

УДК 536.245

## Численное исследование безмашинного энергоразделения воздушного потока\*

Д. Е. Хазов

Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета имени М. В. Ломоносова (НИИ механики МГУ), Москва;  
e-mail: dkhazov@mail.ru

Поступила в редакцию 13.07.2017

Рассматриваются одно- и двумерные математические модели устройства, реализующего безмашинное энергоразделение воздушного потока. Устройство представляет собой теплообменный аппарат типа «труба в трубе», в котором по внутреннему цилиндрическому каналу поток движется со сверхзвуковой скоростью, а по внешнему кольцевому – дозвуковой. Без использования каких-либо движущихся частей, приводимых в движение газом, т.е. без совершения газом технической работы и без теплообмена с окружающей средой, в устройстве происходит энергоразделение потока на «холодный» (полная среднемассовая температура меньше начальной) и «горячий» (полная среднемассовая температура больше начальной).

Одномерная модель строится на основе метода Шапиро–Хоторна с соответствующими замыкающими соотношениями для законов трения и теплоотдачи. Двумерная модель основана на уравнениях Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу с привлечением дополнительных уравнений модели турбулентности.

В качестве количественной меры энергоразделения (температурного разделения) газового потока принимается разность между полными среднемассовыми температурами газового потока на «горячем» и «холодном» выходах и на входе устройства.

Проведена валидация предложенных моделей в широком диапазоне изменения параметров. Путем сопоставления расчетных и экспериментальных данных показано, что наиболее предпочтительной для моделирования подобного класса течений является стандартная  $k-\omega$  модель турбулентности с аналитической моделью Кейса–Кроуфорда для турбулентного числа Прандтля.

Исследовано влияние прямоточной и противоточной схем организации течения на величину энергоразделения. Показано, что схема организации течения становится существенной при малых значениях массового расхода через дозвуковой канал.

На базе разработанных моделей определено влияние профиля сверхзвуковой части устройства на величину энергоразделения. Рассмотрены три профиля сверхзвукового канала: исходный канал с изменяющимся (возрастающим) числом Маха; канал с постоянным числом Маха, равным начальному числу Маха для исходного канала; канал с постоянным числом Маха, равным конечному числу Маха для исходного канала.

Ключевые слова: энергоразделение, коэффициент восстановления температуры, сверхзвуковой поток, сжимаемый пограничный слой.

### Введение

Одним из первых зафиксированных эффектов безмашинного энергоразделения был так назы-

\* Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (проект № 14-19-00699). Автор выражает благодарность к.т.н. А. Г. Здитовцу за ценные замечания при обсуждении статьи, а также к.т.н. Н. А. Киселёву за помощь при подготовке материала.

ваемый вихревой эффект, обнаруженный Ранком в 1931 г. [1]. В этой работе Ранк сообщил о самопроизвольном разделении сильно закрученного газового потока на холодную и горячую области. В 1942 г. Эккерт и Вейзе [2] экспериментально зафиксировали значительную неравномерность в распределении полной температуры газа на поверхности теплоизолированного цилинд-

ра, поперечно обтекаемого газовым потоком. Шпренгер в 1954 г. [3] обнаружил существенное повышение температуры газа вблизи торца глухого отверстия при направлении в него недорасширенной газовой струи. В 1986 г. Голдштейн [4] сообщил о перераспределении полной температуры в затопленной недорасширенной струе.

Все приведенные выше случаи представляют собой перераспределение полной энергии потока без совершения им технической работы и теплообмена с окружающей средой, в результате которого в потоке возникают горячие и холодные области. Подобные явления принято называть энергоразделением.

Эккерт [5] предложил два основных физических механизма, вызывающих энергоразделение. Первый – это дисбаланс между потоками тепла, выделившимися в результате работы сил вязкости в газе, и тепла, отведенного за счет механизма теплопроводности. Второй – вихревые течения и связанные с ними пульсации давления.

На основе некоторых из описанных выше эффектов созданы устройства для безмашинного температурного разделения потоков [6, 7]. Безмашинного, так как в этом случае исключается использование машин, т.е. получение горячего и холодного потоков осуществляется в устройстве, не имеющем подвижных частей, приводимых в движение газом, иными словами газ не совершает технической работы и не участвует в теплообмене с окружающей средой.

Среди подобных устройств наибольшее распространение получили вихревые трубы Ранка–Хилша [8, 9], использующие эффект энергоразделения газа в вихревом потоке, и резонансные трубы Гартмана–Шпренгера [10].

В общем случае сжатый газ с полной температурой  $T_0^*$  поступает на вход в устройство, пройдя через него, разделяется как минимум на два потока – «холодный» и «горячий» с полными температурами  $T_c^* < T_0^*$  и  $T_h^* > T_0^*$  соответственно. Таким образом, количественной мерой энергоразделения или температурного разделения газового потока служит разность между полными среднemasсовыми температурами газового потока на «горячем» ( $\Delta T_h^* = T_h^* - T_0^*$ ) и «холодном» выходах ( $\Delta T_c^* = T_c^* - T_0^*$ ) и на входе устройства.

Следует отметить, что при существенном перепаде давлений в устройстве изменение полной температуры газа может происходить также

и за счет процесса дросселирования. Однако эта величина обычно существенно меньше эффекта, вызванного энергоразделением, но также вносит вклад в конечную разность полных температур. В данной работе газ принимается совершенным и эффект дросселирования не учитывается.

Безмашинные методы температурного разделения имеют ряд преимуществ перед обычными (машинными): простота конструкции, отсутствие подвижных (вращающихся) частей, приводимых в движение газом, отсутствие систем смазки, надежность и др. Однако не лишены эти методы и недостатков. В первую очередь стоит отметить высокие потери полного давления для холодного и горячего потоков, а кроме того низкую эффективность по сравнению с машинными методами.

В 1997 г. А.И. Леонтьевым [11] был предложен новый метод и устройство для безмашинного энергоразделения газового потока, позволяющий существенно снизить потери полного давления у одного из потоков. Метод основан на использовании эффекта энергоразделения газового потока в сжимаемом пограничном слое.

Суть эффекта заключается в разности температур адиабатной стенки и температуры торможения, возникающей в газовом потоке с числом Прандтля, отличным от единицы. Как известно, температура адиабатной поверхности, обтекаемой газовым потоком, определяется из соотношения:

$$T_{aw}^* = \frac{T_0^* \left( 1 + r \frac{k-1}{2} M^2 \right)}{1 + \frac{k-1}{2} M^2}. \quad (1)$$

Из (1) следует, что при росте числа Маха и при коэффициенте восстановления  $r$  меньше единицы (что характерно для газов с  $Pr < 1$ ) температура адиабатной поверхности все более отличается (в меньшую сторону) от начальной полной температуры.

Представим себе два потока газа (рис. 1) с равными начальными значениями полных температур  $T_0^*$ , разделенных стенкой. Один поток оставим без воздействий  $M_1 < 1$ , а второй посредством геометрического воздействия разгоним до сверхзвуковой скорости  $M_2 \gg 1$ . В случае дозвукового потока, согласно (1),  $T_{aw1}^* \approx T_0^*$ , а в случае сверхзвукового потока можно принять  $T_{aw2}^* \approx rT_0^*$ . Таким образом, температуры с разных сторон стенки различны, и если сде-

лать стенку теплопроводной, то между потоками возникнет теплообмен. Направление теплового потока будет зависеть от значения коэффициента восстановления  $r$ . Для воздуха ( $Pr=0.7$ )  $r < 1$ , т. е.  $T_{aw1}^* > T_{aw2}^*$ , и, следовательно, дозвуковой поток будет охлаждаться, а сверхзвуковой, соответственно, нагреваться.

На текущий момент имеется ограниченное число опубликованных работ, посвященных валидации математических моделей устройств энергоразделения, работающих по методу, предложенному А.И. Леонтьевым. В работе [12] приведена одномерная методика расчета устройства, работающего на природном газе, приведено сравнение с экспериментальными данными. Двумерное (осесимметричное) моделирование рассматривается в [13]. Авторами предложена двухкаскадная схема устройства, для одиночной схемы проводится сопоставление с экспериментальными данными [14, 15].

Целями настоящей работы являются построение математической модели устройства безмашинного энергоразделения и использование ее для дальнейших исследований. Математическая модель должна описывать процессы в устройстве, работающем по методу, предложенному А.И. Леонтьевым. На базе разработанных моделей планируется провести исследование влияния схемы течения в устройстве (прямоточная/противоточная) и профиля сверхзвукового канала на величину энергоразделения.

### 1. Постановка задачи

Рассмотрим устройство энергоразделения, предложенное в [11]. Устройство представляет собой теплообменный аппарат типа «труба в трубе» и состоит из двух коаксиальных каналов (рис. 2): внешнего (дозвукового) и внутреннего (сверхзвукового). Каналы разделены между собой теплопроводной стенкой. Внутренний канал образован сверхзвуковым соплом, внутренней конической

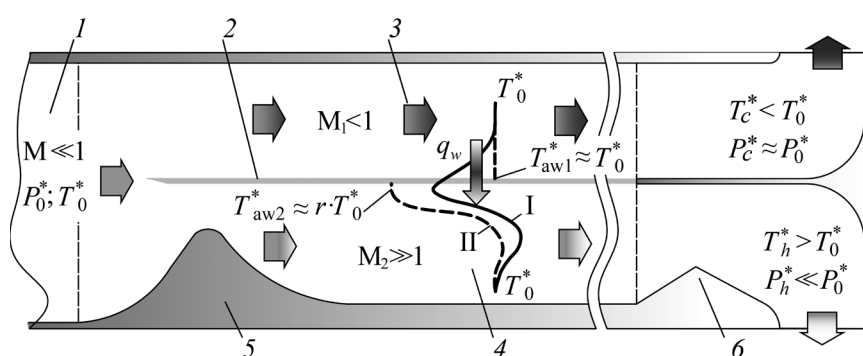


Рис. 1. Принципиальная схема устройства для безмашинного энергоразделения потока [17]: 1 – ресивер; 2 – разделительная стенка; 3 – дозвуковой поток; 4 – сверхзвуковой поток; 5 – сверхзвуковое сопло; 6 – сверхзвуковой диффузор. Распределение температуры торможения в пограничном слое в случае теплопроводной разделительной стенки (I), в случае теплоизолированной стенки (II)

или коническо-цилиндрической поверхностью теплопроводной стенки и диффузором. Наружный канал представляет собой кольцевой канал постоянного поперечного сечения.

### 2. Математическая модель

Рассмотрим последовательно одно- и двумерную математические модели описанного выше устройства.

Одномерная модель позволяет оперативно и с достаточной степенью точности проводить расчеты устройства и получать распределения основных параметров (скорость, давление, температура и др.) вдоль оси канала. При этом предполагается, что все параметры равномерно распределены по сечению.

В свою очередь двумерная (осесимметричная) модель позволяет получить более детальную информацию о процессах, происходящих внутри устройства. Однако использование таких моделей требует значительно больших временных затрат как на этапе построения модели, так и на этапе получения решения.

В качестве рабочего тела для всех моделей рассматривается воздух как сжимаемый совершенный газ. Термодинамические и транспортные свойства определяются согласно [19].

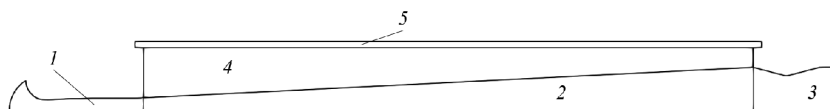


Рис. 2. Схема расчетной области двумерной модели: 1 – сверхзвуковое сопло; 2 – конический/коническо-цилиндрический сверхзвуковой канал; 3 – сверхзвуковой диффузор; 4 – теплопроводная стенка; 5 – дозвуковой кольцевой канал

### 2.1. Одномерная модель

Задача решается в сопряженной постановке. Для модели течения газа воспользуемся хорошо известным методом Шапиро–Хоторна [20]. Метод позволяет анализировать течения при наличии различных внешних воздействий на поток. В рассматриваемом случае внешними воздействиями на поток будут:

- геометрическое  $dA$ ;
- тепловое  $dQ_w$ ;
- воздействие трением  $C_f$ .

Уравнение для изменения числа Маха вдоль канала будет иметь вид:

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{-2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)dA}{1-M^2} \frac{1}{A} + \frac{1+kM^2}{1-M^2} \frac{dQ_w}{mC_pT} + \frac{kM^2\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)}{\left(1 + \frac{k-1}{2}M^2\right)} 4C_f \frac{dx}{d_h}. \quad (2)$$

Уравнения для остальных переменных (давления, температуры и др.) приведены в [20].

Количество переданного тепла равно

$$dQ_w = 4q_w \frac{A}{d_h} dx, \quad q_w = \alpha(T_w - T_{aw}^*).$$

Коэффициенты трения и теплоотдачи определяются с учетом поправки на сжимаемость [22]:

$$C_f = \frac{\xi}{4} \Psi_M, \quad \alpha = \frac{Nu \lambda}{d_h} \Psi_M, \quad \Psi_M = \left[ \frac{2}{1 + \left(1 + r \frac{k-1}{2} M^2\right)^{0.6}} \right]^2. \quad (3)$$

Значения числа Нуссельта  $Nu$  и коэффициента гидравлического сопротивления  $\xi$  определяются по-разному для внутреннего (цилиндрического) и внешнего (кольцевого) каналов, согласно рекомендациям [21].

Коэффициент восстановления температуры рассчитывается при помощи соотношения Ротта [23]:

$$r = Pr_t + \frac{C_f}{2} (Pr - Pr_t) b + 7(1 - Pr_t) \sqrt{\frac{C_f}{2}}.$$

Закон изменения площади поперечного сечения задается аналитической зависимостью  $A=A(x)$ .

Для моделирования распространения тепла в цилиндрической стенке воспользуемся решением одномерной задачи теплопроводности [24]:

$$q_w = K(T_{aw1}^* - T_{aw2}^*),$$

$$K = \frac{\pi}{\frac{1}{\alpha_1 d_o} + \frac{1}{2\lambda_w} \ln\left(\frac{d_o}{d_i}\right) + \frac{1}{\alpha_2 d_i}}. \quad (4)$$

Таким образом, имеем замкнутую систему уравнений, описывающих течение и теплообмен в системе коаксиальных каналов, разделенных теплопроводной стенкой.

### 2.2. Двумерная (осесимметричная) модель

Двумерная задача решалась при помощи коммерческого пакета ANSYS Fluent. Течение моделировалось в сопряженной постановке. Геометрия расчетной области представлена на рис. 2. Блочнo-структурированные сетки были построены при использовании препроцессора ANSYS ICEM CFD и насчитывали в среднем около 200 000 четырехугольных ячеек. Высота первой пристеночной ячейки выбиралась исходя из условия  $y^+ < 1$  для всех стенок и составляла порядка  $5 \times 10^{-4}$  мм.

Дискретизация уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS), уравнения энергии (как для жидкости, так и для твердого тела) и уравнений соответствующей модели турбулентности проводилась на основе метода контрольного объема с использованием противопоточных схем второго порядка.

Для замыкания основной системы уравнений использовались двухпараметрические дифференциальные модели турбулентности. Всего в работе проанализированы результаты расчетов при использовании четырех моделей турбулентности:

- модели семейства  $k-\epsilon$ 
  - Standard (ske),
  - Realizable (rke);
- модели семейства  $k-\omega$ 
  - Standard (skw),
  - SST.

В случае использования моделей семейства  $k-\epsilon$  для пристеночного моделирования использовался двухзональный метод (Two-Layer Model), основанный на использовании вблизи стенки однопараметрической модели Вольфштейна [29]. Для моделей семейства  $k-\epsilon$  использовались поправки на низкие числа Рейнольдса (Low-Reynolds Number Correction) и на эффект сжимаемости (Compressibility Effects) [30].

Кроме того, для уравнения энергии турбулентное число Прандтля задавалось как посто-

янное значение, так и на основе аналитической модели Кейса–Кроуфорда [25]:

$$\Pr_t^{-1} = 0.5/\Pr_{t_\infty} + 0.3\text{Pe}_t \sqrt{1/\Pr_{t_\infty}} - (0.3\text{Pe}_t)^2 \left[ 1 - \exp\left(\frac{-1}{0.3\text{Pe}_t \sqrt{\Pr_{t_\infty}}}\right) \right].$$

Стоит отметить, что значение турбулентного числа Прандтля для ядра пограничного слоя является параметром данной модели. Рекомендованное значение  $\Pr_{t_\infty} = 0.85$  было получено исходя из анализа логарифмического участка теплового пограничного слоя [26]. Однако в той же работе [26] показано, что диапазон изменения  $\Pr_{t_\infty}$  для воздуха составляет 0.73–0.92.

Критерием сходимости решения двумерной задачи являлась неизменность от итерации к итерации значений полных среднemasовых температур на выходах из дозвукового и сверхзвукового каналов.

### 3. Валидация моделей

В работах [16–18] были получены экспериментальные данные для двух конфигураций устройства (рис. 3):

- только внутренний канал и теплопроводная стенка;
- устройство в сборе: внутренний канал, теплопроводная стенка и наружный канал.

Для первой конфигурации были замерены распределения статического давления по длине сверхзвукового канала, а также локальная температура наружной поверхности теплопроводной стенки. Для устройства в сборе были получены значения охлаждения дозвукового и нагрева сверхзвукового потоков, а также радиальные эпюры полных температур на выходе из сверхзвукового канала.

В настоящей работе, как и в [16], рассматриваются три конических сверхзвуковых сопла на расчетные числа Маха при изэнтропическом расширении воздуха  $M_{2,is} = 1.8, 2.0, 2.5$  (диаметр сопла в критическом сечении  $d_{cr} = 5.0, 4.6, 3.7$  мм).

Внутренний (сверхзвуковой) канал выполнен в двух вариантах: конический и коническо-цилиндрический (входной диаметр конического участка  $d_{h.in} = 6$  мм, выходной  $d_{h.out} = 20$  мм [16]; в случае коническо-цилиндрического канала [17, 18]  $d_{h.out} = 14$  мм, длина конического участка 400 мм). Наружный канал представляет собой кольцевой канал постоянного поперечного сечения ( $d_i = 29$  мм;  $d_o = 32$  мм).

Каналы разделены между собой теплопроводной стенкой, изготовленной из латуни (Л96,  $\lambda = 234$  Вт/м·К). Общая длина сверхзвукового канала одинакова для двух вариантов и составляет  $L = 700$  мм.

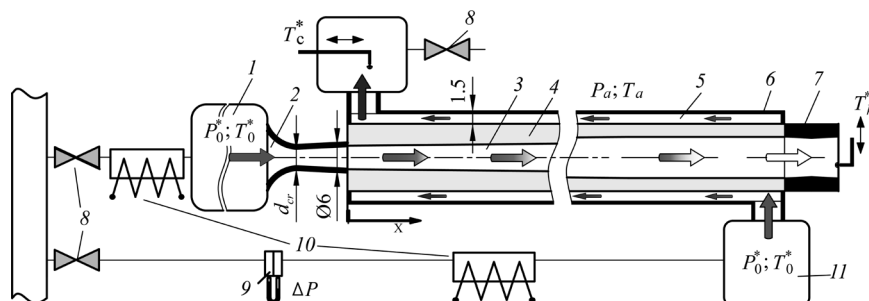
Режимные параметры варьировались в следующих диапазонах:

- $P_0^* = 10.48\text{--}16.72$  атм,
- $T_0^* = 25.27\text{--}51.67$  °С,
- $m_1/m_2 = 0.1\text{--}1.0$ .

При изменении соотношения массовых расходов  $m_1/m_2$  варьировался расход по дозвуковому каналу  $m_1$ .

На рис. 4 приведено сравнение экспериментального и расчетных распределений статического давления по длине конического сверхзвукового канала для случая  $M_{2,is} = 1.8$ ;  $P_0^* = 13.90$  атм;  $T_0^* = 25$  °С при различных способах моделирования. Как видно из рисунка, все модели дают близкий результат. Небольшое отличие наблюдается в положении скачка уплотнения на выходе из канала. Осцилляции давления при  $x/d_{h.in} < 20$  являются результатом присутствия в потоке системы скачков уплотнения слабой интенсивности (рис. 5), вызванных конструкцией конического сопла [17].

Для тех же условий запуска на рис. 6 показано сравнение распределения температур наружной



**Рис. 3.** Схема рабочей части экспериментального стенда для исследования энергоразделения потоков [17]: 1 – ресивер; 2 – сверхзвуковое сопло; 3 – конический сверхзвуковой канал; 4 – теплопроводная стенка между сверхзвуковым и дозвуковым каналами (латунь); 5 – дозвуковой кольцевой канал; 6 – труба; 7 – сверхзвуковой диффузор; 8 – вентили; 9 – расходомерное устройство; 10 – электрические нагреватели; 11 – ресивер дозвукового потока

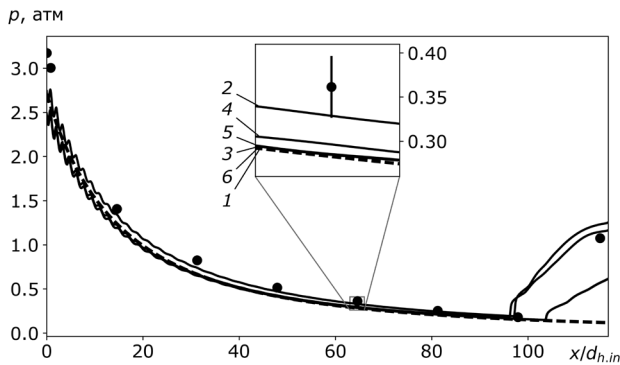


Рис. 4. Распределение статического давления по длине конического сверхзвукового канала.  $M_{2, is} = 1.8$ ;  $P_0^* = 13.90$  атм;  $T_0^* = 25$  °С. 1 – 1D модель; 2 – ske,  $Pr_t = 0.85$ ; 3 – skw,  $Pr_t = 0.85$ ; 4 – rke,  $Pr_t = var$ ,  $Pr_{t\infty} = 0.82$ ; 5 – skw,  $Pr_t = var$ ,  $Pr_{t\infty} = 0.85$ ; 6 – skw,  $Pr_t = var$ ,  $Pr_{t\infty} = 0.82$ ; точки – эксперимент [16]

поверхности теплопроводной стенки. Как видно, здесь влияние моделирования существеннее.

Исходя из сопоставления с экспериментальными данными [16–18], можно сделать вывод, что оптимальными являются модели семейства  $k-\omega$  с моделью Кейса–Кроуфорда при  $Pr_{t\infty} = 0.82$ . Стоит отметить, что в работе [27] при моделировании подобных процессов было использовано весьма близкое значение  $Pr_{t\infty} = 0.83$ .

На основании проведенных расчетов можно отметить, что во всем диапазоне изменения параметров две указанные выше модели дают наилучшее совпадение с экспериментом.

Для второй конфигурации (устройство в сборе), как уже было указано выше, измерялись радиальные распределения полной температуры на выходе из устройства. На рис. 7 показано сравнение радиальных распределений полной температуры на выходе из конического сверхзвукового канала для случая  $M_{2, is} = 1.8$ ;  $P_0^* = 13.90$  атм;  $T_0^* = 25$  °С при соотношении расходов  $m_1/m_2 = 0.29$ . Как видно из рисунка, модель Standard  $k-\omega$  (skw) с моделью Кейса–Кроуфорда при  $Pr_{t\infty} = 0.82$  дает более чем удовлетворитель-

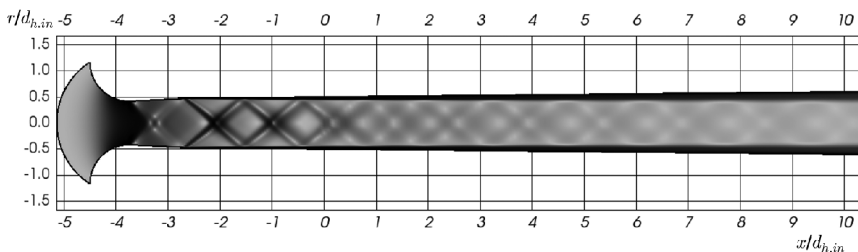


Рис. 5. Визуализация течения в сверхзвуковом канале. Численный шилерн.  $M_{2, is} = 1.8$ ;  $P_0^* = 13.90$  атм;  $T_0^* = 25$  °С

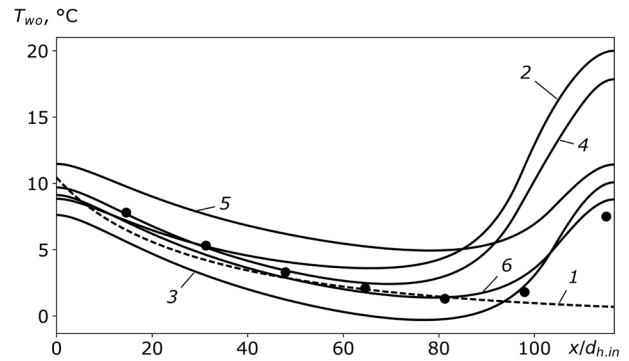


Рис. 6. Распределение температуры наружной стенки  $T_{wo}$  по длине конического сверхзвукового канала (обозначения см. рис. 4)

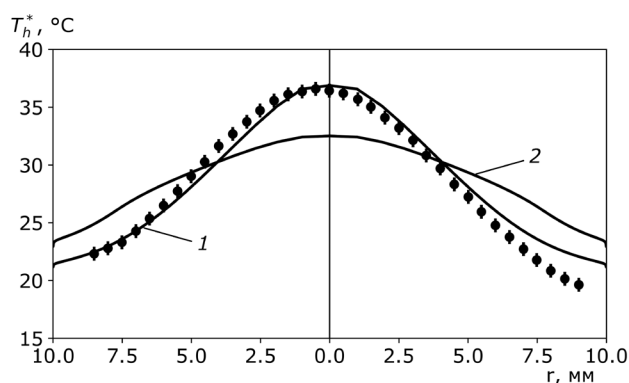
ное совпадение с экспериментальными данными (отличие между измеренным и расчетными значениями полных температур в сходных точках составляет не более 2 °С).

Для оценки величины энергоразделения были использованы разности полных среднemasсовых температур на выходе и входе для каждого из каналов. Результаты расчетов в сравнении с экспериментальными данными для противоточной схемы течения приведены на рис. 8. Нагрев сверхзвукового потока и охлаждение дозвукового представлены в зависимости от соотношения массовых расходов в дозвуковом ( $m_1$ ) и сверхзвуковом каналах ( $m_2$ ).

На рисунок также нанесены расчетные кривые, полученные с использованием одномерной модели (описанной в п. 2.1) как для конического (сплошные кривые), так и для коническо-цилиндрического (штриховые кривые) сверхзвуковых каналов.

Отдельно стоит отметить, что экспериментально определенные величины  $\Delta T_h^*$  и  $\Delta T_c^*$  для конического канала [16] значительно расходятся с данными численного моделирования. Впоследствии [17, 18], в связи с уточнением методики

проведения эксперимента, абсолютные значения охлаждения и нагрева потоков были уточнены. Также из рисунка можно видеть, что использование конического и коническо-цилиндрического каналов приводит к очень близким результатам. Однако в случае последнего удается существенно



**Рис. 7.** Радиальное распределение полной температуры на выходе из конического сверхзвукового канала.  $M_{2, is}=1.8$ ;  $P_0^*=13.90$  атм;  $T_0^*=25^\circ\text{C}$ ;  $m_1/m_2=0.29$ . 1 – skw,  $Pr_t=var$ ,  $Pr_{t\infty}=0.82$ ; 2 – sst,  $Pr_t=var$ ,  $Pr_{t\infty}=0.82$ ; точки – эксперимент [16]

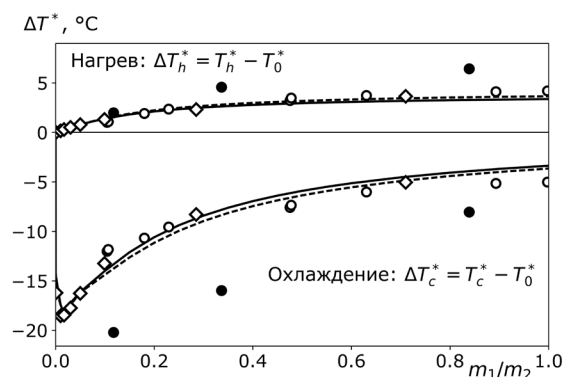
снизить величину полного давления газа, необходимую для запуска устройства. Далее будет рассматриваться только конический канал.

Как видно обе модели (1D и 2D) демонстрируют хорошее согласование с экспериментом.

Использование численного моделирования позволило определить поведение кривой охлаждения дозвукового потока при соотношениях массовых расходов потоков в каналах, близких к нулю.

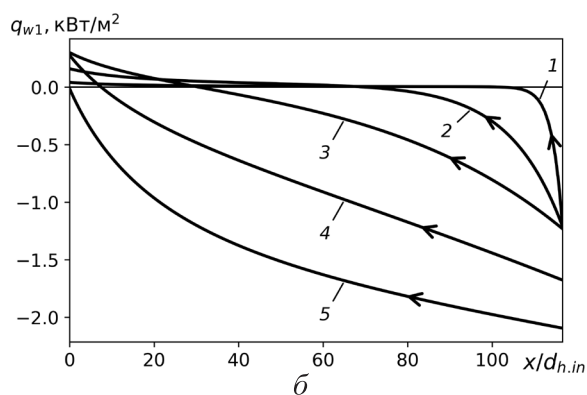
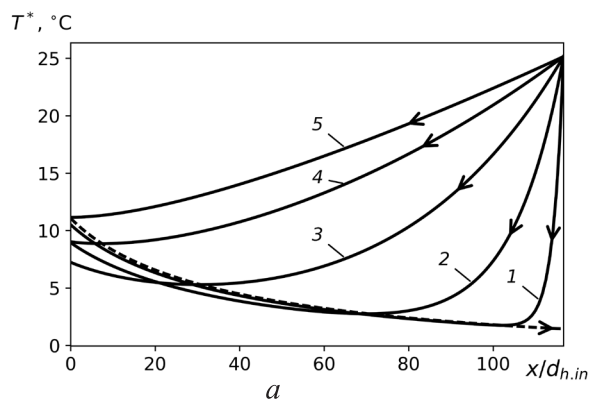
Интересно наличие минимума охлаждения для противоточной схемы организации течения при  $m_1/m_2 \approx 0.016$ . Этот факт может быть объяснен при помощи данных, приведенных на рис. 9.

На рис. 9, а изображены распределения локальных полных среднемазовых температур дозву-



**Рис. 8.** Нагрев сверхзвукового и охлаждение дозвукового потоков при противоточной схеме организации течения в зависимости от соотношения массовых расходов.  $M_{2, is}=1.8$ ;  $T_0^*=25^\circ\text{C}$ . Сплошные кривые – 1D модель, конический канал  $P_0^*=13.90$  атм; штриховые линии – 1D модель, коническо-цилиндрический канал  $P_0^*=13.36$  атм;  $\diamond$  – 2D модель, skw,  $Pr_t=var$ ,  $Pr_{t\infty}=0.82$ ;  $\bullet$  – эксперимент [16];  $\circ$  – эксперимент [18]

кового потока (сплошные линии) при различных массовых расходах и распределение температуры адиабатной стенки сверхзвукового потока (штриховая линия). Рассматривается противоточная схема течения и, следовательно, дозвуковой поток движется справа налево. Направления течения показаны на рисунке стрелками. Как видно из рисунка, при малых значениях массового расхода в дозвуковом канале полная температура дозвукового потока довольно быстро достигает уровня адиабатной температуры стенки сверхзвукового потока, а далее начинает расти в соответствии с изменением  $T_{aw2}^*$ . То есть тепловой поток  $q_{w1}$ , согласно (4), на некоторой длине ( $x_1/d_{h, in} \approx 10$  для  $m_1/m_2=0.001$ ) обращается в нуль, а далее вниз по течению дозвукового потока меняет знак



**Рис. 9.** К вопросу о минимуме охлаждения при противоточной схеме течения.  $M_{2, is}=1.8$ ;  $P_0^*=13.90$  атм;  $T_0^*=25^\circ\text{C}$ . а – распределение температур. Штриховая линия – температура адиабатной поверхности со стороны сверхзвукового потока, сплошные линии – полные среднемазовые температуры дозвукового потока при различных соотношениях массовых расходов  $m_1/m_2$ : 1 – 0.001; 2 – 0.005; 3 – 0.016; 4 – 0.050; 5 – 0.100. б – распределение тепловых потоков в стенку со стороны дозвукового потока при различных соотношениях расходов

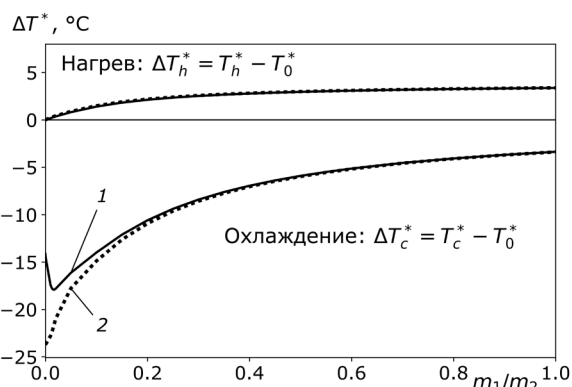


Рис. 10. Влияние схемы течения на величину температурного разделения.  $M_{2.is}=1.8$ ;  $P_0^*=13.90$  атм;  $T_0^*=25$  °С. 1 – противоточная схема; 2 – прямоточная

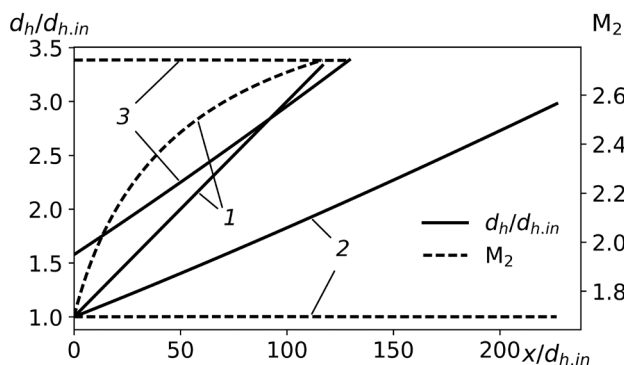


Рис. 11. Изменения диаметра (сплошные линии) и числа Маха (пунктирные линии) по длине сверхзвукового канала.  $P_0^*=13.90$  атм;  $T_0^*=25$  °С;  $m_2=0.0667$  кг/с; 1 –  $M_2=var$ ; 2 –  $M_2=M_{2.in}$ ; 3 –  $M_2=M_{2.out}$

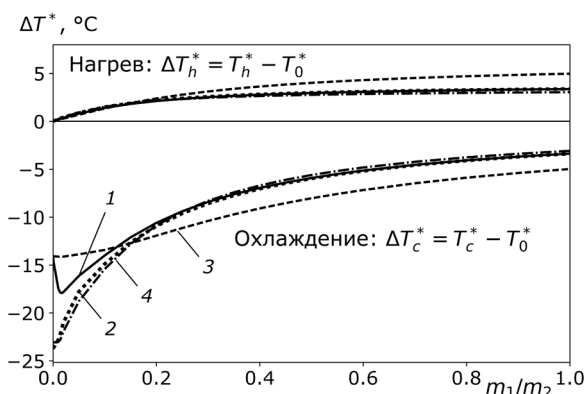


Рис. 12. Влияние схемы течения и профиля сверхзвукового канала на величину температурного разделения.  $M_{2.is}=1.8$ ;  $P_0^*=13.90$  атм;  $T_0^*=25$  °С. 1 – противоточная схема  $M_2=var$ ; 2 – прямоточная  $M_2=var$ ; 3 –  $M_2=M_{2.in}$ ; 4 –  $M_2=M_{2.out}$

и становится положительным (см. рис. 9, б). При дальнейшем увеличении массовой доли дозвукового потока существует такое значение  $m_1/m_2$  (в данном случае 0.016), при котором тепловой поток становится максимальным, далее с ростом  $m_1/m_2$  тепловой поток снижается и после этого всюду сохраняют свой знак  $q_{w1} < 0$ .

Таким образом, предложенные в п. 2 математические модели вполне адекватно описывают физические процессы, происходящие внутри устройства и могут быть использованы для дальнейших исследований.

#### 4. Влияние схемы организации течения потоков

В работе [17] отмечено, что в диапазоне исследованных параметров схема организации течения (прямоточная или противоточная) воздушных потоков в устройстве не оказывает заметного влияния на эффект энергоразделения. Напомним, что в работе [17] исследовались течения при использовании коническо-цилиндрического сверхзвукового канала для  $m_1/m_2 > 0.1$ .

На рис. 10 показаны результаты расчетов температурного разделения в диапазоне  $0 < m_1/m_2 \leq 1$ . Как видно из рисунка, при  $m_1/m_2 < 0.1$  влияние схемы течения становится существенным, и прямоточная схема при условии разгона потока в сверхзвуковом канале является предпочтительной, так как она позволяет получить большее охлаждение дозвукового потока  $\Delta T_c^*$  (до 30% при  $m_1/m_2 = 0.01$ ).

#### 5. Оптимизация формы сверхзвукового канала

Одним из способов повышения величины температурного разделения является оптимизация профиля сверхзвукового канала.

С одной стороны, величина температурного разделения будет тем выше, чем выше число Маха в сверхзвуковом канале, так как, согласно (1), температура адиабатной стенки будет принимать все меньшие значения по мере роста числа М. С другой стороны, при непрерывном росте числа М потока коэффициент теплоотдачи будет падать, согласно (4). Таким образом, вероятно, оптимальным будет профиль, обеспечивающий постоянное число Маха на протяжении



всего канала. Такой же вывод был получен в работе [28].

Следовательно, целесообразно рассмотреть три случая (рис. 11):

1. Исходный канал с изменяющимся (возрастающим от  $M_{2.in}$  до  $M_{2.out}$ ) числом Маха ( $M_2 = \text{var}$ ).

2. Канал с постоянным числом Маха, равным начальному числу Маха для исходного канала ( $M_2 = M_{2.in} = \text{const}$ ).

3. Канал с постоянным числом Маха, равным конечному числу Маха для исходного канала ( $M_2 = M_{2.out} = \text{const}$ ).

При этом начальные полное давление  $P_0^*$  и температура  $T_0^*$ , а также массовый расход  $m_2$  фиксируются для всех трех случаев.

Для определения последних двух профилей проинтегрируем уравнение (2), но при условии  $dM_2/dx=0$ . Искомой переменной в этом случае будет закон изменения площади  $A_2 = A_2(x)$ .

Длина канала определялась из условия физической реализации течения: принимая во внимание тот факт, что сверхзвуковое истечение происходит в атмосферу, будем предполагать, что на выходе из канала реализуется прямой скачок уплотнения, после которого давление достигает уровня атмосферного, т. е. длина канала  $L$  будет определяться из следующего условия:

$$p_2|_{x=L} = \frac{p_a}{\frac{2k}{k+1} M^2 - \frac{k-1}{k+1}}.$$

В этом случае профили сверхзвукового канала получаются близкими к линейным (рис. 11), но строго не являются таковыми. Как видно из рисунка, в случае  $M_2 = M_{2.in}$  длина канала превышает длину исходного канала почти вдвое. В случае же  $M_2 = M_{2.out}$  длина канала сопоставима с исходной. Однако, исходя из условия равенства массового расхода ( $m_2 = \text{const}$ ) для всех трех случаев, критическое сечение сопла в третьем случае было увеличено.

На рис. 12 показано сравнение величин энергоделения для всех трех профилей сверхзвуковых каналов. Как видно, случай  $M_2 = M_{2.in}$  дает выигрыш в величине энергоделения ( $\Delta T_h^*$  и  $\Delta T_c^*$ ) около 40% при соотношении относительных массовых расходов  $m_1/m_2 > 0.2$ , и, следовательно, этот режим наиболее эффективен с точки зрения величины переданного теп-

ла между потоками, тогда как случай  $M_2 = M_{2.out}$  показывает преимущество в охлаждении дозвукового потока ( $\Delta T_c^*$ ) при  $m_1/m_2 < 0.2$  до 30% (при  $m_1/m_2 = 0.01$ ).

Интересно отметить тот факт, что случай  $M_2 = M_{2.out}$  почти полностью идентичен  $M_2 = \text{var}$  с прямоточной схемой течения (см. рис. 12).

## Заключение

Рассмотрены две математические модели устройства безмашинного энергоделения, работающего по методу А. И. Леонтьева. Проведена валидация моделей.

На основании проведенного анализа можно сделать выводы о влиянии схемы течения на величину температурного разделения для следующих случаев:

- при разгоне потока в сверхзвуковом канале ( $M_2 = \text{var}$ ):
  - для  $m_1/m_2 < 0.2$  прямоточная схема течения демонстрирует преимущество в охлаждении дозвукового потока ( $\Delta T_c^*$ ) до 30% (при  $m_1/m_2 = 0.01$ );
  - для  $m_1/m_2 > 0.2$  схема течения не влияет на величину температурного разделения;
- при постоянном числе Маха в сверхзвуковом канале ( $M_2 = \text{const}$ ) в диапазоне рассмотренных параметров схема течения не влияет на величину температурного разделения.

Использование разработанных моделей позволило также определить влияние профиля сверхзвукового канала на величину температурного разделения. Сравнение (при фиксированных начальных параметрах  $P_0^*$ ,  $T_0^*$  и  $m_2$ ) сверхзвукового канала с разгоном потока от  $M_{2.in}$  до  $M_{2.out}$  с каналами постоянного числа Маха  $M_{2.in}$  и  $M_{2.out}$  соответственно позволило сделать следующие выводы:

- Канал с постоянным числом Маха, равным  $M_{2.in}$ , имеет преимущество как в охлаждении дозвукового  $\Delta T_c^*$ , так и в нагреве сверхзвукового  $\Delta T_h^*$  потока до 40% (при  $m_1/m_2 > 0.2$ ), однако в этом случае длина канала возрастает почти вдвое.
- Канал с постоянным числом Маха, равным  $M_{2.out}$ , имеет преимущество в охлаждении дозвукового потока  $\Delta T_c^*$  до 30% (при  $m_1/m_2 = 0.01$ ). В этом случае длина канала не меняется.

Начальные числа Маха изменяются посредством установки соответствующего сверхзвукового сопла.

### Список обозначений

$A$  – площадь поперечного сечения, м<sup>2</sup>;  
 $b$  – функция отношения  $Pr/Pr_0$ ;  
 $C_f$  – коэффициент трения;  
 $C_p$  – теплоёмкость при постоянном давлении, Дж/(кг·К);  
 $d$  – диаметр, м;  
 $K$  – коэффициент теплопередачи, Вт/(м·К);  
 $k$  – показатель адиабаты, турбулентная кинетическая энергия, м<sup>2</sup>/с<sup>2</sup>;  
 $L$  – длина, м;  
 $m$  – массовый расход, кг/с;  
 $P$  – давление, атм;  
 $Q$  – тепловой поток, Вт;  
 $q$  – удельный тепловой поток, Вт/м<sup>2</sup>;  
 $r$  – коэффициент восстановления температуры;  
 $T$  – температура, °С;  
 $x$  – продольная координата, м;  
 $y^+$  – безразмерное расстояние от стенки;  
 $M$  – число Маха;  
 $Nu$  – число Нуссельта;  
 $Pr$  – число Прандтля;  
 $Pe$  – число Пекле;  
 $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/(м<sup>2</sup>·К);  
 $\delta$  – толщина стенки, м;  
 $\lambda$  – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·К);  
 $\xi$  – коэффициент гидравлического сопротивления;  
 $\omega$  – удельная скорость диссипации с<sup>-1</sup>;  
 $\psi$  – относительный закон трения.

### Индексы

\* – параметры торможения;  
 0 – начальные параметры;  
 1 – параметры дозвукового потока, параметры в выходном сечении;  
 2 – параметры сверхзвукового потока;  
 $aw$  – адиабатная (теплоизолированная) стенка (*adiabatic wall*);  
 $ann$  – кольцевой (*annular*);  
 $i$  – внутренний (*inner*);  
 $in$  – параметры на входе в канал (*inlet*);  
 $o$  – наружный (*outer*);  
 $out$  – параметры на выходе из канала (*outlet*);  
 $h$  – горячий (*hot*), гидравлический (*hydraulic*);  
 $c$  – холодный (*cold*);  
 $cr$  – критические параметры;  
 $is$  – изоэнтропическое истечение;  
 $t$  – турбулентный режим течения;  
 $w$  – параметры, относящиеся к стенке;  
 $\infty$  – параметры в ядре потока.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Ranque G.J.** Experiences sur la detente giratoire avec productions simultanees d'un echappement d'airchandet d'un echappement d'airfroid // J. Phys. Radium. 1933. N 4 (7). P. 112–114.
2. **Eckert E., Weise W.** Measurement of temperature distribution on the surface of unheated bodies in high velocity flow // Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens. 1942. Vol. 13. P. 246–254.
3. **Sprenger H.** Über thermische effekte in resonanzrohren (German) // Mitt Inst. Aerodyn ETH. 1954. N 21. P. 18–35.
4. **Goldstein R.J., Behbahani A.I., Heppelman K.K.** Stream-wise distribution of the recovery factor and the local heat transfer coefficient to an impinging circular air jet // Int. J. Heat Mass Transfer. 1986. P. 1227–1235.
5. **Eckert E.R.G.** Cross transport of energy in fluid streams // Wärme- und Stoffübertragung. 1987. N 21. P. 73–81.
6. **Леонтьев А.И.** Газодинамические методы температурной стратификации (обзор) // Изв. РАН. МЖГ. 2002. № 4. С. 6–26.
7. **Бурцев С.А., Леонтьев А.И.** Исследование влияния диссипативных эффектов на температурную стратификацию в потоках газа (обзор) // ТВТ. 2014. Т. 52. № 2. С. 310–322.
8. **Пирилишвили Ш.А.** Вихревой эффект. Т. 1: Физическое явление, эксперимент, теоретическое моделирование. М., 2013. 343 с.
9. **Eiamsa-ard S., Promvonge P.** Review of Ranque–Hilsch effects in vortex tubes // Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2008. N 12 (7). P. 1822–1842.
10. **Raman G., Srinivasan K.** The powered resonance tube: From Hartmann's discovery to current active flow control applications // Progress in Aerospace Sciences. 2009. N 45. P. 97–123.
11. **Леонтьев А.И.** Температурная стратификация сверхзвукового газового потока // Докл. РАН. 1997. Т. 354. № 4. С. 475–477.
12. **Бурцев С.А.** Методика расчета устройств газодинамической температурной стратификации при течении реального газа // Тепловые процессы в технике. 2013. № 9. С. 386–390.
13. **Makarov M.S., Makarova S.N., Shibaev A.A.** The numerical study of energy separation in a two-cascade Leontiev tube // Journal of Physics: Conference Series. 2016. V. 754. 062010. DOI:10.1088/1742-6596/754/6/062010.
14. **Здитовец А.Г., Титов А.А.** Экспериментальное исследование газодинамического метода безмашинного энергоразделения воздушных потоков // Тепловые процессы в технике. 2013. Т. 5. № 9. С. 391–397.
15. **Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Strongin M.M.** Experimental investigation of the temperature stratification of an air flow through a supersonic channel with a central body in the form of a porous permeable tube // Fluid Dynamics. 2013. Vol. 48. N 5. P. 687–696.
16. **Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А., Стронгин М.М.** Экспериментальное исследование безмашинного энергоразделения воздушных потоков в трубе Леонтьева // Тепловые процессы в технике. 2015. Т. 7. № 9. С. 397–404.
17. **Леонтьев А.И., Здитовец А.Г., Виноградов Ю.А.** и др. Безмашинное энергоразделение газовых потоков. М.: ООО Издательство КУРС, 2016. 112 с.

18. **Leontiev A.I., Zditovets A.G., Vinogradov Y.A., Strongin M.M., Kiselev N.A.** Experimental investigation of the machine-free method of temperature separation of air flows based on the energy separation effect in a compressible boundary layer // *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2017. Vol. 88. P. 202–219.
19. **Bell I.H., Wronski J., Quoilin S., et al.** Pure- and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library cool prop // *Industrial & Engineering Chemistry Research*. 2014. 53 (6). P. 2498–2508.
20. **Основы газовой динамики** / Под ред. Г. Эммонса, пер. с англ., М.: Иностранная лит-ра, 1963. 704 с.
21. **VDI Heat Atlas**, Gesellschaft, VDI, 2010, Springer: BerlinHeidelberg.
22. **Кутателадзе С.С., Леонтьев А.И.** Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое. М.: Энергия, 1972. 342 с.
23. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 711 с.
24. **Теория тепломассообмена** / Под ред. А.И. Леонтьева. М.: Высш. школа, 1979. 495 с.
25. **Kays W.M., Crawford M.E.** *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill, 3rd Edition, 1993.
26. **Kays W.M.** Turbulent Prandtl number – where are we? // *J. Heat Transfer*. 1994. 116 (2), P. 284–295.
27. **Макаров М.С.** Исследование температурного разделения в потоках сжимаемого газа: Дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск: Ин-т теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, 2007. 154 с.
28. **Вигдорович И. И., Леонтьев А.И.** Энергоразделение газов с малыми и большими числами Прандтля // *Изв. РАН. МЖГ*. 2013. № 6. С. 117–134.
29. **Wolfshtein M.** The velocity and temperature distribution of one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient // *Int.J. Heat Mass Transfer*. 1969. V. 12. P. 301–318.
30. **ANSYS® Fluent**, Release 17.2, Help System, Theory Guide, ANSYS, Inc.

## Numerical investigation of the nonmachine air stream energy separation

**D. E. Khazov**

*Moscow State University, Institute of Mechanics  
e-mail: dkhazov@mail.ru*

The article considers one- and two dimensional mathematical models of a unit realizing machineless separation of an air flow. The unit represents a heat exchanger of a “pipe-in-a-pipe” type, where the supersonic flow passes along an internal cylindrical channel, while the subsonic flow moves along an external annular channel. The flow energy separation on “cold” (the bulk mean temperature is lower than the original one) and “hot” (the bulk mean temperature is higher than the original one) takes place without application of any movable parts driven by gas, i. e. without any technical work done by gas and without heat exchange with the environment.

The one-dimensional model was based of the Shapiro–Hawthorn approach with the corresponding closing relations for the friction and heat transfer laws. The two-dimensional model was based on the Reynolds averaged Navier–Stokes (RANS) equations with additional equations of the turbulence model.

The quantitative measure of the gas flow energy separation (temperature separation) is the difference between the total mass-average temperatures of the flow at the “hot” and “cold” outlets and at the inlet of the unit.

Validation of the suggested models was performed in a wide range of parameters variation. Comparison of the calculated and experimental data shows that the most suitable model for such a class of flows is the standard  $k-\omega$  turbulence model with the Kays–Crawford analytical model for the turbulent Prandtl number.

The effect of a direct and counter flow patterns on the energy separation value was studied. It is shown that the flow pattern becomes significant at low values of subsonic channel mass flow.

Based on the developed models, the effect of the supersonic channel profile on the value of the energy separation was determined. Three supersonic channel profiles were considered: the initial channel with a varying (increasing) Mach number, channel with a constant Mach number equal to the initial Mach number for the original channel, channel with a constant Mach number equal to the finite Mach number for the original channel.

Keywords: energy separation, temperature recovery factor, supersonic flow, compressible boundary layer.

## REFERENCES

1. **Ranque G.J.** Experiences sur la detente giratoire avec productions simultanees d'un echappement d'air chaud et d'un echappement d'air froid. *J. Phys. Radium*, 1933, vol. 7, no. 4, pp. 112–114.
2. **Eckert E., Weise W.** Measurement of temperature distribution on the surface of unheated bodies in high velocity flow. *Forschung auf dem Gebiete des Ingenieurwesens*, 1942, vol. 13, pp. 246–254.
3. **Sprenger H.** Über thermische effekte bei resonanzrohr. *Mitt Inst. Aerodyn ETH*, 1954, no. 21, pp. 18–35.
4. **Goldstein R.J., Behbahani A.I., Heppelman K.K.** Stream-wise distribution of the recovery factor and the local heat transfer coefficient to an impinging circular air jet. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1986, vol. 29, no. 8, pp. 1227–1235.
5. **Eckert E.R.G.** Cross transport of energy in fluid streams. *Warme- und Stoffübertragung*, 1987, no. 21, pp. 73–81.
6. **Leont'ev A.I.** Gas-Dynamic Methods of Temperature Stratification (a Review). *Fluid Dynamics*, 2002, vol. 37, no. 4, pp. 512–529.
7. **Burtsev S.A., Leont'ev A.I.** Study of the influence of dissipative effects on the temperature stratification in gas flows (Review). *High Temperature*, 2014, vol. 52, no. 2, pp. 297–307.
8. **Piralishvili Sh.A.** *Vikhrevoj ehffekt. T. 1: Fizicheskoe yavlenie, ehksperiment, teoreticheskoe modelirovanie* [Vortex Effect. Vol. 1: Physical Phenomenon, Experiment, Theoretical Modeling.]. Moscow, 2013. 343 p.
9. **Eiamsa-ard S., Promvong P.** Review of Ranque-Hilsch effects in vortex tubes. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2008, vol. 7, no. 12, pp. 1822–1842.
10. **Raman G., Srinivasan K.** The powered resonance tube: From Hartmann's discovery to current active flow control applications. *Progress in Aerospace Sciences*, 2009, no. 45, pp. 97–123.
11. **Leont'ev A.I.** Temperature stratification of supersonic gas flow. *Physica Scripta*, 1997, vol. 42, no. 6, pp. 309–311.
12. **Burtsev S.A.** Metodika rascheta ustrojstv gazodinamicheskoy temperaturnoy stratifikatsii pri techenii real'nogo gaza [Analysis technique for devices for gas-dynamic temperature stratification in real gas flow]. *Teplovye protsessy v tekhnike – Thermal processes in engineering*, 2013, vol. 5, no. 9, pp. 386–390.
13. **Makarov M.S., Makarova S.N., Shibaev A.A.** The numerical study of energy separation in a two-cascade Leontiev tube. *Journal of Physics: Conference Series*, 2016, vol. 754. p. 062010. doi:10.1088/1742-6596/754/6/062010
14. **Zditovets A.G., Titov A.A.** Ehksperimental'noe issledovanie gazodinamicheskogo metoda bezmashinnogo ehnergorazdeleniya vozdukhnykh potokov [Experimental study of a gas-dynamic method for an air stream energy separation]. *Teplovye protsessy v tekhnike – Thermal processes in engineering*, 2013, vol. 5, no. 9, pp. 391–397.
15. **Vinogradov Y.A., Zditovets A.G., Strongin M.M.** Experimental investigation of the temperature stratification of an air flow through a supersonic channel with a central body in the form of a porous permeable tube. *Fluid Dynamics*, 2013, vol. 48, no. 5, pp. 687–696.
16. **Zditovets A.G., Vinogradov Y.A., Strongin M.M.** Eksperimental'noe issledovanie bezmashinnogo ehnergorazdeleniya vozdukhnykh potokov v trube Leont'eva [Experimental investigation of air flow energy separation in leontiev tube]. *Teplovye protsessy v tekhnike – Thermal processes in engineering*, 2015, vol. 8, no. 9, pp. 397–404.
17. **Bezmashinnoe ehnergorazdelenie gazovykh potokov Zditovets A.G., Vinogradov Y.A., Strongin M.M. i dr., pod red. A.I. Leont'ev** [Machineless energy separation of gas streams]. Moscow, OOO "KURS", 2016, 112 p.
18. **Leontiev A.I., Zditovets A.G., Vinogradov Y.A., Strongin M.M., Kiselev N.A.** Experimental investigation of the machine-free method of temperature separation of air flows based on the energy separation effect in a compressible boundary layer. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 2017, vol. 88. pp. 202–219.
19. **Bell I.H., Wronski J., Quoilin S., et al.** Pure- and pseudo-pure fluid thermophysical property evaluation and the open-source thermophysical property library coolprop. *Industrial & Engineering Chemistry Research*, 2014, vol. 53, no. 6, pp. 2498–2508.
20. **Fundamentals of gas dynamics.** Ed. Howard W. Emmons. Princeton, Princeton univ. press, 1959. (High speed aerodynamics and jet propulsion. Vol. 3) (Russ. Ed. *Osnovy gazovoy dinamiki, pod red. G. Emmonsa*. Moscow, Inostrannaya lit-ra, 1963. 704 p.
21. **VDI Heat Atlas**, Gesellschaft, VDI. 2010. Springer: Berlin Heidelberg
22. **Kutateladze S.S., Leont'ev A.I.** *Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pogranchnom sloe* [Heat and Mass Transfer and Friction in a Turbulent Boundary Layer]. Moscow, Energiya, 1972. 342 p.
23. **Shlikhting G.** *Teoriya pogranchnogo sloya* [Boundary-Layer Theory]. Moscow, Nauka, 1974. 711 p.
24. **Teoriya teplomassoobmena. Pod red. A.I. Leont'eva** [Theory of Heat and Mass Transfer. Ed. by A. I. Leont'ev]. Moscow, Vyssh. shkola, 1979. 495 p.
25. **Kays W.M., Crawford M.E.** *Convective Heat and Mass Transfer*. McGraw-Hill, 3rd Edition. 1993. 480 p.
26. **Kays W.M.** Turbulent Prandtl number—where are we? *J. Heat Transfer*, 1994, vol. 116 (2), pp. 284–295.
27. **Makarov M.S.** Issledovanie temperaturnogo razdeleniya v potokakh szhimaemogo gaza [Investigation of temperature separation in compressible gas flows. Candidate of Technical Sciences diss.]. Novosibirsk, 2007. 154 p.
28. **Vigdorovich I.I., Leont'ev A.I.** Energy separation of gases with low and high Prandtl numbers. *Fluid Dynamics*, 2013, vol. 48, no. 6, pp. 811–826.
29. **Wolfshtein M.** The velocity and temperature distribution of one-dimensional flow with turbulence augmentation and pressure gradient. *Int. J. Heat Mass Transfer*, 1969, vol. 12, pp. 301–318.
30. **ANSYS® Fluent**, Release 17.2, Help System, Theory Guide, ANSYS, Inc.