

Научная статья

УДК 519.6

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185118>

EDN: <https://www.elibrary.ru/UGEDGH>

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА МУРАВЬИНЫХ КОЛОНИЙ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

Юрий Павлович Титов^{1✉}, Владимир Анатольевич Судаков²

¹Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

²Институт прикладной математики имени М.В. Келдыша РАН, Москва, Россия

¹kalengul@mail.ru✉

²sudakov@ws-dss.com

Аннотация. Предложено разделение представления работы метода муравьиных колоний на слои с последующей сверткой значений в различных слоях в общее значение и нормализацией для определения вероятностного перехода. Предложены модификации метода муравьиных колоний для решения различных задач на транспортных графах для аэрокосмической отрасли. Предложена новая вероятностная формула для работы метода муравьиных колоний при решении параметрических задач. С помощью модификаций метода муравьиных колоний проведена кластеризация пассажирских авиационных маршрутов между городами. Решены параметрические задачи о назначении сотрудников на работы, вычисления значений гиперпараметров модели. Модификации показали свою эффективную

работу в том числе для многокритериальной оптимизации и возможности работы на SIMD процессорах.

Ключевые слова: метод муравьиных колоний, метаэвристическая оптимизация, параметрическая задача, вычислительный кластер, задача сбора ресурсов, задача о назначении

Для цитирования: Титов Ю.П., Судаков В.А. Применение метода муравьиных колоний для решения параметрических задач аэрокосмической отрасли // Труды МАИ. 2025. № 142. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185118>

Original article

APPLICATION OF THE ANT COLONIES METHOD TO SOLVING PARAMETRIC PROBLEMS IN THE AEROSPACE INDUSTRY

Yuri P. Titov¹, **Vladimir A. Sudakov²**

¹Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russia

²Keldysh Institute of Applied Mathematics, KIAM, Moscow, Russia

¹kalengul@mail.ru

²sudakov@ws-dss.com

Abstract. This paper presents a new direction in the development of the ant colony method (ACO), which consists in dividing its work into several layers. Each layer is responsible for certain aspects of the problem solution, which allows for a more detailed and accurate consideration of the influence of various factors on the optimization results. During the algorithm operation, the values from these layers are convolved into one common value, with subsequent normalization for use in the probabilistic formula, which contributes to a

deeper analysis and normalization of the data. An important aspect of the work is the new probabilistic formula proposed for the ant colony method when solving parametric problems. This formula allows the algorithm to more accurately model the behavior of ants depending on the changing conditions of the problem. Due to this, the algorithm becomes more resistant to changes in external factors and can dynamically adapt to new data. This property is especially relevant for real-world applications in the aerospace industry.

Particular attention is paid to modifications of the ant colony method developed for solving problems on graphs specific to the aerospace industry. The unique characteristics of this domain, such as limited time windows and different types of vehicles, require adaptation of traditional algorithms. The proposed modifications allow taking these features into account, which leads to more efficient routing and resource allocation.

Using the proposed modifications of the ant colony method, clustering of passenger air routes between cities was carried out. In addition, the paper describes the successful application of the modified ant colony method to solving parametric problems of assigning employees to jobs and calculating the values of the model hyperparameters.

Finally, it is worth noting that the proposed modifications of the ant colony method have demonstrated their effectiveness not only in transport logistics and employee assignment problems, but also in the context of multi-criteria optimization. The ability to work on SIMD processors opens up new horizons for parallel data processing and increases the speed of algorithm execution. This makes the method especially attractive for solving complex problems in real time, which is an important requirement for modern aerospace applications. Thus, the paper represents a significant contribution to the development of

optimization methods, proposing new approaches and solutions to current problems in the aerospace industry.

Keywords: ant colony method, metaheuristic optimization, parametric problem, computing cluster, resource collection problem, assignment problem

For citation: Titov Yu.P., Sudakov V.A. Application of the ant colony method for solving parametric problems in the aerospace industry. *Trudy MAI*. 2025. No. 142. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=185118>

Введение

Автором исследуются различные модификации метода муравьиных колоний (ant colony optimization, ACO), предложенного итальянским исследователем Марко Дориго (Marco Dorigo) в 1992 году для поиска пути коммивояжера [1, 2]. Метод муравьиных колоний основан на вероятностном выборе одного из вариантов (дуги по которой перейдет агент в оригинальном алгоритме) с возможностью на следующих итерациях корректировки этой вероятности с целью поиска экстремума (в оригинальном алгоритме минимизации) целевой функции (1).

Автором предлагается использование концепции представления информации, применяемой в методе (применяемой в вероятностной формуле), в виде отдельных слоев (рис 1). Каждому слою соответствует функция, зависящая от пути муравья-агента.

$$\begin{aligned}
P_{i,k}(t) &= \frac{\tau_i^{\alpha}(t) \frac{1}{\eta_i}^{\beta}}{\sum_{l \in J_{i,k}} \tau_l^{\alpha}(t) \frac{1}{\eta_l}^{\beta}}, j \in J_{i,k} \\
P_{i,k}(t) &= 0, j \notin J_{i,k} \\
\tau_i(t+1) &= \begin{cases} \lambda \tau_i(t) + \sum_{k=1}^N \frac{Q}{L_k(t)}, & \text{если } L_k(t) \rightarrow \min; \\ \lambda \tau_i(t) + \sum_{k=1}^N Q L_k(t), & \text{если } L_k(t) \rightarrow \max; \end{cases}
\end{aligned} \tag{1}$$

где, $P_{i,k}(t)$ – вероятность перехода по дуге i для муравья-агента k на итерации t (муравей-агент находится в определенной вершине, i – дуги по которым может перемещаться агент, множество J_k); $\tau_i^{\alpha}(t)$ – значение i -ой дуги из слоя T на итерации t . $\frac{1}{\eta_i}^{\beta}$ – значение i -ой дуги из слоя H , берется величина, обратная длине дуги.

Для вычисления вероятности значения из обоих слоев образуют итоговый слой путем процедуры мультипликативной свертки с весами α и β :

$$z_i(t) = \tau_i^{\alpha}(t) \frac{1}{\eta_i}^{\beta} \tag{2}$$

В таком виде формула (1) представляет нормализацию полученного слоя:

$$\begin{aligned}
P_{i,k}(t) &= \frac{z_i(t)}{\sum_{l \in J_k} z_l(t)}, j \in J_{i,k} \\
P_{i,k}(t) &= 0, j \notin J_{i,k} \\
\tau_i(t+1) &= \begin{cases} \lambda \tau_i(t) + \sum_{k=1}^N \frac{Q}{L_k(t)}, & \text{если } L_k(t) \rightarrow \min; \\ \lambda \tau_i(t) + \sum_{k=1}^N Q L_k(t), & \text{если } L_k(t) \rightarrow \max; \end{cases}
\end{aligned} \tag{3}$$

Подобная формализация не изменяет первоначального предложенного алгоритма [1], но позволяет рассмотреть работу метода муравьиных колоний как работу по свертке значений слоев и правила задания и изменения значений слоев. Также можно определить правила работы со слоями, статичные (не изменяемые в процессе работы алгоритма) слои используются для работы алгоритма на ранних итерациях, а динамические слои, описывающие распределение весов-феромона,

используются для обозначения наилучших решений, найденных в процессе работы алгоритма. Для решения задачи коммивояжера слои, со статичными и динамичными значениями, образуются дискретными множествами $H, T \in \mathbb{Z}$ размерность которого определяется количеством дуг.

Параметрами, определяемыми пользователем, метода муравьиных колоний являются: N – количество муравьев-агентов в группе; Q – «базовое» количество феромона на единицу длины пути агента; λ - коэффициент испарения феромона. Одной из основных проблем применимости метода муравьиных колоний является сильная зависимость от параметров алгоритма (гиперпараметров) [3, 4]. Исследования, проведенные автором, показали, что параметр Q может быть включен в функцию $L_k(t)$ и эффективность работы алгоритма не зависит от абсолютного значения параметра, так как в вероятностной формуле происходит нормализация значений функции, полученного из слоя Z .

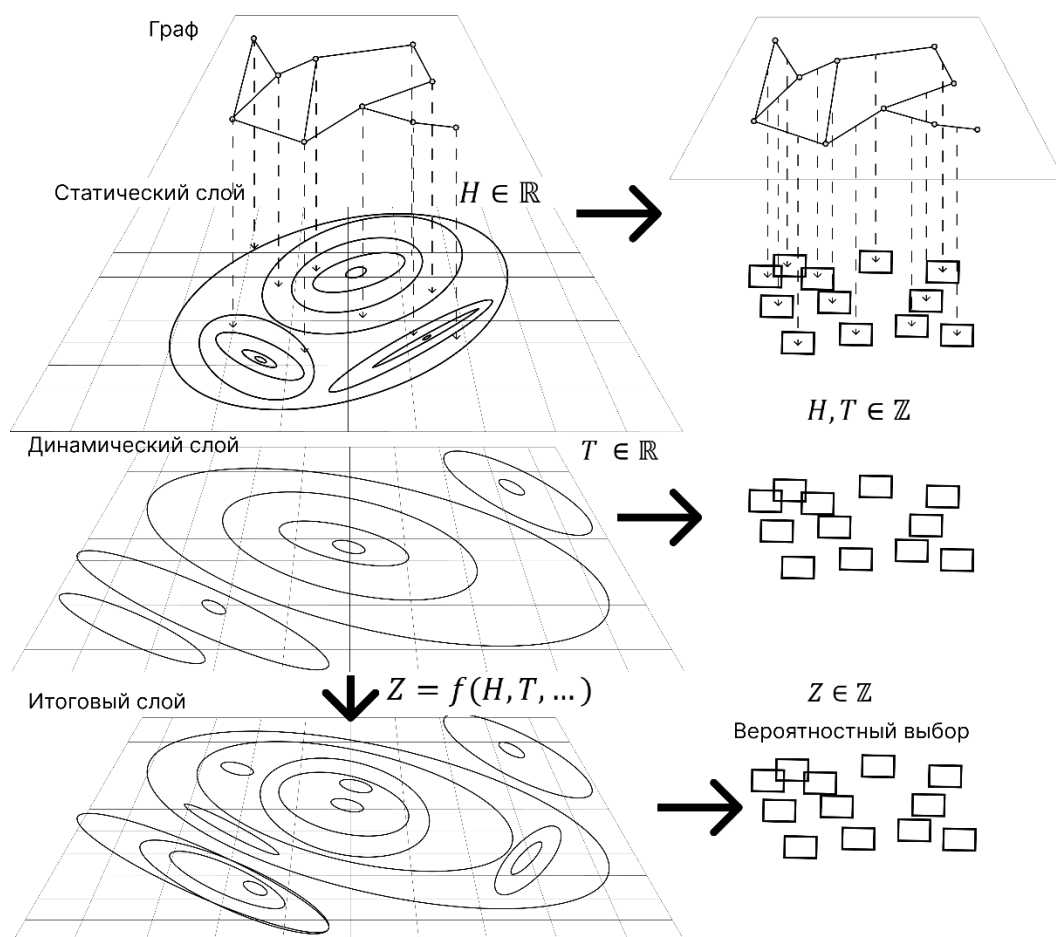


Рис 1. Разделения на слои информации, используемой в методе муравьиных колоний

Другой особенностью метода муравьиных колоний является требование положительности итоговой функции $z_i(t) > 0 \Rightarrow \tau_i(t) > 0 \Rightarrow L_k(t) > 0: \forall i, k, t$. Оригинальный алгоритм решает задачу коммивояжера, функция $L_k(t)$ определяет суммарный пройденный маршрут муравья-агента и не может принимать отрицательные значения.

Применение модификаций метода муравьиных колоний для различных задач в аэрокосмической отрасли может проводить оптимизацию параметрических моделей. Метод муравьиных колоний, как и другие эволюционные методы, активно применяются для параметрической оптимизации [5], в том числе для синтеза

параметров ПИД-регулятора [6], поиска оптимальных параметров для систем управления [7,8]. В параметрических моделях функция $L_k(t)$ может принимать отрицательные значения. В работе предлагается модификация метода муравьиных колоний, в которой возможен автоматический пересчет значений слоя T . Обозначим V'_k набор значений параметров агента. При условии, что $\exists L(V'_k) < 0$ необходимо обеспечить преобразование $\Delta\tau_{ij,k}(t) = G(L(V'_k)) > 0$. Такое преобразование может быть осуществлено путем сдвига всей функции в область положительных значений, но для этого перед началом работы алгоритма необходимо знать величину сдвига. В работе предлагается подход, позволяющий автоматически в процессе работы алгоритма изменять величину сдвига целевой функции и производить пересчет значений динамических слоев.

Если при работе алгоритма обнаружено отрицательное значение целевой функции возможно проведения динамического смещения целевой функции:

$$\begin{aligned} f v'(t+1) &= \max_k |L(V'_k) + f v'(t)|, \text{ для } L(V'_k) + f v'(t) < 0 \\ f v'(t+1) &= f v'(t), \text{ если } L(V'_k) + f v'(t) > 0 \\ \tau_{i,j}(t') &= \tau'_{i,j}(t) + \sum_{s=1}^t \rho(1-\rho)^s Q^s f v'(t) k_{i,j,t-s} \end{aligned} \quad (4)$$

где $\tau'_{i,j}(t)$ – значение динамического слоя T для вершины с номером j , параметра с номером i для итерации t по (1) до сдвига; $\tau_{i,j}(t')$ – значение динамического слоя T после сдвига; $f v'(t+1)$ – сдвиг целевой функции на итерации $t+1$, $f v'(t)$ – величина сдвига целевой функции на предыдущих итерациях, начальное значение $f v'(t) = 0$; $k_{i,j,t-s}$ – количество муравьев-агентов в вершине для значения с номером j , параметра с номером i на итерации $t-s$. В данной формуле параметр Q возводится в степень количества пройденных итераций s . С учетом

независимости от данного параметра рекомендуется устанавливать значение параметра $Q = 1$.

Модификация метода муравьиных колоний для решения задач составления маршрутов в аэрокосмической отрасли.

При использовании подхода с описанием работы метода муравьиных колоний через изменение значений слоев упрощается описание модификаций метода муравьиных колоний. Рассмотрим задачу следующего вида: Существует множество городов с аэропортами. Каждый город производит некоторое количество ресурсов. Авиационное средство перевозит ресурсы. При доставке ресурсов из определенного города авиакомпания получает прибыль. Для каждого города выгода от доставки ресурсов различна. У авиационного средства есть запас топлива, который ограничивает его перемещения между аэропортами. Будем считать, что единица топлива расходуется на единицу пройденного расстояния. Для данной задачи изменяется только правила вычисления целевой функции $L(V_k)$ и ограничения. Целевая функция определяется как сумма весов посещенных вершин, а ограничения изменяют множество дуг, по которым может переместиться агент из-за ограниченного топлива, т.е. ограничения множества $J_{i,k}$. При таком ограничении можно учитывать и топливо, необходимое для возвращения муравья-агента в начальную вершину. Также важным изменением алгоритма является то, что появляется вершина, из которой выходят одновременно все муравьи-агенты.

В [9] предложен подход, при котором по графу могут перемещаться одновременно несколько агентов, описывающих одновременное движение нескольких авиационных средств. В таком случае предложен механизм

синхронизации, когда из агентов выбирается тот, который имеет минимальный суммарный пройденный путь. В результате возможно определение маршрутов одновременно для нескольких транспортных средств. Также в модификациях предложено добавление различных параметров, например увеличение скорости перемещения или ограничение на грузоподъемность (рис. 2). Дополнительно можно осуществить создание мнимой вершины графа, соединенной со всеми возможными начальными вершинами дугами длиной равной 0. Мнимая вершина будет начальной вершиной для муравьев-агентов метода муравьиных колоний, а муравьи-агенты смогут выбрать начальную вершину из графа классическим методом изменения слоя весов-феромона, динамического слоя T . Для решения данной задачи разработано программное обеспечение в среде Delphi на котором решалась задача маршрутизации авиационных средств малой авиации по облету точек интереса.

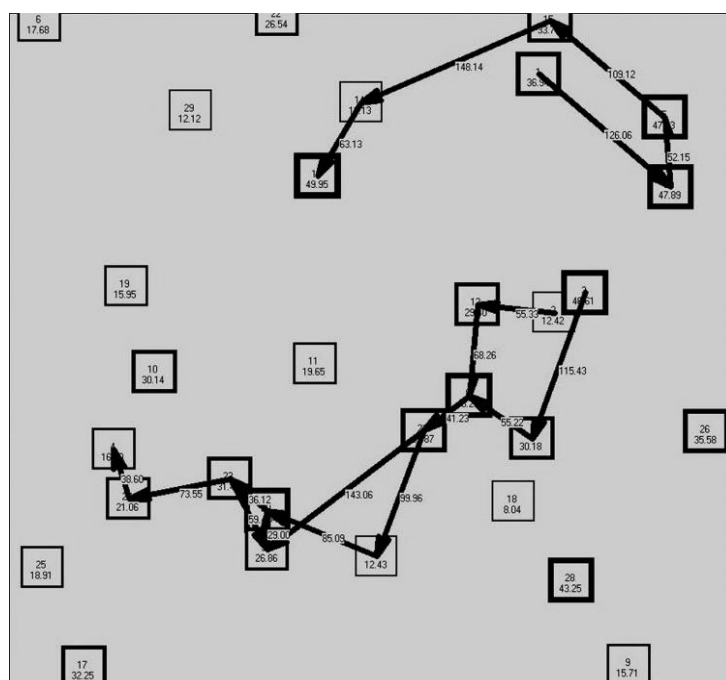


Рис 2. Маршрут трёх агентов из вершин 1,2 и 7 с ограничениями на грузоподъемность

Развитием предложенного выше метода является подход, в котором каждый муравей-агент представляет отдельный соединительный кабель или провод. Маршрут муравья-агента – маршрут прокладки кабеля в ограниченном пространстве, например внутри обшивки космического аппарата.

В представленной задаче посещения вершин для сбора ресурсов могут отсутствовать прямые маршруты между вершинами. В таком виде в граф добавляются дополнительные опорные вершины, описывающие возможные маршруты перелетов. В общем виде перемещение авиационного средства в пространстве (аналогично и кабеля по обшивке) или может быть задана с помощью сетки. Данная сетка состоит из опорных точек, вершин, и дуги соединяют только соседние вершины сетки. Подобная сетка рассматривалась автором при решении задачи маневрирования беспилотного авиационного средства в зоне с разнородным рельефом и возможностью противодействия (рис 3). Данные модификации изменяют формулу результирующего слоя $z_i(t) = \tau^{\alpha}_i(t)\mu^{\beta}_i$.

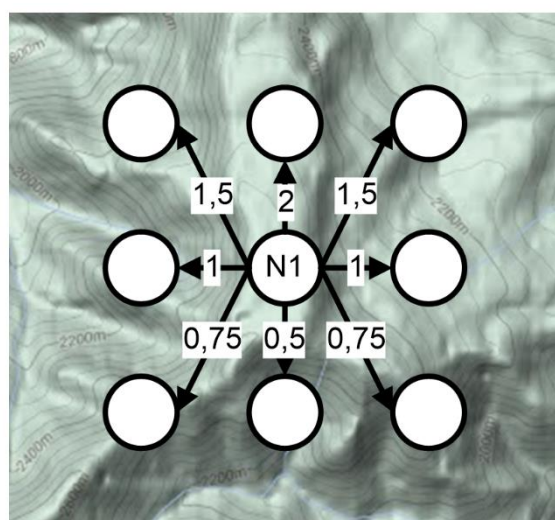
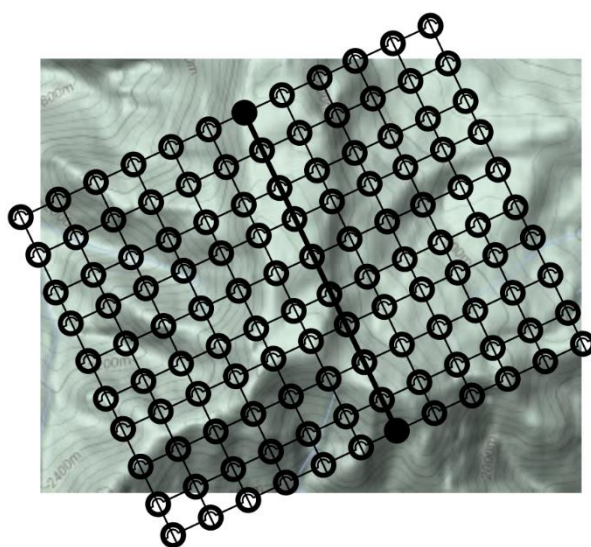


Рис 3. Пример создания прямоугольной сетки (справа) и установки значений μ_i для дуг, выходящих из вершины (слева).

Муравьи-агенты перемещаются между узлами сетки с применением классической формулы (3). Но вместо длины дуги (так как длина всех дуг в графесетке одинаковая) применяется коэффициент направления μ_i , образующий статический слой H . На рисунке 3 приведен пример расстановки данных весов в направлении целевой вершины (вершина сверху). В результате при равномерном распределении начального феромона выбирается переход в направлении целевой вершины.

Целью перемещения муравья-агента является построение маршрута из начально блока до целевого с минимизацией значения целевой функции. Для задачи прокладки проводов целевая функция представлена векторным критерием и содержит множество компонент: длину пути (минимизируемый критерий), количество изгибов, взаимодействие с другими проводами и приборами (электрически, магнитное и тепловое взаимодействие) зависит от расстояния между проводами или между проводом и прибором. В некоторых случаях возможны критерии связанные с прокладкой шины кабелей и простоты монтажа конструкции. Возможности многокритериальной оптимизации методом муравьиных колоний будут рассмотрены ниже. Отдельно стоит отметить возможность одновременной динамической прокладки нескольких проводов различных типов. Аналогично одновременному сбору ресурсов по графу (сетке) перемещаются одновременно несколько агентов, каждый агент определяет отдельный соединительный кабель, провод. Направление движения агента для каждого провода различное, значения поля

H , μ_i отличаются для каждого муравья-агента в зависимости от типа блока, типа кабеля. Эта информация определяет начальный и целевой блок для каждого агента.

Используя наработки из [9] имеется возможность автоматического определения расположения блоков на сетке. Фактически муравьи-агенты подобно определению места базирования могут определять начальное положение блоков (не обязательно всех). Возможны ограничения мест, где может быть расположен прибор. Если из прибора должно выходить несколько кабелей, то первый агент выбирает место расположения и создает копии агентов по количеству оставшихся кабелей.

Из-за того, что все значения векторного критерия важны (если оптимизировать только по длине, то расстояние между проводами будет стремиться к 0 и т.д), то определить и проанализировать оптимальное расположение крайне затруднительно. Данная методика находится на этапе тестирования и возможны недочеты в работе программы, поэтому в разделе многокритериального анализа приведены исследования работы метода муравьиных колоний на многокритериальных бенчмарках.

Решение модифицированным методом муравьиных колоний параметрических задач аэрокосмической отрасли.

Оптимизация систем с использованием параллельных вычислений может быть автоматизирована благодаря вычислительным кластерам и суперкомпьютерам. В этом процессе задача оптимизации передается на программное обеспечение, которое применяет метод грубой силы (полного перебора) для перебора различных вариантов параметров системы. При этом последовательность рассмотрения наборов значений параметров не имеет значения, а оптимизация осуществляется после анализа всех

возможных комбинаций. Задачи, связанные с нахождением оптимальных значений параметров для решения вычислительных задач, называются оптимизацией гиперпараметров [10, 11]. Одним из методов оптимизации гиперпараметров является Байесовский оптимизатор. Компания IBM разработала систему BOA (bayesian optimization accelerator), использующую искусственный интеллект на основе байесовской оптимизации для быстрого нахождения оптимальных решений [12-14]. BOA функционирует как промежуточный слой между вычислительной программой и хранилищем входных параметров. В случае сбоя BOA результат будет аналогичен тому, который был бы получен с помощью метода полного перебора.

В данной работе рассматривается задача параметрической оптимизации, заключающаяся в поиске оптимальных значений параметров методом муравьиных колоний с дальнейшим продолжением поиска рациональных решений. Применение метода муравьиных колоний для поиска оптимальных значений параметров обсуждалось в ряде публикаций: комбинаторная оптимизация [15, 16], задача составления расписаний [17], задача о назначении, классификация [18] и другие. Особое внимание уделяется оптимизации гиперпараметров в нейронных сетях [19], а также в управлении дискретными детерминированными системами [8], непрерывными системами [3, 20-23] и многоэкстремальными модификациями метода муравьиных колоний [24, 25]. Также активно используются различные гибридные методы, которые включают в себя метод муравьиных колоний или роевой вероятностный выбор решения [26]. Для решения параметрических задач с помощью метода муравьиных колоний применяется специальный параметрический граф, структура которого определяет значения каждого параметра через путь муравья-

агента от начальной вершины. Схема параметрического графа представлена на рисунке 4 слева.

Существуют модификации метода муравьиных колоний, предназначенные для решения задач классификации [18]. В параметрическом графе каждому объекту назначается набор вершин, определяющих кластеры. Выбор одной из вершины определяет конкретный кластер для данного объекта (рис 4 справа). Порядок вершин неважен. В таком графе все вершины (значения) одного параметра соединены со всеми вершинами соседнего параметра.

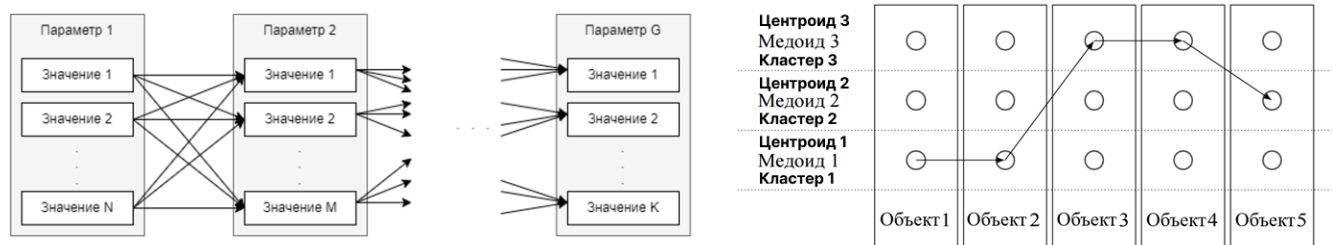


Рис 4. Структура параметрического графа (слева) для решения задачи классификации (справа) методом муравьиных колоний.

При решении задачи кластеризации основное изменение в работе метода муравьиных колоний не связано с распределением слоев [27]. Значения статического слоя H образованы другими алгоритмами кластеризации: k-means, c-means, DBSCAN и т.д. Например для k-means можно рассчитать значения следующим образом: определить центры кластеров (в начале алгоритма случайно, в дальнейшем в центре масс кластера), каждая вершина графа определяет принадлежность конкретного объекта к конкретному кластеру, расстояние от данной вершины до центра кластера определяет значение $\mu_a = \frac{\sum_{i=1}^l [a_i = a] x_i}{\sum_{i=1}^l [a_i = a]}, a \in Y$.

Значение веса-феромона, $\tau_{i,j}$, в узле (i,j) представляет собой концентрацию весов-феромонов объекта i , связанного с кластером j . Оценка качества кластеризации, например: Средняя внутрикластерная плотность, Силуэтный коэффициент (Silhouette Coefficient), Внутригрупповая дисперсия (Within-cluster sum of squares, WCSS), Индекс Дэвиса-Болдуина (Davies-Bouldin Index), Индекс Калински-Харабаса (Calinski-Harabasz Index) могут использоваться как целевая функция $L(V_k)$ в методе муравьиных колоний. Задачей метода муравьиных колоний будет минимизация целевой функции. В работе применяется метрика Минковского для определения расстояния в пространстве кластеризации.

Дополнительной модификацией метода муравьиных колоний является добавление дополнительных стратегий поведения муравья-агента: эксплуатация или разведка [28]. Муравьи выбирают одну из стратегий, которая определяется в результате сравнения сгенерированного равномерно распределенного на интервале $(0..1)$ числа и заранее определённой вероятности q_0 :

$$a = \begin{cases} \arg \max_{y \in Y} \{[\tau_{iy}(t)^\alpha][\eta_{iy}(t)^\beta]\}, & \text{если } q \leq q_0 \text{ (эксплуатация)} \\ y, \text{ определенный по результатам генерации случайного кластера} & \\ \text{вероятность определяется по формуле (6) (разведка)} & \end{cases} \quad (5)$$

$$P_{iy}(t) = \frac{[\tau_{iy}(t)^\alpha][\eta_{iy}(t)^\beta]}{\sum_{k=1}^Y [\tau_{ik}(t)^\alpha][\eta_{ik}(t)^\beta]} \quad (6)$$

Модифицированный алгоритм кластеризации MACOC (Medoids Ant Colony Optimization for Clustering) основан на ACOC, но вместо центроидов, использует медоиды [29]. Медоид — это центральный объект или «представитель» кластера в задаче кластеризации. Он представляет собой объект данных, который имеет наименьшую сумму расстояний до всех остальных объектов в кластере. Медоид

может быть рассмотрен как «типичный» представитель кластера, который лучше всего описывает его структуру. При движении муравьев-агентов каждый муравей случайно выбирает точки, которые будут медоидами.

Предложенные модификации применялись при решении задач кластеризации пассажирских маршрутов гражданской авиации между городами на основе формы 12-ГА для определения классов и типов летательных аппаратов в рамках ежегодного мониторинга и подготовке предложений по вопросам развития парка воздушных средств для Росавиации [27]. Кластеризация проводилась на основе дистанции между городами, времени полета и количеством пассажиров, перевезенных на данном маршруте.

Не для всех параметрических задач можно определить статический слой. В случае взаимодействия с аналитической, численной или имитационной моделью для определения значения целевой функции $L(V_k)$ сделать предположения о влиянии отдельных параметров из V_k затруднено. В таких системах остается только единственный динамический слой T и алгоритм начинает стагнировать, быстро сходится к одному решению. Можно добавить дополнительный слой Θ в котором хранится число посещений агентами вершины.

Для решения проблемы стагнации автором предложена и исследовано поведение новой функции [9]:

$$z_{i,j}(t) = \lambda_1 \tau^{\alpha}_{norm,i,j}(t) + \lambda_2 \left(1/\eta_{i,j}(t)\right)^{\beta} + \lambda_3 \left(\eta_{i,j}(t)/\eta_{max,i}\right)^{\gamma} \quad (7)$$

для вероятностной формулы (3), где, i – номер параметра $p_i \in P$; j – номер значения параметра $v_{j,i} \in V_i$; t – номер итерации; $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in \mathbb{R}$ – коэффициенты

аддитивной свертки $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in [0, \infty)$, $\alpha, \beta, \gamma \in \mathbb{R}$ – степени слагаемых аддитивной свертки (рассматриваются из-за их наличия в (1). Предполагается использование только коэффициентов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ при применении модификации в реальных задачах;

$\tau_{norm,i,j}(t) = \tau_{i,j}(t) / \sum_{l=1}^{m_i} \tau_{i,l}(t)$ – нормированное ($\sum_{l=1}^{m_i} \tau_{i,l}(t) = 1$) вес для значения с

номером j параметра с номером i для итерации t ; $\eta_{i,j}(t)$ – количество применений в рассмотренных решениях для значения с номером j параметра с номером i для итерации t ; $\eta_{max,i}$ – максимально возможное количество применений значений для параметра с номером i . Применение аддитивной свертки вместо мультипликативной позволяет использовать автокомпенсацию слагаемых, но требует дополнительной нормализации каждого слагаемого [30].

Для взаимодействия с моделью предлагается использование хэш-таблицы, в которой хранится вектор V_k и значение целевой функции $L(V_k)$. В результате перед отправкой значений в модель сначала проверяется наличие решений в хэш-таблице. Предложены модификации алгоритма, описывающие поведение муравья-агента при обнаружении решения в хэш-таблице: ACOCN, ACOCNI, ACOCCyN, ACOCCyI, ACOCT, ACOCTSort [30]. Наиболее эффективным оказалась модификация ACOCCyI (ACO Cluster Cycle Infinity), в которой если муравей нашел уже рассмотренное решение, то производит дальнейший циклический поиск пока не будет найдено новое решение.

Решение задачи о составлении заявки на производство для системы послепродажного обслуживания летательных аппаратов

Рассматривалась задача поиска оптимальной заявки на производство для имитационной модели послепродажного обслуживания летательных аппаратов военного назначения. В работе была построена большая имитационная модель, включающая в себя процессы отказа, обнаружения отказа, монтажа и демонтажа детали, транспортировки отказавшей и работоспособных деталей, процессы ремонта и производства. Исследовалось как влияют различные составы заявок на производство запасных частей (ЗЧ) на эксплуатационные и стоимостные характеристики системы послепродажного обслуживания.

Производство ЗЧ происходит партиями через время dt_i . Каждое решение определяет номенклатуру и количество ЗЧ на каждом складе для каждого периода dt_i . В системе поддержке принятия решений для ранжирования вариантов решений и определения рациональности решения используются следующие два критерия:

Общий коэффициент готовности ЛА к выполнению поставленных задач. Данный критерий вычисляется как математическое ожидание коэффициентов готовности каждого ЛА:

$$K_1 = \tilde{M}(K_{\Gamma}) \quad (8)$$

Общая стоимость ППО ЛА.

$$K_2 = \sum_{i=1}^n (C_i * Kol_i + C_{\text{хр}i} * \tilde{M}(T_{\text{хр}i}) + C_{\text{тр}i} * \tilde{M}(T_{\text{тр}i}) + C_{\text{рм}i} * \tilde{M}(K_{\text{р}i})) \quad (9)$$

Где, K_{Γ} – коэффициент готовности одного, конкретного, ЛА в системе ППО; n – количество ЗЧ в системе; C_i – стоимость одной ЗЧ типа i ; Kol_i – количество ЗЧ типа i ; $C_{\text{хр}i}$ – стоимость одного часа хранения одной ЗЧ типа i ; $T_{\text{хр}i}$ – время хранения каждой ЗЧ типа i ; $C_{\text{тр}i}$ – стоимость одного часа транспортировки одной ЗЧ типа i ;

$T_{тр_i}$ – время транспортировки каждой ЗЧ типа i ; $C_{рм_i}$ – стоимость ремонта одной ЗЧ типа i ; $K_{р_i}$ – количество отремонтированных деталей типа i ;

Общий вид структуры системы послепродажного обслуживания представлен на рисунке 5:

В параметрическом графе (рис 5) для каждого склада определяются ЗЧ (в виде блоков), которые находятся на данном складе, а также их количество. По результатам работы модели метод муравьиных колоний позволяет определить множество Парето для заявок на поставку запасных частей. Система поддержки принятия решений и комплекс взаимосвязанных моделей был написан в среде программирования Delphi.
<https://github.com/kalengul/ProposalDissertation>

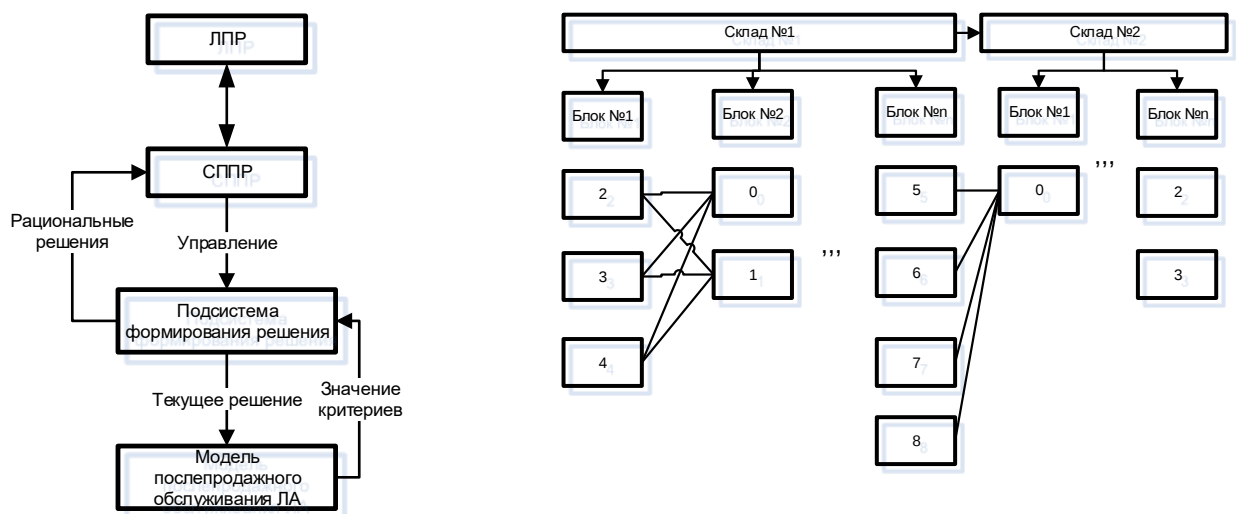


Рис 5. Структура системы поддержки решений (слева) и структура параметрического графа (справа)

Решение задачи о назначении сотрудников наукоемкого предприятия

Для работы алгоритма создается параметрический граф (рис 6) в котором каждому работнику соответствует множество вершин, определяющих назначение работника на задачу [31]. Время выполнения задачи работником задается в виде

нечеткой функции. Каждая вершина из множества определяет задачу, которую может выполнять сотрудник. Следует учесть также вершину, при которой сотрудник не назначается ни на одну из задач, так как в результате учета времени взаимодействия между сотрудниками общее время выполнения задач может возрасти.

Для оценки времени выполнения задачи группой сотрудников оценивалась производительность сотрудника, обратная величина от времени выполнения задачи сотрудником. Для каждой задачи определялась общая производительность работников с помощью правил определения обобщенной нечеткой функции [32]. Из нечеткой функции обобщенной производительности вычислялось нечеткое время выполнения работы и далее проводилась операция дефазификации для получения конкретной оценки времени выполнения задачи. С помощью алгоритма СРМ определялось время выполнения всех задач, которое использовалось в качестве значения целевой функции $L(V_k)$.

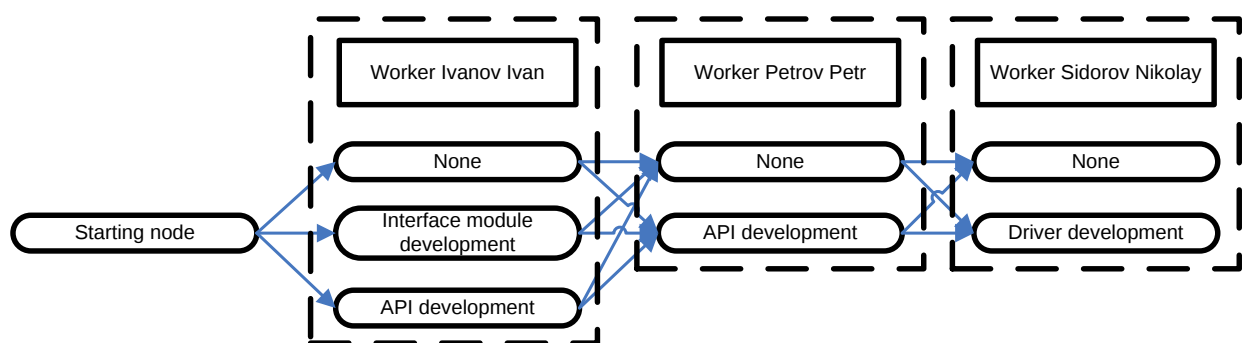


Рис 6. Граф решений для задачи назначения работников на задачи.

Для вычислений было разработано программное обеспечение, написанное на языке Python. https://github.com/kalengul/ACO_Cluster. Для проведения тестов рассматривалась задача назначения 35 работников по 15 задачам. Всего в рамках теста рассматривалось более 180 функций принадлежности «выполнение задачи

конкретным работником». Взаимодействие работников, назначенных на одну задачу, учитывалась по принципу наставничества, когда учитывалось взаимодействие всех работников, только с самым опытным работником.

Применения модификаций метода муравьиных колоний для медицинских параметрических задач

Предложенные модификации метода муравьиных колоний использовались для оптимизации гиперпараметров алгоритмов. В [33] метод муравьиных колоний использовался для настройки модели описания пандемии SERIVD. Параметрический граф состоял из параметров, определяющих интенсивности переходов из одного состояния в другое. Целевая функция $L(V_k)$ определялась как ошибка прогноза модели SERIVD и статистических установившихся исторических данных. Алгоритм успешно подбирал гиперпараметры модели SERIVD с заданной точностью. Для вычислений было разработано программное обеспечение, написанное на языке Python. https://github.com/kalengul/ACO_Cluster

На данный момент разрабатывается программное обеспечение, которое позволяет подбирать альтернативные лекарственные средства на основе анализа текстов инструкций с целью снижения рисков побочных эффектов при полифармакотерапии. Примеры параметрических графов для возможности определения лекарственного средства, его способа применения и дозировок приведен на рисунке 7

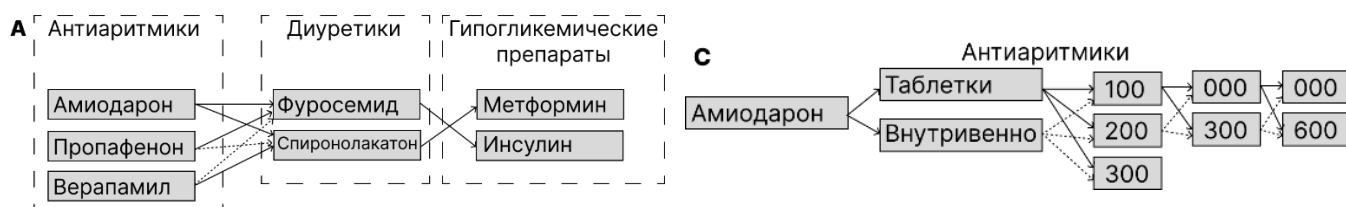


Рис 7. Примеры параметрических графов для выбора лекарственных средств (слева) и добавление доз и способов ввода к лекарственному средству (слева)

Дозировка является числовым параметром и поэтому конкретная доза может быть разбита на множество слагаемых, пример на рисунке 7 справа, доза определяется суммой все значений вершин (в приведенном примере от 100 до 1200 с шагом 100 мкг.). Такое разложение было исследовано и статистически определено, что метод муравьиных колоний лучше всего работает в графах с минимальным количеством вершин в слое. Для числовых критериев в программном обеспечении предложена процедура автоматического разбиения значений путем разложения общего количества слагаемых на простые сомножители. Система оценки рисков возникновения побочных эффектов при полифармокотерапии и метод муравьиных колоний разрабатывается на языке Python и C#/
https://github.com/kalengul/graph_model_midicine

Многокритериальный и асинхронный метод муравьиных колоний.

Для решения задачи многокритериальной параметрической оптимизации работа метода муравьиных колоний происходит в одном параметрическом графе, т.е. на основе одного пути муравья-агента (решения) определяется векторный критерий, состоящий из множества значений целевых функций. При этом для каждой целевой функции может быть создан свой переменный слой T_g , где g – номер целевой функции. В таком виде в модификации метода муравьиных колоний необходимо

определить правила взаимодействия с множеством слоев T , при этом слой Θ остается один так как он определяет посещение муравьями-агентами вершин параметрического графа. Задачей работа модификации АСОССуИ – нахождения всех решений из множества Парето. За счет отсутствия сходимости модификации АСОССуИ к одному решению обеспечивается гарантированное нахождение всего множества Парето, но применение метода муравьиных колоний позволяет определить большую часть решений на ранних итерациях метода муравьиных колоний. В формуле (7) веса можно определять только по одному из слоев T , выбирая для муравья-агента оптимизацию только по одному значению векторного критерия. Такой подход будет решения из множества Парето оптимизированные по соответствующему критерию (рис 8).

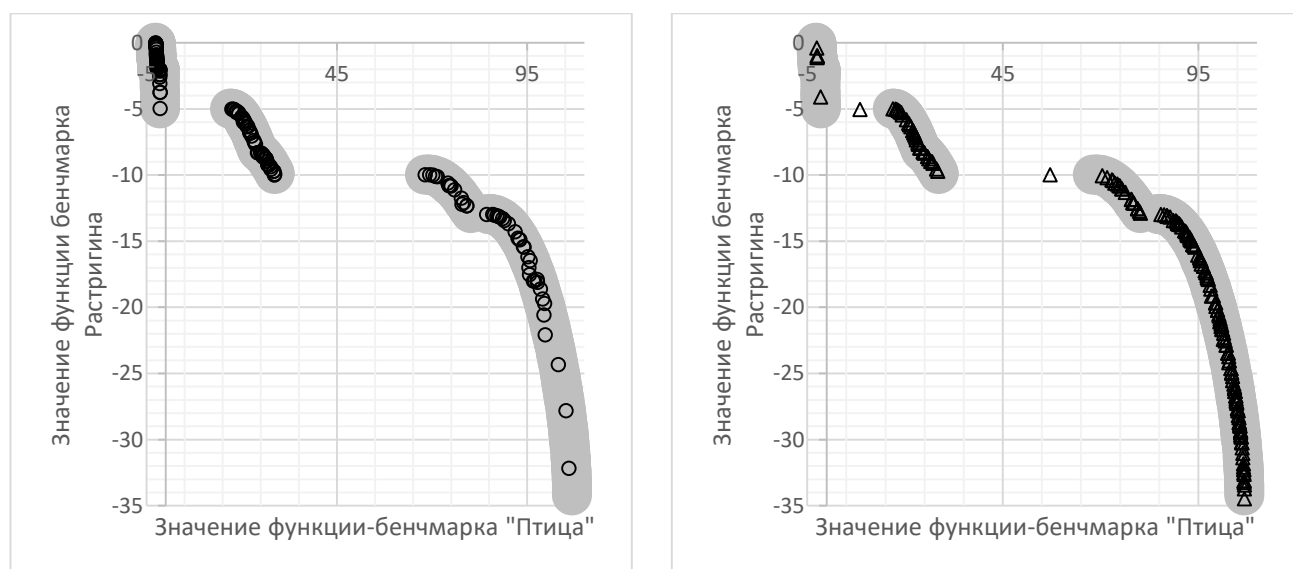


Рис 8. Пример поиска множества Парето в двухкритериальной задаче при условии, что все муравьи-агенты ищут путь по одному критерию при рассмотрении 5% решений.

Другим подходом может служить назначение каждому агенту из группы своего критерия, линейная свертка и линейная свертка с возможностью автоматического

определения весов [34]. Для вычислений было разработано программное обеспечение, написанное на языке Python. https://github.com/kalengul/ACO_Cluster

Обсуждение и выводы.

В работе предложены модификации метода муравьиных колоний, их математическое представление для решения множества различных оптимизационных задач в том числе и в аэрокосмической отрасли. Среди главных предложений – представление вероятностного выбора вершины путем свертки значений нескольких слоев с последующей нормализацией. Предложена новая вероятностная формула для решения параметрических задач и алгоритмы взаимодействия с хэш-таблицей, хранилищем где хранятся решения, полученные от модели. С помощью предложенных модификаций метода муравьиных колоний решались задачи маршрутизации авиатранспортных средств с целью сбора ресурсов, группы различных авиатранспортных средств с определением мест базирования, маршрутизации авиатранспортных средств на местности, построение маршрутов кабелей.

Разработаны и применены модификации метода муравьиных колоний для решения параметрических задач. Предложено решение задачи классификации пассажирских авиационных маршрутов между населенными пунктами Российской Федерации, предложено решение задачи о назначении сотрудников на задачи наукоемкого проекта. Также предложены модификации, решающие задачи в области медицины. С помощью метода муравьиных колоний решалась задача оптимизации гиперпараметров модели SERIVD. Решается задача поиска альтернативных лекарственных средств для снижения рисков побочных эффектов

при полифармакотерапии. Данная модификация позволит подбирать альтернативные наборы лекарственных препаратов, доз и способов ввода.

Решена проблема взаимодействия метода муравьиных колоний с отрицательными значениями целевой функции. Предложен алгоритм автоматической генерации слоев и вершин для числовых параметров, автоматически создающее множество небольших слоев. Разработаны модификации метода муравьиных колоний для решения многокритериальных параметрических задач с целью ускоренного поиска всех решений из множества Парето. Предложена структура и разрабатывается программное обеспечение для асинхронной модификации метода муравьиных колоний способной выполняться на SIMD процессорах и видеокартах.

Для реализации всех моделей разработано множество версий программного обеспечения на языках: Delphi, 2 версии на языке Python, версия на языке C# и разрабатывается асинхронная версия на языке C++ для работы на CUDA ядрах.

Список источников

1. Colomi A., Dorigo M., Maniezzo V. Distributed Optimization by Ant Colonies // Proceedings of ECAL91—European Conference on Artificial Life. Paris, France, Elsevier Publishing. 1992. P. 134-142.
2. Dorigo M., Stützle T. Ant Colony Optimization. MIT Press, Cambridge, MA, 2004. P. 321.
3. Дэн Саймон. Алгоритмы эволюционной оптимизации. - М.: ДМК Пресс, 2020. – 1002 с.

4. Карпенко А.П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой. - М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 2017. - 446 с.
5. Пантелеев А.В., Дмитраков А.В. Применение метода дифференциальной эволюции для оптимизации параметров аэрокосмических систем // Труды МАИ. 2010. № 37. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=13428>
6. Пантелеев А.В., Летова Т.А., Помазуева Е.А. Применение методов глобальной оптимизации для параметрического синтеза обобщенного пропорционально-интегрально-дифференциального регулятора в задаче управления полетом // Труды МАИ. 2015. № 79. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=55635>
7. Пантелеев А.В., Каранэ М.С. Применение гибридного мультиагентного метода интерполяционного поиска в задаче о стабилизации спутника // Труды МАИ. 2021. № 117. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=156249>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-10)
8. Пантелеев А.В., Алешина Е.А. Применение метода частиц в стае к задаче поиска оптимального управления дискретными детерминированными системами // Труды МАИ. 2010. № 37. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=13427>
9. Титов Ю.П. Модификации метода муравьиных колоний для решения задач разработки авиационных маршрутов // Автоматика и телемеханика. 2015. № 3. С. 108–124.
10. Bergstra J.S., Bardenet R., Bengio Y., Kégl B. Algorithms for Hyper-parameter Optimization // Advances in Neural Information Processing Systems. 2011. V. 24, P. 2546-2554.
11. Akiba T., Shotaro S., Toshihiko Y., Takeru O., Masanori K. Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework // 25th ACM SIGKDD Intern. Conf.

on Knowledge Discovery & Data Mining. N.Y., USA, 2019. P. 2623-2631. DOI: [10.48550/arXiv.1907.10902](https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.10902)

12. Koehrsen W. A Conceptual Explanation of Bayesian Hyperparameter Optimization for Machine Learning. 2018. URL: <https://arxiv.org/pdf/1905.05786>

13. Dewancker I., McCourt M., Scott C. Bayesian Optimization Primer. 2016. URL: <https://arxiv.org/pdf/1612.04858>

14. IBM Bayesian Optimization Accelerator 1.1 Helps Identify Optimal Product Designs Faster with Breakthrough Performance for Scientific Discovery and High-performance Computing Simulation. 2020. URL: <https://www.ibm.com/blog/ibm-bayesian-optimization-accelerator-designed-to-build-better-products-faster/>

15. Юхименко Б.И., Титов Н.А., Ушаков В.О. Разработка и исследование алгоритмов муравьиной колонии для решения некоторых задач комбинаторной оптимизации // Актуальные научные исследования в современном мире. 2020. № 11-2 (67). С. 101-115.

16. Семенкина О.Е., Семенкин Е.С. О сравнении эффективности муравьиного и генетического алгоритмов при решении задач комбинаторной оптимизации // Актуальные проблемы авиации и космонавтики. 2011. Т. 1, № 7. С. 338-339.

17. Semenkina O.E., Popov E. Adaptive Ant Colony Optimization Algorithm for Hierarchical Scheduling Problem // Conference: 2019 International Conference on Information Technologies (InfoTech). Varna, Bulgaria. 2019. P. 8860897. DOI: [10.1109/InfoTech.2019.8860897](https://doi.org/10.1109/InfoTech.2019.8860897)

18. Martens D., De Backer M., Haesen R., Vanthienen J., Snoeck M., Baesens B. Classification with Ant Colony Optimization // IEEE Transactions on Evolutionary Computation. 2007. V. 11, No. 5. P. 651–665.
19. Krzysztof S. Christian B. An Ant Colony Optimization Algorithm for Continuous Optimization: Application to Feed-Forward Neural Network Training // Neural Computing and Applications. 2007. V. 3, No. 16. P. 235–247. DOI: [10.1007/s00521-007-0084-z](https://doi.org/10.1007/s00521-007-0084-z)
20. Пантелеев А.В., Пановский В.Н. Применение гибридного меметического алгоритма в задачах оптимального управления нелинейными стохастическими системами с неполной обратной связью // Научный вестник МГТУ ГА. 2018. № 21 (2). С. 59-70. DOI: [10.26467/2079-0619-2018-21-2-59-70](https://doi.org/10.26467/2079-0619-2018-21-2-59-70)
21. Socha K., Dorigo M. Ant Colony Optimization for Continuous Domains // European Journal of Operational Research. 2008. V. 185, Iss. 3. P. 1155-1173. DOI: [10.1016/j.ejor.2006.06.046](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.046)
22. Mohamad M., Tokhi M., Omar O.M. Continuous Ant Colony Optimization for Active Vibration Control of Flexible Beam Structures // IEEE Intern. Conf. on Mechatronics (ICM). Istanbul, Turkey. 2011. P. 803-808.
23. Карпенко А.П., Чернобровченко К.А. Эффективность оптимизации методом непрерывно взаимодействующей колонии муравьев (CIAC) // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2011. № 2. DOI: [10.7463/0211.0165551](https://doi.org/10.7463/0211.0165551)
24. Abdelbar A.M., Salama K.M., Falcón-Cardona J.G., Coello C.A.C. An Adaptive Recombination-Based Extension of the iMOACOR Algorithm // IEEE Sympos. Series on Computational Intelligence (SSCI). Bangalore, India. 2018. P. 735-742. DOI: [10.1109/SSCI.2018.8628657](https://doi.org/10.1109/SSCI.2018.8628657)

25. Abdelbar A.M., Humphries T., Falcón-Cardona J.G., Coello C.A. An Extension of the iMOACO Algorithm Based on Layer-Set Selection // Swarm Intelligence. ANTS 2022. Lecture Notes in Computer Science. 2022. V. 13491. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-031-20176-9_22](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20176-9_22)
26. Карпенко А.П., Чернобrivченко К.А. Мультимемеевая модификация гибридного муравьиного алгоритма непрерывной оптимизации НСИАС // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н.Э. Баумана. 2012. № 9. DOI: [10.7463/0912.0470529](https://doi.org/10.7463/0912.0470529)
27. Судаков В.А., Кильмишкин Н.В., Титов Ю.П. Применение модификации метода муравьиных колоний для классификации авиатранспортных маршрутов // Современные наукоемкие технологии. 2024. № 6. С. 63-70. DOI: [10.17513/snt.40065](https://doi.org/10.17513/snt.40065)
28. Kao Y., Cheng K. An ACO-Based Clustering Algorithm // Conference: Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence, 5th International Workshop, ANTS 2006, Brussels, Belgium, September 4-7, 2006. P. 340–347. DOI: [10.1007/11839088_31](https://doi.org/10.1007/11839088_31)
29. Menendez H.D., Otero F.E.B., Camacho D. MACOC: A Medoid-Based ACO Clustering Algorithm // Conference: 9th International Conference on Swarm Intelligence (ANTS 2014). 2014. P. 122–133. DOI: [10.1007/978-3-319-09952-1_11](https://doi.org/10.1007/978-3-319-09952-1_11)
30. Синицын И.Н., Титов Ю.П. Управление наборами значений параметров системы методом муравьиных колоний // Автоматика и телемеханика. 2023. № 8. С. 153-168. DOI: [10.31857/S000523102308010X](https://doi.org/10.31857/S000523102308010X)
31. Titov Yu.P., Sudakov V.A. The Ant Colony Method to Support Decision-Making on the Appointment of Employees // Proceedings of the 8th Scientific Conference on

Information Technologies for Intelligent Decision Making Support (ITIDS 2020). 2020. P. 375-380. DOI: [10.2991/aisr.k.201029.070](https://doi.org/10.2991/aisr.k.201029.070)

32. Titov Yu.P., Sudakov V.A. Calculation of time to complete a task by a group of employees using fuzzy sets for the sustainable development of the enterprise // Entrepreneurship and Sustainability. 2020. V. 8, No. 1. P. 1001-1011. DOI: [10.9770/jesi.2020.8.1\(67\)](https://doi.org/10.9770/jesi.2020.8.1(67))

33. Titov Yu.P., Sudakov V.A., Esther L.C., Hanlie S. Application of the ant colony method for orderly tracking of hyperparameters in models of pandemic disease development // International Journal of Professional Science. 2022. No. 9. P. 35-50. DOI: [10.54092/25421085_2022_9](https://doi.org/10.54092/25421085_2022_9)

34. Титов Ю.П. Опыт моделирования планирования поставок с применением модификаций метода муравьиных колоний в системах высокой доступности // Системы высокой доступности. 2018. Т. 14, № 1. С. 27-42.

References

1. Colomi A., Dorigo M., Maniezzo V. Distributed Optimization by Ant Colonies. *Proceedings of ECAL91—European Conference on Artificial Life*. Paris, France, Elsevier Publishing. 1992. P. 134-142.

2. Dorigo M., Stützle T. *Ant Colony Optimization*. MIT Press, Cambridge, MA, 2004. P. 321.

3. Den Saimon. *Algoritmy evolyutsionnoi optimizatsii* (Evolutionary optimization algorithms: a practical guide). Moscow: DMK Press Publ., 2020. 1002 p.

4. Karpenko A.P. *Sovremennye algoritmy poiskovoi optimizatsii. Algoritmy, vdokhnovlennye prirodou* (Modern search engine optimization algorithms. Algorithms inspired by nature). Moscow: Izd-vo MGTU im. Bauman Publ., 2017. 446 p.
5. Panteleev A.V., Dmitrakov A.V. The application of differential evolution method for optimization of aerospace systems parameters. *Trudy MAI*. 2010. No. 37. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=13428>
6. Panteleev A.V., Letova T.A., Pomazueva E.A. An application of global optimization methods to the parametric synthesis of generalized proportional-integral-derivative controller for the flight control problems. *Trudy MAI*. 2015. No. 79. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=55635>
7. Panteleev A.V., Karane M.S. Application of hybrid multi-agent interpolation search method to the satellite stabilization problem. *Trudy MAI*. 2021. No. 117. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=156249>. DOI: [10.34759/trd-2021-117-10](https://doi.org/10.34759/trd-2021-117-10)
8. Panteleev A.V., Aleshina E.A. Particle swarm optimization application for an optimal control problem for a deterministic discrete-time systems. *Trudy MAI*. 2010. No. 37. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=13427>
9. Titov Yu.P. Modifications of the ant colony method for aviation routing problems. *Avtomatika i telemekhanika*. 2015. No. 3. P. 108–124. (In Russ.)
10. Bergstra J.S., Bardenet R., Bengio Y., Kégl B. Algorithms for Hyper-parameter Optimization. *Advances in Neural Information Processing Systems*. 2011. V. 24, P. 2546-2554.
11. Akiba T., Shotaro S., Toshihiko Y., Takeru O., Masanori K. Optuna: A Next-generation Hyperparameter Optimization Framework. *25th ACM SIGKDD Intern. Conf. on*

Knowledge Discovery & Data Mining. N.Y., USA, 2019. P. 2623-2631. DOI: [10.48550/arXiv.1907.10902](https://doi.org/10.48550/arXiv.1907.10902)

12. Koehrsen W. *A Conceptual Explanation of Bayesian Hyperparameter Optimization for Machine Learning*. 2018. URL: <https://arxiv.org/pdf/1905.05786>

13. Dewancker I., McCourt M., Scott C. *Bayesian Optimization Primer*. 2016. URL: <https://arxiv.org/pdf/1612.04858>

14. *IBM Bayesian Optimization Accelerator 1.1 Helps Identify Optimal Product Designs Faster with Breakthrough Performance for Scientific Discovery and High-performance Computing Simulation*. 2020. URL: <https://www.ibm.com/blog/ibm-bayesian-optimization-accelerator-designed-to-build-better-products-faster/>

15. Yukhimenko B.I., Titov N.A., Ushakov V.O. Development and exploration of the ant colony algorithms to solve some combinatorial optimization problems. *Aktual'nye nauchnye issledovaniya v sovremennom mire*. 2020. No. 11-2 (67). P. 101-115. (In Russ.)

16. Semenkina O.E., Seminkin E.S. Effectiveness comparison of ant colony and genetic algorithms for solving combinatorial optimization problem. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики*. 2011. V. 1, No. 7. P. 338-339. (In Russ.)

17. Semenkina O.E., Popov E. Adaptive Ant Colony Optimization Algorithm for Hierarchical Scheduling Problem. *Conference: 2019 International Conference on Information Technologies (InfoTech)*. Varna, Bulgaria. 2019. P. 8860897. DOI: [10.1109/InfoTech.2019.8860897](https://doi.org/10.1109/InfoTech.2019.8860897)

18. Martens D., De Backer M., Haesen R., Vanthienen J., Snoeck M., Baesens B. Classification with Ant Colony Optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*. 2007. V. 11, No. 5. P. 651–665.

19. Krzysztof S. Christian B. An Ant Colony Optimization Algorithm for Continuous Optimization: Application to Feed-Forward Neural Network Training. *Neural Computing and Applications*. 2007. V. 3, No. 16. P. 235–247. DOI: [10.1007/s00521-007-0084-z](https://doi.org/10.1007/s00521-007-0084-z)
20. Panteleev A.V., Panovskii V.N. Application of hybrid memetic algorithm in optimal control nonlinear stochastic systems with incomplete feedback problems. *Nauchnyi vestnik MGTU GA*. 2018. No. 21 (2). P. 59-70. (In Russ.). DOI: [10.26467/2079-0619-2018-21-2-59-70](https://doi.org/10.26467/2079-0619-2018-21-2-59-70)
21. Socha K., Dorigo M. Ant Colony Optimization for Continuous Domains. *European Journal of Operational Research*. 2008. V. 185, Iss. 3. P. 1155-1173. DOI: [10.1016/j.ejor.2006.06.046](https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.06.046)
22. Mohamad M., Tokhi M., Omar O.M. Continuous Ant Colony Optimization for Active Vibration Control of Flexible Beam Structures. *IEEE Intern. Conf. on Mechatronics (ICM)*. Istanbul, Turkey. 2011. P. 803-808.
23. Karpenko A.P., Chernobrivchenko K.A. Optimization efficiency by continuously interacting ant colony method (CIAC). *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana*. 2011. No. 2. (In Russ.). DOI: [10.7463/0211.0165551](https://doi.org/10.7463/0211.0165551)
24. Abdelbar A.M., Salama K.M., Falcón-Cardona J.G., Coello C.A.C. An Adaptive Recombination-Based Extension of the iMOACOR Algorithm. *IEEE Sympos. Series on Computational Intelligence (SSCI)*. Bangalore, India. 2018. P. 735-742. DOI: [10.1109/SSCI.2018.8628657](https://doi.org/10.1109/SSCI.2018.8628657)
25. Abdelbar A.M., Humphries T., Falcón-Cardona J.G., Coello C.A. An Extension of the iMOACO Algorithm Based on Layer-Set Selection. *Swarm Intelligence*. ANTS 2022.

Lecture Notes in Computer Science. 2022. V. 13491. Springer, Cham. DOI: [10.1007/978-3-031-20176-9_22](https://doi.org/10.1007/978-3-031-20176-9_22)

26. Karpenko A.P., Chernobrivchenko K.A. Multi-meme modification of the hybrid ant colony algorithm for continuous optimization HCIAC. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie MGTU im. N.E. Baumana*. 2012. No. 9. (In Russ.). DOI: [10.7463/0912.0470529](https://doi.org/10.7463/0912.0470529)
27. Sudakov V.A., Kil'mishkin N.V., Titov Yu.P. Application of a modification of the ant colony method for classifying air transport routes. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*. 2024. No. 6. P. 63-70. (In Russ.). DOI: [10.17513/snt.40065](https://doi.org/10.17513/snt.40065)
28. Kao Y., Cheng K. An ACO-Based Clustering Algorithm. *Conference: Ant Colony Optimization and Swarm Intelligence*, 5th International Workshop, ANTS 2006, Brussels, Belgium, September 4-7, 2006. P. 340–347. DOI: [10.1007/11839088_31](https://doi.org/10.1007/11839088_31)
29. Menendez H.D., Otero F.E.B., Camacho D. MACOC: A Medoid-Based ACO Clustering Algorithm. *Conference: 9th International Conference on Swarm Intelligence (ANTS 2014)*. 2014. P. 122–133. DOI: [10.1007/978-3-319-09952-1_11](https://doi.org/10.1007/978-3-319-09952-1_11)
30. Sinitsyn I.N., Titov Yu.P. Control of sets of system parameter values using the ant colony method. *Avtomatika i telemekhanika*. 2023. No. 8. P. 153-168. (In Russ.). DOI: [10.31857/S000523102308010X](https://doi.org/10.31857/S000523102308010X)
31. Titov Yu.P., Sudakov V.A. The Ant Colony Method to Support Decision-Making on the Appointment of Employees. *Proceedings of the 8th Scientific Conference on Information Technologies for Intelligent Decision Making Support (ITIDS 2020)*. 2020. P. 375-380. DOI: [10.2991/aisr.k.201029.070](https://doi.org/10.2991/aisr.k.201029.070)
32. Titov Yu.P., Sudakov V.A. Calculation of time to complete a task by a group of employees using fuzzy sets for the sustainable development of the enterprise.

Entrepreneurship and Sustainability. 2020. V. 8, No. 1. P. 1001-1011. DOI: [10.9770/jesi.2020.8.1\(67\)](https://doi.org/10.9770/jesi.2020.8.1(67))

33. Titov Yu.P., Sudakov V.A., Esther L.C., Hanlie S. Application of the ant colony method for orderly tracking of hyperparameters in models of pandemic disease development. *International Journal of Professional Science*. 2022. No. 9. P. 35-50. DOI: [10.54092/25421085_2022_9](https://doi.org/10.54092/25421085_2022_9)

34. Titov Yu.P. Experience in modeling supply planning using modifications of the ant colony optimization in high availability systems. *Sistemy vysokoi dostupnosti*. 2018. V. 14, No. 1. P. 27-42. (In Russ.)

Статья поступила в редакцию 28.12.2024

Одобрена после рецензирования 23.04.2025

Принята к публикации 25.06.2025

The article was submitted on 28.12.2024; approved after reviewing on 23.04.2025; accepted for publication on 25.06.2025