

---

УДК 681.513.54:629.7.015

## **Оптимизация алгоритма доставки полезной нагрузки автоматическим подводным аппаратом**

В.В. Малышев, Д.С. Кабанов

### **Аннотация**

В настоящей статье излагается решение задачи доставки полезной нагрузки (ПН) автоматическим подводным аппаратом (АПА) в заданную точку пространства. Формируются оптимальные алгоритмы управления АПА на различных этапах движения. Суть алгоритмов заключается в численном определении управляющих воздействий с помощью принципа максимума при учете ограничений на точность доставки ПН АПА в заданную область и ограничений на управление. Производится оценка точности доставки ПН АПА. Представлены результаты численных расчетов динамики АПА с использованием программно-имитационного комплекса моделирования.

### **Ключевые слова**

автоматический подводный аппарат; принцип максимума; прогнозирующая модель, оценка точности.

### **Введение**

Рассматривается задача доставки полезной нагрузки (ПН) автоматическим подводным аппаратом (АПА) в заданную точку пространства с учётом ограничений на управление и вектор состояния. Отдельные участки траектории оптимизируются с использованием алгоритма коррекции параметров структуры управления. Тестирование разработанного алгоритма осуществляется с использованием программного комплекса моделирования АПА и его подсистем, таких как: системы управления, стабилизации, навигации, модели рулевых

приводов, двигателя и др. На основе метода Монте-Карло получены статистические характеристики, позволяющие сделать вывод относительно точности решения задачи.

### Постановка задачи

Особенностью АПА как объекта управления является многорежимность движения. Это хорошо видно на примере доставки ПН АПА из текущего положения в заданную точку (см. рис. 1). Траектория АПА состоит из нескольких характерных участков: выведения (участок 1), прямолинейного маршевого движения (участок 2) и терминального участка высокоточной доставки ПН АПА к заданному объекту мониторинга (участки 3, 4, 5). Терминальный участок движения в рассматриваемом примере содержит этап обхода препятствия (рельефа).

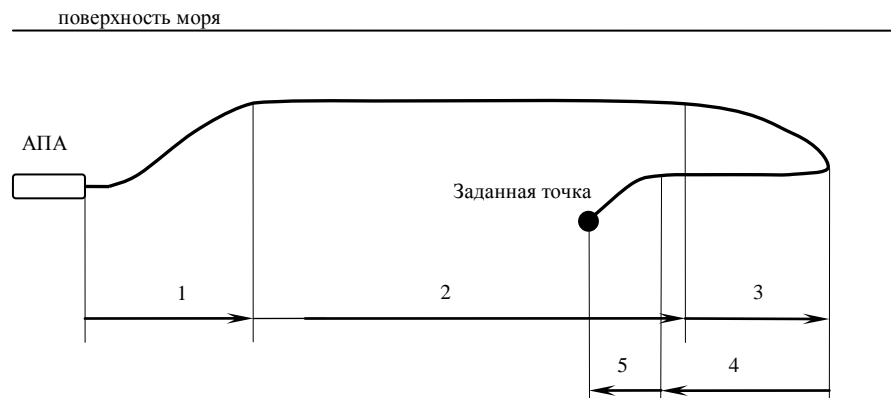


Рис. 1 Схема участков движения АПА

Требуется найти оптимальную траекторию движения АПА, обеспечивающую доставку ПН АПА в заданную точку пространства с выполнением требований по углам подхода в конечный момент времени и обходом препятствия на терминальном участке. Целесообразно оптимизировать участки, за счет которых возможно достичь выигрыша в точности доставки ПН АПА. На основе проведенного анализа выявлено, что такими участками являются: участок выведения и терминальный участок. Кроме того, для определения принципиальной возможности выполнения задачи доставки ПН АПА в заданную точку необходимо построить область достижимости АПА, в зависимости от энергоресурса двигателя.

Алгоритм решения задачи управления АПА представлен на рис. 2.

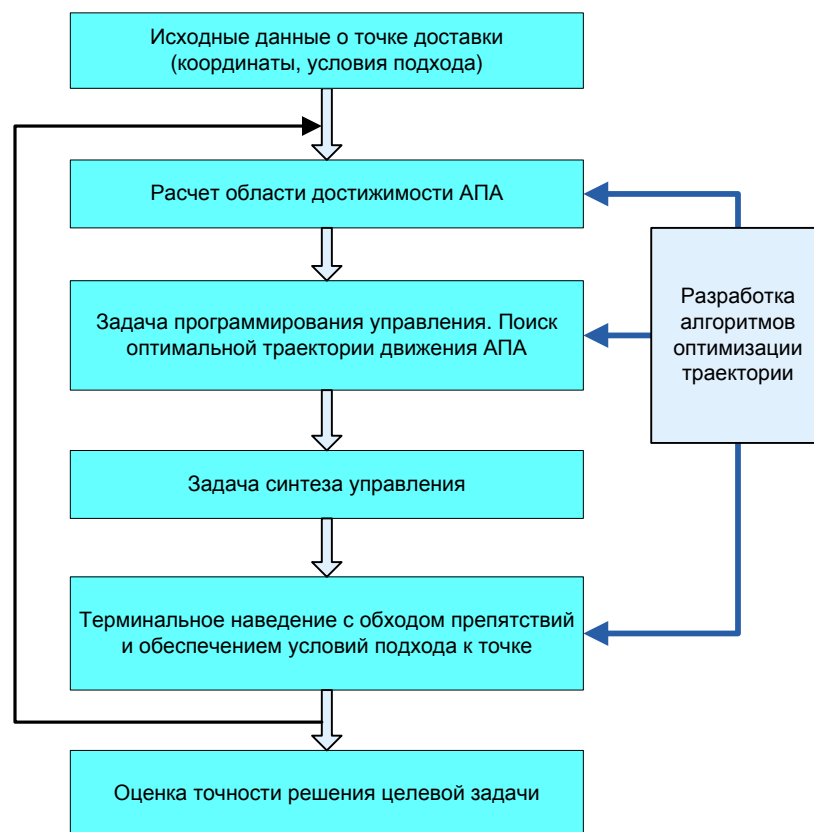


Рис. 2 Алгоритм решения задачи управления АПА

Задача синтеза управления АПА решается на каждом шаге интегрирования модели функционирования аппарата. Для обеспечения наилучшего с точки зрения обозначенных требований решения последовательно решаются несколько оптимизационных задач – это задачи оптимизации траектории движения, поиск области достижимости АПА и задача терминального наведения АПА.

### Выбор оптимальной траектории выведения

Для выхода АПА на экономичный режим маршевого движения в направлении заданной точки доставки ПН АПА требуется построить оптимальную траекторию выведения АПА из точки старта с начальной глубины  $y_0$  и курса  $\varphi_0$  на глубину  $y_f$  и курс  $\varphi_f$  с обеспечением равенства нулю угла наклона траектории  $\theta_f$  в конечный момент времени с помощью управления составляющими вектора перегрузки  $\mathbf{n} = (n_x, n_y, n_z)^T$ . Накладываются ограничения на компоненты вектора  $\mathbf{n}$  – перегрузки  $n_y, n_z$  и на угол наклона траектории. Такая формулировка требований к управляемому движению АПА (выбор за управление перегрузки  $\mathbf{n}$ ) позволяет удерживать его в эксплуатационной области, которая выбирается из условий достижения высокой эффективности и обеспечения безопасности

функционирования объекта управления, в том числе выдерживание конструктивных ограничений на прочность АПА. Участок выведения АПА в продольной плоскости с выходом на заданную глубину с учётом ограничений на управление и вектор состояния подробно описан в работе [1]. В настоящей работе рассматривается пространственный маневр с выходом на требуемые глубину и курс.

На уровне формирования оптимальной траектории используется модель движения центра масс АПА [2, 3]:

$$\dot{V} = g(n_x - \sin \theta), \quad \dot{\theta} = \frac{g}{V}(n_y - \cos \theta), \quad \dot{\varphi} = -\frac{g}{V} \frac{n_z}{\cos \theta}, \quad (1)$$

$$\dot{x} = V \cos \theta \cos \varphi, \quad \dot{y} = V \sin \theta, \quad \dot{z} = -V \cos \theta \sin \varphi,$$

где  $(V, \theta, \varphi, x, y, z)^T = \mathbf{X}$  – вектор состояния в полускоростной системе координат,  $\theta$  – угол наклона траектории;  $\varphi$  – угол поворота траектории  $x, y$  – продольная дальность и глубина движения АПА соответственно;  $V$  – скорость АПА,  $g$  – ускорение свободного падения,  $n_x = (R - A_x)/(mg)$ ,  $A_x = (c_{x_0} + c_x^{\alpha^2} \alpha^2)qS$ ,  $q = \rho V^2/2$ ,  $\alpha = n_y/n_y^\alpha$ ,  $n_y^\alpha = c_y^\alpha qS$ ,  $c_{x_0}$ ,  $c_x^{\alpha^2}$ ,  $c_y^\alpha$  – гидродинамические коэффициенты,  $S$  – характерная площадь (миделя),  $|\theta| \leq \theta_m$ ,  $\theta_m$  – предельное значение угла наклона траектории.

Граничными условиями для траекторной задачи являются:  $V(0) = V_0$ ,  $\theta(0) = \theta_0$ ,  $\varphi(0) = \varphi_0$ ,  $x(0) = x_0$ ,  $y(0) = y_0$ ,  $z(0) = z_0$ ,  $\theta(t_f) = 0$ ,  $\varphi(t_f) = \varphi_f$ ,  $y(t_f) = y_f$ , где  $V_0, \theta_0, \varphi_0, x_0, y_0, \varphi_f, y_f$  – заданные величины;  $t_f$  свободно.

Для построения оптимальной траектории выведения минимизируется целевой функционал следующего вида:

$$J_B = F[\mathbf{X}(t_f)] + \int_0^{t_f} Q_u dt, \quad (2)$$

где  $F[\mathbf{X}(t_f)] = \frac{1}{2} \Delta \mathbf{X}_f^T \boldsymbol{\rho} \Delta \mathbf{X}_f$ ,  $\Delta \mathbf{X}_f = \mathbf{X}(t_f) - \mathbf{X}_f$ ;  $\boldsymbol{\rho} = \text{diag}(0, \rho_\theta, \rho_\varphi, 0, \rho_y, 0)$  – матрица коэффициентов, значения которых вначале определяются на основе принципа равных вкладов максимальных отклонений [4] с точностью до общего множителя и затем

уточняются в процессе моделирования. Кроме того,  $|n_y| \leq n_{ym}$ ,  $|n_z| \leq n_{zm}$  где  $n_{ym}$ ,  $n_{zm}$  – максимальные значения проекций перегрузки.

Для формального учета ограничений на угол наклона траектории в подынтегральную часть критерия (2) введена штрафная функция вида:

$$Q_u = \begin{cases} G\Delta\theta^2, & |\theta| > \theta_m, \\ 0, & |\theta| \leq \theta_m, \end{cases}$$

здесь коэффициент  $G > 0$ ,  $\Delta\theta = |\theta| - \theta_m$ .

Для формирования структуры оптимального управления обратимся к необходимым условиям оптимальности [4, 5, 6]. Запишем гамильтониан

$$H = \psi_V g (n_x - \sin \theta) + \psi_\theta \frac{g}{V} (n_y - \cos \theta) - \psi_\varphi \frac{g}{V} \frac{n_z}{\cos \theta} + \psi_x V \cos \theta \cos \varphi + \\ + \psi_y V \sin \theta - \psi_z V \cos \theta \sin \varphi + Q_u.$$

где  $(\psi_V, \psi_\theta, \psi_\varphi, \psi_x, \psi_y, \psi_z)^T = \Psi$  – вектор сопряженных переменных. В соответствии с

принципом максимума сопряженные переменные определяются из уравнения  $\dot{\Psi} = -\left(\frac{\partial H}{\partial \mathbf{X}}\right)^T$ ,

или в поэлементном виде:

$$\dot{\psi}_V = \psi_\theta \frac{g}{V^2} (n_y - \cos \theta) - \psi_\varphi \frac{g}{V^2} \frac{n_z}{\cos \theta} - \psi_x \cos \theta \cos \varphi - \psi_y \sin \theta + \psi_z \cos \theta \sin \varphi,$$

$$\dot{\psi}_\theta = \psi_V g \cos \theta - \psi_\theta \frac{g}{V} \sin \theta + \psi_\varphi \frac{g}{V} \frac{n_z}{\cos^2 \theta} \sin \theta + \psi_x V \sin \theta \cos \varphi - \\ - \psi_y V \cos \theta - \psi_z V \sin \theta \sin \varphi - \frac{\partial Q_u}{\partial \theta},$$

$$\dot{\psi}_\varphi = \psi_x V \cos \theta \sin \varphi + \psi_z V \cos \theta \cos \varphi,$$

$$\dot{\psi}_x = 0, \quad \dot{\psi}_y = 0, \quad \dot{\psi}_z = 0,$$

$$\frac{\partial Q_u}{\partial \theta} = \begin{cases} 2G\Delta\theta, & |\theta| > \theta_m, \\ 0, & |\theta| \leq \theta_m, \end{cases}$$

(3)

с граничными условиями  $\Psi(t_f) = \left( \frac{\partial F[\mathbf{X}(t_f)]}{\partial x} \right)^T$ , а оптимальное управление  $\mathbf{u}_0$  определяется

из условия  $\inf_{u \in [-u_m, u_m]} H(\mathbf{X}, \Psi, \mathbf{u}, t) = H(\mathbf{X}, \Psi, \mathbf{u}_0, t)$  в виде:

$$n_y = \begin{cases} -n_{y_m} \text{sign}(\psi_{\theta_0}) & \text{при } \theta < \theta_m, \\ n_{y\theta} & \text{при } \theta = \theta_m, \text{ на } t \in [\tau_1, \tau_2], \end{cases} \quad (4)$$

$$n_z = \begin{cases} n_{z_m} \text{sign}(\varphi_0 - \varphi_f), & \text{на } t \in [0, \tau_3], \\ 0, & \end{cases}$$

где  $(n_y, n_z)^T = \mathbf{u}_0$ ,  $n_{y_m}$ ,  $n_{z_m}$  – предельные значения соответствующих перегрузок,  $\tau_1, \tau_2, \tau_3 \in [0, t_f]$  – моменты времени смены участков структуры управления,  $\psi_{\theta_0}$  – начальное значение  $\psi_{\theta}(0)$ ,  $n_{y\theta} = \cos \theta_m$  – значение перегрузки, обеспечивающее движение АПА с предельным углом наклона траектории  $\theta_m$ .

Решение задачи по принципу максимума позволяет сформировать структуру управления в соответствии с (4) и граничными условиями

$$n_y = -n_{y_m} \text{sign}(\psi_{\theta_0}) + \Delta n_{y_1} l(t, \tau_1) + \Delta n_{y_2} l(t, \tau_2), \quad (5)$$

$$n_z = n_{z_m} \text{sign}(\psi_0 - \psi_f) + \Delta n_z l(t, \tau_3),$$

где  $\psi_{\theta_0} = \psi_{\theta}(0)$ ,  $\Delta n_{y_1} = n_{y_m} \text{sign}(\psi_{\theta_0}) + n_{y\theta}$ ,  $\Delta n_{y_2} = -n_{y\theta} + n_{y_m} \text{sign}(\psi_{\theta_0})$ ,  $\Delta n_z = -n_{z_m} \text{sign}(\psi_0 - \psi_f)$ , а  $l(t, \tau_1)$ ,  $l(t, \tau_2)$ ,  $l(t, \tau_3)$  – функции вида

$$l(t, t_1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \text{arctg}(k(t - t_1)), \quad (6)$$

$k$  – коэффициент, при неограниченном возрастании которого функция  $l(t, t_1)$  приближается к единичной функции Хэвисайда.

Домножим правые части уравнений исходной системы (1) на функцию  $l(t_f, t)$  вида (6), чтобы иметь возможность управлять величиной  $t_f$ . Моменты переключения управления  $\tau_1$  и  $\tau_2$  функции  $n_y(t)$ , переключение  $\tau_3$  функции  $n_z(t)$ , а также  $t_f$  будем рассматривать в качестве компонент обобщенного вектора состояния, а за управления выберем производные от  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, t_f$  по времени:

$$\dot{t}_1 = w_1 l(t_f, t), \quad \dot{t}_2 = w_2 l(t_f, t), \quad \dot{t}_3 = w_3 l(t_f, t), \quad \dot{t}_f = w_4 l(t_f, t),$$

здесь  $(w_1, w_2, w_3, w_4)^T = \mathbf{w}$  – вектор управления во вспомогательной задаче оптимизации.

Управление перегрузками  $n_y$  и  $n_z$  осуществляется косвенно – через вектор управления  $\mathbf{w}$ .

В соответствии с алгоритмом с прогнозирующей моделью за критерий оптимальности этой задачи выбирается функционал Красовского [4]

$$J_{B_1} = J_B + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{w}^T \mathbf{k}_w^{-2} \mathbf{w} dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_f} \mathbf{w}_0^T \mathbf{k}_w^{-2} \mathbf{w}_0 dt, \quad (7)$$

где  $\mathbf{w}_o = (w_{1o}, w_{2o}, w_{3o}, w_{4o})^T$  – оптимальное значение вектора управления  $\mathbf{w}$ ,

$\mathbf{k}_w^2 = \text{diag}(k_{w_1}^2, k_{w_2}^2, k_{w_3}^2, k_{w_4}^2)$ . Коэффициенты  $\mathbf{k}_w^2$  определяются моделированием при отладке вычислительного алгоритма.

Из необходимых условий оптимальности находим оптимальное управление:

$$w_1(t) = -k_{w_1}^2 \psi_{\tau_1}(t), \quad w_2(t) = -k_{w_2}^2 \psi_{\tau_2}(t), \quad w_3(t) = -k_{w_3}^2 \psi_{\tau_3}(t), \quad w_4(t) = -k_{w_4}^2 \psi_{t_f}(t). \quad (8)$$

Решение задачи выбора оптимальной траектории АПА строится в соответствии с алгоритмом с прогнозирующей моделью [4]. Для определения управления не требуется решать двухточечную краевую задачу. Вычисления сводятся к двум задачам Коши, решаемым в прямом и обратном времени соответственно. На рис. 3 представлены графики управления  $n_y(t)$  и  $n_z(t)$  при решении задачи поиска оптимальной траектории выведения с использованием предлагаемого численного метода решения.

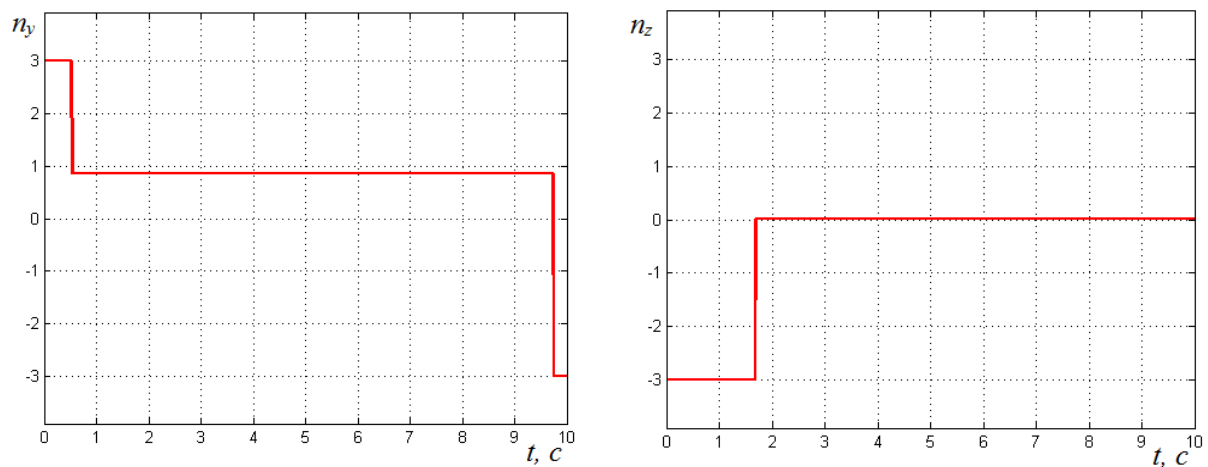


Рис. 3 Структура управления  $n_y(t)$  и  $n_z(t)$

На рис. 4 представлены график  $\theta(t)$  и  $\varphi(t)$ , отчетливо виден выход на предельный угол наклона траектории для первого графика и обеспечение выхода АПА на требуемый угол курса (в приведенном расчете  $\theta_m = 30^\circ, \varphi_f = 160^\circ$ ).

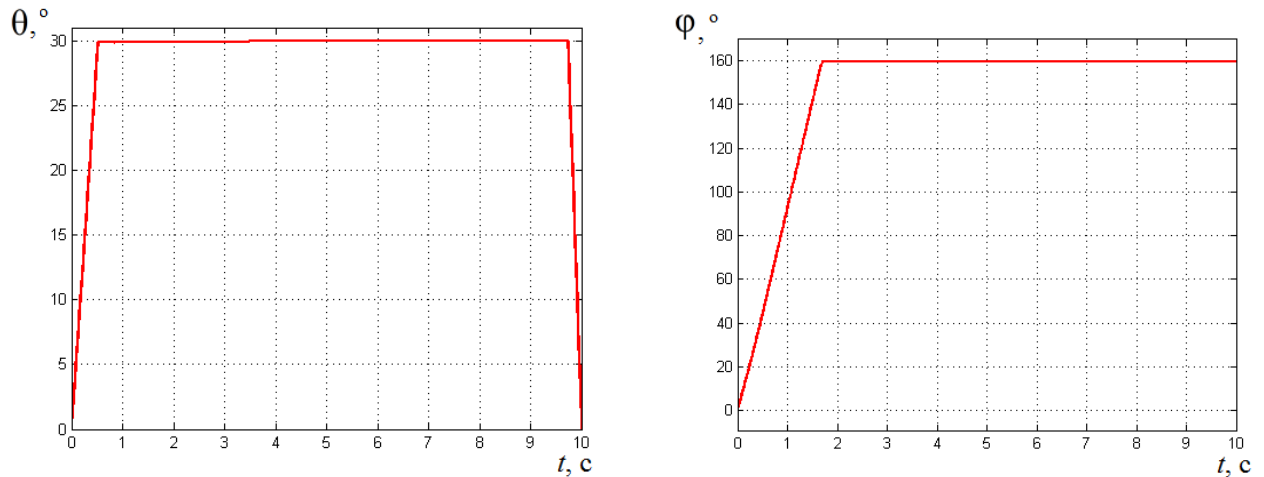


Рис. 4 Графики углов  $\theta(t)$  и  $\varphi(t)$

### Построение области достижимости

Перед произведением маневра требуется выяснить, является ли заданная точка достижимой для АПА. В случае положительного ответа продолжается движение по выбранной схеме действия, а в случае недостижимости АПА заданной точки принимается решение на смену схемы действий АПА, вплоть до возврата в точку старта или экстренного всплывтия. Задача построения области достижимости (ОД) для оценки возможности доставки ПН АПА в требуемую точку пространства за заданное время решается также с использованием алгоритма коррекции параметров структуры управления [7]. Рассмотрим решение задачи для продольной плоскости, решение в горизонтальной плоскости строится аналогично.

Для решения этой подзадачи требуется найти такую программу изменения нормальной перегрузки  $n_y(t)$ , которая обеспечит перевод АПА в вертикальной плоскости из начального положения за время  $t_f$  в максимально удаленное положение от точки старта в выбранном направлении движения – единичного вектора  $b$ , заданного углом наклона  $\xi$  относительно стартовой системы координат. Критерий выбирается в виде [8, 9]

$$J_{од} = F[\mathbf{X}(t_f)] = -\mathbf{b}^T \mathbf{X}(t_f) = -x(t_f) \cos \xi - y(t_f) \sin \xi, \quad (9)$$

где  $\mathbf{b}^T = [0, \cos \xi, \sin \xi]$  – единичный вектор,  $\xi$  – угол между вектором  $\mathbf{b}$  и осью  $OX$ .



Решение осуществляется по аналогичной схеме, приведенной выше для решения задачи выведения АПА на требуемую глубину и курс.

Структура управления определяется аналогично (4), только место  $n_{y\theta}$  занимает  $n_{yOC} = \cos \xi$ . Тогда динамика объекта управления будет представлена совокупностью уравнений:

$$\dot{\theta} = \frac{g}{V} \left( -n_{y_m} \text{sign}(\psi_{\theta_0}) + \Delta n_{y_1} l(t, \tau_1) + \Delta n_{y_2} l(t, \tau_2) - \cos \theta \right), \quad (10)$$

$$\dot{x} = V \cos \theta, \quad \dot{y} = V \sin \theta, \quad \dot{\tau}_1 = w_1, \quad \dot{\tau}_2 = w_2.$$

На рис. 5 представлены графики зависимостей  $\tau_1$  и  $\tau_2$  от времени. На графиках хорошо видно, что момент переключения  $\tau_1$  сходится к оптимальному значению, а  $\tau_2$  стремится к  $t_f$ , траектория как бы растягивается в прямую линию в целях достижения максимальной дальности. Из представленных рисунков видно, что фактически имеется только одно переключение  $\tau_1$ , что подтверждается физической сутью задачи.

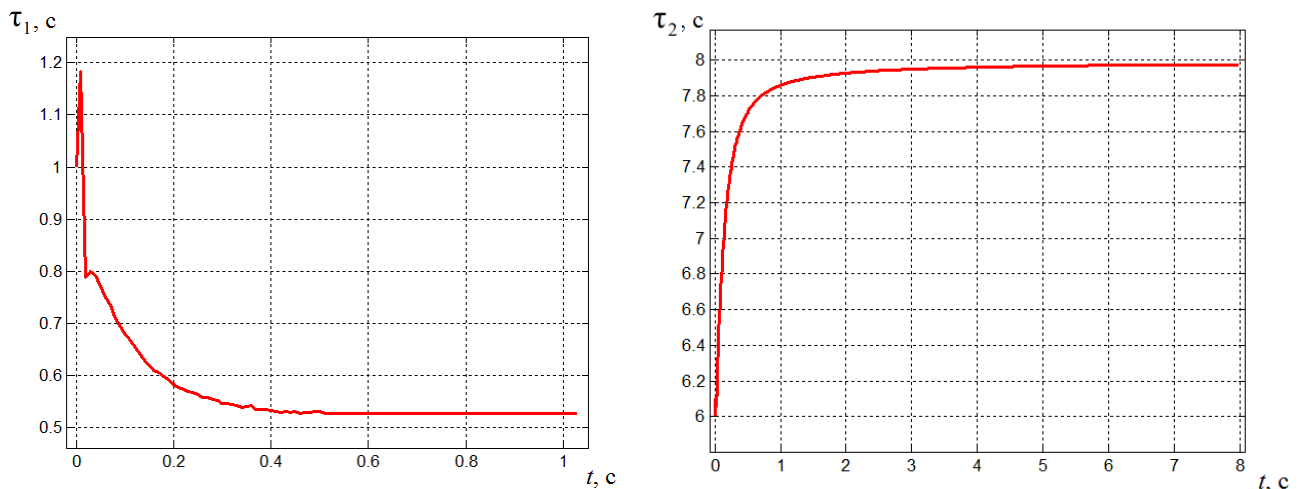


Рис. 5 Графики управления моментами переключения  $\tau_1(t)$  и  $\tau_2(t)$

Стоит отметить, что объем вычислений для данной подзадачи является незначительным, что позволяет производить построение границы ОД в процессе движения.

### Терминальное наведение (построение попадающих траекторий)

На конечном участке движения необходимо выполнить требования по точности доставки ПН АПА в заданную точку с обходом препятствий (рельефа) и обеспечением требуемого угла подхода к заданной точке. Для этого решается задача построения

оптимальной траектории перевода АПА из текущей точки движения в заданную точку пространства с обходом препятствий и учетом ограничений на угол подхода  $\theta_f$  и  $\varphi_f$ .

Рассмотрим уравнения движения АПА в вертикальной плоскости (1), записанные через кривизну траектории  $K$

$$\begin{aligned}\dot{\theta} &= V \cdot K, \\ \dot{x} &= V \cos \theta, \\ \dot{y} &= V \sin \theta, \\ \dot{K} &= u,\end{aligned}\tag{11}$$

где  $(\theta, x, y, K)^T = \mathbf{X}$  – вектор состояния;  $\theta$  – угол наклона траектории;  $x, y$  – линейные координаты центра масс АПА в вертикальной плоскости;  $K = \frac{g}{V^2} (n_y - \cos \theta)$ ;  $u$  – управление. Введение обозначения  $K$  оказалось удобным, т.к. для расчета попадающих траекторий в боковой плоскости достаточно выбрать в уравнении (1) кривизну траектории в виде  $K = -\frac{g}{V^2} n_z$ , такой подход упростил реализацию алгоритма в программном комплексе.

На правом конце обновляемой траектории требуется выполнение следующих условий [10]:

$$x(t_f) = x_f, \quad y(t_f) = y_f, \quad \theta(t_f) = \theta_f, \quad \varphi(t_f) = \varphi_f,$$

где  $x(t_f), y(t_f)$  – продольная координата и глубина АПА в терминальный момент времени;

$\theta(t_f), \varphi(t_f)$  – углы наклона и поворота траектории в терминальный момент времени;

$(x_f, y_f)^T = \mathbf{X}_m$ ,  $\theta_f$  и  $\varphi_f$  – координаты и требуемые углы подхода к точке доставки ПН АПА.

Построение попадающей траектории осуществляется для текущей оценки местоположения АПА таким образом, чтобы в терминальный момент времени были выполнены все перечисленные выше ограничения по условию подхода к терминальной точке.

В задаче рассмотрены следующие сценарии изменения терминальной траектории, обусловленные получением новых данных о препятствиях и точке доставки ПН АПА, на основе информации датчиков внешней обстановки, таких, например, как гидроакустическая система (ГАС):

- 1) обход препятствия, представляющего собой сектор заданной формы;
- 2) изменение параметров препятствия;
- 3) изменение положения заданной точки доставки ПН АПА;
- 4) изменение требуемого угла подхода к заданной точке.

Решение задачи наведения при наличии перечисленных выше участков траектории осуществляется путем минимизации целевого функционала вида

$$J = M \{ F^{(q)}[\mathbf{X}(t_f), t_f, \bar{t}^{(q)}] + \sum_{s=1}^q \int_{t_0}^{t_f} f_0^{(s)}(\mathbf{X}, u^{(s)}, t, \bar{t}^{(q)}) dt \};$$

$$\bar{t}^{(q)} = \text{col}(t^{(1)}, \dots, t^{(q)}), \quad t^{(s)} \in [t_a^{(s)}, t_b^{(s)}],$$

здесь  $q = 4$  – число участков управления на терминальном этапе движения;  $t^{(s)}$  – момент времени начала участка управления с номером  $S$ ;  $t_a^{(s)}, t_b^{(s)}$  – границы интервала времени, в котором происходит смена участков управления; надстрочным индексом  $S$  отмечена и подынтегральная функция  $f_0$ , используемая на соответствующем участке движения  $f_0^{(s)}(\mathbf{X}, u^{(s)}, t, \bar{t}^{(q)}) = \frac{1}{2}(u^2 + u_o^2) \cdot k^{-2} + Q_u^S$ . Здесь  $u = \dot{K}$ ,  $u_o$  – оптимальное значение  $u$ ,  $Q_u^S$  – функция штрафа, непрерывная на всем интервале оптимизации.

Функция штрафа  $Q_u^S$  определяется в зависимости от границ рельефа по формулам

$$Q_u^S(X, t) = \begin{cases} 0, & x_f - x > R_1 \text{ или } x_f - x < L_2, \\ 0, & j_s y > j_s y_s \\ \rho(y - y_s)^2, & j_s y \leq j_s y_s \text{ и } L_2 < x_f - x < R_1, \end{cases}$$

$$y_s = \begin{cases} -j_s a_s (x - x_f), & L_2 < x_f - x < L_1, \\ j_s \sqrt{R_1^2 - (x - x_f)^2}, & L_1 < x_f - x < R_1, \end{cases}$$

где  $L_1, L_2, R_1, y_s, a_s, j_s$  – параметры формы препятствия, представленные на рис. 6.

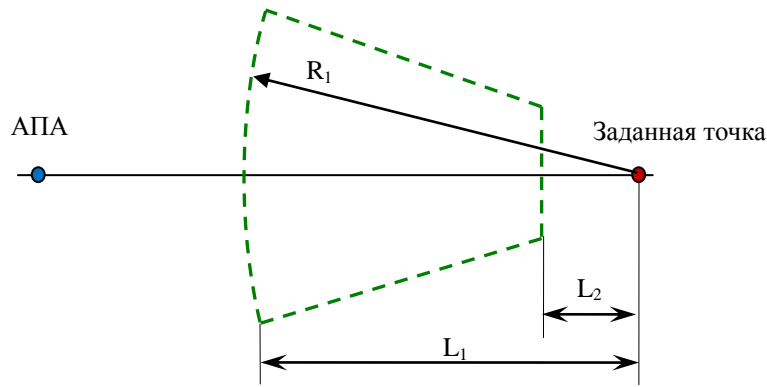


Рис. 6 Параметры модели препятствия

Обход препятствий (рельефа) производится посредством задания соответствующего параметра в критерии качества. Так при  $\theta = 0$  реализуется движение по прямой линии к точке доставки ПН АПА:  $K = 0$ . При получении данных от ГАС о наличии препятствия АПА переходит в режим оптимального управления с обеспечением заданных терминальных условий с обходом рельефа (по получении сигнала  $D_s$ ). На этом этапе алгоритм управления должен обеспечить требуемую точность при возможном уточнении положения заданной точки доставки  $(x_f, y_f)$  и углов подхода  $\theta_f$  – по получении сигналов  $D_{xy}$  и  $D_{\theta_f}$  соответственно. При наличии сигнала об изменении параметра  $\theta_f$  в критерии заменяется  $\theta_f$  на новое значение  $\theta_{f1}$ . При наличии сигнала об изменении координат  $x_f, y_f$  заданной точки доставки ПН АПА в терминальной части критерия производится замена  $x_f, y_f$  на  $x_{f1}, y_{f1}$  соответственно.

Входящие в уравнения для сопряженных переменных частные производные функции штрафа  $Q_u^s$  по  $x$  и  $y$  имеют вид:

$$\frac{\partial Q_u^s}{\partial x} = \begin{cases} 0, & x_f - x > R_1 \text{ и } x_f - x < L_2 \\ 0, & j_s y > j_s y_s \text{ и } L_2 < x_f - x < R_1 \\ 2a_s j_s \rho(y - y_s), & j_s y \leq j_s y_s \text{ и } L_2 < x_f - x < L_1 \\ \frac{2j_s \rho(y - y_s)(x - x_f)}{\sqrt{R_1^2 - (x - x_f)^2}}, & j_s y \leq j_s y_s \text{ и } L_1 < x_f - x < R_1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial Q_{us}^s}{\partial y} = \begin{cases} 0, & x_f - x > R_1 \quad \text{и} \quad x_f - x < L_2 \\ 0, & j_s y > j_s y_s \quad \text{при} \quad L_2 < x_f - x < R_1 \\ 2\rho(y - y_s), & j_s y \leq j_s y_s \quad \text{при} \quad L_2 < x_f - x < R_1 \end{cases}$$

$$\frac{\partial Q_{us}^s}{\partial x} = \frac{\partial Q_{us}^s}{\partial y_s} \frac{\partial y_s}{\partial x}.$$

Задача синтеза оптимальной траектории на терминальном участке с обходом препятствия рассмотренного вида решается с использованием алгоритма с прогнозирующей моделью. Управление АПА после обхода препятствия строится с использованием алгоритма с коррекцией параметров структуры управления, имеющей вид аналогичный структуре (5):

$$K = -K_m \text{sign}(\psi_K) + \Delta K_1 l(t, \tau_1) + \Delta K_2 l(t, \tau_2),$$

где  $\Delta K_1 = K_m \text{sign}(\psi_K) + K_{oc}$ ,  $\Delta K_2 = -K_{oc} + K_m \text{sign}(\psi_K)$ ,  $K_{oc} = 0$ ,  $K_m$  – максимально возможная кривизна траектории,  $n_{yoc}$  определяется из условия, а  $l(t, \tau_1)$ ,  $l(t, \tau_2)$  – функции вида (6).

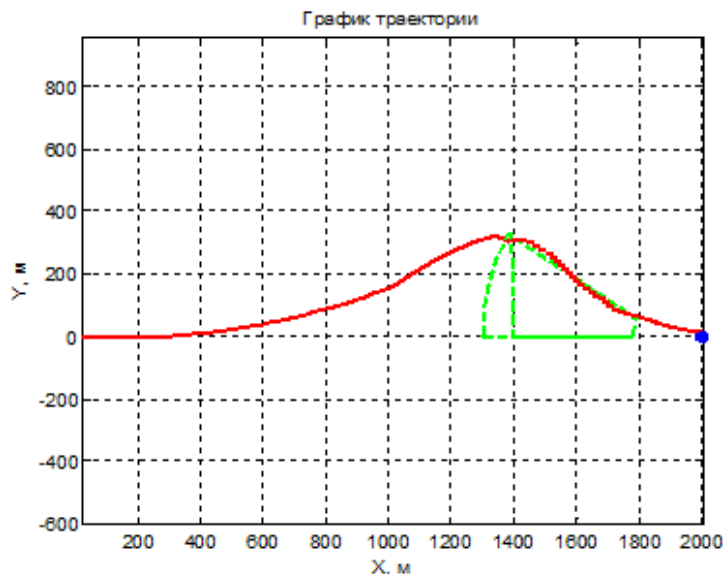


Рис. 7 Траектория обхода препятствия

### Задача синтеза оптимального управления

Задача синтеза оптимального управления АПА решается следующим образом. Данные о текущем векторе состояния АПА снимаются на каждом шаге. Полученные с

использованием представленных алгоритмов оптимизации требуемые значения углов  $\theta$  и  $\varphi$  подаются на вход ПИД-регулятора, который обеспечивает решение задачи стабилизации АПА на оптимальной траектории в двух каналах управления (продольном и боковом). При этом данные о текущем векторе состояния АПА снимаются на каждом шаге, а движение АПА описывается подробной математической моделью (12). В этих уравнениях управляющие воздействия в виде отклонения горизонтальных и вертикальных рулей входит в выражения для проекций сил и моментов. Значения этих отклонений определялись с использованием ПИД-регулятора, формирующего значения из условия обеспечения стремления составляющих перегрузки  $n_y(t)$  и  $n_z(t)$  АПА к значениям, полученным в результате решения траекторной задачи программирования оптимального управления. Иными словами изложенные алгоритмы оптимизации выдают требуемые значения угловой ориентации АПА в каждый момент времени.

Динамика АПА в воде как твердого тела описывается следующей системой уравнений [11, 12]

$$\left\{ \begin{array}{l}
\dot{x}_c = V_x \cos \mathcal{G} \cos \psi - V_y \sin \mathcal{G} \cos \psi \cos \gamma + V_z \cos \mathcal{G} \sin \psi, \\
\dot{y}_c = V_x \sin \mathcal{G} + V_y \cos \mathcal{G} \cos \gamma - V_z \sin \gamma \cos \mathcal{G}, \\
\dot{z}_c = -V_x \sin \psi \cos \gamma + V_y \sin \psi \cos \gamma + V_z \cos \psi \cos \gamma, \\
\dot{V}_x = \frac{1}{m} \left[ F_x - p \sin \mathcal{G} - (m + \lambda_{22})(V_z \omega_y - V_y \omega_z) + \lambda_{26}(\omega_y^2 + \omega_z^2) \right], \\
\dot{V}_y = \frac{1}{(I_z + \lambda_{66})(m + \lambda_{22}) - \lambda_{26}^2} \left\{ (I_z + \lambda_{66}) \left[ F_y - p \cos \mathcal{G} \cos \gamma - \right. \right. \\
\left. \left. - m V_x \omega_z + (m + \lambda_{22}) V_z \omega_x - \lambda_{26} \omega_x \omega_y \right] - \lambda_{26} \left[ M_z + \right. \right. \\
\left. \left. + A x_A \cos \mathcal{G} \cos \gamma - (I_y + \lambda_{66}) \omega_x \omega_y - \lambda_{26} (V_x \omega_z - V_z \omega_x) \right] \right\}, \\
\dot{V}_z = \frac{1}{(I_y + \lambda_{66})(m + \lambda_{22}) - \lambda_{26}^2} \left\{ (I_y + \lambda_{66}) \left[ F_z + p \cos \mathcal{G} \sin \gamma - \right. \right. \\
\left. \left. (m + \lambda_{22}) V_y \omega_x + m V_x \omega_y - \lambda_{26} \omega_x \omega_z \right] + \lambda_{26} \left[ M_y - \right. \right. \\
\left. \left. A x_A \cos \mathcal{G} \sin \gamma + (I_z + \lambda_{66}) \omega_x \omega_z - \lambda_{26} (V_x \omega_y - V_y \omega_x) \right] \right\}, \\
\dot{\omega}_x = \frac{M_x}{I_x}, \\
\dot{\omega}_y = \frac{1}{(I_y + \lambda_{66})(m + \lambda_{22}) - \lambda_{26}^2} \left\{ (m + \lambda_{22}) \left[ M_y - A x_A \cos \mathcal{G} \sin \gamma + \right. \right. \\
\left. \left. (I_z + \lambda_{66}) \omega_x \omega_z - \lambda_{26} (V_x \omega_y - V_y \omega_x) \right] + \lambda_{26} \left[ F_z + p \cos \mathcal{G} \sin \gamma - \right. \right. \\
\left. \left. (m + \lambda_{22}) V_y \omega_x + m V_x \omega_y - \lambda_{26} \omega_x \omega_z \right] \right\}, \\
\dot{\omega}_z = \frac{1}{(I_z + \lambda_{66})(m + \lambda_{22}) - \lambda_{26}^2} \left\{ (m + \lambda_{22}) \left[ M_z + A x_A \cos \mathcal{G} \cos \gamma - \right. \right. \\
\left. \left. (I_y + \lambda_{66}) \omega_x \omega_y - \lambda_{26} (V_x \omega_z - V_z \omega_x) \right] - \lambda_{26} \left[ F_y - p \cos \mathcal{G} \cos \gamma - \right. \right. \\
\left. \left. m V_x \omega_z + (m + \lambda_{22}) V_z \omega_x - \lambda_{26} \omega_x \omega_y \right] \right\},
\end{array} \right. \quad (12)$$

где  $(V_x, V_y, V_z)^T = \mathbf{V}$  – вектор скорости АПА,  $(\omega_x, \omega_y, \omega_z)^T = \boldsymbol{\omega}$  – вектор угловой скорости АПА,  $(F_x, F_y, F_z)^T = \mathbf{F}$  – вектор сил, действующих на АПА на связные оси координат (за исключением сил тяжести и Архимеда),  $A$  – сила Архимеда,  $p$  – отрицательная плавучесть, т.е. разница сил веса и Архимеда,  $(M_x, M_y, M_z)^T = \mathbf{M}$  – вектор моментов сил,  $I_x, I_y, I_z$  – моменты инерции,  $m$  – масса,  $\lambda_{22}, \lambda_{26}, \lambda_{66}$  – присоединенные массы и моменты;  $x_A$  – расстояние от центра масс до центра водоизмещения АПА;  $x_c, y_c, z_c$  – координаты АПА в стартовой системе координат,  $\mathcal{G}, \psi, \gamma$  – углы дифферента, рыскания и крена.

К уравнениям (12) добавляются кинематические уравнения вращательного движения

$$\begin{cases} \frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \\ \frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \theta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} \theta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma). \end{cases} \quad (13)$$

Углы атаки и скольжения находятся из равенств  $\alpha = -\operatorname{arctg} \frac{V_y}{V_x}$ ,  $\beta = \operatorname{arcsin} \frac{V_z}{V}$ .

### Моделирование

Для проверки работоспособности предлагаемых оптимальных алгоритмов проведена оценка точности доставки ПН АПА с использованием программно-имитационного комплекса, позволяющего моделировать процесс управляемого движения АПА, работу бортовых систем управления, стабилизации, навигации и других подсистем.

Расчеты показали, что инерционность АПА существенно сказывается на отслеживании заданной оптимальной траектории. Разработанный алгоритм формирования программ управления  $n_y(t)$  и  $n_z(t)$  не связан с большим объемом вычислений. Поэтому он может применяться для обновления этой программы в текущий момент времени. В этом случае его можно рассматривать как алгоритм синтеза управления  $n_y(\mathbf{X}, t)$ ,  $n_z(\mathbf{X}, t)$ .

Анализ точности решения АПА целевой задачи осуществлялся при следующих случайных факторах: ошибки измерения начального положения заданной точки доставки ПН (пеленг, дальность, глубина), ошибки гидроакустической системы АПА (горизонтальный и вертикальный пеленги, дальность), время обновления информации о заданной точке доставки ПН для формирования команды на смену сценария на терминальном участке движения.

Статистическое моделирование проводилось методом Монте-Карло (по 100 реализаций для каждого сценария применения). Один из вариантов расчетов производился при следующих начальных условиях:

- 1) начальное положение АПА:  $\theta_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $x_0 = 0$ ,  $y_0 = -100$  м,  $z_0 = 0$ ;
- 2) положение точки доставки ПН АПА разыгрывалось в соответствии с равномерным законом распределения из заданных диапазонов значений;
- 3) ошибки измерения начального положения заданной точки разыгрывались в соответствии с нормальным законом распределения;



- 4) дистанции, на которых происходит изменение одного из четырех сценариев движения АПА на терминальном участке, а также параметры этих сценариев разыгрывались равномерно из заданного диапазона;
- 5) ошибки измерения гидроакустической системы АПА разыгрывались в соответствии с нормальным законом распределения;
- 6) ошибки бесплатформенной инерциальной навигационной системы АПА по угловым скоростям, крену и дифференту разыгрывались в соответствии с нормальным законом распределения из заданных диапазонов [13].

Получены оценки точности применения АПА в виде рассеивания точек доставки ПН АПА, спроецированные на вертикальную (OYZ) и горизонтальную (OXZ) картинные плоскости, результаты представлены на рис.8. На представленном рисунке круг отображает требуемую область доставки ПН АПА, а точками отображены реализации промаха доставки ПН АПА. Для данного примера (расчет № 1) СКО в определении горизонтального и вертикального пеленгов ГАС АПА составляет  $0,5^\circ$ .

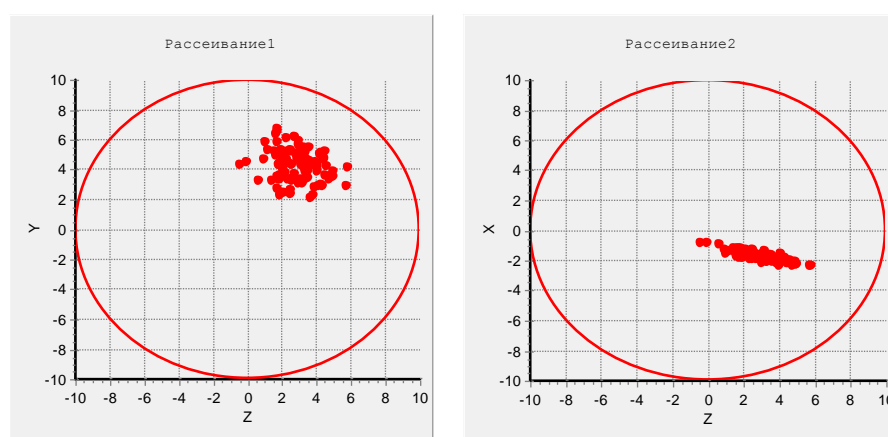


Рис. 8 Область рассеивания реализаций промаха (расчет № 1)

Оценка математического ожидания (МО) промаха составила 5,53 м, а оценка СКО 1.14 м. Оценка вероятности доставки ПН АПА в область, ограниченную шаром с радиусом 10 м равна 1.

При увеличении СКО в определении горизонтального и вертикального пеленгов ГАС АПА до  $1^\circ$  (расчет №2), происходит ухудшение статистических характеристик – оценка МО составила 5.95 м, а оценка СКО 1.75 м (рис. 9). Оценка вероятности доставки ПН АПА в область, ограниченную шаром с радиусом 10 м составляет 0.98.

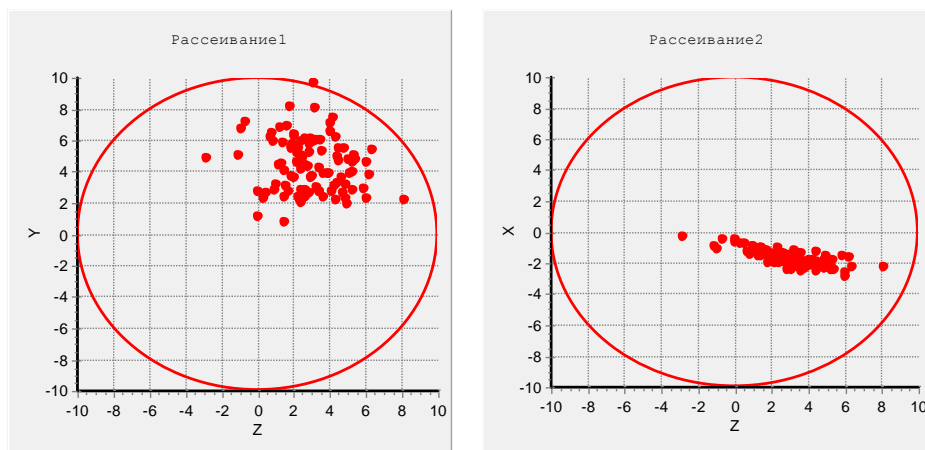


Рис. 9 Область рассеивания реализаций промаха (расчет № 2)

Для представленных расчетов осуществлялся обход препятствий с обозначенными характеристиками. Приведенные графики позволяют говорить о работоспособности представленных оптимальных алгоритмов, позволяющих осуществлять доставку ПН АПА в заданную область пространства с заданной точностью.

### Заключение

1. Разработаны алгоритмы управления движением АПА с коррекцией параметров структуры управления для участков выведения и терминального движения. Алгоритмы позволяют формировать оптимальную траекторию в темпе движения АПА, принимать решение относительно достижимости заданной точки доставки ПН и обходить препятствия.
2. Произведена оценка точности доставки ПН АПА в заданную точку пространства с использованием программного комплекса математического моделирования. Результаты расчетов подтверждают работоспособность разработанных оптимальных алгоритмов.

### Библиографический список

1. Малышев В.В. Кабанов Д.С. Оптимальное выведение на глубину автоматического подводного аппарата с коррекцией параметров структуры управления // Вестник МАИ. 2012. Т. 19. № 3. С. 88-96.

2. Лебедев А.А., Чернобровкин Л.С. Динамика полета беспилотных летательных аппаратов. Учебное пособие для вузов. Изд. 2-е переработанное и доп. М.: «Машиностроение», 1973. 616 с.
3. Горбатенко С.А., Макашов Э.М., Полушкин Ю.Ф., Шефтель Л.В. Расчет и анализ движения летательных аппаратов. Инж. справочник. М.: Машиностроение, 1971. 352 с.
4. Справочник по теории автоматического управления / Под ред. А.А. Красовского. М.: Наука, 1987. 712с.
5. Малышев В.В. Методы оптимизации в задачах системного анализа и управления: Учебное пособие. – М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. 440 с.
6. Буков В.Н. Адаптивные прогнозирующие системы управления полетом. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 232 с.
7. Малышев В.В. Кабанов Д.С. Построение области достижимости с использованием алгоритма коррекции параметров структуры управления // Тезисы докладов 16 международная конференция “Системный анализ, управление и навигация”. – М.:Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2011, с. 66-67.
8. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. Метод эллипсоидов. М.: Наука, 1988, 319 с.
9. Толпегин О.А. Области достижимости летательных аппаратов. СПб.: БГТУ, 2002. 106 с.
10. Красильщиков М.Н., Сыпало К.И. Самонаведение высокоскоростного беспилотного летательного аппарата на терминальном участке полета в атмосфере // Известия РАН. Теория и системы управления, № 6, 2011.
11. Грумондз В.Т., Яковлев Г.А. Алгоритмы аэрогидробаллистического проектирования. – М.: Изд-во МАИ, 1994. – 304 с.
12. Агеев М.Д., Касаткин Б.А., Киселев Л.В. и др. Автоматические подводные аппараты. Л.: Судостроение, 1981. 224 с.
13. Киселев Л.В. Код глубины. Владивосток: Дальнаука, 2011. 332 с.

### **Сведения об авторах**

Малышев Вениамин Васильевич, заведующий кафедрой Московского авиационного института (национального исследовательского университета), профессор д.т.н.

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел. +7 (499) 158-43-55.

Кабанов Дмитрий Сергеевич, аспирант Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

МАИ, Волоколамское ш., 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993;

тел. +7 (916) 932-52-41, e-mail: kabanovds@mail.ru.