

ОТЗЫВ

официального оппонента

на диссертационную работу Богданова Ильи Олеговича
«Двухмасштабное моделирование пространственных течений жидкостей и
газов в пористых композитных структурах»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук
по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы»

Диссертация Богданова И.О. посвящена разработке методики двухмасштабного моделирования процессов фильтрации жидкостей и газов в периодической пористой среде с использованием метода асимптотического осреднения.

Одной из областей применения теории фильтрации, представляющей сегодня все больший интерес, является исследование движения жидкостей и газов при производстве современных композиционных материалов и конструкций на основе методов пропитки армирующего наполнителя связующим в оснастке (RTM, Resin Transfer Molding). В подавляющем большинстве работ, посвященных данной проблеме, исследование процессов движения сред в пористых структурах изучается в рамках феноменологической теории фильтрации, в основе которой лежит закон Дарси и его модификации. В этих подходах компоненты тензора проницаемости пористой среды определяются либо экспериментально, либо с помощью различных эмпирических и приближенных соотношений для описания локальных процессов фильтрации. В этом случае получаются довольно грубые оценки реальных процессов, происходящих внутри пор со сложной геометрией, свойственной композиционным материалам, что, приводит к большим отклонениям при определении проницаемости и, как следствие, некорректности результатов решения макроскопических задач. В связи с этим важной частью исследования фильтрации является анализ локальных процессов пространственного течения сред в отдельно взятой поре и вывод осредненных

уравнений фильтрации на основе решения уравнений Навье-Стокса, а не на основе феноменологических теорий.

Математическое обоснование двухмасштабного моделирования процесса фильтрации жидкостей и газов в пористой системе в диссертации производится с помощью метода асимптотического осреднения. Данный метод позволяет получать математически обоснованные осредненные уравнения для гомогенизированных сред на основе асимптотического анализа точных исходных уравнений механики сплошной среды. Метод базируется на предположении о зависимости всех искомых функций от локальных («быстрых») координат, описывающих изменения в малом пространственном масштабе, и от глобальных («медленных») координат, описывающих изменения во всей области. При этом решение исходной задачи ищется в виде рядов по степеням малого геометрического параметра. В данной работе указанный метод используется для анализа локальных процессов с целью определения параметров пористой системы (пористости и коэффициентов проницаемости), которые в свою очередь используются в макроскопической постановке задачи о вытеснении газа из порового пространства типового материала наполнителя композита слабосжимаемой жидкостью без использования каких-либо эмпирических допущений о проницаемости пористой среды. В связи с изложенным выше, **тематика диссертационной работы, представляется актуальной как в теоретическом, так и практическом отношении.**

Достоверность результатов исследования базируется на использовании теоретически обоснованного и ранее апробированного математического аппарата и фундаментальных законов механики сплошной среды, а также сравнением полученных результатов с известными аналитическими решениями.

Научная новизна диссертационной работы основывается на том, что в ней разработана физико-математическая модель слабосжимаемой жидкости, основанная на уточненном уравнении слабой сжимаемости, а также разрабо-

тана двухмасштабная модель процесса течения слабосжимаемой жидкости, вытесняющей газовую среду в пористой композитной структуре, в трехмерной постановке. В исследовании предложен алгоритм численного решения локальных задач пространственного течения жидкости и газа на ячейках периодичности композитных структур, основанный на вариационном принципе Хеллингера-Рейсснера и методе конечных элементов, а также алгоритм расчета тензора проницаемости без использования каких-либо гипотез о характере локальных процессов в порах. Кроме того, разработан численный алгоритм решения глобальной задачи о вытеснении газа из порового пространства слабосжимаемой жидкостью в трехмерной постановке, основанный на итерационном процессе Ньютона-Рафсона в сочетании с методом конечных элементов. В работе получен ряд новых результатов, показавших эффективность предложенных алгоритмов решения локальных и глобальной задач, а также вычисления тензора проницаемости пористых композитных структур.

Практическая значимость настоящей работы состоит в следующем. Соискателем разработан программный комплекс для численного моделирования двухмасштабных процессов течения жидкостей и газов в пористых композитных структурах, реализующий предложенные физико-математические модели и алгоритмы численного решения локальных и макроскопических задач. Рассмотренная в работе методика двухмасштабного моделирования, основанная на асимптотическом анализе системы уравнений Навье-Стокса, дает возможность без использования каких-либо эмпирических допущений о характере течения в отдельных порах рассчитывать компоненты тензора проницаемости для конкретной микроструктуры пористой среды, что в значительной степени повышает точность расчетов при проектировании композиционных материалов, производимых на основе технологии пропитки армирующего материала жидким связующим.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались на всероссийских и международных конференциях, а также на семинаре

им. А.А. Дородницына «Методы решения задач математической физики» ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН и научно-исследовательском семинаре кафедры механики композитов МГУ им. М.В. Ломоносова. Основные результаты отражены в 12 научных работах, в том числе в 5 статьях, опубликованных в журналах из перечня рецензируемых научных изданий ВАК.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, 3 глав, заключения, списка использованной литературы.

Кратко остановимся на содержании диссертационного исследования.

Во введении приводится краткое описание метода пропитки армирующего наполнителя связующим в оснастке, рассмотрена актуальность темы диссертации, указаны предмет исследования, цели и задачи, научная новизна, практическая значимость, методы исследования, положения, выносимые на защиту, достоверность и обоснованность научных результатов, их апробация, приведен список публикаций по теме диссертации, указан личный вклад соискателя и описана структура работы.

В первой главе диссертации рассматривается постановка двухмасштабной математической модели пространственных течений жидкостей и газов в пористых композитных периодических средах. Формулируются основные допущения, касающиеся геометрии расчетных областей и свойств сред, текущих по пористой системе. Приводится исходная система уравнений Навье-Стокса для газа и слабосжимаемой жидкости. Для случая жидкости рассматривается две модели. Первая основана на классическом уравнении слабой сжимаемости, требующем задания начальных плотности и давления жидкости. Вторая модель основана на том же уравнении слабой сжимаемости, однако оно требует задания только начальной плотности, а вместо заданного начального постоянного давления вводится неизвестное гидростатическое давление в жидкости, отвечающее за изменение давления без изменения плотности жидкости. Однако в этом случае исходная постановка задачи оказывается незамкнутой. Для замыкания системы уравнений искомые функции представляются в аддитивной форме, что позволяет разделить

исходную систему на две отдельные замкнутые системы. Решение первой задачи позволяет, в частности, определить гидростатическое давление в жидкости, которое в свою очередь используется для решения второй задачи.

В работе также вводится предположение о пропорциональности безразмерных коэффициентов вязкости квадрату малого безразмерного параметра, что физически обосновывается малой вязкостью движущихся фаз. Указанный режим фактически определяет медленное Стоксово (безынерционное) движение сред в пористой системе.

К полученным ранее системам уравнений применяется метод асимптотического осреднения, в рамках которого решение ищется в виде асимптотических рядов по степеням малого параметра. Подстановка этих разложений в исходные системы уравнений для газа и слабосжимаемой жидкости приводит к последовательности локальных задач фильтрации. В диссертации показано, что постановки локальных задач нулевого уровня для газа и слабосжимаемой жидкости как классической, так и обобщенной формально в точности совпадают и представляют собой стационарные задачи течения некоторой фиктивной линейно-вязкой несжимаемой среды. Решение этих задач зависит только от внутренней геометрии пор, в результате чего их постановка применима для расчетов фильтрации любых газов и жидкостей в рамках сделанных в работе допущений. В тоже время, наличие условия осреднения делает задачи интегро-дифференциальными, что вместе с условиями периодичности в значительной степени отличает их от классической задачи Стокса. Для упрощения локальных задач используется введенное в работе предположение о наличии физической и геометрической симметрии ячейки периодичности, что позволяет свести локальные задачи к классическим системам дифференциальных уравнений в частных производных.

Заканчивается первая глава описанием процедуры осреднения локальных уравнений, в ходе которой получается закон фильтрации Дарси и общие нелинейные макроскопические уравнения неустановившейся фильтрации

фаз. Постановка глобальной задачи фильтрации дополняется уравнением движения границы раздела сред. Для решения макроскопической задачи о вытеснении газа слабосжимаемой жидкостью используется метод введения динамических независимых координат, которые выбираются таким образом, что решение исходной задачи осуществляется в фиксированной области.

Во второй главе диссертации рассмотрены численные алгоритмы решения локальных и глобальной задач течения жидкости и вытесняемого ею газа.

Первоначально на основе вариационного принципа Хеллингера-Рейсснера формулируется вариационная постановка локальной задачи фильтрации. Далее для численного решения полученной задачи применяется метод конечных элементов, основанный на использовании тетраэдрального конечного элемента с 34 степенями свободы: по 3 компоненты скорости в каждом узле и по одному значению давления в каждой вершине тетраэдра. В каждом конечном элементе используется квадратичная аппроксимация функций скорости и линейная для давления. Аналогичные аппроксимации определяются для вариаций скорости и давления. Вводятся координатные представления для компонент тензора скоростей деформаций и напряжений на конечном элементе и определяется соотношение, связывающее эти представления. Наконец, после преобразования всех интегралов, входящих в вариационную постановку, с учетом введенных координатных представлений и группировки слагаемых при одинаковых вариациях, получается искомая несимметричная СЛАУ для каждого отдельного конечного элемента. Использование аналогичной процедуры приводит к соотношениям для расчета коэффициентов проницаемости пористой среды.

Для численного решения нестационарных нелинейных макроскопических уравнений движения жидкости и газа используется метод Ньютона-Рафсона в сочетании с методом конечных элементов. Первоначально, как и в случае локальных задач, формулируется вариационная постановка глобальной задачи. В соответствии с общей концепцией метода Ньютона-Рафсона

полагается, что давление в данный момент времени уже рассчитано и требуется определить давление на следующем шаге. Для этого формулируется вариационная постановка в приращениях. Применение к ней классической процедуры метода конечных элементов приводит к дифференциальному уравнению относительно приращений давления, а использование метода Эйлера с левыми разностями дает искомую несимметричную СЛАУ для каждого отдельного конечного элемента.

На основе метода Эйлера также преобразуется уравнение для определения положения плоской границы раздела фаз в динамических координатах, что приводит к кубическому уравнению.

Вторая глава завершается описанием общей итерационной процедуры решения глобальной задачи фильтрации и численного метода для решения глобальных несимметричных СЛАУ.

Третья глава диссертации посвящена численному моделированию локальных и макроскопических процессов фильтрации в пористых средах. Дается краткое описание разработанного программного комплекса для двухмасштабного моделирования процессов фильтрации в пористых средах. Приводятся результаты тестирования программы на задаче Пуазейля о течении в одноканальной структуре, допускающей аналитическое решение. Проведенное в работе сравнение полученных численного и аналитического решений показало хорошее согласование результатов.

Далее произведено решение ряда локальных задач фильтрации. Рассмотрено моделирование течения в канально-пористой структуре, образованной системой шаров, соединенных узкими цилиндрическими каналами. В данном случае варьировались радиусы сферической и цилиндрической частей поры. Выполнен анализ влияния побочных каналов на процесс течения в канально-пористой структуре. Также произведено моделирование процесса течения в поре, образованной переплетением волокон. При этом рассматривался процесс течения среды в перпендикулярном и тангенциальном направлениях относительно плоскости волокон. Во всех

случаях получены распределения полей давления и скорости фильтрации в $1/8$ ячейки периодичности, а также рассчитаны пористость и коэффициенты проницаемости.

При решении макроскопической задачи моделировался процесс вытеснения газа из образца тканевого композиционного материала в форме параллелепипеда слабосжимаемой жидкостью с оценкой времени полного заполнения. В роли жидкости рассматривалась ненасыщенная полиэфирная смола. Моделирование проводилось с использованием классической и предложенной в работе обобщенной моделей слабосжимаемой жидкости.

В заключении формулируются основные результаты работы.

По диссертационной работе и автореферату Богданова И.О. можно сделать следующие замечания:

1. Обычно в качестве аппроксимации в задачах гидро-газодинамики используют метод конечных объемов, который обеспечивает сохранение баланса на грани ячейки. Автор использует метод конечных элементов, который этим свойством не обладает. Впрочем, для рассматриваемых чисел Рейнольдса результат в итоге получается тем же самым.
2. Имеется небольшое количество опечаток.

Данные замечания не влияют на положительную оценку работы. Автореферат и публикации автора с достаточной полнотой отражают содержание диссертации.

Заключение

Диссертация Богданова Ильи Олеговича на тему «Двухмасштабное моделирование пространственных течений жидкостей и газов в пористых композитных структурах» является законченным научным исследованием, в котором получены новые и актуальные результаты. Диссертация соответствует всем требованиям «Положения о порядке присуждения ученых степеней», утвержденного постановлением Правительства Российской Федерации от 24 сентября 2013 г. № 842, а ее автор, Богданов Илья Олегович, заслуживает присуждения искомой ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – «Механика жидкости, газа и плазмы». Автореферат соответствует содержанию диссертации.

«28» сентября 2018 г.

Официальный оппонент,
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий кафедрой вычислительной математики
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»



Кобельков Георгий Михайлович

Подпись Кобелькова Георгия Михайловича заверяю
И.О.Декана мех-мат ф-та МГУ, профессор В.Н.Чубариков



Почтовый адрес: 119899 Москва, Ленинские горы, Московский государственный университет им. М.В.Ломоносова, механико-математический ф-т
Тел.: (499) 9391244
E-mail: kobelkov@dodo.inm.ras.ru