

# НЕЛИНЕЙНАЯ ЛОПАСТНАЯ ВИХРЕВАЯ ТЕОРИЯ ВИНТА И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК НЕСУЩИХ И РУЛЕВЫХ ВИНТОВ ВЕРТОЛЕТА

---

Юрий Михайлович ИГНАТКИН родился в 1941 г. в городе Москве. Заведующий кафедрой МАИ. Кандидат технических наук, доцент. Основные научные интересы — в области теоретической и экспериментальной аэродинамики вертолетов. Автор более 100 научных работ. E-mail: k102@mai.ru

Yury M. IGNATKIN, Ph.D, was born in 1941, in Moscow. He is the Head of Department at the MAI. His research interests are in theoretical and experimental helicopter aerodynamics. He has published over 100 technical papers. E-mail: k102@mai.ru

---

Павел Вячеславович МАКЕЕВ родился в 1984 г. в городе Москве. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области аэродинамики винта вертолета. Автор 10 научных работ. E-mail: vaultcity13@gmail.com

Pavel V. MAKEYEV was born in 1984, in Moscow. He is a Postgraduate Student at the MAI. His research interests are in helicopter rotor aerodynamics. He has published 10 technical papers. E-mail: vaultcity13@gmail.com

---

Борис Семенович ГРЕВЦОВ родился в 1943 г. в городе Ступино Московской области. Инженер МАИ. Основные научные интересы — в области аэро- и гидродинамики. Автор 12 научных работ. Email: grevcov\_tut@mail.ru

Boris S. GREVTSOV was born in 1943, in the Moscow region. He is an Engineer at the MAI. His research interests are in fluid and gas dynamics. He has published 12 technical papers. Email: grevcov\_tut@mail.ru

---

Александр Иванович ШОМОВ родился 1983 г. в городе Москве. Соискатель МАИ. Основные научные интересы — в области аэродинамики вертолетов. Автор девяти научных работ. E-mail: shomov\_aleksandr@mail.ru

Alexander I. SHOMOV was born in 1983, in Moscow. He is a Postgraduate Student at the MAI. His research interests are in helicopter aerodynamics. He has published 9 technical papers. E-mail: shomov\_aleksandr@mail.ru

---

*Статья посвящена нелинейной лопастной вихревой теории с учетом диффузии вихрей и разработанному на ее основе методу расчета аэродинамических характеристик несущих винтов вертолетов. Изложены основные аспекты предлагаемой модели и ее приложения. Приведены результаты исследований аэродинамики винтов на различных режимах работы.*

*A technique is presented to analyze aerodynamic characteristics of helicopter rotors basing on nonlinear blade vortex theory taking into account vortex diffusion. Basic features of the suggested model are discussed as well as possible applications of the model. Some investigation results are demonstrated for rotors at various operation modes.*

**Ключевые слова:** несущий винт, вихревая модель, диффундирующий вихрь, аэродинамические характеристики, вихревой след, компоновка лопастей.

**Key words:** helicopter main rotor, vortex model, diffusing vortex, aerodynamic characteristics, vortex wake, blade layout.

## Нелинейная лопастная вихревая модель винта

Теории винта, основанные на решении полных уравнений Навье—Стокса для всего потока, обтекающего несущий винт, являются наиболее перспективными и точными. Однако их реализация ограничена возможностями современных ЭВМ. По-

этому в практических расчетах наибольшее применение имеют теории, основанные на приближенных, но достаточно эффективных моделях, в которых течение воздуха вне несущих поверхностей и вихревого следа считается потенциальным и несжимаемым [1—3, 5—8, 10—13].

В предлагаемой нелинейной лопастной вихревой модели винта используются известные положения теории несущей линии [2, 3, 12, 18]. Лопасть моделируется отрезками несущих вихрей, расположенных на четвертях хорды рассматриваемого участка (рис. 1). Циркуляция присоединенного вихря  $\Gamma$  изменяется как по радиусу лопасти, так и по ее азимутальному положению, в результате чего от лопасти отходит система продольных и поперечных вихрей, образующих свободную вихревую пелену, выстраиваемую под воздействием невозмущенного потока и индуктивных скоростей, вызываемых самой вихревой системой, которую условно разделяют на ближний и дальний вихревой след.

В качестве ближнего вихревого следа берется след, образующийся за первый шаг вращения лопасти и названный «первой полосой» свободной вихревой пелены. Свободная вихревая пелена представляет собой сетку, состоящую из вихревых четырехугольных элементов. Элементы вихревой системы моделируются прямолинейными участками диффундирующих вихрей. Удаленный вихревой след моделируется на основе приближенных моделей [8, 9].

В расчете используются связанная система координат  $OXYZ$  (ось  $OY$  направлена вертикально вверх по оси вала, а оси  $OX$  и  $OZ$  расположены в плоскости вращения), а также местная система осей координат  $o\eta\mu$ , связанная с элементом лопасти. Каждый элемент лопасти определяется в системе координат  $OXYZ$  посредством задания координат четырех точек ее углов. Контрольные точки, в которых рассчитываются аэродинамические характеристики, расположены на серединах отрезков несущей линии каждого элемента лопасти (рис. 1).

Для расчета аэродинамических характеристик используется гипотеза плоских сечений, в соответствии с которой при определении углов атаки и скоростного напора учитываются компоненты скорости, нормальные к несущей линии на элементе лопасти:  $V_n$  и  $V_\eta$ . Аэродинамические характеристики профилей определяются на основе продувок крыльев конечного удлинения при соответствующих значениях чисел  $Re$  и  $M$ . Расчет аэродинамических характеристик винта (трех составляющих аэродинамической силы и момента) производится с учетом махового движения лопастей относительно горизонтального шарнира (ГШ), а также с учетом отклонения автомата перекоса.

### Расчет индуктивной скорости, вызываемой диффундирующим вихрем

Будем предполагать, что процесс диффузии бесконечно малого отрезка вихревой линии происходит по закону [14]

$$\omega(x, y, z, t) = \frac{\omega_0 \cdot Re^{3/2}}{8 \cdot \pi^{3/2} \cdot t^{3/2}} \cdot e^{-\frac{Re}{4t} \rho^2},$$

где  $\omega$  — значение завихренности в контрольной точке в момент времени  $t$ ;  $\omega_0$  — начальное значение завихренности;  $Re$  — число Рейнольдса;  $t$  — время диффузии;  $\rho$  — расстояние между элементом вихревой линии и точкой, в которой ищется завихренность.

В результате диффузии бесконечно малой вихревой линии образуется область завихренности, характер изменения которой в зависимости от расстояния  $\rho$  представлен на рис. 2. Также на рис. 2

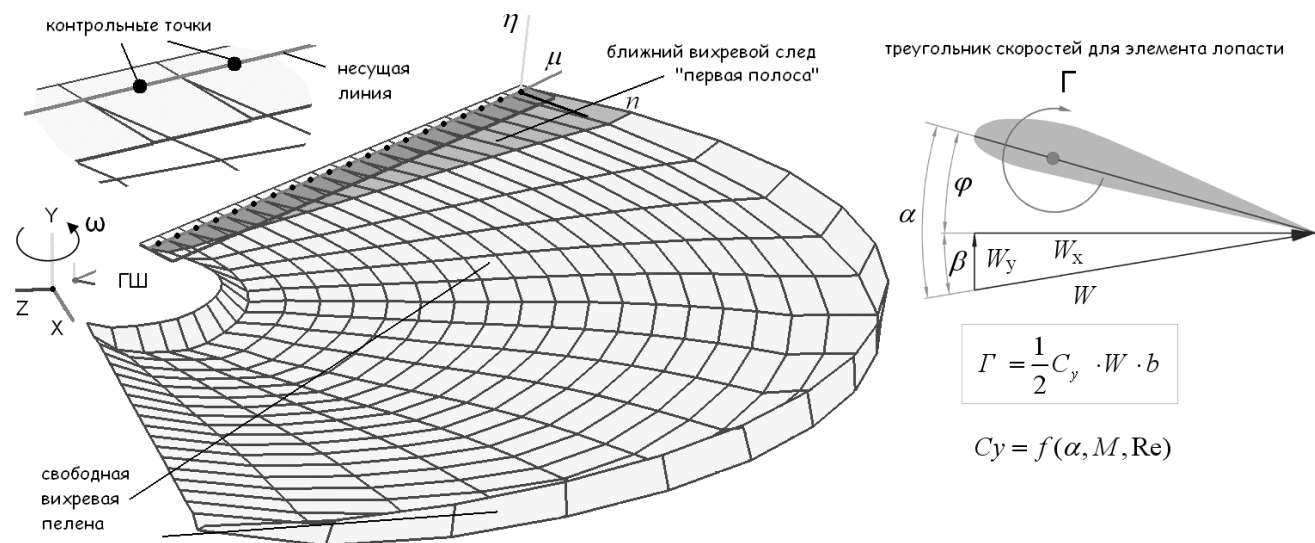


Рис. 1. Нелинейная лопастная вихревая модель винта

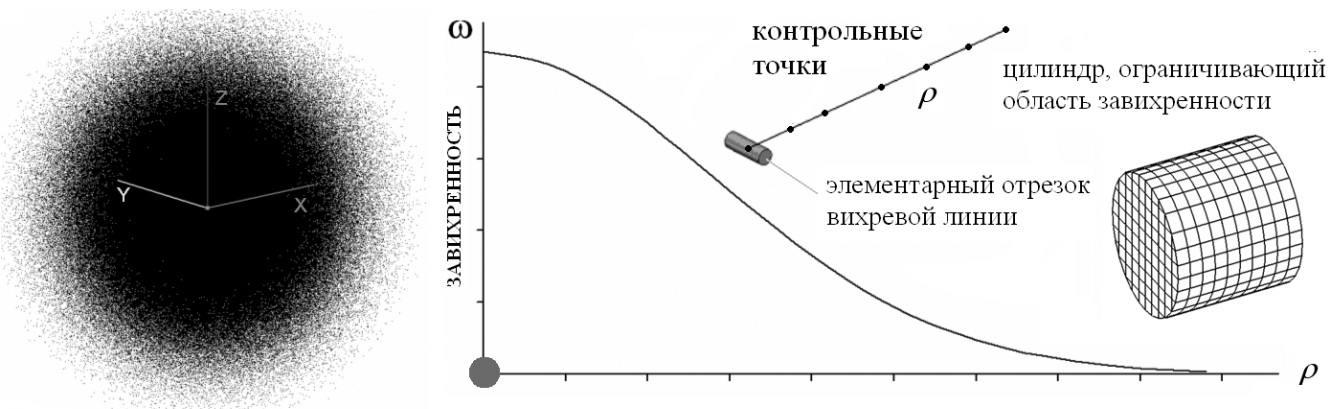


Рис. 2. Область и эпюра завихренности вокруг диффундирующего вихря

изображено объемное распределение завихренности (густота точек соответствует величине завихренности). Ограничим область завихренности, окружающую элементарный вихревой отрезок, областью в форме цилиндра в котором сосредоточена большая часть завихренности с точностью 0,05%.

Разбив цилиндр на элементарные участки и вычислив от каждого из них индуктивную скорость по формуле Био-Савара, определим суммарное поле индуктивных скоростей, вызываемое прямолинейным участком диффундирующего вихря.

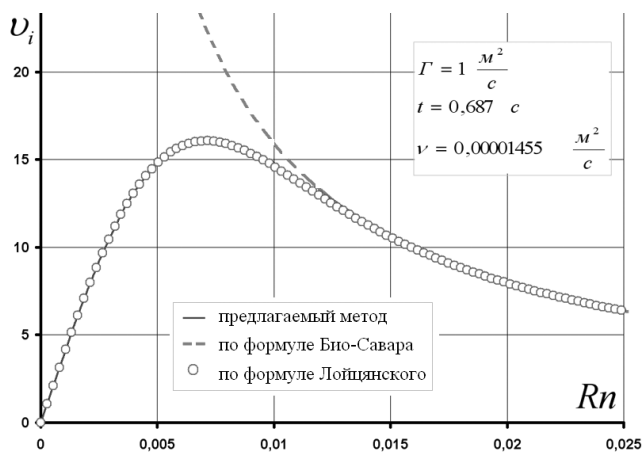


Рис. 3. Сравнение расчетной эпюры индуктивных скоростей с решением Лойцянского [15]

Для сокращения времени расчетов используется прием, когда поле скоростей, вызываемых диффундирующим вихрем с нормированной интенсивностью, рассчитывается заранее и заносится в таблицы. Рассматривается диффундирующий отрезок, длина которого меняется от нуля до бесконечности. Таблица строится для заданных чисел Re и времени t по геометрическим параметрам, определяющим положение контрольной точки относительно вихря. В случае, когда расстояние от конт-

рольной точки до вихря больше границы области завихренности (определяемой радиусом цилиндра, ограничивающего область завихренности), скорость вычисляется по формуле Био-Савара для идеального вихря.

Приведенные результаты расчетов индуктивных скоростей, вызываемых диффундирующим вихрем, совпадают с результатами расчетов Л.Г. Лойцянского [15] для бесконечной диффундирующей вихревой линии (рис. 3), а также хорошо согласуются с экспериментальными эпюрами скоростей, вызываемых концевыми вихревыми жгутами, сходящими с лопастей модельного винта (рис. 4) [13].

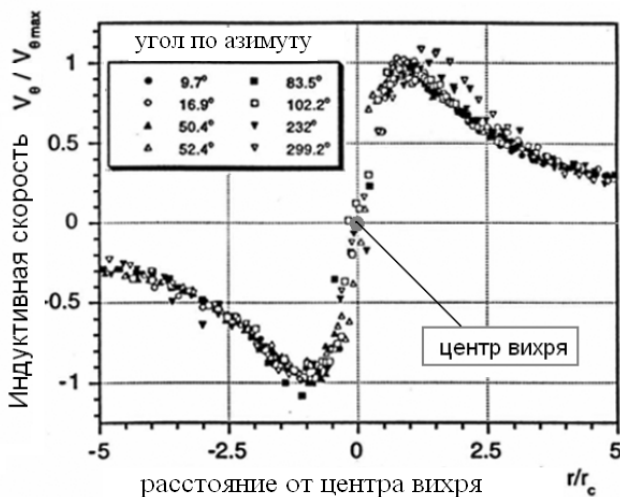


Рис. 4. Экспериментальная эпюра распределения индуктивных скоростей от концевого вихря

Начальные параметры диффундирующих вихрей определяются с учетом характеристик пограничного слоя, отходящего от лопасти [16], а также с учетом характеристик концевых вихревых жгутов, полученных в модельном эксперименте [13].

**Расчет геометрии свободной вихревой пелены**

Для нахождения деформации свободной вихревой пелены, отходящей от лопастей НВ, т.е. ее нового местоположения, в каждый момент времени определяются индуктивные скорости в каждой точке элементов полос пелен от всей системы свободных и присоединенных вихрей. Свободная пелена представляет собой совокупность вихревых систем, отходящих от каждой лопасти, в виде вихревых полос, которые, в свою очередь, состоят из четырехугольных элементов.

Индуктивная скорость в угловой точке каждого четырехугольника находится путем суммирования индуктивных скоростей от полос пелен лопасти. Скорость элемента полосы пелены винта есть сумма скоростей от четырех сторон элемента, каждая из которых представлена в виде вихревой диффундирующей линии.

Индуктивная скорость в контрольной точке от пелены равна:

$$\bar{v} = \sum_{i=1}^n \bar{v}_{nli} = \sum_{i=1}^{K_d} \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^n \sum_{r=1}^4 \bar{v}_{liin ijkr},$$

где  $K_d$  — количество лопастей;  $m$  — количество полос на пелене;  $n$  — количество элементов на полосе пелены;  $r$  — количество сторон элемента,  $r = 4$ ;

**Программно-алгоритмическая реализация предлагаемой модели**

Созданные алгоритмы расчета аэродинамических характеристик винтов вертолета на базе нелинейной лопастной вихревой теории легли в основу разработанного и написанного авторами программного комплекса (ПК), блок-схема которого представлена на рис. 5.

ПК был разработан с помощью современной среды программирования Delphi. При разработке большое внимание уделялось созданию современного пользовательского интерфейса.

Визуальная часть, отвечающая за отображение для пользователя различных данных, обеспечивается использованием трехмерной графики. Обеспечивается вывод таких графических данных, как: графики распределения расчетных характеристик, трехмерная модель винта с лопастями и втулкой, свободный нелинейный вихревой след.

Вывод численных данных, полученных в ходе расчетов, обеспечивается взаимодействием с приложением Excel, что позволяет получать компактные электронные таблицы с рассчитанными аэродинамическими характеристиками. Такое решение позволяет быстро и удобно формировать графики распределения полученных характеристик, выводить их на печать и проводить их анализ.

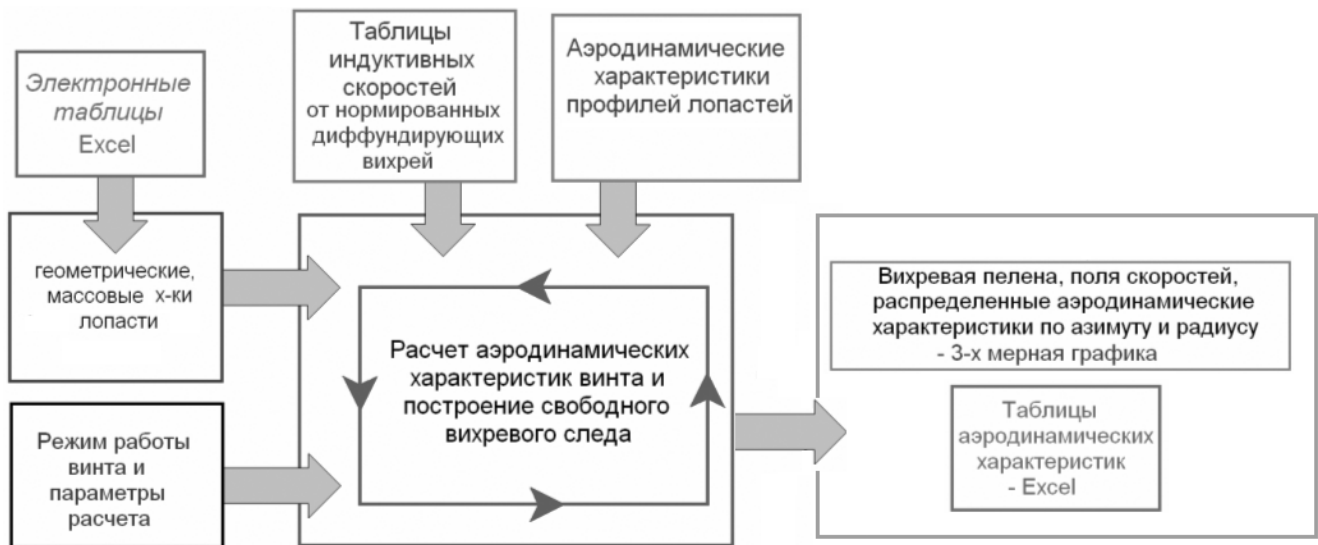


Рис. 5. Принципиальная блок-схема программного алгоритма

$\bar{v}_{liin i}$  — индуктивная скорость от  $i$ -й диффундирующей вихревой линии четырехугольного элемента.

После того как в каждой угловой точке элементов полос пелен лопастей винта определяется полное значение скорости, находится новое положение пелены путем умножения скорости в данной точке элемента на промежуток времени  $dt$ .

**Результаты построения нелинейного вихревого следа за винтом**

На рис. 6 и 7 приведены примеры построения вихревого следа на режиме висения и режиме горизонтального полета.

Видно, что на режиме висения вихревая система имеет характерное поджатие. На режиме гори-

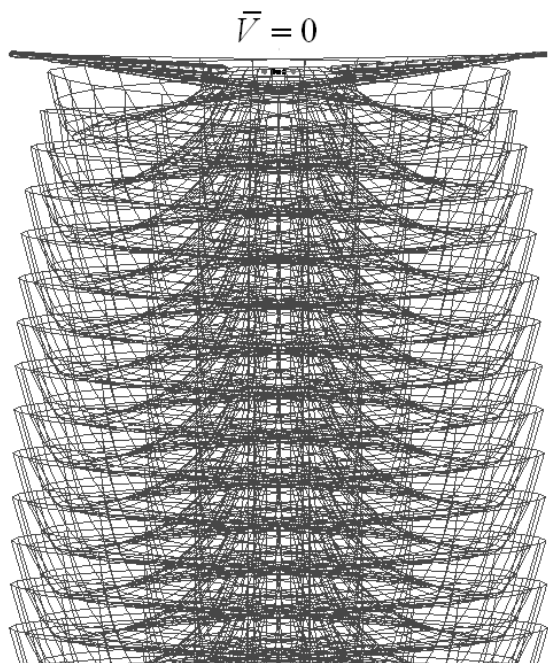


Рис. 6. Режим висения

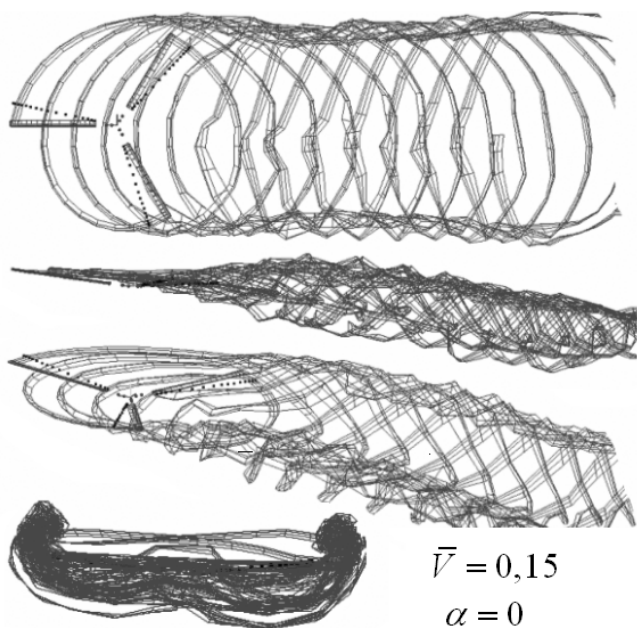
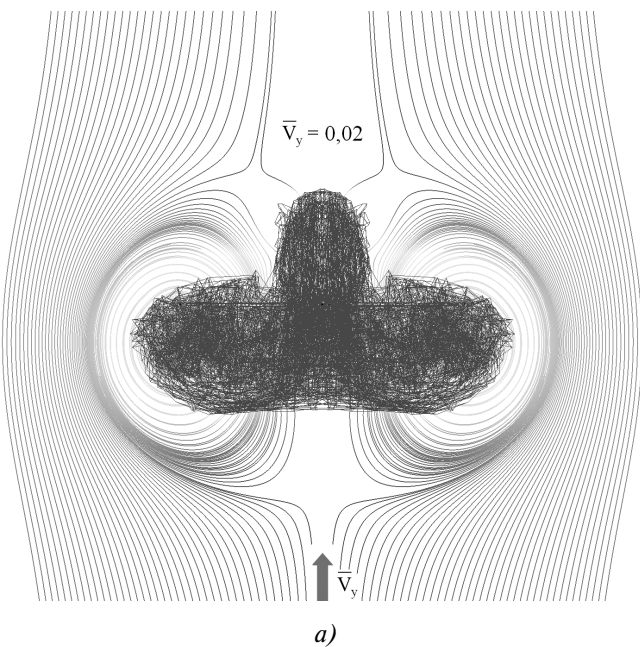


Рис. 7. Горизонтальный полет

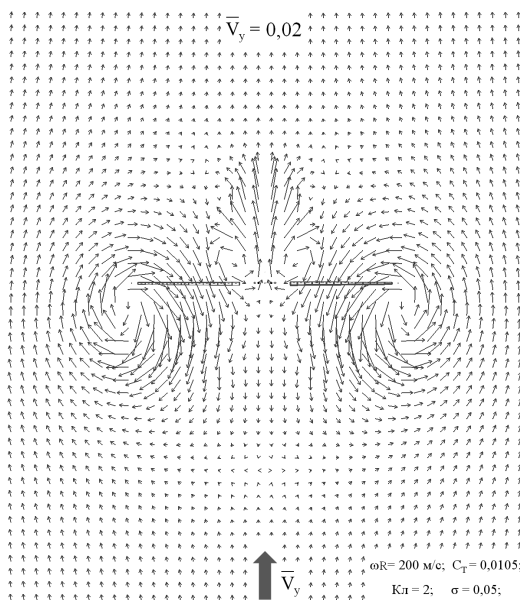
горизонтального полета вихревая система нелинейна, происходит сворачивание и поджатие краев вихревого следа, с образованием вторичных продольных вихревых жгутов, наблюдаемых в экспериментах по визуализации вихревого следа [2,3,12,13,21].

Предлагаемая модель позволяет рассчитать аэродинамические характеристики винта на режиме вихревого кольца, когда форма вихревого следа является существенно нелинейной. Для примера приведены структура вихревого следа и поле скоростей для режима «вихревого кольца» при

$\bar{V}_y = 0,02$  (рис. 8). На представленных рисунках проявляются все характерные особенности режима, полученные в экспериментальных исследованиях [2, 3, 12, 13]. Получено характерное увеличение индуктивных скоростей более чем в два раза, наблюдаемое на режиме «вихревого кольца», совпадающее с результатами, полученными путем обработки летных испытаний вертолетов (см. рис. 13) [19].



а)



б)

Рис. 8. Режим «вихревого кольца»:

а — вихревая структура и линии тока; б — векторное поле скоростей

**Результаты расчетов аэродинамических характеристик несущего винта**

На основе предлагаемой методики был произведен ряд расчетов, призванных подтвердить достоверность применяемой модели, а также проведены исследования влияния компоновки лопастей несущего и рулевого винтов на их аэродинамические характеристики.

На рис. 9 представлено сравнение эпюр распределения индуктивной скорости по радиусу лопасти, рассчитанных по предлагаемому методу для квазилинейной модели, когда вихревой след отходит от диска винта с постоянной индуктивной скоростью, определяемой по теории Глауэрта, с результатами расчетов Е.С. Вожаева [4], полученными по аналитическим зависимостям также для квазилинейной модели. Удовлетворительное совпадение результатов говорит о достоверности предлагаемой модели с диффундирующими вихрями для вычисления индуктивных скоростей.

Из рис. 10 следует, что результаты расчетов индуктивных скоростей удовлетворительно согласуются с экспериментальными результатами на режиме косоугольного обтекания [2].

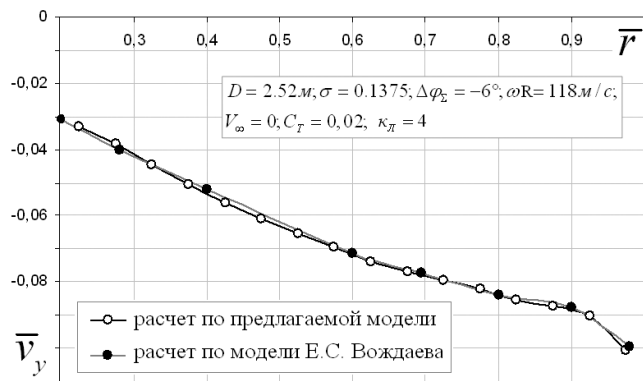


Рис. 9. Эпюра индуктивных скоростей на висении (квазилинейная модель)

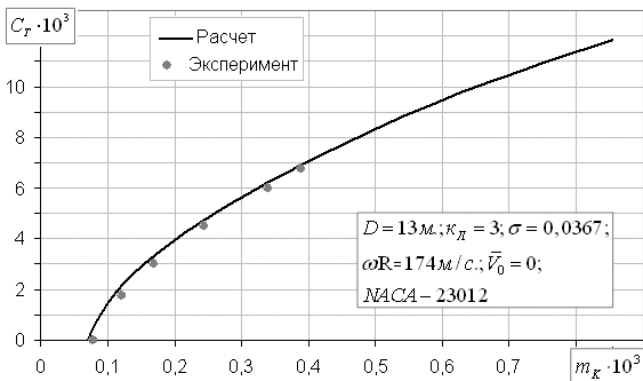


Рис. 11. Сравнение расчетной полярной винта с экспериментом

На рис. 11 приведено сравнение экспериментальной [20] и расчетной полярной для верхнего винта вертолета Ка-26. Наблюдается хорошее совпадение, что свидетельствует об адекватности модели.

На рис. 12 представлены результаты исследований по сравнению относительного КПД винтов, имеющих одинаковое заполнение, но различное количество лопастей. Исследование проводилось для режима висения, в линейной постановке с диффузионными вихрями. Из рисунка видно, что увеличение количества лопастей Кл дает значительный прирост относительного КПД, достигающий 5% при увеличении Кл от 2 до 6, что подтверждается результатами экспериментов, а также расчетами Е.С. Вожаева [4].

На рис. 14 изображены графики распределения относительного КПД рулевого Х-образного винта для заданных значений  $C_T / \sigma$ , в зависимости от угла «ножниц»  $\Delta\psi$  (угла между парами лопастей) и относительного разнеса плоскостей их вращения  $\bar{h} = 0,074; 0,102$ . Расчет произведен на режиме висения для случая, когда впереди идущая лопасть находится внизу. Видно, что максимальное значение КПД достигается в диапазоне  $\Delta\psi = 40 \div 60^\circ$  при  $\bar{h} = 0,102$ , где в большей мере проявляется положительный эффект взаимного индуктивного влияния пар лопастей. Данный эффект качественно подтверждается результатами эксперимента, проведенного на МВЗ имени М.Л. Миля.

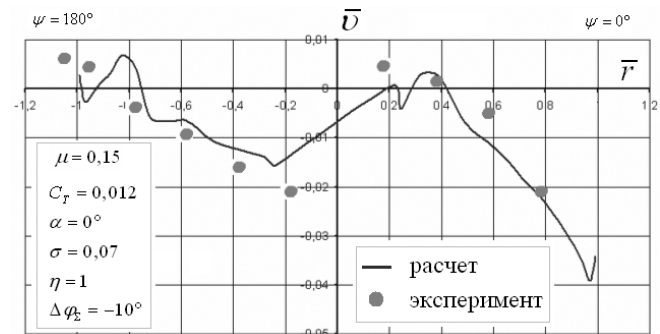


Рис. 10. Сравнение эпюры индуктивных скоростей с экспериментом

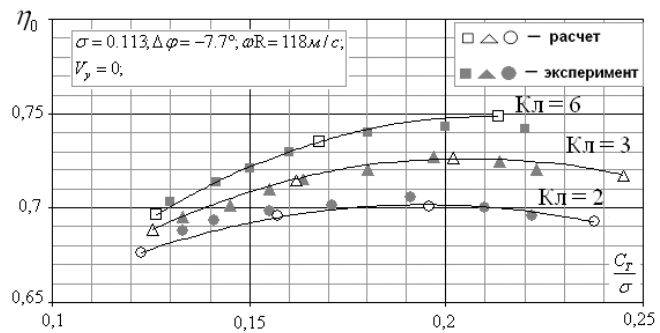


Рис. 12. Зависимость КПД винта на висении от числа лопастей

На рис. 15 представлены результаты исследования в рамках используемой модели влияния малых аэродинамических поверхностей (крылышек), устанавливаемых на конце лопастей винта. Экспериментальное исследование данного эффекта проводилось в ЦАГИ [17]. Результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментом. Видно, что установка крылышек приводит к увеличению относительного КПД.

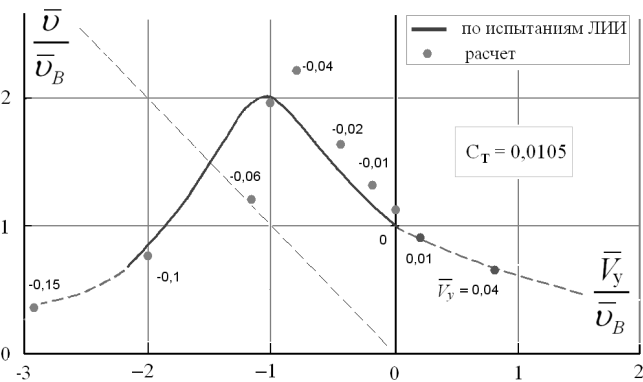


Рис. 13. Режим «вихревого кольца»

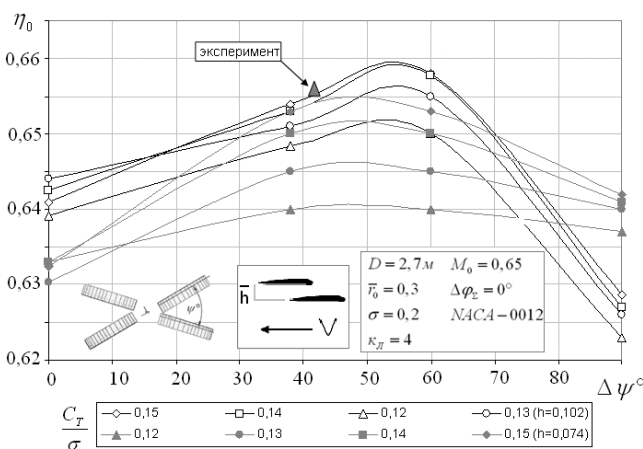


Рис. 14. Исследование оптимальной компоновки Х-образного винта

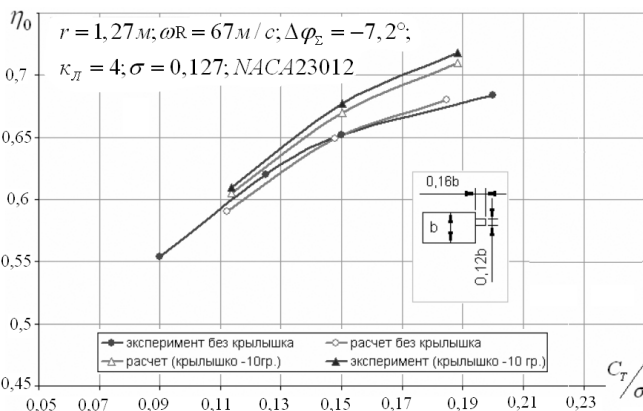


Рис. 15. Влияние «крылышек» на относительный КПД винта

На рис. 16 представлены результаты расчетов законцовок на относительный КПД винта  $\eta_0$  на режиме висения. Из графиков видно, что сочетание стреловидности и сужения дает значительное увеличение КПД, достигающее 4% в рабочем диапазоне  $C_T/\sigma$ . Из данных расчетов также следует, что положительный эффект реализуется при относительном радиусе законцовки  $\bar{r} = 0,1$ , а при меньшей относительной длине прирост КПД уменьшается. Данный результат согласуется с материалами, приведенными в [13].

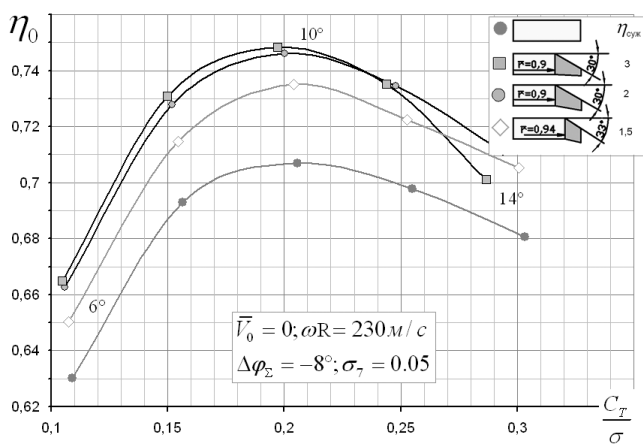


Рис. 16. Влияние законцовок на относительный КПД винта

Следует отметить, что приведенные выше результаты получены для конкретных аэродинамических компоновок лопастей винтов при фиксированном значении окружной скорости. Расчеты выполнены при использовании гипотезы плоских сечений, что вносит определенные погрешности в результаты. Вместе с тем полученные результаты хорошо согласуются с данными экспериментальных исследований и могут быть рекомендованы для практического использования.

**Выводы**

Разработанные нелинейная лопастная вихревая модель винта, метод расчета аэродинамических характеристик винтов и программный комплекс позволяют рассчитывать суммарные и распределенные характеристики винтов на режимах осевого и косоугольного обтекания, включая режимы, когда вихревая пелена за винтом становится существенно нелинейной.

Предлагаемый метод может быть использован для определения летно-технических характеристик вертолетов, а также для исследования динамики вертолета, для исследования интерференции несущих

щего и рулевого винтов и решения других задач аэродинамики вертолета.

### Библиографический список

1. Тищенко М.Н. Аэродинамический расчет несущего винта на основе лопастной вихревой теории с учетом нелинейных характеристик профиля : Диссертация на соискание ученой степени к.т.н. — М., 1967.
2. Теория несущего винта / Под ред. А.К. Мартынова. — М.: Машиностроение, 1973.
3. Вождаев Е.С. Аэродинамика вертолетов. Машиностроение. Энциклопедия. Т. 4-41. Самолеты и вертолеты. Кн. 1. Аэродинамика, динамика и прочность. — М., 2002.
4. Вождаев Е.С. Аэродинамический расчет воздушного винта на основе точных аналитических решений в задаче о нестационарном поле скоростей винтовых вихрей // Тр. ЦАГИ. Вып. 2659. М., 2002.
5. Головкин В.А. Метод расчета аэродинамических характеристик несущего винта со свободным вихревым слоем на осевых режимах // Материалы VII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред». М., 2001.
6. Щеглова В.М. К расчету индуктивных скоростей за несущим винтом по нелинейной модели с учетом диффузии вихрей // Ученые записки ЦАГИ. Т. XXXVIII. 2007. №3-4.
7. Шайдаков В.И., Сулейманов А.А. Математическая модель вихревого следа несущего винта на режимах висения и вертикального взлета // Тр. 1-го форума Российского вертолетного общества. М., 1994.
8. Шайдаков В.И. Нелинейная дисковая вихревая теория несущего винта на режимах осевой обдувки // Труды 5-го форума Российского вертолетного общества. М., 2002.
9. Шайдаков В.И., Игнаткин Ю.М. Метод расчета индуктивных скоростей за пределами диска несущего винта вертолета на базе приближенной модели вихревого следа винта. Аэродинамика крыла и корпуса ЛА. — М.: МАИ, 1982.

10. Белоцерковский С.М., Локтев Б.Е., Ништ М.И. Исследование на ЭВМ аэродинамических и упругих характеристик винтов вертолета. — М.: Машиностроение, 1992.
11. Крицкий Б.С., Полуяхтов В.А. Учет диффузии вихрей в следе вблизи экрана // Тр. 6-го форума Российского вертолетного общества. М., 2006.
12. Джонсон У. Теория вертолета: В 2-х кн. — М.: Мир, 1983.
13. J. Gordon Leishman. Principles of Helicopter Aerodynamics. Cambridge University Press. 2000.
14. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. — М.: Наука, 1988.
15. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1987.
16. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974.
17. Вождаев Е.С., Ананов Г.Г., Головкин М.А., Горбань В.П., Симусева Е.В. О некоторых возможностях повышения аэродинамического качества несущих систем с помощью концевых крылышек // Труды ЦАГИ. Вып. 2247. М., 1984.
18. Игнаткин Ю.М., Гревцов Б.С., Макеев П.В., Шомов А.И. Метод расчета аэродинамических характеристик несущих винтов вертолета на режимах осевого и косоугольного обтекания на основе нелинейной лопастной вихревой модели // Тр. 8-го форума Российского вертолетного общества. М., 2008.
19. Акимов А.И. Аэродинамика и летные характеристики вертолетов. — М.: Машиностроение, 1988.
20. Петросян А.Э. Аэродинамика соосного вертолета. — М.: Полигон-Пресс, 2004.
21. Бутов В.П., Литвинов Б.А. Летные исследования вихревого следа несущих винтов соосного и одновинтового вертолетов // Тр. 2-го форума Российского вертолетного общества. М., 1996.

Московский авиационный институт  
Статья поступила в редакцию 22.10.2009