На правах рукописи

Alen

Способин Андрей Витальевич

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ТЕЛ СВЕРХЗВУКОВЫМИ ПОТОКАМИ С ТВЁРДЫМИ ЧАСТИЦАМИ

Специальность: 1.1.9. – Механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат диссертации на соискание учёной степени доктора физико-математических наук Работа выполнена на кафедре «Вычислительная математика и программирование» ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный консультант:	Ревизников Дмитрий Леонидович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»
Официальные оппоненты:	Циркунов Юрий Михайлович, доктор физико-математических наук, профессор, профессор ФГБОУ ВО «Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова»
	Пахомов Максим Александрович, доктор физико-математических наук, профессор РАН, ведущий научный сотрудник ФГБУН «Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук»
	Новиков Андрей Валерьевич, доктор физико-математических наук, начальник отдела ФАУ «Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского»
Ведущая организация:	Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Объединенный институт высоких температур Российской академии наук

Защита состоится 17 марта 2023 года в 10 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.327.08 Московского авиационного института по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Московского авиационного института по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4. или на сайте МАИ по ссылке:

https://mai.ru/events/defence/doctor/index.php?ELEMENT_ID=169645

Автореферат разослан «____» ____ 2022 г.

Отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью, просим отправлять по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д. 4, Учёный совет МАИ.

Учёный секретарь диссертационного совета 24.2.327.08, доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник

moard-

В. Ю. Гидаспов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы исследования

В России и за рубежом проводятся интенсивные экспериментальные и расчетно-теоретические исследования высокоскоростных многофазных потоков, в том числе, немалое внимание уделяется вопросам обтекания тел потоками газа с дисперсной примесью. Результаты исследований многофазных потоков представлены в авторитетных журналах («Теплофизика высоких температур», «Математическое моделирование», «Механика жидкости и газа», «Тепловые процессы в технике», «International Journal of Heat and Mass Transfer», «Computational Thermal Sciences» и др.), докладываются на большом числе международных форумов, конференций и семинаров, отражены в ряде монографий. Теоретическую основу для представленной работы составляют труды российских учёных А. Ю. Вараксина, Э. Б. Василевского, А. Н. Волкова, Е. И. Губанов, Л. А. Домбровского, И. В. Егорова, Д. С. Михатулина, Р.И. Нигматуллина, А.Н. Осипцова, У.Г. Пирумова, Ю.В. Полежаева, Д.Л. Ревизникова, А. Л. Стасенко, Ю. М. Циркунова, В. Н. Шебеко. Исследование многофакторного воздействия сверхзвукового потока с примесью твёрдых частиц на поверхность обтекаемого тела представляет большой интерес для задач аэродинамики летательных аппаратов, прежде всего, преодоления на высокой скорости участков атмосферы с различными естественными или искусственными образованиями, конструирования ракетных двигателей, задач нанесения покрытий, а также обработки и резки материалов абразивным потоком. Производительность современных компьютеров, обусловленная в настоящее время широкими возможностями распараллеливания вычислений, в том числе, на графических процессорах, позволяют проводить численное моделирование двухфазного потока с учётом столкновений между частицами, полидисперсного состава примеси, конвективного И радиационного теплообмена дисперсной фазы с поверхностью, обратного влияния на несущий газ и эрозионного воздействия частиц на обтекаемое тело, моделировать движение отдельных крупных частиц в ударном слое, рассматривая каждую частицу как обтекаемый газом макрообъект с разрешением течения вблизи её поверхности. Разработка комплекса программ численного моделирования запылённых потоков представляет большой практический и научный интерес, поскольку проведение натурных и стендовых испытаний ограничены высокой технической сложностью и стоимостью, а использование пакетов программ решения задач газовой динамики общего назначения, как открытых, так и коммерческих, для моделирования двухфазного потока затруднено спецификой задачи, обусловленной необходимостью учёта ряда разнородных факторов, а также большим различием в масштабах моделируемых объектов, поскольку линейные размеры обтекаемого тела и частиц, даже условно крупных, различаются на несколько порядков.

Основные цели работы — разработка методов и средств математического моделирования обтекания тел сверхзвуковыми запыленными потоками, исследование механизмов многофакторного воздействия гетерогенных потоков на обтекаемую поверхность.

Задачами исследования являются:

Разработка вычислительной модели двухфазного ударного слоя вблизи поверхности обтекаемого сверхзвуковым запылённым потоком затупленного тела, основанной на прямом полномасштабном моделировании динамики дисперсной фазы. Реализация модели в виде комплекса программ.

Исследование роли столкновений между частицами и обратного влияния примеси на течение несущего газа с точки зрения формирования картины обтекания тела запылённым потоком, а также динамического, теплового и эрозионного воздействия примеси на поверхность тела для частиц разных размеров и при варьировании концентрации примеси в набегающем потоке.

Численное исследование изменения формы тела вследствие эрозионного воздействия двухфазного потока на основе модели энтальпии эрозионного разрушения.

Реализация вычислительной модели теплового излучения частиц в двухфазном ударном слое. Оценка величины потока энергии, передаваемого от нагретых частиц примеси к поверхности посредством излучения, для частиц различных размеров, а также экранирование собственного излучения поверхности. Исследование влияния столкновений частиц и полидисперсного состава примеси на тепловое излучение дисперсной фазы.

Построение вычислительной модели газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем в двумерной постановке. Исследование эволюции структуры течения газа в ударном слое при движении частицы. Изучение колебательного режима, возникающего при движении частицы вдоль оси симметрии кругового цилиндра с плоским торцом при обтекании сверхзвуковым потоком. Исследование возникновения зон локального повышения давления газа вблизи поверхности тела, а также роста конвективного теплового потока от газа к поверхности, вызванного изменением структуры течения вследствие движения частицы.

Построение и реализация вычислительной модели движения крупных частиц в ударном слое в трёхмерной постановке. Численное моделирование движения частицы по сложной траектории. Моделирование движения ансамбля частиц. Оценка воздействия возмущённого ударного слоя на поверхность.

Методы исследования

Основным методом исследования является математическое моделирование.

Научная новизна

В диссертационной работе методами численного моделирования решён ряд задач механики запылённых потоков и получены следующие новые результаты:

1. алгоритмы прямого численного моделирования динамики Разработаны дисперсной фазы в сверхзвуковом запылённом потоке, позволяющие учесть столкновения частиц друг с другом, их вращение, отражение от находящихся в потоке тел, а также обратное влияние примеси на течение несущего газа. Алгоритмы позволяют моделировать движение монодисперсной примеси частиц одного размера, а также полидисперсной примеси с заданным распределением частиц по размерам. Разработан метод частиц-представителей, позволяющий проводить прямое моделирование примеси с учётом столкновений между частицами в трёхмерной постановке при существенном сокращении вычислительных затрат.

2. Построена комплексная вычислительная модель многофакторного воздействия сверхзвукового запылённого потока на обтекаемую преграду, включающая модели двухфазного ударного слоя, теплопереноса и эрозионного разрушения преграды, радиационного теплообмена между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью. Модель позволяет в подробностях проследить картину движения, теплообмена и столкновительного взаимодействия полного ансамбля частиц в пылевом облаке, а

также получить детальную картину взаимодействия газа и дисперсной фазы с обтекаемой поверхностью.

3. С использованием разработанных методов И средств моделирования исследована роль столкновительного взаимодействия частиц, их вращения, а также обратного влияния примеси на течение несущего газа с точки зрения динамического и теплового воздействия на поверхность обтекаемой потоком преграды. Проведено разделение общего энергетического воздействия примеси на ударную составляющую, связанную с непосредственным взаимодействием частиц с поверхностью, и конвективную, обусловленную диссипацией кинетической энергии набегающих частиц при торможении в ударном слое, а также радиационную составляющую. Исследована роль составляющих при различных параметрах течения. Выполнен анализ влияния столкновений между частицами, обратного влияния примеси на течение газа, а также изменения формы преграды на интенсивность уноса массы и картину разрушения обтекаемого тела.

4. Исследовано обтекание тел полидисперсными запыленными потоками. Отмечено перераспределение энергетического и динамического воздействия на преграду между фракциями частиц различных размеров в случае бидисперсной примеси. Для полидисперсной примеси с заданным распределением частиц по размеру получены соотношения для эффективного размера монодисперсной примеси, эквивалентной с точки зрения энергетического воздействия потока на преграду.

5. Разработана вычислительная модель и программное обеспечение для расчёта высокоинерционной частицы в сверхзвуковом лвижения ударном слое В осесимметричной постановке с использованием адаптивных декартовых сеток. С помощью разработанной модели проведена серия вычислительных экспериментов, направленных на выявление характерных ударно-волновых и вихревых структур, образующихся при прохождении отраженной от поверхности частицы через волну. Исследованы варианты обтекания головную ударную цилиндра co сферическим затуплением и плоским торцом. Получены детальные пространственновременные картины газодинамического взаимодействия возмущенной области в окрестности частицы с макроскопическим течением в ударном слое и головной ударной волной. Вычислительные эксперименты показали, что важнейшую роль в формировании течения играет взаимодействие набегающего сверхзвукового потока с тороидальным вихрем, который образуется в сжатом слое вблизи оси симметрии и вызывает «невязкий» отрыв потока. Возникающая при этом кольцевая импактная струя обуславливает локальное повышение давления и теплового потока к обтекаемой поверхности. В случае обтекания цилиндра с плоским торцом в вычислительных экспериментах зафиксированы колебательные режимы течения, обусловленные чередованием стадий роста и распада тороидального вихря.

6. Проведено исследование колебательных режимов течения и теплообмена, индуцированных газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с ударным слоем. Полученные с помощью численного моделирования ударноволновые структуры, а также частоты и амплитуды колебаний хорошо согласуются с экспериментальными данными. Показано, что локальные величины давления и теплового потока в ходе колебательного процесса могут в несколько раз превышать значения для стационарного «невозмущенного» течения.

7. Исследовано множественное воздействие частиц на ударный слой и интенсивность конвективного теплообмена. Проведенные вычислительные эксперименты показали, что газодинамическое взаимодействие последовательности

5

частиц с ударным слоем обеспечивает поддержание повышенного уровня тепловых потоков в течение всего временного цикла и способствует общей интенсификации конвективного теплообмена.

8. Разработаны алгоритмы моделирования движения крупных частиц в ударном слое в полномасштабной трёхмерной постановке на основе бессеточного метода решения системы уравнений газовой динамики. Выполнена программная реализация алгоритмов на графических процессорах. Исследовано газодинамическое взаимодействие ансамбля частиц при движении по сложным траекториям в ударном слое. Получено кратное усиление теплового потока вблизи критической точки при движении частицы в ударном слое у поверхности сферы, что хорошо согласуется с данными экспериментов.

Научная И практическая значимость работы состоит В TOM, что разработанные вычислительные алгоритмы и программное обеспечение могут использоваться для расчёта обтекания тел сверхзвуковым потоком газа с примесью частиц, в том числе, моделирования движения летательного или спускаемого аппарата в условиях запылённой атмосферы, а также эрозионного разрушения преграды, обтекаемой двухфазным потоком газа с частицами. Разработанные в диссертации алгоритмы решения нестационарных задач газовой динамики в совокупности с их программной реализацией на графических процессорах позволяют производить расчёт высокоскоростных течений вязкого и невязкого газа в областях со сложной подвижной геометрией.

Достоверность и обоснованность представленных в диссертационной работе результатов обеспечивается строгостью математических постановок, разработкой адекватных исследуемым процессам и явлениями физико-математических моделей, устойчивостью и сходимостью численных методов, тестированием вычислительных алгоритмов и реализующего их программного обеспечения, сравнением результатов численных расчётов с данными натурных и стендовых экспериментов, аналитическими решениями, а также с результатами расчётных и теоретических исследований других авторов.

Апробация работы

Основные результаты по теме работы были представлены и обсуждались на многочисленных российских и международных научных конференциях, форумах и семинарах:

- VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII Международная конференция по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ) (Санкт-Петербург, 2006; Алушта, 2008, 2010, 2012, 2014, 2016, 2018);
- IV, V, VI, VII, VIII Российская национальная конференция по теплообмену (РНКТ) (Москва, 2006, 2010, 2014, 2018, 2022);
- V международный аэрокосмический конгресс IAC'06 (Москва, 2006);
- XIII, XIV, XVI International Heat Transfer Conference (IHTC) (Sydney, Australia, 2006; Washington DC, USA, 2010; Beijing, China, 2018);
- XVI, XVIII Школа-семинар молодых ученых и специалистов «Проблемы газодинамики и теплообмена в энергетических установках» под руководством академика РАН Леонтьева А. И. (Санкт-Петербург, 2007; Звенигород, 2011);

- VIII, XV International Symposium on Advances in Computational Heat Transfer (CHT) (Marrakech, Morocco, 2008; Piscataway, USA, 2015);
- VI Минский международный форум по тепло- и массообмену (Минск, 2008);
- International Symposium on Convective Heat and Mass Transfer in Sustainable Energy (Tunisia, 2009);
- XXXIX, XL Summer School–Conference Advanced problems in mechanics (St. Petersburg, 2011, 2012);
- XXIII, XXVI Семинар по струйным, отрывным и нестационарным течениям (Томск, 2012; Санкт–Петербург, 2022);
- 9th International Conference on Multiphase Flow (ICMF) (Firenze, Italy, 2016);
- XIII, XIV Международная конференция по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли (AMMAI) (Алушта, 2020, 2022);
- XIX, XX Международная конференция Авиация и Космонавтика (Москва, 2020, 2021).

Благодарности

Результаты исследования, вошедшие в диссертацию, были получены в рамках выполнения проектов, поддержанных Российским фондом фундаментальных исследований (гранты 12-08-00867, 15-08-06262, 18-08-00703), и государственного задания Минобрнауки России, номер темы FSFF-2020-0013.

Личный вклад автора

Автор принимал непосредственное участие в постановке задач, разработке вычислительных моделей, алгоритмов и программного кода, проведении расчётов, обработке и анализе результатов численного моделирования, подготовке статей и докладов на конференциях. Автором самостоятельно реализованы в виде программного кода используемые алгоритмы и численные методы решения задач, проведены вычислительные эксперименты, анализ полученных данных и их верификация. Положения диссертации, выносимые на защиту, получены соискателем самостоятельно. В совместных публикациях автору принадлежат разработка методики расчетов, вычислительных алгоритмов и программного кода, проведение вычислительных экспериментов и участие в анализе полученных результатов.

Публикации

Основные результаты диссертационной работы представлены в 25 статьях в журналах, входящих в перечень ВАК, либо индексируемых в Scopus и Web Of Science, а также в 47 публикациях в сборниках трудов тематических конференций, форумов и семинаров. Зарегистрированы 2 программы для ЭВМ.

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав и заключения. Полный объем диссертации составляет 313 страниц со 188 рисунками. Список литературы включает 361 наименование.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы концепция и основные положения диссертационной работы.

В первой главе работы представлена комплексная физико-математическая модель двухфазного ударного слоя, возникающего у поверхности затупленного тела при обтекании сверхзвуковым потоком газа с примесью твёрдых частиц, в плоской двумерной постановке. Комплексная модель построена на сопряжении системы уравнений газовой динамики ударного слоя и вычислительной модели динамики

дисперсной фазы, в основе которой лежит дискретно-элементный метод, предполагающий вычисление положения и соответствующих параметров каждой моделирующей частицы в различные моменты времени. Представленный дискретноэлементный метод реализован в наиболее полном варианте, предполагающем соответствие каждой моделирующей частице одной реальной при заданных условиях вычислительного эксперимента. Учитываются столкновения между частицами, а также обратное влияние частиц на течение несущего газа, что необходимо при высоких значениях концентрации примеси. При этом движение самих частиц рассматривается в трёхмерном пространстве, для чего разработана квазитрёхмерная модель столкновительной примеси.

Система модифицированных уравнений Эйлера в плоской двумерной декартовой системе координат в сочетании с уравнением состояния идеального газа описывают течение газа с учётом обратного влияния дисперсной примеси:

$$\begin{split} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(q)}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(q)}{\partial y} &= \mathbf{N}, \\ \mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, \ \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \ \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{pmatrix}, \ \mathbf{N} = \begin{pmatrix} 0 \\ -\langle f_{px} \rangle \\ -\langle f_{py} \rangle \\ -\langle f_p \mathbf{v}_p + \mathbf{T}_{\omega p} \mathbf{\omega}_p + q_c \rangle \end{pmatrix}, \\ e &= \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{u^2 + v^2}{2}, \ H = e + \frac{p}{\rho}, \ p = \rho RT, \end{split}$$

где ρ – плотность, p – давление, T – температура газа, u и v – компоненты скорости газа, γ – показатель адиабаты, R – газовая постоянная, \mathbf{q} - вектор консервативных переменных. Компоненты вектора **N** имеют смысл плотности источников импульса и полной энергии от дисперсной фазы к газовой. Используются осреднённые по вычислительной ячейке сила \mathbf{f}_p и момент сил $\mathbf{T}_{\omega p}$, действующие на

частицы примеси, q_c - конвективный тепловой поток от газа к частицам.





Рис. 1.2. Аппроксимация краевых условий методом погруженной границы

Решение системы уравнений Эйлера осуществляется посредством TVDмонотонизированного варианта метода Хартена-Лакса-Ван Лира (HLL) второго порядка точности по пространству. Дискретизация системы уравнений газовой динамики выполняется на адаптированной к геометрии области декартовой вычислительной сетке (рис. 1.1). Аппроксимация краевых условий на криволинейной границе осуществляется согласно методу погруженной границы с фиктивными ячейками на прямоугольных сетках (рис. 1.2).

Модель динамики дисперсной фазы описывает движение частиц примеси и теплообмен с несущей средой, учитываются столкновения частиц в потоке и их отражение от обтекаемой поверхности. Частицы моделируются однородными твердыми шарами заданной плотности. Движение и теплообмен одиночной частицы в газовом потоке описывается системой уравнений

$$m_p \frac{d\mathbf{v}_p}{dt} = \mathbf{f}_p = \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_M , \ I_p \frac{d\mathbf{\omega}_p}{dt} = \mathbf{T}_{\boldsymbol{\omega}}, \ c_p m_p \frac{dT_p}{dt} = q_c + q_r ,$$

где m_p , I_p , \mathbf{v}_p - масса, момент инерции и скорость частицы, c_p - удельная теплоемкость материала частицы, T_p - средняя по объему температура частицы, q_c конвективный тепловой поток от газовой фазы к частице, q_r - радиационный тепловой поток. В качестве внешних сил, приложенных к частице, учитываются сила аэродинамического сопротивления \mathbf{F}_D и обусловленная вращением сила Магнуса \mathbf{F}_M . Коэффициент аэродинамического сопротивления частицы определяется соотношением Хендерсона. Угловая скорость частицы $\boldsymbol{\omega}_p$ изменяется вследствие действия вращающего момента $\mathbf{T}_{\boldsymbol{\omega}}$. Отражение одиночной частицы от преграды и столкновение пары частиц описывается моделью твердых сфер.

Рассчитывается движения конечного набора дискретных частиц, распределённых в соответствии с определённой условиями задачи объемной концентрацией примеси в области невозмущенного течения перед ударной волной С_{v0}. Каждая моделирующая частица соответствует одной реальной частице.

Рассмотрим процесс моделирования динамики частиц. Весь период расчёта разбивается на временные интервалы. На каждом шаге по времени система уравнений движения и теплообмена решается явным методом Рунге-Кутты для каждой из частиц, после чего выполняется поиск попарных столкновений частиц и их ударов о поверхность преграды путём решения уравнения $\left|\mathbf{r}_{i}(t)-\mathbf{r}_{j}(t)\right|^{2}=\left(r_{pi}+r_{pj}\right)^{2}$, где r_{pi} , r_{pj} - радиусы частиц, $\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_2 t^2 + \mathbf{r}_1 t + \mathbf{r}_0$ - аппроксимация траектории частицы кривой второго порядка на временном интервале $[t_k, t_{k+1}]$. Формируется единая очередь потенциально возможных событий, в которую включаются как попарные столкновения частиц, так и удары частиц о поверхность. События в очереди воспроизводятся в хронологическом порядке, начиная с самого первого на текущем шаге расчёта. Моделирование столкновения частицы, произошедшего в момент времени $t_{k-1} + \tau$, приводит к изменению её параметров и аннулированию всех последующих событий в очереди, участником которых она является. Выполняется решение уравнений движения и теплообмена всех участвовавших в событии частиц на интервале $(t_{k-1} + \tau; t_k]$ с начальными условиями, соответствующими параметрам частиц после столкновения. Выполняется поиск соударений вдоль обновлённых траекторий движения, обнаруженные события помещаются в общую очередь в хронологическом порядке (рис. 1.3). Обработка событий на шаге расчёта циклически продолжается до исчерпания очереди.





оделирование столкновительнои примеси

Рис. 1.4. Квазитрёхмерная модель столкновительной примеси.

Предложенный подход прямого численного моделирования столкновений частиц позволяет производить численное исследование обтекания тел запылённым потоком в довольно широком диапазоне значений концентрации примеси. При этом необходимо отметить, что даже в случае двумерного газодинамического поля, динамику столкновительной примеси следует в общем случае рассматривать в трёхмерной постановке. Выполнение полномасштабного трёхмерного численного эксперимента требует значительных вычислительных затрат. В работе показано, что применительно к задачам обтекания тел запыленным потоком в случае двумерного газодинамического поля достаточно высокая точность и существенная экономия использованием вычислительных ресурсов достигается предложенной квазитрёхмерной модели. Частицы располагаются в области, ограниченной двумя плоскостями, ортогональными направляющим цилиндра и расположенными на некотором расстоянии друг от друга. Уравнения движения и взаимодействия частиц при столкновениях решаются в трёхмерной постановке, при этом движение частиц циклически замкнуто относительно границ области (рис. 1.4).

Проведены расчёты по моделированию поперечного обтекания кругового цилиндра радиусом 3 см двухфазным потоком в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км. Число Маха набегающего потока M_{∞} =6. Плотность материала частиц составляла 2400 кг/м³, диаметр частиц примеси варьировался в пределах от 2 до 50 мкм. Объемная концентрация примеси в области невозмущенного течения C_{V0} варьировалась в пределах от 10⁻⁵ до 10⁻⁴. Цель экспериментов – анализ теплового и динамического воздействия двухфазного потока на обтекаемое тело и оценка значимости столкновений частиц и обратного влияния частиц на газовую фазу.

На рис. 1.5 представлены распределения частиц при входе объекта в пылевое облако. Наблюдается постепенное формирование в рамках ударного слоя четко очерченной зоны повышенной концентрации частиц вблизи обтекаемой поверхности. На рис. 1.6 представлены картины установившегося распределения примеси. Вращение частиц способствует расширению границ обозначенной зоны. Учёт столкновений частиц друг с другом приводит к размыванию границы зоны высокой концентрации и повышению концентрации примеси вблизи поверхности. Сравнение рис. 1.7а и 1.7б иллюстрирует влияние концентрации примеси в невозмущенном потоке на ударный слой, различие между рисунками 1.7б, 1.7в и 1.7г соответствует изменению размера частиц при постоянной концентрации. Отчетливо видно сокращение толщины ударного слоя по сравнению с однофазным течением, при этом

влияние частиц на картину течения усиливается при повышении концентрации примеси и уменьшении размера частиц.



Рис. 1.5. Эволюция распределения бесстолкновительной примеси частиц диаметром 5 мкм. Cv0=10⁻⁵.



Рис. 1.6. Установившееся распределение примеси частиц диаметром 10 мкм в режимах: a) отражение; б) отражение, закрутка; в) отражение, столкновения; г) отражение, столкновения, закрутка. С_{V0}=10⁻⁴.



Рис. 1.7. Изолинии температуры газа: однофазное течение (1), двухфазное течение (2) с примесью частиц диаметром 2 мкм (а, б), 5 мкм (в) и 10 мкм (г). С_{V0}=10⁻⁵ (а), С_{V0}=10⁻⁴ (б, в, г).

При торможении частиц в ударном слое происходит диссипация кинетической энергии примеси, что приводит к повышению температуры газовой фазы.

Теплообмен между фазами проявляется в нагреве частиц и охлаждении газа (рис. 1.8). Эти противоборствующие тенденции приводят к существенным различиям параметров ударного слоя в зависимости от размера частиц примеси (рис. 1.9). Мелкие частицы тормозятся потоком и уносятся, не достигая поверхности тела, отход ударной волны при этом существенно сокращается, наблюдается рост температуры газа в ударном слое, однако вблизи поверхности температура меняется слабо.



Рис. 1.8. Температура газа и частиц в сечении критической точки: однофазное течение (1), температура газа в двухфазном потоке (2), температура набегающих частиц (3), температура частиц, отразившихся от поверхности (4). Диаметр частиц 10 мкм. С_{V0}=10⁻⁴.







Рис. 1.10. Температура (а) и давление (б) газа вблизи обтекаемой поверхности: однофазное течение (1), двухфазное течение с примесью частиц диаметром 2 мкм (2, 3), 5 мкм (4), 10 мкм (5), 50 мкм (6). $C_{V0}=10^{-5}$ (2) и $C_{V0}=10^{-4}$ (3-6).

Частицы среднего размера достигают поверхности. Потеряв значительную часть кинетической энергии при ударе, не успевая прогреться до температуры газа, они некоторое время пребывают вблизи поверхности, охлаждая несущий газ. Крупные частицы и после отражения от поверхности обладают высокой скоростью, при их движении против потока диссипация кинетической энергии примеси преобладает над теплообменом, приводя к дополнительному нагреву всего ударного слоя. Распределения газодинамических параметров вдоль обтекаемой поверхности приведены на рис. 1.10. Воздействие крупных частиц приводит к существенному росту температуры газа вблизи обтекаемой поверхности (кривая 6 на рис. 1.10). Частицы среднего размера отражаются от поверхности с малой скоростью и охлаждают несущий газ в окрестности критической точки и ниже по потоку до угла 40° – 60° в зависимости от диаметра частиц (кривые 4 и 5 на рис. 1.10). При этом давление газа вблизи поверхности возрастает во всем рассматриваемом диапазоне размеров частиц (рис. 1.10б). Наблюдается прямая зависимость от размера частиц.



Рис. 1.11. Интенсивность ударов о поверхность (а) и среднее значение нормальной компоненты скорости частицы в момент удара о тело (б). Диаметр частиц 5 мкм. С_{V0}=10⁻⁴. Режимы: бесстолкновительный (1, 2), столкновительный (3, 4), пассивная примесь (1, 3), активная примесь (2, 4). Кривые 3 и 4 отнесены к правой шкале.



Рис. 1.12. Плотность потока энергии от примеси частиц диаметром 5 мкм к поверхности. Режимы: бесстолкновительный (1, 2), столкновительный (3, 4), пассивная примесь (1, 3), активная примесь (2, 4). С_{V0}=10⁻⁴

Рис. 1.13. Торможение частицы диаметром 5 мкм (1, 2) и 10 мкм (3, 4) в ударном слое в сечении критической точки, пассивная примесь (1, 3), активная примесь при C_{V0}=10⁻⁴ (2, 4).

Рассмотрим непосредственное динамическое (рис. 1.11) и тепловое (рис. 1.12), обусловленное рассеянием энергии частицы при неупругом ударе, воздействие примеси на поверхность обтекаемого тела. Под активной примесью здесь понимается

модель, учитывающая обратное влияние дисперсной фазы на течение несущего газа, пассивная обратного влияния не оказывает. Учёт столкновений частиц приводит к существенному увеличению числа ударов и снижению среднего значения нормальной компоненты скорости частицы при ударе о тело, т.е. наблюдаются повторные соударения частиц с преградой. Столкновения частиц приводят к снижению энергетического воздействия примеси на обтекаемую поверхность вследствие экранирующего эффекта — рассеяния части энергии набегающих частиц отразившимися от тела. С ростом концентрации примеси отмеченные эффекты значительно усиливаются. Учёт обратного влияния частиц на течение газа приводит к некоторому росту интенсивности ударов и одновременному увеличению скорости частицы при ударе. На рис. 1.13 представлены графики скорости частиц при торможении в двухфазном ударном слое. Вследствие изменения параметров газовой фазы торможение частиц активной примеси происходит интенсивнее, однако толщина ударного слоя в данном случае меньше. В результате скорость частиц активной примеси в момент удара оказывается больше скорости частиц пассивной примеси, что влечёт усиление воздействия дисперсной фазы на обтекаемое тело.

Отметим, что полученные результаты хорошо согласуются с результатами, полученными ранее в работах Ю. М. Циркунова и соавторов с использованием методов статистического динамики столкновительной примеси. Факт существования относительно широкого диапазона концентраций дисперсной фазы, при которых важен учёт столкновительного характера примеси, тогда как обратным влиянием частиц на несущий газ можно пренебречь, существенно отличает обтекание тел запылённым потоком от других типов гетерогенных течений, таких, например, как течения в газодинамических трактах энергетических установок.

глава диссертационной работы продолжает развитие модели Вторая двухфазного ударного слоя, представленной в первой главе. Исследуются течения с полидисперсным составом примеси, в том числе взаимное влияние фракций частиц разных размеров на примере бидисперсной примеси. Разработан метод частицпредставителей, позволяющий значительно сократить число моделирующих частиц и уменьшить вычислительные затраты при проведении численных экспериментов, что даёт возможность перейти от расчёта плоских течений к пространственным трёхмерным. Рассматриваются различные варианты широко используемого для моделирования столкновений Монте-Карло, результаты расчётов метода сравниваются с точным дискретно-элементным подходом.

Метод частиц-представителей прямого численного моделирование динамики дисперсной фазы ставит в соответствие каждым F реальным частицам одну моделирующую. При решении уравнений движения и расчёте столкновений частицапредставитель обладает физическими характеристиками одиночной частицы, а при вычислении интегрального воздействия частицы на преграду и несущую среду учитывается множитель F. Уравнение, определяющее условия столкновения пары частиц–представителей при прямом моделировании, приобретает вид:

$$\left|\mathbf{r}_{i}(t)-\mathbf{r}_{j}(t)\right|^{2}=\left(r_{pi}\sqrt{\mathbf{F}}+r_{pj}\sqrt{\mathbf{F}}\right)^{2},$$

что обеспечивает частице-представителю интенсивность столкновений с другими частицами, которой обладает одиночная частица в полномасштабной модели. При использовании частиц-представителей в квазитрёхмерной модели, требуется расширение зоны расчёта в \sqrt{F} раз, в результате общее число моделирующих частиц сокращается в \sqrt{F} раз. В трёхмерной постановке модификация области расчёта не

требуется и число моделирующих частиц сокращается в F раз. Сокращение количества моделирующих частиц положительным образом сказывается на эффективности распараллеливания вычислений, увеличивая долю этапа первичного обнаружения столкновений в общих временных затратах, при том, что последующая обработка очереди событий принципиально носит последовательный характер.

Разработка метода частиц-представителей сделала технически возможным использование прямого численного моделирования столкновительной примеси при решении задач в трёхмерной постановке. Модель несущего газа была дополнена режимом расчёта течения газовой фазы в осесимметричной постановке, которое описывается системой уравнений Эйлера в цилиндрической системе координат.

Проведены расчёты обтекания цилиндра и сферы сверхзвуковым потоком с полидисперсной примесью частиц. Разброс диаметра частиц по нормальному закону с математическим ожиданием 10 мкм и среднеквадратическим отклонением 10% в задаче обтекания цилиндра не оказал существенного влияния на картину распределения частиц в пространстве и параметры воздействия примеси на преграду.





Интерес представляют результаты моделирования обтекания преграды бидисперсной примесью с частицами двух характерных размеров. На рис. 2.1 представлены картины распределения в пространстве частиц примеси диаметром 10 мкм и 20 мкм при поперечном обтекании запыленным воздушным потоком с частицами диоксида кремния SiO₂ кругового цилиндра радиусом 3 см в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км. Число Маха набегающего потока М∞=6. Суммарная концентрация примеси в области невозмущенного течения С_{V0}=10⁻⁴. Проводились расчёты как с учётом столкновений всех моделирующих частиц, так и с столкновений только рамках собственной ограничением В фракции. Учёт межфракционного взаимодействия частиц мало отражается на распределении частиц меньшего размера и существенно влияет на картину распределения частиц большего диаметра: наблюдается значительное сокращение ширины зоны повышенной концентрации, крупные частицы прижимаются к поверхности.

На рис. 2.2 представлены графики параметров теплового воздействия фракций частиц на поверхность цилиндра. Наблюдается перераспределение энергетического воздействия, обусловленного неупругим взаимодействием частиц с поверхностью, в пользу частиц меньшего размера в случае столкновительной примеси. Данный

эффект можно объяснить, если рассмотреть столкновения частиц разных размеров как на пути движения к поверхности, так и взаимодействие набегающих частиц с отраженными от поверхности. Крупная частица медленнее теряет скорость в ударном слое и сталкивается с меньшей, передавая ей часть кинетической энергии (рис. 2.3). Причем, чем ближе к поверхности тела произошло столкновение, тем большей скоростью при ударе о тело обладает меньшая частица, поскольку не успевает затормозиться в потоке газа. Потери скорости большей частицы при ударе при этом не столь значительны. Как следствие, энергетическое воздействие фракции частиц меньшего размера на поверхность существенно возрастает (рис. 2.2), поскольку она становится своего рода посредником в передачи телу энергии, принесённой крупными частицами, что в значительной мере нивелирует экранирующий эффект.



Рис. 2.2. Тепловое воздействие на поверхность цилиндра примеси частиц диаметром 10 мкм (1,

3) и 20 мкм (2, 4). Режимы расчета: взаимодействие частиц одной фракции (1, 2), взаимодействие частиц обеих фракций (3, 4).



Рис. 2.3. Скорость частицы диаметром 10 мкм (3) и 20 мкм (4) в момент удара о тело при однократном столкновении на расстоянии г от поверхности с частицей другой фракции.
Значение скорости частицы диаметром 10 мкм (1) и 20 мкм (2) в момент удара в отсутствие взаимодействия с другими частицами. Сечение критической точки.



Рис. 2.4. Интегральный поток энергии от примеси частиц к поверхности сферы в бесстолкновительном (а) и столкновительном (б) режимах. Частицы диаметром 5 мкм и 20 мкм.

Метод частиц-представителей дал возможность провести аналогичные расчёты в трёхмерном пространстве, при этом моделировалось обтекание сферы радиусом 3 см в условиях стандартной атмосферы на высоте 10 км, M_{∞} =6. В серии расчётов попарно участвовали фракции частиц диаметром 5, 10 и 20 мкм. Объемная доля каждой фракции частиц изменялась в пределах от 0 до 1 с шагом 0,25 при суммарной концентрации примеси в области невозмущенного течения $C_{V0}=10^{-4}$. На рис. 2.4 приведены графики интегрального энергетического воздействия частиц на всю фронтальную поверхность сферы. Как и следовало ожидать, в бесстолкновительном режиме наблюдается линейное увеличение энергетического воздействия смеси частиц на поверхность преграды с ростом доли крупных частиц (рис. 2.4а). Воздействие каждой фракции частиц также изменяется линейным образом. В столкновительном режиме (рис. 2.4б) зависимость воздействия каждой фракции частиц от её доли имеет нелинейный характер, при этом, что интересно, суммарное воздействие смеси с ростом доли крупных частиц растёт практически линейно.

Серия вычислительных экспериментов по обтеканию сферы, в которых радиус частиц подчинялся двухпараметрическому гамма-распределению $F(r_p)$, характерному для многих практических приложений, показала, что воздействие полидисперсной примеси на поверхность практически эквивалентно воздействию монодисперсной примеси с радиусом частиц r_p^m , который однозначно определяется параметрами распределения (рис. 2.5):



Рис. 2.5. Тепловое воздействие примеси на поверхность. 1 – полидисперсная примесь, гамма– распределение с параметрами А=3 мкм⁻¹, В=2, 2 – монодисперсная примесь, r_p=1,5 мкм, 3 – 2 мкм, 4 – 2,5 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а) и столкновительный (б).

Во многих известных работах задачи динамики столкновительной примеси в гетерогенных потоках решаются статистическими методами Монте-Карло. При этом, как правило, сравнительно небольшое число моделирующих частиц описывает движение реальных частиц дисперсной фазы, Область расчета представляется объединением множества непересекающихся ячеек. Время расчёта разделяется на интервалы, на каждом из которых поэтапно производится расчёт свободного движения частиц в пространстве, определяется принадлежность частиц ячейкам, а затем разыгрываются столкновения между частицами, оказавшимися в одной ячейке. Интерес представляет сравнение результатов статистического моделирования с

предложенным в работе методом прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы, который учитывает все попарные столкновения частиц без исключения и в данном контексте может выступать в качестве эталона.



Рис. 2.6. Динамическое (а) и тепловое (б) воздействие примеси на поверхность преграды. 0 – без учёта столкновений частиц. Моделирование столкновений: 1 - 3 – метод Монте-Карло, 4 – точное моделирование. С_{V0}=10⁻⁴.

Рассматривается схема метода Монте-Карло без счётчика времени NTC, реализующая один из наиболее популярных подходов. Показано, что в случае статистического моделирования не абсолютно упругих столкновений между частицами определяющую роль играет способ генерации вектора взаимного расположения частиц в момент столкновения. Вариант, предложенный в работе [6], показывает качественное и достаточно хорошее количественное согласование с результатами прямого моделирования параметров энергетического воздействия примеси на тело при некоторой недооценке величины динамического воздействия примеси на поверхность, что обусловлено большим числом повторных столкновений между частицами в областях высокой концентрации (кривая 3 на рис. 2.6).

Третья глава работы посвящена моделированию тепломассопереноса в разрушающейся вследствие эрозионного воздействия запылённого потока на преграду, а также расчёту излучения частиц в двухфазном ударном слое. Расчет уноса материала осуществляется с использованием модели, основанной на понятии эффективной энтальпии эрозионного разрушения H_{er} , которая является характеристикой материала теплозащитного покрытия. Масса унесенного материала m_{er} при ударе частицы о поверхность определяется соотношением [4]:

$$m_{er} = \begin{cases} \frac{m_p v_{p0}^2 \cos^2 \alpha_n}{2 H_{er}} \left[1 - \exp\left(\frac{2\left(v_{cr} - v_{p0} \cos \alpha_n\right)}{v_{cr}}\right) \right], & v_{p0} \cos \alpha_n \ge v_{cr} \\ 0, & v_{p0} \cos \alpha_n < v_{cr} \end{cases}$$

здесь: m_p - масса частицы, v_{p0} - модуль скорости частицы в момент удара, α_n - угол между вектором скорости частицы и внутренней нормалью к поверхности в точке удара, v_{cr} - пороговое значение скорости, определяющее начало разрушения.

Предложена модель изменения границы тела, которое подвергается эрозионному воздействию микрочастиц. Граница тела моделируется многогранником с большим числом вершин. Суммируется воздействие частиц на элементарную площадку. Унос материала тела моделируется путем изменения положения вершин многогранника, исходя из накопленного воздействия за интервал времени (рис. 3.1, 3.2). Конвективный тепловой поток от газовой фазы к обтекаемой поверхности и взаимодействие частиц с поверхностью определяют прогрев тела. Для расчета поля температур решается нестационарное двумерное уравнение теплопроводности в разрушающемся теле.





Рис. 3.1. Модель учёта эрозионного воздействия частицы на поверхность.

Рис. 3.2. Изменение положения вершин многогранника в процессе разрушения.



Рис. 3.3. Комплексная модель воздействия запыленного потока на обтекаемое тело.

Таким образом, реализована комплексная математическая модель теплового и эрозионного воздействия сверхзвукового запыленного потока на обтекаемое тело, в состав которой входят модель тепломассопереноса и эрозионного разрушения преграды и модель двухфазного ударного слоя, построенная на сопряжении моделей динамики дисперсной фазы и газовой динамики ударного слоя (рис. 3.3).

На рис. 3.4 приведены графики, характеризующие изменение формы тела, а также суммарный унос материала в результате эрозионного разрушения. Исследуется обратное влияние изменения формы тела на двухфазный ударный слой и, как следствие, результат разрушения. В вариантах расчета без учёта данного фактора значительно интенсивнее разрушается лобовая часть тела и менее интенсивно - периферия, что объясняется изменением параметров двухфазного ударного слоя (рис. 3.5). В то же время учёт обратного влияния изменения формы оказывает незначительное влияние на общую массу унесенного материала. Экранирующий эффект от столкновений частиц существенно снижает интенсивность уноса.



Рис. 3.4. Изменение формы тела (а) и суммарный унос материала (б) вследствие эрозионного разрушения. Варианты расчета: без учёта столкновений (1, 2), с учётом столкновений (3, 4), без учёта обратного влияния изменения формы тела на двухфазный ударный слой (1, 3), с учётом обратного влияния изменения формы тела на двухфазный ударный слой (2, 4).



Рис. 3.5. Изолинии температуры газа. Однофазное течение (1), двухфазное течение (2). Варианты расчета: изменение формы тела (а – в), пассивная примесь (а), активная примесь (б, в), без учёта столкновений частиц (а, б), с учётом столкновений частиц (в).

Ход процесса эрозионного разрушения с учётом всех рассматриваемых факторов представлен на рис. 3.6. Наиболее интенсивный унос наблюдается в лобовой части поверхности.

Серия вычислительных экспериментов, в которой моделировалось обтекание запылённым потоком сферически затупленных конусов показала, что с ростом радиуса затупления (рис 3.7) поток энергии дисперсной фазы к поверхности в окрестности критической передней критической точки уменьшается, тогда как суммарное энергетическое воздействие дисперсной фазы на конус возрастает. При этом усиливается экранирующий эффект. Увеличение угла конусности (рис. 3.8) в области малых и умеренных значений приводит к возрастанию суммарного потока энергии к поверхности. Экранирующий эффект в лобовой части относительно слабо изменяется в значительном диапазоне углов, определяющую роль играет фиксированное значение радиуса затупления. В то же время интегральный по поверхности экранирующий эффект усиливается при возрастании угла конусности.



Рис. 3.6. Моделирование процесса эрозионного разрушения тела в запыленном потоке.





Рис. 3.7. Форма преграды – затупленный конус, фиксированный угол полураствора, варьируется радиус затупления.



Выше рассматривались основные факторы воздействия примеси на обтекаемую преграду — прямое, обусловленное непосредственными соударениями частиц с поверхность, и косвенное посредством влияния дисперсной фазы на течение газа. Дополнительными факторами воздействия, особенно актуальными для мелкодисперсной примеси при высокой концентрации, является тепловое излучение самих частиц, успевающих сильно нагреваться в ударном слое, а также рассеяние излучения в случае горячей поверхности.

В практике компьютерного моделирования часто используется модель переноса теплового излучения, основанная на P₁-приближении метода сферических гармоник. Расчет переноса теплового излучения в P₁-приближении сводится к решению краевой задачи для модифицированного уравнения Гельмгольца относительно функции $G_{\lambda}(\mathbf{r})$, пропорциональной спектральной плотности энергии излучения $I_{\lambda}(\mathbf{r}, \Omega)$. Дискретизация уравнения переноса теплового излучения осуществляется на прямоугольной сетке с использованием центральных разностей. Аппроксимация граничных условий выполнялась неявным методом погруженной границы с фиктивными ячейками. В расчётах использовалась неявная конечноразностная схема, интегрирование системы линейных уравнений выполнялось методом стабилизированных бисопряженных градиентов.

В настоящей работе наряду с Р₁-приближением используется более точная вычислительная модель, в которой Р₁-приближение применяется на первом шаге решения, после чего для набора лучей проводится численное интегрирование уравнения переноса излучения с функцией источника рассчитанной в Р₁-

приближении [7]. Применение комбинированной модели обусловлено существенной погрешностью Р₁-приближения в расчётах с «горячей» стенкой [2].

Моделировалось обтекание сферы радиусом 3 см и $T_W=300$ К, расположенной в конусе Маха истекающей из сопла сверхзвуковой реактивной струи с параметрами $M_{\infty}=2$, $T_{\infty}=1558$ К, $\rho_{\infty}=0.6$ кг/м³, $p_{\infty}=2,69\cdot10^5$ Па, $\gamma=1,25$. Примесь частиц Al_2O_3 с $C_{V0=}10^{-4}$, диаметр варьировался от 0,5 до 10 мкм. Самые мелкие частицы уносятся потоком, не достигая поверхности сферы (рис. 3.9), при этом поток теплового излучения к обтекаемой поверхности достигает максимума в окрестности критической точки. Частицы большего размера прогреваются менее интенсивно.



Рис. 3.9. Траектории и температура частиц диаметром 0,5 мкм (а) и 2 мкм (б) в бесстолкновительном режиме, радиус сферы 3 см.





Рис. 3.10. Обтекание сферы потоком частиц диаметром 5 мкм. Режимы расчёта: бесстолкновительный (а), столкновительный (б).

Рис. 3.11. Распределение плотности потока излучения частиц диаметром 5 мкм. Режимы: бесстолкновительный (1), столкновительный (2).

Рассмотрим роль столкновений между частицами в расчёте с «холодной» стенкой $T_W=300$ К. В бесстолкновительном варианте расчёта формируется пристеночный слой горячих частиц, отмеченных на рис. 3.10 красным цветом, ограниченный ярко выраженной огибающей, соответствующей максимальному удалению отраженных частиц от поверхности. Отраженные частицы, находясь большее время в области горячего газа по сравнению с набегающими частицами,

вносят основной вклад в повышение температуры дисперсного слоя. Учёт столкновений между частицами приводит к сокращению толщины дисперсного слоя и росту концентрации примеси внутри него, время пребывания частиц в ударном слое увеличивается, их средняя температура растёт, что влечёт существенное возрастание потока теплового излучения в случае столкновительной примеси (рис. 3.11).

С использованием комбинированной модели проведены вычислительные эксперименты по расчёту обтекания сферы с холодной ($T_W=300K$) и горячей ($T_W=T_0=2336K$ – температура торможения) стенкой потоком газа с полидисперсной примесью частиц, размер которых подчиняется гамма-распределению с параметрами A=3 мкм⁻¹, B=2:

$$\mathbf{F}(\mathbf{r}_{p}) = \mathbf{r}_{p}^{\mathbf{B}} \cdot \exp(-A\mathbf{r}_{p}) \cdot A^{B+1} / \Gamma(B+1).$$

В условиях рассматриваемой задачи хорошее приближение теплового излучения полидисперсной примеси может быть получено расчётом для монодисперсной примеси с эффективным радиусом $r_p^{m,cold}$ и $r_p^{m,hot}$ для «холодной» и «горячей» стенки соответственно (рис. 3.12):



Рис.3.12. Распределения относительного потока излучения вдоль «холодной» (а) и «горячей» (б) поверхности, красная кривая - полидисперсная примесь B=2, A=3 мкм⁻¹, синие кривые – монодисперсная примесь радиусом (1) 1 мкм, (2) 1,5 мкм, (3) 2 мкм, (4) 3,5 мкм.

Рассмотрим нагрев обтекаемого тела в сверхзвуковом гетерогенном потоке (рис. 3.13). В течение всего процесса температура поверхности в запыленном потоке выше, чем в чистом газе. На начальной стадии различие малозаметно, так как поток излучения от частиц к поверхности существенно ниже конвективного теплового потока. По мере нагрева поверхности все большую роль играет блокирование частицами собственного теплового излучения поверхности. Отличие кривых, полученных для чистого газа и запыленного потока, становится более заметным и достигает максимума при выходе на установившийся радиационно-равновесный режим (рис. 3.14).



Рис. 3.13. Изменение температуры поверхности стального шара во времени в окрестности критической точки. 1 – чистый газ, 2 – полидисперсный запыленный поток.



Рис. 3.14. Продольное распределение радиационно-равновесной температуры поверхности. Чистый газ (1), полидисперсная примесь (2), монодисперсная примесь радиусом 1,5 мкм (3), 2 мкм (4), 2,5 мкм (5).

Главы с четвёртой по шестую посвящены численному исследованию эффектов, возникающих в ударном слое при воздействии высокоинерционных частиц, способных после отражения от поверхности выйти за фронт ударной волны и существенно изменить картину течения газа (рис. 4.1) [1, 8, 9]. В отличие от предыдущих разделов работы, где учёт обратного влияния примеси на течение газа производится посредством источниковых членов в системе уравнений газовой динамики, здесь каждая крупная частица рассматривается как обтекаемый газом макрообъект, наряду с основной преградой. При этом в отдельных главах представлены различные подходы к расчёту обтекания системы частицы – преграда.



Рис. 4.1. Изменение течения в ударном слое под воздействием крупных частиц [1].

В четвёртой главе диссертационной работы представлена вычислительная модель движения одиночной частицы крупной частицы в ударном слое в осесимметричной постановке. Модель развивает разработанный в предыдущих разделах метод решения системы уравнений газовой динамики в цилиндрической системе координат на адаптивных декартовых расчётных сетках. Наряду с

измельчением расчётной сетки вблизи поверхности преграды, используется измельчение сетки вдоль оси симметрии, выступающей в роли заведомо известной траектории движения частицы (рис. 4.2). По мере перемещения частицы в пространстве выполняется переключение типа ячеек вычислительной сетки.



Рис. 4.2. Адаптивная декартова расчётная сетка с измельчением вблизи поверхности и вдоль оси симметрии преграды.



Рис. 4.3. Движение крупной частицы вдоль оси симметрии сферы. $M_{\infty}=6$. Теневая картина течения (а) и поле чисел Маха в увеличенном масштабе (б).

Моделировалось движение крупной частицы диаметром 100 мкм из карбида кремния SiC вдоль оси симметрии сферы диаметром 7,5 см с выходом за границы ударного слоя навстречу набегающему воздушному потоку с параметрами M_{∞} =6, T_{∞} =89,3 K, ρ_{∞} =0,094 кг/м³ (рис. 4.3) [8]. Частица, местоположение которой на рис. 4.36 обозначено буквой S, обтекается сверхзвуковым потоком с образованием конусообразной ударной волны SW_c, которая при взаимодействии с головной ударной волной BSW формирует трёхволновую λ -конфигурацию с направленной на тело импактной кольцевой струёй Jet, формирующей вблизи точки растекания R область повышенного давления и интенсификации конвективного теплового потока. Существенную роль в формировании волновой структуры течения играет тороидальный вихрь E, образующийся на наветренной стороне обтекаемого тела в результате движения газа в направлении оси от точки растекания R и последующего разворота против набегающего потока.



Рис. 4.4. Расчёт обтекания цилиндра с плоским торцом. Схема (а). Адаптивная расчётная сетка (б).

Проводились вычислительные эксперименты по моделированию движения стальной частицы диаметром 800 мкм вдоль оси симметрии при продольном обтекании вязким газом кругового цилиндра с плоским торцом диаметром 22,8 см (рис. 4.4). Определяющие параметры соответствуют стендовым испытаниям [9]: M_{∞} =6,41, T_{∞} =94,3 K, ρ_{∞} =0,0439 кг/м³, Re_{∞} =1,84·10⁶, v_{p0} =-24,4 м/с.

На рис. 4.5 показаны Шлирен-изображения течения в моменты времени после пересечения выпущенной с поверхности торца частицы головной ударной волны. Область возмущения перед цилиндром значительно изменяется в размерах: она постепенно расширяется после того, как частица пересекает ударную волну, а затем сжимается при дальнейшем удалении частицы от цилиндра. Этот процесс циклически повторяется, в том числе, после смены частицей направления движения. В верхней левой частях на рисунках показаны экспериментальные снимки из работы [9]. Несмотря на то, что экспериментальные и расчетные образцы, при одинаковом фронтальном размере имеют отличающиеся боковые части, наблюдаемые в эксперименте и расчётные картины очень похожи.

Рассмотрим поля скоростей на различных стадиях процесса (рис. 4.6). Как и при обтекании сферически притупленного тела, определяющую роль играет взаимодействие набегающего сверхзвукового потока с тороидальным вихрем, формирующимся в сжатом слое вблизи оси симметрии. Однако, в данном случае тороидальных вихрь эволюционирует, последовательно чередуя стадии расширения и сжатия. После пересечения частицей головной ударной волны частица сильно искажает течение газа, возникает отходящий от неё косой скачок уплотнения, который взаимодействуя с головной ударной волной, образует трёхволновую конфигурацию и небольшой тороидальный вихрь, расположенный за тройной точкой (рис. 4.6а). По мере удаления частицы от цилиндра область потока, возмущенная частицей, растёт (рис. 4.6б), тройная точка перемещается вверх, возрастает и размер вихревой области, тем самым увеличивая массу газа в зоне сжатия, вовлеченной в вихревое движение. Набегающий поток обтекает область вихря и преграду как единое целое с образованием общей ударной волны. Вихревая зона играет роль своеобразного сферического затупления для цилиндра. Когда размер вихревой области достигает размера радиуса цилиндра (рис. 4.6в), начинается частичное

разрушение периферийной зоны вихря из-за взаимодействия с кромкой цилиндра. Часть газа, участвующего в вихревом движении, вытекает из фронтальной области и уносится течением вдоль боковой стенки. Размер вихря быстро уменьшается (рис. 4.6г) с образованием косой ударной волны от частицы, взаимодействующей с головной ударной волной перед торцевым диском. После уменьшения размера вихря до половины радиуса диска (рис. 4.6д) значительная часть внешнего потока снова начинает вовлекаться в процесс вихреобразования, вихрь снова начинает расти и достигает размера радиуса цилиндра (рис. 4.6е).



Рис. 4.5. Эволюция течения в ударном слое при движении частицы вдоль оси симметрии цилиндра с плоским торцом в последовательные моменты времени. В углу - данные эксперимента [9].



Рис. 4.6. Поле числа Маха и направление течения газа при движении частицы вдоль оси симметрии цилиндра с плоским торцом.



Рис. 4.7. Колебания давления на поверхности торцевой части: расчёт (а), эксперимент (б).

Таким образом, в рассматриваемой конфигурации наблюдается колебательный режим, полученные в расчётах картины течения, а также амплитуды и частоты колебаний давления и конвективного теплового потока от газа к поверхности (рис. 4.7, 4.8) хорошо согласуются с данными стендовых испытаний [9].



Рис. 4.8. Колебания конвективного теплового потока: расчёт (а), эксперимент (б).

В пятой главе работы представлен метод адаптивных декартовых скользящих сеток моделирования движения крупных частиц в ударном слое. Он позволяет отразившихся моделировать плоское движение частиц, ОТ поверхности В точке и продолжающих движение, испытывая действие силы произвольной аэродинамического сопротивления (рис. 5.1). Отход частицы от оси симметрии нарушает симметричную структуру течения и в общем случае требует трёхмерного моделирования. Ввиду того, что использование декартовых сеток с квадратными ячейками для решения задачи в трёхмерной постановке требует довольно высоких вычислительных затрат, на текущем этапе принято решение упростить задачу, рассматривая процесс в двумерной постановке, что тем не менее, позволяет на качественном уровне исследовать движение частиц вдоль сложных траекторий, а также газодинамическое взаимодействие их ансамблей.



Рис. 5.1. Движение в сверхзвуковом ударном слое частицы, отразившейся от поверхности преграды. Схема вычислительного эксперимента (а). Теневая картина течения (б).

Течение вязкого сжимаемого газа описывается системой двумерных нестационарных уравнений Навье-Стокса:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y} = \frac{\partial \mathbf{F}^{\nu}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^{\nu}(\mathbf{q})}{\partial y},$$

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^{2} + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^{2} + p \\ \rho vH \end{pmatrix}, \quad \mathbf{F}^{\nu} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xx}u + \tau_{xy}v - q_{x} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{G}^{\nu} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yx}u + \tau_{yy}v - q_{y} \end{pmatrix},$$

$$e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{u^{2} + v^{2}}{2}, \quad H = e + \frac{p}{\rho}, \quad p = \rho RT.$$

Задача решается с использованием TVD - монотонизированной схемы второго порядка в сочетании с методом AUSM+ для вычисления невязких потоков через грани вычислительной ячейки. Дискретизация уравнений Навье-Стокса выполняется на прямоугольной адаптивной сетке. Граничные условия аппроксимируются в соответствии с методом погруженной границы с фиктивными ячейками. Для вычисления компонент тензора вязких напряжений и расчёта векторов вязких потоков применяется аппроксимация пространственных производных температуры и компонентов скорости методом конечных разностей с первым порядком точности. Интегрирование системы дифференциальных уравнений по времени выполняется явным методом Рунге–Кутты третьего порядка.

Движение частиц в газовой среде описывается следующими уравнениями:

$$\frac{d\mathbf{r}_{p}}{dt} = \mathbf{v}_{p}, \ m_{p} \frac{d\mathbf{v}_{p}}{dt} = \mathbf{f}_{D}, \ \mathbf{f}_{D} = -\sum_{i \in S_{p}} p_{i} \mathbf{n}_{i} S_{i},$$

где m_p – масса, v_p – скорость, r_p – радиус-вектор частицы, сила аэродинамического сопротивления f_D вычисляется интегрированием распределения давления газа по поверхности частицы S_p .



основная вблизи поверхности преграды (а), локальная вокруг частицы (б).

При моделировании движения частиц методом скользящих сеток наряду с основной системы координат, связанной с обтекаемым телом, вводятся локальные системы координат, привязанные к каждой из движущихся частиц. Расчёт обтекания газом каждого тела производится на отдельной «локальной» расчётной сетке в своей

системе координат. Система координат, связанная с преградой, считается неподвижной, её расчётная сетка далее именуется «основной», условия на её входной границе определяются параметрами набегающего потока (рис. 5.2).

Граничные условия для локальной сетки, привязанной к частице, определяются параметрами газа, полученными на основной сетке исходя из положения и скорости частицы. На каждом расчётном шаге основной сетки, время которого определяется согласно критерию Куранта, осуществляется расчёт состояния газа во внешних ячейках движущейся сетки с применением билинейной интерполяции, поскольку центры ячеек двух сеток, как правило, смещены друг относительно друга. Выполняется решение уравнений газовой динамики в локальной системе координат движущейся частицы, вычисляется её перемещение за шаг расчёта и полученные параметры газовой фазы из внутренней области переносятся на основную сетку с применением обратного преобразования. При перемещении частицы в областях с адаптированной основной сеткой, в частности, при отражении от границы тела, вычисление производится на сетке с большим пространственным разрешением, т.е. меньшим размером ячейки, при одинаковом разрешении предпочтение приоритет имеет основная сетка. На рис. 5.3 схематично показано положение локальной расчётной сетки относительно основной в различные моменты времени.



Рис. 5.3. Перемещение локальной расчётной сетки частицы относительно основной.

Таким образом, система уравнений Навье-Стокса решается в сложной области с криволинейными, подвижными границами, определяемыми движением частиц. Это существенно отличает данный подход от традиционного, применявшегося в первых трёх главах работы, эйлерово-лагранжева подхода, где межфазное взаимодействие учитывается в дополнительных обменных слагаемых. Программная реализация представленной модели и алгоритмов использует технологию гетерогенных параллельных вычислений OpenCL, что даёт возможность применять графические процессоры в целях ускорения решения системы уравнений газовой динамики.

Моделировалось поперечное обтекание кругового цилиндра диаметром 7,5 см сверхзвуковым воздушным потоком с примесью частиц диоксида кремния SiO₂ диаметром 200 мкм, которые стартуют с поверхности тела со скоростями 130-140 м/с. Параметры набегающего потока: $M_{\infty}=6$, $T_{\infty}=89,3$ K, $\rho_{\infty}=0,094$ кг/м³, $Re_{\infty}=1,09\cdot10^{6}$.

На рис. 5.4 показана эволюция ударного слоя при пересечении головной ударной волны одной частицей. Происходит разрушение стационарной ударновой структуры и образование конусообразной возмущенной области с вершиной, движущейся вместе с частицей. Отчетливо видно, как в зоне нижней λ-

конфигурации происходит образование направленной на поверхность импактной струи, в зоне действия которой происходит повышение давления и интенсификация конвективного теплообмена с ростом величины теплового потока в 2,5 раза (рис. 5.5). По мере перемещения частицы область интенсификации сдвигается вниз по потоку. Как следствие, периоды повышенного теплообмена в определенных точках поверхности сменяются периодами существенного его снижения.



Рис. 5.4. Эволюция картины течения в ударном слое при движении одиночной частицы.



Рис. 5.5. Изменение распределения давления (а) и конвективного теплового потока (б) вдоль поверхности цилиндра при движении одиночной частицы.

Рассмотрим вариант двух последовательно выходящих с поверхности частиц. Частицы стартуют из различных, но близко расположенных точек на поверхности цилиндра с отклонением от оси 2° и 2,5°. Первая частица (зеленая траектория) пересекла ударную волну, образовав возмущенную область (рис. 5.6а). Вторая частица движется в области интенсивного волнового воздействия первой, и, как следствие, её выход за пределы ударной волны менее выражен, чем выход первой частицы. На рис. 5.66 вторая частица пересекает ударную волну и образует свою

возмущенную область. Здесь в зоне нижней λ -конфигурации отчетливо видна сверхзвуковая струя, направленная на поверхность. Рис. 5.66 и 5.68 иллюстрируют совместное гидродинамическое влияние частиц на ударно-волновую структуру течения. Характерно, что зона воздействия импактной струи на поверхность остается довольно стабильной в течение рассматриваемого временного интервала. Это проявляется в относительно устойчивой зоне повышенного теплообмена в окрестности критической точки, что отчетливо видно на графиках распределения теплового потока вдоль поверхности (рис. 5.7). Отметим, что интенсификация теплообмена в случае двух частиц более выражена по сравнению с вариантом одиночной частицы. Видно, что тепловой поток возрастает более, чем в три раза.



Рис. 5.6. Эволюция картины течения в ударном слое в присутствии двух частиц.



Рис. 5.7. Изменение распределения давления (а) и конвективного теплового потока (б) вдоль поверхности цилиндра при движении двух частиц.

В шестой главе представлена вычислительная модель движения крупных частиц в ударном слое в полноценной трёхмерной постановке. В её основе лежит

бессеточный метод численного решения систем уравнений газовой динамики, который благодаря анизотропному распределению вычислительных узлов в пространстве позволяет существенно сократить требования к вычислительным ресурсам по сравнению с методом на декартовых сетках с квадратными ячейками. Поскольку применение данного подхода является относительно новым и мало распространено в отечественной научной литературе, в работе поэтапно реализованы и прошли верификацию бессеточные алгоритмы решения систем уравнений Эйлера и Навье-Стокса сверхзвукового течения невязкого и вязкого газа соответственно. Следующим этапом разработки модели стало решение задачи расчёта движения частицы в ударном слое, разработаны два подхода – с использованием скользящих доменов узлов, аналогичного методу скользящих сеток, и метод эволюции единого облака вычислительных узлов. Заключительным этапом разработки стала реализация программного кода на основе технологии OpenCL, что позволило перенести решение системы уравнений газовой динамики на графические процессоры с возможностью декомпозиции для одновременного применения нескольких GPU в одном расчёте.

Рассмотрим решение системы нестационарных уравнений Навье-Стокса в трёхмерной постановке бессеточным методом:

$$\begin{split} \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} &+ \frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}(\mathbf{q})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}(\mathbf{q})}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{F}^{v}(\mathbf{q})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^{v}(\mathbf{q})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}^{v}(\mathbf{q})}{\partial z}, \\ \mathbf{q} &= \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho e \end{pmatrix}, \ \mathbf{F} = \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^{2} + p \\ \rho uv \\ \rho uw \\ \rho uw \\ \rho uW \\ \rho uW \end{pmatrix}, \ \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v \\ \rho v^{2} + p \\ \rho vW \\ \rho vW \end{pmatrix}, \ \mathbf{H} = \begin{pmatrix} \rho w \\ \rho uw \\ \rho vw \\ \rho w^{2} + p \\ \rho wH \end{pmatrix}, \\ \mathbf{F}^{v} &= \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{xx} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xx} u + \tau_{xy} v + \tau_{xz} w - q_{x} \end{pmatrix}, \ \mathbf{G}^{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{yx} \\ \tau_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{yx} u + \tau_{yy} v + \tau_{yz} w - q_{y} \end{pmatrix}, \ \mathbf{H}^{v} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tau_{zx} \\ \tau_{zy} \\ \tau_{zz} \\ \tau_{zx} u + \tau_{zy} v + \tau_{zz} w - q_{z} \end{pmatrix}, \\ H &= e + \frac{p}{\rho}, \ e = \frac{p}{\rho(\gamma - 1)} + \frac{1}{2} \left(u^{2} + v^{2} + w^{2} \right), \ p = \rho RT. \end{split}$$

Для представления поля газодинамических величин в расчётной области формируется конечное множество дискретных точек с фиксированным расположением в пространстве. Вблизи обтекаемой поверхности точки сгущаются в направлении нормали в целях детального разрешения течения в пограничном слое (рис. 6.1). Для каждого расчётного узла *i* определяется конечный набор, так называемое, облако C_i , окружающих его узлов – соседей $j \in C_i$ (рис. 6.2).

В основе используемого в настоящей работе варианта бессеточного метода, именуемого в иностранной литературе TLS (Taylor Least Squares), лежит аппроксимация пространственных производных газодинамических величин и образованных ими функций в форме линейной комбинации разности значений функции между соседним $j \in C_i$ и центральным узлами *i*, основанная на разложении функции в ряд Тейлора в окрестности расчётного узла *i* с первым порядком точности.

Для определения коэффициентов линейной комбинации применяется Метод наименьших квадратов:



При численном решении системы уравнений газовой динамики в роли функции φ выступают компоненты вектора скорости, давление, температура, плотность газа, сложные функции, их содержащие, а также компоненты вязких и конвективных потоков. Запишем систему уравнений Навье-Стокса в полу-дискретной форме:

$$\frac{\partial \mathbf{q}_{i}}{\partial t} + 2\sum_{j \in C_{i}} \left[\alpha_{ij} \left(\mathbf{F}_{ij} - \mathbf{F}_{i} \right) + \beta_{ij} \left(\mathbf{G}_{ij} - \mathbf{G}_{i} \right) + \gamma_{ij} \left(\mathbf{H}_{ij} - \mathbf{H}_{i} \right) \right] = 2\sum_{j \in C_{i}} \left[\alpha_{ij} \left(\mathbf{F}_{ij}^{\nu} - \mathbf{F}_{i}^{\nu} \right) + \beta_{ij} \left(\mathbf{G}_{ij}^{\nu} - \mathbf{G}_{i}^{\nu} \right) + \gamma_{ij} \left(\mathbf{H}_{ij}^{\nu} - \mathbf{H}_{i}^{\nu} \right) \right].$$

Компоненты векторов конвективных потоков \mathbf{F}_{ij} , \mathbf{G}_{ij} , \mathbf{H}_{ij} в серединах M_{ij} отрезков, соединяющих узел *i* с каждым из соседних $j \in C_i$, рассчитываются согласно

схеме AUSMPW+ применительно к векторам консервативных переменных, полученным покомпонентной MUSCL-реконструкцией с ограничителем van Albada 2, что обеспечивает второй порядок точности по пространству.

Частные пространственные производные температуры и компонентов скорости требуются для определения элементов тензора вязких напряжений и вектора теплового потока, необходимых для расчёта векторов вязких потоков $\mathbf{F}_{ii}^{v}, \mathbf{G}_{ii}^{v}, \mathbf{H}_{ii}^{v}$:

$$\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{i} = \sum_{j \in C_{i}} \alpha_{ij} \left(u_{j} - u_{i} \right), \frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{i} = \sum_{j \in C_{i}} \beta_{ij} \left(u_{j} - u_{i} \right), \dots, \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{i} = \sum_{j \in C_{i}} \gamma_{ij} \left(T_{j} - T_{i} \right),$$
$$\tau_{xx}\Big|_{i} = \frac{2}{3} \mu_{i} \left(2\frac{\partial u}{\partial x}\Big|_{i} - \frac{\partial v}{\partial y}\Big|_{i} - \frac{\partial w}{\partial z}\Big|_{i} \right), \dots, \tau_{xy}\Big|_{i} = \mu_{i} \left(\frac{\partial u}{\partial y}\Big|_{i} + \frac{\partial v}{\partial x}\Big|_{i} \right), \dots, q_{z}\Big|_{i} = -\lambda_{i} \frac{\partial T}{\partial z}\Big|_{i}$$

В основе реализации граничных условий Неймана $\frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}$ также лежит МНКаппроксимация пространственных производных (рис. 6.3):

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}\Big|_{i} &= \mathbf{n} \cdot \nabla \varphi = n_{x} \sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \alpha_{ij} \left(\varphi_{j} - \varphi_{i}\right) + n_{y} \sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \beta_{ij} \left(\varphi_{j} - \varphi_{i}\right) + n_{z} \sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \gamma_{ij} \left(\varphi_{j} - \varphi_{i}\right), \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}\Big|_{i} &= \sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \eta_{ij} \varphi_{j} - \varphi_{i} \sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \eta_{ij} , \ \varphi_{i} = \frac{\sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \eta_{ij} \varphi_{j} - \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{n}}\Big|_{i}}{\sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \eta_{ij}}, \ \eta_{ij} = \alpha_{ij} n_{x} + \beta_{ij} n_{y} + \gamma_{ij} n_{z}, \end{aligned}$$

где n_x , n_y , n_z – компоненты вектора внешней нормали **n** в узле *i* на границе поверхности, \tilde{C}_i – облако его соседних узлов, не принадлежащих границе.



Рис. 6.3. Реализация граничных условий на поверхности преграды.

На границе обтекаемых вязким потоком поверхностей ставятся краевые условия прилипания газа $\mathbf{v} = 0$ к изотермической стенке с заданной температурой $T = T_w$, дополненные условием постоянства давления в направлении нормали в пограничном слое $\frac{\partial p}{\partial \mathbf{n}} = 0$:

$$T_{i} = T_{w}, \ p_{i} = \frac{\sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \eta_{ij} p_{j}}{\sum_{j \in \tilde{C}_{i}} \eta_{ij}}, \ \rho_{i} = \frac{p_{i}}{RT_{i}}, \ u_{i} = v_{i} = w_{i} = 0, \ e_{i} = \frac{p_{i}}{\rho_{i}(\gamma - 1)}.$$



Рис. 6.4. Теневая картина обтекания сферы и головной скачок уплотнения.



Рис. 6.5. Сопоставление расчётного коэффициента давления с данными из атласа.

В целях верификации представленного бессеточного алгоритма И программного обеспечения решалась моделирования разработанного задача обтекания сферы с температурой поверхности T_w=500К вязким воздушным потоком с параметрами M_∞=3, T_∞=300 K, Re_∞=10⁵. На рис. 6.4. представлена полученная в численном эксперименте теневая картина течения газа. Положение головной ударной волны очень близко к штриховой кривой, построенной согласно известному аналитическому выражению [5]. Распределение коэффициента приближённо давления вдоль поверхности сферы, полученное численным расчётом бессеточным методом, практически совпадает с эталонным распределением из атласа [3] (рис. 6.5).

Бессеточный алгоритм расчёта течений вязкого газа служит основой для моделирования газодинамического взаимодействия крупных частиц с ударным слоем. Расчёт обтекания газом каждого тела производится посредством решения системы уравнений газовой динамики в отдельной системе координат на выделенном множестве расчётных узлов, принадлежащих домену, закреплённому за телом. Вводится основная система координат, в которой обтекаемая газовым потоком преграда считается неподвижной вместе с набором вычислительных узлов, принадлежащих её домену, который также именуется основным. Движущаяся в частица сферической формы испытывает действие пространстве силы аэродинамического сопротивления f_D, которая определяется вязким трением и давлением газа в вычислительных узлах на её поверхности:

$$\frac{d\mathbf{r}_{p}}{dt} = \mathbf{v}_{p}, \ \mathbf{m}_{p} \frac{d\mathbf{v}_{p}}{dt} = \mathbf{f}_{D}, \ \mathbf{f}_{D} = \sum_{i \in S_{p}} \left(-p_{i}\mathbf{n}_{i} + \mu_{i} \frac{\partial \mathbf{v}_{\tau}}{\partial \mathbf{n}} \Big|_{i} \right) S_{i}.$$

Вокруг каждой частицы формируется локальное облако перемещающихся вместе с ней расчётных узлов, принадлежащих её домену. В собственной локальной системе координат частица считается неподвижной. Разработаны два подхода к расчёту взаимодействия узлов, принадлежащим движущимся один относительно другого доменам. Метод скользящих облаков аналогичен представленному в предыдущей главе работы методу скользящих адаптивных декартовых сеток (рис. 6.6). Второй разработанный подход основан на формировании единого облака из узлов, относящихся к разным доменам. Внешние узлы локального домена связываются с ближайшими соседями из основного и наоборот, а узлы основного домена, оказавшиеся внутри локального, исключаются из расчёта (рис. 6.7). Расчёт векторов конвективных и вязких потоков между узлами при их принадлежности к разным доменам выполняется посредством трансформации векторов состояния \mathbf{q} в единую систему координат с учётом скорости относительного движения доменов. Производится и трансформация векторов состояния в соседних узлах, что необходимо для вычисления градиентов вектора состояния $\nabla \mathbf{q}$. Метод позволяет моделировать движение ансамбля из нескольких частиц в ударном слое с возможностью их сближения и отражения от поверхности преграды.



Рис. 6.6. Наложение узлов основного домена и домена частицы в методе скользящих облаков.



Рис. 6.7. Формирование единого облака из узлов, принадлежащих разным доменам.



Рис. 6.8. Теневая картина эволюции течения в ударном слое под влиянием одиночной частицы, стартовавшей под углом 35° к оси симметрии сферы.

Проведены вычислительные эксперименты по моделированию движения крупных частиц диаметром 500 мкм у поверхности сферы диаметром 7,5 см, обтекаемой воздушным потоком с параметрами $M_{\infty}=6$, $T_{\infty}=90$ K, $Re_{\infty}=10^{6}$, $T_{w}=500$ K. На рис. 6.8 показаны теневые картины изменения течения газа в ударном слое в плоскости движения частицы в последовательные моменты времени под влиянием одиночной частицы, стартовавшей навстречу набегающему потоку под углом 35° к оси симметрии сферы. Наблюдается ярко выраженная И относительно продолжительное время существующая импактная струя газа, направленная в область критической точки. Действие струи вызывает двукратный рост давления газа у поверхности и четырёхкратное локальное усиление конвективного теплового потока (рис. 6.9).



Рис. 6.9. Колебания давления (а) и конвективного теплового потока (б) на поверхности сферы при движении одиночной частицы, стартовавшей под углом 35° к оси симметрии.



Рис. 6.10. Теневая картина эволюции течения в ударном слое под влиянием пары частиц.



Рис. 6.11. Колебания давления (а) и конвективного теплового потока (б) на поверхности сферы, индуцированные газодинамическим взаимодействием двух частиц с ударным слоем.

На рис. 6.10 показаны теневые картины течения при последовательном запуске под углом 35° к оси симметрии сферы двух одинаковых частиц. В рассматриваемой конфигурации вторая частица оказывается под воздействием сверхзвуковой струи в

следе первой частицы, быстрее теряет направленную против потока составляющую скорости и, как следствие, отходит на заметно меньшее удаление от сферы, прежде чем развернуться и уйти на периферию течения. На рис. 6.11 представлены распределения вдоль поверхности давления газа и конвективного теплового потока при интерференции воздействия пары частиц на ударный слой в представленной конфигурации.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы, выносимые на защиту.

Источники

1. Бакум Б. И., Шестаков Ю. Н., Шманенков В. Н. О природе аномального обтекания затупленных тел запыленным потоком гиперзвуковых аэродинамических труб. // Инженернофизический журнал. — 1970. — Т. 19, № 5. — С. 925–928.

2. Домбровский Л. А., Ревизников Д. Л. Перенос тепла излучением при обтекании затупленного тела сверхзвуковым потоком с взвешенными частицами: сравнительный анализ вычислительных моделей // Тепловые процессы в технике. — 2014. — Т. 6, № 7. — С. 294–300.

3. Любимов А. Н., Русанов В. В. Течение газа около тупых тел. — М.: Наука. — 1970.

4. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке. — М.: ЯНУС-К. — 2007. — 392 с.

5. Billig F. S. Shock-wave shapes around spherical-and cylindrical-nosed bodies // Journal of Spacecraft and Rockets. — 1967. — Vol. 4, No. 6. — P. 822–823.

6. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and the Direct Simulation of Gas Flows — New York, Oxford, Claredon Press. — 1994.

7. Dombrovsky L. A., Baillis D. Thermal Radiation in Disperse Systems: An Engineering Approach.
— New York: Begell House. — 2010. — 689 p.

8. Fleener W. A., Watson R. H. Convective Heating in Dust–Laden Hypersonic Flows // AIAA Paper. — 1973. — No. 73. — 761.

9. Holden M. S., Gustafson G. Q., Duryea G. R., Hudack L. T. An Experimental Study of Particle– Induced Convective Heating Augmentation // AIAA Paper. — 1976. — No. 76. — 320.

ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:

Комплексная математическая модель многофакторного 1. воздействия сверхзвукового запыленного потока на обтекаемое тело, включающая модель столкновительной динамики дисперсной фазы, модель газовой динамики ударного модель тепломассообмена в подверженном эрозионному разрушению слоя, обтекаемом теле, а также модель распространения теплового излучения в запылённом потоке. Такой подход позволяет учитывать взаимное влияние различных факторов: воздействие дисперсной фазы на картину течения и на обтекаемую поверхность, теплоперенос и теплоэрозионное разрушение теплозащитного материала, изменение формы обтекаемого тела вследствие уноса массы, радиационный теплообмен между дисперсной фазой и обтекаемой поверхностью.

2. Эффективные вычислительные алгоритмы реализации комплексной математической модели. В качестве общей основы для сопряжения алгоритмов решения задач внешней аэродинамики, распространения теплового излучения в запылённом потоке, а также теплообмена в разрушающейся преграде выступает метод погруженной границы аппроксимации краевых условий на криволинейных подвижных границах, позволяющий использовать стационарные декартовы сетки.

3. Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы, и построенная на их основе квазитрёхмерная вычислительная модель, позволяющая рассчитывать все соударения между частицами в потоке, а также столкновения частиц с преградой. Метод частиц-представителей прямого численного

моделирования столкновительной динамики дисперсной фазы в трёхмерной постановке, позволяющий существенно снизить вычислительные затраты и расширить спектр решаемых задач, в частности, моделировать движение примеси полидисперсного состава, а также рассчитывать обтекание тел запылённым потоком в трёхмерной постановке.

4. Вычислительная модель газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем В двумерной постановке. Отличительными чертами разработанной методики являются использование адаптивных декартовых сеток повышенного разрешения, применение метода погруженной границы с фиктивными ячейками для реализации условий на криволинейных подвижных границах, распараллеливание вычислений на графических процессорах. Реализованы два варианта построения сетки. В первом варианте расчет проводится на единой сетке, а поверхность частицы рассматривается как движущаяся криволинейная граница. Во втором варианте используются скользящие сетки, т.е. вокруг частицы строится своя локальная сетка, которая движется вместе с частицей по стационарной глобальной сетке. Такой подход позволяет рассчитывать движение частицы по произвольной траектории, а также моделировать воздействие нескольких частиц на ударный слой.

5. Вычислительная модель газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем в трёхмерной постановке на основе бессеточного алгоритма решения систем уравнений динамики Эйлера и Навье-Стокса. Уравнения газовой динамики представляются в полу-дискретной форме на множестве распределённых в пространстве расчётных узлов, основой служит аппроксимация частных пространственных величин газодинамических параметров методом наименьших квадратов. Используется анизотропное распределение узлов в пространстве, что позволяет обеспечить детальное разрешение течения газа в пограничном слове вблизи обтекаемой поверхности при существенно меньших вычислительных затратах по сравнению с прямоугольными декартовыми сетками. Каждая частица окружена своим облаком расчётных узлов. Разработаны модель скользящих облаков, аналогичная модели скользящих сеток, и модель единого облака расчётных узлов, предназначенные для расчёта движения крупных частиц по сложным пространственным траекториям с учётом газодинамического взаимодействия с преградой и нескольких частиц между собой.

Программные коды, реализующие перечисленные выше вычислительные 6. модели и алгоритмы и активно использующие параллельные вычисления, в том числе, на графических процессорах. Программная реализация комплексной модели двухфазного ударного слоя предназначена для работы на многопроцессорных посредством технологии OpenMP вычислительных системах И использует параллельные вычисления как на этапе решения уравнений газодинамики и тепломассопереноса, так и при решении уравнений движения частиц моделирования столкновений между ними. Технология гетерогенных параллельных вычислений OpenCL является основой реализации моделей движения крупных частиц в ударном слое как на декартовых сетках, так и с использованием бессеточного метода.

7. Результаты численного исследования теплового и динамического воздействия двухфазного потока на преграду в случае поперечного обтекания цилиндра. Выявлена роль столкновений между частицами и обратного влияния частиц на газовую фазу. Показано, что с точки зрения воздействия примеси на преграду основным фактором

является столкновительный характер примеси. Взаимодействие частиц в потоке приводит к существенному изменению картины распределения примеси в пространстве, размывая границу области повышенной концентрации у поверхности. Уже при малой концентрации примеси возникает экранирующий эффект, проявляющийся в снижении теплового воздействия дисперсной фазы на поверхность тела. Обратное влияние дисперсной примеси на несущую фазу проявляется в сокращении толщины ударного слоя в случае средне- и мелкодисперсной примеси, увеличении конвективного теплового потока от газа к обтекаемой поверхности, а также к интенсификации непосредственного динамического и теплового воздействия дисперсной фазы на преграду.

8. Результаты вычислительных экспериментов по моделированию поперечного обтекания цилиндра сверхзвуковым потоком с полидисперсной, в том числе, бидисперсной, примесью твёрдых частиц. Показано, что наличие в потоке частиц существенно различных размеров значительно меняет характер протекающих процессов по сравнению со случаем монодисперсной примеси. Возникает эффект перераспределения вкладов частиц различных фракций в суммарный поток энергии дисперсной фазы к обтекаемой поверхности, в результате энергетическое воздействие смещается в пользу частиц меньшего размера. Показано, что ударное энергетическое воздействие на обтекаемую поверхность полидисперсной примеси в случае, когда размеры частиц подчиняются широко распространенному на практике гаммараспределению, эквивалентно воздействию монодисперсной примеси с размером частиц, однозначно определяемым параметрами распределения.

9. Результаты сравнительного анализа точного и статистического подходов к моделированию столкновительной примеси. Показано, что применение метода Монте-Карло в задаче обтекания преграды гетерогенным потоком позволяет достаточно точно рассчитывать интегральные показатели энергетического воздействия примеси на обтекаемую поверхность, при этом, однако, может наблюдаться недооценка динамического воздействия.

10. Вычислительная модель эрозионного разрушения преграды в гетерогенном потоке, основанная на концепции эффективной энтальпии эрозионного разрушения и аппроксимации обтекаемой поверхности деформируемым многогранником. Результаты численного исследования эрозионного разрушения затупленного тела, обтекаемого сверхзвуковым запылённым потоком. Проанализирована роль учёта обратного влияния изменения формы тела на параметры двухфазного ударного слоя. Показано, что пренебрежение данным эффектом приводит к более интенсивному разрушению лобовой части тела и менее интенсивному разрушению периферии. При этом учёт рассматриваемого фактора сравнительно слабо влияет на общую массу унесенного материала.

11. Результаты численного моделирования радиационного теплообмена между поверхностью обтекаемого тела и дисперсной фазой. Рассмотрены варианты «холодной» и «горячей» поверхности, а также вариант сопряженного теплообмена. Показано, что при фиксированной массовой концентрации частиц поток излучения к «холодной» поверхности существенно увеличивается при уменьшении размера частиц. Учёт столкновений между частицами приводит к повышению концентрации и средней температуры дисперсной фазы в приповерхностном слое, что способствует возрастанию потока излучения дисперсной фазы к поверхности, кроме того, наблюдается увеличение потока теплового излучения в тыловой зоне преграды. В условиях нагретой поверхности частицы могут блокировать собственное излучение

поверхности, что существенно повышает ее равновесную температуру. Полученные результаты свидетельствуют о важности учёта столкновений между частицами при моделировании радиационного теплообмена. Показано, что в случае полидисперсного состава примеси с гамма-распределением частиц по размерам радиационный теплообмен может быть достаточно точно рассчитан с использованием модели монодисперсной примеси. При этом эффективный размер частиц монодисперсной примеси различен для вариантов «холодной» и «горячей» поверхности.

12. Результаты численных экспериментов по моделированию газодинамического взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем. Показано, что по достижении отраженной от обтекаемой поверхности частицей ударной волны происходит существенная перестройка течения в ударном слое, разрушение стационарной ударно-волновой структуры образование конусообразной И возмущенной области с вершиной, движущейся вместе с частицей. Показано формирование импактной кольцевой струи, направленной на поверхность обтекаемого тела и взаимодействующей с ней с образованием зоны повышенного давления и конвективного теплообмена.

13. Результаты численного исследования взаимодействия высокоинерционной частицы с ударным слоем вблизи тела с плоским торцом. Показано возникновение колебательных режимов течения, при этом локальные величины давления и теплового потока в ходе колебательного процесса могут в несколько раз превышать значения для стационарного невозмущенного течения. Полученные в расчётах ударно-волновые структуры течения, а также частоты и амплитуды колебаний давления и теплового потока хорошо согласуются с экспериментальными данными.

14. Результаты численного моделирования газодинамического взаимодействия ансамбля крупнодисперсных частиц, движущихся в ударном слое. Наблюдается появление характерных ударно–волновых структур, образующихся при прохождении отраженных от поверхности частиц через головную ударную волну. Значения давления и теплового потока, полученные в расчетах, значительно выше, чем в чистых невозмущенных потоках, что хорошо согласуется с экспериментальными данными. Показано, что ключевую роль в интенсификации теплообмена играет формирование импактной струи, натекающей на поверхность и формирующей область повышенного давления. При движении нескольких частиц, имеющих геометрически близкие, но разнесённые по времени точки старта, данный эффект сохраняется во времени, создавая относительно долгоживущую зону интенсивного воздействия струй газа на поверхность, величина конвективного газа.

15. Результаты моделирования движения крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое в трёхмерной постановке по сложной пространственной траектории под действием силы аэродинамического сопротивления, обусловленной давлением на поверхности частицы и трением о вязкий газ. Показана эволюция картины течения в ударном слое и изменение параметров газа у поверхности сферы, в том числе, области интенсификации теплового воздействия на преграду, локализованы перемещающиеся по поверхности тела по мере движения частицы в пространстве. Показано изменение траектории движения одной частицы вследствие газодинамического взаимодействия со сверхзвуковым следом от другой, вышедшей за фронт ударной волны. Показана интерференция воздействия нескольких крупных частиц на картину течения в ударном слое и параметры газа вблизи преграды. показано возникновение зоны кратного усиления конвективного теплового потока

вблизи критической точки сферы, обтекаемой сверхзвуковым потоком, существование которой может поддерживаться во времени при движении цепочки частиц.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых изданиях, рекомендованных Перечнем ВАК при Минобрнауки России либо включённых в международные реферативные базы данных

- 1. Способин А. В. Бессеточный алгоритм расчета взаимодействия крупных частиц с ударным слоем в сверхзвуковых гетерогенных потоках // Компьютерные исследования и моделирование. 2022. Т. 14, № 5. С. 1007–1027.
- 2. Способин А.В. Расчет взаимодействия крупных частиц со сверхзвуковым ударным слоем с использованием бессеточного алгоритма // Труды МАИ. 2022. № 125. 36 с.
- 3. Способин А. В. Распараллеливание вычислений на графических процессорах в задаче моделирования газодинамического взаимодействия частицы со сверхзвуковым ударным слоем // Тепловые процессы в технике. 2022. Т. 14, № 6. С. 276–288.
- 4. Способин А.В. Метод скользящих адаптивных декартовых сеток расчета газодинамического взаимодействия частиц с ударным слоем в сверхзвуковом потоке // Тепловые процессы в технике. 2022. Т. 14, № 4. С. 178–185.
- 5. Способин А.В. Бессеточный алгоритм расчёта сверхзвуковых течений вязкого теплопроводного газа // Труды МАИ. 2021. № 121. 25 с.
- 6. **Sposobin A. V.**, Reviznikov D. L. Impact of High Inertia Particles on the Shock Layer and Heat Transfer in a Heterogeneous Supersonic Flow around a Blunt Body // Fluids. 2021. Vol. 6, No. 11. no. 406.
- 7. Способин А. В. Бессеточный алгоритм расчёта сверхзвуковых течений невязкого газа // Труды МАИ. 2021. № 119. 22 с.
- 8. Ревизников Д. Л., Способин А. В., Иванов И. Э. Сравнительный анализ расчетных и экспериментальных данных об осциллирующем течении, индуцированном газодинамическим взаимодействием частицы с ударным слоем // Теплофизика высоких температур. 2020. Т. 58, № 6. С. 901–908.
- 9. Способин А.В., Ревизников Д. Л., Иванов И.Э., Крюков И.А. Колебания давления и теплового потока, индуцированные газодинамическим взаимодействием высокоинерционной частицы с ударным слоем // Известия вузов. Авиационная техника. 2020. № 4. С. 108–115.
- Reviznikov D. L., Sposobin A. V., Ivanov I. E. Oscillatory Flow Regimes Resulting from the Shock Layer–Particle Interaction // High Temperature. — 2020. — Vol. 58, No. 2. — P. 278–283.
- 11. Ревизников Д. Л., Способин А. В., Иванов И. Э. Изменение структуры течения под воздействием высокоинерционной частицы при обтекании тела сверхзвуковым гетерогенным потоком // Теплофизика высоких температур. 2018. Т. 56, № 6. С. 908–913.
- 12. Ревизников Д. Л., Способин А. В., Сухарев Т. Ю. Численное моделирование обтекания затупленного тела сверхзвуковым полидисперсным потоком // Теплофизика высоких температур. 2017. Т. 55, №3. С. 418–425.

- Dombrovsky L. A., Reviznikov D. L., Sposobin A. V. Radiative Heat Transfer from Supersonic Flow with Suspended Particles to a Blunt Body // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2016. — Vol. 93. — P. 853–861.
- Reviznikov D. L., Sposobin A. V., Dombrovsky L. A. Radiative Heat Transfer from Supersonic Flow with Suspended Polydisperse Particles to a Blunt Body: Effect of Collisions between Particles // Computational Thermal Sciences. — 2015. — Vol. 7, No. 4. — P. 313–325.
- 15. Ревизников Д. Л., Способин А. В. Расчет обтекания тел сверхзвуковым потоком с примесью частиц полидисперсного состава // Вестник Московского авиационного института. 2013. Т. 20, № 3. С. 205–211.
- 16. Ревизников Д. Л., Способин А. В., Ершова Т. В. Численное исследование теплообмена сверхзвукового полидисперсного потока с преградой // Тепловые процессы в технике. 2013. Т. 5, № 9. С. 411 416.
- 17. Винников В. В., Домбровский Л. А., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Моделирование переноса тепла излучением при обтекании преграды сверхзвуковым потоком газа со взвешенными частицами // Тепловые процессы в технике. 2012. № 7. С. 312–318.
- 18. Винников В. В., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Использование частицпредставителей при прямом численном моделировании обтекания преграды запыленным потоком // Труды МАИ. — 2011. — № 46. — 7 с.
- 19. Ershova T. V., Mikhatulin D. S., Reviznikov D. L., **Sposobin A. V.**, Vinnikov V. V. Numerical Simulation of Heat and Mass Transfer between Heterogeneous Flow and an Obstacle // Computational Thermal Sciences. 2011. Vol. 3, No. 1. P. 15–30.
- 20. Винников В.В., Ревизников Д. Л., Способин А.В. Применение точного и статистического подходов к численному моделированию динамики частиц примеси в гетерогенных потоках // Вестник Московского авиационного института. 2010. Т. 17, № 6. С. 13–19.
- 21. Винников В. В., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Двухфазный ударный слой при обтекании тел сверхзвуковым запыленным потоком // Математическое моделирование. 2009. Т. 21, № 12. С. 89–102.
- 22. Винников В. В., Ершова Т. В., Михатулин Д. С., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Численное моделирование тепломассообмена гетерогенного потока с преградой // Тепловые процессы в технике. 2009. Т. 1, № 11. С. 463–472.
- 23. Винников В. В., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Численное моделирование теплоэрозионного разрушения тел в сверхзвуковом запыленном потоке // Вестник Московского авиационного института. 2008. Т. 15, № 5. С. 101–108.
- 24. Ревизников Д. Л., Способин А. В. Численное моделирование воздействия дисперсной фазы на поверхность затупленного тела в сверхзвуковом запыленном потоке // Математическое моделирование. 2007. Т. 19, № 11. С. 101–111.
- 25. Ревизников Д. Л., Способин А. В. Алгоритмы прямого численного моделирования динамики дисперсной фазы при обтекании тела запыленным потоком // Труды МАИ. 2007. № 26. 13 с.

Зарегистрированные объекты интеллектуальной собственности. Программы для ЭВМ

- 1. Способин А. В. Программа расчёта сверхзвукового обтекания затупленных тел на основе бессеточного алгоритма // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU 2022661629. Роспатент. 2022.
- 2. Способин А.В. Программа численного моделирования движения крупных частиц в сверхзвуковом ударном слое методом скользящих декартовых сеток // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № RU 2021669807. Роспатент. 2021.