

## МЕТОДИКА РАЗРАБОТКИ И ИДЕНТИФИКАЦИИ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АВИАЦИОННЫХ КАТАПУЛЬТНЫХ УСТРОЙСТВ

Михаил Натанович ПРАВИДЛО родился в 1950 г. в городе Москве. Профессор МАИ. Доктор технических наук. Основные научные интересы — в области динамики движения ракет и авиационных катапультирующих устройств. Автор 68 научных работ. Тел: 8(499) 740-85-96

Mikhail N. Pravidlo, D. Sci., was born in 1950, in Moscow. He is professor at the MAI. His research interests are in field of missile and aircraft ejection launcher separation dynamics. He has published 68 technical papers. Тел: 8(499) 740-85-96

Леонид Иванович ЖУРАВЛЕВ родился в 1961 г. в городе Москве. Аспирант МАИ. Основные научные интересы — в области аэрогазодинамики авиационных пусковых установок. Автор пяти научных работ. Тел: 8(499) 740-85-96

Leonid I. Zhuravlev, postgraduate student, was born in 1961, in Moscow. His research interests are in field of aerogas dynamics, aircraft launchers development. He has published 5 technical papers. Тел: 8(499) 740-85-96

*Работа посвящена вопросам моделирования динамики работы авиационных катапультирующих устройств. Проведен анализ существующих подходов к разработке математических моделей катапультирующих устройств. Предложена методика их моделирования, основанная на использовании численного метода расчета коэффициентов уравнений Лагранжа 2-го рода и на идентификации математической модели по результатам наземных испытаний работы катапультирующего устройства. Задача идентификации рассматривается как задача идентификации динамической системы. При этом использован метод идентификации с эталонной моделью. Приведены результаты идентификации с использованием разработанной методики, показывающие хорошую сходимость результатов моделирования с результатами наземных испытаний катапультирующего устройства.*

*This article is dedicated to modeling problems of dynamics of aviation ejection launchers. An analysis of existed approaches to mathematical models development for ejection launchers is carried out. A method is suggested to its modeling, based on using numerical method of computation coefficients of Lagrange equation of 2-nd kind and on mathematical model comparison based on ejection launcher's ground testing results. Comparison problem is viewed as dynamic system comparison problem. Method of comparison with reference model is used there. Provided results of comparison with developed method use showing good modeling results convergence with results of ejection launcher's ground testing.*

**Ключевые слова:** авиационное катапультирующее устройство, математическая модель, идентификация, эталонная модель, расчеты.

**Key words:** aviation ejection launcher, mathematical model, comparison, reference model, computation.

### Введение

В системе отделения авиационных управляемых ракет от самолёта-носителя определяющая роль в формировании начальных условий безопасного полёта ракеты относительно носителя отводится пусковой установке. При её проектировании и лётной отработке важное место занимает математическое моделирование старта — процесса формирования указанных начальных условий при движении механической системы «пусковая установка — ракета».

Математическое описание этого процесса весьма сложно, особенно для случая применения пусковой установки катапультирующего типа — авиацион-

ного катапультирующего устройства (АКУ), когда имеет место существенное влияние упругих свойств кинематических звеньев механизма катапультирования (МК) ракеты на характер поведения и величину угловых параметров отделения ракеты (начальных условий её полёта). Модели упругих АКУ традиционно основываются на уравнениях Лагранжа 2-го рода, учитывающих потенциальную энергию упругой деформации кинематических звеньев МК. Следует отметить, что для каждого нового АКУ разрабатывается своя математическая модель, поскольку проектные наработки предшествующих конструкций АКУ оказываются, как показал опыт, мало пригодными для исследования новых схемных решений [1].

Кроме этого, традиционный процесс создания математической модели АКУ требует, для обеспечения её идентификации с реальной физической моделью, разборки уже изготовленного в производстве АКУ и после этого — дополнительного проведения специальных стендовых испытаний на определение упругих характеристик отдельных звеньев МК.

Поэтому традиционный процесс создания математической модели АКУ может оказаться длительным, трудоёмким, дорогостоящим и требующим высокой квалификации разработчика модели.

Существенного сокращения финансовых затрат и времени на разработку математических моделей для расчёта и сравнительного анализа особенностей альтернативных конструкций можно достичь за счёт использования универсальной матричной модели упругой АКУ. Эта модель не привязана к определённой конструкции и позволяет единообразно описывать упругие и кинематические свойства механизма катапультирования любых кинематических схем для моделирования динамики подавляющего большинства систем старта, отличающихся пренебрежимо малой инерционностью звеньев МК АКУ по сравнению с инерционностью АУР [2].

Путём несложных преобразований матричная модель позволяет описывать возможные изменения конструктивно-силовой схемы, связанные с добавлением (выключением) отдельных механических связей, значительно облегчает учёт люфтов (зазоров), односторонних связей (гидроцилиндры и др.), эффекты несинхронной расцепки кареток и т.д.

Матричная модель любого АКУ в общем случае представляет собой матрицу с коэффициентами, зависящими от степени раскрытия МК. Как правило, модель задаётся набором числовых матриц (матриц жёсткости), соответствующих различной степени раскрытия механизма.

Путём интерполяции табличных значений определяются коэффициенты матриц жёсткости механизма в текущих промежуточных (по степени раскрытия МК) положениях.

Следует отметить, что в матрицах жёсткости содержится не только информация о жесткостных (упругих) характеристиках МК, но и о его кинематике.

Таким образом, при использовании матричной модели удастся избежать процедуры написания аналитических уравнений динамики АКУ, основанных на уравнениях Лагранжа 2-го рода. Кроме этого, реальные жесткостные характеристики АКУ определяются в целом, т.е. нагружением не отдельно

взятых звеньев механизма, а рядом нагружений МК в сборе по мере его раскрытия. Это обстоятельство, хотя и не требует проведения дополнительных специальных стендовых испытаний по замеру жесткостных характеристик АКУ, существенно эти испытания упрощает.

С целью дальнейшего повышения эффективности расчётно-теоретического этапа разработки АКУ разработана новая методика математического описания динамики МК, не требующая:

- «ручного» написания уравнений Лагранжа 2-го рода;
- проведения дополнительных специальных стендовых испытаний на определение жесткостных характеристик МК в целом или его отдельных звеньев.

### Методика разработки и идентификации математических моделей АКУ

Идентификация математической модели АКУ производится по результатам стандартных наземных испытаний, например, приёмосдаточных испытаний АКУ.

Методика основана на разработанном алгоритме идентификации математической модели АКУ по результатам его работы в наземных (стендовых) условиях и программе для этого алгоритма с целью автоматизации, с помощью ЭВМ, процесса корректировки математической модели.

На рис. 1 представлена возможная кинематическая схема МК авиационного катапультного устройства.

При разработке математической модели движения ракеты на катапультном устройстве были приняты следующие допущения:

- корпус ракеты является абсолютно жёстким;
- учитывается изгибная жёсткость переднего и заднего рычагов путём представления каждого рычага состоящим из двух абсолютно жёстких звеньев АО и ОВ (передний рычаг) и СО и ОД (задний рычаг), имеющих в общем шарнире О пружины с жесткостями  $C_{\phi_1}$ ,  $C_{\phi_2}$  для звеньев АО, ОВ и СО, ОД соответственно;

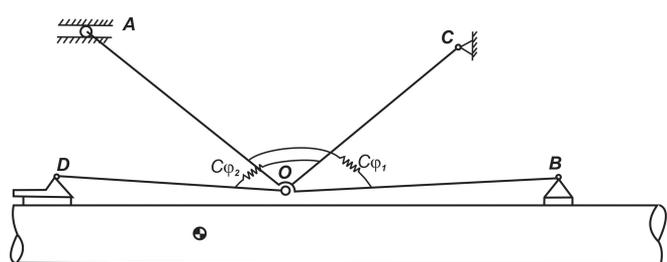


Рис. 1. Кинематическая схема МК АКУ

• в системе учитывается только одна масса — масса ракеты (массы звеньев катапультного устройства пренебрежительно малы по сравнению с массой ракеты).

Формально уравнения движения ракеты на катапультном устройстве записываются в форме уравнений Лагранжа 2-го рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} = Q_i, \quad i = 1, n,$$

где  $q_i$  — обобщённые координаты системы, однозначно определяющие состояние системы (их количество равно числу степеней свободы системы);

$T$  — кинетическая энергия системы;

$Q_i$  — обобщённые силы;

$N$  — количество масс, учитываемых в системе «катапультное устройство + ракета».

Для стационарной механической системы (системы, где декартовы координаты любой точки можно выразить функцией без явного вхождения

времени  $t$  или, что то же самое,  $\frac{\partial X_v}{\partial t} = 0$ ) кинети-

ческая энергия определяется выражением

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^3 a_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j,$$

где  $a_{ij} = \sum_{v=1}^{3N} m_v \frac{\partial X_v}{\partial q_i} \frac{\partial X_v}{\partial q_j}$ .

Для обобщённых сил имеем выражение

$$Q_i = \sum_{v=1}^{3N} X_v \frac{\partial X_v}{\partial q_i},$$

где  $X_v$  — равнодействующая сил, действующая на  $v$ -ю массу (в нашем случае  $v = 1$ ).

Особенность пакета программ расчёта движения катапультного устройства состоит в том, что формулы для коэффициентов уравнений движения «вручную» не выводятся (это очень трудоёмкая работа), а считаются численно по представленным формулам для  $T$ ,  $a_{i,j}$ ,  $Q_i$  с использованием специально разработанных программ дифференцирования.

Универсальность представленной программы состоит в том, что при переходе от одной модели катапультного устройства к другой необходимо менять только подпрограмму расчёта декартовых координат по обобщённым координатам

$$\begin{cases} x_v = x_v(q_1, q_2, \dots, q_n); \\ y_v = y_v(q_1, q_2, \dots, q_n); \\ \theta_v = \theta_v(q_1, q_2, \dots, q_n). \end{cases}$$

Декартовы координаты для плоского случая — это изменение положения кинематических звеньев МК в горизонтальной  $x_v$ , вертикальной  $y_v$  плоскостях и поворот по или против часовой стрелки  $\theta_v$ , т.е. для новой кинематической схемы АКУ необходимо только вывести формулы, определяющие текущее геометрическое положение кинематических звеньев МК.

Разработанный комплекс программ расчёта динамики движения катапультного устройства позволяет моделировать их с хорошей точностью при известных значениях их параметров. Параметры состоят из известных геометрических размеров устройств, а также из жесткостей  $C_{\phi_i}$  элементов конструкции, которые уточняются по информации, получаемой из экспериментов по сбросу ракет.

Математическая задача, которая решается в данных условиях, в постановочном виде представляется как задача идентификации динамической системы. Из множества методов идентификации будем использовать метод идентификации с эталонной моделью. Это один из наиболее наглядных и гибких методов. Основная идея этого подхода проиллюстрирована блок-схемой использования указанного метода (рис. 2) и состоит в том, что известный входной сигнал подаётся на вход исследуемой системы (катапультного устройства) и модели, предназначенной для отслеживания неизвестных параметров системы.

Разность двух выходных сигналов используется для настройки модели, и затем процедура повторяется. Модель имеет фиксированную структуру,

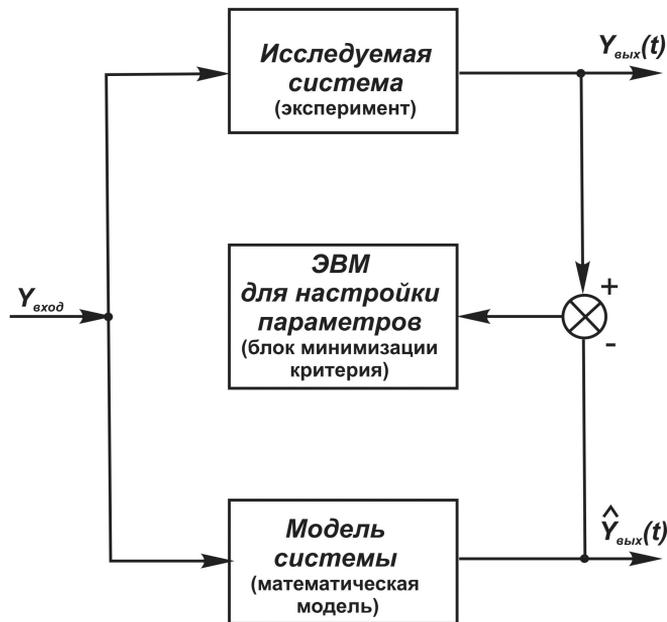


Рис. 2. Блок-схема использования метода идентификации с эталонной моделью

и настройке подвергается лишь конечное число параметров.

Блок-схема разработанного алгоритма представлена на рис. 3.

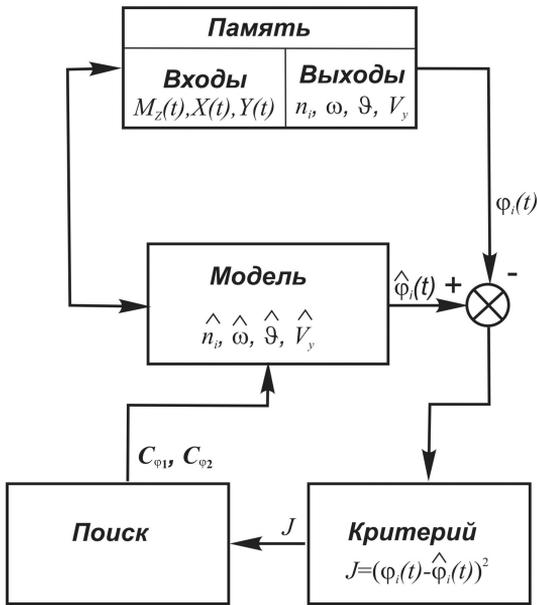


Рис. 3. Блок-схема алгоритма идентификации математической модели АКУ

Здесь входным сигналом являются внешние нагрузки, действующие на ракету в процессе катапультирования — это момент аэродинамических

сил  $M_z(t)$  и аэродинамические силы  $X(t), Y(t)$ . Выходной сигнал есть характеристики движения изделия в процессе сброса: угловая скорость  $\omega_z$ , перегрузка ракеты по вертикальной оси  $n_y$ , вертикальная скорость ракеты  $V_y$ , угол разворота ракеты в вертикальной плоскости  $\vartheta$ . В качестве критерия близости системы и модели используется следующее выражение:

$$J = \sum_{i=1}^n [(\hat{\omega}_i - \omega_i)^2 + (\hat{n}_i - n_i)^2 + (\hat{V}_{y_i} - V_{y_i})^2 + (\hat{\vartheta}_i - \vartheta_i)^2],$$

где величины с « $\wedge$ » соответствуют выходам модели. Параметрами настройки являются жёсткости  $C_{\varphi 1}, C_{\varphi 2}$  рычагов катапультного устройства. Для минимизации критерия  $J$  используется метод Ньютона. Процесс идентификации параметров  $C_{\varphi 1}, C_{\varphi 2}$  является многошаговым, он повторяется до тех пор, пока величина критерия перестанет изменяться.

Для исследуемого катапультного устройства результаты его идентификации представлены на графиках угловой скорости  $\omega_z$  (рис. 4).

Как следует из рассмотрения приведённых графиков, результаты расчёта, полученные с помощью откорректированной математической модели, хорошо совпадают с результатами наземного эксперимента.

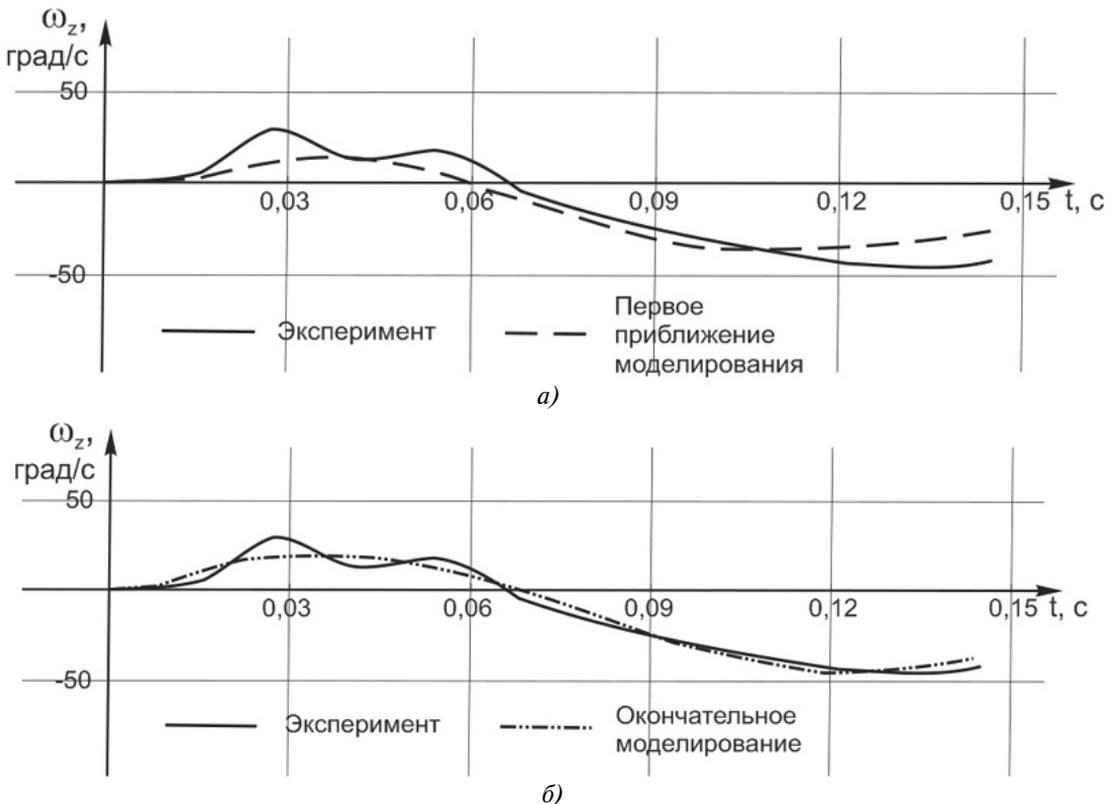


Рис. 4. Результаты идентификации математической модели АКУ

## Выводы

Разработана методика идентификации математической модели катапультного устройства по результатам наземного эксперимента.

Откорректированная с использованием разработанной методики идентификации математическая модель катапультного устройства позволяет проводить численное исследование процесса катапультирования с хорошим совпадением результатов моделирования с поведением реального объекта исследования.

## Библиографический список

1. *Пресняков В.М.* Комплексная математическая модель динамики системы «самолёт — устройство принудительного отделения — подвешиваемый груз» // *Техника воздушного флота*. 1996. №5-6.

2. *Богданов В.П., Ватолин В.В., Ковтун С.А., Правидло М.Н., Рац В.А.* Рациональный подход к моделированию пусковых установок ракетного вооружения самолётов // *Авиакосмическая техника и технология*. 2009. №2.

Московский авиационный институт

Статья поступила в редакцию 19.11.2009