На правах рукописи

Каюмова Динара Рифатовна

Математическое и компьютерное моделирование динамики мобильных роботов с деформируемыми колесами

01.02.01 – Теоретическая механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2012

Работа выполнена в ФГБОУ ВПО «Московский государственный университет пищевых производств»

Научный руководитель:	доктор физико-математических наук, профессор Красинский Александр Яковлевич
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор Степанов Сергей Яковлевич
	кандидат физико-математических наук, доцент Кручинин Павел Анатольевич
Ведущая организация:	Институт компьютерных исследований ФГБОУ ВПО «Удмуртский государственный университет»

Защита состоится «_____» ________________ 2012 г. в _____ часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.14 при ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)», расположенном по адресу: 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Автореферат разослан «_____» ________________ 2012 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д 212.125.14,
кандидат физико-математических наук, доцент Гидаспов В.Ю.

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Исследование динамики технических устройств с деформируемыми колесами является актуальной задачей, поскольку они используются во многих сферах человеческой деятельности (авиация, космос, военное дело, автоматизированные склады и прочее). При попытке создания строгих математических моделей колесных экипажей возникает вопрос об определении рационального набора учитываемых параметров с целью совершенствования конструкции машины и разработки систем автоматического управления движением. Так, в большей части работ по изучению мобильных роботов не учитывается деформируемость колес, несмотря на то что на практике зачастую используются пневматические шины.

Деформируемость пневматика, описываемая десятками параметров, создает дополнительные эффекты при качении, которые серьезно влияют на характер движения. Известно, что разумное сокращение числа степеней свободы и учитываемых параметров не оказывает существенного влияния на целый ряд практически важных характеристик движения. Однако до сих пор не существует достаточно хорошо обоснованного и сравнительно простого в применении признака, позволяющего судить о необходимости включения в рассмотрение того или иного параметра шины.

Чрезмерное по сравнению с минимально необходимым количество учитываемых параметров колес не только усложняет модель, но и увеличивает вычислительные погрешности при ее численном исследовании. Кроме того, может усложниться структура системы управления движением, причем не только за счет увеличения размерности управления. Возрастает объем информации, необходимой для его формирования, поскольку управляющее воздействие является функцией всего вектора состояния. Отсюда возникает еще одна чрезвычайно актуальная с точки зрения практического конструирования роботов задача – сокращение объема измерительной информации (т.е. уменьшение количества информационных датчиков), достаточной для построения системы оценивания вектора фазового состояния.

Целью диссертационной работы является разработка эффективного подхода к выделению рационального набора параметров деформируемого колеса, достаточного для адекватного описания динамики экипажа; анализ возможности формирования управления роботом с деформируемыми колесами на основе реально существующих датчиков. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Предложить метод оценки влияния параметров колес на управляемость и численную разрешимость задачи стабилизации;

2. Построить математические модели робота с дифференциальным приводом с учетом различных наборов параметров деформации, наклона и схождения колес;

3. На основании предложенного метода выделить параметры деформации шины, минимально необходимые для адекватного описания динамики робота с дифференциальным приводом в окрестности конкретного выбранного движения;

4. Уменьшить объем измерительной информации в задаче нахождения стабилизирующего управления на примере прямолинейного стационарного движения робота с дифференциальным приводом с деформируемыми колесами;

5. Разработать программное обеспечение для автоматического составления и исследования уравнений движения механических систем и решения задач стабилизации.

Научная новизна. Необходимость учета деформации колес проиллюстрирована рассмотрением задач стабилизации моделей робота и с твердыми, и с деформируемыми колесами.

В работе предложен новый конструктивный метод оценки влияния параметров деформации колеса на динамику экипажа. Показано влияние углов наклона и схождения колес на управляемость робота с дифференциальным приводом на прямолинейном движении.

Разработан программный продукт, предназначенный для исследования голономных и неголономных механических систем, в том числе экипажей с деформируемыми колесами. Для него получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

Достоверность результатов определяется полнотой и корректностью выбранной модели робота с дифференциальным приводом и модели взаимодействия деформируемого колеса с поверхностью качения, строгими методами аналитического исследования динамики механических систем. Проведен анализ реализаций алгоритмов численного счета, на основании которого были выбраны корректные и наиболее эффективные для решения наших задач алгоритмы.

Теоретическая значимость. Разработана методика построения математических моделей экипажей с деформируемыми колесами, с помощью которой получены модели робота с дифференциальным приводом. На примере их исследования показана работоспособность предлагаемого в диссертации подхода к выделению рационального набора учитываемых параметров. Данный метод может быть использован для анализа влияния параметров деформации колес для других типов экипажей на различных движениях.

На основании комплексного применения аналитической механики, теории управления при неполной информации о состоянии системы, нелинейной теории устойчивости решена задача уменьшения размерности вектора измерения, что на практике означает уменьшение числа датчиков в системе.

Разработанный программный продукт может использоваться для автоматического составления и исследования уравнений движения голономных и неголономных механических систем.

На защиту выносятся следующие основные результаты и положения:

1. Предложена методика построения математических моделей экипажей с деформируемыми колесами.

2. Сделан вывод о наборе параметров деформации колес, достаточном для адекватного описания прямолинейного движения робота с дифференциальным приводом.

3. Проанализировано влияние наклона и схождения колес на управляемость робота с дифференциальным приводом на прямолинейном стационарном движении.

4. С учетом динамики электроприводов и информационного обеспечения контура управления решена задача уменьшения объема измеряемой информации для прямолинейного стационарного движения робота с дифференциальным приводом.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались автором на следующих конференциях и семинарах:

- Международный научный симпозиум «Автотракторостроение–2009», 2009, Москва (Россия).

- XI международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», 2010, Москва (Россия).

- V международная конференция «Математические идеи П.Л. Чебышёва и их приложение к современным проблемам естествознания», 2011, Обнинск (Россия).

- XV Международная конференция «Моделирование динамических систем и исследование устойчивости», 2011, Киев (Украина).

- VII Международный симпозиум по классической и небесной механике (CCMECH7), 2011, Москва (Россия) – Седльце (Польша).

- Семинар «Динамические системы и механика»(МАИ).

- Семинар имени А.Ю. Ишлинского по прикладной механике и управлению (НИИ механики МГУ).

Личный вклад автора в работу по теме диссертации заключается в построении математических моделей робота с дифференциальным приводом (с учетом наклона, деформируемости колес). На основе этих моделей автором проверена работоспособность предложенного в диссертации метода оценки влияния параметров деформации колес на динамику. Автором сделан вывод о влиянии углов наклона и схождения на управляемость робота на прямолинейном стационарном движении. Численные эксперименты проводились с использованием программного продукта, разработанного с соавторами. В упомянутом программном продукте автор автоматизировал составление уравнений Воронца в символьном виде и исследование систем с деформируемыми колесами. Все представленные в диссертационной работе результаты получены лично автором.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения с обзором литературы, трех глав, заключения, списка литературы и трех приложений. Общий объем диссертации – 132 страницы. Список литературы включает 96 наименований на 11 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и определена научная новизна исследования, показана теоретическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения. Приведен обзор литературы по теории качения, исследованиям мобильных колесных роботов и компьютерному моделированию механических систем.

В первой главе «Исследование динамики робота с дифференциальным приводом с твердыми колесами» для модели робота с дифференциальным приводом с твердыми колесами с учетом наклона колес решается задача стабилизации стационарного прямолинейного движения до неасимптотической устойчивости по всем фазовым переменным. Описан основной функционал программного продукта *PyStab*, разработанного для исследования механических систем.

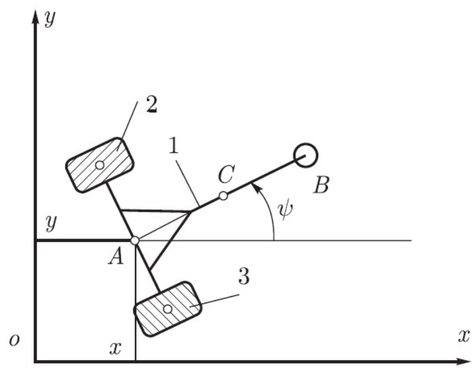

Рис. 1. Робот с дифференциальным приводом.

В качестве исследуемого объекта выбран известный по работам Е.А. Девянина, Ю.Г. Мартыненко, В.И. Каленовой, В.М. Морозова, М.А. Салминой, В.Е. Павловского робот с дифференциальным приводом. Рассматриваемая модель (рис. 1) состоит из платформы и двух независимых ведущих колес, оси качения которых расположены на одной прямой. Передний край платформы опирается на шарик, который может крутиться во всех направлениях. Управляющие моменты формируются подачей напряжения на электродвигатели постоянного тока с независимым возбуждением, находящиеся по одному у каждого из активных колес. Будем предполагать, что качение колес происходит без проскальзывания и что влиянием шарика на динамику робота можно пренебречь.

Движение робота описывается следующими координатами: координаты (x, y) точки A, являющейся серединой оси, соединяющей колеса, углами ϕ_1 и ϕ_2 собственного вращения соответственного левого и правого колес, углом ψ между осью OX и осью симметрии робота. Положительное направление вращения колес соответствует движению робота вперед. Положительное направление угла ψ — против часовой стрелки. Обозначим расстояние от A до центров колес — l. Будем считать радиусы и массы обоих колес одинаковыми $r = r_1 = r_2$, $m_k = m_1 = m_2$.

Из условия отсутствия проскальзывания колес робота получим кинематические уравнения:

$$\begin{aligned}
\dot{x} &= (r\dot{\phi}_1 + \dot{\psi}(l - r\sin\chi_1)\cos\psi \\
\dot{y} &= (r\dot{\phi}_1 + \dot{\psi}(l - r\sin\chi_1)\sin\psi \\
\dot{\phi}_2 &= \dot{\phi}_1 + \frac{\dot{\psi}(2l - r(\sin\chi_1 + \sin\chi_2))}{r}
\end{aligned} \tag{1}$$

На практике наклон колес к опорной плоскости может быть конструктивно заложен, а может появляться вследствие люфтов на нагруженном колесном экипаже. Примем для модели робота с твердыми колесами за положительное направление углов наклона χ_1, χ_2 отклонение верхних частей колес от платформы наружу. Будем считать χ_1, χ_2 постоянными параметрами.

Последнее уравнение из (1) является интегрируемой связью. Но исключать ϕ_2 из фазовых координат и понижать размерность рассматриваемой системы не будем, поскольку ϕ_2, кроме того, является циклической координатой. Как известно, приложение управления по циклическим координатам во многих случаях является наиболее естественным и легкореализуемым с практической точки зрения. Таким образом, в случае твердых колес ϕ_2 является избыточной координатой. В уравнениях движения члены неголономности, соответствующие этой координате, будут нулями.

Составим уравнения возмущенного движения с выделенным первым приближением:

$$\dot{\mathbf{w}} = P\mathbf{w} + Q\mathbf{u}$$

$$\mathbf{u} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix} = K\mathbf{w} \qquad \mathbf{w} = \begin{pmatrix} w_{\dot{\psi}} \\ w_{\dot{\phi}_1} \\ w_{\psi} \\ w_{\phi_1} \\ w_x \\ w_y \\ w_{\phi_2} \end{pmatrix} \tag{2}$$

Здесь w – вектор фазовых переменных, u — вектор управления, P, Q — стационарные матрицы.

При численном интегрировании уравнений возмущенного движения начальное возмущение по ϕ_2 однозначно определяется согласно уравнению интегрируемой связи из (1), поскольку ϕ_2 является избыточной координатой.

Проверка условия управляемости системы (2) показала, что полная система неуправляема при учете квазициклических переменных ϕ_1, ϕ_2.

$$rank[Q, PQ, \ldots, P^{d-1}Q] = d \tag{3}$$

Для моделей робота с твердыми колесами решена задача стабилизации до неасимптотической устойчивости по всем переменным при ненулевых углах наклона. Если ϕ_1, ϕ_2 исключить из рассмотрения, условие управляемости (3) выполнено, и в таких моделях возможно получение управления методом

Н.Н. Красовского. Для однозначного определения стабилизирующего управления в работе вводится интегральная оценка качества управления (4), характеризующая время затухания переходных процессов и затраты на формирование управляющих воздействий.

$$I = \int_0^{\infty} (\sum_{i,j=1}^{d} \alpha_{ij} w_i w_j + \sum_{i,j=1}^{r} \beta_{ij} u_i u_j) dt \tag{4}$$

Здесь $\mathbf{u}$ – вектор управления, $\mathbf{w}$ – вектор возмущений фазовых переменных. В качестве $\{\alpha_{ij}\}$ и $\{\beta_{ij}\}$ выберем единичные матрицы размерности $d \times d$ и $r \times r$ соответственно как наиболее простые весовые коэффициенты. Физические размерности элементов матриц α, β таковы, что размерность (4) – Джоуль. Величина интеграла (4) может служить средством дополнительного анализа динамики рассматриваемых моделей робота.

Приложение найденного в управляемой подсистеме управления к полной системе приводит к тому, что матрица коэффициентов $P + QK$ замкнутой системы имеет два достаточно малых по модулю собственных значения. Эти корни соответствуют квазициклическим координатам ϕ_1, ϕ_2. Вопрос об устойчивости невозмущенного движения для полной системы оказывается возможным решить с использованием подхода, основанного на выделении управляемой подсистемы.

Во второй главе диссертации «Применение моделей взаимодействия колеса с плоскостью к рассмотрению робота с дифференциальным приводом» рассмотрено применение феноменологической теории Н.А. Фуфаева качения деформируемого колеса к моделированию робота с дифференциальным приводом.

Указанная теория качения вместо исследования поведения всей шины рассматривает только среднюю линию колеса, получаемую в результате пересечения средней плоскостью колеса поверхности недеформированной шины.

Выбор этого подхода обоснован тем, что здесь учитываются все шесть проекций компонентов реакции связей (главного вектора и главного момента) для каждого колеса. Кроме того, последовательным уточнением описания средней линии в пятне контакта возможно получить семейство теорий качения деформируемого колеса: от наиболее точной теории до простейшей. Так, используемые для описания взаимодействия колес с плоскостью качения теории Рокара, Келдыша и обобщенная теория Келдыша получены из феноменологической теории Н.А. Фуфаева как частные случаи.

Рассматривается предлагаемый в диссертации метод оценки влияния параметров деформации колеса на динамику системы. Для модели колесного экипажа с учетом минимального набора параметров деформации проверяется возможность численной разрешимости задачи стабилизации стационарного прямолинейного движения до неасимптотической устойчивости по всем фазовым переменным. Если задача разрешима при учете деформируемости колес, то считаем, что рассматриваемая модель экипажа достаточно адекватно описывает поведение системы. Если же задача стабилизации не разрешается, считаем, что модель экипажа должна быть усложнена введением дополнительных параметров деформации колеса. В качестве колесного экипажа был выбран робот с дифференциальным приводом как наиболее изученная модель, а за стабилизируемое движение было принято простейшее, прямолинейное стационарное, движение.

В основе правила введения дополнительных параметров деформации примем последовательное уточнение описания формы средней линии колеса в области контакта. В феноменологической теории Н.А. Фуфаева продольное (рис. 3) и поперечное (рис. 2) смещения каждой точки средней линии в пятне контакта описываются функциями (5) и (6), которые можно представить в виде линейного разложения.

Обозначим через $\Xi(t, x)$ величину продольного смещения точки средней

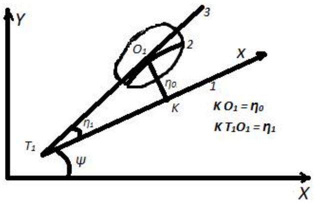

Рис. 2. Поперечная деформация

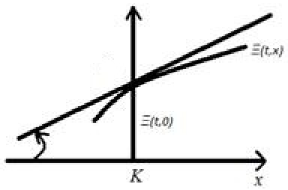

Рис. 3. Функция продольного смещения $\Xi(t,x)$

линии в области контакта с координатой x в момент времени t относительно положения этой точки до деформации средней линии (рис. 3). Считая отрезок средней линии в области контакта достаточно малым, выразим величину $\Xi(t,x)$ в виде разложения в степенной ряд по x в окрестности точки K пересечения линии наибольшего наклона, проведенной в средней плоскости колеса из его центра, с опорной плоскостью:

$$\Xi(t,x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \xi_n(t) x^n \tag{5}$$

Здесь $\xi_0(t) = \Xi(t,0)$ – продольное смещение периферии колеса в точке K, $\xi_m(t) = \left(\frac{\partial^m \Xi}{\partial x^m}\right)_{x=0} (m = 1, 2, \ldots)$. Величину ξ_1 можно трактовать как относительное продольное растяжение материала периферии колеса в точке K, величину ξ_2 — как изменение относительного растяжения и т.д.

Обозначим через $H(t,x)$ величину бокового смещения точки средней линии с координатой x в момент времени t. Представим функцию $H(t,x)$ в виде разложения в степенной ряд по x в малой окрестности точки K:

$$H(t,x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n!} \eta_n(t) x^n \right) \tag{6}$$

Здесь $\eta_0(t) = H(t,0)$ – боковое смещение той точки средней линии, которая до деформации шины совпадала с точкой K, $\eta_m(t) = \left(\frac{\partial^m H}{\partial x^m}\right)_{x=0} (m = 1, 2, \ldots)$. Величина η_1 – это угол скрутки шины относительно обода, или тангенс угла наклона касательной к кривой 2 в точке O_1 (рис. 2), η_2 – кривизна линии 2 в точке O_1.

Количество учитываемых членов в (5) и (6) определяет число учитываемых параметров деформации и сложность получаемой теории качения. Начнем исследование модели робота с деформируемыми колесами с учета первого члена в разложении функции поперечного смещения (соответствует теории Рокара). При неразрешимости задачи стабилизации для такой модели будем последовательно добавлять в рассмотрение следующие члены разложений (5, 6) и искать стабилизирующее управление для этой более сложной модели.

Таким образом, на основании полученных моделей проведено численное исследование выполнения достаточного условия разрешимости задач стабилизации в зависимости от учитываемых параметров деформации колес для модели робота. Проведенными вычислительными экспериментами установлено, что методом Н.Н. Красовского невозможно найти управление, стабилизирующее стационарное прямолинейное движение робота с дифференциальным приводом с учетом теорий Рокара (учитывается первый член из разложения (6)) и Келдыша (учитывается два первых члена из разложения (6)). Эти системы неуправляемы приложением управляющих моментов к ведущим колесам. Робот с дифференциальным приводом с учетом обобщенной теории М.В. Келдыша в качестве модели взаимодействия деформируемого колеса с опорной плоскостью является вполне управляемой системой. Несмотря на формальное выполнение критерия управляемости (3), решить методом Н.Н. Красовского задачу стабилизации в рассматриваемой постановке не удалось, поскольку коэффициенты функции Ляпунова и, соответственно, стабилизирующего управления оказываются очень большими. Учет ненулевых углов наклона колес позволил численно разрешить поставленную задачу стабилизации. Это связано с появлением дополнительных ненулевых элементов матрицы P коэффициентов в уравнениях возмущенного движения и, как следствие, увеличением гироскопической связанности. Приложение найденного стабилизирующего управления в полной системе приводит, как и для модели с твердыми колесами, к случаю, близкому к критическому. Так же, как и для модели с твердыми колесами, переменным, близким к критическим, соответствуют ϕ_1, ϕ_2. Вопрос устойчивости полной системы также решается выделением управляемой подсистемы и анализом поведения не вошедших в подсистему квазициклических переменных по соответствующим им скоростям.

Численная проверка показала, что введение ненулевого угла наклона колес для моделей робота с использованием теорий Рокара и Келдыша улучшает управляемость (увеличивается ранг матрицы Калмана), однако задача стабилизации по-прежнему остается численно неразрешимой. Данные результаты подтверждают практические наблюдения: величина угла наклона колес на экипаже с деформируемыми колесами влияет на курсовую устойчивость транспортного средства.

Численными экспериментами установлено, что учет углов схождения деформируемых колес на прямолинейном стационарном движении не влияет на управляемость робота.

Согласно предлагаемому методу численная разрешимость задачи стабилизации для рассматриваемой модели означает, что используемый набор параметров деформации (два члена разложения (6) и один член разложения (5)) является минимально необходимым для адекватного описания прямолинейного стационарного движения робота с дифференциальным приводом.

При учете деформации колеса обобщенной теорией М.В. Келдыша кинематические уравнения отсутствия проскальзывания в продольном (7) и поперечном (8) направлениях для каждого колеса записываются в виде:

$$-r_i\dot{\phi}_i + \dot{\xi}_{0i} + (v_{kxi}\cos(\psi_i + \eta_{1i}) + v_{kyi}\sin(\psi_i + \eta_{1i}))(1 + \tfrac{\alpha_{1i}}{\beta_{1i}}\xi_{0i} - \tfrac{\gamma_{1i}}{\beta_{1i}}(r_i - r_i^*)) = 0 \qquad (7)$$

$$v_{kxi}\sin(\psi_i + \eta_{1i}) - v_{kyi}\cos(\psi_i + \eta_{1i}) - \dot{\eta}_{0i} = 0 \qquad (8)$$

$$\dot{\psi}_i + \dot{\eta}_{1i} - (v_{kxi}\cos(\psi_i + \eta_{1i}) + v_{kyi}\sin(\psi_i + \eta_{1i}))(\alpha_{2i}\eta_{0i} - \beta_{2i}\eta_{1i} - \gamma_{2i}\chi_i) = 0,$$

где $i = 1, 2$ – номер колеса; v_{kxi}, v_{kyi} – продольная и поперечная составляющие скорости точки K_i встречи прямой наибольшего наклона, проведенной в средней плоскости колеса через его центр, с плоскостью дороги; $\alpha_{1i}, \beta_{1i}, \gamma_{1i}$ – кинематические параметры продольной деформации, находятся экспериментально; $(r_i - r_i^*)$ – дополнительная радиальная деформация пневматика; $\alpha_{2i}, \beta_{2i}, \gamma_{2i}$ – кинематические параметры поперечной деформации, находятся экспериментально; χ_i – угол наклона колеса. В рассматриваемой постановке задачи за положительное направление угла наклона принято отклонение верхней части колеса в сторону положительного направления оси OY при движении вдоль оси OX.

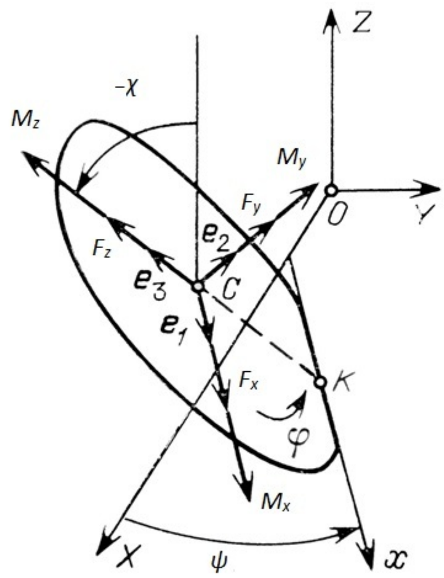

Рис. 4. Средняя линия деформируемого колеса

Компоненты главного момента и главного вектора сил после приведения к локальной системе координат (рис. 4), связанной с центром i-го колеса, равны:

$$\begin{aligned} F_{xi} &= \frac{\partial \Pi}{\partial \xi_{0i}} & F_{yi} &= \frac{\partial \Pi}{\partial \eta_{0i}} \\ F_{zi} &= N_i - c_{zi}(r_i - r_i^*) & M_{xi} &= -\frac{\partial \Pi}{\partial \chi_i} \\ M_{yi} &= -\nu_{1i} N_i \xi_{0i} - M_{ti} & M_{zi} &= \frac{\partial \Pi}{\partial \eta_{1i}}, \end{aligned} \qquad (9)$$

где потенциальная энергия Π, характеризующая деформацию пневматика, имеет форму

$$\Pi = \frac{1}{2}\sum_{i=1}^{2}(c_{yi}\eta_{0i}^2 - 2\nu_{2i}N_i\eta_{0i}\chi_i + \rho_{2i}N_i\chi_i^2 + c_{ti}\eta_{1i}^2 + c_{xi}\xi_{0i}^2) \tag{10}$$

Здесь c_{xi} – продольная жесткость i-го пневматика, c_{yi} – поперечная жесткость, c_{zi} — радиальная жесткость, c_{ti} — жесткость на скручивание, $\rho_{2i}, \nu_{2i}, \nu_{1i}$ – силовые и моментные коэффициенты упругости.

Для обычных, не слишком больших скоростей движения момент сопротивления качению учитывают выражением

$$M_{ti} = r_i N f(1 + a_f(v_{kxi}^2 + v_{kyi}^2)), \tag{11}$$

где i — номер колеса, f – коэффициент сопротивления качению, a_f – коэффициент, учитывающий влияние скорости на сопротивление качению эластичного колеса по недеформируемой поверхности.

Согласно принципу освобождаемости от связей динамика экипажа на баллонных колесах описывается уравнениями Лагранжа, в которые входят обобщенные силы реакций кинематических связей R, обусловленные деформацией пневматиков.

$$\begin{gathered}
R_x = (F_{x1} + F_{x2})\cos\psi - (F_{y1}\cos\chi_1 + F_{y2}\cos\chi_2 + F_{z1}\sin\chi_1 + F_{z2}\sin\chi_2)\sin\psi \\
R_y = (F_{x1} + F_{x2})\sin\psi + (F_{y1}\cos\chi_1 + F_{y2}\cos\chi_2 + F_{z1}\sin\chi_1 + F_{z2}\sin\chi_2)\cos\psi \\
R_\psi = l(F_{x2} - F_{x1}) - M_{y1}\sin\chi_1 + M_{z1}\cos\chi_1 - M_{y2}\sin\chi_2 + M_{z2}\cos\chi_2 \\
R_{\phi_1} = M_{y1} - r_1 F_{x1} \\
R_{\phi_2} = M_{y2} - r_2 F_{x2}
\end{gathered} \tag{12}$$

Замыкание уравнений возмущенного движения робота с деформируемыми колесами (при использовании обобщенной теории М.В. Келдыша) стабилизирующим управлением, найденным для модели робота с твердыми колесами, сохраняет неустойчивость системы. Полученный результат иллюстрирует необходимость перехода к деформируемым колесам при исследовании динамики прямолинейного движения робота с дифференциальным приводом. Здесь не рассматривается вопрос определения границ численных значений параметров деформации, при которых для модели робота с деформируемыми колесами сохраняется свойство неустойчивости при замыкании системы управлением, найденным для модели с твердыми колесами.

Вычисление интеграла (4) показало, что его значение для модели робота с деформируемыми колесами возрастает на два порядка по сравнению с моделью робота с твердыми колесами.

Поскольку рассматриваемый робот является мехатронной системой, **в третьей главе** «Решение задачи управления роботом с дифференциальным приводом при неполной информации о состоянии» модель дополнена учетом динамики электроприводов и идеального информационного обеспечения контура управления.

Показано, что уточнение модели робота с дифференциальным приводом (учет переходных процессов в электродвигателях) приводит к тому, что роль позиционной координаты, компенсирующей диссипацию системы, играет напряжение (внешнее эдс) якорной цепи электродвигателя. Кроме того, напряжение выполняет функцию программного управления.

Найденный во второй главе закон управления в виде обратной линейной связи трудно реализуем, поскольку необходимые для формирования управления текущие значения параметров деформации колеса получить весьма затруднительно. Следовательно, решение задачи нахождения управления нельзя считать законченным.

Задача получения текущих значений параметров деформации колеса в реальном времени решается построением системы асимптотической оценки состояния линейной управляемой подсистемы без учета квазициклических координат ϕ_1, ϕ_2:

$$\dot{\widehat{\mathbf{w}}} = A\widehat{\mathbf{w}} + L(S\widehat{\mathbf{w}} - \sigma) + Q\mathbf{u}, \tag{13}$$

где $\widehat{\mathbf{w}}$ – вектор оценок возмущений фазовых переменных, $\sigma = S\mathbf{w}$ – реально измеренный выход. В такой постановке искомое управление является функцией оценок возмущений фазовых переменных. Матрица L находится решением дуальной квадратичной задачи стабилизации.

Наличие квазициклических координат в системе и выделение управляемой подсистемы позволили уменьшить число измеряемых фазовых переменных.

Вычисления показали, что при рассматриваемых численных значениях параметров системы наблюдаемость системы сохраняется при отсутствии сигналов, соответствующих параметрам деформации. Дополнительный численный эксперимент показал, что управление можно формировать, измеряя четыре фазовые переменные: $x, y, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2$. Необходимость включения x, y в вектор измерения определяется решением задачи стабилизации движения вдоль изначально заданной прямой.

Таким образом, задача стабилизации невозмущенного прямолинейного стационарного движения робота с деформируемыми колесами с учетом переходных процессов в электроприводе решена полностью.

В Заключении представлены основные выводы и результаты проведенных исследований:

1. Предложен метод оценки влияния параметров колеса на динамику робота. Согласно этому методу оценки необходимость включения параметра деформации колеса в модель робота определяется разрешимостью задачи стабилизации рассматриваемого стационарного движения до неасимптотической устойчивости по всем фазовым переменным;

2. На основании введенного метода сделан вывод о том, что для адекватного описания прямолинейного стационарного движения робота достаточно учитывать три параметра деформации: боковое и продольное сме-

щения той точки колеса, которая до деформации совпадала с точкой K пересечения линии наибольшего наклона колеса с плоскостью качения; угол скрутки шины относительно обода;

3. Проанализировано влияние наклона и схождения колес на динамику робота. Как подтвердило численное моделирование, при учете деформируемости на прямолинейном стационарном движении угол χ наклона колес улучшает управляемость робота, а угол схождения не влияет на управляемость;

4. Решена задача стабилизации прямолинейного стационарного движения робота с дифференциальным приводом с учетом динамики электроприводов и информационного обеспечения контура управления. Для такой модели робота решена задача уменьшения размерности вектора измерения. Показано, что для формирования управления достаточно измерять координаты середины оси, соединяющей колеса, и угловые скорости вращения колес;

5. Написано программное обеспечение для автоматизации составления и исследования уравнений движения механических систем, в том числе систем с деформируемыми колесами. Для разработанного программного обеспечения получено свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ.

В Приложениях представлены вспомогательные материалы, не вошедшие в основные главы диссертационной работы.

В Приложении А рассматриваются использованные в ходе исследований программные продукты. Проводится анализ и обосновывается вывод о целесообразности применения конкретных реализаций численных алгоритмов к рассматриваемым задачам.

В Приложении Б представлены графики переходных процессов уравнений возмущенного движения некоторых рассмотренных в диссертации моделей робота с дифференциальным приводом.

В Приложении В приведены примеры исходного программного кода с использованием *PyStab* для составления уравнений движения и проверки управляемости робота с дифференциальным приводом. В качестве примеров рассмотрены все приведенные в главе 2 модели взаимодействия колеса с плоскостью.

Список публикаций

1. Каюмова Д.Р. О стабилизации движения робота с деформируемыми колесами при неполной информации о состоянии // Труды МАИ. 2012. №53.

2. Красинский А.Я., Каюмова Д.Р. О влиянии деформируемости колес на динамику робота с дифференциальным приводом // Нелинейная Динамика. 2011. Т.7, №4. С. 803–822.

3. Красинский А.Я., Каюмова Д.Р. Об одном алгоритме построения математической модели экипажей с деформируемыми колесами // Прикладная математика и механика: сборник научных трудов. Ульяновск: УлГТУ, 2011. С. 323–334.

4. Kayumova D., Krasinskiy A. On the application of the analytical mechanics methods to computer modeling of mobile robots dynamics. CCMECH7, 2011, Москва (Россия) — Седльце (Польша). С. 43–44.

5. Красинский А.Я., Каюмова Д.Р. Об управлении одной моделью робота с деформируемыми колесами при неполной информации о состоянии // XV International Conference Dynamical system modeling and stability investigation, 2011, Kyiv, Ukraine. С. 92.

6. Красинский А.Я., Каюмова Д.Р. Математическое и компьютерное моделирование мобильных роботов с деформируемыми колесами // V международная конференция «Математические идеи П.Л. Чебышёва и их приложение к современным проблемам естествознания», 2011, Обнинск (Россия). С. 120–121.

7. Каюмова Д.Р., Красинский А.Я. Компьютерный анализ влияния деформируемости колес на динамику робота класса монотип // XI международная конференция «Устойчивость и колебания нелинейных систем управления», 2010, Москва. С. 169–170.

8. Каюмова Д.Р., Красинский А.Я., Халиков А.А. О динамике трехколесного робота с деформируемыми колесами // Международный научный симпозиум «Автотракторостроение–2009», 2009, Москва. С. 86–89.