

## ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Гайнанова Дамира Насибулловича «Математическое и программное обеспечение вычислительных комплексов для решения задач анализа несовместных систем с массивно параллельной обработкой данных», представленной на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей» и по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертационная работа Гайнанова Д. Н. посвящена разработке математического и программного обеспечения вычислительных комплексов для решения задач анализа несовместных систем, возникающих в прикладных областях управления технологическими маршрутами на дискретном металлургическом производстве и транспортными процессами в условиях противоречивости ограничений.

### АКТУАЛЬНОСТЬ ТЕМЫ

Системы противоречивых ограничений часто возникают в практических задачах моделирования и оптимизации. Адекватным аппаратом формализации таких задач представляется теория несовместных систем условий и, в частности, несовместных систем линейных неравенств. Множество решений, удовлетворяющих наибольшему числу исходных ограничений, очевидным образом взаимосвязано с семейством максимальных совместных подсистем соответствующей системы. Таким образом, актуальным является исследование задач анализа несовместных систем условий на этапе поиска всех максимальных совместных (МСП) и минимальных несовместных (МНП) подсистем. Для этих целей в диссертационной работе предлагается несколько подходов. В рамках каждого из них получены важные результаты как теоретического, так и прикладного характера.

В качестве приложений полученных результатов в работе исследуются прикладные задачи управления технологическими маршрутами на дискретном производстве и транспортными процессами в условиях противоречивости. Задача управления технологическими маршрутами на дискретном производстве формализуется в работе как задача распознавания

ОБЩИЙ ОТДЕЛ МАИ  
Вх. № \_\_\_\_\_  
" 11 " 09 20 18

образов в геометрической постановке. Важной особенностью при этом является способ организации обучающей выборки, в основе которого лежит непрерывный сбор данных об исполненных маршрутах производства. Таким образом, актуальной является разработка эффективных методов параллельной обработки данных в условиях их непрерывного накопления.

Задача планирования и организации грузовых железнодорожных перевозок исследуется в работе как частный класс задач управления транспортными процессами в условиях противоречивости. Часто инфраструктура обширных железнодорожных сетей такова, что системы ограничений на использование технических, энергетических, информационных и других ресурсов оказываются несовместными. Кроме того, ввиду большой размерности исходных данных, задачи такого рода характеризуются высокой комбинаторной сложностью. В этой связи актуальной также является разработка эффективных методов обработки данных на графах, реализация которых не влечет существенного снижения качества приближённого решения.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Работа состоит из введения, шести глав, заключения и списка литературы. Полный объём диссертации составляет 315 страниц с 15 рисунками и 7 таблицами. Список литературы содержит 255 источников. Автореферат соответствует содержанию диссертации.

В первой главе диссертации вводится аксиоматическое определение монотонных несовместных систем условий, а также основные классы математических моделей для исследования их структурных и комбинаторных свойств: абстрактные симплициальные комплексы, системы независимости и монотонные булевы функции (МБФ). Как классы прикладных задач анализа несовместных систем исследуются также геометрическая задача распознавания образов и задача расшифровки МБФ.

Во второй главе всесторонне исследуются свойства графов систем независимости и графов МСП несовместных систем линейных неравенств. Граф системы независимости является обобщением графа МСП и определяет эффективный метод математического моделирования несовместных систем условий общего вида. Каждая вершина графа системы независимости соответствует некоторой подсистеме исходной несовместной системы условий. При этом пара вершин в графе связана ребром в том и только в том случае, если совокупность соответствующих подсистем полностью

покрывает исходную систему. В рамках такого подхода установленные во второй главе свойства графов систем независимости и графов МСП получили важные приложения в области решения задач анализа условий несовместных систем. Так, в частности, во второй главе были установлены связность графов систем независимости для ряда классов несовместных систем условий. Важной особенностью при этом является то, что связность графов непосредственно вытекает из связности соответствующих топологических пространств. Другое значимое свойство связано с графом МСП и свидетельствует о наличии в нём цикла нечётной длины. На мой взгляд, важное значение имеют исследованные во второй главе более сильные типы связности графа МСП и полученные оценки для степеней вершин в графе МСП и его диаметра.

В третьей главе исследуются комбинаторные и структурные свойства выпуклых многогранников и их взаимосвязь с аналогичными свойствами несовместных систем линейных неравенств. Как геометрические представления элементов семейства МНП несовместных систем линейных неравенств исследуются положительные базисы конечномерных евклидовых пространств. Последующее исследование в третьей главе связано со структурными особенностями выпуклых многогранников. В рассмотрение вводится новое для комбинаторной геометрии понятие  $G$ -диагонали выпуклого многогранника и впервые несовместной системе линейных неравенств ставится в соответствие выпуклый многогранник. При этом дополнение семейства МСП исходной системы соответствует семейству  $G$ -диагоналей, а дополнение семейства МНП – семейству граней. Эти результаты определяют комбинаторно-геометрический метод математического моделирования несовместных систем. В рамках установленной взаимосвязи несовместных систем и выпуклых многогранников получены нижние оценки для максимального числа МСП несовместных систем линейных неравенств, в основе которых лежат оценки для числа диагоналей циклического многогранника. Среди результатов, полученных в третьей главе, следует особенно отметить следующий. Классическая классификация выпуклых многогранников обращается к структуре их решёток граней. В частности, говорят, что два многогранника имеют одинаковый комбинаторный тип, если их решётки граней изоморфны. В диссертационной работе показано, что классификация многогранников по типу  $G$ -диагоналей совпадает с классической, однако это утверждение не верно ни для какого другого типа диагоналей. Таким образом, введенное в работе понятие  $G$ -диагонали приобретает самостоятельный научный интерес.

В четвертой главе на основе ранее полученных результатов разрабатываются алгоритмы численного решения задач поиска и подсчёта МСП и МНП несовместных систем линейных неравенств. В рамках взаимосвязи задач анализа несовместных систем и задач распознавания образов в геометрической постановке разработан приближённый алгоритм синтеза комитетов минимальной мощности. В его основе лежат свойства связности графа МСП и теорема о существовании в нём цикла нечётной длины. В частности, установлено, что решения, взятые по одному для каждой вершины цикла нечётной длины в графе МСП, соответствуют членам некоторого комитета исходной несовместной системы. В работе рассматривается также важный вопрос сравнения равномошных комитетов. Для их эффективной классификации вводится понятие альтернативного покрытия и с его помощью показано, что из двух равномошных комитетов приоритетным является тот из них, для которого мощность соответствующего альтернативного покрытия меньше. Другой аспект решения задачи распознавания образов в геометрической постановке связан с обработкой векторов обучающей выборки. Для этих целей в работе предлагаются эффективные алгоритмы дихотомии с линейными разделяющими функциями. В четвёртой главе исследуется также и другая задача, связанная с задачами анализа несовместных систем, – задача расшифровки МБФ. В рассмотрение вводится новый критерий оптимальности алгоритма расшифровки, нормированный по числу обращений алгоритма к оракулу, и разработан алгоритм, оптимальный по этому критерию. Здесь под оракулом понимается некоторый оператор, возвращающий значение функции на предъявленном ему наборе. Ясно, что общее количество обращений не может быть меньше, чем количество верхних нулей и нижних единиц функции, поскольку только по таким наборам значения функции однозначно восстанавливаются из свойства монотонности. Таким образом, условие нормировки критерия имеет вполне обоснованное и практически осмысленное значение. Для класса МБФ, порожденных неориентированными графами, в четвёртой главе рассматривается взаимосвязанная задача о наибольшем независимом множестве и при этом любому максимальному верхнему нулю такой функции соответствует наибольшее независимое множество вершин соответствующего графа. Для решения этой задачи предлагается эвристический алгоритм с абсолютной оценкой точности приближённого решения и приводятся результаты вычислительных экспериментов, которые демонстрируют эффективность подхода.

Пятая глава диссертации посвящена исследованию прикладных задач управления технологическими и транспортными процессами, связанных с задачами анализа несовместных систем. Для решения задачи управления технологическими маршрутами на металлургическом производстве разработана математическая модель, в рамках которой исследование сводится к рассмотрению задачи распознавания образов в геометрической постановке с обучающей выборкой большой размерности. Для её решения разработан метод параллельной обработки данных на сети задач распознавания образов меньшей размерности. При этом для решения каждой задачи в сети могут быть эффективно использованы разработанные в диссертации методы решения задач анализа несовместных систем линейных неравенств. В другой прикладной задаче рассматриваются вопросы планирования и организации грузовых железнодорожных перевозок. Эта задача также характеризуется большой размерностью и высокой комбинаторной сложностью. Для её решения в работе предлагается метод параллельной обработки данных на ориентированном графе. В рамках этого метода задача сводится к серии аналогичных задач меньшей размерности. Для исследуемой прикладной задачи также может быть использован вычислительный комплекс для решения задач анализа несовместных систем с массивно параллельной обработкой данных.

В шестой главе разрабатывается математическое и программное обеспечение вычислительного комплекса для решения прикладных задач анализа несовместных систем, приводится описание общей архитектуры и принципов взаимодействия программных компонент. Математическое обеспечение представляет собой программную реализацию методов решения задач анализа несовместных систем и располагается на сервере математических моделей. В рамках приложений вычислительного комплекса можно выделить две группы методов и соответствующих алгоритмов. Первая группа состоит из алгоритмов решения задачи распознавания образов в геометрической постановке таких, как алгоритмы поиска всех МСП несовместной системы линейных неравенств с последующим синтезом циклов нечётной длины и соответствующих комитетов, алгоритмы поиска альтернативных покрытий для классификации комитетов равной мощности, а также эвристические алгоритмы дихотомии на этапе предварительной обработки обучающей выборки. Алгоритмы первой группы используются в вычислительном комплексе в приложении к решению задачи управления технологическими маршрутами на дискретном металлургическом производстве. Вторая группа методов и алгоритмов ориентирована на решение задачи расшифровки МБФ, связанных с несовместными системами.

Соответственно к ней относятся алгоритм расшифровки МБФ, оптимальный по нормированному критерию, алгоритм поиска наибольшего независимого множества с абсолютной оценкой точности приближённого решения, а также алгоритм декомпозиции множества путей ориентированного графа для снижения размерности исходной задачи. Алгоритмы этой группы используются в вычислительном комплексе в приложении к решению задачи планирования и организации грузовых железнодорожных перевозок. Программное обеспечение вычислительного комплекса состоит из двух управляющих программ и двух комплексов проблемно-ориентированных прикладных программ. Управляющие программы оперируют алгоритмами математического обеспечения и взаимодействуют с сервером хранения данных, сервером планирования и сервером принятия решений. При этом способы сбора, обработки и представления данных также разработаны автором диссертации, что подтверждается патентами на изобретения. В вычислительном комплексе эти функции (сбор, обработка и представление данных) выполняются с помощью вышеупомянутых комплексов прикладных программ, каждый из которых предназначен также для реализации некоторых этапов решения соответствующих прикладных задач управления технологическими и транспортными процессами.

В заключении приводится обзор новых теоретических и практических результатов, полученных в диссертационной работе.

## **НАУЧНАЯ НОВИЗНА И ДОСТОВЕРНОСТЬ**

В диссертационной работе получены следующие новые теоретические и практические результаты.

1. Разработан теоретико-графовый метод математического моделирования несовместных систем условий. В рамках этого метода введено понятие графа системы независимости как обобщение понятия графа максимальных совместных подсистем несовместной системы линейных неравенств (граф МСП). Установлены связность графов систем независимости для ряда классов несовместных систем и связность графа МСП, вытекающие из связности соответствующего топологического пространства. Для графа МСП доказано важнейшее, с практической точки зрения, его свойство – существование в графе МСП цикла нечётной длины.

2. Разработан комбинаторно-геометрический метод математического моделирования несовместных систем. В рамках этого метода введено понятие G-диагонали выпуклого многогранника и установлена двойственная

взаимосвязь между дополнением семейства МСП несовместной системы линейных неравенств и семейством  $G$ -диагоналей соответствующего выпуклого многогранника. Полученная двойственная связь позволяет взаимно транслировать результаты из областей теории несовместных систем линейных неравенств и комбинаторной геометрии. Например, с помощью этой взаимосвязи получены нижние оценки для максимального числа МСП несовместной системы линейных неравенств.

3. На основе результатов, полученных в области исследования структурных и комбинаторных свойств несовместных систем, разработаны приближённые алгоритмы синтеза комитетов минимальной мощности несовместной системы линейных неравенств для решения задачи распознавания образов в геометрической постановке. В рамках реализации приближённого алгоритма введено в рассмотрение понятие альтернативных покрытий комитетов и на его основе разработан критерий классификации комитетов равной мощности.

4. Исследована взаимосвязь между семейством МСП несовместной системы условий общего вида и семейством максимальных верхних нулей монотонной булевой функции (МБФ). Разработан критерий оптимальности алгоритма расшифровки МБФ, нормированный по числу обращений к оракулу, а также разработан алгоритм расшифровки МБФ, оптимальный по этому критерию. Для класса МБФ, порождённых неориентированными графами, разработан эвристический алгоритм расшифровки с абсолютной оценкой точности приближённого решения и получены результаты вычислительных экспериментов на дополнительных графах открытой библиотеки (DIMACS).

5. Разработаны метод параллельной обработки данных на сети задач распознавания образов в геометрической постановке и управляющая программа для реализации этого метода в вычислительном комплексе в приложении к решению задачи управления технологическими маршрутами на дискретном (металлургическом) производстве. Для реализации этапа предварительной обработки обучающей выборки разработаны полиномиальные алгоритмы дихотомии с линейными разделяющими функциями, эффективность которых подтверждается результатами вычислительных экспериментов на случайных наборах точек пространства (с подробным описанием генератора случайных чисел).

6. Разработаны метод параллельной обработки данных на ориентированном графе на основе алгоритма декомпозиции множества путей ориентированного графа на множестве сильно связанных подграфов и

управляющая программа для реализации этого метода в вычислительном комплексе в приложении к решению задачи управления транспортными (железнодорожными) процессами в условиях противоречивости.

7. Разработанные алгоритмы реализованы в вычислительном комплексе в виде пакетов проблемно-ориентированных программ для решения прикладных задач управления технологическими маршрутами на дискретном (металлургическом) производстве и транспортными (железнодорожными) процессами в условиях противоречивости.

**Достоверность результатов** подтверждается использованием математического аппарата и строгостью доказательств. Эффективность предлагаемых алгоритмов подтверждается проведенными вычислительными экспериментами.

## ЗАМЕЧАНИЯ

1. В Теореме 3.1 (Глава 3, стр. 133 диссертации) установлен важный результат о взаимосвязи между дополнением семейства МСП несовместной системы линейных неравенств и семейством диагоналей соответствующего выпуклого многогранника. В действительности речь идет о  $G$ -диагоналях, однако в формулировке теоремы понятие  $G$ -диагонали переопределено и упоминается как диагональ набора точек пространства. Ввиду особой научной значимости установленного результата и новизны введенного понятия, целесообразным представляется его акцентированное использование.

2. В Теореме 4.1 (Глава 4, стр. 157 диссертации) установлено, что решения, взятые по одному для каждой вершины цикла нечётной длины в графе МСП, образуют комитет исходной системы. Таким образом, каждый цикл нечётной длины соответствует некоторому комитету. Этот результат лежит в основе приближённого алгоритма решения задачи синтеза комитета минимальной мощности несовместной системы линейных неравенств. Интересен вопрос: верно ли обратное? Другими словами, верно ли, что каждому комитету несовместной системы линейных неравенств можно поставить в соответствие некоторый цикл нечётной длины в графе МСП такой, что решения, взятые по одному для каждой вершины цикла нечётной длины в графе МСП образуют заданный комитет исходной системы? В диссертации отсутствуют комментарии по этому вопросу.



3. Для решения задачи распознавания образов в геометрической постановке в диссертации вводится дополнительный критерий классификации комитетов, основанный на понятии мощности соответствующих альтернативных покрытий (Глава 4 Раздел 4.1, стр. 160 диссертации). Ряд примеров демонстрирует работоспособность подхода, однако собственно алгоритм построения альтернативного покрытия для некоторого комитета не представлен.

4. В Главе 4 (Раздел 4.2 Параграф 4.2.3) установлена взаимосвязь между задачей расшифровки МБФ и NP-трудной задачей о наибольшем независимом множестве вершин в неориентированном графе. Для решения последней разработан эвристический алгоритм с абсолютной оценкой точности приближённого решения (стр. 200). Программная реализация этого алгоритма используется в вычислительном комплексе для решения прикладной задачи планирования и организации грузовых железнодорожных перевозок. При таком подходе важную роль начинает играть состав вершин искомого независимого множества. Однако из описания алгоритма не очевидно, какие из доступных вершин (текущее множество претендентов) следует включать в решение в приоритетном порядке.

5. Во введении приведено достаточное количество ссылок на работы других исследователей, но не указано место полученных автором результатов в этой области. Существует большое количество методов анализа несовместных систем. Хотелось бы видеть более четкую формулировку преимуществ, которые дают предложенные автором подходы.

6. Содержательный смысл результатов, представленных в Таблице 1 (стр. 186) ясен не до конца. Почему близость наборов, полученных разработанным методом и методом полного перебора говорит об эффективности подхода? Кроме того, количество тестовых примеров (100 наборов по 32 точки) представляется недостаточным, чтобы делать вывод об эффективности предлагаемого алгоритма. Интересным было бы также сравнение разработанной эвристики с другими известными эффективными методами, в том числе на задачах различной размерности.

7. Страница 211, Таблица 2. Сравнение по времени предлагаемого подхода с другими тремя известными алгоритмами некорректно, поскольку запуски алгоритмов происходили на разных вычислительных устройствах. Для алгоритмов не представлены данные по размерам найденных клик.

8. В описании разработанного программного комплекса не представлены числовые характеристики границ его эффективной применимости. Задачи

анализа несовместных систем какой размерности могут быть решены с его применением за приемлемое время? Интересно также оценить размерность практических задач, рассмотренных автором в диссертации.

9. В работе имеется ряд опечаток, например, «семйств» (стр. 15), «диссертатации» (стр. 30), «подсисте» (стр. 52), «справедливо следующее следующее утверждение» (стр. 78), «Соответствующие» (стр. 85), «классифкацию» (стр. 105), «удовлетворяющий» (стр. 117) и т.д.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Сделанные замечания не снижают научной и практической ценности результатов, полученных в диссертации. Работа выполнена на хорошем математическом уровне. Результаты, полученные в диссертации, опубликованы автором в 56 работах, среди которых 2 монографии, 4 патента на изобретения, 4 свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ и 25 статей в ведущих научных изданиях, включая 13 статей в журналах из перечня ВАК и 23 статьи в журналах, индексируемых международными базами Scopus и Web of Science.

**Работа Гайнанова Дамира Насибулловича является завершённой научно-исследовательской работой.** Полученные результаты вносят существенный вклад в развитие методов анализа несовместных систем и определяют новое перспективное научное направление, связанное с приложением теории анализа несовместных систем для решения практически значимых задач управления производственными и транспортными процессами в условиях больших размерностей и противоречивости ограничений. **Тема работы и уровень полученных научных и практических результатов отвечают требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей» и по специальности 05.13.18 «Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».** Работа отвечает критериям, установленным постановлением Правительства РФ № 842 от 24.09.2013 г. «О порядке присуждения ученых степеней», а её автор, **Гайнанов Дамир Насибуллович, заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 05.13.11 «Математическое и программное обеспечение вычислительных машин, комплексов и компьютерных сетей» и по специальности 05.13.18**

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ».

Официальный оппонент

доктор физико-математических наук,  
профессор, заведующий лабораторией  
«Теории расписаний и дискретной  
оптимизации» ФГБУН «Институт  
проблем управления

им. В. А. Трапезникова РАН» (ИПУ  
РАН)



Лазарев Александр Алексеевич

117997, Москва, ул. Профсоюзная 65

тел.: 8 (495) 334-87-51

e-mail: [jobmath@mail.ru](mailto:jobmath@mail.ru)



*Лазарев А.А.*