

На правах рукописи



Смерчинская Светлана Олеговна

**НЕПРОТИВОРЕЧИВОЕ АГРЕГИРОВАНИЕ ПРЕДПОЧТЕНИЙ ПРИ
ПРИНЯТИИ РЕШЕНИЙ**

Специальность 05.13.18

«Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ»,

Специальность 05.13.01

«Системный анализ, управление и обработка информации
(авиационная и ракетно-космическая техника)»

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре «Математическая кибернетика»
Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения
высшего образования «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий каф. 805 «Математическая
кибернетика» МАИ
Пантелеев Андрей Владимирович

Официальные оппоненты: **Цурков Владимир Иванович,**
доктор физико-математических наук, профессор,
заведующий отделом сложных систем ВЦ им.
А.А.Дородницына ФИЦ ИУ РАН

Ершов Дмитрий Михайлович,
кандидат физико-математических наук, младший
консультант Отдела решений по управлению
рисками Департамента профессиональных услуг
ООО «САС Институт», Москва

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный университет
им. М.В. Ломоносова»

Защита состоится 08 июня 2018 года в 10 ч. 00 мин на заседании
Диссертационного совета Д 212.125.04 Московского авиационного института по
адресу 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Московского авиационного
института по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4
или на сайте МАИ по ссылке:

https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=89977

Автореферат разослан «_____» апреля 2018 г.

Отзывы в 2-х экземплярах, заверенные печатью, просим отправлять по адресу:
125319, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4, Ученый совет МАИ.

Ученый секретарь

диссертационного совета Д 212.125.04

кандидат физико-математических наук, доцент



Н.С. Северина

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Проблема принятия сложных решений возникает практически во всех областях деятельности человека. Возможность получения и необходимость обработки большого объема исходной информации не позволяют осуществить оптимальный выбор, основываясь только на интуиции лица, принимающего решения (ЛПР). Появилась потребность в разработке математически обоснованных методов и алгоритмов с целью доверить процесс принятия решений интеллектуальной системе.

Различают два основных типа задач, связанных с принятием решений: групповой и индивидуальный выбор. В первом случае выбор наилучших альтернатив осуществляется группой экспертов; во втором – ЛПР (лицо, принимающее решение) самостоятельно решает задачу на основе многокритериальных оценок альтернатив.

Решению задач группового выбора посвящено значительное количество работ и в первую очередь исследование К.Эрроу, в котором доказана теорема о невозможности разработки метода агрегирования индивидуальных предпочтений с логически непротиворечивым результатом. Но поиск компромиссных алгоритмов, привлечение экспертов – квалифицированных специалистов в рассматриваемой предметной области, дает возможность повысить достоверность принятых решений. Исследование является продолжением работ Б.Г. Миркина, В.И. Вольского, В.В. Подиновского, В.А. Осиповой, Н.П. Яшиной, Ф.Т. Алескерова, А.Б. Петровского. Методы группового выбора часто основываются на предварительном построении мажоритарного графа. Преимуществом мажоритарного графа является то, что он наиболее полно учитывает мнения экспертов: соответствующее ему отношение имеет минимальное суммарное расстояние до экспертных предпочтений. Но классический мажоритарный граф не удовлетворяет требованию транзитивности, в частности, может содержать контуры, что затрудняет выбор наилучших альтернатив и делает невозможным их ранжирование. Известные методы ранжирования, процедуры Борда и Коупленда, не всегда приводят к соответствию с мажоритарным графом. Возникает необходимость в разработке алгоритмов, позволяющих максимально сохранив структуру мажоритарного графа, обеспечить транзитивность агрегированного предпочтения. Кроме того, желательно, чтобы алгоритмы имели небольшую вычислительную сложность. Так, экспоненциальная сложность математически обоснованной процедуры Кемени не позволяет применять ее при большом числе альтернатив и экспертов.

Вопросы, связанные с поддержкой принятия решений, традиционно относятся к задачам системного анализа, когда выбор альтернативы требует обработки сложной и противоречивой информации. Методологические концепции системного анализа лежат в таких дисциплинах как теория исследований операций, теория игр, общая теория управления и изложены в работах Дж. фон Неймана, О. Моргенштерна, Дж. Нэша, Х. Райфа, Ю.Б. Гермейера, А.А. Васина, П.С. Краснощекова и др.

Наиболее распространенным типом задач при принятии решений являются многокритериальные: выбор наилучших альтернатив осуществляется на основе их

оценок по критериям качества. Традиционно для решения этих задач использовались совершенно разные математические методы. Аксиоматические методы В.В. Подиновского, В.Д. Ногина, А.В. Лотова также как процедуры построения функции полезности в работах О.И. Ларичева, Е.М. Мошкович, М.А. Айзермана, В.М. Озерного, М.Г. Гафта, П. Фишберна, Р.Л. Кини, Х. Райфа, Б. Руа, требуют предварительного приведения шкал критериев к однородным, процедуре сложной и неоднозначной. Требуются методы, позволяющие по возможности учесть все типы исходной информации без предварительного приведения шкал критериев к однородным.

Все перечисленные задачи объединяет необходимость агрегирования предпочтений: экспертные или критериальные. Каким бы способом ни были получены исходные предпочтения, к агрегированному отношению предпочтения предъявляется ряд требований, из которых основными являются непротиворечивость и наиболее полный учет исходной информации.

Целью работы является создание математической модели задачи принятия решений при непротиворечивом агрегировании предпочтений, а также разработка математически обоснованных методов агрегирования экспертных и критериальных предпочтений.

В соответствии с целью исследования были поставлены следующие задачи.

1. Разработать математическую модель задачи принятия решений при непротиворечивом агрегировании предпочтений.
2. Разработать и обосновать методику непротиворечивого агрегирования различных типов экспертной информации.
3. Разработать и обосновать методику агрегирования критериальных предпочтений.
4. Разработать методику оценки согласованности экспертной информации.
5. Создать комплекс программ для реализации методов агрегирования.
6. Решить тестовые прикладные задачи выбора оптимальных вариантов решений в авиационно-промышленном комплексе разработанными методами агрегирования.

Методы исследования. Для решения поставленных задач использовался математический аппарат теории принятия решений, теории графов и теории отношений, математического анализа.

Научная новизна. В диссертационной работе получены методы непротиворечивого агрегирования отношений квазипорядка и строгого порядка, основывающиеся на построении нагруженного мажоритарного графа. Агрегированное отношение предпочтения также является квазипорядком или строгим порядком и не содержит противоречивых контуров, что позволяет осуществить непустой и однозначный выбор наилучших альтернатив. Разработаны алгоритмы агрегирования неоднородных предпочтений, а также заданных численными оценками альтернатив. Преимуществом данного метода по сравнению с известными ранее является возможность агрегирования различных типов исходной информации одновременно.

Разработана методика оценки компетентности экспертов. Приведены алгоритмы нахождения весовых коэффициентов участия экспертов в построении агрегированного упорядочения.

Алгоритмы агрегирования предпочтений модифицированы для решения многокритериальных задач. Особенности метода позволяют строить суммарное упорядочение альтернатив, оцениваемых по критериям качества, не приводя шкалы критериев к однородным. Проведен сравнительный анализ результатов, полученных при использовании метода агрегирования и аддитивной свертки, показавший преимущества предложенного метода для решения практических задач.

Достоверность результатов. Достоверность научных утверждений и выводов, полученных в диссертационной работе, подтверждена строгими математическими доказательствами, сравнением полученных результатов с уже существующими.

Теоретическая ценность и практическая значимость. Разработаны алгоритмы непротиворечивого агрегирования экспертных и критериальных предпочтений, а также выбора оптимальных вариантов решений. Разработана и реализована СППР (система поддержки принятия решений), которая используется для решения практических задач оптимального выбора.

Апробация работы и публикации. Основные результаты диссертации доложены и обсуждены на трех международных научно-методических конференциях «Информатизация инженерного образования» и международной конференции «Авиация и космонавтика».

По теме диссертации опубликовано 18 печатных работ, в том числе 8 в профильных журналах из перечня ВАК РФ, получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Личный вклад автора. Разработаны и обоснованы алгоритмы агрегирования отношений строгого порядка, квазипорядка, а также информации, заданной численными оценками альтернатив. Разработана и реализована СППР.

Структура и объем диссертации. Диссертация изложена на 173 страницах текста и состоит из введения, пяти глав, заключения и списка литературы (119 источников). Работа содержит 38 рисунков и 19 таблиц. Рисунки и таблицы пронумерованы по главам.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении содержится обоснование актуальности работы. Приведен обзор состояния исследований в математической теории принятия решений. Обозначены цели и задачи диссертационной работы, перечисляются основные результаты, полученные в ходе исследования и выносимые на защиту.

В первой главе диссертации предложены алгоритмы построения агрегированного отношения предпочтения для различных видов экспертной информации. В п. 1.1, п. 1.2 дана математическая постановка задачи группового выбора и описаны способы задания исходной информации.

Рассматривается множество альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и множество экспертов $E = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$. Профиль индивидуальных предпочтений экспертов на множестве A задан бинарными отношениями предпочтения $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$.

Требуется построить непротиворечивое агрегированное отношение предпочтения $\hat{\rho}$, согласованное с предпочтениями $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$.

Индивидуальные предпочтения экспертов могут быть заданы отношениями строгого порядка (транзитивное, асимметричное) или квазипорядка (рефлексивное, транзитивное), в частности строгим или нестрогим ранжированием. В зависимости от вида экспертных предпочтений, а также от пожеланий лица, принимающего решения (ЛПР), требуется построить агрегированное отношение предпочтения $\hat{\rho}$, являющееся строгим порядком или квазипорядком.

Используется матричный способ задания бинарных отношений. Отношения предпочтения задаются двумя способами: матрицами предпочтений и матрицами смежности соответствующих графов.

Задание отношений матрицами предпочтений. Бинарному отношению ρ поставим в соответствие квадратную матрицу $R = \|r_{ij}\|$ порядка n (n – число альтернатив) с элементами

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i \text{ менее предпочтительна } a_j; \\ \frac{1}{2}, & \text{если } a_i \text{ и } a_j \text{ равноценны}; \\ 0, & \text{если } a_j \text{ менее предпочтительна } a_i \text{ или } a_i \text{ и } a_j \text{ не сравнимы}; \end{cases}$$

при $i \neq j$. Элемент $r_{ii} = 1$, ($i = 1, \dots, n$), если отношение ρ рефлексивно; в противном случае $r_{ii} = 0$.

Равноценность двух альтернатив a_i и a_j означает, что отношению ρ одновременно принадлежат пары $\langle a_i, a_j \rangle$ и $\langle a_j, a_i \rangle$ ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$). В частности, симметричные пары может содержать отношение квазипорядка.

В случае, если отношение ρ асимметрично, элементы матрицы R определяются следующим образом:

$$r_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{если } a_i \text{ менее предпочтительна } a_j; \\ 0, & \text{если } a_j \text{ менее предпочтительна } a_i \text{ или } a_i \text{ и } a_j \text{ не сравнимы}. \end{cases}$$

Заметим, что для элементов матрицы предпочтения выполняется $r_{ij} + r_{ji} = 1$, если альтернативы a_i и a_j сравнимы между собой и $r_{ij} + r_{ji} = 0$, если a_i и a_j не сравнимы.

Задание отношений матрицами смежности.

Предложенные в данной работе алгоритмы агрегирования экспертных предпочтений используют процедуры на графах, в частности процедуру построения нагруженного мажоритарного графа. Кроме того, для выбора наилучших вариантов альтернатив или упорядочения их по предпочтительности применяются такие классические алгоритмы на графах, как нахождение внешне и внутренне устойчивых подмножеств графа, ядра графа, разбиение графа на уровни и т.п. В связи с этим введем в рассмотрение графы отношений. Поставим бинарному отношению ρ в соответствие граф G , причем $G = (A, \rho)$ – ориентированный граф с множеством вершин-альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и множеством дуг ρ . Множество дуг – это множество упорядоченных пар $\langle a_i, a_j \rangle$ ($a_i, a_j \in A$), входящих в отношение ρ . Под матрицей смежности произвольного

бинарного отношения ρ будем понимать матрицу смежности соответствующего графа. Для асимметричных отношений матрица предпочтений и матрица смежности совпадают. Если отношение содержит равноценные альтернативы, то матрица смежности соответствующего графа получается из матрицы предпочтений заменой всех элементов, равных $\frac{1}{2}$, на элементы, равные 1.

Профиль индивидуальных предпочтений экспертов – бинарные отношения $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ на множестве альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, будем задавать матрицами предпочтений R^1, R^2, \dots, R^m , где m – число экспертов.

В п. 1.3 профиль индивидуальных предпочтений экспертов задается отношениями строгого порядка, на основе которых строится агрегированное отношение, также являющееся строгим порядком. Будем полагать, что упорядоченная пара альтернатив из $A \langle a_i, a_j \rangle \in \rho_t$, где $t = 1, \dots, m$, если элемент a_i менее предпочтителен, чем элемент a_j ¹. Поставим каждому из отношений $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ в соответствие графы G_1, G_2, \dots, G_m . Построим граф $G = (A, \hat{\rho})$ агрегированного предпочтения $\hat{\rho}$. Потребуем от агрегированного отношения $\hat{\rho}$, чтобы оно удовлетворяло следующим условиям:

Условие 1: было непротиворечивым;

Условие 2: наиболее полно отражало индивидуальные предпочтения экспертов $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$, т. е. было с ними согласовано.

Формализуем условие 1. Будем говорить «контуры отношения», имея в виду контуры соответствующего графа.

Определение 1. Отношение ρ называется противоречивым, если оно содержит контуры.

Обозначим $\text{Tr } \rho$ транзитивное замыкание отношения ρ , т.е. наименьшее транзитивное отношение, содержащее ρ . Симметричная часть отношения ρ , заданного на множестве A (обозначается $\text{Sym } \rho$), содержит все такие пары, для которых выполняется: $\langle a_i, a_j \rangle \in \rho$ и $\langle a_j, a_i \rangle \in \rho$ одновременно ($a_i, a_j \in A$). Асимметричная часть отношения $\text{Asp } \rho = \rho \setminus \text{Sym } \rho$. Заметим, что по определению отношение строгого порядка асимметрично и, следовательно, совпадает со своей асимметричной частью $\rho = \text{Asp } \rho$.

Формализуем условие 2 о согласованности агрегированного предпочтения с индивидуальными предпочтениями экспертов. Для этого введем понятие расстояния между отношениями.

Определение 2. Расстоянием между двумя отношениями ρ_k и ρ_t назовем величину $d(\rho_k, \rho_t)$, вычисляемую по формуле

$$d(\rho_k, \rho_t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |r_{ij}^k - r_{ij}^t|. \quad (1)$$

Для отношения строгого порядка $d(\rho_k, \rho_t)$ равно числу несовпадений элементов r_{ij}^k и r_{ij}^t матриц предпочтения соответствующих отношений R^k и R^t

¹ Отношения ρ_t ($t = 1, \dots, m$) можно выбрать и по-другому: $\langle a_i, a_j \rangle \in \rho_t \Leftrightarrow$ элемент a_i предпочтительней, чем элемент a_j , но стандартные процедуры выбора наилучших альтернатив (ядро, доминирующее подмножество и т. п.) удобнее реализовывать для отношения «менее предпочтителен».

$(i, j = 1, \dots, n)$ и, следовательно, является расстоянием Хэмминга. Расстояние, введенное по формуле (1), удовлетворяет аксиомам метрики.

Для построения агрегированного отношения, наиболее полно отражающего предпочтения экспертов, необходимо, чтобы сумма расстояний между агрегированным отношением $\hat{\rho}$ и отношениями $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ была минимальной.

Определение 3. Отношение $\hat{\rho}$ согласовано с профилем экспертных предпочтений, если суммарное расстояние $D(\hat{\rho})$ от отношения $\hat{\rho}$ до отношений $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ минимально, то есть

$$D(\hat{\rho}) = \sum_{t=1}^m d(\hat{\rho}, \rho_t) \rightarrow \min. \quad (2)$$

При построении искомого агрегированного отношения будем использовать отношение предпочтения, соответствующее классическому мажоритарному графу, т.е. ориентированному графу, вершинами которого являются альтернативы, а дуга из вершины a_i в вершину a_j проводится в том и только в том случае, если число экспертов, предпочитающих альтернативу a_i альтернативе a_j , составляет не менее половины общего числа экспертов. Для удобства применения классических процедур на графах изменим ориентацию дуг мажоритарного графа на противоположную. Поставим в соответствие каждой дуге графа вес, равный разности числа экспертов, проголосовавших за альтернативы a_i и a_j .

Определение 4. Строгим нагруженным мажоритарным графом назовем ориентированный нагруженный граф $G = (A, \rho_\Sigma)$ с множеством вершин-альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и дугами $\rho_\Sigma = \{ \langle a_i, a_j \rangle \mid a_i, a_j \in A \text{ и } l_{ij} > 0 \}$, где $l_{ij} = \sum_{k=1}^m (r_{ij}^k - r_{ji}^k)$. Причем каждой дуге $\langle a_i, a_j \rangle \in \rho_\Sigma$ поставим в соответствие вес l_{ij} .

Матрицу смежности графа $G = (A, \rho_\Sigma)$ обозначим R_Σ .

Зададим матрицу весов $C = \|c_{ij}\|$ – квадратная матрица порядка n , где n – число альтернатив, причем $c_{ij} = \begin{cases} l_{ij}, & \text{если } \exists \text{ дуга } \langle a_i, a_j \rangle \in \rho_\Sigma, \\ \infty, & \text{иначе.} \end{cases}$

Введем матрицу суммарных предпочтений $P = \|p_{ij}\|$ – квадратная матрица порядка n (число альтернатив), где $p_{ij} = \sum_{k=1}^m r_{ij}^k$. С ее помощью удобно находить матрицу весов C : $c_{ij} = \begin{cases} p_{ij} - p_{ji}, & \text{если } \exists \text{ дуга } \langle a_i, a_j \rangle \in \rho_\Sigma, \\ \infty, & \text{иначе.} \end{cases}$

Утверждение 1. Отношение ρ , заданное на множестве A , не содержит контуров тогда и только тогда, когда $Tr\rho$ (транзитивное замыкание ρ) – строгий порядок.

Для построения агрегированного отношения строгого порядка $\hat{\rho}$ на A построим вначале отношение ρ , разрушив контуры отношения ρ_Σ . Тогда, по утверждению 1, $\hat{\rho} = Tr\rho$ – строгий порядок.

Алгоритм 1 построения отношения ρ без контуров по ρ_Σ

1. Проверяем граф $G = (A, \rho_\Sigma)$ на наличие контуров. Если контуров нет, то граф $G = (A, \rho_\Sigma)$ без весов на дугах и есть искомый граф $G = (A, \rho)$. Если контуры есть, переходим к п. 2.

2. Из графа $G = (A, \rho_\Sigma)$ удаляем все дуги, которые принадлежат какому-либо контуру и имеют наименьший вес. Переходим к п. 1.

Работа данного алгоритма основывается на нахождении отношения ρ_K , содержащего все контуры отношения ρ_Σ .

Утверждение 2. Пусть q – произвольное бинарное отношение, заданное на множестве A . Тогда отношение q_K , содержащее все контуры отношения q и заданное на множестве A , вычисляется по формуле

$$q_K = (Trq) \cap (Trq)^{-1} \cap q.$$

Будем рассматривать матрицы смежности как элементы булевой алгебры. Введем на множестве матриц операции конъюнкция $\&$ и дизъюнкция \vee :

$$R^k \& R^t = \|\|r_{ij}^k \& r_{ij}^t\|\|, \quad R^k \vee R^t = \|\|r_{ij}^k \vee r_{ij}^t\|\|.$$

В соответствии с утверждением 2 найдем матрицу смежности R_K графа отношения ρ_K по следующей формуле:

$$R_K = \hat{R}_\Sigma \& (\hat{R}_\Sigma)^T \& R_\Sigma, \quad (3)$$

где \hat{R}_Σ – матрица смежности отношения $Tr\rho_\Sigma$, T – транспонирование матрицы.

Алгоритм нахождения транзитивного замыкания отношения имеет сложность $O(n^3)$, а для некоторых типов графов $O(n \ln n)$, где n – число альтернатив, поэтому при программной реализации данного метода число альтернатив и экспертов практически ничем не ограничивается.

Доказаны теоремы о непротиворечивости и единственности построенного агрегированного отношения строгого порядка.

Для предложенного метода согласования экспертной информации выполняются следующие требования: монотонность, ненавязанность, сохранение отношения Парето.

Зададим правило подсчета величины $D(\rho_\Sigma)$, характеризующую удаленность отношения ρ_Σ от экспертных предпочтений $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$:

$$D(\rho_\Sigma) = \sum_{t=1}^m d(\rho_\Sigma, \rho_t).$$

Утверждение 3. Сумма расстояний $D(\rho_\Sigma)$ между отношением ρ_Σ , соответствующем строгому мажоритарному графу, и отношениями строгого порядка $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ вычисляется по формуле:

$$D(\rho_\Sigma) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \Delta_{ij}, \quad \text{где } \Delta_{ij} = \begin{cases} p_{ij}, & \text{если } r_{ij}^\Sigma = 0, \\ p_{ji}, & \text{если } r_{ij}^\Sigma = 1. \end{cases}$$

Утверждение 4. Сумма расстояний $D(\rho_\Sigma)$ между отношением ρ_Σ , соответствующим строгому мажоритарному графу, и отношениями строгого ранжирования $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ вычисляется по формуле: $D(\rho_\Sigma) = 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \Delta_{ij}$.

Теорема 1. Суммарное расстояние $D(q) = \sum_{t=1}^m d(q, \rho_t)$ минимально, если $q_{ij} = 1 \Leftrightarrow r_{ij}^t = 1$ не менее, чем для половины экспертов ($i, j = 1, \dots, n$; $t \in \{1, \dots, m\}$). При этом в случае $\sum_{t=1}^m r_{ij}^t = \frac{m}{2}$ (т.е. при четном m) $D(q)$ остается минимальным и при выборе $q_{ij} = 0$.

Обозначим множество отношений, имеющих минимальное суммарное расстояние до экспертных предпочтений, $\text{Argmin}_{q \in \rho(A)} D(q)$; $\rho(A)$ – множество всех

бинарных отношений, заданных на множестве A . Из теоремы 1 следует, что это множество может содержать как единственное отношение, так и несколько отношений. Причем $\rho_\Sigma \in \underset{q \in \rho(A)}{\text{Argmin}} D(q)$.

Следствие 1. Пусть профиль экспертных предпочтений $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$ задан отношениями строгого линейного порядка. Тогда для произвольного бинарного отношения ρ_* , заданного на множестве альтернатив A , при нечетном числе экспертов m выполняется $D(\rho_\Sigma) < D(\rho_*)$.

Следствие 2. Пусть суммарное расстояние $D(\rho_*)$ от экспертных предпочтений, заданных линейными строгими порядками с нечетным числом экспертов, до отношения ρ_* , заданного на множестве альтернатив A , является минимальным. Тогда $\rho_\Sigma = \rho_*$.

В п. 1.4 отношения, задающие индивидуальные предпочтения экспертов, и агрегированное предпочтение – квазипорядки. Матрица предпочтений отношения квазипорядка может содержать элементы, равные $\frac{1}{2}$, в случае, когда соответствующие альтернативы равноценны. Матрица смежности графа соответствующего отношению квазипорядка получается из матрицы предпочтений заменой всех элементов, равных $\frac{1}{2}$, на элементы, равные 1.

Отношение квазипорядка может содержать равноценные альтернативы, следовательно, в нем допускается наличие контуров, полностью принадлежащих симметричной части. Будем различать противоречивые и непротиворечивые контуры.

Определение 5. Контур отношения ρ называется противоречивым, если в нем хотя бы одна пара $\langle a_i, a_j \rangle \in \text{As}\rho$, ($a_i, a_j \in A$).

Определение 6. Отношение ρ называется противоречивым, если оно содержит противоречивый контур.

Алгоритм нахождения агрегированного отношения квазипорядка основывается на построении мажоритарного графа.

Определение 7. Нестрогим нагруженным мажоритарным графом назовем ориентированный нагруженный граф $G = (A, \rho_\Sigma)$ с множеством вершин-альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ и дугами $\rho_\Sigma = \{\langle a_i, a_j \rangle \mid a_i, a_j \in A \text{ и } l_{ij} \geq 0\}$, где $l_{ij} = \sum_{k=1}^m (r_{ij}^k - r_{ji}^k)$. Причем каждой дуге $\langle a_i, a_j \rangle \in \rho_\Sigma$ поставим в соответствие вес l_{ij} .

Для нахождения агрегированного отношения предпочтения $\hat{\rho}$ найдем предварительно суммарное отношение, не содержащее противоречивых контуров. Для этого из отношения ρ_Σ удалим дуги, принадлежащие $\text{As}\rho_\Sigma$ и имеющие минимальный вес.

Доказаны теоремы о непротиворечивости и единственности построенного агрегированного отношения квазипорядка.

При практической реализации предложенного алгоритма удобно воспользоваться следующим утверждением и его следствием.

Утверждение 5. Отношение ρ , заданное на множестве A , непротиворечиво тогда и только тогда, когда $\text{As}\rho \subseteq \text{As}(\text{Tr}\rho)$.

Следствие 3. Отношение ρ является непротиворечивым тогда и только тогда, когда $As\rho \cap Sym(Tr\rho) = \emptyset$.

Искомое агрегированное отношение предпочтения $\hat{\rho}$ должно быть квази порядком. Найдем $\hat{\rho}$ по формуле:

$$\hat{\rho} = e \cup Tr\rho, \quad (4)$$

где e – тождественное отношение.

Матрицы смежности и предпочтений агрегированного квази порядка обозначим соответственно \hat{R} и \hat{R}^p . Найдем матрицу смежности отношения $\hat{\rho}$ согласно формуле (4): $\hat{R} = EVTrR$.

Для построения отношения ρ , не содержащего противоречивых контуров, достаточно выделить только дуги противоречивых контуров из $As\rho_\Sigma$. Следствие 3 позволяет найти отношение $As\rho_K$ по следующей формуле:

$$As\rho_K = (Sym(Tr\rho_\Sigma)) \cap As\rho_\Sigma.$$

Для произвольного отношения q с матрицей смежности Q матрицы $SymQ = Q \& Q^T$, $AsQ = Q - SymQ$.

В п. 1.5 предложенные алгоритмы распространяются для произвольной непротиворечивой экспертной информации. В п. 1.6 экспертная информация задается численными оценками альтернатив. Построим матрицы экспертных предпочтений в случае, когда индивидуальные предпочтения экспертов заданы векторами h^1, h^2, \dots, h^m , где $h^t = \langle h_1^t, h_2^t, \dots, h_n^t \rangle$ – вектор с компонентами $h_i^t \in \mathbb{R}^+$, равными численным оценкам альтернатив ($i \in \{1, \dots, n\}, t \in \{1, \dots, m\}$). Предполагается, что эксперты могут оценивать альтернативы в разных шкалах.

Тогда $R^t = \|r_{ij}^t\|$ – квадратная матрица порядка n с элементами

$$r_{ij}^t = \begin{cases} \frac{h_j^t}{h_i^t + h_j^t}, & \text{если значения оценок } t\text{-го эксперта максимизируются,} \\ \frac{h_i^t}{h_i^t + h_j^t}, & \text{если значения оценок } t\text{-го эксперта минимизируются,} \end{cases}$$

при $i \neq j$, и $r_{ii}^t = 1$. Выполняется условие $r_{ij}^t + r_{ji}^t = 1$ ($t = 1, \dots, m, i \neq j$).

Следующая теорема позволяет построить матрицу предпочтений отношения с минимальным суммарным расстоянием до экспертных предпочтений.

Теорема 2. Суммарное расстояние $D(q) = \sum_{t=1}^m d(q, \rho_t)$ минимально при нечетном числе экспертов, если все элементы q_{ij} матрицы предпочтений Q равны медиане соответствующих элементов матриц экспертных предпочтений $r_{ij}^1, \dots, r_{ij}^m$.

Зададим расстояние между отношениями предпочтения по формуле

$$d(\rho_k, \rho_t) = d(R^k, R^t) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (r_{ij}^k - r_{ij}^t)^2.$$

Теорема 3. Суммарное расстояние $D(q)$ для введенного расстояния минимально, если все элементы q_{ij} матрицы предпочтений Q равны среднему арифметическому значению соответствующих элементов матриц экспертных предпочтений $r_{ij}^1, \dots, r_{ij}^m$ ($i, j = 1, \dots, m$).

Отношение ρ_Σ , соответствующее нестрогую нагруженному мажоритарному графу, совпадает с отношением для средних арифметических значений элементов

матриц экспертных предпочтений, которое по теореме 3 обеспечивает минимальное суммарное расстояние. Заметим, что для булевых матриц

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (r_{ij}^k - r_{ij}^t)^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |r_{ij}^k - r_{ij}^t|.$$

Во второй главе диссертационной работы предложена методика учета компетентности экспертов при формировании агрегированного отношения предпочтения. В п. 2.1 дана математическая постановка задачи. В п. 2.2 разработаны алгоритмы нахождения коэффициентов участия экспертов в формировании агрегированного предпочтения.

Для оценки согласованности предпочтений t -го эксперта со всеми остальными, введем величину $D(\rho_t)$, характеризующую суммарную удаленность отношения ρ_t от отношений $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_m$:

$$D(\rho_t) = \sum_{k=1}^m d(\rho_t, \rho_k). \quad (5)$$

В соответствии с величинами $D(\rho_1), D(\rho_2), \dots, D(\rho_m)$ найдем k_1, k_2, \dots, k_m – коэффициенты участия экспертов в построении агрегированного упорядочения.

Первый метод. Вычислим коэффициенты участия экспертов из условия сохранения соотношений:

$$\frac{k_i}{k_j} = \frac{D_j}{D_i}, i, j = 1, \dots, m \text{ и } \sum_{i=1}^m k_i = 1.$$

Второй метод. ЛПР задает наименьшее и наибольшее значения весовых коэффициентов – соответственно a и b , т.е. отрезок $[a; b]$, которому принадлежат коэффициенты участия экспертов k_1, k_2, \dots, k_m . Найдем наибольшее значение – D_{max} и наименьшее – D_{min} величин $D(\rho_1), D(\rho_2), \dots, D(\rho_m)$. Обозначим $D_i = D(\rho_i)$, $\Delta = b - a$ и $\Delta_D = D_{max} - D_{min}$. Формула для нахождения коэффициентов

$$k_i = \frac{\Delta}{\Delta_D} (D_{max} - D_i) + a. \quad (6)$$

В п. 2.3 предложен модифицированный алгоритм построения агрегированного предпочтения с учетом задания весовых коэффициентов участия экспертов.

Алгоритм 2 построения агрегированного отношения предпочтения с учетом компетентности экспертов

1. Вычисление коэффициентов k_1, k_2, \dots, k_m участия экспертов в построении агрегированного отношения.
2. Вычисление элементов матрицы суммарных предпочтений $P = \|p_{ij}\|$ по формуле

$$P = \sum_{t=1}^m k_t R^t.$$

3. Построение нагруженного мажоритарного графа с матрицами смежности $R_\Sigma = \|r_{ij}^\Sigma\|$ и весов $C = \|c_{ij}\|$.
4. Нахождение контуров мажоритарного графа и асимметричной части контуров по формулам

$$\rho_K = (Tr\rho_\Sigma) \cap (Tr\rho_\Sigma)^{-1} \cap \rho_\Sigma \text{ и}$$

$$As\rho_K = Sym(Tr(\rho_\Sigma)) \cap As\rho_\Sigma, \quad Sym(Tr(\rho_\Sigma)) = (Tr\rho_\Sigma) \cap (Tr\rho_\Sigma)^{-1}.$$

5. Разрушение противоречивых контуров мажоритарного графа путём удаления из отношения $As\rho_K$ всех дуг, имеющих минимальный вес.
6. Построение агрегированного отношения $\hat{\rho}$ строгого порядка или квазипорядка.

В п. 2.4 доказаны утверждения о влиянии выбора отрезка для коэффициентов участия экспертов на вид агрегированного предпочтения. В алгоритме построения нагруженного мажоритарного графа $G = (A, \rho_\Sigma)$ изменится матрица суммарных предпочтений: $P = \sum_{t=1}^m k_t R^t$.

Проанализируем влияние начала отрезка a и его длины Δ на отношение ρ_Σ , т.е. на вид нагруженного мажоритарного графа.

Утверждение 6. Если в матрице смежности Q_Σ мажоритарного графа, построенного без учета различий в компетентности экспертов, существуют элементы $q_{ij}^\Sigma = q_{ji}^\Sigma = 1$, то значения элементов r_{ij}^Σ и r_{ji}^Σ матрицы смежности R_Σ мажоритарного графа, построенного с учетом коэффициентов участия экспертов, не зависят от выбора отрезка $[a; b]$ для вычисления этих коэффициентов.

Утверждение 7. Для любой длины отрезка Δ существует такое значение a начала этого отрезка, при котором равные нулю и единице элементы матрицы смежности мажоритарного графа, построенного без учета различий в компетентности экспертов, не изменятся при задании коэффициентов.

Утверждение 8. Длина Δ отрезка $[a; b]$ при $a = 0$ не влияет на вид агрегированного отношения предпочтения.

Утверждение 9. При нормировании коэффициентов участия экспертов мажоритарный граф не изменится по сравнению с графом для ненормированных коэффициентов (нормирование: $\sum_{t=1}^m k_t = 1$, где m – число экспертов).

В третьей главе рассмотрена возможность применения алгоритмов агрегирования для решения многокритериальных задач. В параграфе 3.1 дана математическая постановка задачи многокритериального выбора. В параграфе 3.2 описан алгоритм агрегирования предпочтений для различных видов оценок альтернатив по критериям качества.

Рассматривается множество альтернатив $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$, множество критериев $K = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ и множество шкал критериев $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$. Необходимо построить агрегированное (суммарное) отношение предпочтения, являющееся строгим порядком или квазипорядком. Матрица предпочтений $R^t = \|r_{ij}^t\|$ в случае, когда заданы оценки альтернатив по критерию K_t ($t \in \{1, \dots, m\}$) вектором $x^t = (x_1^t, x_2^t, \dots, x_n^t)$ с неотрицательными действительными компонентами, формируется следующим образом:

$$r_{ij}^t = \begin{cases} \frac{x_j^t}{x_i^t + x_j^t}, & \text{если значения оценок по шкале } K_t \text{ максимизируются,} \\ \frac{x_i^t}{x_i^t + x_j^t}, & \text{если значения оценок по шкале } K_t \text{ минимизируются,} \end{cases}$$

при $i \neq j$, и $r_{ii}^t = 1$. Причем, если $x_i^t = 0$ и $x_j^t = 0$, то $r_{ij}^t = r_{ji}^t = \frac{1}{2}$.

Заметим, что для элементов матрицы предпочтений R^t , построенной для критерия K_t , выполняется:

$$1) \frac{r_{ij}^t}{r_{ji}^t} = \begin{cases} \frac{x_j^t}{x_i^t}, & \text{если значения оценок по шкале } K_t \text{ максимизируются,} \\ \frac{x_i^t}{x_j^t}, & \text{если значения оценок по шкале } K_t \text{ минимизируются,} \end{cases}$$

– сохраняется информация о том, во сколько раз альтернатива a_j предпочтительнее альтернативы a_i ;

2) $r_{ij}^t + r_{ji}^t = 1$ ($i, j = 1, \dots, n, i \neq j$), что фактически заменяет процедуру приведения шкал критериев к однородной шкале.

Матрицы предпочтений могут быть построены и только на основе информации о том, во сколько раз одна альтернатива предпочтительнее другой, без задания численных оценок альтернатив.

Для агрегирования предпочтений по критериям используются алгоритмы, описанные в главах 1 и 2. В п. 3.3 доказаны теоремы об особенностях агрегированного отношения, построенного для двух критериев качества.

Утверждение 10. Для альтернатив, оцениваемых по двум критериям качества, оценки по которым являются положительными и максимизируются, предпочтительнее альтернатива с большим произведением компонент векторной оценки.

Утверждение 11. Для альтернатив, оцениваемых по двум критериям качества, оценки по которым являются положительными и минимизируются, предпочтительнее альтернатива с меньшим произведением компонент векторной оценки.

Утверждение 12. Пусть для альтернатив, оцениваемых по двум критериям качества с положительными шкалами, оценки по критерию K_1 максимизируются, а по K_2 , минимизируются. Тогда предпочтительнее альтернатива с большим отношением оценки по критерию K_1 к оценке по критерию K_2 .

Из утверждений 10-12 следует, что нагруженный мажоритарный граф, построенный по двум критериям качества с положительными шкалами, транзитивен. Требование транзитивности агрегированного отношения предпочтения является одним из важнейших в теории принятия решений. Выполнение этого условия фактически обеспечивает непротиворечивость полученных результатов.

В п. 3.4 проведен сравнительный анализ алгоритмов агрегирования и построения аддитивной свертки. Пусть альтернативы оцениваются по двум критериям, имеющим равную важность. Рассмотрим оценки $\langle x_1, y_1 \rangle$ и $\langle x_2, y_2 \rangle$, как точки плоскости. Координаты точек, равноценных фиксированной

$\langle x_2, y_2 \rangle$, принадлежат положительной ветви гиперболы $y = \frac{c}{x}$, где $c = x_2 y_2$. Точки, равноценные $\langle 5; 5 \rangle$, принадлежат гиперболе $y = \frac{25}{x}$. Если значения по шкалам критериев K_1 и K_2 максимизируются, то векторные оценки, менее предпочтительные оценки $\langle 5; 5 \rangle$, лежат под ветвью гиперболы, включая и отношение Парето (Парето⁻). Векторные оценки, более предпочтительные, чем $\langle 5; 5 \rangle$, лежат над ветвью гиперболы. В случае аддитивной свертки векторные оценки, равноценные $\langle 5; 5 \rangle$, принадлежат прямой $y = 10 - x$. Векторные оценки, предпочтительнее оценки $\langle 5; 5 \rangle$, лежат над прямой. На рис. 1 сравниваются результаты, полученные методами агрегирования и аддитивной сверткой. Область, выделенная между прямой и гиперболой, иллюстрирует несовпадение результатов метода агрегирования и аддитивной свертки, полученных при сравнении векторной оценки $\langle 5; 5 \rangle$ с другими оценками $\langle x; y \rangle$ ($x, y \in (0; 10]$).

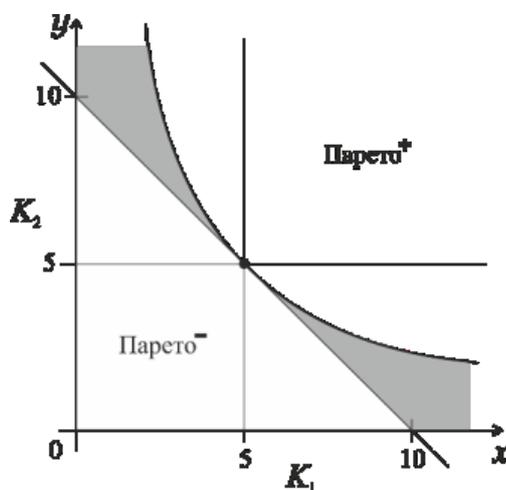


Рис.1

В п. 3.5 сравнительный анализ проведен для m критериев.

Теорема 4. Пусть альтернативы оцениваются по m критериям качества ($m \geq 2, m \in \mathbb{N}$), оценки по которым являются положительными и максимизируются. Из всех альтернатив с векторными оценками $\langle y_1, y_2, \dots, y_m \rangle$, для которых выполняется $y_1 + \dots + y_m = c$ ($c \in \mathbb{R}^+$), наиболее предпочтительной по методу агрегирования является альтернатива с оценкой $\langle \frac{c}{m}, \dots, \frac{c}{m} \rangle$.

Из теоремы 4 следует, что из всех равноценных по методу свертки альтернатив по методу агрегирования наиболее предпочтительной будет альтернатива с равными по всем критериям компонентами векторной оценки. Например, векторные оценки альтернатив с одинаковой суммой компонент $\langle 5, 5, 5, 5, 5 \rangle$ и $\langle 10, 10, 2, 2, 1 \rangle$, равноценны по методу аддитивной свертки, но по методу непротиворечивого агрегирования векторная оценка $\langle 5, 5, 5, 5, 5 \rangle$ предпочтительнее оценки $\langle 10, 10, 2, 2, 1 \rangle$.

Таким образом, для выбора метода решения задачи необходимо предварительно выявить предпочтения ЛПР. С этой целью в диалоговом режиме находятся векторные оценки, равноценные для ЛПР, а затем проводится их аппроксимация кривыми.

В п. 3.6 приведена вероятностная оценка отсутствия контуров в агрегированном отношении.

Утверждение 13. Если граф не имеет контуров, то он содержит хотя бы одну вершину a_i такую, что $\Gamma a_i = \emptyset$ (нет исходящих дуг) и хотя бы одну вершину a_j такую, что $\Gamma^{-1} a_j = \emptyset$ (нет входящих дуг).

В мажоритарном графе, построенном для индивидуальных предпочтений экспертов – строгое ранжирование, любые две вершины соединены ровно одной дугой (турнир). В этом случае вероятность того, что существует вершина a_i такая, что $\Gamma a_i = \emptyset$ равна $p_\Gamma = \frac{n}{2^{n-1}}$ (n – количество вершин). Среди оставшихся вершин вероятность существования a_j такой, что $\Gamma^{-1} a_j = \emptyset$, равна $p_{\Gamma^{-1}} = \frac{n-1}{2^{n-2}}$. По комбинаторному правилу умножения получаем: $p = \frac{n}{2^{n-1}} \cdot \frac{n-1}{2^{n-2}}, n \geq 3$.

Обозначим $p_{\bar{K}}$ – вероятность того, что мажоритарный граф не содержит контуров. Тогда $p_{\bar{K}} \leq p$. На рис. 2 изображен график зависимости вероятности того, что мажоритарный граф (турнир) не содержит контуров от числа вершин: вероятность существования графа без контуров ничтожно мала, начиная с $n = 7$.

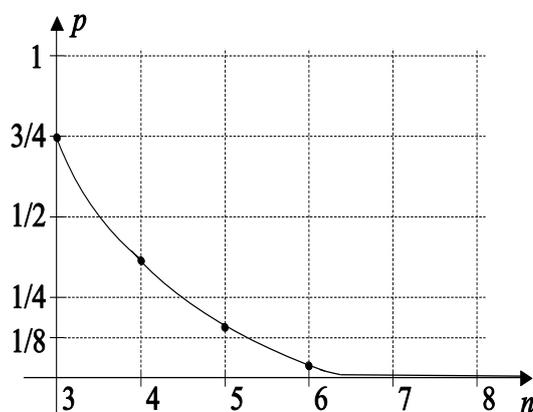


Рис.2

В четвертой главе разработана структура системы процесса поддержки принятия решений (СППР). Работа системы основывается на следующей математической модели задачи непротиворечивого агрегирования предпочтений при принятии решений:

$$\langle t, A, K, X, F, E, P, M, k, r \rangle,$$

где t – постановка задачи (ранжирование, выбор наилучших альтернатив);

$A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ – множество рассматриваемых альтернатив;

$K = \{K_1, K_2, \dots, K_m\}$ – множество критериев; $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}$ – множество шкал критериев; F – предпочтения по шкалам критериев;

$E = \{E_1, E_2, \dots, E_m\}$ – множество экспертов; P – профиль индивидуальных предпочтений экспертов; M – матрицы предпочтений; $k = \{k_1, k_2, \dots, k_m\}$ – множество коэффициентов важности критериев или экспертов;

r – решающее правило (последовательность алгоритмов непротиворечивого агрегирования предпочтений).

Математическая модель и логическая схема процесса принятия решений предложены в п. 4.1 и п. 4.2. Программа реализована на языке JAVA, что позволяет использовать её на мобильных устройствах. Все реализованные в системе алгоритмы имеют вычислительную сложность не более $O(mn^3)$ от числа экспертов и альтернатив.

В п. 4.3 разработаны этапы проведения экспертного опроса. Доказаны утверждения, позволяющие построить непротиворечивое отношение предпочтения и сократить число задаваемых экспертам вопросов.

Утверждение 14. Можно выбрать первые $(n - 1)$ вопросов в попарном сравнении n альтернатив таким образом, что при применении процедуры взятия транзитивного замыкания $(n - 2)$ раза (после каждого вопроса, начиная со второго) или один раз после последнего, $(n - 1)$ -го, вопроса получим одну и ту же матрицу смежности формируемого отношения предпочтения.

Пусть каждая альтернатива из подмножества $\tilde{A} = \{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\}$ ($\tilde{A} \subseteq A$) не сравнима ни с одной альтернативой из множества A .

Утверждение 15. При применении процедуры взятия транзитивного замыкания $k - 1$ раз после каждого сравнения произвольной альтернативы $a_i \in A$ с альтернативами $a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}$ или один раз после последнего, $(k - 1)$ -го, вопроса получим одну и ту же матрицу смежности формируемого отношения.

Утверждение 16. Добавление к транзитивному отношению информации о сравнении двух ранее не сравниваемых альтернатив не приводит к получению противоречивого контура.

Для определения альтернатив из подмножества $\tilde{A} = \{a_{i_1}, a_{i_2}, \dots, a_{i_k}\}$ ($\tilde{A} \subseteq A$), не сравнимых ни с какой альтернативой из множества A , будем использовать следующее утверждение. Пусть $\tilde{R} = \|\tilde{r}_{ij}\|$ – матрица смежности порядка n (число альтернатив) произвольного отношения ρ на множестве A . Вектор $S = \langle s_1, s_2, \dots, s_n \rangle$ – n -мерный вектор с компонентами, вычисляемыми по следующей формуле: $s_i = \sum_{j=1}^n (\tilde{r}_{ij} + \tilde{r}_{ji})$.

Утверждение 17. Если i -й элемент вектора S равен нулю ($s_i = 0$), то альтернатива $a_i \in \tilde{A}$.

В п. 4.4 и 4.5 проведено обобщение результатов работы подсистем многокритериального и экспертного выбора.

В пятой главе разработанная на основе методики агрегирования экспертных и критериальных предпочтений СППР позволила решить прикладные задачи, связанные с авиационной и ракетно-космической техникой. В п. 5.1 решена задача выбора оптимальных моделей пассажирских самолетов, оцениваемых по критериям стоимости, летно-техническим характеристикам и послепродажному обслуживанию. Задача решена для равных и различающихся по важности критериев качества. Разработана методика нахождения весовых коэффициентов важности критериев, включающая численные методы аппроксимации полученных от ЛПР точек равноценности альтернатив кривыми. В п. 5.2 рассмотрен практический тестовый пример выбора наиболее перспективных инновационных проектов-стартапов на основе экспертной информации и по критериям. Проекты оценивались по семи критериям качества. Выбор наилучших вариантов осуществлялся для различных групп критериев. Затем было проведено ранжирование проектов на основе профиля предпочтений девяти экспертов. Итоговый выбор был сделан руководством венчурного фонда с целью вложения инвестиций.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЗАЩИТУ

1. Исследован класс математических моделей задач принятия решений. Разработана математическая модель непротиворечивого агрегирования экспертных и критериальных предпочтений [4, 9].
2. Разработана процедура непротиворечивого агрегирования для различных типов экспертной информации. Доказаны теоремы о непротиворечивости и единственности построенных отношений, а также найдены условия минимальности суммарного расстояния до экспертных предпочтений [1, 2, 7].
3. Разработана процедура агрегирования предпочтений, заданных по критериям. Доказана транзитивность агрегированного отношения для двух критериев. Для m критериев доказана теорема о наилучшей по методу непротиворечивого агрегирования векторной оценке среди всех оценок с равной суммой компонент [3, 5, 6, 8].
4. Разработана методика оценки согласованности экспертной информации [2].
5. Разработан и реализован комплекс программ поддержки принятия решений [4, 10, 11, 12, 15, 18].
6. Решены практические задачи выбора оптимальных моделей пассажирских самолетов и перспективных инновационных в области авиации и космонавтики проектов-стартапов с применением разработанных методов. Разработана методика выбора метода решения и нахождения весовых коэффициентов важности критериев, включающая численные методы аппроксимации [5, 6, 16].

Результаты диссертационной работы соответствуют пунктам 2 и 3 паспорта специальности 05.13.18 и пунктам 4 и 5 паспорта специальности 05.13.01.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

Публикации в изданиях, входящих в перечень ВАК и МСЦ

1. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Построение агрегированного отношения предпочтения на основе нагруженного мажоритарного графа // Электронный журнал «Труды МАИ». 2010. № 39.
2. Смерчинская С. О., Яшина Н. П. Анализ компетентности экспертов в задачах группового выбора // Информационные и телекоммуникационные технологии. 2012. №15. С. 103-115.
3. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Агрегирование предпочтений в многокритериальных задачах // Вестник Московского авиационного института. 2013. № 2, том 20. С. 219-225.
4. Смерчинская С. О. Интеллектуальная система поддержки группового выбора // Научное обозрение. 2013. №2. С. 149-154.
5. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Агрегирование предпочтений с учетом важности критериев // Труды МАИ. 2015. № 84.
6. Редько А.О., Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Агрегирование предпочтений при переменной важности критериев // Труды МАИ. 2016. №85.
7. Нефедов В.Н., Осипова В.А., Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Непротиворечивое агрегирование отношений строгого порядка // Известия высших учебных заведений. Математика. 2018. №5, с. 71-85.

(Перевод: V. N. Nefyodov, V. A. Osipova, S. O. Smerchinskaya, N. P. Yashina. Non-Contradictory Aggregation of Strict Order Relations // Russian Mathematics. Vol.62 2018. №5, p. 61-73). (SCOPUS, Web of Science).

8. Smerchinskaya S.O., Yashina N.P. On an algorithm for pairwise comparison of alternatives in multi-criteria problems // International Journal of Modeling, Simulation, and Scientific Computing. 2018. Vol. 9, Issue 1. DOI: 10.1142/S179396231850006X. (SCOPUS).

Публикации по теме диссертации в других изданиях

9. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Агрегирование предпочтений при принятии решений // Московская молодежная научно-практическая конференция «Инновации в авиации и космонавтике – 2013». Москва. Сборник тезисов докладов. М.: ООО «Принт-салон». 2013. С.300-301.
10. Смерчинская С.О. Интеллектуальная система поддержки группового выбора // Труды международной научно-методической конференции «Информатизация инженерного образования». М.: Издательский дом МЭИ, 2012. С.113-114.
11. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Интеллектуальная система многокритериального выбора // Труды международной научно-методической конференции «Информатизация инженерного образования». М.: Издательский дом МЭИ, 2014. С.279-282.
12. Смерчинская С.О., Яшина Н.П. Интеллектуальная система поддержки принятия решений // Труды международной научно-методической конференции «Информатизация инженерного образования». М.: Издательский дом МЭИ, 2016. С. 214-217.
13. Смерчинская С.О. Проблемы группового выбора при решении экономических задач // Научный альманах ИНЖЭКИН. Выпуск №16, 2012. С.208-214.
14. Смерчинская С.О. Проведение экспертного опроса в задачах группового выбора // Научный альманах ИНЖЭКИН. Выпуск №17, 2013. С.221-226.
15. Смерчинская С.О. Интеллектуальная система многокритериального выбора // Научный альманах ИНЖЭКИН. Выпуск №19, 2014. С.220-226.
16. Смерчинская С.О. Ранжирование проектов-стартапов на основе экспертной информации // Научный альманах ИНЖЭКИН. Выпуск №20, 2015. С.210-214.
17. Смерчинская С.О. Агрегирование предпочтений по критериям с неоднородными шкалами // Научный альманах ИНЖЭКИН. Выпуск №21, 2016. С.216-220.
18. Смерчинская С.О., Шпаков А.С., Яшина Н.П. Интеллектуальная система поддержки процесса группового выбора // Труды 15-ой Международной конференции «Авиация и космонавтика – 2016». М.: Издательство МАИ. С. 599-601.

Свидетельства о государственной регистрации программ

19. Смерчинская С.О. Система агрегирования предпочтений при принятии решений / Смерчинская С.О. // Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2017662012. Федеральная служба по интеллектуальной собственности. – 25.10.2017.