma}_{r\varphi}^{\{m\}} = 0, \end{aligned} \quad (61)$$

где $\dot{p}_{e1}^{\{m\}}$ – давление на внутренней поверхности цилиндра, зависящее от времени,

$\dot{p}_{e2}^{\{m\}} = \text{const}$ – постоянное давление на внешней поверхности цилиндра.

Решение задачи (55) – (61) с учетом цилиндрической трансверсальной анизотропии упругопластического материального цилиндра ищется в осесимметричном виде

$$\dot{u}_r^{\{m\}} = \dot{u}_r^{\{m\}}(r, t), \quad \dot{u}_z^{\{m\}} = 0, \quad \dot{u}_\varphi^{\{m\}} = 0. \quad (62)$$

С учетом кинематических и определяющих соотношений, а также уравнения равновесия, было получено дифференциальное уравнение второго порядка относительно перемещений в скоростях $\dot{u}_r^{\{m\}}(r, t)$, которое решается численно на каждом $\{m\}$ -шаге.

Далее представлены результаты решения задач, направленные на демонстрацию возможности применения предложенной методики.

На рисунке 3 представлены распределения перемещений, средних радиальных и кольцевых напряжений, пластических и полных деформаций, полученные при решении задачи об анизотропной тонкой трубе, находящейся под монотонно возрастающим давлением, действующим на внутреннюю поверхность трубы.

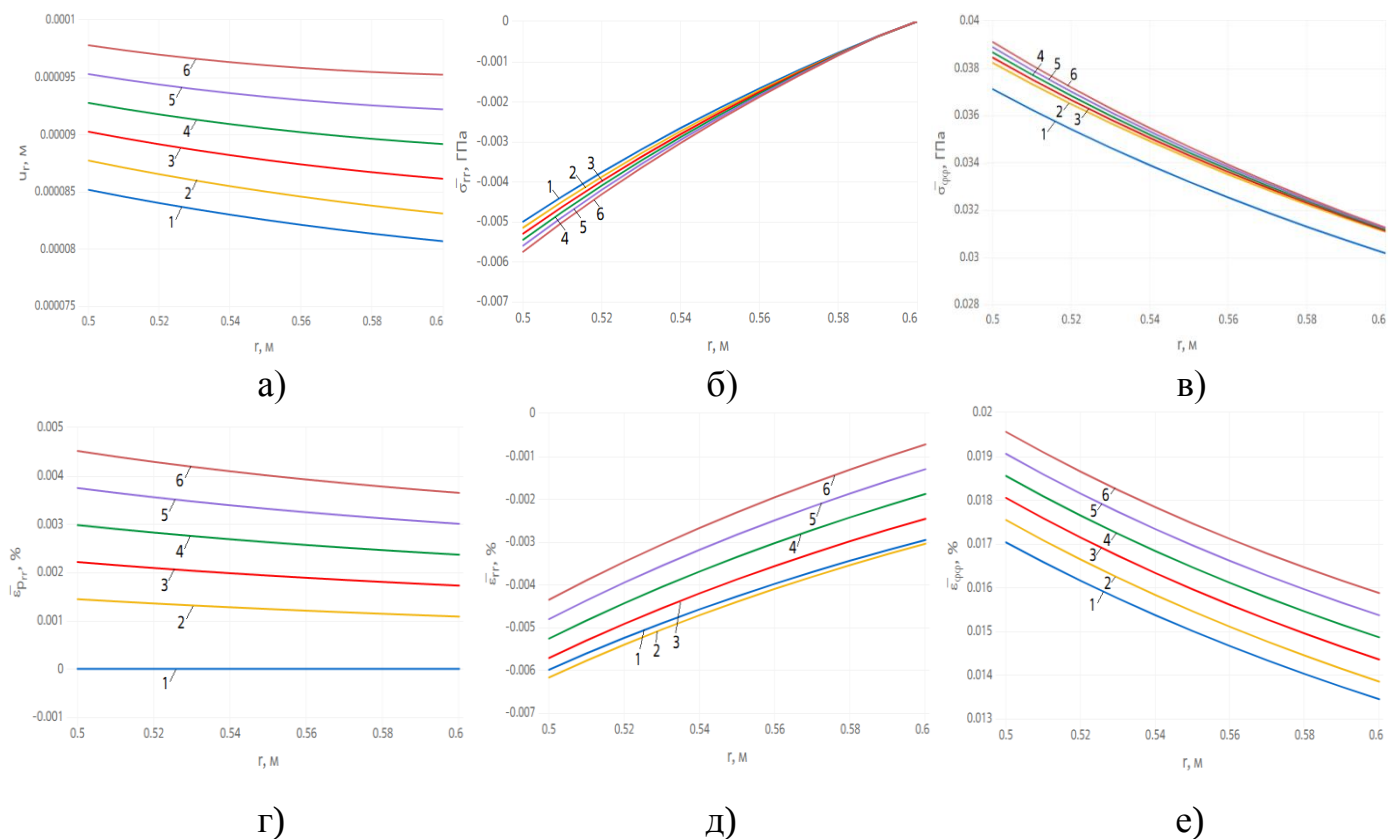


Рис. 3. Распределение физических параметров по радиусу трубы в разные моменты времени (цифры на графиках соответствуют разным моментам времени):

- а) – перемещения u_r , б) – средние радиальные напряжения $\bar{\sigma}_{rr}$, в) – средние кольцевые напряжения $\bar{\sigma}_{\varphi\varphi}$, г) – средние радиальные пластические деформации $\bar{\varepsilon}_{rr}^p$, д) – средние радиальные полные деформации $\bar{\varepsilon}_{rr}$, е) – средние кольцевые полные деформации $\bar{\varepsilon}_{\varphi\varphi}$

При решении задачи об анизотропной тонкой трубе, находящейся под циклическим давлением, наблюдалось наличие остаточных перемещений, напряжений и деформаций, что характерно для теории пластического течения

На рисунке 4 представлены распределения кольцевых напряжений в макро- (сплошные линии) и микромасштабе по радиусу упругопластической трубы в разные моменты времени, полученные при решении задачи многомасштабного моделирования напряженно-деформированного состояния упругопластической анизотропной тонкой трубы, состоящей из многослойного композита, находящейся под монотонно возрастающим давлением.

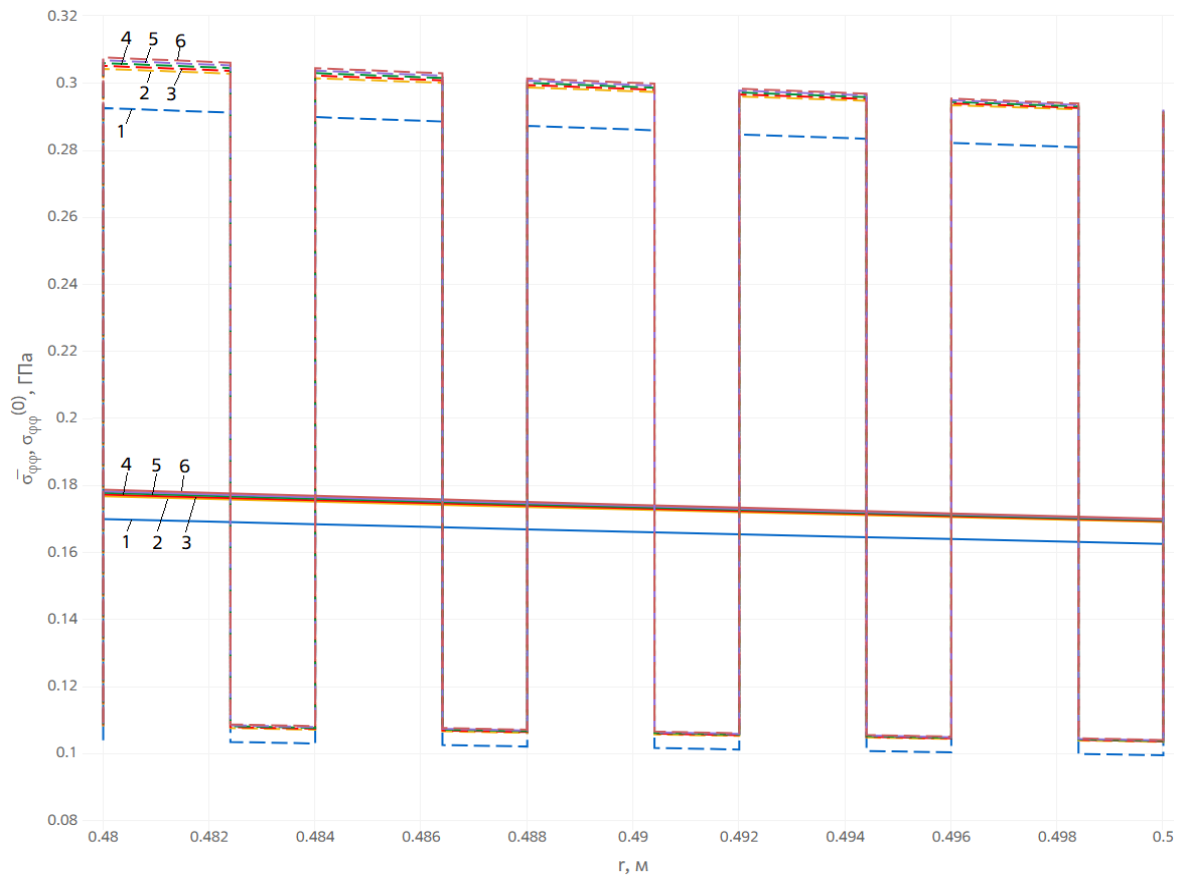


Рис. 4. Распределение кольцевых напряжений в макро- $\bar{\sigma}_{\varphi\varphi}$ и микромасштабе $\sigma_{\varphi\varphi}^{(0)}$ в разные моменты времени (цифры на графике соответствуют разным моментам времени)

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1) Предложена вариант метода асимптотического осреднения КМ со слоистой периодической структурой, каждый слой которого является изотропным материалом, подчиняющимся теории пластического течения.

2) Получено численно-аналитическое решение задач теории пластического течения на ячейке периодичности для КМ со слоистой структурой.

3) Предложена методика построения эффективных определяющих соотношений трансверсально-изотропных упругопластических КМ со слоистой структурой на основе теории пластического течения с использованием метода асимптотического осреднения. Продемонстрирована корректная работа предложенной методики путем построения эффективных диаграмм деформирования слоистого композита, состоящего из стали и алюминия, с разным соотношением толщин его слоев.

4) Предложена микроструктурная модель теории пластического течения для трансверсально-изотропного упругопластического композита со слоистой структурой, в которой неизвестные константы модели, связывающей осредненные по ячейке периодичности эффективные напряжения и деформации, находятся с помощью аппроксимаций прямых решений задач на ячейке периодичности для некоторого набора базовых процессов нагружений композитов. Продемонстрирована работоспособность предложенной методики путем нахождения неизвестных констант модели, а также построения эффективных диаграмм деформирования композита со слоистой структурой по выведенным в рамках данной модели определяющим соотношениям.

5) Предложена методика решения двух-масштабных задач теории пластического течения для конструкций, состоящих из композитов со слоистой структурой. Получено численное решение задачи о расчете макро- и микронапряжений в цилиндрической многослойной упругопластической конструкции.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИИ ОТРАЖЕНЫ В РАБОТАХ

Статьи в журналах из перечня ВАК:

1. Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А., Черкасова М.С. Моделирование деформирования слоистых периодических композитов на основе теории пластического течения // Математическое моделирование и численные методы. – 2021. – № 2. – С. 15–37.
2. Димитриенко Ю.И., Черкасова М.С., Димитриенко А.Ю. Микроструктурная модель анизотропной теории течения для упруго-пластических слоистых композитов // Математическое моделирование и численные методы. – 2022. – № 3. – С. 47–70.
3. Димитриенко Ю.И., Черкасова М.С. Моделирование деформирования слоистых упругопластических композитов на основе микроструктурной теории течения // Математическое моделирование и численные методы. – 2024. – № 4. – С. 3–20.

Публикация в издании, индексируемом в Scopus:

4. Dimitrienko Yu.I., Gubareva E.A., Cherkasova M.S. Modeling of effective elastic-plastic properties of layered composites with a periodic structure in the framework of the anisotropic flow theory 01036 // E3S Web of Conferences (ERSME-2023) 2023. – 376, 01036 (2023). – P. 1–12, DOI: 10.1051/e3sconf/202337601036.

Прочие публикации по теме диссертации:

5. Черкасова М.С. (научные руководители: Димитриенко Ю.И., Губарева Е.А.) Применение метода асимптотического осреднения для прогнозирования упруго-пластических свойств слоистых композитов (теория течения) // Всероссийская студенческая конференция «Студенческая научная весна», посвященная 60-летию полета Ю.А. Гагарина в космос: сборник тезисов докладов. – М: 2021. – С.427–428.
6. Черкасова М.С. Моделирование упругопластических свойств слоистых композитов на основе анизотропной теории течения // XVI всероссийская конференция молодых ученых и специалистов «Будущее машиностроения России» (с международным участием): сборник докладов. В 2-х томах. – М: 2024. – Т.2. – С. 391–397.