

На правах рукописи

*Викулов*

Викулов Алексей Геннадьевич

Идентификация математических моделей теплообмена в космических  
аппаратах

Специальность: 01.04.14 – «Теплофизика и теоретическая теплотехника»

Автореферат диссертации  
на соискание ученой степени доктора технических наук

Москва - 2018

Работа выполнена в федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный консультант доктор технических наук, профессор Ненарокомов Алексей Владимирович

Официальные оппоненты:

Лившиц Михаил Юрьевич, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Самарский государственный технический университет», заведующий кафедрой «Управление и системный анализ теплоэнергетических и социотехнических комплексов»

Резник Сергей Васильевич, доктор технических наук, профессор, федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)», заведующий кафедрой «Ракетно-космические композитные конструкции»

Финченко Валерий Семёнович, доктор технических наук, акционерное общество «Научно-производственное объединение имени С.А. Лавочкина», ведущий научный сотрудник

Ведущая организация публичное акционерное общество «Ракетно-космическая корпорация «Энергия» имени С.П. Королёва»

Защита состоится 16.09.2019 г. в 15:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.08, созданного на базе федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

[https://mai.ru/upload/iblock/f32/DD-\\_-Vikulov-AG-\\_-2018\\_12\\_25.pdf](https://mai.ru/upload/iblock/f32/DD-_-Vikulov-AG-_-2018_12_25.pdf)

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета Д 212.125.08  
доктор технических наук, профессор

Зуев Юрий Владимирович

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

### Актуальность темы диссертации

За несколько десятилетий космическая техника прошла путь от первых искусственных спутников до пилотируемых полетов и автоматических межпланетных аппаратов. За это время создана экспериментальная база наземной отработки космических аппаратов (КА), включая вакуумные стенды для тепловых вакуумных испытаний (ТВИ), позволяющие в режиме реального времени имитировать штатные тепловые воздействия на КА и его системы. В случае теплофизических задач системами целесообразно называть составные части (СЧ) космического аппарата, бортовые системы или аппарат в целом. Проверка работы систем терморегулирования (СТР) в составе конструкций КА при имитации условий летной эксплуатации в ТВИ позволяет сделать выводы о достаточности СТР для поддержания требуемого теплового состояния КА в штатных условиях эксплуатации.

Одновременно с экспериментальными методами совершенствовались и методы математического моделирования тепловых процессов, что в значительной мере связано с развитием вычислительной техники и программного обеспечения. Повышение точности расчетно-экспериментальных исследований может быть обеспечено автоматизированными информационно-измерительными комплексами, программное обеспечение которых основано на методах решения обратных задач теплообмена (ОЗТ).

Присутствие связи в виде обратных задач теплообмена между физическими и математическими моделями в расчетно-экспериментальном методе тепловой отработки КА и их составных частей позволяет рассматривать физические и математические модели как элементы единой системы, параметры которой настраиваются решением обратных задач.

При наличии достоверной математической модели теплообмена отработка КА расчетно-экспериментальным методом позволяет [1]:

- уменьшить необходимый объем вакуумной камеры заменой комплексных испытаний КА автономными испытаниями СЧ;
  - сократить объем ТВИ уменьшением количества режимов и продолжительности тепловакуумных испытаний;
  - увеличить точность тепловых расчетов параметрической или функциональной идентификацией математических моделей.
- применять математические модели для оптимального проектирования конструкций КА, планирования теплофизического эксперимента и управления тепловыми режимами при наземных и летных испытаниях.

Построение достоверной математической модели теплообмена в КА является сложной задачей, которая состоит из структурной – качественной – и параметрической или функциональной – количественной – идентификации. Качественная идентификация подразумевает выбор способа математического описания теплофизической системы, которая ставится в соответствие тепловым процессам в технической системе КА, и уравнений, отображающих

тепловые процессы. Количественная идентификация заключается в определении параметров математической модели, обеспечивающих требуемую корреляцию теоретических и экспериментальных результатов.

Идентификация математических моделей является основой расчетно-экспериментального метода тепловой обработки КА, связывающей между собой результаты испытаний и параметры математических моделей, которые используются для проведения расчетов как штатных, так и нештатных тепловых режимов.

Таким образом, актуальность работы определена необходимостью методологической систематизации расчетно-экспериментального метода тепловакуумной обработки космических аппаратов с использованием обратных задач теплообмена для идентификации математических моделей, а также теоретических и экспериментальных исследований методов решения задач идентификации математических моделей теплообмена в космических аппаратах.

### **Степень разработанности темы диссертации**

Обратные задачи теплообмена являются задачами математической физики, в которых определяются граничные условия (диагностика) или параметры и функции (идентификация) уравнения теплопроводности, а в более широком смысле – теплового баланса с учетом теплопроводности, конвекции и излучения. Также выделяются ретроспективные задачи нахождения температуры в обратном времени, задачи оптимального планирования и управления тепловыми режимами. Все они бывают математически некорректны, если не удовлетворяют требованиям единственности и устойчивости решения.

Методология решения таких задач основывается на регуляризации, суть которой заключается в обеспечении условной корректности постановки задачи ограничением искомого множества решений условиями отбора вариационного принципа. На основе этой методологии разработаны вариационный и вариационно-итерационный метод – метод итеративной (итерационной) регуляризации.

Метод итерационной регуляризации развит с применением теории оптимального управления и градиентных методов для решения обратных задач теплообмена в экстремальной постановке и в таком виде иногда выделяется как экстремальный метод решения некорректных задач.

Рассмотрим один из вариантов классификации обратных задач, предложенный в литературе.

1. Корректно поставленные по Ж. Адамару – удовлетворяющие условиям математической корректности.

2. Некорректно поставленные по Ж. Адамару.

2.1. Условно корректные по А.Н. Тихонову – решения на конечномерных компактах (квазирешение) и бесконечномерных компактах требуют обязательной обратимости оператора в левой части операторного уравнения первого рода  $Az = u$ , где  $A$  – оператор, действующий из

метрического пространства  $\mathbf{Z}$ , в котором находится определяемый элемент  $\mathbf{z}$ , в метрическое пространство результатов измерений  $\mathbf{U}$ .

2.2. Условно корректные по Ж. Фикера – нормальные решение и псевдорешение не требуют обязательной обратимости оператора в левой части уравнения и могут находиться на основе минимизации нормы.

2.3. Существенно некорректные (неприводимые к условно корректным) – решение находится методом М.М. Лаврентьева (замена операторного уравнения первого рода  $\mathbf{Az} = \mathbf{u}$  уравнением второго рода  $\mathbf{Az} + \alpha\mathbf{z} = \mathbf{u}$  с малым положительным параметром  $\alpha$ ) и методом А.Н. Тихонова (минимизация квадратичного сглаживающего функционала  $M^\alpha(\mathbf{z}, \mathbf{u}) = \|\mathbf{Az} - \mathbf{u}_\delta\|^2 + \alpha\Omega(\mathbf{a})$ , где  $\mathbf{u}_\delta$  – возмущенная правая часть,  $\Omega(\mathbf{a})$  – стабилизирующий функционал).

В части пункта 2.3 можно уточнить, что, если метод обеспечивает решение некорректной задачи, то оно так или иначе является условно корректным, поскольку ищется в подмножестве, ограниченном условиями отбора вариационного принципа, которые и отражаются в стабилизаторе  $\Omega$  сглаживающего функционала. Поэтому некорректные задачи удобнее было бы классифицировать по признакам существования, единственности и устойчивости решения, а уже методы их решения – по требованию обратимости оператора  $\mathbf{A}$ . Тогда при условии существования и единственности решения малое возмущение правой или левой части уравнения может вызывать неустойчивость решения в смысле сходимости по Ляпунову для слабо обусловленных математических моделей (свойство математической модели сохранять устойчивость решения при малых изменениях левой и правой части). Поскольку задачи с несуществующим решением имеют решение в виде пустого множества, к существенно некорректным задачам остается отнести задачи с неединственным решением, возможность нахождения которого при усилении вариационного принципа – это актуальный предмет исследования. Вариационный принцип реализуется при помощи функционала, минимизация которого является классической задачей вариационного исчисления.

В задачах идентификации теплообмена в основном используются два вида функционалов: сглаживающий – вариационный метод А.Н. Тихонова – и температурной невязки – метод итерационной регуляризации (МИР). Регуляризация решения задач идентификации математических моделей теплообмена в технических системах, в которых тепловые процессы (в первую очередь, излучение) нелинейны, чаще всего производится с использованием метода итерационной регуляризации, применимость которого для задач такого рода подтверждена практически. Вариационный метод А.Н. Тихонова, напротив, теоретически обоснован в частных нелинейных случаях, но не имеет единого подхода к определению параметра регуляризации при неизвестной точности задания исходных данных.

#### **Цель и задачи работы**

Цель – математическая формализация метода тепловой отработки космических аппаратов на основе математического моделирования и

решения обратных задач теплообмена, разработка метода итерационной регуляризации решения нелинейных задач на основе вариационного метода Тихонова и методологическое обоснование системного применения этих методов для создания новой космической техники.

Задачи:

- методологическая систематизация и математическая формализация расчетно-экспериментального метода тепловой отработки КА с использованием обратных задач;

- обоснование математической некорректности задач идентификации моделей с сосредоточенными параметрами и необходимости регуляризации их решения;

- термодинамическое обоснование инвариантности метода регуляризации для аналогичных физических процессов первого порядка по времени, описываемых уравнением теплопроводности, и обобщение результатов для технических, в частности, космических систем;

- разработка вариационного метода итерационной регуляризации, в том числе, аналитической методики определения параметра регуляризации на основе вариационного метода Тихонова и метода итерационной регуляризации задач идентификации тепловых математических моделей с сосредоточенными параметрами;

- проведение вычислительных экспериментов, подтверждающих работоспособность аналитических выражений параметра регуляризации для нелинейных задач;

- применение полученных результатов для идентификации математических моделей составных частей космических аппаратов, в частности, теплового сопротивления и излучательной способности ЭВТИ, тепловой проводимости контурных тепловых труб, а также оптимального управления теплофизическими системами КА.

**Научная новизна результатов:**

- методологически систематизирована и математически формализована тепловая отработка космических аппаратов на основе расчетно-экспериментального метода с использованием двухмодельного метода математического моделирования и модифицированного вариационного метода итерационной регуляризации решения задач идентификации;

- построена методика оценки точности математических моделей теплообмена в системах космических аппаратов;

- выведено уравнение для идентификации параметров граничных узлов термодинамически закрытых технических систем;

- получены аналитические выражения неопределенных множителей Лагранжа, входящих в выражение градиента функционала температурной невязки метода итерационной регуляризации, и аналитические выражения параметра регуляризации вариационно-итерационного метода на основе метода Тихонова;

– разработан модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации решения задач идентификации и комбинированная методика определения параметра регуляризации на основе минимизации сглаживающего функционала и функционала невязки температуры.

### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Разработана системная методология тепловакуумной отработки космических аппаратов, основанная на расчетно-экспериментальном методе, двухмодельном методе математического моделирования, методе регуляризации решения задач идентификации и методе оценки точности математических моделей теплообмена в КА.

Построен модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации (вариационно-итерационный метод) решения задач идентификации математических моделей теплообмена в КА, основанный на одновременной минимизации сглаживающего функционала и функционала невязки температуры, в том числе, аналитическая методика, позволившая вывести единые выражения параметра регуляризации (вариационный метод Тихонова) и шага спуска (метод итерационной регуляризации) для решения нелинейных задач теплообмена в технических системах КА.

Методология применена для систематизации тепловой отработки составных частей КА, подтвердившей достоверность, перспективность и эффективность расчетно-экспериментального метода в совокупности с задачами идентификации математических моделей, методами итерационной регуляризации решения задач идентификации и оценки точности тепловых расчетов.

Результаты диссертации обеспечивают возможность проведения окончательных тепловых анализов (расчет температурных прогнозов для летных испытаний) автоматических космических аппаратов с использованием математической модели, идентифицированной по термобалансным испытаниям с учетом наземной тепловакуумной отработки аппарата, в соответствии с требованиями ГОСТ Р 56468-2015 – «Аппараты космические автоматические. Системы обеспечения теплового режима».

Научно-технические результаты работы соответствуют пункту «Транспортные и космические системы» перечня «Приоритетных направлений развития науки, технологий и техники в Российской Федерации и перечня критических технологий Российской Федерации».

Результаты работы применены при тепловой отработке составной части автоматического КА, разработанного ПАО «РКК «Энергия», для параметрической идентификации математической модели теплообмена в составной части КА, на основе которой выпущены расчеты, подтверждающие тепловые режимы летных испытаний этого изделия; рекомендуются к внедрению на предприятиях космической отрасли для повышения эффективности тепловой отработки КА и увеличения точности тепловых расчетов.

## Методология и методы диссертационного исследования

Объект исследования – обобщенные математические модели с сосредоточенными параметрами, описывающие теплофизические процессы в системах космических аппаратов, методы идентификации их параметров и функций, регуляризации решения задач идентификации и применения идентифицированных параметров и функций в математических моделях теплообмена с распределенными параметрами.

Предмет исследования – расчетно-экспериментальный метод тепловой отработки космических аппаратов как совокупность проведения тепловых расчетов наземных и летных испытаний на основе математических моделей в распределенных (МРП) и сосредоточенных параметрах (МСП), идентифицированных по результатам тепловых вакуумных испытаний.

Обобщенные математические модели теплообмена формулируются в диссертации в трех видах: гипотетическая модель в виде системы  $N$  обыкновенных дифференциальных уравнений  $dT_i/dt = f_i(T_1, T_2, \dots, T_N)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ), функции  $f_i$  которой раскладываются в ряд Тейлора вблизи точки  $(0, 0, \dots, 0)$ ; термодинамическая модель, характеризующая процесс изменения физической величины  $Y$ , имеющей поле с потенциалом  $\Phi_Y$  и потоком  $\mathbf{Y}$  в среде со свойством  $\xi_Y$  (для теплофизических задач  $Y = Q$  – количество тепла, Дж;  $\mathbf{Y} = \mathbf{Q}$  – тепловой поток, Вт;  $\Phi_Y = T$  – температура, К;  $\xi_Y = \lambda$  – теплопроводность, Вт/(м·К)); теплофизическая модель теплообмена в технических системах космического аппарата.

На основе аналитического обзора литературы по методам регуляризации решения задач параметрической и функциональной идентификации математических моделей в распределенных и сосредоточенных параметрах и их применению в расчетно-экспериментальном методе тепловой отработки космических аппаратов определены пути развития этих методов в рамках системной методологии. Она определяется как методология обратных задач, связывающих между собой математические и физические модели, рассматриваемые в единой системе, параметры и функции которой настраиваются решением задач идентификации. Основополагающими элементами методологии являются иерархическая идентификация, двухмодельный метод и модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации (вариационно-итерационный метод), разработанный в диссертации.

Модифицированный итерационно-вариационный метод представляет собой развитие метода простых итераций, неопределенный параметр которого является регуляризирующим и определяется из решения вариационной задачи минимизации сглаживающего функционала и функционала невязки теоретической и экспериментальной температур. Методика решения вариационной задачи определения параметра регуляризации построена на основе гипотетической математической модели и обобщена для теплофизической модели. Термодинамическая модель применена для доказательства математической некорректности задач

идентификации полного набора неизвестных коэффициентов и функций моделей теплообмена с сосредоточенными параметрами и необходимости применения вариационного принципа отбора условно корректных решений этих задач.

Особое внимание уделено идентификации контактных тепловых проводимостей, которые в МСП теплообмена являются наиболее сложными функциями, зависящими от двух температур и времени. При наличии температурной зависимости искомые функции раскладываются в ряды по известным базисным функциям температуры, и задача сводится к идентификации функций времени, как и при наличии только временной зависимости. Поэтому практические примеры, рассмотренные в работе, касаются функциональной идентификации как общего подхода и для идентификации функций в пространстве параметров.

Модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации проверен вычислительными экспериментами по идентификации контактных тепловых проводимостей МСП составной части КА, показавшими эффективность этого метода в случае задач с неустойчивым решением.

При помощи итерационно-вариационного метода идентифицированы теплофизические характеристики составных частей КА.

**Положения, выносимые на защиту:**

- системная методология тепловой отработки конструкций космических аппаратов и их составных частей расчетно-экспериментальным методом на основе методов двухуровневого математического моделирования, регуляризации решения задач идентификации математических моделей с сосредоточенными параметрами, вычисления погрешности проведенных по ним тепловых расчетов, оптимального управления тепловыми режимами космических аппаратов по идентифицированным математическим моделям;

- модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации (вариационно-итерационный метод) математически некорректного решения задач идентификации параметров и функций математических моделей теплообмена с сосредоточенными параметрами как метод простых итераций, неизвестный параметр которого является регуляризирующим;

- комбинированная методика определения параметра регуляризации из решения вариационной задачи минимизации сглаживающего функционала и функционала невязки расчетной и экспериментальной температур;

- методика оценки точности математических моделей теплообмена на основе аналогии погрешности нестационарного теплового расчета и функции отклика электронного измерительного устройства первого порядка производной по времени;

– уравнение для идентификации теплоемкости и тепловой проводимости граничных узлов термодинамически закрытых технических систем космических аппаратов;

– методика управления мощностью внутренних тепловых источников космических аппаратов по идентифицированным математическим моделям теплообмена с сосредоточенными параметрами.

#### **Степень достоверности**

Тепловая отработка СЧ КА расчетно-экспериментальным методом, проведенная с использованием системной методологии, позволила обеспечить расчетные тепловые режимы СЧ при летной эксплуатации, что обосновано совпадением результатов тепловых расчетов составных частей КА с результатами тепловых вакуумных испытаний (ТВИ).

Как следствие, косвенно подтверждены двухуровневый метод математического моделирования, модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации решения задач идентификации математических моделей теплообмена с сосредоточенными параметрами и методика оценки точности математических моделей.

В частном случае теоретически проверено уравнение для идентификации параметров граничных узлов термодинамически закрытых технических систем, являющееся результатом применения к ним методики оценки точности математических моделей теплообмена.

Вычислительными экспериментами для задач идентификации математических моделей теплообмена с неустойчивым решением проверен модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации.

#### **Личный вклад автора в проведенное исследование**

Личный вклад автора является определяющим в результатах диссертации. Автором выполнен большой объем расчетно-экспериментальных работ по созданию модифицированного вариационного метода итерационной регуляризации (вариационно-итерационного метода) решения задач идентификации математических моделей теплообмена. При его непосредственном участии и с использованием результатов диссертационной работы проведена тепловакуумная отработка составных частей космического аппарата (КА).

Непосредственно автором:

– проведен термодинамический анализ, показавший необходимость регуляризации решения задач идентификации математических моделей теплообмена в технических системах и инвариантность метода регуляризации для тепловых процессов, описываемых уравнением теплопроводности;

– построены методика оценки точности математических моделей теплообмена и уравнение для идентификации тепловых связей граничных узлов математических моделей с сосредоточенными параметрами;

– разработан модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации для идентификации математических моделей теплообмена в технических системах космических аппаратов;

– получены единые аналитические выражения для расчета параметра регуляризации вариационного метода Тихонова и шага спуска метода итерационной регуляризации; проведены вычислительные эксперименты, подтверждающие данные выражения;

– по результатам тепловых вакуумных испытаний идентифицированы математические модели составных частей космического аппарата (КА), подтверждающие тепловые режимы его штатной эксплуатации; выпущены тепловые расчеты составных частей КА;

– уточнены результирующая излучательная способность и суммарное тепловое сопротивление экранно-вакуумной тепловой изоляции;

– получена зависимость проводимости контурной тепловой трубы от времени по модельным массивам данных, имитирующих условия космического полета;

– построена методика оптимального управления тепловой мощностью внутренних источников КА.

Решенные научно-технические проблемы методологически систематизированы для тепловой отработки КА расчетно-экспериментальным методом с использованием обратных задач теплообмена.

#### **Апробация результатов диссертационной работы**

Результаты работы докладывались на IV и V Российской национальной конференции по теплообмену (2006 г., 2010 г.), XVI и XVII Школе-семинаре молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А. И. Леонтьева (2007 г., 2009 г.), IX Международной молодежной научно-практической конференции «Человек и космос» (2007 г.), VI международной конференции «Авиация и космонавтика» (2007 г.), V Курчатовской молодежной научной школе (2007 г.), VI Минском международном форуме по тепло- и массообмену "MIF" (2008 г.), XV международной выставке-конгрессе «Высокие технологии. Инновации. Инвестиции» (2009 г.), V международном межотраслевом молодежном научно-техническом форуме «Молодежь и будущее авиации и космонавтики» (2013 г.), 13th European Conf. on Spacecraft Structures, Materials & Environmental Testing, Braunschweig, Germany, 1–4 April 2014 (ESA SP-727, June 2014), научно-технических семинарах в АО «Корпорация космических систем специального назначения «Комета» (2014 г., 2016 г.), Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (2015 г., 2016 г., 2018 г.), АО «Концерн ВКО «Алмаз – Антей» (2016 г.).

#### **Публикации по теме диссертации**

Результаты диссертационной работы полностью изложены в работах, опубликованных соискателем ученой степени. По теме диссертации

опубликованы научные работы [1-32], из них в рецензируемых изданиях и приравняемых к ним – работы [1-18].

### **Структура и объем работы**

Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения, содержит 243 страницы, 90 рисунков, 24 таблицы и список литературы из 272 источников.

## **СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ**

**Во введении** определены цель и задачи работы, показана их актуальность и соответствие приоритетным научно-техническим направлениям.

**В первой главе** выполнен аналитический обзор работ по расчетно-экспериментальному методу тепловой отработки космических аппаратов, методам решения обратных задач теплообмена и их прикладному применению. Выявлен путь повышения эффективности системной тепловой отработки КА за счет применения двухмодельного метода математического моделирования с использованием моделей с распределенными и сосредоточенными параметрами и итерационно-вариационного метода регуляризации решения задач идентификации МСП с безразмерным параметром регуляризации.

**Во второй главе** рассмотрены проблемы корректности задач идентификации внутренних связей математических моделей теплообмена в космических системах. Исследован прямой итерационный алгоритм решения этих задач на примерах составных частей космического аппарата. Проведен термодинамический анализ множества аналогичных систем, описываемых параболическим уравнением теплопроводности, на основе которого сделаны выводы о внутренних связях термодинамически открытых технических систем.

Реализован метод системной тепловой отработки систем КА на основе математического моделирования и решения обратных задач теплообмена. Определены цель и задачи тепловых расчетов тепловакуумных и летных конструкторских (ЛКИ) испытаний составных частей КА. Рассмотрены особенности разработки граничных условий для расчетов тепловых режимов наземных и летных испытаний, обработки результатов расчетов по МСП и МРП. Разработана методика оценки точности тепловых математических моделей. Получено уравнение, позволяющее идентифицировать тепловое состояние термодинамически закрытых технических систем.

Для термодинамически открытой системы первого порядка по времени справедливы следующие утверждения [2]:

1) коэффициенты взаимодействия связей внутренних элементов являются линейно зависимыми;

2) полный набор коэффициентов взаимодействия не может быть определен только по граничным условиям и соответствующему им полю потенциала;

3) при наличии приближения  $(l-1)$  коэффициентов взаимодействия  $\alpha_{D,in}$  обратная задача идентификации коэффициентов последовательно решается в приближении  $l$  для  $(N-1)$  связи  $\alpha_{D,in}$  каждого узла  $i$  системы.

Утверждения о внутренних связях справедливы для открытой системы любого порядка по времени, и могут быть сформулированы в следующем виде: полный набор внутренних связей термодинамически открытой технической системы является линейно зависимым и при отсутствии первого приближения восстанавливается по граничным условиям и полю потенциала только для  $(N-1)$  связи одного узла.

Для расчета первых приближений компонент суммарных сопротивлений (или обратных им проводимостей) могут быть использованы выражения обобщенных сопротивлений стягивания системы параллельных цилиндров, моделирующих контакт номинально гладких шероховатых поверхностей:

– абсолютное сопротивление

$$R_{cn,a} = \Phi \frac{1}{n_r a_{r,1}} \Psi, \quad (1)$$

– удельное сопротивление

$$R_{cn} = R_{cn,a} A = \Phi \frac{A}{n_r a_{r,1}} \Psi = \Phi \frac{n_r A_1}{n_r a_{r,1}} \Psi = \Phi \frac{A_1}{a_{r,1}} \Psi = R_{cn,1}, \quad (2)$$

где  $A$  – активная площадь контакта,  $m^2$ ;  $A_1$  – активная площадь одиночного канала, связанного с пятном фактического контакта,  $m^2$ ;  $a_{r,1}$  – средний радиус пятен фактического контакта,  $m$ ;  $n_r$  – число пятен фактического контакта;  $\Phi$  – функция формы;  $\Psi$  – функция стягивания.

Обобщенное сопротивление стягивания связано с сопротивлением  $R_{Y, cn, a}$  потоку  $|Y|$  величины  $Y$  в среде со свойством  $\xi_Y$  и, в частности, с тепловым сопротивлением  $R_{th, cn, a}$  (сопротивление тепловому потоку  $|Q|$  количества тепла  $Q$  в среде с теплопроводностью  $\lambda$ ) следующим уравнением:

$$\xi_Y R_{Y, cn, a} = R_{cn, a} = \lambda R_{th, cn, a}. \quad (3)$$

Активной площадью сопротивлений стягивания является площадь  $A_r$  источника (стока), т.е. удельные сопротивления определяются в виде

$$R_{cn} = R_{cn, a} A_r \Leftrightarrow \begin{bmatrix} R_{Y, cn} = R_{Y, cn, a} A_r, \\ R_{th, cn} = R_{th, cn, a} A_r \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Обратные обобщенным сопротивлениям величины представляют собой обобщенные проводимости стягивания:

$$\alpha_{cn, a} = \frac{1}{R_{cn, a}}, \quad (5)$$

$$\alpha_{cn} = \frac{1}{R_{cn}}. \quad (6)$$

Из рассмотренных положений следует, что обратная задача идентификации полного набора коэффициентов взаимодействия внутренних

элементов физической системы может быть решена итерационно последовательным перебором всех узлов МСП на каждой итерации. Для расчета первой итерации необходимо наличие первого приближения значений коэффициентов, которые вычисляются по некоторым физическим моделям взаимодействия или определены заранее.

Возможность использования микроскопических свойств вещества для термодинамического анализа тепловых процессов исследована в [3], [19-20].

На основе обзора современного состояния теории контактного теплообмена [4], теоретических и экспериментальных исследований тепловой проводимости в контактах твердых тел [21-29] развита модель одиночного теплового канала [5-7], разработан метод обобщенных сопротивлений [8] и выполнена количественная оценка влияния поверхностных нанопленок на тепловую проводимость в контактах металлов [9-11].

Проектные и поверочные расчеты КА делятся на расчеты наземных и летных испытаний (рисунок 1).

Целью проектных расчетов ТВИ составных частей КА является разработка программы и теоретическое обоснование тепловых режимов ТВИ, по которым выполняется проверка тепловых моделей СЧ.

Целью проектных расчетов летных испытаний СЧ КА является теоретическое обоснование тепловых режимов летной эксплуатации и выработка рекомендаций по доработке СЧ.

Целью поверочных тепловых расчетов ТВИ СЧ КА является проверка тепловых моделей СЧ КА, идентифицированных по результатам проектных расчетов, при граничных условиях, соответствующих измеренным внешним и внутренним воздействиям в ТВИ СЧ.

Целью поверочных тепловых расчетов летных испытаний СЧ КА является подтверждение тепловых режимов СЧ согласно предъявляемым требованиям для условий летной эксплуатации на основе идентифицированной тепловой математической модели с точностью, установленной в поверочных расчетах ТВИ СЧ.

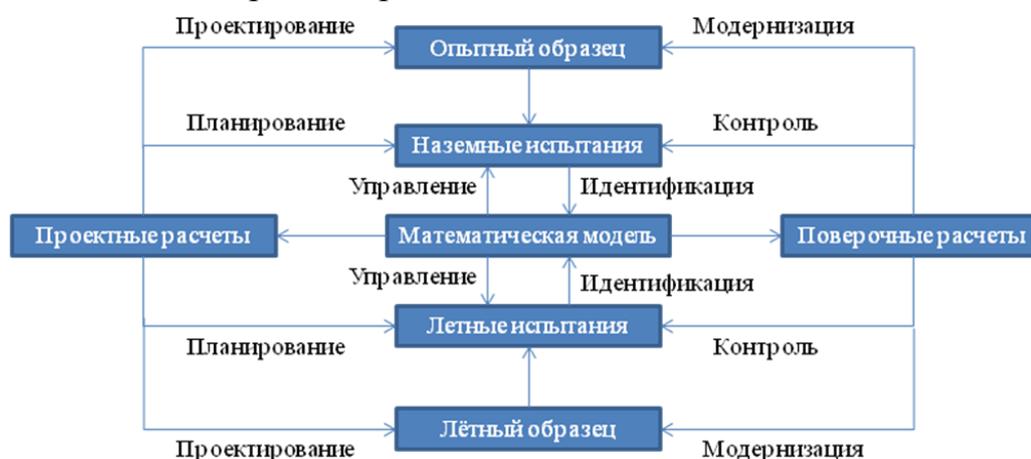


Рисунок 1 – Схема математического моделирования и экспериментальной отработки тепловых режимов СЧ КА

Оценка точности тепловой модели с распределенными параметрами осуществляется сопоставлением значений температур в местах установки датчиков с показаниями датчиков, полученными в ТВИ. Точность тепловой модели выражается абсолютной  $|\overline{\Delta T}|$  и относительной  $\delta T$  погрешностями температуры, рассчитанными по контрольной выборке результатов с установленными значениями доверительной вероятности, одна из которых равна надежности СТР СЧ. Абсолютная погрешность температуры вычисляется в каждой контрольной точке  $n$  по температуре  $T_{n,0}$  тепловой модели и показанию датчика  $T_{n,1}$  для каждого режима ТВИ [12], [31]:

$$|\Delta T_n| = |T_{n,0} - T_{n,1}|. \quad (7)$$

В качестве истинного значения температуры принимается показание датчика. Как следствие, погрешности тепловой модели имеют смысл расхождений с экспериментальными результатами и не учитывают погрешности измерения температуры и условий проведения ТВИ.

Абсолютная погрешность температуры СЧ определяется средним квадратичным для  $N$  точек контрольной выборки:

$$|\overline{\Delta T}| = \sqrt{\frac{\sum_{n=1}^N (\Delta T_n)^2}{N}}, \quad (8)$$

Относительная погрешность температуры СЧ равна частному среднего квадратичного отклонения и допустимого диапазона температуры:

$$\delta T = \frac{|\overline{\Delta T}|}{(T_{\max} - T_{\min})}, \quad (9)$$

где  $T_{\min}$ ,  $T_{\max}$  – границы диапазона.

Для оценки расхождения расчетных и экспериментальных данных в нестационарных режимах в данной работе сформулировано предположение об аналогии погрешности расчета и функции отклика электронного измерительного устройства. В случае процесса первого порядка производной по времени функция отклика имеет следующий вид:

$$y(\tau) = y_1 \left[ 1 - \exp\left(-\frac{\tau - \tau_0}{\tau_{0,63}}\right) \right], \quad (10)$$

где  $\tau_0$  – время подачи сигнала, с;  $\tau$  – время ( $\tau \geq \tau_0$ ), с;  $\tau_{0,63}$  – постоянная времени, с;  $y(\tau)$  – функция отклика;  $y_1$  – стационарное значение сигнала. В момент времени  $(\tau_0 + \tau_{0,63})$  значение функции составляет приблизительно 63% стационарного значения, а через  $5\tau_{0,63}$  – 99% (рисунок 2).

Справедливость предположения подтверждена теоретически в частном случае. Показано, что для граничных узлов термодинамически закрытых систем действует следующее уравнение [12]:

$$\tau_{0,63} = \frac{mc}{\alpha F} = \frac{C}{\alpha_a}, \quad (11)$$

где  $C$  – абсолютная теплоемкость граничного узла МСП, Дж/К;  $\alpha_a$  – абсолютная тепловая проводимость контакта граничного узла с одним из внутренних узлов, Вт/К. Данная величина является постоянной времени рассматриваемой системы в процессе нагрева или охлаждения. Поскольку постоянную времени процесса не сложно установить экспериментально по получаемой экспоненциальной зависимости, частное абсолютной теплоемкости узла системы и тепловой проводимости контакта позволяет идентифицировать один из этих параметров.

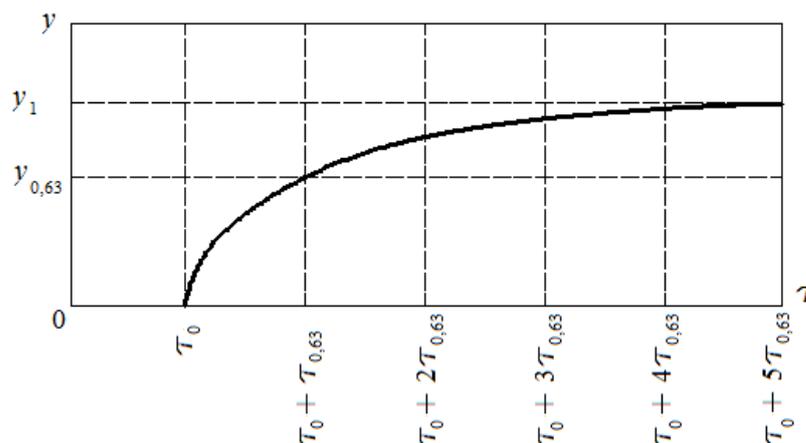


Рисунок 2 – Временная зависимость функции отклика для системы первого порядка

**В третьей главе** выполнен анализ вариационного метода Тихонова и метода итерационной регуляризации решения задач идентификации тепловых математических моделей с сосредоточенными параметрами. На основе проведенного анализа сформирован модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации. Получены аналитические выражения для расчета неопределенных множителей Лагранжа при определении градиента функционала и расчета шага спуска метода итерационной регуляризации. Полученные результаты обобщены для технических, в частности, космических систем.

Процессы теплообмена формализуются в виде математических моделей, средства выражения которых зависят от метода математического описания. Поскольку в дальнейшем речь пойдет о математических моделях с сосредоточенными параметрами, рассмотрим вопрос устойчивости решения системы [13-14], [16-17]

$$\mathbf{z}_\tau = \mathbf{f}(\tau, \mathbf{z}). \quad (12)$$

В краевой постановке неизвестной является  $N$ -мерная вектор-функция  $\mathbf{z}$  с компонентами  $T_1, \dots, T_N$ . Для ее определения достаточно начального условия

$$\mathbf{z}(0) = \mathbf{z}_0. \quad (13)$$

Устойчивость решения краевых задач на основе системы (12)-(13) полностью определяется характером функций  $f_i$  в правой части уравнений.

Задача идентификации функций  $f_i$  в правой части уравнений системы (12)-(13) некорректна по двум причинам. Во-первых, полный набор коэффициентов функций  $f_i$  линейно зависим, а количество коэффициентов в общем виде больше числа  $N$  уравнений, – решение неединственно. Во-вторых, наличие производных в правых частях уравнений системы предполагает их плохую обусловленность (свойство математической модели сохранять корректность решения при малых изменениях левой и правой части): малым изменениям правых частей могут отвечать большие (выходящие за допустимые пределы) изменения решения – решение неустойчиво.

Представим функцию  $\mathbf{f}(\tau, \mathbf{z})$  в виде произведения матричного оператора  $\mathbf{A} = \{a_{ik}(\tau)\}$  ( $i = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, N$ ) и вектора  $\mathbf{z}$ :

$$\mathbf{f}(\tau, \mathbf{z}) = \mathbf{A}(\tau)\mathbf{z}. \quad (14)$$

Взаимно заменим правую и левую части в уравнении (12)

$$\mathbf{A}(\tau)\mathbf{z} = \mathbf{z}_\tau \quad (15)$$

и решим полученную систему уравнений относительно вектора-столбца  $a_{in}(\tau)$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ):

$$\mathbf{E}\mathbf{a}_n = \mathbf{u}_n, \quad (16)$$

где  $\mathbf{E}$  – единичная матрица,  $\mathbf{a}_n$  – искомый вектор с координатами  $a_i$ ,  $\mathbf{a} = \{a_i\}_n$ ,  $\mathbf{u}_n$  – известный вектор с координатами  $u_i$ ,  $\mathbf{u} = \{u_i\}_n$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ). В дальнейшем для простоты индекс  $n$  не пишется:

$$\mathbf{E}\mathbf{a} = \mathbf{u}. \quad (17)$$

Поскольку на каждой итерации  $l$  вектор  $\mathbf{a}^{(l)}$  минимизирует норму  $\|\mathbf{E}\mathbf{a} - \mathbf{u}\|$  на всем пространстве  $R^N$ , он является псевдорешением системы (17).

В результате итерационного процесса формируется множество  $\mathbf{F}_a = \{\mathbf{a}^{(1)}, \mathbf{a}^{(2)}, \dots, \mathbf{a}^{(l)}, \mathbf{a}^{(l+1)}, \dots\}$  всех полученных псевдорешений.

Если  $\mathbf{a}^{(\infty)}$  – точное решение, удовлетворяющее уравнению (17), то из множества  $\mathbf{F}_a$  должно быть выбрано псевдорешение  $\mathbf{a}^{(m)}$ , нормальное относительно точного решения, т. е. такое, что

$$\|\mathbf{a}^{(m)} - \mathbf{a}^{(\infty)}\| = \inf_{\mathbf{a} \in \mathbf{F}_a} \|\mathbf{a} - \mathbf{a}^{(\infty)}\|. \quad (18)$$

Модифицированный вариационно-итерационный метод нахождения нормального решения (18), устойчивого к малым возмущениям вектора  $\mathbf{u}$  в правой части (а в общем виде и матрицы в левой части) основан на *методе регуляризации*, использующем вариационный принцип отбора приближенного решения.

Метод состоит из двух частей. Во-первых, с помощью любой методики метода простых итераций или другого необходимо найти приращение функции на текущей итерации:

$$\Delta \mathbf{a}^{(l)} = \mathbf{a}^{(l)} - \mathbf{a}^{(l-1)} \quad (l = 1, 2, \dots, m), \quad (19)$$

где  $\mathbf{a}^{(0)}$  – начальное приближение;  $\mathbf{a}^{(m)}$  – псевдорешение из множества  $\mathbf{F}_a$ , нормальное относительно точного решения  $\mathbf{a}^{(\infty)}$ . Во-вторых, в силу возможной неустойчивости решения итерационный процесс (19) может не

сходиться к нормальному псевдорешению и требовать регуляризации. Регуляризация решения производится методом Лагранжа в предположение, что вектор  $\mathbf{a}^{(l)}$  минимизирует сглаживающий функционал

$$M(\mathbf{a}^{(m)}, \mathbf{a}^{(l)}, \gamma) = \|\mathbf{a}^{(l-1)} - \mathbf{a}^{(l)}\|^2 + \gamma \|\mathbf{a}^{(l)} - \mathbf{a}^{(m)}\|^2, \quad (20)$$

где  $\gamma > 0$  – параметр регуляризации, определяемый однозначно по невязке в методе А.Н. Тихонова. Можно показать, что минимизация функционала (20) эквивалентна итерационной процедуре

$$\inf_{\mathbf{Q} \in \mathbf{F}_a} M(\mathbf{a}^{(m)}, \mathbf{a}^{(l)}, \gamma) \Rightarrow \mathbf{a}^{(m)} = \mathbf{a}^{(l)} - \beta \Delta \mathbf{a}^{(l)}, \quad (21)$$

где  $\beta = \{\pm 1/\gamma_i\}^T$  – безразмерный векторный шаг спуска, определяемый из решения следующей вариационной задачи.

Пусть искомые функции  $a_{ij} = a_{ij}(\tau)$  ( $i = 1, \dots, N$ ;  $j = 1, \dots, M$ ,  $M$  – количество точек временной сетки) получили вариации

$$\delta a_{ij} = -\beta_{ij} \Delta a_{ij} \quad (i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, M) \quad (22)$$

Тогда температура изменится на некоторую величину  $v_{ij}(\tau) = \delta T_{ij}$  ( $i = 1, \dots, N$ ;  $j = 1, \dots, M$ ), представляющую собой вариацию, удовлетворяющую некоторой краевой задаче, а функционал температурной невязки на итерации  $l$  запишется как

$$J(\mathbf{a} + \delta \mathbf{a}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M (T_{ij} + v_{ij} - T_{ij}^{(0)})^2, \quad (23)$$

откуда

$$v_{ij} = T_{ij}^{(0)} - T_{ij}. \quad (24)$$

Подставляя найденные вариации температуры в соответствующую краевую задачу и считая, что решение задачи определяется членами первого приближения, получаем уравнение для определения  $\beta_{ij}$ , в котором температуры  $T_{ij}$  являются решением краевой задачи (12)-(13) на текущей итерации, а производные  $dT_{ij}/d\tau$  выражаются из уравнения (12) после его решения относительно температур  $T_{ij}$ . Шаг спуска  $\beta = \{\beta_{ij}\}^T$  вычисляется  $NM$  раз и является индивидуальным для каждой строки искомой матрицы коэффициентов  $a_{ik}$  на каждом временном участке.

По теореме о неявной функции, для идентификации одной координаты вектора требуется измерение одной температуры. Задача определения всех строк (столбцов) матрицы  $\alpha_{ik}$  ( $i = 1, \dots, N$ ,  $k = 1, 2, \dots, N$ ) имеет неединственное решение и при наличии дополнительных условий решается приближенно с использованием вариационного принципа и методической возможности вычислять единый шаг спуска для каждого искомого вектора.

Приведенные рассуждения достаточно просто обобщаются для тепловых процессов в технических системах КА.

**В четвертой главе** разработана комбинированная методика расчета параметра регуляризации итерационного метода на основе вариационного метода Тихонова. Полученные результаты применены для идентификации

тепловой математической модели составной части космического аппарата и подтверждены вычислительным экспериментом.

Вычислительный эксперимент проведен на примере идентификации тепловых проводимостей математической модели составной части КА (рисунок 3).

Идентификация выполнена по экспериментальным данным, полученным в тепловых вакуумных испытаниях составной части КА в режиме предельного нагрева от инфракрасных имитаторов плотностью теплового потока до  $900 \text{ Вт/м}^2$  [13-14], [16].

Задача решена для случая начального приближения, заданного достаточно произвольно:

$$\mathbf{a}_1 = \{0 \alpha_{12} \alpha_{13} \alpha_{14}\} = \{0; 0,1; 0,1; 0\} \text{ Вт/К,}$$

$$\mathbf{a}_2 = \{\alpha_{21} 0 \alpha_{23} 0\} = \{0,1; 0; 0,1; 0\} \text{ Вт/К,}$$

$$\mathbf{a}_3 = \{\alpha_{31} \alpha_{32} 0 0\} = \{0,1; 0,1; 0; 0\} \text{ Вт/К,}$$

$$\mathbf{a}_4 = \{\alpha_{41} 0 0 0\} = \{0; 0; 0; 0\} \text{ Вт/К.}$$

Определение допустимых диапазонов в итерационных процессах осуществляется по значениям искомым проводимостей, рассчитанных аналитически по (1)-(2) и обеспечивающих значение  $131,9 \text{ К}^2$  суммарного функционала-невязки температуры (таблица 1) [13-14], [16]:

$$\mathbf{a}_1 = \{0 \alpha_{12} \alpha_{13} \alpha_{14}\} = \{0; 0,566; 7,41; 0\} \text{ Вт/К,}$$

$$\mathbf{a}_2 = \{\alpha_{21} 0 \alpha_{23} 0\} = \{0,566; 0; 0,01; 0\} \text{ Вт/К,}$$

$$\mathbf{a}_3 = \{\alpha_{31} \alpha_{32} 0 0\} = \{7,41; 0,01; 0; 0\} \text{ Вт/К,}$$

$$\mathbf{a}_4 = \{\alpha_{41} 0 0 0\} = \{0 0 0 0\} \text{ Вт/К.}$$

Поскольку пример является методическим, в нем выделено два предельных случая параметризации математической модели:

–  $\alpha_{14} = \alpha_{41} = 0$ , что исключает четвертое уравнение из системы и позволяет проверить, будет ли при таком условии идентифицированная функция  $\alpha_{14}(\tau)$  стремиться к нулю;

– экспериментальная температура узла 2 (внутренняя часть оптической защиты) задана постоянной и равной  $T_2^{(0)} = 273 - 10 \text{ К}$ , что вызвано отсутствием измеренных температур для этого узла и позволяет проверить, будет ли расчетная температура  $T_2$  стремиться к постоянному значению.

Среднеквадратичная ошибка температурных измерений для всей системы равна

$$\delta_T^2 = \sum_{i=1}^N D(T_i^{(0)}) = ND(T_i^{(0)}) = 1,44 \text{ К}^2.$$

Условие регуляризации является пределом точности итерационного процесса, поэтому более рационально останавливать вычисления по условию  $J_i^{(l)} \geq J_i^{(l-1)}$  или замедлению сходимости при достижении приемлемых значений функционалов и достаточно гладких зависимостей для искомым функций.

Расчеты выполняются методом итерационной регуляризации и модифицированным вариационно-итерационным методом на основе метода Тихонова с определением параметра регуляризации по комбинированной методике для задач идентификации с неустойчивым решением (рисунки 4-6, таблицы 1, 2). Единственность решения обеспечивается упрощением исходной системы до вида, в котором все искомые функции относятся к одному узлу и выражаются через  $\alpha_{23}(\tau)$ , которая и регуляризуется.

По результатам идентификации проверена применимость методов в предельных методических случаях:  $\alpha_{14} = \alpha_{41} \rightarrow 0$ ;  $T_2 \rightarrow T_2^{(0)} = 273 - 10 \text{ К}$ .

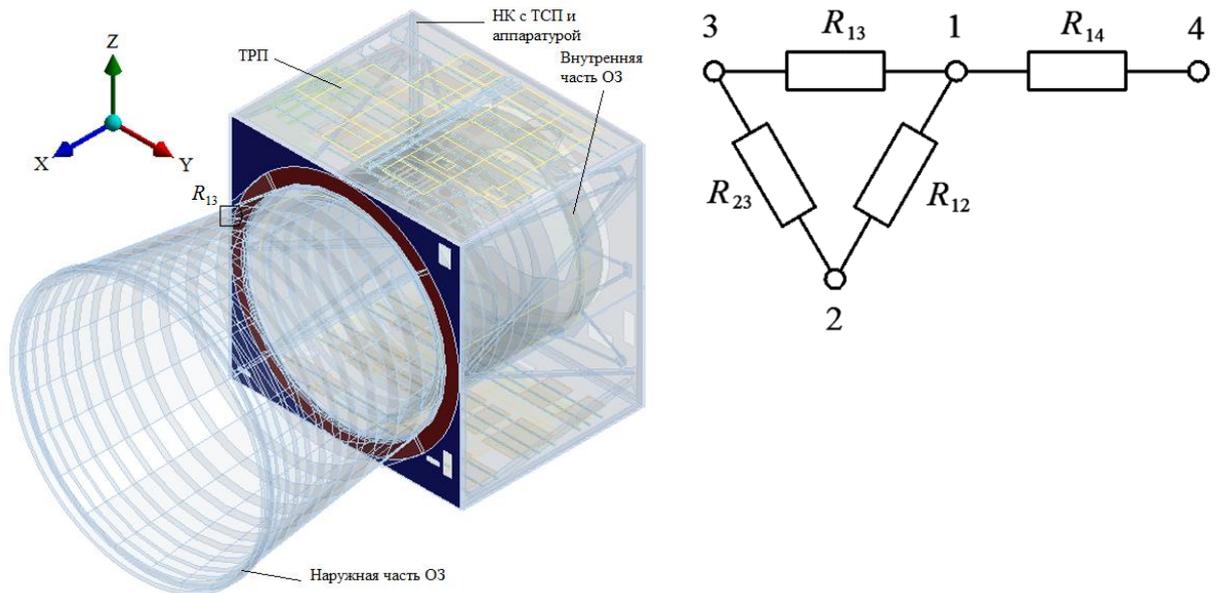


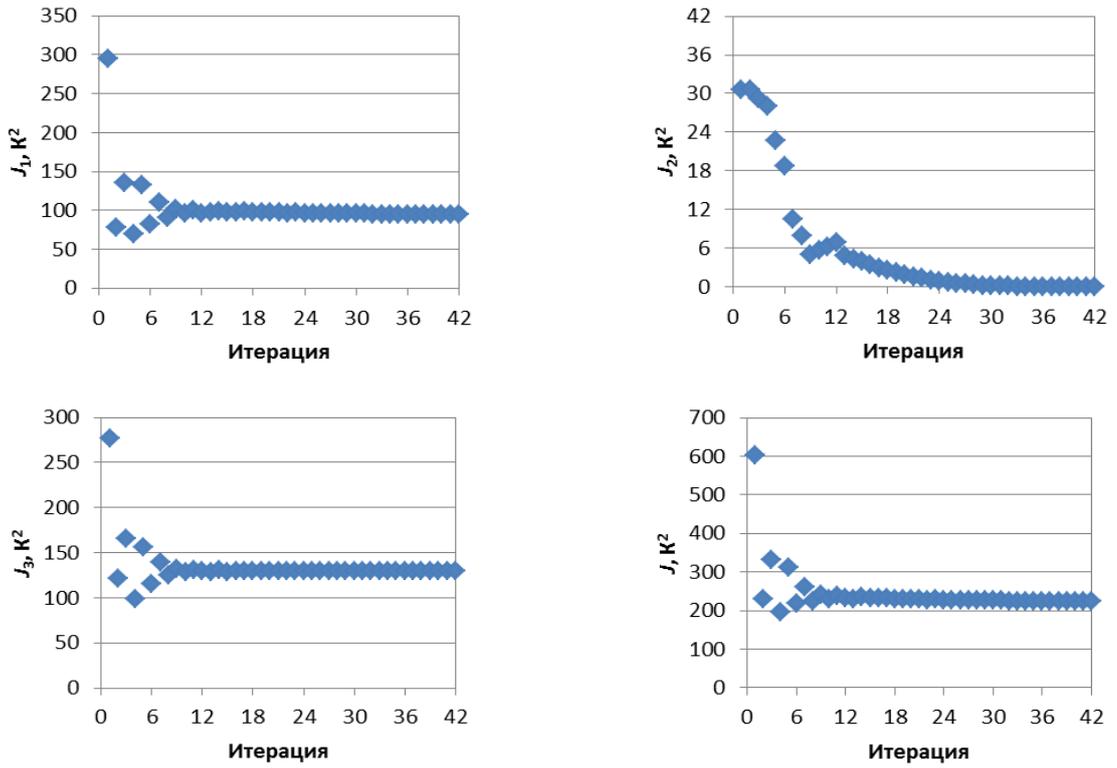
Рисунок 3 – Укрупненная модель с сосредоточенными параметрами составной части КА (1 – несущая конструкция с аппаратурой, 2 – внутренняя часть оптической защиты, 3 – наружная часть оптической защиты, 4 – рама)

Таблица 1 – Соответствие точек временной сетки времени испытаний

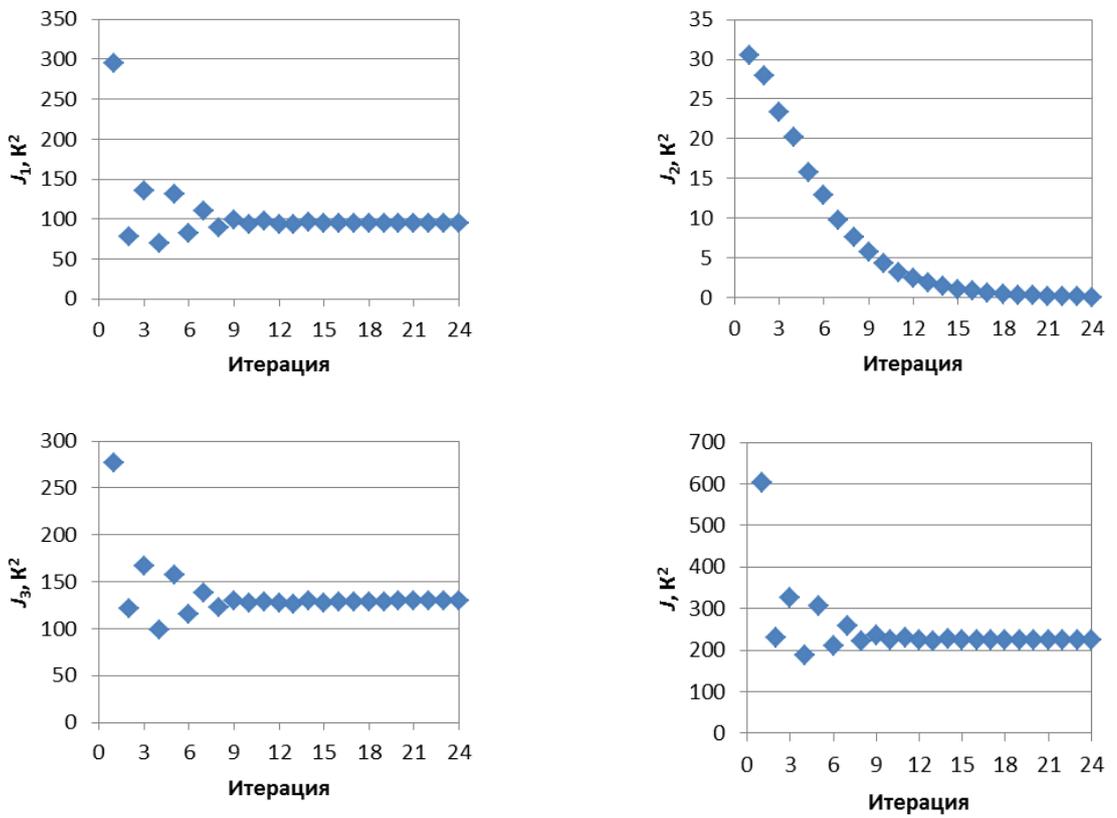
j	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\tau, \text{с}$	0	$1,20 \cdot 10^3$	$2,40 \cdot 10^3$	$3,60 \cdot 10^3$	$4,80 \cdot 10^3$	$6,00 \cdot 10^3$	$7,20 \cdot 10^3$	$8,40 \cdot 10^3$	$9,60 \cdot 10^3$	$1,08 \cdot 10^4$	$1,20 \cdot 10^4$	$1,32 \cdot 10^4$	$1,44 \cdot 10^4$

Таблица 2 – Спецификация итерационных процессов регуляризации в задаче идентификации тепловых проводимостей с неустойчивым решением

Метод	Начальные приближения	$\delta_T^2, \text{К}^2$	$m$	$J_1^{(m)}, \text{К}^2$	$J_2^{(m)}, \text{К}^2$	$J_3^{(m)}, \text{К}^2$	$J^{(m)}, \text{К}^2$
Аналитический	Нет	–	–	23,0	64,8	44,2	131,9
МИР	Произвольные	1,4	36	95,1	0,0	129,9	225,0
Метод Тихонова	Произвольные	1,4	12	93,7	2,413	127,9	224,0

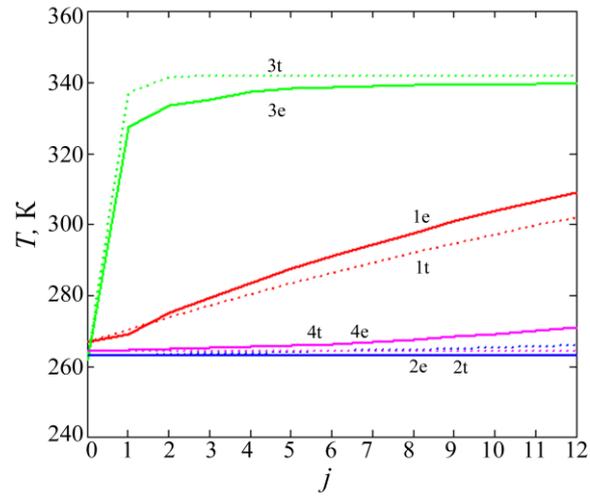


а – метод итерационной регуляризации

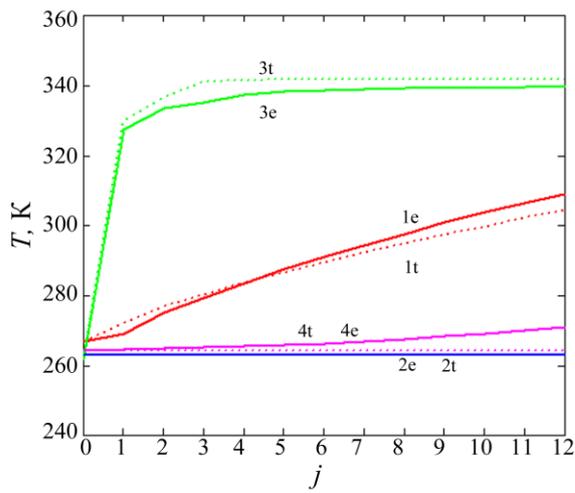


б – вариационный метод Тихонова

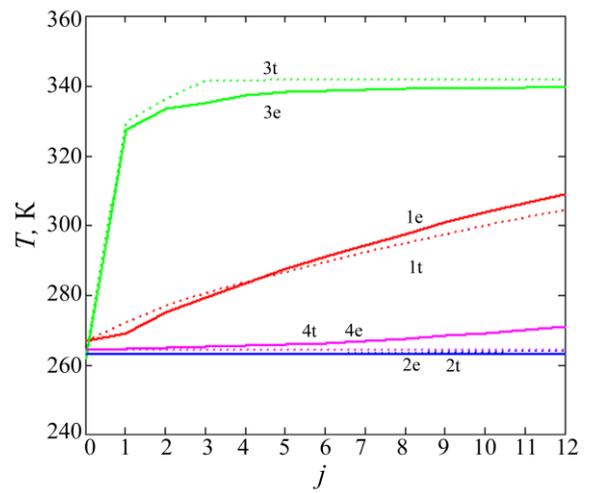
Рисунок 4 – Распределения значений функционалов  $J_1, J_2, J_3, J$  в зависимости от номера итерации в задаче идентификации с неустойчивым решением



а – на итерации 1

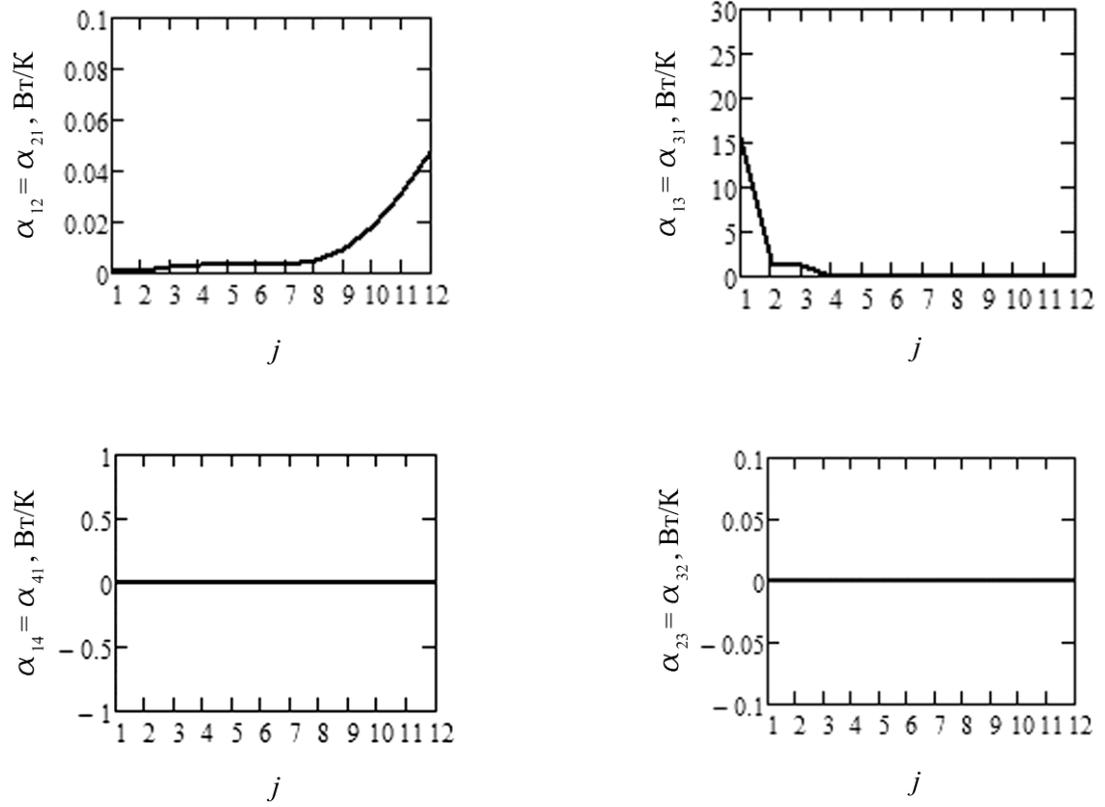


а – МИР, на итерации 36

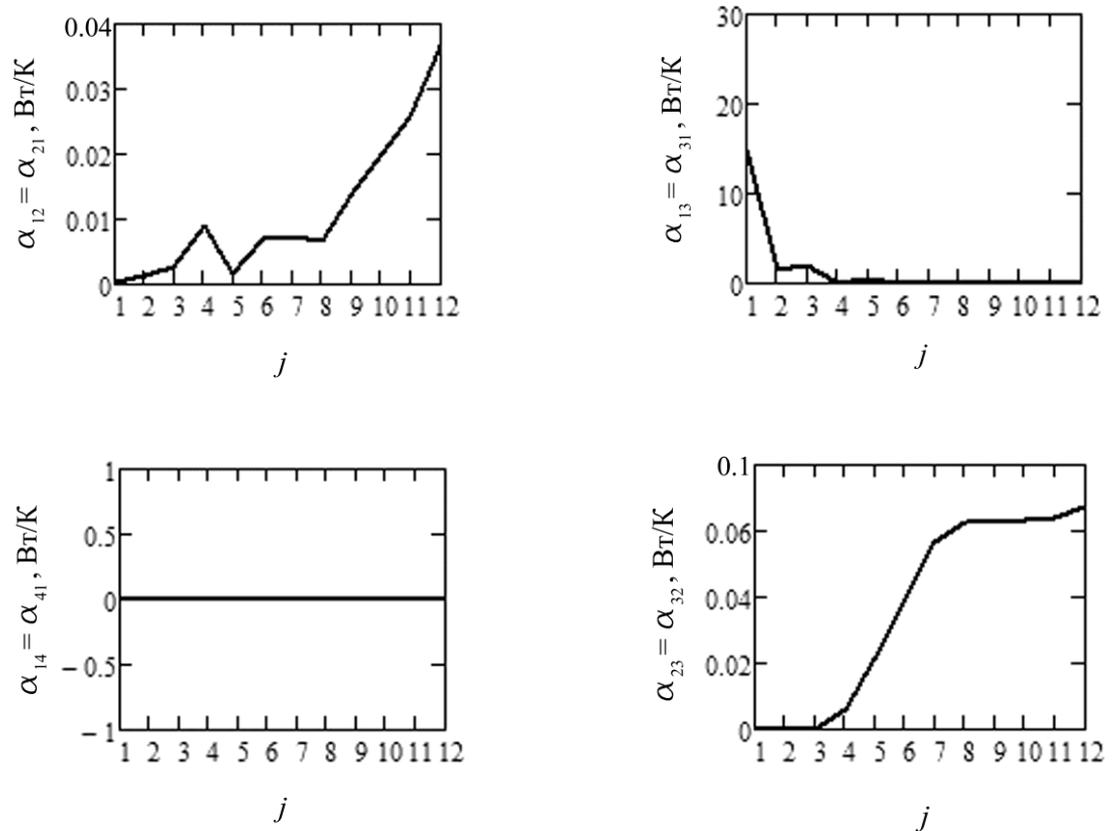


б – вариационный метод Тихонова, на итерации 12

Рисунок 5 – Корреляция временных зависимостей расчетных (t) и экспериментальных (e) температур в задаче идентификации с неустойчивым решением



а – метод итерационной регуляризации,  $m = 36$



б – вариационный метод Тихонова,  $m = 12$

Рисунок 6 – Временные зависимости искоемых функций на итерации  $m$  в задаче идентификации с неустойчивым решением

Устойчивость решений проверяется сопоставлением функций, определенных по возмущенному температурному полю, с идентифицированными функциями, которые считаются «истинными», а рассчитанное по ним температурное поле – «экспериментальным». На «экспериментальное» поле накладывается нормальное возмущение, полученное как четыре (по числу узлов) массива из 13 значений с математическим ожиданием, равным нулю, и средним квадратичным отклонением, равным 0,4, умноженных на  $C = 8$  К (рисунок 7).

В качестве «истинных» выбраны функции, идентифицированные соответствующим методом, рассчитанные по ним температуры – «экспериментальными».

Результаты применения метода итерационной регуляризации в случае нормального возмущения показаны на рисунках 8-9. В отличие от случая исходных экспериментальных температур идентифицированные функции определяются не на итерации 36, а на итерации 40, но являются близкими по значениям и характеру к идентифицированным при отсутствии возмущения [13-14].

Результаты применения вариационного метода Тихонова показаны на рисунках 10-11. Как и в случае исходных экспериментальных температур, идентифицированные функции определяются на итерации 12 по условию замедления сходимости температурного функционала и являются близкими по значениям и характеру к «истинным» функциям [14], [16].

Оба метода обеспечивают устойчивые решения, что следует из сохранения характера расчетных температур и искомых функций при возмущении «экспериментального» температурного поля. Отличие «истинных» функций, идентифицированных методами итерационной регуляризации и Тихонова, вызвано не наложением возмущений на «экспериментальное» температурное поле, а особенностями алгоритмов самих методов [14].

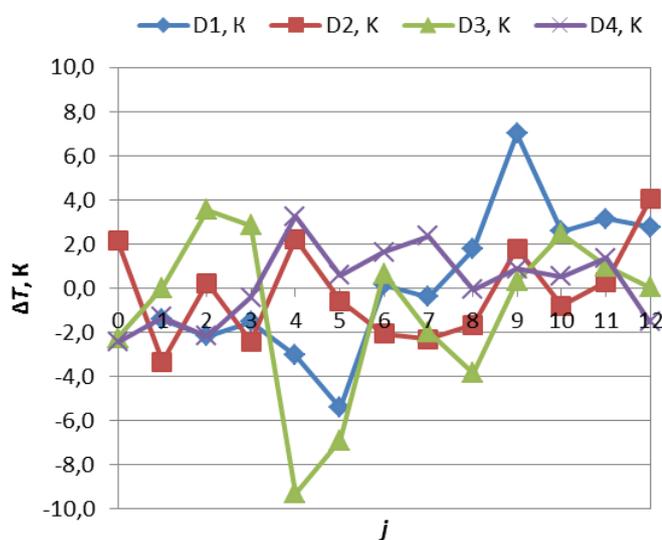


Рисунок 7 – Нормальное возмущение идентифицированного решения

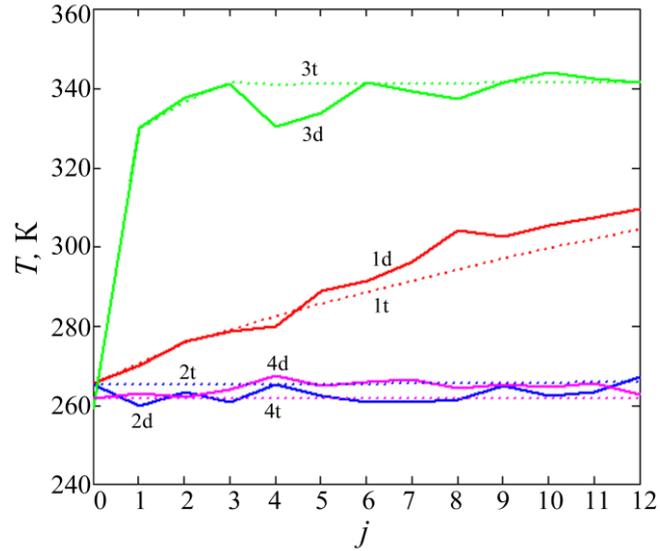


Рисунок 8 – Корреляция временных зависимостей расчетных (t) и возмущенных (d) температур на итерации 40 при нормальном возмущении (МИР)

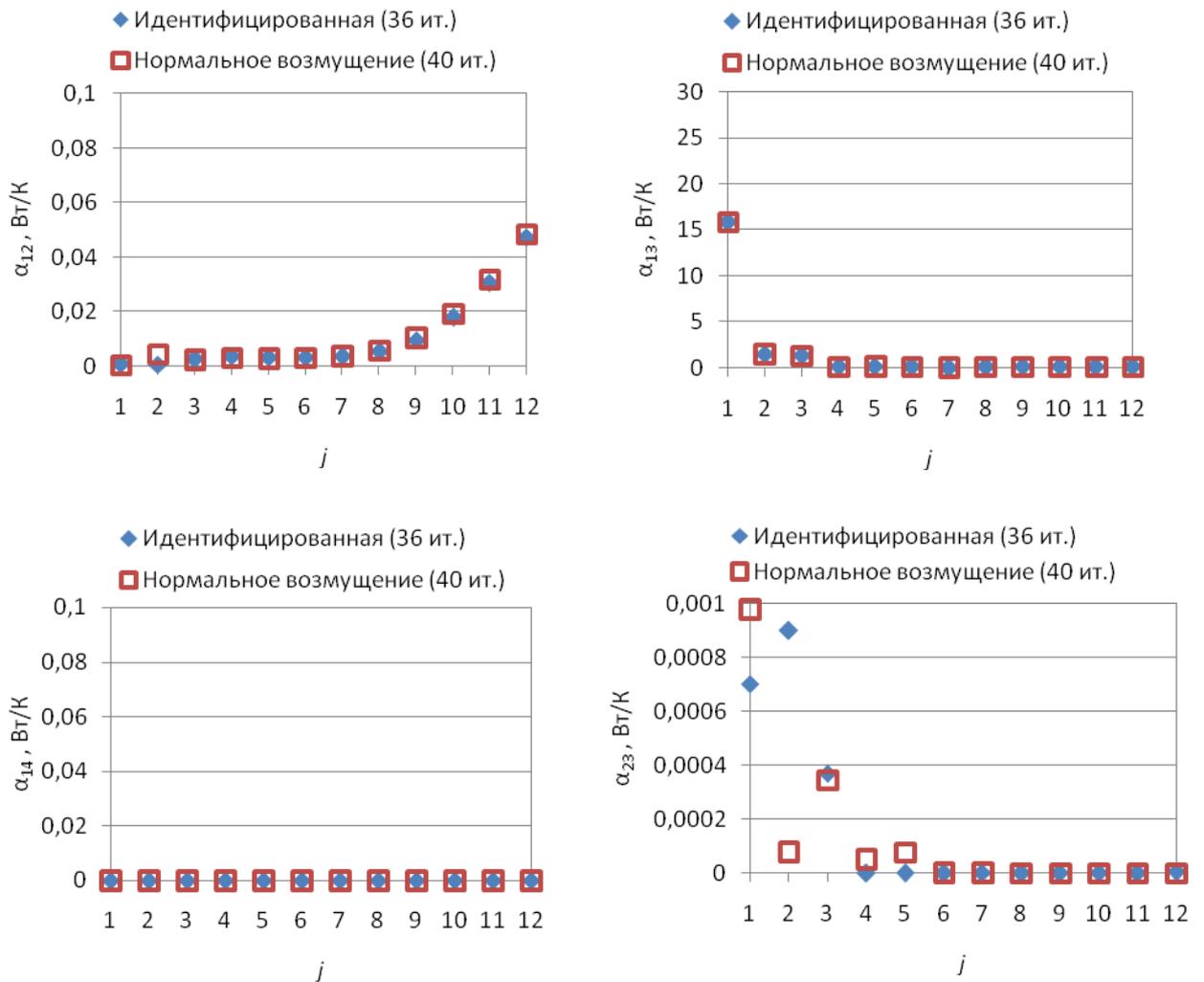


Рисунок 9 – Временные зависимости искомых функций при нормальном возмущении «экспериментальной» температуры (МИР)

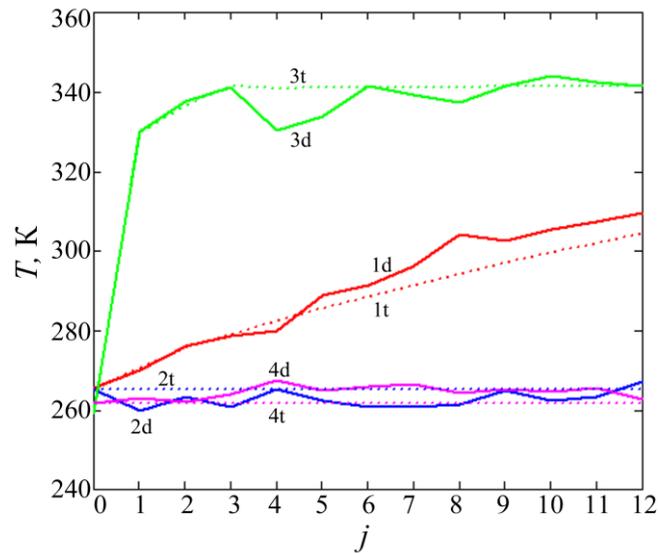


Рисунок 10 – Корреляция временных зависимостей расчетных (t) и возмущенных (d) температур на итерации 12 при нормальном возмущении (вариационный метод Тихонова)

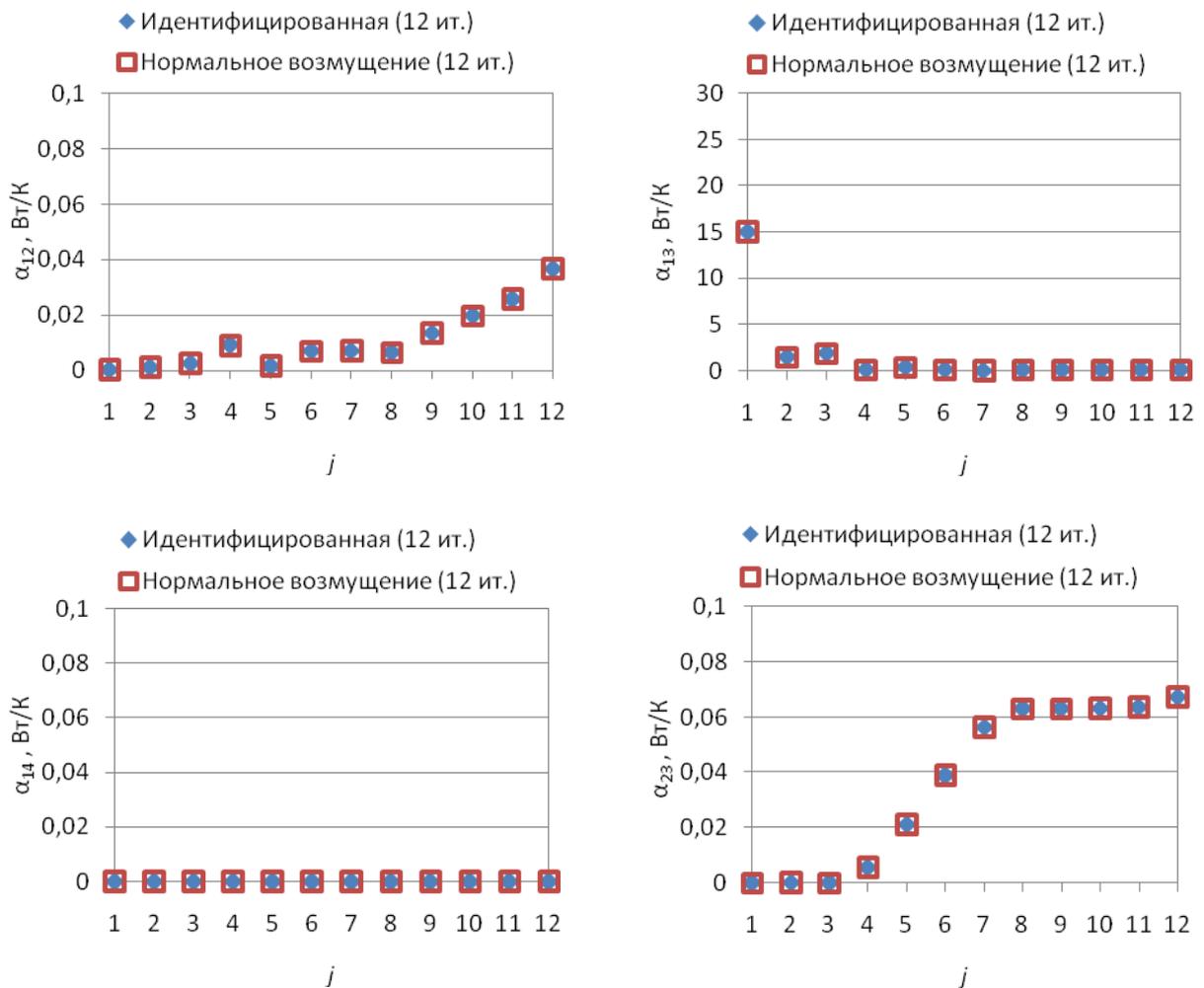


Рисунок 11 – Временные зависимости искомых функций при нормальном возмущении «экспериментальной» температуры (вариационный метод Тихонова)

**В пятой главе** результаты работы применены для идентификации теплового сопротивления сотовой панели (СП) и излучательной способности экранно-вакуумной тепловой изоляции (ЭВТИ) по экспериментальным данным, полученным в ТВИ СЧ КА, а также тепловой проводимости контурной тепловой трубы – по модельным массивам данных. По идентифицированным параметрам построена математическая модель составной части космического аппарата, использованная при его тепловой обработке. На основе идентифицированной математической модели теплообмена решена задача управления мощностью внутренних тепловых источников СЧ КА.

Идентификация математической модели ЭВТИ и СП проводится по показаниям двух групп АДТ в режимах ТВИ, имитирующих предельные условия эксплуатации (рисунок 10): «Д1» – внешний нагрев ИКИ, «Д2» – охлаждение криоэкранами с температурой 83 К, «Д3» – внутренний нагрев опытного образца за счет тепловыделений аппаратуры и электронагревателей, «Д4» – охлаждение криоэкранами с температурой 83 К [15], [17], [32].

Плотность  $q_7$  падающего потока инфракрасного излучения в зависимости от времени режимов «Д» имитации предельных условий эксплуатации показана на рисунке 12.

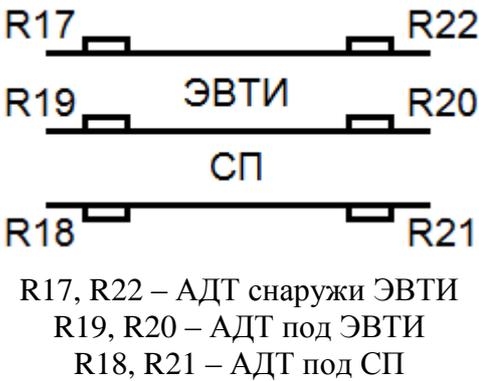
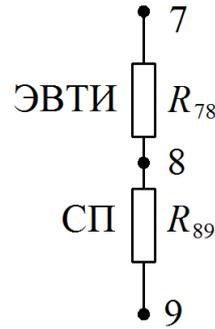


Рисунок 10 – Размещение АДТ на ЭВТИ и СП «Б1»



7 – внешняя поверхность ЭВТИ  
 8 – внешняя поверхность СП  
 9 – внутренняя поверхность СП

Рисунок 11 – МСП ЭВТИ и СП «Б1»

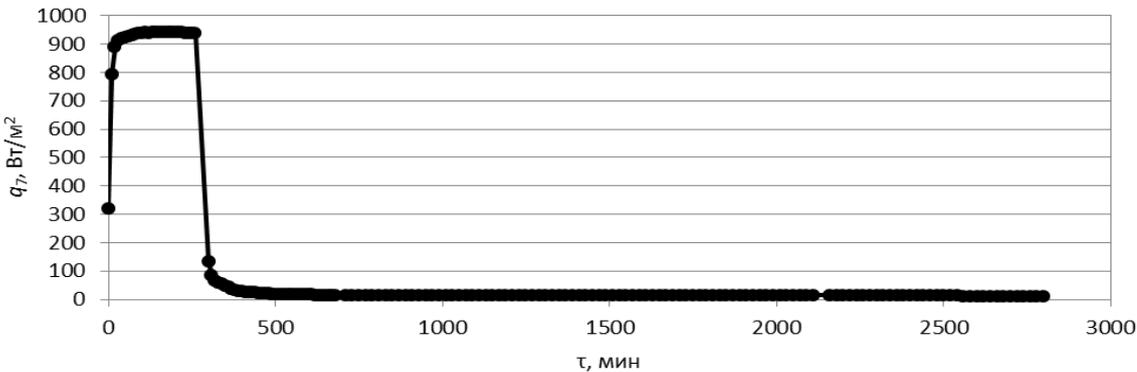


Рисунок 12 – Распределение плотности падающего потока инфракрасного излучения в зависимости от времени в режимах «Д1», «Д2», «Д3», «Д4»

Прямой расчет сопротивлений невозможен из-за отсутствия экспериментальных значений плотности теплового потока, проходящего через многослойную стенку, поэтому сопротивление ЭВТИ находится решением задачи идентификации МСП в удельных величинах, включающей три узла, соответствующие поверхностям МРП: узел 7 – внешняя поверхность ЭВТИ, узел 8 – внешняя поверхность СП, узел 9 – внутренняя поверхность СП (рисунок 11). Идентифицированные значения удельных тепловых сопротивлений ЭВТИ показаны на рисунке 13.

Результаты идентификации излучательной способности ЭВТИ методом регуляризации отображаются на рисунке 14. Начальное приближение излучательной способности ЭВТИ для всех режимов  $\varepsilon_7^{(0)} = 0,01$ .

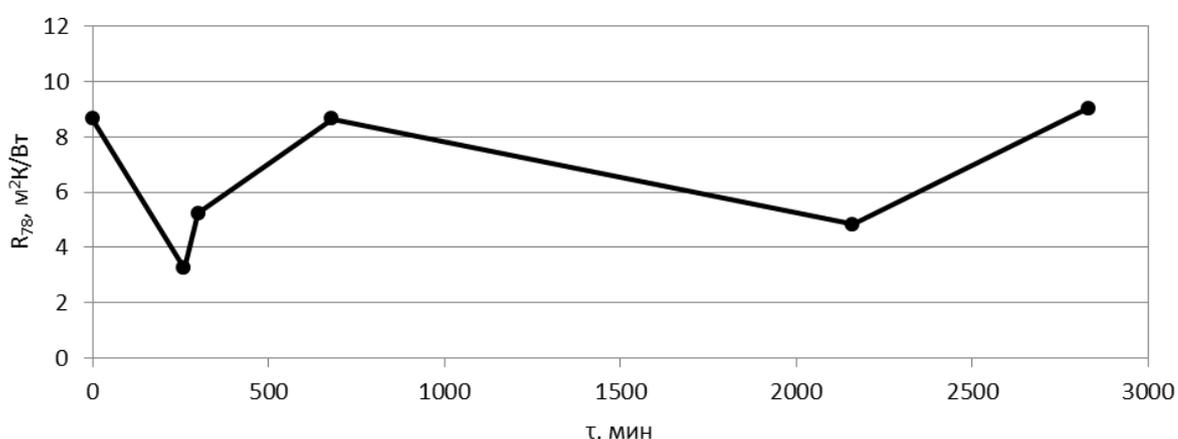


Рисунок 13 – Распределение удельного теплового сопротивления ЭВТИ в зависимости от времени в режимах «Д1», «Д2», «Д3», «Д4»

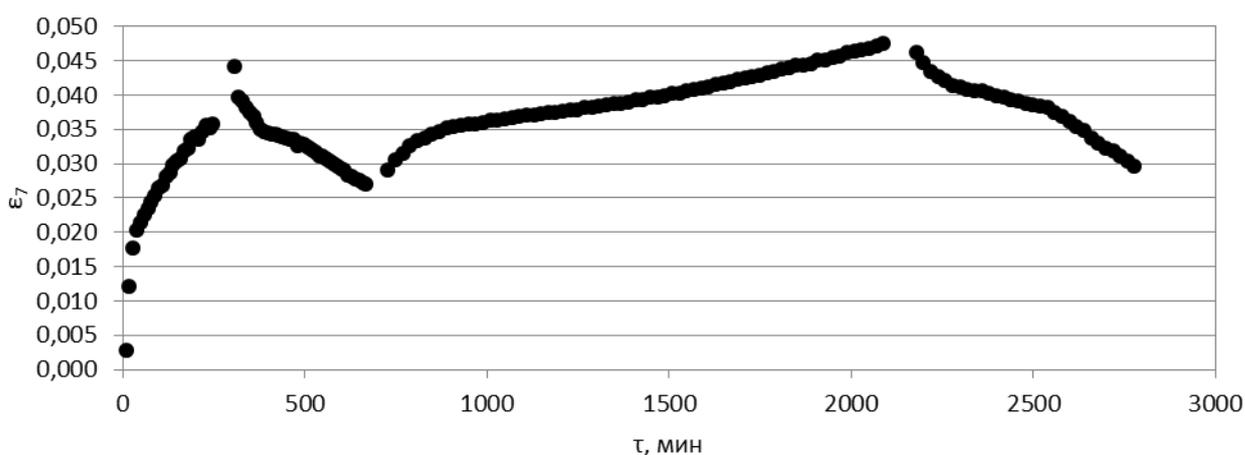


Рисунок 14 – Распределение излучательной способности ЭВТИ в зависимости от времени в режимах «Д1», «Д2», «Д3», «Д4»

Важно отметить, что в режиме «Д1» внешнего нагрева инфракрасными имитаторами идентифицируется спектральная излучательная способность в инфракрасном диапазоне, а в режимах «Д2», «Д3», «Д4» внешнего охлаждения криоэкранами – интегральная. Идентифицированные в этих режимах значения близки между собой, следовательно интегральная излучательная способность ЭВТИ приближенно равна спектральной в инфракрасном диапазоне длин волн.

Идентифицированные по двум группам датчиков функции времени  $\varepsilon_7(\tau)$  принадлежат диапазону значений  $[0,02; 0,05]$  с доверительной вероятностью  $P = 1 - 3/162 \approx 0,981$ , где три точки вне диапазона получены в режиме «Д1». Среднее арифметическое диапазона равно 0,035. Отсюда следует, что излучательная способность ЭВТИ как системы из множества слоев с коэффициентами излучения 0,04 и 0,05 проявляется не как излучательная способность наружного слоя, равная 0,62, а как приведенный коэффициент излучения, получаемый в результате взаимодействия внутренних слоев и имеющий значение не выше максимального значения излучательных способностей этих слоев [15], [17], [32].

Рассмотрим задачу идентификации проводимости контурной тепловой трубы (КТТ), которая изменяется в зависимости от температуры испарителя и конденсатора, обеспечивая тем самым необходимую температуру объекта охлаждения (рисунок 15). Испаритель тепловой трубы находится в контакте с объектом термического регулирования, а конденсатор расположен внутри радиатора, излучающего энергию в космическое пространство.

МСП теплообмена КТТ состоит из двух узлов: узел 1 – конденсатор, температуры конденсатора КТТ и радиатора считаются равными; узел 2 – испаритель, температуры испарителя и объекта охлаждения считаются равными (рисунок 16).

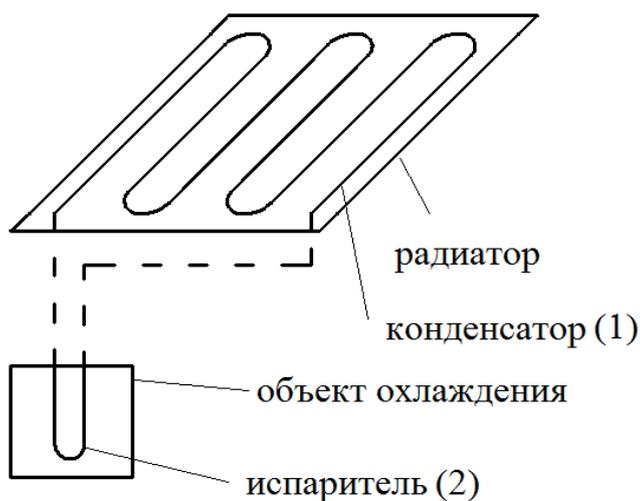


Рисунок 15 – Схема КТТ

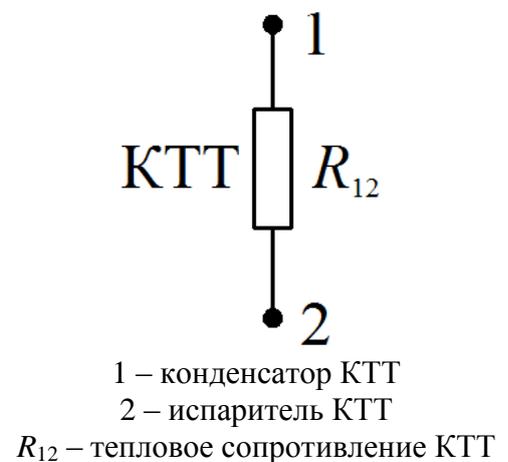


Рисунок 16 – МСП КТТ

Модельное распределение поглощенного радиатором потока инфракрасного излучения в зависимости от времени показано на рисунке 17, температур конденсатора и испарителя КТТ – на рисунке 18.

Среднеквадратичная ошибка температурных измерений для всей системы равна дисперсии и составляет  $0,068 \text{ K}^2$ . Погрешность входных данных не достигается в точках минимума функционала невязки, и критерием останова итерационных процессов является выполнение условия  $J_1^{(l)} \geq J_1^{(l-1)}$ . В то же время, значения  $J_1^{(m)}$  в точках минимума на несколько порядков меньше, чем на первой итерации (рисунок 19).

Начальное приближение тепловой проводимости для всех режимов  $\alpha_{a,12}^{(0)} = 0,1 \text{ Вт/К}$ . Искомая функция достигается за шесть итераций (рисунок 20).

В результате идентификации тепловой проводимости КТТ по модельным массивам поглощенного испарителем инфракрасного потока и температур испарителя и конденсатора получена ожидаемая зависимость проводимости трубы от поглощенного потока – чем более интенсивен поглощенный поток, тем меньше проводимость трубы (рисунок 21).

Таблица 3 – Спецификация итерационного процесса идентификации тепловой проводимости КТТ методом регуляризации

Режим	M	$\tau_{M+1}$ , с	$\tau_{M+1}$ , мин	$D(T_1^{(0)})$ , $\text{K}^2$	$J^{(m)}$ , $\text{K}^2$	$m$
Модельный	60	18000	300	0,068	20,1	6

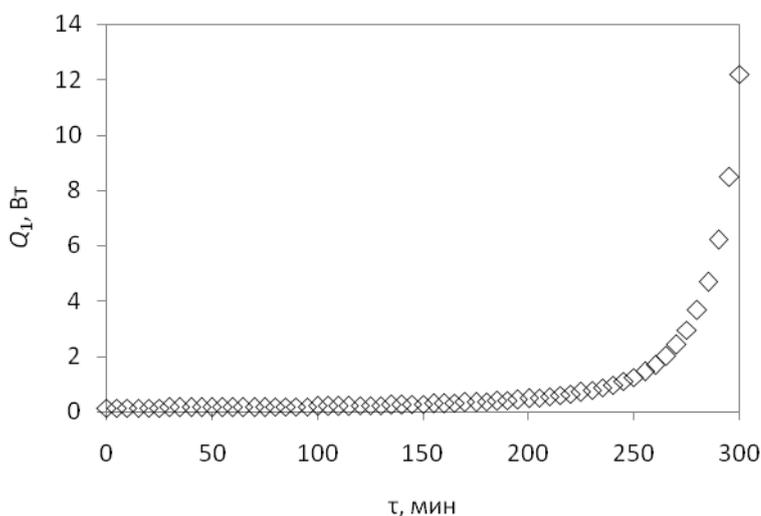


Рисунок 17 – Распределение поглощенного радиатором потока инфракрасного излучения в зависимости от времени



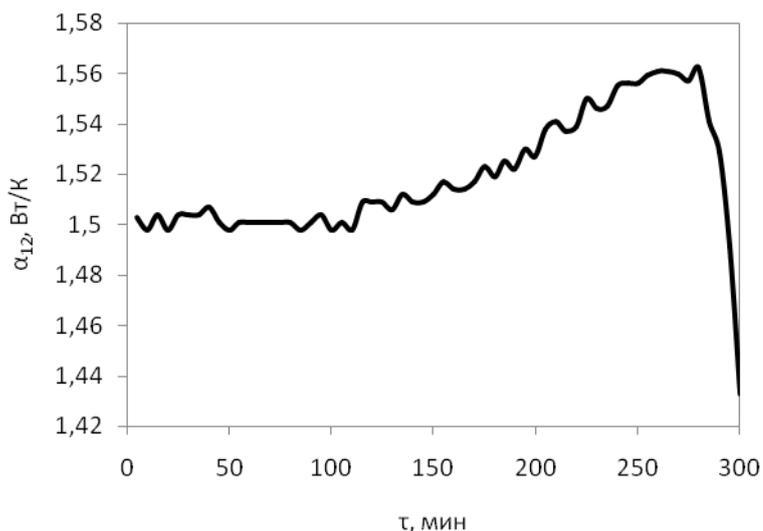


Рисунок 21 – Распределение абсолютной тепловой проводимости КТТ в зависимости от времени

Таблица 4 – Статистические характеристики тепловой модели СЧ в стационарных поверочных расчетах

Элемент модели	Внутренняя сторона ПП II		Внутренняя сторона ПП IV		Наружная сторона ТРП ПП II, IV		Наружная сторона ЭВТИ ПП II, IV	
	Значение	Число точек	Значение	Число точек	Значение	Число точек	Значение	Число точек
$ \Delta T _1, \text{ К}$	4,5	112	4,1	144	4,5	80	4,9	32
$ \Delta T _{0,98}, \text{ К}$	4,4	110	3,9	141	4,3	78	4,6	31
$ \Delta T _{0,9}, \text{ К}$	3,8	101	3,3	130	3,8	72	4,2	29
$ \Delta T _{0,85}, \text{ К}$	3,5	95	3,0	122	3,5	68	3,9	27
$T_{\max} - T_{\min}, \text{ К}$	60		60		60		60	
$\delta T_1$	$\pm 0,075$	112	$\pm 0,069$	144	$\pm 0,075$	80	$\pm 0,081$	32
$\delta T_{0,98}$	0,073	110	0,065	141	0,072	78	0,077	31
$\delta T_{0,9}$	0,064	101	0,055	130	0,063	72	0,070	29
$\delta T_{0,85}$	0,059	95	0,050	122	0,059	68	0,064	27

Окончание таблицы 4

Элемент модели	Наружная часть оптической защиты		ЭВТИ и СП		СЧ КА
	Значение	Число точек	Значение	Число точек	Всего точек
$ \Delta T _1, \text{ }^\circ\text{C}$	25,1	32	42,6	48	448
$ \Delta T _{0,98}, \text{ }^\circ\text{C}$	23,0	31	41,2	47	438
$ \Delta T _{0,9}, \text{ }^\circ\text{C}$	18,2	29	37,2	43	404
$ \Delta T _{0,85}, \text{ }^\circ\text{C}$	15,3	27	35,2	41	380
$T_{\max} - T_{\min}, \text{ К}$	275		275		275
$\delta T_1$	$\pm 0,091$	32	$\pm 0,155$	48	448
$\delta T_{0,98}$	0,084	31	0,150	47	438
$\delta T_{0,9}$	0,066	29	0,135	43	404
$\delta T_{0,85}$	0,056	27	0,128	41	380

По идентифицированным параметрам построена математическая модель составной части космического аппарата, использованная при его тепловой обработке. Идентифицированные МСП и МРП СЧ применялись для разработки проектных и поверочных расчетов режимов тепловых вакуумных испытаний и летной эксплуатации в соответствии с целями и задачами расчетов и обеспечили погрешности стационарных расчетов не более 9 % от ширины допустимых диапазонов температуры для всех элементов СЧ за исключением ЭВТИ с относительной погрешностью 15% (таблица 4) [1].

Обратные задачи теплообмена могут использоваться в интеллектуальных системах управления тепловыми режимами КА, получающих информацию о тепловом состоянии системы как по температурным датчикам, так и по датчикам теплового потока [18], и позволяющим до измерения предельной допустимой температуры конструкции изменить тепловую мощность внутренних тепловых источников КА.

Академиками В.П. Легостаевым и Е.А. Микриным сформулированы следующие принципы построения современных цифровых многоцелевых, многорежимных информационно-управляющих систем КА реального времени с длительным сроком активного существования: максимальные автоматизируемость, автономность, модульность, модифицируемость, гибкость управления по командной радиолинии, комплексирование задач управления в рамках цели проекта при наиболее эффективном распределении вычислительных ресурсов между потребителями.

Для обеспечения автоматизируемости, автономности и наилучшего распределения вычислительных ресурсов систем управления необходима разработка эффективных алгоритмов решения задач для различных потребителей, в том числе, для систем терморегулирования КА. При этом, возможно оптимальное по скорости перевода системы в заданное конечное состояние терминальное управление и оптимальное по определенному критерию качества на каждом временном шаге нетерминальное управление. Нетерминальное управление аналогично идентификации системы по экспериментальным данным и может осуществляться методами решения задач идентификации.

На основе итерационно-вариационного метода регуляризации решения задачи идентификации математических моделей теплообмена с сосредоточенными параметрами построена методика нетерминального управления тепловой мощностью внутренних источников космических аппаратов, применение которой в простейшей модели из трех узлов (рисунок 3) позволило получить решение на первой итерации (рисунки 22-25).

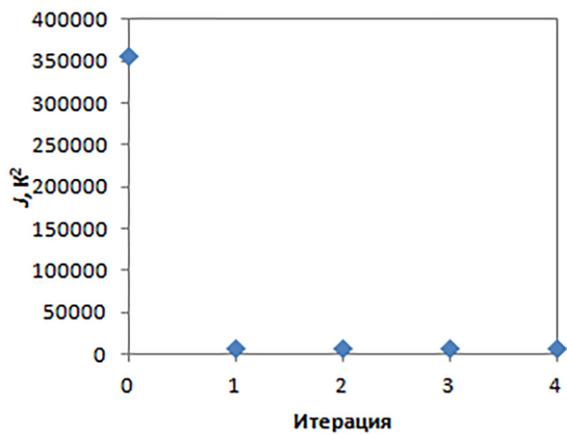


Рисунок 22 – Значения функционала невязки температуры в зависимости от номера итерации

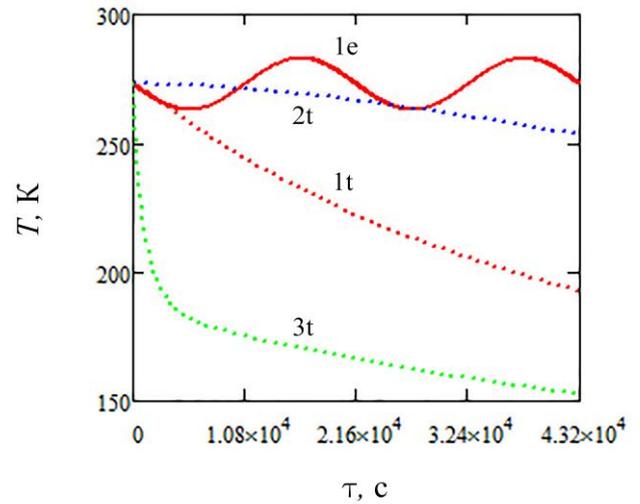
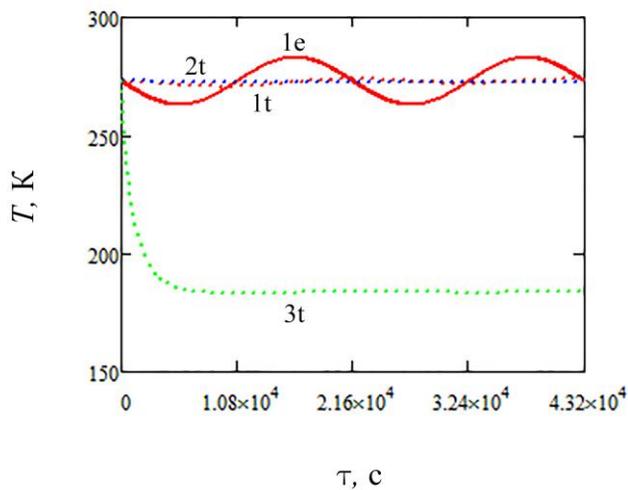
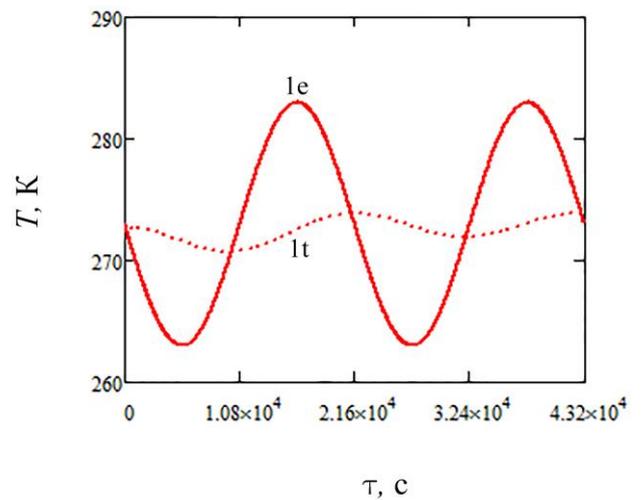


Рисунок 23 – Распределения температур в зависимости от времени при начальной тепловой мощности  $Q_1^{(0)}(\tau) = 0$  (1e – критерияльная температура первого узла; 1t, 2t, 3t – расчетные температуры первого, второго и третьего узлов)

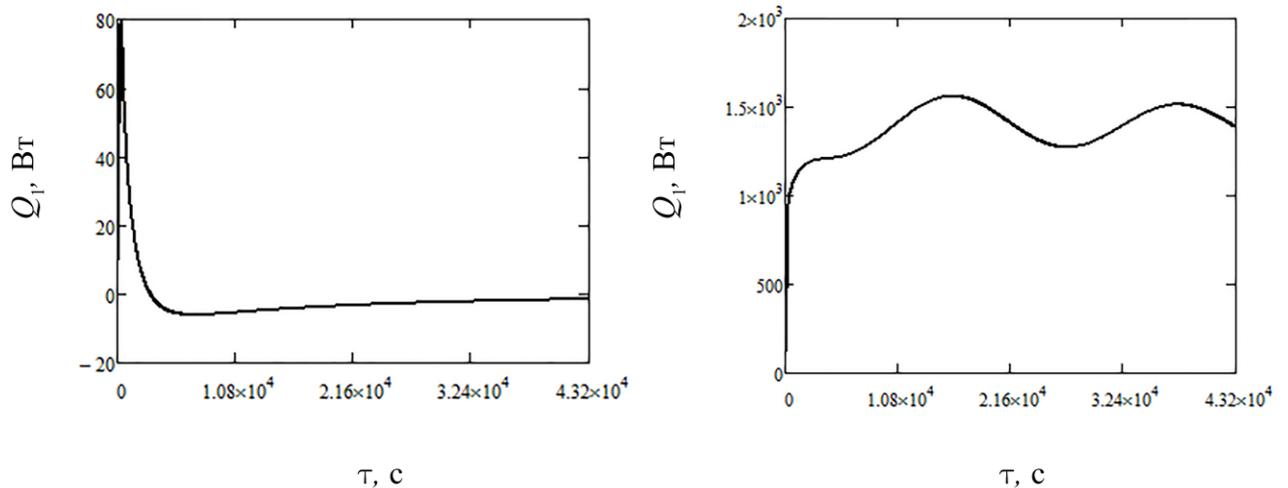


а – для первого, второго и третьего узлов



б – для первого узла

Рисунок 24 – Распределения температур в зависимости от времени при идентифицированной тепловой мощности  $Q_1^{(1)}(\tau)$  (1e – критерияльная температура первого узла; 1t, 2t, 3t – расчетные температуры первого, второго и третьего узлов)



а – нерегуляризованное решение

б – регуляризованное решение

Рисунок 25 – Распределения тепловой мощности  $Q_1^{(1)}(\tau)$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана методология тепловой отработки космических аппаратов расчетно-экспериментальным методом, основанная на тепловых расчетах и тепловых вакуумных испытаниях, с использованием двухуровневого метода математического моделирования и модифицированного вариационного метода итерационной регуляризации для идентификации математических моделей. Ключевой проблемой системной тепловой отработки расчетно-экспериментальным методом является идентификация математических моделей теплообмена.

2. Показано, что задача идентификации неизвестных функций матрицы тепловых связей математической тепловой модели с сосредоточенными параметрами, состоящей из обыкновенных дифференциальных уравнений, в общем виде имеет неединственное решение и может быть неустойчивой из-за плохой обусловленности. В случае неустойчивого решения использование методов итерационной регуляризации позволяет получить условно устойчивое решение, используя экспериментальную температуру одного узла для идентификации одной координаты искомого вектора. Решение задачи в общем виде имеет неединственное решение и может находиться приближенно с использованием расчета единого шага спуска (параметра регуляризации) для каждого искомого вектора. В этом случае требуется усиление вариационного принципа восстановлением достаточности дополнительных условий до использования экспериментальной температуры одного узла для идентификации одной координаты строки матрицы неизвестных коэффициентов, соответствующей этому узлу. Задача идентификации полного набора связей решается итерационно последовательным перебором узлов системы на каждой итерации при наличии первого приближения.

3. По результатам анализа вариационного метода Тихонова и метода итерационной регуляризации получены аналитические выражения для вычисления неопределенных множителей Лагранжа, входящих в выражения градиента функционала температурной невязки, и единые аналитические выражения шага спуска метода итерационной регуляризации и параметра регуляризации итерационного метода на основе вариационного метода Тихонова. При замене в выражении шага спуска функции градиента функционала разностью значений искомого вектора на двух соседних итерациях получается выражение безразмерного шага спуска, обратного параметру регуляризации. Полученные выражения обобщены для технических, в частности, космических систем и проверены вычислительными экспериментами для нелинейных задач.

4. Разработан модифицированный вариационный метод итерационной регуляризации (вариационно-итерационный метод) решения задач идентификации и комбинированная методика определения параметра регуляризации на основе минимизации сглаживающего функционала и функционала невязки температуры для решения нелинейных задач.

5. На основе аналогии погрешности нестационарного теплового расчета и функции отклика электронного измерительного устройства первого порядка производной по времени разработана методика оценки точности математических моделей теплообмена в термодинамически открытых технических системах КА и доказано в частном случае уравнение для идентификации теплоемкости и тепловой проводимости граничных узлов термодинамически закрытых технических систем.

6. Идентификация теплового сопротивления ЭВТИ прямым алгебраическим методом показывает, что тепловое сопротивление ЭВТИ зависит от условий освещенности, нагрева конструкции, продолжительности нагрева или охлаждения, изменяясь от  $3,4 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$  при нагреве инфракрасными имитаторами ( $900 \text{ Вт}/\text{м}^2$ ) в течение 240 минут до  $10,5 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$  при охлаждении криоэкранами (83 К) в течение 676 минут.

7. Идентификация излучательной способности ЭВТИ методом итерационной регуляризации и модифицированным вариационно-итерационным методом дает одни и те же результаты и показывает, что излучательная способность ЭВТИ изменяется от 0,02 при внешнем нагреве инфракрасными имитаторами (температура наружного слоя 330 К) до 0,05 при охлаждении криоэкранами (температура наружного слоя от 202 до 245 К) и существенно отличается от коэффициента излучения наружной поверхности (0,62). Отсюда следует, что излучательная способность ЭВТИ как системы определяется не поверхностными свойствами наружного покрытия, а интегральными свойствами, являющимися результатом взаимодействия внутренних слоев, коэффициенты излучения которых находятся в диапазоне от 0,04 до 0,06. Идентифицированные в режимах внешнего нагрева инфракрасными имитаторами и охлаждения криоэкранами значения близки между собой, следовательно, интегральная излучательная

способность ЭВТИ приближенно равна спектральной в инфракрасном диапазоне длин волн.

8. Применение идентифицированных параметров в тепловой математической модели СЧ КА позволило обеспечить погрешности стационарных расчетов не более 9 % от ширины допустимых диапазонов температуры для всех элементов СЧ за исключением ЭВТИ с относительной погрешностью 15 % и подтвердить тепловой режим СЧ КА расчетно-экспериментальным методом.

9. Модели с сосредоточенными параметрами удовлетворяют принципам современных цифровых систем управления КА. Сформулирована и решена модифицированным вариационно-итерационным методом задача нетерминального управления тепловой мощностью внутренних источников обобщенной модели с сосредоточенными параметрами, обеспечивающая для простейшей модели теплообмена в негерметичном космическом аппарате сходимости к устойчивому решению на первых итерациях.

## **ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в рецензируемых научных изданиях**

1. Викулов А.Г. Математическое моделирование теплообмена в космических аппаратах // Вестник Концерна ВКО «Алмаз – Антей». 2017. Т. 21 № 2. С. 71-88.
2. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Идентификация тепловых связей в математических моделях космических систем // Тепловые процессы в технике. 2014. №6. С. 274-282.
3. Vikulov A.G. Use of the microscopic properties of a substance for a thermodynamic analysis of thermal processes // Heat Transfer Research. 2008. Vol. 39. No. 8. P. 671-684.
4. Меснянкин С.Ю., Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Современный взгляд на проблемы теплового контактирования твердых тел // Успехи физических наук. 2009. Т. 179. №9. С. 945-970.
5. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Модель единичного теплового канала и ее применение для тепловых и электрических расчетов реальных соединений. Часть 1 // Тепловые процессы в технике. 2010. Т. 2, №3, с. 118-128.
6. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Модель единичного теплового канала и ее применение для тепловых и электрических расчетов реальных соединений. Часть 2 // Тепловые процессы в технике. 2010. Т. 2, №4, с. 169-179.
7. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Модель единичного теплового канала и ее применение для тепловых и электрических расчетов реальных соединений. Часть 3 // Тепловые процессы в технике. 2010. Т. 2, №5, с. 211-217.
8. Викулов А.Г., Викулов Д.Г., Меснянкин С.Ю. Метод обобщенных сопротивлений для комплексного исследования тепловых процессов // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17. № 4. С. 184-191.

9. Викулов А.Г. Определение толщины поверхностных пленок посредством электрических измерений в контакте металлов // Вестник Московского авиационного института. 2007. Т. 14. № 2. С. 47-52.

10. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Влияние поверхностных нанопленок на электрическую и тепловую проводимость контактов металлов // Инженерная физика. 2011. №10. С. 26-41.

11. Викулов А.Г., Викулов Д.Г., Меснянкин С.Ю., Фельдман А.Ю. Экспериментальное исследование электронной проводимости контакта алюминиевых материалов при наличии поверхностных нанопленок // Теплофизика высоких температур. 2015. Т. 53. № 1. С. 39-47.

12. Викулов А.Г. Оценка точности тепловых моделей космических аппаратов по результатам тепловых вакуумных испытаний // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. 2016. № 5. С. 38-42.

13. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Экстремальный метод идентификации тепловых математических моделей с сосредоточенными параметрами // Тепловые процессы в технике. 2015. №7. С. 307-317.

14. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Вариационный метод идентификации тепловых математических моделей с сосредоточенными параметрами // Тепловые процессы в технике. 2016. №5. С. 214-226.

15. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Идентификация редуцированной модели экранно-вакуумной тепловой изоляции // Тепловые процессы в технике. 2016. №11. С. 488-499.

16. Викулов А. Г., Ненарокомов А. В. Уточненное решение вариационной задачи идентификации математических моделей теплообмена с сосредоточенными параметрами // Теплофизика высоких температур. 2019. Т. 57. № 2. С. 234-245.

17. Викулов А.Г., Ненарокомов А.В. Идентификация математических моделей теплообмена в космических аппаратах // Инженерно-физический журнал. 2019. Т. 92. № 1. С. 32-45.

#### **Патенты**

18. Пат. 66039 Российская Федерация, МПК G01K 7/02. Датчик теплового потока [Текст] / Викулов Д. Г., Викулов А. Г., Меснянкин С. Ю.; заявитель и патентообладатель Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (RU). – № 2007114611/22; заявл. 17.04.2007 ; опубл. 27.08.2007, Бюл. № 24. – 2 с. : ил.

#### **Другие публикации**

19. Викулов А.Г. Использование микроскопических свойств вещества для термодинамического анализа тепловых процессов. Труды XVI Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках». 21-25 мая 2007 г., Санкт-Петербург. Т. 2. – М.: Издательский дом МЭИ. 2007. С. 231-236.

20. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Проблемы локального определения температуры в тепловых расчетах наносистем. Труды V Российской

национальной конференции по теплообмену: В 8 томах. Т. 8. Теплопроводность и теплоизоляция. – М.: Издательский дом МЭИ, 2010, с. 49-53.

21. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Электронная проводимость контактов твердых тел. – Saarbrücken, Germany: Lambert Academic Publishing, 2012. 170 с.

22. Викулов А.Г. Взаимосвязь теплообмена и электрических явлений в контакте. XI Туполевские чтения: Всероссийская (с международным участием) молодежная научная конференция. Казань. 8-10 октября 2003 года: Тезисы докладов. Т. 1. – Казань: Изд-во Казан. гос. техн. ун-та, 2003. С. 121.

23. Викулов А.Г., Меснянкин С.Ю. Теплопроводность в идеальном контакте твердых тел. Труды IV Российской национальной конференции по теплообмену: В 8 томах. Т. 7. Радиационный и сложный теплообмен. Теплопроводность и теплоизоляция. – М.: Издательский дом МЭИ, 2006. С. 179-182.

24. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. Применение свойств тесных контактов для теплового регулирования в космических энергетических установках. Труды XVI Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в энергетических установках». 21-25 мая 2007 г., Санкт-Петербург. Т. 2. – М.: Издательский дом МЭИ, 2007. С. 237-238.

25. Викулов А.Г., Викулов Д.Г., Меснянкин С.Ю. Контактный теплообмен в космических энергетических установках. Труды VI международной конференции «Авиация и космонавтика – 2007». 1-4 октября 2007 г. Москва. М.: Изд-во МАИ, 2007. С. 99.

26. Викулов А.Г. Контактная теплопроводность твердых тел и ее применение для термического регулирования в космических энергетических установках. Дисс. ... канд. техн. наук. – М.: МАИ, 200., 127 с – на правах рукописи.

27. Викулов А.Г. Контактная теплопроводность твердых тел и ее применение для термического регулирования в космических энергетических установках. Автореферат дисс. ... канд. техн. наук. – М.: МАИ, 2007, 30 с.: ил., табл. – на правах рукописи.

28. Викулов А.Г., Викулов Д.Г. VI Минский международный форум по тепло- и массообмену "MIF 2008", Минск, 19-23 мая 2008 г. Электронная статья.

29. Викулов А.Г., Викулов Д.Г., Меснянкин С.Ю. Электротепловая аналогия в контакте металлов. Труды XVII Школы-семинара молодых ученых и специалистов под руководством академика РАН А.И. Леонтьева «Проблемы газодинамики и тепломассообмена в аэрокосмических технологиях». 25-29 мая 2009 г., г. Жуковский. Т. 1. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. С. 123-127.

30. Викулов А.Г., Викулов Д.Г., Меснянкин С.Ю. Влияние поверхностных пленок на тепловую и электрическую проводимость в

контакте металлов. Труды V Российской национальной конференции по теплообмену: В 8 томах. Т. 8. Теплопроводность и теплоизоляция. – М.: Издательский дом МЭИ, 2010. С. 54-59.

31. Викулов А.Г., Кузнецов В.Е. Валидация тепловой модели составной части космического аппарата. Сборник трудов V международного межотраслевого молодежного научно-технического форума «Молодежь и будущее авиации и космонавтики». Москва, 2013 г. Электронная статья.

32. Nenarokomov A. V., Vikulov A. G., Kraynova I. V. et al. Heat transfer mathematical model of satellite based on thermal tests and inverse problems technique. Proc. 13th European Conf. on Spacecraft Structures, Materials & Environmental Testing, Braunschweig, Germany, 1–4 April 2014 (ESA SP-727, June 2014). E. Pub.

Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания № 9.9074.2017/БЧ Министерства образования и науки РФ.