

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования «Московский авиационный институт
(национальный исследовательский университет)» МАИ (НИУ)

На правах рукописи



Горо Секу

**Разработка алгоритмов повышения точности бортовых измерений
в целях идентификации параметров моделей движения самолетов**

Специальность 2.5.16. - «Динамика, баллистика, управление движением
летательных аппаратов»

Диссертация
на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:
доктор технических наук,
профессор
Олег Николаевич Корсун

ВВЕДЕНИЕ.....	5
Глава 1 СОВРЕМЕННЫЕ СИСТЕМЫ БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ.....	21
1.1 Системы индикации и регистрации.....	23
1.2 Структура и состав информационно-измерительной системы.....	25
1.3 Глобальная система позиционирования.....	28
1.4 Инерциальная навигационная система.....	30
1.5 Система воздушных сигналов.....	32
1.5.1 Основные функции системы воздушных сигналов.....	33
1.5.2 Основные компоненты системы воздушных сигналов.....	34
1.5.3 Принцип работы системы воздушных сигналов.....	35
1.6 Процесс сбора полетных данных и предварительная обработка данных: устранение погрешностей и подготовка к моделированию.....	37
1.7 Основные существующие методы обработки данных бортовых и навигационных систем.....	43
1.7.1 Методы параметрической идентификации.....	43
1.7.2 Методы комплексирования данных от различных датчиков.....	50
1.7.3 Анализ спектрального состава сигналов.....	51
1.7.4 Методы спектральной плотности мощности.....	53
1.8 Выводы по главе 1.....	56
Глава 2 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ.....	58
2.1 Разработка методов оценивания и восстановления систематических погрешностей.....	59
2.1.1 Метод оценивания систематических погрешностей углов ориентации, угловых скоростей и перегрузок путем интегрирования угловых скоростей и использования спутниковых измерений трех проекций скорости.....	61
2.1.2 Разработка алгоритма восстановления случайных и систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений.....	69
2.2 Разработка методики определения эффективности оценки фильтров Калмана в зависимости от достоверности априорных знаний о шуме процесса.....	71
2.2.1 Описание расширенного фильтра Калмана и его алгоритма.....	73
2.2.2 Описание сигма-точечного фильтра Калмана.....	76
2.2.3 Описание используемых уравнений движения.....	80
2.2.4 Результаты оценки фильтров.....	81

2.3	Идентификация аэродинамических параметров самолёта на основе расширенного фильтра Калмана с скользящим окном	83
2.3.1	Проблемы и предлагаемые решения	84
2.3.2	Объект исследования и источник данных	86
2.3.3	Постановка задачи.....	88
2.3.4	Алгоритм ЕКФ с перекрывающимся скользящим окном.....	89
2.4	Сравнительный анализ сплайн-аппроксимации и фильтрации Калмана в задаче сглаживания полетных данных	94
2.5	Разработка метода численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе комплексирования измерений от датчиков угла тангажа и угловой скорости	97
2.5.1	Обзор методов оценки производных устойчивости и управления самолета.....	97
2.5.2	Описание метода Поплавского	101
2.5.3	Описание предложенного метода численного дифференцирования	104
2.5.4	Выводы по главе 2.....	108
Глава 3	РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА СКОльзяЩЕГО ОКНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ	111
3.1	Метод скользящего окна.....	111
3.2	Обработка данных перед вводом в нейронные сети	112
3.3	Архитектура нейронных сетей.....	118
3.3.1	Функция активации ReLU	119
3.3.2	Функция активации Softmax	120
3.3.3	Матрица неточностей	121
3.4	Выводы по главе 3	122
Глава 4	ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДЛОЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ И МЕТОДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ СТЕНДОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.....	123
4.1	Экспериментальные результаты исследования метода оценивания систематических погрешностей угловых скоростей и перегрузок.....	124
4.2	Разработка алгоритма восстановления случайных и систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений .	131
4.2.1	Экспериментальные результаты при наличии систематических погрешностей дискретизации.....	131
4.2.2	Экспериментальные результаты при наличии случайных и систематических погрешностей дискретизации	132

4.3	Результаты применения SW-EKF для совместной оценки состояния самолета и его аэродинамических параметров	135
4.3.1	Анализ точности оценки аэродинамических параметров	136
4.3.2	Сравнительный анализ методов оценки	140
4.4	Определение наилучшего интервала скользящего окна с использованием нейронных сетей в SW-EKF	142
4.5	Разработка метода численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе комплексирования измерений угла и угловой скорости тангажа	146
4.5.1	Анализ результатов оценок в временной области	147
4.5.2	Частотный анализ точности методов оценки углового ускорения	150
4.5.2.1	Результаты спектрального анализа	152
4.5.2.2	Интерпретация результатов	155
4.5.3	Выводы по главе 4	156
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		157
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ		160
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ		163

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В настоящее время моделирование задач динамики полета, математическое и полунатурное, играет важную роль на всех основных этапах жизненного цикла летательных аппаратов, таких как проектирование, испытания, эксплуатация. Кроме того, мир авиационного транспорта переживает настоящую революцию. С развитием технологий производители испытывают давление со стороны своих клиентов, которые требуют создания все более эффективных и функциональных летательных аппаратов, включая беспилотные системы. Однако такая революция предполагает использование более совершенных датчиков для анализа и обработки всей информации, необходимой для безопасного выполнения полета и поддержания оптимального технического состояния аппарата. В случае с беспилотными летательными аппаратами (БПЛА), где количество бортовых датчиков часто ограничено, и повреждены большими погрешностями, задача точной оценки параметров полета становится еще более актуальной.

Однако современные летательные аппараты оснащены высокоточными датчиками, обеспечивающими минимальный уровень шумов, в то время как БПЛА демонстрируют значительно более высокую погрешность измерений вследствие использования менее совершенных инерциальных измерительных модулей (ИИМ). Данная проблема усугубляется вибрационными помехами и воздействием внешних факторов, которые оказывают особенно сильное влияние на беспилотные системы. Наиболее выраженные погрешности наблюдаются в условиях сильной вибрации или при отказах датчиков, что особенно критично для БПЛА ввиду ограниченного количества резервирующих датчиков. Настоящее исследование направлено на разработку инновационных

решений для повышения надежности и точности бортовых измерений ЛА особенно для БПЛА.

Высокая точность бортовых измерений параметров полета и корректная оценка возникающих ошибок имеют ключевое значение при процессе автоматизации управления самолетом или БПЛА и его пилотирования, а также при анализе летных испытаний и контроле технического состояния воздушных судов. Встроенные измерительные и регистрирующие системы в целом отвечают требованиям точности измерений, но в некоторых случаях, особенно при ограниченном количестве и качестве датчиков на БПЛА, требуются специальные подходы к разработке алгоритмов агрегирования для окончательной оценки ошибок. Кроме того, точность измерений важных параметров полета, таких как углы атаки, глиссады, перегрузки, высота и скорость, во многом зависит от координат установки датчиков, положения центра масс самолета, давления воздуха и других технических характеристик. Наибольшую значимость обычно представляют систематические погрешности, связанные с ошибками синхронизации разнородных данных, а также с тем, что в информационной системе не учитывается порядок дискретизации датчиков.

Эффективным средством получения точных и достоверных моделей, скорректированных по данным летных испытаний, являются методы теории идентификации систем. Современные методы идентификации параметров моделей движения летательных аппаратов представляют собой хорошо разработанный аппарат, позволяющий решать задачи параметрической идентификации с высокой степенью точности. Однако точность получаемых оценок принципиально зависит от эффективности подавления различных составляющих погрешностей. В рамках данного диссертационного исследования проводится комплексный анализ природы погрешностей измерительных систем, влияющих на обработку данных

летных испытаний. В работе рассматриваются следующие основные типы измерительных погрешностей:

- случайные погрешности, обусловленные стохастическими шумами измерительных систем;
- систематические погрешности, вызванные смещением характеристик датчиков;
- систематические погрешности дискретизации, связанные с процессом оцифровки аналоговых сигналов;
- комбинированные погрешности, включающие случайные и систематические погрешности дискретизации бортовых измерений.

Каждый из указанных типов погрешностей вносит специфическое смещение в оценке идентифицируемых параметров, что требует разработки специализированных подходов к их компенсации. Особое внимание в работе уделяется анализу кумулятивного эффекта при совместном воздействии нескольких типов погрешностей.

В данной диссертации для достижения поставленной цели используются соотношения между параметрами полета, определяемыми уравнениями пространственного движения летательного аппарата, и результаты исследования подтверждаются данными стендового моделирования. Возможность такого решения обусловлена тем, что измерения, полученные от независимых разнородных датчиков на борту (или даже частично отсутствующие, как в некоторых БПЛА), можно свести в единую систему, применяя модели динамики полета. Это позволяет получить оценки различных типов погрешностей и даже восстанавливать данные отказавших датчиков или отсутствующих измерительных каналов. В настоящее время такой подход используется крайне ограниченно, поскольку он приводит к обратным задачам динамики, для обеспечения корректности которых необходимы специальные меры.

В проекте предполагается применить теорию идентификации систем, алгоритмы комплексирования измерений от датчиков и восстановления сигналов, принципы анализа больших данных и использование нейронных сетей в задаче идентификации параметров, что особенно важно для БПЛА, где традиционные методы обработки данных могут быть недостаточно эффективными из-за ограниченного количества датчиков.

Степень проработанности темы.

К настоящему времени существует ряд работ, посвященных вопросам повышения точности и надежности бортовых измерений и навигационных систем летательных аппаратов.

В работах О.Н. Корсуна с авторами О.П. Лысюк, П.А. Мотлич, С.В. Николаева, С.Г. Пушкова и А.В. Зиновьева рассматриваются проблемы комплексной оценки и контроля погрешностей бортовых измерений. В этих исследованиях приведены методы для выявления и оценки систематических погрешностей измерений ключевых параметров полета, таких как воздушная скорость, углы атаки и скольжения. Особое внимание уделяется комплексированием измерений от датчиков для повышения достоверности результатов.

В исследованиях авторов А.А. Иванов и В.В. Петров, а также в работах зарубежных авторов L. Zhang, H. Wang, Q. Li и J. Smith, M. Brown освещены современные методы комплексирования и фильтрации данных в навигационных системах. В этих трудах анализируются различные подходы, включая применение расширенного фильтра Калмана (EKF) и других алгоритмов комплексирования информации от разнородных датчиков.

В работе авторов С.И. Сидоров и Д.А. Кузнецов исследуется применение перспективных технологий, таких как нейронные сети, для анализа больших объемов данных в авиационных системах, что открывает

новые возможности для повышения интеллектуальности обработки информации.

Несмотря на значительное количество исследований в данной области, анализ существующих работ позволяет выявить ряд не до конца решенных задач. Проблема накопления ошибок в стандартном расширенном фильтре Калмана при последовательной обработке измерений остается актуальной проблемой. Точность оценки параметров повышается при обработке данных в перекрывающемся скользящем окне. Однако применение метода скользящего в алгоритмах комплексирования бортовых измерений требует дальнейшей разработки для определения оптимальных параметров. Кроме того, систематические погрешности продолжают существенно влиять на точность оценки параметров движения, особенно при параметрической идентификации моделей движения самолетов, что обуславливает необходимость разработки новых подходов для их оценки и устранения. Также остается актуальной проблема потери эффективности методов численного дифференцирования в условиях зашумленных данных. Таким образом, имеется необходимость в разработке новых усовершенствованных методов, направленных на решение указанных проблем для дальнейшего повышения точности параметрической идентификации.

Объектом исследования выступает летательный аппарат и его математическая модель пространственного движения, описывающая взаимосвязь измеряемых бортовыми системами параметров и служащая основой для разработки алгоритмов обработки полетной информации, а также методы статического анализа данных, методы идентификации систем.

Предметом исследования является разработка алгоритмов обработки бортовых измерений, направленных на повышение точности параметрической идентификации модели движения ЛА.

Цель исследования. Цель работы состоит в повышении точности измерений параметров движения летательных аппаратов на основе комплексирования бортовых измерений, идентификации систематических погрешностей и применения нейронных сетей.

В рамках проекта и для достижения поставленной цели решаются следующие основные задачи:

- анализ существующих методов обработки бортовых измерений, в том числе сравнение различных вариантов калмановской фильтрации при оценивании параметра движения самолёта и сравнительный анализ метода сплайн-аппроксимации и метода фильтрации Калмана в задаче сглаживания полетных данных, а также анализ методов статического анализа данных, методов идентификации параметров, и анализ влияния систематических погрешностей на точность параметрической идентификации;
- разработка методов оценивания систематических погрешностей измерений угловых скоростей, перегрузок и углов ориентации;
- разработка методики улучшения идентификации аэродинамических параметров на основе расширенного фильтра Калмана;
- разработка методов восстановления и оценивания сигналов, характеризующих движение ЛА: разработка алгоритма восстановления систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений и разработка метода численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе использования угла тангажа и угловой скорости;
- исследование метода выбора участков полета при анализе полетных данных, в частности, выбор с применением нейронных сетей наилучшего скользящего окна в задаче идентификации параметров;

- подтверждение работоспособности предложенных методов и алгоритмов по данным полета и стендового моделирования.

Методы исследования. В ходе исследования используются следующие методы: методы оптимизации данных, метод системного анализа, объектно-ориентированный подход, методы математического и полунатурного моделирования, а также программные пакеты PYTHON, EXCEL, MATLAB.

Научная новизна диссертационной работы. В общем научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- разработан метод оценивания систематических погрешностей измерения параметров полёта, основанный на сочетании уравнений динамики полёта и параметрической идентификации;
- разработан алгоритм коррекции погрешностей дискретизации бортовых измерений, обусловленных ограниченностью разрядной сетки;
- разработан алгоритм на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном, обеспечивающий совместную оценку состояния и аэродинамических параметров движения самолета;
- предложена методика определения оптимального скользящего окна с использованием нейронных сетей, обученных на смоделированных полетных данных, обеспечивающая наименьшую погрешность в задаче идентификации аэродинамических параметров;
- разработан метод численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе использования соотношений, определяемых уравнениями Эйлера.

Теоретическая значимость результатов исследования.

Перечисленные выше научные результаты вносят существенный вклад в развитие теории оптимальной фильтрации и идентификации параметров, методов адаптивной обработки данных, численного анализа и коррекции систематических погрешностей за счёт разработки новых алгоритмов на основе различных вариантов фильтра Калмана, нейросетевых технологий, сплайнов Эрмита и других подходов.

Практическая значимость результатов исследования.

На основе проверки предложенных алгоритмов по данным моделирования получены следующие характеристики:

- метод оценивания систематических погрешностей параметров полёта обеспечивает идентификацию погрешности угловых скоростей и перегрузок с среднеквадратическим отклонением, не превышающим 0,0012 град/с в каналах угловых скоростей и 0,0423 в каналах перегрузок;
- алгоритм коррекции погрешностей дискретизации бортовых измерений восстанавливает погрешности с точностью 98% по MAPE (при незначительных случайных погрешностях) и 96–93% по MAPE (при случайных погрешностях в канале тангажа с среднеквадратическим отклонением $0.3–1^\circ$);
- разработанный алгоритм на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF): повышает точность идентификации параметров ЛА, снижая ошибки для линейных аэродинамических коэффициентов на $\sim 85\%$ и для квадратичного параметра $C_{x\alpha^2}$ на $\sim 89\%$ (MAPE с 112.5% до 12.5%) по сравнению со стандартным EKF;
- применение разработанной методики с использованием нейронных сетей для определения наилучшего скользящего окна, применяемого в алгоритме SW-EKF, обеспечивает наименьшую

погрешность при идентификации параметров модели ЛА с точностью до 94%;

- разработанный метод численного дифференцирования на основе использования соотношения между углом тангажа и угловой скоростью обеспечивает оценку углового ускорения в условиях шумов с минимальной суммарной ошибкой (11.76%) по сравнению с традиционными методами численного дифференцирования.

Достоверность и обоснованность подтверждается путём проведения численного эксперимента, то есть реализации предложенных алгоритмов в виде программы для ЭВМ и обработки по этим алгоритмам экспериментальных данных, полученных путем стендового моделирования, сравнением оценок идентификации с известными значениями, принятыми для моделирования, а также сравнением с известными результатами, опубликованными в отечественных и зарубежных источниках.

Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту

- метод оценивания систематических погрешностей параметров полёта, основанный на сочетании бортовых измерений, выполненных на заданных режимах полёта, уравнений динамики полёта и параметрической идентификации;
- алгоритм, обеспечивающий коррекцию погрешностей дискретизации, вызванных ограниченной разрядностью сетки;
- алгоритм на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF), обеспечивающий повышенную точность совместной оценки состояния и аэродинамических параметров модели движения самолёта в реальном времени;

- методика применения нейронных сетей для определения наилучшего скользящего интервала, применяемого в алгоритме SW-EKF, обеспечивающего повышенную точность оценки аэродинамических параметров самолёта;
- метод численного дифференцирования на основе использования угла тангажа и угловой скорости, заданных в условиях шумов, позволяющий уменьшить погрешность оценки углового ускорения.

Апробация работы. Результаты исследований докладывались и обсуждались на: XLVIII международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения» (Москва, 2022г.); XLIX Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения» (Москва, 2023г.); 1-ой Международной научно-технической конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения» (Алушта, 2023г.); 2-ой Международной научно-технической конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения» (Алушта, 2023г.); 3-ой Международной научно-технической конференции «Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения» (Алушта, 2024г.).

Публикации. По теме диссертации опубликованы 12 печатных работ, 4 из которых в изданиях, рекомендованных ВАК РФ, 1 статья – в журнале, индексируемом в базе данных Scopus, 1 статья в материалах конференций, индексируемых в базе данных Scopus, а также 6 работ в сборниках тезисов международных и всероссийских конференций.

Личный вклад автора диссертационной работы

Для достижения поставленной цели автор, руководствуясь рекомендациями научного руководителя, выполнял все основные работы по получению научных результатов, а именно:

- анализ существующих методов обработки ботовых измерений, в том числе сравнение различных вариантов калмановской фильтрации при оценивании параметра движения самолёта и сравнительный анализ метода сплайн-аппроксимации и метода фильтрации Калмана в задаче сглаживания полетных данных.
- анализ методов статистического анализа данных, методов идентификации параметров, а также анализ влияния систематических погрешностей на точность параметрической идентификации.
- разработка методов оценивания систематических погрешностей измерений угловых скоростей, перегрузок и углов ориентации.
- разработка методики улучшения идентификации аэродинамических параметров на основе расширенного фильтра Калмана.
- разработка методов восстановления и оценивания сигналов, характеризующих движение ЛА: разработка алгоритма восстановления систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений и разработка метода численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе использования угла тангажа и угловой скорости.
- исследование метода выбора участков полета при анализе полетных данных, в частности, выбор с применением нейронной сети наилучшего скользящего окна в задаче идентификации параметров.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, 4 глав, заключения, списка литературы. Текст диссертации изложен на 177 машинописных страницах, содержит 36 рисунков. Список литературы содержит 102 источника.

В первой главе диссертации рассмотрены системы бортовых измерений современных и перспективных ЛА, выявлены их недостатки и достоинства, описаны методы для предварительной обработки полетных

данных, а также представлены существующие методы обработки бортовых измерений.

Авиастроение существует более ста лет. Однако безопасность не являлась главной заботой братьев Райт, когда они в 1903 году создали летательный аппарат тяжелее воздуха. Более того, из-за первой мировой войны рекорды скорости и расстояния оставались главным приоритетом производителей даже в период с 1918 по 1939 год. Однако к настоящему времени разработаны инструменты и методы, необходимые для надежной и безопасной эксплуатации самолетов.

За последние несколько лет количество коммерческих рейсов значительно увеличилось, параллельно с этим наблюдается стремительный рост применения беспилотных ЛА в различных сферах. Такая динамика развития авиации вызывает повышенную необходимость в обеспечении безопасности полетов как пилотируемых, так и беспилотных воздушных судов в условиях постоянно растущей роли авиации в современном мире. Особую актуальность приобретают вопросы интеграции беспилотных ЛА в единое воздушное пространство, разработки надежных систем управления и предотвращения столкновений. В результате современная авиация, включая как традиционные авиаперевозки, так и беспилотные технологии, приобретает решающее значение для удовлетворения транспортных, логистических и специальных потребностей общества, где важнейшим и неизменным требованием остается бескомпромиссное обеспечение безопасности полетов всех категорий воздушных судов. В связи с этим в ЛА все чаще используются методы и средства, направленные на предотвращение всевозможных аварий. По этой причине бортовые информационные системы, главная задача которых — снизить нагрузку на пилота и обеспечить безопасность полета, играют ключевую роль в обработке летных испытаний. В данной главе представлена система бортовых информационных систем, их структура и проведен

аналитический обзор по ним. В главе также рассмотрены процесс сбора данных полета и основные алгоритмы обработки бортовых измерений.

В первом разделе второй главы рассматривается разработка метода оценивания систематических погрешностей измерений параметров полёта, включая угловые скорости, перегрузки и углы ориентации. Для повышения точности оценок систематических погрешностей предложен алгоритм, основанный на совместной обработке данных датчиков угловых скоростей, перегрузок и спутниковых измерений скорости. Решение основано на интегрировании уравнений пространственного движения ЛА и применении метода максимума правдоподобия, что обеспечивает высокую точность оценок параметров полёта. Первый раздел также посвящен разработке алгоритма восстановления погрешностей, возникающих при дискретизации бортовых измерений. Для повышения точности оценок параметров необходимо учитывать как шум измерений, так и систематические погрешности. Это может быть достигнуто путем разработки новых алгоритмов, которые позволяют подавлять влияние случайных и систематических погрешностей для точности оценки параметров. В связи с этим в главе предложен подход, основанный на кубических сплайнах и конечных разностях, что позволяет получить более точные и плавные оценки сигналов и параметров системы.

В втором разделе второй главы выполняется сравнительный анализ двух наиболее эффективных вариантов фильтрации Калмана - расширенного фильтра Калмана (EKF) и сигматочечного фильтра Калмана (UKF). Цель данного исследования - выяснить какой вариант фильтров наиболее подходит в зависимости от типа решаемой задачи. На основе проведенного сравнения была разработана методика определения эффективности оценок, а также даны рекомендации по выбору варианта фильтра Калмана в зависимости от типа решаемой задачи.

Состояние системы может быть оценено на основе измеренных данных с использованием метода, называемого фильтром Калмана. Это состояние может быть рассчитано для трех временных горизонтов: прошлого (сглаживание), настоящего (фильтрация) и будущего (прогнозирование). Название фильтра было присвоено в честь Рудольфа Калмана, венгерского инженера, который сыграл важную роль в его разработке. Алгоритм фильтрации представляет собой двухэтапный процесс: на первом этапе происходит прогнозирование состояния системы, а на втором — уточнение оценки состояния системы с использованием наблюдений, содержащих шум. Существуют три ковариационные матрицы, которые используются во всех вариантах фильтров Калмана. Эти матрицы оказывают значительное влияние на производительность фильтра, и их параметризация представляет собой сложную задачу. Таким образом в втором разделе второй главы разработана методика оценки эффективности различных фильтров Калмана с учетом шума процесса. Результаты данного раздела позволили разработать алгоритм в третьем разделе.

Третий раздел второй главы посвящен разработке алгоритма идентификации аэродинамических параметров самолёта на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF). Для повышения точности оценок необходимо учитывать как нелинейность аэродинамических характеристик, так и изменчивость параметров в процессе полёта. Это достигается за счёт модификации классического подхода EKF путём введения адаптивного скользящего окна с перекрытием выборок, что позволяет снизить влияние шумов измерений, улучшить сходимость оценок и обеспечить плавность переходов между временными интервалами. В рамках данного раздела предложен метод, сочетающий преимущества расширенного фильтра Калмана с механизмом последовательного перекрывающегося обновления данных, что

обеспечивает более точное и устойчивое определение аэродинамических коэффициентов в различных режимах полёта.

Четвертый раздел второй главы посвящен сравнительному анализу сплайн-аппроксимации и фильтрации Калмана в задаче сглаживания полетных данных.

Результаты четвертого раздела позволили разработать алгоритм численного дифференцирования для оценивания углового ускорения на основе комплексирования угла тангажа и угловой скорости в **пятом разделе второй главы**. Этот новый алгоритм основан на методе комплексирования информации от датчика. В ходе летных экспериментов важно оценить первую и вторую производные параметров полета. Повышение точности оценок производных в условиях шума всегда остается актуальной задачей. С этой целью разработанный алгоритм позволяет с точностью вычислять угловое ускорение, за счёт комплексирования угла тангажа и угловой скорости.

Третья глава посвящена определению длительности скользящего окна в задаче идентификации параметров движения летательного аппарата (ЛА) с использованием нейронных сетей. Идентификация параметров движения ЛА является важной и актуальной задачей для обеспечения точности управления и анализа динамики ЛА. В данной главе предложен подход, который сочетает в себе метод скользящего окна и нейронные сети для повышения точности оценок и минимизации погрешностей. Одной из ключевых проблем при применении метода скользящего окна в задаче идентификации параметров движения ЛА является выбор оптимальной длительности скользящего окна, которое используется для обработки данных. Неправильный выбор длительности окна может привести к значительным погрешностям в оценках. Для решения этой задачи в работе применяются нейронные сети, которые анализируют данные и определяют

наилучшую длину скользящего окна, обеспечивающую минимальную погрешность при идентификации параметров.

В четвертой главе представлены результаты экспериментальных исследований разработанных алгоритмов и методов.

Глава 1 СОВРЕМЕННЫЕ СИСТЕМЫ БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ И НАВИГАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

Стремление человека летать появилось давно, но развитие авиации стало возможным благодаря современным технологиям. С момента первого самолета братьев Райт до наших дней авиация претерпела значительные изменения. Хотя физические принципы полета остались неизменными, самолеты стали более совершенными в плане характеристик, дизайна и оснащения. Одним из ключевых аспектов эволюции авиации стали бортовые измерительные и навигационные системы. Первые пилоты полагались на визуальные ориентиры и простые приборы, такие как анемометр, альтиметр и магнитный компас. С развитием радионавигации появились радиомаяки, которые позволили самолетам преодолевать большие расстояния без потери курса.

В 1920 году была представлена система NDB (Non-Directional Beacon), которая передавала сигналы во всех направлениях. Бортовое устройство ADF (Automatic Direction Finder) принимало эти сигналы, помогая пилотам определять направление. В 1950-х годах появилась система VOR (Very High Frequency Omnidirectional Range), которая использовала высокочастотные волны для точного определения местоположения. Дополнительно система DME (Distance Measuring Equipment) позволяла измерять расстояние до маяка.

Современные самолеты оснащены GPS (Global Positioning System) и инерциальными навигационными системами (INS), которые обеспечивают точное определение местоположения в любой точке мира [1,2]. Эти системы интегрированы с бортовыми компьютерами, что позволяет пилотам планировать маршруты, отслеживать траекторию полета и минимизировать ошибки.

Ранние кабины были перегружены приборами, требовавшими управления несколькими пилотами. Современные кабины, начиная с Boeing 757/767, стали более эргономичными благодаря централизации информации и автоматизации. Количество пилотов сократилось до двух, а бортовые компьютеры взяли на себя многие функции, такие как расчет плана полета и управление системами.

Система посадки по приборам (ILS, Instrument Landing System) позволяет самолетам приземляться в условиях плохой видимости. В 1988 году Airbus представил систему электронного управления полетом (Fly-by-Wire), которая минимизирует ошибки пилотов и повышает комфорт пассажиров [3].

Современные навигационные системы предоставляют данные о местоположении, высоте и скорости в режиме реального времени. Они помогают пилотам избегать опасностей, оптимизировать маршруты и снижать расход топлива. Системы, такие как TCAS (Traffic Collision Avoidance System) и GPWS (Ground Proximity Warning System), предотвращают столкновения и предупреждают о приближении к земле.

Метеорологические радары и технологии улучшенного визуального отображения повышают ситуационную осведомленность пилотов, особенно в сложных погодных условиях. Эти системы интегрированы с навигационным оборудованием, что делает полеты более безопасными и эффективными [4].

Навигационные системы играют ключевую роль в летных испытаниях, обеспечивая безопасность, точность и эффективность полетов. Благодаря технологиям, таким как GPS, ILS, TCAS и Fly-by-Wire, современные самолеты могут летать с высокой точностью, минимизируя риски и оптимизируя ресурсы.

1.1 Системы индикации и регистрации

Система регистрации данных полета считывает и хранит данные полета самолета, которые также отображаются на шести идентичных дисплейных единицах (DU), чтобы пилот мог их видеть во время полета. Эти два типа систем тесно связаны друг с другом. Что касается систем отображения, существуют две основные системы: Электронная система пилотажных приборов (EFIS), которая показывает данные о полете и параметры навигации в основном на первичных дисплеях полета (PFD) и навигационных дисплеях (ND); и электронный централизованный монитор воздушного судна (ECAM), которая отображает данные на дисплее двигателя/предупреждений (WD) и системном дисплее (SD).

Для сбора информации для дисплейных блоков каждый самолет оснащен тремя идентичными компьютерами управления дисплеями (DMCs). На рис. 1.1.2 показаны эти дисплеи. Затем соответствующие изображения создаются и отображаются на блоках отображения (DUs). С одним каналом DMC, один PFD, один ND и оба ECAM и DU могут работать одновременно.

Для сбора данных и получения сигналов существуют два концентратора сбора системных данных (SDACs). В то время как некоторые сигналы отправляются на компьютеры предупреждения о полете (FWCs) для создания сообщений ECAM и звуковых сигналов, другие отправляются на DMCs для создания дисплеев системных страниц и данных двигателя.

Для формирования предупредительных сообщений, уведомлений, предупреждений или звуковых оповещений FWCs собирают данные из датчиков и систем самолета. Каждый пилот имеет набор элементов сигнализации на панели, которые управляются FWCs. Эти индикаторы

привлечения внимания отображают главный предупреждающий свет или главный тревожный свет в красном и янтарном цветах соответственно.

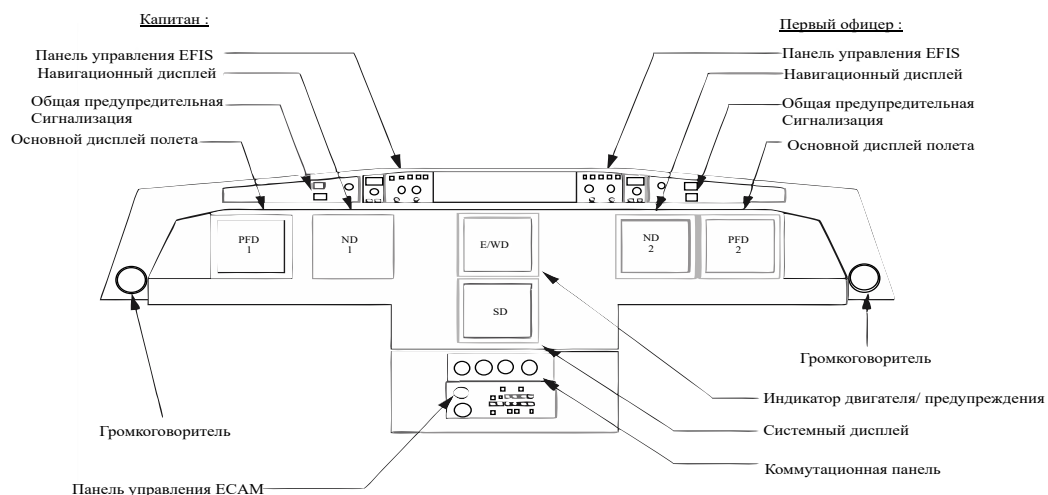


Рис.1.1.1. Расположение дисплеев и органов управления в кабине Airbus A320

Ниже показывается структура бортовой система индикации EIS (Electronic indication system):

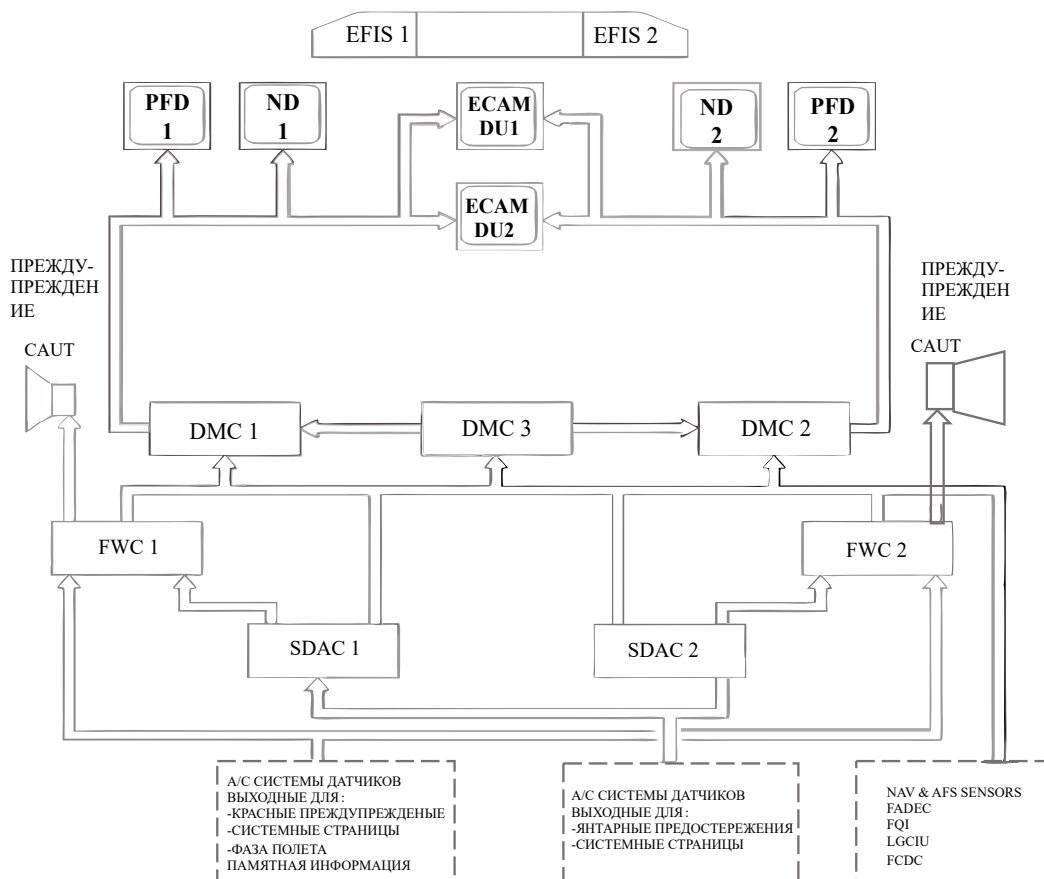


Рис.1.1.2. Структурная схема EIS (Electronic instrument system)

Что касается системы регистрации данных о полете, она состоит из двух частей: цифрового регистратора полетных данных (DFDR), и блока интерфейса полетных данных (FDIU) [5,6,7].

Данные от предыдущих компонентов индикационных систем, включая SDAC, DMC и FWC, собираются FDIU и хранятся в DFDR. Данные за последние 25 часов и более могут быть сохранены в DFDR; данные хранятся на ударопрочном и огнеупорном устройстве. Как следует из названия, линейный акселерометр отслеживает ускорение самолета в трех отдельных направлениях. Рекордер быстрого доступа (QAR) является дополнительным регистратором, который записывает те же данные, что и DFDR, но облегчает их получение для команды технического обслуживания.

При следующих обстоятельствах система записи автоматически активируется:

- на земле, в первые пять минут после активизации электрической системы самолета;
- после первоначального запуска двигателя, на земле.
- во время полета (работают двигатели или нет);
- когда экипаж находится на земле, система записи автоматически останавливается через пять минут после выключения второго двигателя. Тем не менее, экипаж может вручную перезапустить систему записи, нажав кнопку GND CTL на панели.

1.2 Структура и состав информационно-измерительной системы

Информационно-измерительная система (ИИС) состоит из нескольких подсистем, как показано на рис. 1.2.1. Эти подсистемы различаются по своему назначению и расположению на летательном

аппарате [8,9]. Каждая из этих подсистем представляет собой ИИС со всеми ее характеристиками.

Система бортовых измерений (СБИ) является основной подсистемой ИИС летных испытаний. Ее цель состоит в том, чтобы получать данные о состоянии и работе агрегатов и узлов летательного аппарата (ЛА), а также о том, как компоненты авиационного комплекса взаимодействуют друг с другом и со средой в условиях полета. Структура системы определяется целями, задачами летных испытаний и типом самолета.

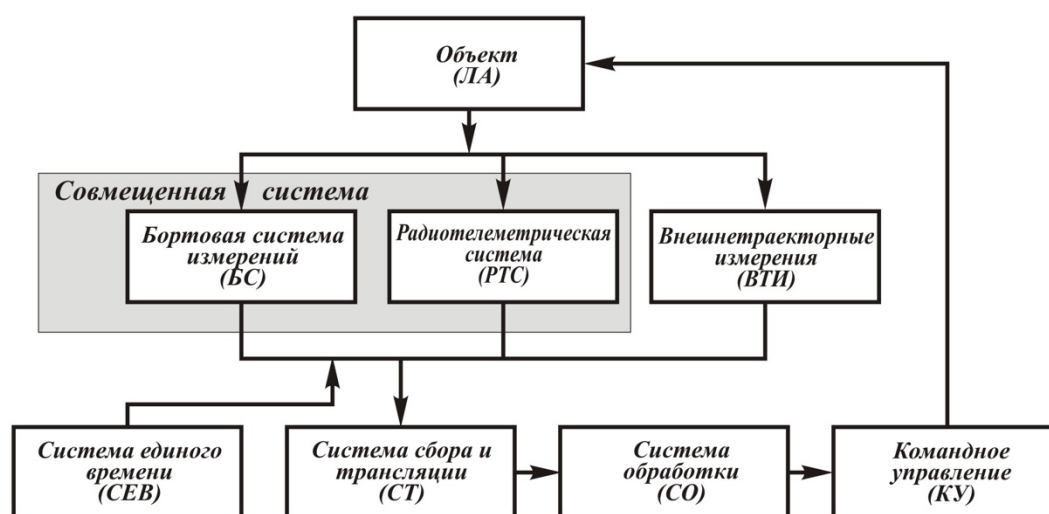


Рис.1.2.1. Состав ИИС

Система бортовых измерений состоит из ряда измерительных средств, которые могут воспринимать различные физические сигналы, такие как давление, деформации, угловые и линейные ускорения, а также преобразовывать и передавать эти сигналы на борту или на землю [10, 11]. Схема ниже демонстрирует функциональные связи, существующие между подсистемами системы бортовых измерений, а также между подсистемами и окружающей средой, которые учитываются при выполнении задачи анализа.

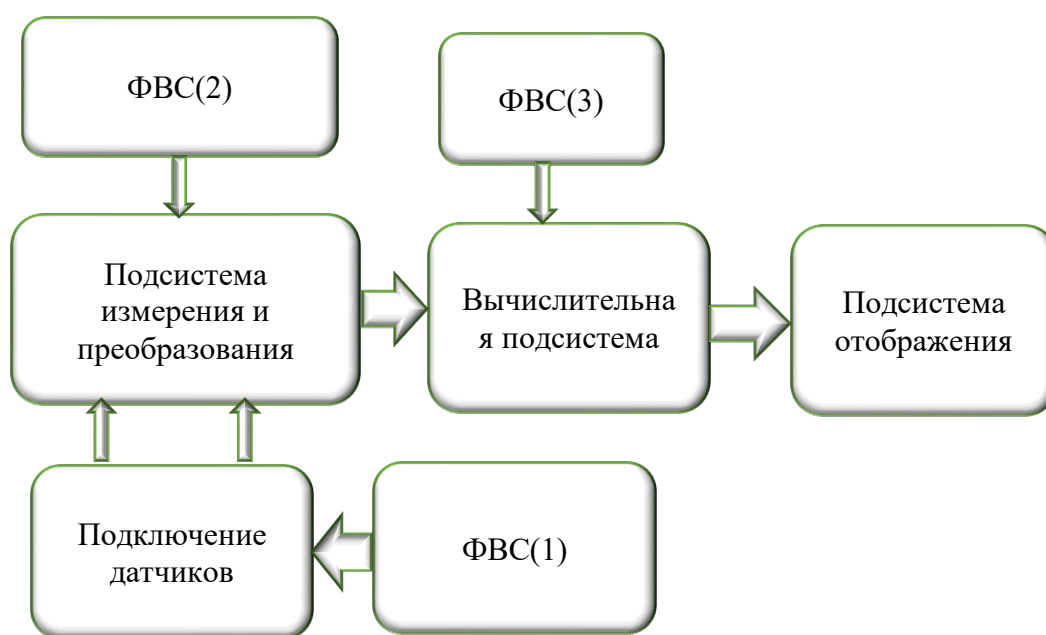


Рис.1.2.2. Подсистемы системы бортовых измерений

Факторы внешней среды (ФВС) влияют на датчики, которые затем передают сигналы в подсистему измерения и преобразования. Подсистема измерения и преобразования состоит из измерительного комплекса, коммутационного оборудования, сервера и станции сбора данных. На подсистему измерения и преобразования ФВС обычно причиняют временные сдвиги, которые возникают из-за неправильной синхронизации разнородных информационных потоков. Таким образом, подсистема отображения получает сигналы от датчиков и их отображает.

Другие компоненты могут входить в состав бортового оборудования, такие как аппаратура для фотосъемки и видеозаписи, устройства для обработки информации и средства для отображения результатов обработки.

Система бортовых измерений состоит из отдельных подсистем, которые измеряют группы параметров, специфичных для определенных областей исследований, таких как аэродинамика, силовые установки, вибрации, прочность и акустика. Такие подсистемы могут работать самостоятельно, что позволяет изменять цели и задачи конкретных полетов в ходе тестирования.

В последнее время наблюдается тенденция к объединению бортовых измерительных систем. Примеры совмещенных систем представлены в [12].

1.3 Глобальная система позиционирования

GPS — это радиосистема, основанная на спутниковой сети, которая предоставляет точные данные о местоположении, скорости и времени. Она состоит из трех основных компонентов: космического сегмента, сегмента управления и сегмента пользователей [12,13]. Космический сегмент включает созвездие из 24 спутников на полусинхронных орбитах высотой около 20 200 км. Спутники расположены в шести орбитальных плоскостях с наклоном 55 градусов к экватору. Такая конфигурация обеспечивает видимость минимум шести спутников из любой точки Земли. Для определения трехмерного местоположения и коррекции ошибок часов приемника требуется сигнал как минимум от четырех спутников [14-16]. Точность системы такова, что ошибка в три наносекунды может привести к погрешности в один метр. По состоянию на 2014 год в эксплуатации находилось 30 из 67 запущенных спутников.

Сегмент управления включает главную контрольную станцию (MCS), станции мониторинга (MS) и наземные антенны (GA). MCS управляет спутники, обновляет навигационные сигналы и управляет их орбитами. станции мониторинга отслеживают спутники и собирают данные, а наземные антенны передают информацию о часах и эфемеридах на спутники.

Сегмент пользователей состоит из GPS-приемников, которые принимают и обрабатывают спутниковые сигналы. Эти приемники могут быть автономными или интегрированными в другие системы. Их функциональность зависит от назначения: навигация, определение местоположения, синхронизация времени или геодезия.

Пилоты используют GPS для навигации по маршруту, захода на посадку и планирования полетов. Однако система имеет ограничения, такие как ухудшение сигнала из-за погодных условий или преднамеренных помех. Сигналы GPS также могут отражаться от поверхностей, что приводит к ошибкам в определении местоположения.

GPS подвержена помехам и глушению, что может нарушить работу системы. Для повышения точности и надежности GPS часто интегрируют с инерциальными навигационными системами (INS). Например, в полярных регионах, где сигналы GPS слабеют, INS обеспечивает точную навигацию. Современные комбинированные системы GPS/INS минимизируют дрейф и повышают точность, особенно в условиях динамичных маневров. GPS играет ключевую роль в современной авиации, обеспечивая точную навигацию и синхронизацию. Однако ее эффективность зависит от интеграции с другими системами, такими как INS, для компенсации ограничений и повышения надежности в сложных условиях.

Всемирная геодезическая система, или WGS84, была впервые внедрена в 1984 году. Это всемирная система геодезических параметров Земли (CTRS), используемая в настоящее время для практического картографирования, создания наземных карт и навигационных приложений. Это система отсчета, которую использует GPS. Для определения WGS84 Международной службой вращения Земли (MCB3/IERS) были использованы следующие критерии [17,18]:

- геоцентрический центр масс определяется для всей планеты, включая атмосферу и океаны.
- ориентация Bureau International de l'Heure (BIH) в 1984 году послужила его первым ориентиром.
- что касается земной коры, то ее ориентационная эволюция со временем не создает остаточного глобального вращения.

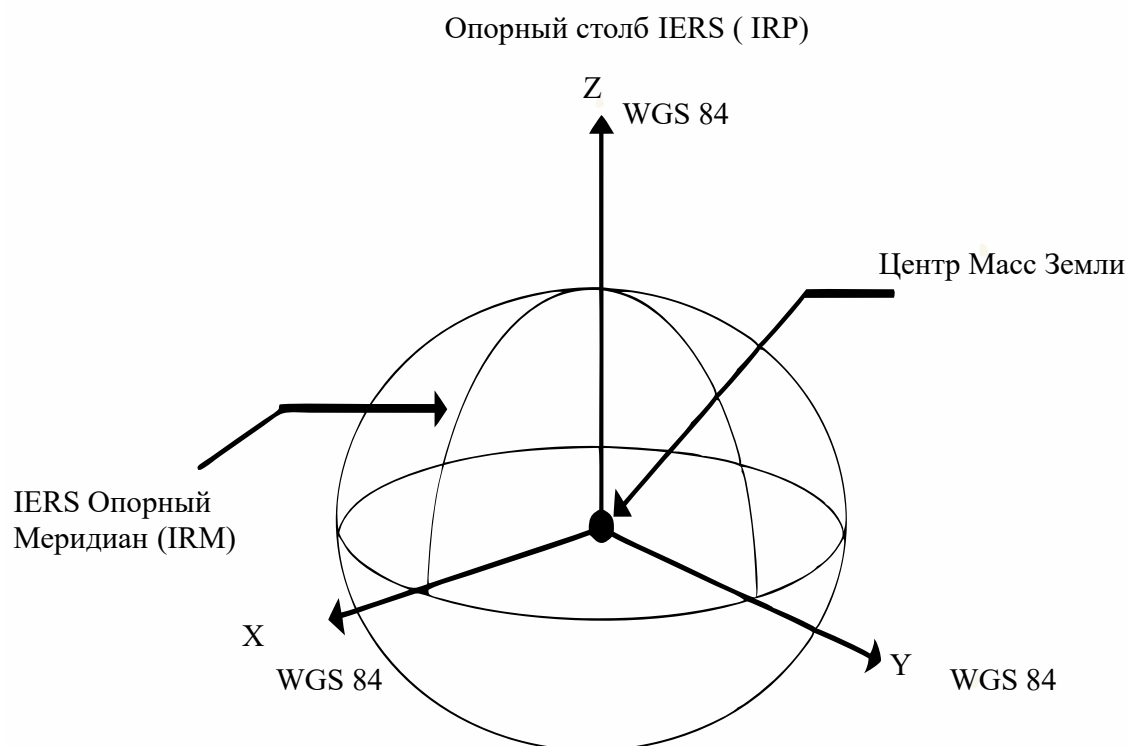


Рис.1.3. Определение системы координат WGS84

Для каждого глобального геодезического применения необходимо точно описать три отдельные поверхности: топографическую поверхность Земли, которая включает топологию рельеф и дна океана; эллипсоидную математическую справочную поверхность; и геоид-эквипотенциальную поверхность.

1.4 Инерциальная навигационная система

Инерциальная навигационная система (ИНС/INS) — система навигации, которая использует акселерометры и гироскопы для определения положения летательного аппарата (ЛА) без необходимости каких-либо других внешних систем. Обычно эта система построена с тремя гироскопами для измерения вращения вокруг каждой оси и тремя акселерометрами для записи ускорения вдоль каждой пространственной оси. Размещение акселерометров и гироскопов выстраивает их оси в следующих направлениях: восток-запад, север-юг и направление нормали к этой плоскости (вертикальная ось, обозначающая высоту). После

получения скорости и повторного интегрирования выходных данных можно определить положение, зная ускорение вдоль оси. Гироскопы работают по тому же принципу; при вращении (вокруг их входных осей) они обеспечивают пропорциональный выход углу, через который они были повернуты. Можно реализовать метод прецессии входной оси со скоростью, пропорциональной входному току, путем интегрирования выхода гироскопа [19].

Фундаментальная платформа INS, также известная как инерциальная справочная единица (IRU), представлена на рис 1.4. Она состоит из группы акселерометров и гироскопов. Датчики крепко закреплены на общей платформе для сохранения идентичного относительного позиционирования.

Электронные компоненты и навигационные процессоры (один или несколько), которые составляют полный INS/ИНС, также вычисляют гравитационное ускорение, которое не измеряется акселерометрами, и двойное интегрирование сетевого ускорения, чтобы отслеживать положение воздушного судна. Положение, скорость, ускорение, угловые соотношения и направление самолета можно определить с помощью этой технологии.

Важно отметить, что ИНС имеет некоторые связанные с ней ошибки. Например, если первоначальный наклон отличается от нуля, может произойти ошибка начального наклона, если ЛА находится в неподвижном состоянии. Это означает, что акселерометры будут измерять значение ускорения, которое отличается от нуля, вызывая колебания сигналов скорости и положения [20]. Как правило, дефекты дрейфа в гироскопах приводят к колебаниям ускорения и неточности скорости, даже в случае незначительных дефектов дрейфа. Однако существует множество дополнительных потенциальных источников ошибок, включая нелинейность, факторы масштаба и инструментальное несовпадение.

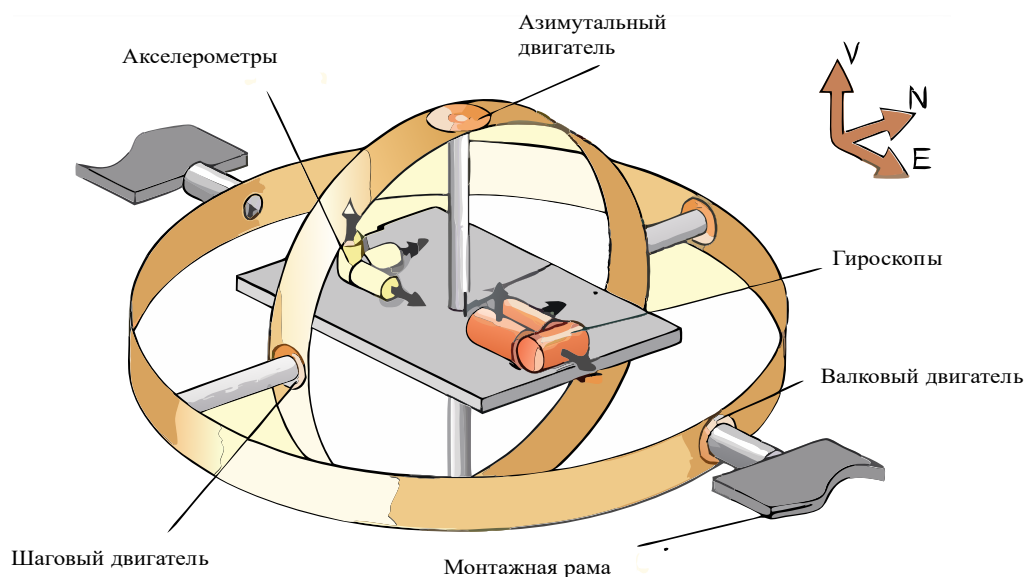


Рис.1.4. Блок-схема IRS

Устойчивое развитие технологий точной навигации является примечательным событием. Способы навигации самолетов в небе были полностью изменены благодаря передовым технологиям, таким как спутниковая навигация и GPS [21]. Благодаря повышенной точности, которую предлагают эти технологии, пилоты могут следовать точным маршрутам и максимизировать топливную эффективность.

Включение искусственного интеллекта в навигационные системы является еще одним значительным достижением. Системы искусственного интеллекта способны быстро оценивать огромные объемы данных, предоставляя пилотам ценную информацию и возможности прогнозирования [22, 23]. В результате становится возможным упреждающее принятие решений, повышающее общую безопасность полетов.

1.5 Система воздушных сигналов

Система воздушного сигнала является одной из наиболее важных систем летательного аппарата, обеспечивающей измерение и вычисление ключевых параметров полета, таких как воздушная скорость, высота,

температура наружного воздуха и число Маха [24]. Полученные данные критически важны для безопасного и эффективного управления летательным аппаратом, а также для корректной работы других бортовых систем, включая автопилот, навигационный комплекс и системы управления силовой установкой.

1.5.1 Основные функции системы воздушных сигналов

1. Измерение истинной воздушной скорости:
Воздушная скорость определяется относительно окружающей воздушной среды с использованием приемников воздушного давления. Этот параметр необходим для управления летательным аппаратом, расчета аэродинамических нагрузок и оптимизации режимов полета. На больших скоростях и высотах корректное определение истинной воздушной скорости особенно важно для предотвращения критических режимов, таких как сваливание.
2. Определение барометрической высоты:
Высота полета вычисляется на основе статического давления воздуха с использованием стандартной атмосферной модели. Данные о высоте используются для навигации, управления вертикальным профилем полета и обеспечения безопасного полета воздушных судов.
3. Измерение температуры наружного воздуха:
Температура окружающей среды регистрируется специализированными датчиками и используется для расчета истинной воздушной скорости, числа Маха, а также для коррекции работы двигателей и других систем.
4. Вычисление числа Маха:
Число Маха представляет собой отношение скорости летательного аппарата к скорости звука в данной среде. Этот параметр особенно

важен для высокоскоростных и высотных полетов, так как определяет критические режимы, связанные с волновым сопротивлением и аэродинамическим нагревом.

5. Определение углов атаки и скольжения: Угол атаки – это угол между направлением набегающего потока воздуха и хордой крыла, а угол скольжения характеризует боковое отклонение летательного аппарата от вектора скорости. Эти параметры измеряются специализированными датчиками и используются для оценки аэродинамической эффективности, предотвращения сваливания и оптимизации управления.

1.5.2 Основные компоненты системы воздушных сигналов

- приемники воздушного давления предназначены для измерения полного и статического давления. Полное давление используется для расчета воздушной скорости, а статическое – для определения высоты;
- датчики температуры наружного воздуха включают термоанемометры, термопары и платиновые термометры сопротивления, обеспечивающие высокую точность измерений в широком диапазоне температур;
- блок обработки данных выполняет математические расчеты на основе полученных данных, включая вычисление воздушной скорости, высоты, числа Маха и других параметров;
- датчики углов атаки и скольжения могут быть механическими, ультразвуковыми или оптическими. В ряде современных летательных аппаратов применяются многоканальные системы для повышения надежности;

- интерфейсы взаимодействия с другими системами
- Система воздушного сигнала передает данные в автопилот, навигационную систему, бортовые компьютеры и системы управления двигателями, обеспечивая согласованную работу всех узлов летательного аппарата.

1.5.3 Принцип работы системы воздушных сигналов

Для определения ключевых параметров полёта система измеряет полное давление ($P_{\text{полное}}$), регистрируемое в набегающем потоке, и статическое давление ($P_{\text{статическое}}$), фиксируемое в зоне с минимальным влиянием скорости. Разность этих давлений ($P_{\text{полное}} - P_{\text{статическое}}$) используется для вычисления воздушной скорости. Параллельно датчики измеряют температуру наружного воздуха, которая влияет на плотность среды (ρ) и скорость звука (a).

На основе полученных данных рассчитываются следующие параметры:

- истинная воздушная скорость:

$$V = \sqrt{\frac{2(P_{\text{полное}} - P_{\text{статическое}})}{\rho}}. \quad (1.5.3.1)$$

- барометрическая высота определяется по стандартной атмосферной модели, используя статическое давление.
- число Маха:

$$M = \frac{V}{a}, \quad (1.5.3.2)$$

где $a = \sqrt{\gamma RT}$,

γ — показатель адиабаты,

R — газовая постоянная,

T — абсолютная температура.

Современные воздушные сигнальные системы отличаются высокой точностью измерений, обеспечивая минимальную погрешность даже в сложных условиях. Их надёжность и отказоустойчивость достигаются за счёт резервирования критических компонентов, а гибкость интеграции позволяет легко встраивать их в цифровые бортовые комплексы. Кроме того, система адаптируется к изменяющимся условиям полёта, автоматически корректируя расчёты с учётом температуры и давления [25].

Будущее развитие систем воздушных сигналов связано с применением новых материалов, таких как композиты и наноструктуры, для повышения точности и долговечности. Микроэлектромеханические системы позволяют уменьшить габариты компонентов. Внедрение беспроводных технологий снизит массу и сложность проводных соединений, а многоканальные и само-диагностируемые системы повысят отказоустойчивость. Эти инновации обеспечат более точные и надёжные измерения в авиации будущего.

Система воздушного сигнала остается критически важным элементом летательного аппарата, обеспечивающим точное измерение и расчет параметров полета. Несмотря на высокую надежность современных систем, дальнейшее развитие требует внедрения инновационных решений, включая цифровые технологии, новые материалы и методы обработки данных. Это позволит повысить безопасность, эффективность и автономность авиационных систем в будущем.

Несмотря на совершенство технологии, существуют зависимость от внешних условий (обледенение, турбулентность, загрязнение датчиков) и необходимость регулярной калибровки, требующая специализированного оборудования. В аварийных ситуациях возможна частичная или полная потеря функциональности при отказе датчиков. Более того, для беспилотных летательных аппаратов, где масса и энергопотребление

критичны, минимизация числа датчиков при сохранении точности измерений является важной задачей.

1.6 Процесс сбора полетных данных и предварительная обработка данных: устранение погрешностей и подготовка к моделированию

Для сбора полетных данных используются блоки сбора полетных данных, которые получают измерения различных параметров от датчиков и систем авионики. После этого эти данные хранятся в цифровом регистраторе данных ACMS (DAR), регистраторе быстрого доступа (QAR) и регистраторе полетных данных (FDR). В целях повышения безопасности полетов любая авиакомпания, эксплуатирующая коммерческие самолеты с превышением определенного веса, должна регулярно собирать и анализировать эти данные [26].

Многочисленные датчики и системы авионики передают дискретные, аналоговые и цифровые параметры модуль сбора полетных данных (FDAU), который затем отправляет их в регистратор полетных данных (FDR) и, если он установлен, в регистратор быстрого доступа (QAR). В зависимости от производителя воздушного судна для передачи информации из FDAU в FDR используются отдельные форматы данных. FDAU, как правило, не может обрабатывать цифровые сигналы; вместо этого он собирает образцы, определяет условия и оцифровывает аналоговый сигнал, который представляет функции самолета. Для поддержки профилактического обслуживания и расследования причин системных инцидентов цифровой регистратор ACMS (DAR) регистрирует характеристики полета на борту. Чаще всего вращающиеся компоненты, включая вентиляторы, компрессоры, насосы и двигатели внутреннего сгорания, подвергаются непрерывному контролю состояния. ACMS имеет один или несколько регистраторов быстрого доступа, которые облегчают

получение необработанных данных, собранных различными системными датчиками.

Перед тем как быть проверены человеком, сырые данные, как правило, подвергаются компьютерному анализу, чтобы выявить тенденции и отклонения [27].

Рабочая станция — это устройство, которое необходимо использовать для отслеживания и мониторинга данных полета. Для программы анализа полетных данных (FOQA) должна быть разработана программа системы мониторинга полетов, которая может обрабатывать данные, имеющиеся у регистраторов воздушных судов, и составлять отчеты на основе собранной информации [27]. Зарегистрированные данные полета могут отправляться через беспроводную сеть или храниться на оптических дисках, картах PC Card (ранее известных как PCMCIA). Затем необработанные данные о полете читаются соответствующим оборудованием в департаменте данных о полетах, а рабочая станция, где создаются отчеты и статистический анализ, анализирует и расшифровывает их. Маршрут данных полета от сбора данных до вывода рабочей станции разъясняется на рисунке Рис.1.6.1.

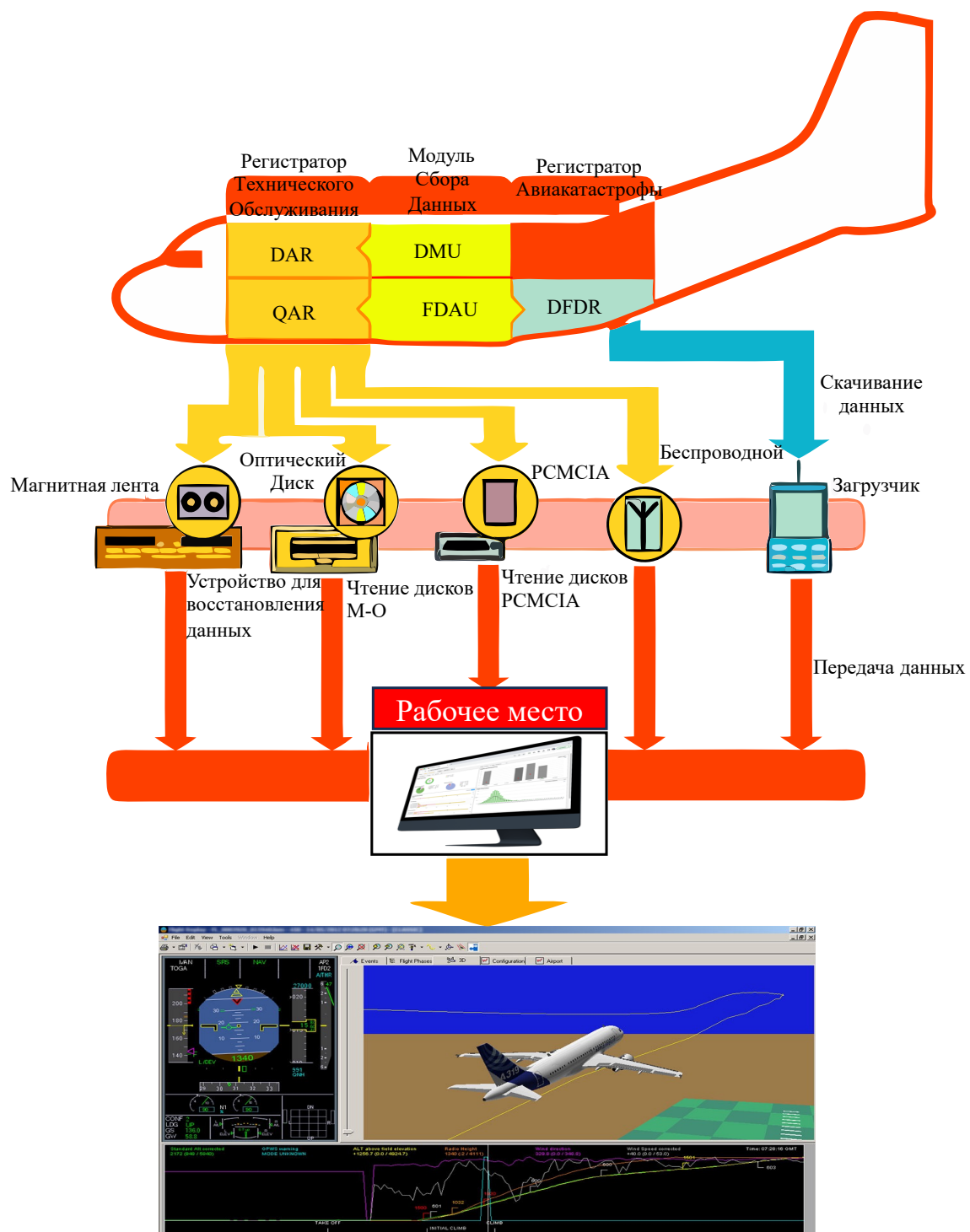


Рис.1.6.1. Процесс сбора полетных данных

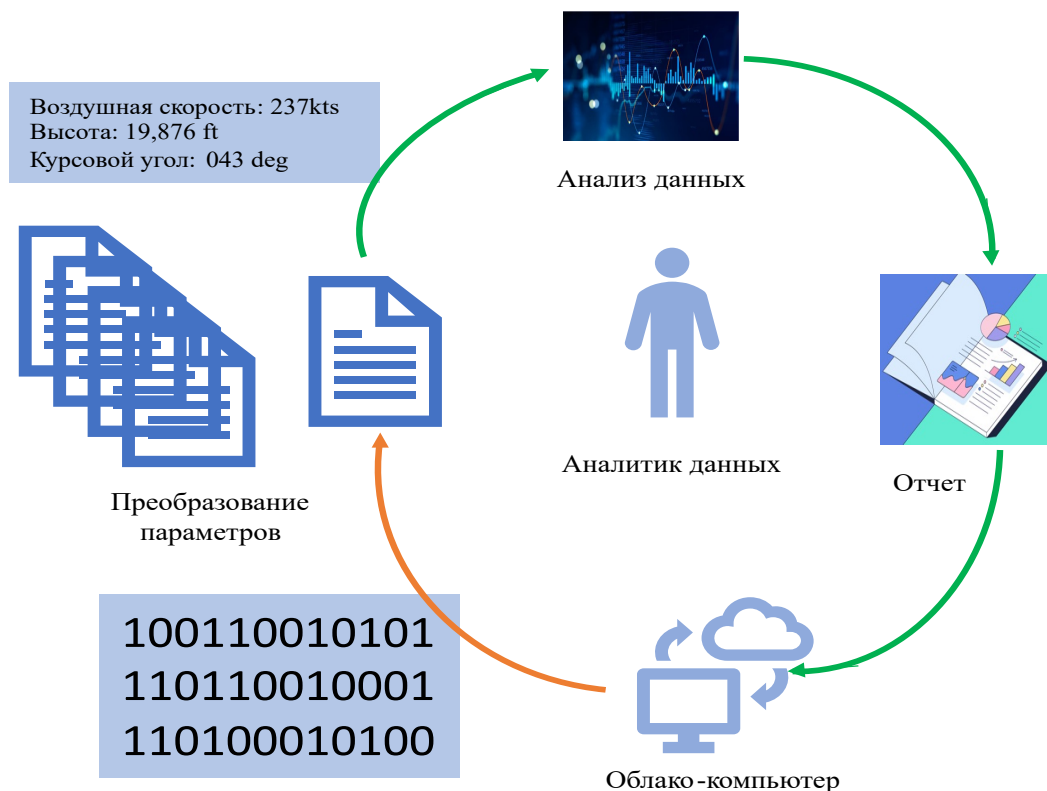


Рис.1.6.2. Рабочее место

Точная обработка данных, полученных с бортовых датчиков летательного аппарата (ЛА), является критически важным этапом для обеспечения достоверности последующего моделирования и анализа [28]. Используются методы и средства для обработки полетных данных перед их использованием в моделировании. Основное внимание уделяется коррекции систематических погрешностей измерений, учету динамических эффектов и подготовке данных для их интеграции в математической модели движения ЛА. Целью является повышение точности моделирования за счет устранения погрешностей в исходных данных.

Данные, поступающие с бортовых датчиков, содержат следующие типы погрешностей [29]:

- систематические погрешности (смещения): они являются постоянными отклонениями измеряемых величин, например, смещения в показаниях угловых скоростей или перегрузок;
- динамические погрешности: они обусловлены, например, расположением датчиков относительно центра масс ЛА и проявляются при вращательном движении;
- влияние внешней среды: например, воздействие ветра, которое не измеряется напрямую, но влияет на измерения датчиков.
- шумы: случайные погрешности в данных, вызванные электрическими, механическими и другими факторами.

Учет этих погрешностей необходим для того, чтобы данные, используемые в моделировании, соответствовали реальному состоянию ЛА [29]. Систематические погрешности, такие как смещения в измерениях угловых скоростей или перегрузок, устраняются путем введения поправок. Например:

- смещения угловых скоростей: вводятся коррекции к измеренным значениям угловых скоростей крена, тангажа и рыскания:

$$\omega_{x, \text{корр}} = \omega_{x, \text{изм}} - C_{\omega_x}, \quad (1.6.1)$$

где C_{ω_x} — постоянное смещение.

- смещения перегрузок: корректируются продольная, нормальная и боковая перегрузки:

$$n_{x, \text{корр}} = n_{x, \text{изм}} - C_{n_x}. \quad (1.6.2)$$

Датчики часто устанавливаются на удалении от центра масс ЛА, что приводит к появлению дополнительных погрешностей при вращательном движении:

- коррекция к углу атаки учитывает влияние угловых скоростей и смещения датчика:

$$\Delta\alpha = \frac{\omega_z x_\alpha - \omega_x z_\alpha}{V}, \quad (1.6.3)$$

где x_α, z_α — координаты датчика относительно центра масс,

V — воздушная скорость.

- коррекция к перегрузкам компенсирует центробежные и тангенциальные ускорения:

$$\Delta n_y = \frac{1}{g} (\omega_x^2 y_0 + \omega_z^2 y_0 - \omega_x \omega_z x_0), \quad (1.6.4)$$

где x_0, y_0 — координаты датчика перегрузок.

Для корректного определения истинной воздушной скорости и аэродинамических углов необходимо учитывать скорость ветра:

- оценка скорости ветра определяется горизонтальная и вертикальная составляющие ветра:

$$V_{Wx} = V_{gx} - V_{ax}, \quad (1.6.5)$$

где V_{gx} — скорость ЛА относительно земли,

V_{ax} — воздушная скорость.

- коррекция угла атаки и скольжения учитывается влияние ветра на набегающий поток:

$$\alpha_{ист} = \alpha_{изм} + \Delta\alpha_{ветер}. \quad (1.6.6)$$

Предварительная обработка данных бортовых измерений включает коррекцию систематических и динамических погрешностей, учет влияния внешней среды и фильтрацию шумов [30]. Эти шаги обеспечивают высокую точность моделирования, что важно для анализа характеристик ЛА, проектирования систем управления и оценки безопасности полетов. Применение описанных методов позволяет значительно повысить достоверность результатов моделирования.

1.7 Основные существующие методы обработки данных бортовых и навигационных систем

Летные испытания являются важным этапом в разработке и сертификации летательных аппаратов (ЛА). Они позволяют оценить характеристики ЛА, проверить его системы и выявить возможные недостатки. Для обработки данных, полученных в ходе летных испытаний, применяются различные методы, которые можно разделить на несколько категорий: методы идентификации параметров, методы комплексирования данных от различных датчиков, методы фильтрации данных, методы анализа спектра, методы конечных разностей и другие методы обработки полетных данных.

1.7.1 Методы параметрической идентификации

В работе [31] на основе метода параметрической идентификации выполняются оценки систематических погрешностей измерений воздушной скорости, углов атаки и скольжения используя данные, полученных от спутниковой навигационной системы (СНС). Этот метод позволяет оценить параметры, характеризующие погрешности измерений, и одновременно определить скорость ветра. Основная идея метода заключается в том, что три проекции скорости ветра в точке нахождения самолета оцениваются одновременно с параметрами, характеризующими систематические погрешности измерения воздушной скорости и аэродинамических углов.

Алгоритм выполняет задачу идентификации на 4 этапа:

1. Модель объекта: уравнения проекций воздушной скорости в земной системе координат:

$$V_{xga}(t_i) = V_{xg_{cuc}}(t_i) + V_{xgw}, \quad (1.7.1.1)$$

где $V_{xg_{cuc}}$ — измеренные значения проекций скорости,

V_{xg_w} — проекции скорости ветра. Аналогичные уравнения записываются для проекций скорости по осям y и z .

2. Модель наблюдений:

$$z_1(t_i) = V_a(t_i) + C_V + \xi_v(t_i), \quad (1.7.1.2)$$

где C_V — постоянная составляющая погрешности измерения скорости,
 $\xi_v(t_i)$ — шум измерений,
 V_a — вектор скорости.

Аналогичные уравнения записываются для углов атаки и скольжения (α_u и β_u):

$$z_2(t_i) = K_\alpha \alpha_u(t_i) + C_\alpha + \xi_\alpha(t_i), \quad (1.7.1.3)$$

$$z_3(t_i) = K_\beta \beta_u(t_i) + C_\beta + \xi_\beta(t_i), \quad (1.7.1.4)$$

где K_α и K_β — коэффициенты наклона градуировочных характеристик датчиков углов атаки и скольжения,

C_α и C_β — постоянные составляющие погрешностей измерений углов атаки и скольжения,

$\xi_\alpha(t_i)$ и $\xi_\beta(t_i)$ — шумы измерений.

3. Идентификация параметров: используется метод максимума правдоподобия для минимизации функционала:

$$\begin{aligned} J(a) = \sum_{i=1}^N (z(t_i) \\ - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i))^T R^{-1}(t_i) (z(t_i) \\ - h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i)))) \end{aligned} \quad (1.7.1.5)$$

где $h(\hat{y}(t_i), a, u(t_i))$ — модель наблюдений,

$R(t_i)$ — матрица весовых коэффициентов,

a — вектор идентифицируемых параметров.

4. Решение задачи оптимизации: для минимизации функционала в (1.7.1.5) используется метод Ньютона:

$$\hat{a}_{k+1} = a_k - \left(\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right)^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}, \quad (1.7.1.6)$$

где $\frac{dJ(a_k)}{da_k}$ и $\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2}$ вычисляются численно.

Представленный метод обладает рядом существенных преимуществ, включая возможность использования широкого набора полётных манёвров, что повышает гибкость его применения в различных условиях. Он обеспечивает высокую точность оценки погрешностей, а также позволяет одновременно определять скорость ветра и систематические погрешности измерений, что делает его эффективным для комплексного анализа. Однако метод имеет и некоторые ограничения: для его работы требуется значительный объём данных, что может усложнить процесс идентификации параметров. Кроме того, точность результатов зависит от корректности измерений спутниковой навигационной системы (СНС), а также от наличия точной математической модели объекта. Эти факторы необходимо учитывать при проектировании и эксплуатации системы для минимизации потенциальных ошибок.

В работе [32] описан метод, который используется для восстановления угловых скоростей и углов ориентации ЛА на основе данных о перегрузках и проекциях скорости. Метод основан на прямом поиске оптимального управления с использованием параметризации искомых сигналов. Алгоритм данного метода включает следующие этапы:

1. Параметризация сигналов: например, углы ориентации аппроксимируются кубическими сплайнами:

$$S(t) = \phi_1(e)f_i + \phi_2(e)f_{i+1} + \phi_3(e)h_i f'_i + \phi_4(e)h_i f'_{i+1}, \quad (1.7.1.7)$$

где $\phi_1(e) = (1 - e)^2(1 + 2e)$, $\phi_2(e) = e^2(3 - 2e)$, $\phi_3(e) = e(1 - e)^2$, $\phi_4(e) = -e^2(1 - e)$, $h_i = t_{i+1} - t_i$, $e = \frac{(t-t_i)}{h_i}$.

2. Оптимизация: используется метод роя частиц для минимизации функционала:

$$J(x, u) = \int_{t_0}^T (V_g - \tilde{V}_g)^T (V_g - \tilde{V}_g) dt, \quad (1.7.1.8)$$

где V_g — проекции скорости в земной системе координат,
 $\tilde{V}_g$ — измеренные значения проекций скорости.

3. Решение задачи оптимизации: метод роя частиц предполагает случайное распределение частиц в пространстве поиска и их движение под влиянием собственной скорости и информации о положении других частиц:

$$v_i = wv_i + R(0, c)(p_g - x_i) + R(0, c)(p_p - x_i), \quad (1.7.1.9)$$

где v_i — скорость частицы,
 w — весовой коэффициент инерции,
 c — весовой коэффициент, учитывающий влияние других частиц,
 p_g — лучшая позиция частицы,
 x_i — текущее положение i -й частицы в пространстве поиска,
 p_p — предыдущая лучшая позиция.

Ключевые преимущества метода включают уникальную возможность восстановления летных параметров даже в условиях отсутствия их прямых измерений, что существенно расширяет область применения [32, 33]. Метод демонстрирует повышенную точность за счет интегрирования моделей динамики полета, позволяя одновременно обрабатывать и анализировать значительное количество параметров системы.

Основные ограничения метода связаны с высокими требованиями к вычислительным ресурсам, что может затруднять реализацию в системах с ограниченной производительностью. Особенно заметным недостатком является низкая точность оценки угла рыскания, требующая привлечения дополнительных источников информации. Кроме того, используемый

алгоритм роя частиц в некоторых случаях выдает оптимальные решения, что может снижать общую эффективность метода в критически важных приложениях [32].

Метод наименьших квадратов (МНК) является одним из наиболее распространенных методов идентификации параметров [34,35]. Он используется для минимизации суммы квадратов отклонений между измеренными и расчетными значениями параметров.

Алгоритм МНК включает следующие этапы:

1. Формулировка задачи: пусть имеется набор измерений y_i и модель, зависящая от параметров a :

$$y_i = f(x_i, a) + \epsilon_i, \quad (1.7.1.10)$$

где ϵ_i — ошибка измерений.

2. Минимизация функционала: задача заключается в минимизации суммы квадратов отклонений:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N (y_i - f(x_i, a))^2. \quad (1.7.1.11)$$

3. Решение задачи: для линейных моделей решение может быть найдено аналитически:

$$a = (X^T X)^{-1} X^T y, \quad (1.7.1.12)$$

где X — матрица регрессоров,

y — вектор измерений.

Основные преимущества данного подхода заключаются в его простоте реализации, что делает его доступным для широкого круга пользователей. Метод демонстрирует высокую точность при работе с линейными моделями, обеспечивая надежные результаты. Благодаря своей универсальности, он нашел широкое применение в различных инженерных и научных областях.

Ограничения метода проявляются в его чувствительности к аномальным значениям в исходных данных, что может существенно искажать конечные результаты. Кроме того, базовый вариант метода не подходит для анализа нелинейных зависимостей без проведения дополнительных модификаций алгоритма. Рекомендации по применению включают предварительную фильтрацию данных для устранения выбросов и рассмотрение расширенных версий алгоритма при работе с нелинейными системами. Эти меры позволяют существенно повысить эффективность метода в сложных условиях.

Метод максимального правдоподобия (ММП) используется для оценки параметров модели, максимизируя функцию правдоподобия, которая зависит от вероятности наблюдения данных при заданных параметрах [36].

Алгоритм метода выполняется на три шагах:

1. Формулировка задачи: пусть имеется набор измерений y_i и модель $f(x_i, a)$, зависящая от параметров a :

$$y_i = f(x_i, a) + \epsilon_i, \quad (1.7.1.13)$$

где ϵ_i — ошибка измерений, предполагаемая нормально распределенной.

2. Функция правдоподобия: функция правдоподобия определяется как:

$$L(a) = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(y_i - f(x_i, a))^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1.7.1.14)$$

где N — количество измерений,

y_i — наблюдаемые значения,

x_i — входные данные (например, время или управляющие воздействия),

$f(x_i, a)$ — модельная функция, зависящая от параметров a ,

σ^2 — дисперсия ошибки измерений (предполагается постоянной и известной).

3. Максимизация функции правдоподобия: задача заключается в максимизации функции правдоподобия:

$$\hat{a} = \operatorname{argmax}_a L(a). \quad (1.7.1.15)$$

Данный метод обеспечивает высокую точность оценки параметров за счет строгого математического аппарата, что делает его надежным инструментом для задач идентификации. Важным достоинством является учет статистических свойств ошибок измерений, что позволяет минимизировать влияние случайных погрешностей и повысить достоверность результатов. Эффективность метода зависит от априорного знания распределения ошибок, что может затруднить его применение в условиях неопределенности. Кроме того, для сложных моделей возрастает вычислительная сложность, что требует значительных ресурсов и оптимизации алгоритмов. Для повышения эффективности метода целесообразно использовать предварительный анализ данных для оценки распределения ошибок. Применять упрощенные аппроксимации или методы регуляризации для снижения вычислительной нагрузки. Комбинировать с другими методами идентификации в случае работы со сложными нелинейными моделями. Интеграция с методами машинного обучения и адаптивными фильтрами может расширить область применения и снизить зависимость от априорных предположений.

Кроме описанных выше методов параметрической идентификации, используется еще модифицированный метод Ньютона особенно полезен в случаях, когда классический метод Ньютона может быть неэффективен из-за сложности вычисления вторых производных или плохой обусловленности задачи. Модифицированный метод Ньютона упрощает вычисления, заменяя точное вычисление гессиана (матрицы вторых производных) на его аппроксимацию или используя другие стратегии для ускорения сходимости.

1.7.2 Методы комплексирования данных от различных датчиков

В [37] метод комплексирования данных акселерометров и спутниковой навигационной системы (СНС) используется для восстановления углов ориентации летательного аппарата (ЛА) на основе данных о перегрузках и проекциях скорости. Этот метод позволяет объединить данные от различных датчиков для повышения точности оценки параметров полета.

Алгоритм сочетает следующие этапы:

1. Определение проекций ускорения: проекции ускорения в связанной системе координат определяются на основе данных акселерометров:

$$a_x = g(n_x - \sin\vartheta), \quad (1.7.2.1)$$

$$a_y = g(n_y - \cos\vartheta \cos\gamma), \quad (1.7.2.2)$$

$$a_z = g(n_z + \cos\vartheta \sin\gamma), \quad (1.7.2.3)$$

где n_x, n_y, n_z — перегрузки, измеренные акселерометрами,

ϑ — угол тангажа,

γ — угол крена,

g — ускорение свободного падения.

2. Пересчет ускорений в земную систему координат: используя матрицу перехода из связанной системы координат в земную, проекции ускорений пересчитываются в земную систему координат:

$$\begin{bmatrix} a_{xg} \\ a_{yg} \\ a_{zg} \end{bmatrix} = U \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_z \end{bmatrix}, \quad (1.7.2.4)$$

где U — матрица перехода, зависящая от углов ориентации ЛА.

3. Интегрирование ускорений: проекции скорости в земной системе координат получаются путем интегрирования ускорений

$$V_{xg}(t) = V_{xg}(t_0) + \int_{t_0}^t a_{xg}(\tau) d\tau, \quad (1.7.2.5)$$

$$V_{yg}(t) = V_{yg}(t_0) + \int_{t_0}^t a_{yg}(\tau) d\tau, \quad (1.7.2.6)$$

$$V_{zg}(t) = V_{zg}(t_0) + \int_{t_0}^t a_{zg}(\tau) d\tau. \quad (1.7.2.7)$$

4. Оценка углов ориентации: углы ориентации ЛА определяются с использованием кинематических уравнений Эйлера

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_x \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma, \quad (1.7.2.8)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \tan\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), \quad (1.7.2.9)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos\vartheta} (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), \quad (1.7.2.10)$$

где $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости относительно связанных осей.

Данный метод позволяет восстанавливать углы ориентации без применения специализированных датчиков (например, гироскопов), что снижает стоимость и сложность системы. При наличии точных данных от акселерометров и спутниковой навигационной системы (СНС) достигается высокая точность оценок. Кроме того, алгоритм способен работать в реальном времени, что делает его применимым в бортовых системах управления.

Точность метода сильно зависит от качества измерений акселерометров — любые погрешности или смещения нуля могут привести к значительным ошибкам. Для определения угла рыскания требуется дополнительная информация, так как акселерометры и СНС не всегда обеспечивают достаточные данные для его точной оценки. Также метод чувствителен к шумам и погрешностям измерений, что может потребовать дополнительной фильтрации сигналов.

1.7.3 Анализ спектрального состава сигналов

Метод анализа спектрального состава используется для выявления частотных характеристик сигналов, полученных в ходе летных испытаний

[38]. Этот метод позволяет определить резонансные частоты, выявить возможные проблемы в конструкции ЛА и оценить динамические характеристики системы.

Алгоритм может включать следующие перечисленные этапы [38]:

1. Преобразование Фурье: для анализа спектра сигнала используется преобразование Фурье, которое переводит сигнал из временной области в частотную

$$X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi f t} dt, \quad (1.7.3.1)$$

где $x(t)$ — исходный сигнал,

$X(f)$ — спектр сигнала,

f — частота.

2. Дискретное преобразование Фурье (DFT): для цифровых сигналов используется дискретное преобразование Фурье формула, которого описана в (1.7.3.2)

$$X_k = \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{-\frac{j2\pi kn}{N}}, \quad (1.7.3.2)$$

где x_n — дискретные значения сигнала,

X_k — спектр сигнала на частоте k ,

N — количество отсчетов.

6. Быстрое преобразование Фурье (FFT): для ускорения вычислений используется быстрое преобразование Фурье (FFT), которое является оптимизированным вариантом DFT:

$$X_k = \text{FFT}(x_n). \quad (1.7.3.3)$$

Спектральный анализ позволяет выявить ключевые частотные компоненты сигнала, включая резонансные частоты, гармонические составляющие и шумовые характеристики. Этот метод обладает рядом важных преимуществ, среди которых следует отметить способность

обнаруживать скрытые частотные характеристики, что особенно ценно при диагностике сложных систем. Простота реализации алгоритмов спектрального анализа сочетается с возможностью эффективной обработки больших массивов данных, что делает метод универсальным инструментом в различных приложениях.

Однако метод имеет определенные ограничения, для получения достоверных результатов требуется значительный объем исходных данных, что может быть проблематичным в условиях ограниченного времени измерений. Кроме того, при малом количестве отсчетов наблюдается снижение разрешающей способности метода, что ограничивает его применение для анализа кратковременных или слабовыраженных частотных компонентов. Эти особенности необходимо учитывать при выборе методики обработки сигналов для конкретных практических задач.

1.7.4 Методы спектральной плотности мощности

Спектральная плотность мощности (СПМ) используется для оценки распределения мощности сигнала по частотам. Этот метод позволяет определить, на каких частотах сосредоточена основная энергия сигнала [39]. Для стационарного случайного процесса СПМ определяется как преобразование Фурье автокорреляционной функции:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-j2\pi f\tau} d\tau, \quad (1.7.4.1)$$

где $R_{xx}(\tau) = E[x(t)x(t + \tau)]$ - автокорреляционная функция.

τ -временный сдвиг.

Для дискретных сигналов СПМ оценивается через периодограмму:

$$\hat{S}_{xx}(f) = \frac{1}{f_s N} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-\frac{j2\pi f n}{f_s}} \right\}^2, \quad (1.7.4.2)$$

где $\hat{S}_{xx}(f)$ - оценка спектральной плотности мощности (СПМ) сигнала на частоте f ,

f_s - частота дискретизации сигнала; единицы: Гц (отсчётов/секунду), определяет верхнюю границу частотного диапазона (частота Найквиста $\frac{f_s}{2}$),

N - количество отсчётов в анализируемом отрезке сигнала,

$x[n]$ - дискретные отсчёты входного сигнала; $n = 0, 1, \dots, N - 1$ - временной индекс; единицы соответствуют физической величине сигнала (В, м/с² и т.д.),

$e^{\frac{j2\pi fn}{f_s}}$ - комплексная экспонента для частотного анализа; реализует дискретное преобразование Фурье.

Два основных метода часто используются для оценки СПМ:

1. Прямой метод периодограммы представляет собой классический подход к оценке спектральной плотности мощности. Алгоритм включает три последовательных этапа: сначала вычисляется дискретное преобразование Фурье (ДПФ) анализируемого сигнала, затем производится возведение модуля полученного спектра в квадрат, и наконец выполняется нормировка результатов. Однако этот метод обладает существенными недостатками: высокой дисперсией оценок и выраженным эффектом спектрального размытия, что снижает точность и надежность получаемых результатов.
2. Метод Уэлча, являющийся основным используемым подходом в современных приложениях, был разработан для преодоления ограничений прямой периодограммы. Этот метод основан на усреднении модифицированных периодограмм, вычисленных для перекрывающихся сегментов сигнала. Ключевые особенности метода Уэлча включают применение весовых окон для уменьшения эффектов спектрального просачивания и процедуру усреднения для снижения дисперсии оценок. В результате достигается существенное улучшение

качества спектральных оценок по сравнению с классической периодограммой, что делает данный метод предпочтительным выбором для практического спектрального анализа.

Математическая формулировка метода Уэлча выражается следующим уравнением:

$$\hat{S}_{xx}^{Welch}(f) = \frac{1}{K} \sum_{i=1}^K \frac{1}{LU} \left\{ \sum_{n=0}^{L-1} x_i[n] w[n] e^{-\frac{j2\pi f n}{f_s}} \right\}^2 \quad (1.7.4.1.1)$$

где K - количество сегментов,

L - длина сегмента,

$U = \frac{1}{L} \sum w^2[n]$ - нормировочный коэффициент,

$w[n]$ - оконная функция (Ханна, Хэмминга и др.); перекрытие сегментов: 50-75%; длина окна: баланс между разрешением и дисперсией.

До применения метода необходимо выполнять предварительную обработку сигнала:

- удаление тренда:

$$x_{detrended}[n] = x[n] - \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x[k], \quad (1.7.4.1.2)$$

где $x[n]$ -исходный сигнал,

N -длина сигнала.

- применение оконной функции (пример для окна Ханна):

$$w[n] = 0.5 \left(1 - \cos \left(\frac{2\pi n}{L-1} \right) \right), \quad (1.7.4.1.3)$$

где L -длина окна,

$n=0, 1, \dots, L-1$.

- нулевое дополнение (при необходимости):

$$x_{padded} = \begin{cases} x[n], & 0 \leq n < N \\ 0, & N \leq n < M \end{cases} \quad (1.7.4.1.4)$$

где M -новая длина окна после дополнения нулями.

Расчет СПМ выполняется пошагово: сначала сигнал разбивается на сегменты, затем к каждому сегменту применяется оконная функция, после чего вычисляется ДПФ для каждого сегмента, далее происходит усреднение периодограмм, и, наконец, выполняется коррекция масштаба по формуле $S_{xx}^{corrected}(f) = 2\hat{S}_{xx}^{Welch}(f)$ для получения одностороннего спектра [40].

Методы обработки данных летных испытаний разнообразны. Далее в главах 2 и 3 будут описания и другие методы, такие как традиционные методы численного дифференцирования в том числе методы конечных разностей и другие варианты фильтра Калмана.

Однако методы идентификации параметров, методы комплексирования данных от различных датчиков, фильтрации данных, методы анализа спектра, являются мощными инструментами для оценки характеристик летательных аппаратов. Каждый из этих методов имеет свои достоинства и недостатки, и их выбор зависит от конкретных задач и условий проведения летных испытаний. В целом, использование современных методов обработки данных позволяет повысить точность и надежность оценки характеристик летательных аппаратов.

1.8 Выводы по главе 1

Бортовые измерительные и навигационные системы вносят значительный вклад в повышении безопасности, снижение расхода топлива и уменьшение риска аварий за счет объединения многочисленных точек зрения и знаний. В данной главе рассмотрены преимущества и недостатки бортовых измерительных и навигационных систем современных и перспективных самолетов. Представлена процедура получения данных о полетах. Описаны методы для предварительной обработки полетных

данных, описываются основные существующие методы обработки данных от бортовых измерительных и навигационных систем.

Глава 2 РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ КОМПЛЕКСИРОВАНИЯ И ВОССТАНОВЛЕНИЯ БОРТОВЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Требования к точности бортовых измерительных систем в авиации непрерывно возрастают, однако датчики характеризуются наличием погрешностей, преимущественно случайных и систематических. Данные погрешности оказывают значительное воздействие на процесс решения прикладных задач, включая идентификацию параметров математических моделей движения летательного аппарата. Для определения динамики самолета идентификация параметров играет большую роль. Задача идентификации, как она широко известна, состоит в нахождении модели объекта на основе измерений входных и выходных сигналов объекта [41-43].

Идентификация системы — это процесс определения адекватной математической модели, обычно содержащей дифференциальные уравнения, с неизвестными параметрами, которые должны быть определены косвенно на основе измерений. Что касается методов, используемых при идентификации параметров, широко используются различные методы такие как: метод наименьших квадратов, метод максимального правдоподобия, модифицированный метод Ньютона. Эти методы обычно решают проблемы идентификации с высокой точностью. Таким образом, точность выявленных параметров в значительной степени зависит от уровня фильтрации погрешностей измерений.

При правильно функционирующей измерительной системе выходные сигналы модели должны хорошо совпадать с соответствующими измерениями, произведенными в полете. Несовпадения случайны и, например, для углов атаки и тангажа обычно не превышают десятых долей градуса. Напротив, наличие существенных несоответствий свидетельствует о неучтенных погрешностях измерения [43].

В некоторых случаях источник ошибки можно определить с помощью визуального анализа. Таким образом, на заданных графиках можно легко обнаружить ошибки сдвига времени, которые часто возникают в современных измерительных системах из-за неточной синхронизации информационных потоков от различных бортовых систем. Моделирование измеренных данных обычно включает в себя детерминированные сигналы объекта, например, параметры движения летательного аппарата, и стохастические процессы, такие как погрешности измерений и шум объекта.

В рамках данной диссертации, в частности в главе 2, исследуются новые методы, позволяющие значительно подавлять погрешности измерений по сравнению с существующими методами обработки сигналов.

2.1 Разработка методов оценивания и восстановления систематических погрешностей

Для анализа систематических и случайных погрешностей, рассмотрим следующую постановку задачи. Пусть модели объекта и наблюдения заданы в видах:

$$y'(t) = f(y(t), a, u(t)), \quad (2.1.1)$$

$$z(t) = h(y(t), a, u(t)) + \eta(t_i) + v(t_i), \quad (2.1.2)$$

где $y(t), u(t)$ — векторы выходных и входных сигналов,

$z(t)$ — вектор наблюдений,

$f(t), h(t)$ — известные векторные функции векторных аргументов,

$\eta(t_i)$ — шум наблюдений, представляющий собой векторную последовательность независимых нормальных случайных величин с нулевым средним и известной матрицей дисперсий $R(t)$,

$v(t_i)$ — систематическая погрешность,

a — вектор неизвестных параметров, подлежащих идентификации.

Систематическая погрешность $v(t_i)$ может быть вызвана различными факторами, такими как неидеальность датчиков, неточность модели объекта или внешние возмущения, не учтенные в модели [44]. В отличие от случайной погрешности $\eta(t_i)$, который является случайным и некоррелированным с полезными сигналами системы, систематическая погрешность $v(t_i)$ может быть коррелирована с входными и выходными сигналами системы, что приводит к смещению оценок параметров.

Для анализа влияния систематической погрешности на оценки параметров, рассмотрим функционал качества:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N \left(z(t_i) - \hat{z}(t_{i,a}) \right)^T R^{-1}(t_i) \left(z(t_i) - \hat{z}(t_{i,a}) \right), \quad (2.1.3)$$

где $\hat{z}(t_i, a)$ — вектор оценок прогноза, полученный численным решением уравнений (2.1.1) и (2.1.2) при заданных начальных условиях и $\eta(t_i) = 0$.

Если в наблюдениях присутствует только случайная погрешность $\eta(t_i)$, то оценки параметров a будут несмещенными, так как погрешность не коррелирована с полезными сигналами системы.

$$a \approx a_{\text{ист}} - \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) R^{-1}(t_i) \varphi(t_i)^T \right)^{-1} * \\ * \sum_{t=1}^N \varphi(t_i) R^{-1}(t_i) (z_{\text{ист}}(t_i) - \hat{z}(t_i, a_{\text{ист}})) + \varphi(t_i) R^{-1}(t_i) \eta(t_i), \quad (2.1.4)$$

для истинных параметров $a_{\text{ист}}$: $a \approx a_{\text{ист}}$.

Однако, при наличии систематической погрешности $v(t_i)$, оценки параметров будут смещены. Это смещение можно выразить как:

$$a \approx a_{\text{ucm}} - \left(\sum_{i=1}^N \varphi(t_i) R^{-1}(t_i) \varphi^T(t_i) \right)^{-1} \times \sum_{i=1}^N \varphi(t_i) R^{-1}(t_i) v(t_i), \quad (2.1.5)$$

где $\varphi(t_i) = \frac{dz^T(t_i, a_k)}{da_k}$ — функции чувствительности прогноза по параметрам.

Из выражения (2.1.5) видно, что смещение оценок параметров пропорционально произведению систематической погрешности $v(t_i)$ и функций чувствительности $\varphi(t_i)$. Это смещение может быть значительным, если систематическая погрешность коррелирована с входными сигналами системы. Таким образом, для повышения точности оценок параметров необходимо учитывать как шум измерений, так и систематические погрешности.

2.1.1 Метод оценивания систематических погрешностей углов ориентации, угловых скоростей и перегрузок путем интегрирования угловых скоростей и использования спутниковых измерений трех проекций скорости

Предлагаемый метод базируется на совместной обработке данных, поступающих от датчиков перегрузок, угловых скоростей и измерений спутниковой навигационной системы, определяющей скорость летательного аппарата.

Из общей модели пространственного движения самолета [45] выделены следующие уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha \right. \\ \left. + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \end{aligned} \quad (2.1.1.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\beta}{dt} = \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha \\ + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \end{aligned} \quad (2.1.1.2)$$

$$\frac{dV}{dt} = a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta, \quad (2.1.1.3)$$

где α, β – углы атаки и скольжения (рад),

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – угловые скорости относительно связанных осей (рад/с),

V – истинная воздушная скорость (м/с).

Далее рассматриваются математические уравнения, описывающие взаимосвязи между различными параметрами полета [45]. Проекции ускорений на оси связанной системы координат описываются следующими соотношениями:

$$a_x = g(n_x - \sin\vartheta), \quad (2.1.1.4)$$

$$a_y = g(n_y - \cos\vartheta \cos\gamma), \quad (2.1.1.5)$$

$$a_z = g(n_z + \cos\vartheta \sin\gamma), \quad (2.1.1.6)$$

где n_x, n_y, n_z – проекции перегрузок на оси связанной системы

координат, определяемые по показаниям бортовых датчиков перегрузок ЛА,

ϑ, γ – углы тангажа и крена, подлежащие оценке, так как на борту отсутствуют датчики, непосредственно измеряющие углы Эйлера (тангаж, крен и рыскание) в соответствии с условиями задачи,

g – ускорение свободного падения.

Для определения оценок углов Эйлера используем систему дифференциальных уравнений, входными сигналами которой являются угловые скорости $\omega_x, \omega_y, \omega_z$, измеряемые бортовыми датчиками угловых скоростей ЛА:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin\gamma + \omega_z \cos\gamma, \quad (2.1.1.7)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg}\vartheta (\omega_y \cos\gamma - \omega_z \sin\gamma), \quad (2.1.1.8)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad (2.1.1.9)$$

где ϑ, γ, ψ – углы тангажа, крена, рыскания (рад).

При этом возникают погрешности, важнейшими из которых являются начальные значения углов ориентации $C_\vartheta, C_\gamma, C_\psi$, выступающие в качестве начальных условий для системы дифференциальных уравнений, а также постоянные погрешности измерений угловых скоростей $C_{\omega_x}, C_{\omega_y}, C_{\omega_z}$. Как видно из уравнений (2.1.1.10-2.1.1.12), следует также принимать во внимание постоянные составляющие погрешностей измерений перегрузок $C_{n_x}, C_{n_y}, C_{n_z}$.

Следовательно, уравнения (2.1.1.4-2.1.1.6) и (2.1.1.7-2.1.1.9) преобразуются к виду (2.1.1.10-2.1.1.12) и (2.1.1.13-2.1.1.15):

$$a_x = g(n_x + C_{n_x} - \sin \vartheta), \quad (2.1.1.10)$$

$$a_y = g(n_y + C_{n_y} - \cos \vartheta \cos \gamma), \quad (2.1.1.11)$$

$$a_z = g(n_z + C_{n_z} + \cos \vartheta \sin \gamma), \quad (2.1.1.12)$$

$$\frac{d\vartheta}{dt} = (\omega_y + C_{\omega_y}) \sin \gamma + (\omega_z + C_{\omega_z}) \cos \gamma, \quad (2.1.1.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma}{dt} = & (\omega_x + C_{\omega_x}) \\ & - \operatorname{tg} \vartheta \left((\omega_y + C_{\omega_y}) \cos \gamma \right. \end{aligned} \quad (2.1.1.14)$$

$$\left. - (\omega_z + C_{\omega_z}) \sin \gamma \right),$$

$$\begin{aligned} \frac{d\psi}{dt} = & \frac{1}{\cos \vartheta} \left((\omega_y + C_{\omega_y}) \cos \gamma \right. \\ & \left. - (\omega_z + C_{\omega_z}) \sin \gamma \right), \end{aligned} \quad (2.1.1.15)$$

где система уравнений (2.1.1.13-2.1.1.15) интегрируется при заданных начальных условиях $C_\vartheta, C_\gamma, C_\psi$.

Соберем в одну систему уравнения (2.1.1.1-2.1.1.3), описывающие зависимость углов атаки, скольжения и скорости:

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right] \\ \frac{d\beta}{dt} = \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left(\frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left(\frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \\ \frac{dV}{dt} = a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta \end{cases} \quad (2.1.1.16)$$

В результате решения системы уравнений (2.1.1.13-2.1.1.15), (2.1.1.16) с учетом соотношений (2.1.1.10-2.1.1.12) определяются оценки углов атаки, скольжения, скорости, а также углов тангажа, крена и рыскания. Следовательно, уравнения (2.1.1.13-2.1.1.15), (2.1.1.16) с учетом (2.1.1.10-2.1.1.12) формируют модель объекта.

Модель измерений включает, во-первых, измерения углов Эйлера, осуществляемые инерциальной системой, и, во-вторых, оценки углов атаки, скольжения и скорости, вычисляемые на основе спутниковых измерений трех проекций скорости. Данные оценки существенно отличаются от показаний датчиков аэродинамических углов и барометрического датчика скорости, поскольку не содержат влияния скорости ветра и методических погрешностей аэрометрических датчиков. Благодаря этому оценки углов атаки, скольжения и скорости, полученные по спутниковым измерениям, обладают повышенной точностью, что создает возможность определения погрешностей перегрузок, угловых скоростей и углов Эйлера.

Спутниковая навигационная система обеспечивает высокоточное определение углов атаки, скольжения и воздушной скорости не относительно воздушной среды, а в инерциальном пространстве. При этом перегрузки, угловые скорости, углы Эйлера и описывающие их уравнения относятся к тому же инерциальному пространству, что позволяет проводить их непосредственное сопоставление без учета возможного движения воздушных масс.

Бортовая спутниковая навигационная система измеряет три проекции скорости летательного аппарата на оси нормальной земной системы координат. Введем обозначения $V_{xg_{из}}(t_i), V_{yg_{из}}(t_i), V_{zg_{из}}(t_i)$ – измеряемые значения составляющих скорости ЛА в земной системе координат, получаемые от спутниковой навигационной системы.

Проекции воздушной скорости в связанной системе координат определяются путем умножения измеренных составляющих на матрицу преобразования координат из земной нормальной системы в связанную, в соответствии с [45]:

$$\begin{bmatrix} V_{x_a} \\ V_{y_a} \\ V_{z_a} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\psi\cos\gamma & \sin\gamma & -\sin\psi\cos\theta \\ \sin\psi\sin\gamma - \cos\psi\sin\theta\cos\gamma & \cos\theta\cos\gamma & \cos\psi\sin\gamma + \sin\psi\sin\theta\cos\gamma \\ \sin\psi\cos\gamma + \cos\psi\sin\theta\sin\gamma & -\cos\theta\sin\gamma & \cos\psi\cos\gamma - \sin\psi\sin\theta\sin\gamma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{xg_{из}} \\ V_{yg_{из}} \\ V_{zg_{из}} \end{bmatrix}.$$

Таким образом, полученные проекции позволяют вывести расчетные выражения для определения углов атаки и скольжения:

$$\alpha_{и}(t_i) = -\arctg\left(\frac{V_{y_a}(t_i)}{V_{x_a}(t_i)}\right), \quad (2.1.1.17)$$

$$\beta_{и}(t_i) = \arcsin\left(\frac{V_{z_a}(t_i)}{V_a(t_i)}\right), \quad (2.1.1.18)$$

где $\alpha_{и}(t_i), \beta_{и}(t_i)$ – оценки углов атаки и скольжения, определяемые по данным спутниковых измерений вектора скорости.

Выражение для скорости имеет вид:

$$V_{и} = \sqrt{V_{x_a}^2 + V_{y_a}^2 + V_{z_a}^2}. \quad (2.1.1.19)$$

Указанные параметры, совместно с измеренными значениями углов Эйлера, включаются в модель наблюдений, описываемую следующим образом:

$$\begin{aligned}
z_1(t_i) &= \vartheta + \xi_{\vartheta}(t_i), \\
z_2(t_i) &= \gamma + \xi_{\gamma}(t_i), \\
z_3(t_i) &= \psi + \xi_{\psi}(t_i), \\
z_4(t_i) &= \alpha_{\text{и}}(t_i) + \xi_{\alpha}(t_i), \\
z_5(t_i) &= \beta_{\text{и}}(t_i) + \xi_{\beta}(t_i), \\
z_6(t_i) &= V_{\text{и}} + \xi_V(t_i),
\end{aligned} \tag{2.1.1.20}$$

где $\xi^T(t_i) = [\xi_{\vartheta}(t_i) \ \xi_{\gamma}(t_i) \ \xi_{\psi}(t_i) \ \xi_{\alpha}(t_i) \ \xi_{\beta}(t_i) \ \xi_V(t_i)]$ – шум наблюдений, описываемый векторной гауссовской последовательностью типа белого шума с нулевым средним значением и заданной ковариационной матрицей $R(t_i)$.

Вектор идентифицируемых параметров представляется в следующей форме:

$$a^T = [C_{\omega_x} \ C_{\omega_y} \ C_{\omega_z} \ C_{n_x} \ C_{n_y} \ C_{n_z} C_{\vartheta} \ C_{\gamma} \ C_{\psi}].$$

Предложенная формулировка задачи допускает учет мультипликативных погрешностей, в частности, для перегрузок.

С этой целью вводим дополнительные параметры - масштабные коэффициенты, значения которых в номинальном случае принимаются равными единице. В результате модифицированные выражения (2.1.1.10-2.1.1.12) для ускорений преобразуются к виду:

$$\begin{aligned}
a_x &= g(K_{n_x}n_x + C_{n_x} - \sin \vartheta), \\
a_y &= g(K_{n_y}n_y + C_{n_y} - \cos \vartheta \cos \gamma), \\
a_z &= g(K_{n_z}n_z + C_{n_z} + \cos \vartheta \sin \gamma).
\end{aligned} \tag{2.1.1.21}$$

Далее осуществляется подстановка выражений (2.1.1.21) в систему уравнений (2.1.1.16).

Вектор оцениваемых параметров представляется следующим образом:

$$a^T = [C_{\omega_x} \ C_{\omega_y} \ C_{\omega_z} \ C_{n_x} \ C_{n_y} \ C_{n_z} K_{nx} \ K_{ny} \ K_{nz}].$$

Рассмотренные модели объекта и наблюдений допускают представление в обобщенной векторной форме:

$$y(t_i) = f(y(t_i), a, u(t_i)), \quad (2.1.1.22)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), a, u(t_i)) + \xi(t_i), \quad (2.1.1.23)$$

где $y(t)$, $u(t)$ – векторы выходных и входных сигналов размерности n и m соответственно,

$z(t_i)$ - вектор наблюдений размерности r ,

a - вектор неизвестных параметров, подлежащий идентификации,

$\xi(t_i)$ - шум измерений, описываемый векторной гауссовской независимой последовательностью с нулевым математическим ожиданием и заданной ковариационной матрицей $R(t_i)$.

Принимается, что $u(t)$ является известной временной функцией. Начальные условия $y(t_0)$ либо считаются известными, либо входят в состав вектора идентифицируемых параметров.

Шумы измерений моделируются как независимые гауссовские векторные случайные величины. Следовательно, их совместная функция плотности вероятности представляется в виде произведения плотностей распределения для каждого момента времени t_i , $i = \overline{1, N}$.

Как известно, в рамках сделанных предположений о характеристиках шумов, максимизация функции правдоподобия обеспечивает получение несмещённых и эффективных оценок. Соответствующий функционал метода максимального правдоподобия представляется в следующей форме:

$$J(a) = \sum_{i=1}^N ((z(t_i) - h(y(t_i), a, u(t_i)))^T R^{-1}(t_i) ((z(t_i) - h(y(t_i), a, u(t_i))) \quad (2.1.1.24)$$

Несложно заметить, что выражение представляет собой функционал метода наименьших квадратов с матрицей весовых коэффициентов $R(t_i)^{-1}$. Следовательно, при сделанных предположениях о статистических характеристиках шумов, функционал максимального правдоподобия эквивалентен взвешенному критерию наименьших квадратов. Для его минимизации предлагается использовать одну из модификаций классического метода Ньютона [46, 47].

Для минимизации функционала $J(a)$ используется модификация метода Ньютона:

$$a_{k+1} = a_k - \left(\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \right)^{-1} \frac{dJ(a_k)}{da_k}, \quad (2.2.32)$$

где $\frac{dJ(a_k)}{da_k} = -2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a_k)}{da_k} \cdot R^{-1}(t_i) (z(t_i) - z(t_i, a_k)),$

$$\frac{d^2 J(a_k)}{da_k^2} \approx 2 \sum_{i=1}^N \frac{dz^T(t_i, a_k)}{da_k} \cdot R^{-1}(t_i) \frac{dz(t_i, a_k)}{da_k}.$$

Производные оценок прогноза вычисляются численно для моментов времени $t_i, i = 1, N$:

$$\frac{dz(t_i, a)}{da} = \left[\frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_1} \quad \frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_2} \quad \dots \quad \frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_p} \right]_{(r \times p)},$$

$$\frac{\partial z(t_i, a)}{\partial a_j} = \frac{z(t_i, a + \epsilon e_j) - z(t_i, a)}{\epsilon},$$

где e_j — вектор размерности p , у которого все элементы, кроме j -го, равны нулю, а j -й элемент равен 1,

ϵ — малое число (обычно 0,001–0,1% от номинального значения параметров).

Оценки $z(t_i, a), i = 1, N$ определяются численным решением уравнений объекта и наблюдений при $\eta(t_i) = 0$. Процесс идентификации завершается при выполнении условия:

$$|a_{k+1} - a_k| < \delta |a_k|, \quad (2.2.33)$$

где $\delta = 0,005$.

2.1.2 Разработка алгоритма восстановления случайных и систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений

В данном разделе разберем подобную задачу как в разделе 2.2, когда погрешности вызваны ограничениями разрядной сетки. В систематические погрешности добавляются и гауссовские шумы. В итоге разработанный алгоритм восстанавливает случайные и систематические погрешности.

Гибкость цифровой обработки сигналов и управления делает их превосходящими аналоговую обработку или управление во многих новых областях [48]. В данной работе особое внимание уделяется слепополетной обработке данных.

Как правило, оцифровка состоит из двух этапов:

Первый этап — дискретизация, при которой выборки берутся из аналогового сигнала для преобразования соответствующего непрерывного времени в дискретное.

Второй этап — квантование, которое включает дискретизацию амплитуды. Важно выбрать достаточное количество цифр для точного представления исходного сигнала, поскольку недостаточная точность может привести к ошибкам [49-52]. Современные АЦП (аналогово-цифровые преобразователи) обычно имеют 8, 14 или 16 бит, но количество разрядов часто ограничивается стоимостью [53-56]. При недостаточном числе разрядов получается искаженный сигнал. В этом особом случае требуется алгоритм восстановления искаженного сигнала. В данной главе

предлагается алгоритм восстановления сигнала, искаженного погрешностями дискретизации, что обусловлено ограниченностью разрядной сетки.

В данном разделе предложен алгоритм, основанный на кубических сплайнах и конечных разностях, который позволяет получать более точные и плавные оценки сигналов.

Предлагаемым алгоритмом является двухэтапный адаптивный алгоритм восстановления сигналов. Он основан на комбинации дискретного анализа особенностей искажения и адаптивной сплайн-аппроксимации:

Этап 1: Детектирование и первичное восстановление сигнала

Для искаженного сигнала $f(x_i)$ с временными метками T_i вычисляется дискретная производная [57]:

$$Dx_i = \frac{f(x_{i+1}) - f(x_i)}{\Delta t}, \quad (2.1.2.1)$$

где $\Delta t = T_{i+1} - T_i$.

Ключевой критерий: если $|Dx_i| > \epsilon$ (где ϵ — пороговое значение, близкое к нулю), точка $(T_i, f(x_i))$ включается в набор восстановленных точек.

По окончании первого этапа точки соединяются линейно, образуя первично восстановленный сигнал f_{rec}^1 . При этом сохраняются ключевые особенности исходного сигнала.

Этап 2: Адаптивное сглаживание кубическими сплайнами

Кубический сплайн $S(x)$ на интервале $[x_j, x_{j+1}]$ задается кусочно-полиномиальной функцией:

$$S_j(x) = a_j(x - x_j)^3 + b_j(x - x_j)^2 + c_j(x - x_j) + d_j, \quad (2.1.2.2)$$

где $x \in [x_j, x_{j+1}]$,

a_j, b_j, c_j, d_j — коэффициенты сплайна на j -м отрезке,

x_j — узлы интерполяции (опорные точки T_i из Этапа 1).

На основе восстановленных точек $\{(T_i, f(x_i))\}$ строится кубический сплайн $S(x)$, минимизирующий функционал:

$$J(s) = \sum_{i=1}^N (f(x_i) - S(T_i))^2 + \lambda \int (S''(x))^2 dx. \quad (2.1.2.3)$$

Узлы интерполяции автоматически распределяются в областях с высокой кривизной сигнала для точного воспроизведения особенностей [58]. Одним из ключевых преимуществ предлагаемого метода является то, что его можно применять непосредственно к измерениям из датчика.

Разработанный метод восстанавливает искаженный сигнал с использованием принципа метода полного перебора.

2.2 Разработка методики определения эффективности оценки фильтров Калмана в зависимости от достоверности априорных знаний о шуме процесса

В данной задаче выполнен сравнительный анализ расширенного фильтра Калмана (EKF) и сигма-точечного фильтра Калмана (UKF), применяемых для оценки угла тангажа воздушного судна на основе данных стендового моделирования. В процессе моделирования вводились аддитивные нормальные шумы измерений. Алгоритмическая обработка данных с использованием методов Калмановской фильтрации показала, что сигма-точечный фильтр демонстрирует более высокую точность оценки. При этом среднеквадратические отклонения ошибок оценки между результатами фильтрации и истинными значениями сигнала, полученными в ходе моделирования, для UKF оказались на 15–30 % ниже, чем для EKF.

Фильтры Калмана уже давно признаны в научной литературе как эффективные способы для оценки сигналов [59-62]. Фильтр Калмана выполняет оценку на основе априорной информации, предоставляемой моделью системы, и наблюдения. Ключевым преимуществом фильтра является его способность учитывать неопределенности как в модели

объекта, так и в модели наблюдения, что позволяет корректно оценивать состояние системы даже при наличии ошибок моделирования и измерений. Одним из основных требований для применения этих фильтров является точное моделирование системы, параметры которой необходимо оценить [48].

Классический фильтр Калмана предполагает линейность модели системы; однако, как известно, большинство реальных систем являются нелинейными, что ограничивает применимость классического фильтра Калмана в нелинейных задачах [63, 64]. Поэтому были разработаны модификации фильтра Калмана, предназначенные для работы с нелинейными моделями. Двумя наиболее распространенными производными классического фильтра Калмана, которые широко применяются для нелинейных систем, являются расширенный фильтр Калмана (ЕКФ) и сигма-точечный фильтр Калмана (UKF).

Известны исследования по сравнительному анализу ЕКФ и UKF; в данной работе впервые предлагается исследовать влияние шума процесса на точность оценки фильтров Калмана (ЕКФ и UKF). Цель состоит в выборе наиболее стабильного варианта фильтра Калмана для решения задачи в следующем разделе (2.3).

Существуют три ковариационные матрицы (P , R и Q), которые используются во всех вариантах фильтров Калмана (включая UKF и ЕКФ). Эти матрицы оказывают значительное влияние на производительность фильтра, и их параметризация представляет собой сложную задачу [65, 66].

- матрица P характеризует ошибку начальной оценки состояния системы;
- матрица R моделирует шум измерений;
- матрица Q описывает дисперсию шума процесса.

Поскольку модель системы не может полностью учитывать все факторы, влияющие на реальную систему, матрица Q моделирует

несовершенства модели процесса. Элементы на диагонали матрицы Q определяют, насколько фильтр должен доверять прогнозам модели.

2.2.1 Описание расширенного фильтра Калмана и его алгоритма

Расширенный фильтр Калмана основывается на тех же принципах и концепциях, что и классический фильтр Калмана, включая предположение о гауссовом распределении вероятностей. ЕКФ был разработан для расширения применимости классического фильтра Калмана на системы с нелинейной динамикой [63]. Для применения ЕКФ необходимо сначала сформулировать уравнения системы, затем линеаризовать их (путем вычисления якобиана для аппроксимации нелинейных уравнений) и представить их в виде модели пространства состояний.

Модель системы в непрерывном времени t [64]:

$$\frac{dX(t)}{dt} = f(X(t), U(t), t) + V(t), \quad (2.2.1.1)$$

где $X(t)$ -вектор состояния размерности n ,

$U(t)$ -входной вектор размерности m ,

$V(t)$ - вектор шума объекта размерности n ,

$f(X(t), U(t), t)^T = [f_1(X(t), U(t), t), f_2(X(t), U(t), t), \dots, f_n(X(t), U(t), t)]$ -

функция системы размерности n .

Модель системы в дискретном времени $t_k = t_{k+1} - \Delta t$ может быть определена следующим образом [64]:

$$\begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ \vdots \\ x_n^k \end{bmatrix} = A_{k-1} \begin{bmatrix} x_1^{k-1} \\ x_2^{k-1} \\ \vdots \\ x_n^{k-1} \end{bmatrix} + B_{k-1} \begin{bmatrix} u_1^{k-1} \\ u_2^{k-1} \\ \vdots \\ u_m^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} v_1^{k-1} \\ v_2^{k-1} \\ \vdots \\ v_n^{k-1} \end{bmatrix}, \quad (2.2.1.2)$$

где $X_k = [x_1^k, x_2^k \dots x_n^k]^T$ -вектор состояния в момент времени t_k ,

Δt - интервал дискретизации,

$X_{k-1} = [x_1^{k-1}, x_2^{k-1} \dots x_n^{k-1}]^T$ -вектор состояния в предыдущий момент времени t_{k-1} ,

$U_{k-1} = [u_1^{k-1}, u_2^{k-1} \dots u_n^{k-1}]^T$ -вектор управления t_{k-1} ,

$$A_{k-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1^{k-1}} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2^{k-1}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n^{k-1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1^{k-1}} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2^{k-1}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_n^{k-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1^{k-1}} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2^{k-1}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n^{k-1}} \end{bmatrix},$$

$$B_{k-1} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial u_1^{k-1}} & \frac{\partial f_1}{\partial u_2^{k-1}} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial u_m^{k-1}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial u_1^{k-1}} & \frac{\partial f_2}{\partial u_2^{k-1}} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial u_m^{k-1}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial u_1^{k-1}} & \frac{\partial f_n}{\partial u_2^{k-1}} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial u_m^{k-1}} \end{bmatrix},$$

$f_i = f_i(X(t_{k-1}), U(t_{k-1}), t_{k-1})$, $i = 1, 2, \dots, n$.- Функции системы в дискретном времени t_{k-1} ,

$V_{k-1} = [v_1^{k-1}, v_2^{k-1} \dots v_n^{k-1}]$ – вектор шумов на t_{k-1} .

Дальше модель пространства состояний в линейной форме можно выразить следующим образом [64]:

$$X_k = A_{k-1}X_{k-1} + B_{k-1}U_{k-1} + V_{k-1}. \quad (2.2.1.3)$$

Для оценки состояния используется следующее уравнение:

$$\hat{X}_{k|k-1} = A_{k-1}\hat{X}_{k-1} + B_{k-1}U_{k-1} + V_{k-1}, \quad (2.2.1.4)$$

где $\hat{X}_{k|k-1}$ - вектор оценок состояний.

Модель наблюдения в непрерывном времени описывается следующим уравнением:

$$Z(t) = g(X(t)) + W(t), \quad (2.2.1.5)$$

где $Z(t)$ - измерения от датчиков,

$X(t)$ - вектор состояния,

$W(t)$ -шума наблюдения.

Модель наблюдения в дискретном времени k может быть описана следующим образом:

$$Z_k = H_k X_k + W_k. \quad (2.2.1.6)$$

В модели пространства состояний модель наблюдения имеет следующую форму [67]:

$$\begin{bmatrix} z_1^k \\ z_2^k \\ \vdots \\ z_r^k \end{bmatrix} = H_k \begin{bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ \vdots \\ x_n^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} w_1^k \\ w_2^k \\ \vdots \\ w_r^k \end{bmatrix}, \quad (2.2.1.7)$$

где $Z_k = [z_1^k, z_2^k, \dots, z_r^k]^T$ – r измерения датчиков в момент времени t_k ,

$W_k = [w_1^k, w_2^k, \dots, w_r^k]^T$ – вектор шума в r измерениях датчиков,

H_k – матрица наблюдения, используемая для преобразования состояний во время t в измерение датчиков в момент времени t_k .

Для нелинейных функций модель наблюдения принимает вид:

$$H_k = \begin{bmatrix} \frac{\partial g_1^k}{\partial x_1^k} & \frac{\partial g_1^k}{\partial x_2^k} & \cdots & \frac{\partial g_1^k}{\partial x_n^k} \\ \frac{\partial g_2^k}{\partial x_1^k} & \frac{\partial g_2^k}{\partial x_2^k} & \cdots & \frac{\partial g_2^k}{\partial x_n^k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_r^k}{\partial x_1^k} & \frac{\partial g_r^k}{\partial x_2^k} & \cdots & \frac{\partial g_r^k}{\partial x_n^k} \end{bmatrix}, \quad (2.2.1.8)$$

где $G^k = [g_1^k, g_2^k, \dots, g_r^k]$ – являются функциями измерения.

Поскольку модель процесса (X_k) и модель наблюдения (Z_k) были определены, дальше определяются оставшиеся уравнения, которые используются в алгоритме ЕКФ.

Алгоритм расширенного фильтра Калмана можно разделить на две группы шагов:

Шаги прогнозирования:

Модель процесса позволяет вычислять оценку состояния и ковариационной матрицы системы следующим образом:

$$\hat{X}_{k|k-1} = A_{k-1}\hat{X}_{k-1} + B_{k-1}U_{k-1} + V_{k-1}, \quad (2.2.1.9)$$

$$P_{k|k-1} = A_k P_{k-1|k-1} A_k^T + Q_k, \quad (2.2.1.10)$$

где Q_k - ковариационная матрица шума процесса в момент времени t_k ,

V_{k-1} - вектор шума процесса в момент времени t_{k-1} .

Шаги обновления:

Ковариационная матрица неопределенности системы определяется следующим уравнением:

$$S_k = H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k, \quad (2.2.1.11)$$

где H_k -матрица наблюдения,

R_k - ковариационная матрица шума наблюдения.

Коэффициент усиления Калмана рассчитывается по следующему уравнению:

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1}. \quad (2.2.1.12)$$

Остаток рассчитывается по следующему уравнению:

$$\hat{y}_k = z_k - H_k \hat{X}_{k|k-1} + w_k. \quad (2.2.1.13)$$

В конечном шаге выполняется обновление состояния и ковариационной матрицы:

$$\hat{X}_{k|k} = \hat{X}_{k|k-1} + K_k \hat{y}_k, \quad (2.2.1.14)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}. \quad (2.2.1.15)$$

2.2.2 Описание сигма-точечного фильтра Калмана

Рассмотрим дискретную модель нелинейного процесса данной системы с m входными сигналами, p выходными сигналами и размерностью системы n . Таким образом, проводится дискретизация с учетом времени дискретизации T_s . Поэтому для сигнальной последовательности применяются следующие обозначения: $x_k = x(T_s, k)$

[68]. В этом случае нелинейная дискретная модель процесса и модель наблюдения определяются соответственно следующим образом:

$$x_k = F(x_{k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1}, \quad (2.2.2.1)$$

$$y_k = H(x_k, u_k) + v_k, \quad (2.2.2.2)$$

где x_k является вектором состояния размерности n , u_k является входным вектором системы размерности m и y_k является выходным вектором датчика размерности p . Функции F и G должны быть нелинейными и непрерывными. v_k рассматривается как p -мерный вектор шума наблюдения и w_k как n - мерный вектор шума процесса.

Алгоритм сигма-точечного фильтра Калмана может быть разделен на две группы шагов:

Шаги прогнозирования:

- генерируется сигма-точки, которые рассматриваются как матрица, обозначаемая χ . Размерность χ должна быть $(2n + 1, n)$, где n является размерностью состояния системы. Это означает, что матрица χ состоит из $2n + 1$ строк, и каждая строка представляет собой вектор χ_i размерности n ;
- каждая сигма-точка пропускается через нелинейную систему, описываемую уравнению (2.2.2.1) чтобы спроецировать их вперед во времени, а затем получится оценка, которая представляет собой набор сигма-точек. Каждый вектор сигма-точек χ_i проходит через (2.2.2.1) следующим образом:

$$\chi_{i,k|k-1} = F(\chi_{i,k-1|k-1}, u_{k-1}) + w_{k-1}, \quad (2.2.2.3)$$

где $i = 1, \dots, (2n+1)$.

- вычисляются среднее значение и ковариация апостериорного $\chi_{i,k|k-1}$ используя специальное преобразование на сигма-точек в следующих формулах:

$$\bar{x}_k = \sum_{i=0}^{2n} W_i^m \chi_{i,k|k-1}, \quad (2.2.2.4)$$

$$\bar{P}_k = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c \chi_{i,k|k-1} - \bar{x}_k^T + Q, \quad (2.2.2.5)$$

где $\bar{x}_k$ - фактическое среднее значение,

W_i^m , W_i^c - матрицы весовых сигма-точек для среднего значения и ковариации соответственно,

$\bar{P}_k$ - фактическая ковариационная матрица,

Q - ковариационная матрица процесса.

Шаги обновлений:

Как правило, этапы обновления фильтра Калмана выполняются в пространстве измерений [64]. Для этого необходимо преобразовать сигма-точки в измерения, используя модель наблюдения, описываемую (2.2.2.2):

$$Y_{i,k|k-1} = H(\chi_{i,k|k-1}, u_k) + v_k, \quad (2.2.2.6)$$

где $i = 1, \dots, 2n+1$.

Дальше вычисляются среднее значение и ковариация сигма-точек [69-71]:

$$\bar{y}_k = \sum_{i=0}^{2n} W_i^m Y_{i,k|k-1}, \quad (2.2.2.7)$$

$$P_{\bar{y}_k \bar{y}_k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c (Y_{i,k|k-1} - \bar{y}_k)(Y_{i,k|k-1} - \bar{y}_k)^T + R, \quad (2.2.2.8)$$

где R - ковариационная матрица шума наблюдения.

Далее вычисляются остаток и коэффициент усиления Калмана [72].

Остаток измерения вычисляется следующей формулой: $y = y_k - \bar{y}_k$, где y_k являются измерениями от датчика. Чтобы вычислить коэффициент усиления Калмана, сначала вычисляется взаимная ковариация состояния и измерения, которая определяется следующим образом:

$$P_{x_k y_k} = \sum_{i=0}^{2n} W_i^c (\chi_{i,k|k-1} - \bar{x}_k) (Y_{i,k|k-1} - \bar{y}_k)^T. \quad (2.2.2.9)$$

- коэффициент усиления Калмана определяется следующим образом:

$$K_k = P_{x_k y_k} P_{\bar{y}_k \bar{y}_k}^{-1}. \quad (2.2.2.10)$$

- наконец вычисляется новая оценка состояния, используя остаток и коэффициент усиления Калмана:

$$\hat{x}_k = \bar{x}_k + K_k u, \quad (2.2.2.11)$$

где $\bar{x}_k$ - фактическое среднее значение из шагов прогнозирования.

- новая ковариация вычисляется по следующей формуле:

$$P_k = \bar{P}_k - K_k P_{\bar{y}_k \bar{y}_k} K_k^T, \quad (2.2.2.12)$$

где $\bar{P}_k$ - ковариационная матрица, полученная на этапе прогнозирования.

Для определения сигма-точки рассмотрим нелинейную функцию $f(x)$, где x случайная величина (состояние данной системы). Допустим $\bar{x} = E\{x\}$ является средним значением x and $P_x = E\{(x - \bar{x})(x - \bar{x})^T\}$ являются ковариацией x . Первая сигма-точка – это среднее значение начального состояния, ее называют χ_0 . Для вычисления оставшихся сигма-точек воспользуются следующими уравнениями: в уравнении (2.2.2.13) вычисление квадратного корня производится с помощью разложения Холецкого.

$$\chi_i = \begin{cases} \bar{x} + \left[\sqrt{(n + \lambda) P_x} \right]_i & \text{для } i = 1 \dots n \\ \bar{x} - \left[\sqrt{(n + \lambda) P_x} \right]_i & \text{для } i = (n + 1) \dots 2n \end{cases}, \quad (2.2.2.13)$$

$$\lambda = \alpha^2(n + k) - n, \quad (2.2.2.14)$$

где n – размерность состояния x ,

индекс i выбирает i^{th} вектор-строку матрицы сигма-точек.

Вес среднего значения χ_0 вычисляется следующим образом:

$$W_0^m = \frac{\lambda}{n + \lambda}. \quad (2.2.2.15)$$

Вес для ковариационной матрицы χ_0 вычисляется следующим образом:

$$W_0^c = \frac{\lambda}{n + \lambda} + 1 - \alpha^2 + \beta. \quad (2.2.2.14)$$

Вес остальных сигма-точек $\chi_1 \dots \chi_{2n}$ одинаковы для среднего значения и ковариации; они рассчитываются по следующей формуле:

$$W_i^m = W_i^c = \frac{1}{2(n + \lambda)}, \quad (2.2.2.16)$$

где $i = 1 \dots 2n$.

Параметры α, β, k используются управления распределением и взвешиванием сигма-точек. В данном случае оптимальными значениями для β является 2, $(3 - n)$ для k и α находится в диапазоне от 0 до 1 ($0 \leq \alpha \leq 1$) [73].

2.2.3 Описание используемых уравнений движения

В ходе данного исследования используются упрощенные уравнения, выбранные из общей математической модели движения летательного аппарата [45,74]:

Модель объекта:

$$\frac{d\vartheta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \quad (2.2.3.1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad (2.2.3.2)$$

где $\frac{dy}{dt} = f(y, u, t)$,

$y^T = [\vartheta \ \gamma]$ - вектор состояния,

$u^T = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ - вектор управления.

Модель наблюдения:

$$z_1(t_i) = \vartheta(t_i) + \eta_\vartheta(t_i), \quad (2.2.3.3)$$

$$z_2(t_i) = \gamma(t_i) + \eta_\gamma(t_i), \quad (2.2.3.4)$$

где $z^T(t_i) = [z_1(t_i) \ z_2(t_i)]$ - вектор наблюдения,

η_θ, η_γ - шум в угле тангажа, шум в угле крена соответственно.

Разработанный метод включает оценку угла тангажа с использованием UKF в пяти различных случаях, где матрица Q (описывающая дисперсию шума процесса) принимает различные значения: 0.002, 0.02, 0.5, 3.0, 4.0 рад. Истинное значение дисперсии шума процесса составляло 0.002 рад для всех случаев. Завышенные значения в матрице Q были введены преднамеренно для исследования влияния ошибок в априорной информации. Результаты визуализированы на рисунках.

2.2.4 Результаты оценки фильтров

В Таблице 2.2.4 представлены ключевые параметры, характеризующие производительность двух фильтров.

1. В первом случае, когда априорная дисперсия шума процесса соответствует реальному значению 0.002 рад, среднеквадратическое отклонение (СКО) ошибок UKF значительно меньше, чем у EKF. При этом оценочные отклонения для UKF и EKF практически совпадают.
2. Во втором случае, при априорной дисперсии шума процесса 0.02 рад, анализ подтверждает, что UKF по-прежнему превосходит EKF, хотя разница в СКО между расчетным и истинным углом тангажа становится менее выраженной.
3. В третьем случае наблюдается аналогичная тенденция, как и во втором случае.
4. В четвертом случае ухудшение точности UKF становится настолько значительным, что EKF демонстрирует более высокую производительность.

Таким образом, результаты показывают, что UKF превосходит EKF при точной априорной информации о дисперсии шума процесса. Однако с

увеличением ошибок в априорной информации производительность UKF ухудшается, в то время как EKF сохраняет стабильность.

Таблица 2.2.4. Значения дисперсии и среднеквадратического отклонения

Случаи	Априорная дисперсия шума процесса	Расчетная дисперсия предоставлена UKF, рад ²	Расчетная дисперсия предоставлена EKF, рад ²	(Std/Среднее значение) между расчетным углом тангажа, заданным UKF, и истинным углом тангажа, рад	(Std/Среднее значение) между расчетным углом тангажа, заданным EKF, и истинным углом тангажа, рад
1	0.002 рад	0.0082373386	0.0021632657	0.0106454131/ 0.0100233491	0.017271644/ - 0.0038992762
2	0.02 рад	0.0083317616	0.0021654777	0.0120475946/ 0.0102043770	0.0164101733/ - 0.003926092
3	0.5°	0.0092102410	0.0021651560	0.0134307511/ 0.0089162197	0.0155602749/ - 0.007660223
4	3°	0.009837626730	0.0021664058	0.0149585307/ 0.0173086824	0.0135194481/ - 0.0028183672

По результатам выполнения данной задачи приходим к выводу, что при оценке сигнала эффективность UKF ухудшается, когда априорные знания о шуме процесса являются неточными, в то время как

эффективность оценки ЕKF становится лучше. Результат исследования позволяет выбрать ЕKF как стабильный и соответствующий вариант для выполнения задачи в следующем разделе (2.3).

2.3 Идентификация аэродинамических параметров самолёта на основе расширенного фильтра Калмана с скользящим окном

Идентификация аэродинамических параметров самолета является ключевой задачей в авиационной промышленности, особенно при разработке и модернизации систем управления [75-77]. Точное определение параметров позволяет улучшить характеристики устойчивости и управляемости, а также повысить безопасность полётов. Однако эта задача сопряжена с рядом сложностей, таких как нелинейность аэродинамических характеристик, изменчивость параметров при различных режимах полёта, наличие систематических и случайных погрешностей в измерениях датчиков. В данном исследовании рассматриваются разработка и применение расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF) для идентификации аэродинамических параметров гипотетично-тренировочного самолёта [78].

Результаты предыдущего исследования (пункта 2.1) показывали, что UKF превосходит ЕKF при точной априорной информации о дисперсии шума процесса. Однако с увеличением ошибок в априорной информации производительность UKF ухудшается, в то время как ЕKF сохраняет стабильность. Это делает ЕKF предпочтительным выбором для задач, где априорные данные могут быть неточными. ЕKF обеспечивает идентификации аэродинамических параметров в реальном времени, но происходит смешение оценок параметров. С целью показать эффективность предложенного метода (SW-EKF) было проведено сравнение со стандартным ЕKF.

2.3.1 Проблемы и предлагаемые решения

- нелинейность аэродинамических характеристик. Аэродинамические силы и моменты зависят от угла атаки, скорости и других параметров нелинейно, что усложняет их идентификацию;
- случайные и систематические погрешности в измерениях. Датчики, используемые для измерения параметров, подвержены погрешностям, влияние ветра которые могут искажать результаты. Стандартный ЕKF накапливает ошибки из-за старых данных, что приводит к неверным оценкам;
- изменение параметров при различных режимах полёта. Аэродинамические коэффициенты могут варьироваться в зависимости от режима полёта (например, при манёврах или изменении скорости);
- совместное оценивание параметры состояния и аэродинамических коэффициентов: скорость V , угол атаки α , угол тангажа θ и аэродинамические коэффициенты $X = [V \ \alpha \ \theta \ C_{x0} \ C_{x\alpha} \ C_{x\alpha^2} \ C_{y0} \ C_{y\alpha} \ C_{y\delta_B}]^T$ оцениваются одновременно.

Язвинский (1970) первым предложил метод скользящего окна в случаях, когда расширенный фильтр Калмана демонстрировал неудовлетворительную работу или расходимость из-за модельных или вычислительных ошибок (Jazwinski, 1970) [79]. С тех пор значимость этих методов оценки возросла во многих прикладных областях, где неопределённость моделей ограничивает применение методов фильтрации Калмана.

В современных исследованиях для оценки состояния динамических систем можно выделить три основных подхода, каждый из которых имеет

небольшие ограничения: фильтры с конечной памятью (Jazwinski, 1970; Степанов и др., 2017) [80], хотя и предотвращают накопление ошибок путем ограничения обрабатываемых данных, страдают от разрывов оценок на границах окон, что делает их непригодными для точного управления; методы скользящего горизонта (Moving Horizon Estimation, MHE) (Alessandri et al., 2003; Зайчик и др., 2021), обеспечивая высокую точность оценок, требуют решения оптимизационной задачи на каждом шаге, что приводит к чрезмерной вычислительной нагрузке и исключает их применение в системах реального времени [81]; наконец, адаптивные ЕKF (Крутов и др., 2019) и гибридные методы (Zhang et al., 2022), либо полностью игнорируют изменение параметров системы во времени, либо требуют ресурсоемкого предварительного обучения, что существенно ограничивает их эффективность в условиях нестационарных динамических процессов, характерных для реальных летательных аппаратов [80-82].

В данной работе представлен модифицированный алгоритм ЕKF с перекрывающимся скользящим окном (Sliding Window EKF (SW-EKF)), который:

- устраняет разрывы оценок за счёт 50% перекрытия окон, обеспечивая плавность переходов;
- сочетает совместную оценку состояний и аэродинамических параметров в реальном времени;
- сохраняет вычислительную эффективность.

Таким образом предлагаемое решение сочетает расширенный фильтр Калмана с перекрывающимся скользящим окном — модифицированный подход ЕKF позволяющий улучшить устойчивость оценок к локальным возмущениям за счёт обработки данных в перекрывающихся временных интервалах.

2.3.2 Объект исследования и источник данных

В качестве объекта исследования выбран гипотетично-тренировочный самолёт [78]. Основные технические характеристики включают аэродинамические и лётно-технические параметры, необходимые для моделирования летательного аппарата. Аэродинамические параметры состоят из следующих ключевых величин: площадь крыла составляет $S = 17,67 \text{ м}^2$, масса аппарата равна $m = 5623 \text{ кг}$, а средняя аэродинамическая хорда имеет значение $b_a = 2,8 \text{ м}$. Начальные значения коэффициентов аэродинамического сопротивления составляют $C_{x0} = 0,02$ (базовый коэффициент сопротивления), $C_{x\alpha} = 0,006 \text{ 1/градус}$ (линейная производная коэффициента сопротивления по углу атаки) и $C_{x\alpha^2} = 0,0008 \text{ 1/градус}^2$ (квадратичная составляющая коэффициента сопротивления). Начальные значения коэффициентов подъёмной силы представлены как $C_{y0} = 0,15$ (базовый коэффициент подъёмной силы), $C_{y\alpha} = 0,09 \text{ 1/градус}$ (производная коэффициента подъёмной силы по углу атаки) и $C_{y\delta_B} = 0,35 \text{ 1/градус}^2$ (производная коэффициента подъёмной силы по отклонению руля высоты или эффективность руля высоты). Лётно-технические параметры определяют диапазон чисел Маха для моделирования, который составляет $M = 0,2 \dots 0,3$, что соответствует дозвуковому режиму полёта. Все эти параметры необходимы для расчётов аэродинамических характеристик и анализа поведения летательного аппарата в заданных условиях. Таким образом идентифицируемые параметры включают:

- C_{x0} — базовый коэффициент сопротивления.
- $C_{x\alpha}$ — линейная производная коэффициента сопротивления по углу атаки;
- $C_{x\alpha^2}$ — квадратичная составляющая коэффициента сопротивления;

- C_{y0} — базовый коэффициент подъёмной силы;
- $C_{y\alpha}$ — производная коэффициента подъёмной силы по углу атаки (эффективность подъёмной силы);
- $C_{y\delta_B}$ — производная коэффициента подъёмной силы по отклонению руля высоты (эффективность руля высоты).

Данные для исследования получены из пилотажно-стендового Моделирования, которое сочетает полётные условия и данные гипотетично-тренировочного самолёта. В предоставленных данных описаны столбцы матрицы, соответствующие параметрам полёта, которые измерялись в процессе моделирования.

Таблица 2.3.2. Перечень измеряемых параметров движения летательного аппарата и их единицы измерения

№	Параметр	Единицы измерения
1	Полётное (модельное) текущее время	с
2	Модуль вектора воздушной скорости (относительно воздуха; с учётом ветра)	м/с
3	Отклонение руля высоты	градусы
6	Тяга двигателей в текущий момент времени	Н
9	Угловая скорость по тангажу	градусы/с
10-12	Перегрузка по оси X, H, Z	ед
13	Тангаж	градусы
14	Крен	градусы
15	Угол атаки с учётом ветра	градусы
16	Угол скольжения с учётом ветра	градусы
17	Высота	м
18	Число Маха	ед
20	Коэффициент силы сопротивления в полусвязанной системе координат	ед
21	Коэффициент подъёмной силы в полусвязанной системе координат	ед
28	Скорость (относительно земли)	м/с
29	Угол атаки	градусы
30	Угол скольжения	градусы
37	Скоростной напор	Па

2.3.3 Постановка задачи

Модель объекта включает уравнения изменения скорости, изменения угла атаки, изменения угла тангажа из математической модели пространственного движения ЛА и описана следующим образом [74]:

$$\frac{dV}{dt} = (a_x \cos \alpha \cos \beta - a_y \sin \alpha \cos \beta + a_z \sin \beta), \quad (2.3.3.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \frac{1}{\cos \beta} & \left(\left(\frac{a_x}{V} - \omega_y \sin \beta \right) \sin \alpha \right. \\ & \left. + \left(\frac{a_y}{V} + \omega_x \sin \beta \right) \cos \alpha \right), \end{aligned} \quad (2.3.3.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \quad (2.3.3.3)$$

$$\begin{aligned} n_x = 1/mg & (-qS(c_{x0} + c_{x\alpha}\alpha + c_{x\alpha^2}\alpha^2)\cos \alpha \\ & - T\cos \alpha + qS(c_{y0} + c_{y\alpha}\alpha \\ & + c_{y\delta_B}\delta_B)\sin \alpha), \end{aligned} \quad (2.3.3.4)$$

$$\begin{aligned} n_y = 1/mg & (-qS(c_{x0} + c_{x\alpha}\alpha + c_{x\alpha^2}\alpha^2)\sin \alpha + \\ & qS(c_{y0} + c_{y\alpha}\alpha + c_{y\delta_B}\delta_B)\cos \alpha + T\sin \alpha), \end{aligned} \quad (2.3.3.5)$$

где V — воздушная скорость (м/с),

α — угол атаки (рад),

θ — угол тангажа (рад),

$\omega_x, \omega_y, \omega_z$ — угловые скорости по осям (град/с),

$$\begin{cases} a_x &= g(n_x - \sin \theta) \\ a_y &= g(n_y - \cos \theta \cos \gamma), \\ a_z &= g(n_z + \cos \theta \sin \gamma) \end{cases}$$

n_x, n_y, n_z — перегрузки,

γ — угол крена,

β — угол скольжения,

q, S, T — скоростной напор, площадь крыла, тяга двигателя.

Для моделирования шума объекта малый гауссовский шум η_i добавлялся к аэродинамическим коэффициентам ($C_{x0}, C_{x\alpha}, C_{x\alpha^2}, C_{y0}, C_{y\alpha}, C_{y\delta_B}$):

где

$$\begin{aligned} C_x &= C_{x0} + C_{x\alpha}\alpha + C_{x\alpha^2}\alpha^2 \\ C_y &= C_{y0} + C_{y\alpha}\alpha + C_{y\delta_B}\delta_B' \end{aligned} \quad (2.3.3.6)$$

$C_{x0}, C_{x\alpha}, C_{x\alpha^2}$ — коэффициенты лобового сопротивления,

$C_{y0}, C_{y\alpha}, C_{y\delta_B}$ — коэффициенты подъёмной силы,

δ_B — отклонение руля высоты (градус),

$\eta_i \sim \mathcal{N}(0, 10^{-4})$ — гауссовский шум.

Измерения включают скорость, угол атаки и угол тангажа:

$$z = [V_{meas} \quad \alpha_{meas} \quad \theta_{meas}]^T = HX + v, \quad v \sim \mathcal{N}(0, R),$$

где H — матрица измерений,

v — шум измерений с ковариационной матрицей R .

Для совместной оценки параметров используется расширенный вектор состояния: $X = [V \quad \alpha \quad \theta \quad C_{x0} \quad C_{x\alpha} \quad C_{x\alpha^2} \quad C_{y0} \quad C_{y\alpha} \quad C_{y\delta_B}]^T$.

2.3.4 Алгоритм EKF с перекрывающимся скользящим окном

Модифицированный алгоритм расширенного фильтра Калмана с адаптивным скользящим окном предназначен для повышения точности оценки состояния и параметров модели самолёта в условиях изменяющихся динамических режимов и шумов измерений [82]. Эта усовершенствованная версия расширенного фильтра Калмана (EKF) улучшает оценку состояния и параметров за счет обработки данных фиксированными перекрывающимися сегментами (окнами), а не последовательно. Данный подход повышает устойчивость к шумам, уменьшает дрейф параметров и обеспечивает более гладкие оценки.

Ключевые модификации в алгоритме EKF включают:

1. Перекрывание окон (50%)

Шаг скользящего окна обычно выбирается равным половине размера окна. Например, при размере окна 100 отсчётов следующий сегмент данных начинается с 50-го отсчёта. Такой подход обеспечивает несколько ключевых преимуществ: во-первых, снижается задержка обработки данных, что особенно важно для систем реального времени; во-вторых, улучшается плавность переходов между последовательными оценками за счёт частичного перекрывания окон, значит параметры оцениваются надежнее благодаря локальной пакетной обработке; в-третьих, увеличивается устойчивость алгоритма к кратковременным выбросам и шумам в данных благодаря усреднению на перекрывающихся участках.

2. Исследуемые размеры окон

Алгоритм использует и сравнивает три режима в зависимости от динамики полёта:

- малое окно (20 отсчётов $= 20/32 \approx 0.63$ с) – применяется при резких манёврах (высокая частота обновления);
- среднее окно (50 отсчётов ≈ 1.56 с) – применяется для умеренных изменений состояния;
- большое окно (100 отсчётов ≈ 3.12 с) – используется для стационарных режимов (например, горизонтальный полёт).

В отличие от классического EKF, который обрабатывает измерения последовательно, предложенный SW-EKF:

1. Делит данные на сегменты фиксированного размера (окна);
2. Полностью перезапускает EKF для каждого окна;
3. Использует перекрывание окон для плавности переходов.

Допустим, что размер окна равен N (количество шагов в окне) и тогда шаг перекрывания будет $S = \frac{N}{2}$.

Цель состоит одновременно оценить $x_k = [V \ \alpha \ \theta \ C_{x0} \ C_{x\alpha} \ C_{x\alpha^2} \ C_{y0} \ C_{y\alpha} \ C_{y\delta_B}]$ используя только последние N измерений, чтобы повысить устойчивость к шумам и выбросам.

Алгоритм SW-EKF состоит из двух этапов:

1. Инициализация (первое окно);
2. Обновление скользящего окна (последующие окна).

Шаг 1: Инициализация (первое окно)

1. Инициализация состояния и ковариационной матрицы:

$$\hat{x}_0 = x_{\text{real}}, \quad P_0 = P_{\text{init}}, \quad (2.3.4.1)$$

где P_{init} — диагональная матрица с начальными неопределённостями для параметров состояния и аэродинамических параметров [75].

2. Запуск стандартного EKF для первых N шагов:

Для $k = 1$ до N :

- **предсказание** (аналогично EKF):

$$\hat{x}_{k|k-1} = f(\hat{x}_{k-1|k-1}, u_{k-1}), \quad (2.3.4.2)$$

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q, \quad (2.3.4.2)$$

где $F_k = \frac{\partial f}{\partial x} |_{\hat{x}_{k|k-1}}$.

- **обновление** (аналогично EKF):

$$K_k = P_{k|k-1} H_k^T (H_k P_{k|k-1} H_k^T + R)^{-1}, \quad (2.3.4.3)$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k (z_k - h(\hat{x}_{k|k-1})), \quad (2.3.4.4)$$

$$P_{k|k} = (I - K_k H_k) P_{k|k-1}, \quad (2.3.4.5)$$

где $H_k = \frac{\partial h}{\partial x} |_{\hat{x}_{k|k-1}}$.

- **сохранение оценок для первого окна:**

$$X_1 = \{\hat{x}_1, \hat{x}_2, \dots, \hat{x}_N\}, \quad P_1 = \{P_1, P_2, \dots, P_N\}. \quad (2.3.4.5)$$

Шаг 2: Обновление скользящего окна

Для каждого нового окна w (со сдвигом на S шагов):

1. Повторная инициализация фильтра с использованием последней наилучшей оценки из предыдущего окна:

$$\hat{x}_0^{(w)} = \hat{x}_{N-S}^{(w-1)}, \quad P_0^{(w)} = P_{N-S}^{(w-1)}, \quad (2.3.4.7)$$

где $\hat{x}_0^{(w)}$ — начальная оценка состояния для окна w ,

$\hat{x}_{N-S}^{(w-1)}$ — оценка состояния из предыдущего окна $(w-1)$ на шаге $N-S$ (где N — размер окна, S — шаг перекрытия),

$P_0^{(w)}$ — начальная ковариационная матрица для окна w ,

$P_{N-S}^{(w-1)}$ — ковариационная матрица из предыдущего окна $(w-1)$ на шаге $N-S$.

Для окна $w \geq 2$:

2. Переход к новому окну:

- новое окно начинается с $k_w = k_{w-1} + S$.
- начальное условие из предыдущего окна:

$$\hat{x}_{k_w|k_w}^{(w)} = \hat{x}_{k_w-1|k_w-1}^{(w-1)}, \quad P_{k_w|k_w}^{(w)} = P_{k_w-1|k_w-1}^{(w-1)}. \quad (2.3.4.8)$$

3. Обработка шагов: для $k = k_w$ до $k_w + N - 1$:

- предсказание состояния:

$$\hat{x}_{k|k-1}^{(w)} = f\left(\hat{x}_{k-1|k-1}^{(w)}, u_{k-1}\right), \quad (2.3.4.9)$$

$$P_{k|k-1}^{(w)} = F_{k-1}^{(w)} P_{k-1|k-1}^{(w)} \left(F_{k-1}^{(w)}\right)^T + Q. \quad (2.3.4.10)$$

- обновление состояния:

$$K_k^{(w)} = P_{k|k-1}^{(w)} \left(H_k^{(w)}\right)^T \left(H_k^{(w)} P_{k|k-1}^{(w)} \left(H_k^{(w)}\right)^T + R\right)^{-1}, \quad (2.3.4.11)$$

$$\hat{x}_{k|k}^{(w)} = \hat{x}_{k|k-1}^{(w)} + K_k^{(w)} \left(z_k - h\left(\hat{x}_{k|k-1}^{(w)}\right)\right), \quad (2.3.4.12)$$

$$P_{k|k}^{(w)} = \left(I - K_k^{(w)} H_k^{(w)}\right) P_{k|k-1}^{(w)}. \quad (2.3.4.13)$$

4. Сохранение оценок для окна w :

$$X_w = \{\hat{x}_1^{(w)}, \dots, \hat{x}_N^{(w)}\}, \quad P_w = \{P_1^{(w)}, \dots, P_N^{(w)}\}. \quad (2.3.4.14)$$

5. Сдвиг окна на S шагов и повторение.

Приводим пример работы описанного алгоритма выше: при резком отклонении руля высоты система автоматически активирует малое окно (20 отсчётов), что позволяет быстро отслеживать динамические изменения угла атаки (α) и тангажа (θ). В режиме стабилизации происходит переход на увеличенное окно (100 отсчётов), обеспечивающее эффективное подавление шумов за счёт усреднения данных. Такой адаптивный подход обеспечивает оптимальный баланс между точностью параметрических оценок и быстродействием системы, что является критически важным требованием для систем управления реального времени.

Практическая реализация алгоритма демонстрирует его адаптивные возможности: при обнаружении резкого манёвра (отклонение руля высоты) система мгновенно переключается на малое аналитическое окно (20 отсчётов) для точного захвата быстрых изменений углов α и θ , тогда как в штатном режиме используется расширенное окно (100 отсчётов) для максимального подавления шумовых составляющих. Эта динамическая адаптация размеров окна позволяет одновременно удовлетворять противоречивым требованиям к точности оценок и скорости реакции, что особенно важно для контуров управления летательными аппаратами в реальном времени.

Предложенный алгоритм имеет несколько преимуществ: устойчивость к выбросам (старые данные отбрасываются); вычислительная эффективность (обрабатывает только N точек за раз); адаптивность к изменяющейся динамике (переоценка параметров в каждом окне) и при этом его недостатком является потеря долгосрочной информации, значит старые данные забываются, а также чувствительность к размеру окна N .

Исследование показало, что комбинация EKF и адаптивного скользящего окна является эффективным инструментом для идентификации аэродинамических параметров самолёта. Метод

демонстрирует высокую точность и устойчивость к шумам, что делает его пригодным для использования в реальных условиях. Дальнейшие исследования могут быть направлены на интеграцию предложенного подхода с современными методами машинного обучения для ещё большего повышения точности и эффективности [83].

2.4 Сравнительный анализ сплайн-аппроксимации и фильтрации Калмана в задаче сглаживания полетных данных

В этом разделе представлен эмпирический сравнительный анализ расширенного фильтра Калмана и метода сплайн-аппроксимации [84-87]. Впечатляющий результат заключается в том, что простая аппроксимация сплайнами во многих случаях работает лучше, чем сложный фильтр Калмана. Хотя фильтры Калмана и метод сплайн-аппроксимации в истории развивались независимо, эти два метода требуют сравнительного анализа, чтобы оценить и понять их возможности в оценке и уменьшении шума послеполетных данных. Ни в одной из упомянутых выше работ по данной тематике не рассматривается сравнение фильтра Калмана и подходов сплайн-аппроксимации при сглаживании полетных данных. Эта задача рассматривалась в данной главе. Результаты, полученные в данной главе, способствовали на разработку метода численного дифференцирования с помощью сплайн Эрмита на основе комплексирования информации от различных датчиков.

Алгоритм построения сплайнов с помощью языка Python сводится к следующему [88]:

1. Определяются входные данные;
2. Впоследствии создаются узлы сплайна;
3. Далее создается кубический сплайн данных с использованием модуля Python, который предоставляет функцию сплайна;

4. Применяется созданная сплайн-функция к сигналу, для которого необходимо найти оценку;
5. Затем данные и соответствующие сплайны отображаются на одном графике;
6. Наконец, выводятся параметры сплайна, наиболее важными из которых являются: среднеквадратическое отклонение между построенным сплайном и исходным сигналом, узлы сплайна, значения сплайна в узлах, значения, полученные из сплайна в узлах;
7. Эти параметры используются для построения эрмита сплайна [89].

В данной работе используются Эрматовы сплайны третьего порядка [90]. Приведем их краткое описание. Пусть требуется аппроксимировать некоторую скалярную функцию $f(x)$, определенную на интервале $x \in [x_1, x_M]$. Пусть на этом интервале заданы M значений, $x_j, j = 1, 2 \dots M$, которые называются узлами сплайна. Тогда для точки x , принадлежащей отрезку $[x_i, x_{i+1}]$, значение аппроксимирующего сплайна рассчитывается по формуле:

$$S(x) = \varphi_1(t)f_i + \varphi_2(t)f_{i+1} + \varphi_3(t)h_i f'_i + \varphi_4(t)h_i f'_{i+1}, \quad (2.4.1)$$

где $f_i = f(x_i)$, $f'_i = f'(x_i)$, $f_{i+1} = f(x_{i+1})$, $f'_{i+1} = f'(x_{i+1})$,

$$\varphi_1(t) = (1-t)^2(1+2t), \quad \varphi_2(t) = t^2(3-2t),$$

$$\varphi_3(t) = t(1-t)^2, \quad \varphi_4(t) = -t^2(1-t), \quad h_i = x_{i+1} - x_i, \quad t = \frac{x-x_i}{h_i}.$$

Такой сплайн всем отрезке $x \in [x_1, x_M]$ является непрерывной скалярной функцией, имеет непрерывную первую производную. Этим выбором определяются свойства гладкости формируемых управлений. Значения аппроксимируемой функции и ее производной в узлах сплайна формируют вектор априорно неизвестных параметров, однозначно описывающих сплайн.

Следующие уравнения выбраны из общей математической модели движения летательного аппарата [74]:

Модель объекта определяется следующим образом:

$$\frac{d\vartheta(t)}{dt} = \omega_y(t) \sin \gamma(t) + \omega_z(t) \cos \gamma(t), \quad (2.4.2)$$

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma(t)}{dt} = & [\omega_x(t) \\ & - \operatorname{tg} \vartheta(t)(\omega_y(t) \cos \gamma(t) \\ & - \omega_z(t) \sin \gamma(t))], \end{aligned} \quad (2.4.3)$$

где $X(t)$ – вектор состояния,

$U(t)$ – вектор управления,

$$X(t) = [\vartheta(t), \gamma(t)]^T,$$

$$U(t) = [\omega_x(t), \omega_y(t), \omega_z(t)]^T.$$

Модель наблюдения определяется следующим образом:

$$z_1(t_k) = \vartheta(t_k) + \eta_{\vartheta}(t_k), \quad (2.4.4)$$

$$z_2(t_k) = \gamma(t_k) + \eta_{\gamma}(t_k), \quad (2.4.5)$$

где $z^T(t_k) = [z_1(t_k) \ z_2(t_k)]$ – Вектор наблюдения,

$\eta_{\vartheta}(t_k), \eta_{\gamma}(t_k)$ – шумы в угле тангажа и в угле крена соответственно.

Модель пространства состояний системы представлена следующим образом.:

$$\begin{bmatrix} \vartheta_k \\ \gamma_k \end{bmatrix} = A_{k-1} \begin{bmatrix} \vartheta_{k-1} \\ \gamma_{k-1} \end{bmatrix} + B_{k-1} \begin{bmatrix} \omega_x^k \\ \omega_y^k \\ \omega_z^k \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta_{\vartheta}^{k-1} \\ \eta_{\gamma}^{k-1} \end{bmatrix}. \quad (2.4.6)$$

Производные, указанные в матрицах A_{k-1} и B_{k-1} , были получены аналитически в этой работе и представлены ниже:

A_{k-1}

$$= \begin{bmatrix} 1 & \omega_y^k \cos \gamma_{k-1} - \omega_z^k \sin \gamma_{k-1} \\ \frac{-1}{\cos^2 \vartheta_{k-1}} (\omega_y^k \cos \gamma_{k-1} - \omega_z^k \sin \gamma_{k-1}) & 1 + \operatorname{tg} \vartheta_{k-1} (\omega_y^k \sin \gamma_{k-1} - \omega_z^k \cos \gamma_{k-1}) \end{bmatrix},$$

$$B_{k-1} = \begin{bmatrix} 0 & \sin \gamma_{k-1} \\ 1 & -\operatorname{tg} \vartheta_{k-1} \cos \gamma_{k-1} \end{bmatrix}.$$

Полученные результаты позволяют сделать вывод, что, несмотря на отсутствие использования модели процесса в методе сплайновой аппроксимации, он дает хорошую оценку сигнала, особенно при увеличении количества узлов, и, более того, дает более плавную оценку. С другой стороны, ЕKF является одним из лучших средств оценки сигнала. В нём учитываются оба модели процесса и наблюдения для выполнения оценивания, ЕKF является более сложным по сравнению с методом сплайновой аппроксимации.

2.5 Разработка метода численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе комплексирования измерений от датчиков угла тангажа и угловой скорости

В данном исследовании проведен всесторонний анализ трех методов оценки углового ускорения: авторского предложенного метода, метода Поплавского и классического метода конечных разностей. Результаты демонстрируют существенные различия в точности методов, особенно в различных частотных диапазонах. Исследование выявило, что предложенный метод численного дифференцирования показывает наилучшие результаты среди рассматриваемых подходов.

Проблема точной оценки углового ускорения остается актуальной задачей в динамике полета и системах управления. Трудности связаны с:

1. Численным дифференцированием зашумленных сигналов;
2. Усилением высокочастотных шумов при выполнении численного дифференцирования зашумленных сигналов;
3. Требованием к точности в различных частотных диапазонах.

2.5.1 Обзор методов оценки производных устойчивости и управления самолета

Оценка производных устойчивости и управляемости важна для летных испытаний, моделирования воздушного судна и проектирования

систем управления [76]. Это помогает прогнозировать поведение воздушного судна в различных условиях полета. В динамике полета кратковременный режим движения воздушного судна относится к движению по тангажу, при котором воздушное судно вращается вокруг своей боковой оси.

Это движение включает изменения угла тангажа, скорости тангажа по отношению ко времени и скорости полета. В этом кратковременном режиме самолет испытывает быстрые колебания угла тангажа из-за помех, таких как турбулентность или действия пилота. Характеристики устойчивости и управляемости самолета в этом режиме имеют решающее значение для безопасности и эффективности полета. Следовательно, точная оценка аэродинамических параметров в таком режиме полета актуальна в авиастроении. Точная оценка аэродинамических параметров требует точной оценки углового ускорения, что является предметом данной работы. Для фильтрации шума и оценки производных широко используются полиномиальная аппроксимация, традиционные методы численного дифференцирования, фильтры Калмана и сплайн-аппроксимация. В полиномиальной аппроксимации существует известный метод Поплавского. Метод был разработан российским ученым В. К. Поплавским. Этот метод обладает способностью значительно фильтровать и сглаживать сигналы.

Методы численного дифференцирования используются для нахождения производных, но они становятся неэффективными и непрактичными при наличии шумов измерений [91]. Особенно для беспилотных летательных аппаратов шумы измерения могут быть очень большие в параметрах полета.

Метод Поплавского превосходит их, когда дело доходит до нахождения производных в условиях шума. Примечательной особенностью метода Поплавского является то, что он использует параметр,

указывающий размер скользящего окна. С увеличением этого параметра в граничных точках сигнала появляются ошибки интерполяции, однако при этом улучшается оценка остальной части сигнала.

В [92] рассматривается сравнение между фильтром Калмана и методами сплайн-аппроксимации при сглаживании полетных данных. Наиболее интересным результатом в этой статье является то, что простая сплайн-аппроксимация во многих случаях работает лучше, чем сложный фильтр Калмана.

При идентификации коэффициента момента тангажа ключевую роль играют измерения угловой скорости тангажа ω_z . Однако, если сигнал ω_z зашумлен, прямое численное дифференцирование для получения углового ускорения $\dot{\omega}_z$ приводит к усилению высокочастотных шумов и, как следствие, к снижению точности оценок [93,94].

Рассмотрим, как ошибки в оценке $\dot{\omega}_z$ влияют на точность определения коэффициенты момента тангажа M , с использованием методов параметрической идентификации (например, метода наименьших квадратов).

Уравнение момента тангажа в линейном приближении имеет вид [74]:

$$M = M_0 + M_\alpha \alpha + M_{\omega_z} \omega_z + M_{\delta_e} \delta_e + M_{w_z} w_z, \quad (2.5.1.1)$$

где M – полный аэродинамический момент тангажа,

M_0 – момент в балансировочном режиме,

M_α – производная статической устойчивости по углу атаки,

M_{ω_z} – коэффициент демпфирования тангажа,

M_{δ_e} – эффективность руля высоты,

M_{w_z} – коэффициент момента, обусловленный вертикальным ускорением воздушного потока w_z .

Связь момента с угловым ускорением задается уравнением динамики в установившихся режимах:

$$M = I_{yy}\dot{\omega}_z, \quad (2.5.1.2)$$

где I_{yy} – момент инерции ЛА относительно оси тангажа.

Подставляя, получаем:

$$I_{yy}\dot{\omega}_z = M_0 + M_\alpha\alpha + M_{\omega_z}\omega_z + M_{\delta_e}\delta_e + M_{w_z}w_z. \quad (2.5.1.3)$$

Для целей идентификации перепишем уравнение в виде:

$$\dot{\omega}_z = \frac{1}{I_{yy}}(M_0 + M_\alpha\alpha + M_{\omega_z}\omega_z + M_{\delta_e}\delta_e + M_{w_z}w_z). \quad (2.5.1.4)$$

Для оценки коэффициентов $M_0, M_\alpha, M_{\omega_z}, M_{\delta_e}, M_{w_z}$ используется регрессионная модель:

$$Y = X\Theta + \epsilon, \quad (2.5.1.5)$$

где $Y = [\dot{\omega}_{z1}, \dot{\omega}_{z2}, \dots, \dot{\omega}_{zN}]^T$ – вектор измеренных угловых ускорений,

$$X = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_1 & \omega_{z1} & \delta_{e1} & w_{z1} \\ 1 & \alpha_2 & \omega_{z2} & \delta_{e2} & w_{z2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \alpha_N & \omega_{zN} & \delta_{eN} & w_{zN} \end{bmatrix} \text{ – матрица регрессоров,}$$

$$\Theta = \left[\frac{M_0}{I_{yy}}, \frac{M_\alpha}{I_{yy}}, \frac{M_{\omega_z}}{I_{yy}}, \frac{M_{\delta_e}}{I_{yy}}, \frac{M_{w_z}}{I_{yy}} \right]^T \text{ – вектор оцениваемых параметров,}$$

ϵ – вектор шумов измерений.

Оценка МНК вычисляется как:

$$\hat{\Theta} = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (2.5.1.6)$$

Если $\dot{\omega}_z$ вычисляется без шумов, оценка будет несмещенной:

$$\hat{\Theta} \approx \Theta_{\text{ист}} \approx (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (2.5.1.7)$$

При наличии случайных шумов η в измерениях ω_z :

$$\omega_{z\text{изм}} = \omega_{z\text{ист}} + \eta. \quad (2.5.1.8)$$

Прямое вычисление $\dot{\omega}_z$ через конечные разности усиливает шум:

$$\dot{\omega}_{z\text{изм}} \approx \frac{\Delta\omega_{z\text{изм}}}{\Delta t} = \dot{\omega}_{z\text{ист}} + \frac{\Delta\eta}{\Delta t}. \quad (2.5.1.9)$$

Подстановка $Y = \dot{\omega}_{z\text{изм}}$ в МНК приводит к смещённой оценке:

$$\hat{\Theta} = \Theta_{\text{ист}} + (X^T X)^{-1} X^T \left(\frac{\Delta\eta}{\Delta t} \right). \quad (2.5.1.10)$$

Если обозначаем смещение $\Delta Y = \left(\frac{\Delta \eta}{\Delta t} \right)$, тогда

$$\hat{\Theta} = \Theta_{\text{ист}} + (X^T X)^{-1} X^T \Delta Y \quad \text{все элементы вектора } \hat{\Theta} \left(\frac{M_0}{I_{yy}}, \frac{M_\alpha}{I_{yy}}, \frac{M_{\omega_z}}{I_{yy}}, \frac{M_{\delta_e}}{I_{yy}}, \frac{M_{w_z}}{I_{yy}} \right)$$

получают систематическое смещение, пропорциональное ΔY . Например, если ΔY коррелирует с ω_z , оценка M_{ω_z} будет смещена.

Принимая во внимание приведенные выше замечания и выделенные моменты, в настоящем исследовании предлагается новый алгоритмический подход и рассматриваются вышеупомянутые проблемы логическим образом. Два аспекта, которые не были рассмотрены в традиционных методах, мотивируют настоящее исследование. Во-первых, традиционные методы используют только угловую скорость для оценки соответствующего ускорения. Во-вторых, точность оценки может быть значительно повышена, если используется полная навигационная информация как о положении, так и об угловой скорости.

2.5.2 Описание метода Поплавского

Проблема оценки производных возникла в практике обработки материалов летных испытаний в связи с необходимостью определения аэродинамических моментов, действующих на летательный аппарат в полете, которые пропорциональны производным соответствующих угловых скоростей летательного аппарата, обычно измеряемых в полете. Опыт практического определения производных угловых скоростей с использованием алгоритма, приведенного в работе, показал, что удовлетворительная точность расчета может быть получена при количестве точек на скользящем интервале обработки в диапазоне 11...15 [95].

Временной интервал между двумя соседними точками не должен превышать 0,2 с. При автоматизированной обработке материалов летных испытаний подавление случайных ошибок измерений может быть выполнено путем сглаживания информации. Использование алгоритмов

оценки линейного преобразования позволяет разрабатывать методы определения характеристик объектов на основе анализа записей нестационарных режимов полета и способствует более полному использованию экспериментальных материалов. Алгоритмы сглаживания и численного дифференцирования могут быть успешно применены в различных исследованиях, в частности, выполнение сглаживания может быть использовано для выделения "медленной" составляющей изменений параметров. При оценке первой производной $y(t)$ мы используем аппроксимирующие многочлены k -й степени [95].

$$S = \sum_{j=-m}^m b_j y(t_i), \quad (2.5.2)$$

где $b_j = \frac{5[5(3m^4+6m^3-3m+1)j-7(3m^2+3m-1)j^3]}{h(m^2-1)m(m+2)(4m^2-1)(2m+3)},$

m — количество точек на скользящем интервале,

h — время выборки.

В работе [95] (раздел 4.4.2) исследуются частотные свойства оценок линейных преобразований, играющие ключевую роль в анализе эффективности подавления помех при обработке сигналов. Частотная характеристика оценки линейного оператора S_L , обозначаемая как $W_{S_L}(i\omega)$, определяется как комплексный коэффициент передачи, связывающий выходной отклик преобразования $S_L[e^{i\omega t}]$ с гармоническим входным сигналом $e^{i\omega t}$:

$$W_{S_L}(i\omega) = \frac{S_L[e^{i\omega t}]}{e^{i\omega t}} = \sum_{j=-m}^m b_j^{(L)} e^{i\omega \tau_j}, \quad (2.5.2.1.1)$$

где $b_j^{(L)}$ — весовые коэффициенты преобразования,

τ_j — временные задержки, связанные с дискретизацией сигнала.

Для детального анализа характеристики $W_{S_L}(i\omega)$ целесообразно представить в виде:

$$W_{S_L}(i\omega) = u(\omega) + iv(\omega) = |W_L(\omega)| e^{i\varphi(\omega)}, \quad (2.5.2.1.2)$$

где $u(\omega) = \operatorname{Re} W_{S_L}(i\omega)$ и $v(\omega) = \operatorname{Im} W_{S_L}(i\omega)$ — действительная и мнимая составляющие;

$|W_L(\omega)| = \sqrt{u^2(\omega) + v^2(\omega)}$ — амплитудно-частотная характеристика (АЧХ), определяющая усиление/ослабление сигнала,
 $\varphi(\omega) = \arctan \frac{v(\omega)}{u(\omega)}$ — фазо-частотная характеристика (ФЧХ), характеризующая временные сдвиги.

Важным свойством $W_{S_L}(i\omega)$ является её периодичность с периодом $\Omega = \frac{2\pi}{h}$ при равномерной дискретизации ($\tau_j = hj$):

$$W_{S_L} \left[i \left(\omega + \frac{2\pi}{h} \right) \right] = W_{S_L}(i\omega), \quad (2.5.2.1.3)$$

это означает, что анализ может быть ограничен диапазоном $\omega \in \left[-\frac{\pi}{h}, \frac{\pi}{h} \right]$.

На рис.2.5.3.2 представлены амплитудно-частотная характеристика и фазо-частотная характеристика для сглаживающего (а) и дифференцирующего (б) фильтров при $m = 5$ и аппроксимации базисными функциями $\phi_n(t) = t^n$ ($n = 0, 1, 2, 3$). В предположении некоррелированных погрешностей ($K = \sigma_0^2 E$) графики демонстрируют:

1. Зоны эффективного подавления погрешностей — частотные диапазоны, где $|W_L(\omega)| \approx 0$.
2. Области совпадения преобразования и его оценки — участки, где $W_{S_L}(i\omega) \approx S_L(i\omega)$.

Частотный подход позволяет не только количественно оценить погрешности, но и оптимизировать параметры алгоритмов (например, выбор m и шага дискретизации h). Это особенно важно в задачах,

требующих баланса между точностью воспроизведения сигнала и устойчивостью к шумам. Таким образом, частотные характеристики служат универсальным инструментом для синтеза и анализа линейных преобразований в условиях погрешностей.

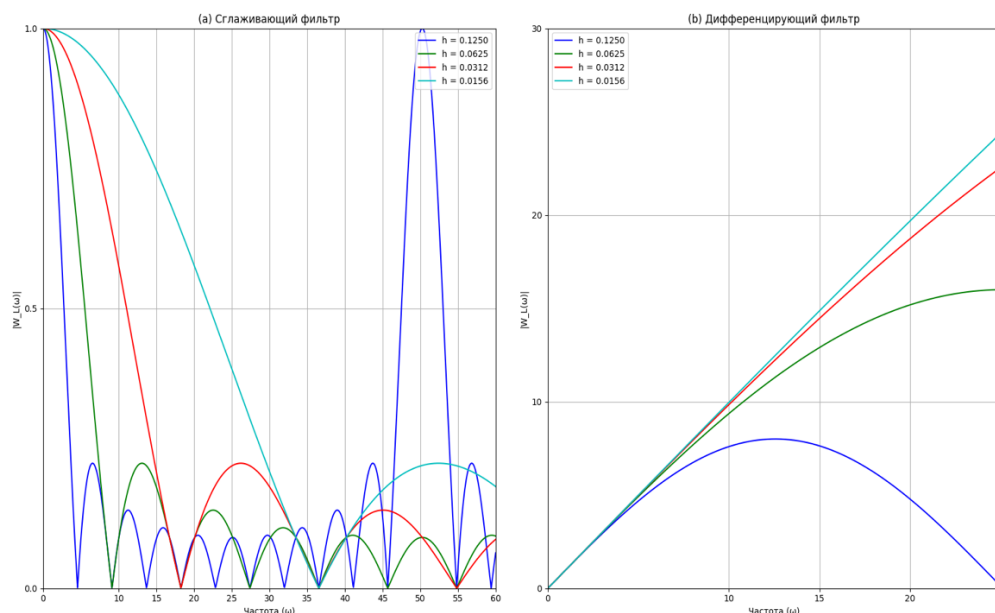


Рис.2.5.2. Частотные характеристики сглаживающего и дифференцирующего фильтров

2.5.3 Описание предложенного метода численного дифференцирования

Чтобы применить формулы предложенного метода, необходимо сгенерировать узлы в соответствии с интервалом времени обработки и длиной исходного сигнала [96-98]. Также необходимо создать узлы таким образом, чтобы интервал между двумя узлами был одинаковым и постоянным [99].

Для применения предложенного сплайн-метода выполняется преобразование с использованием формулы (2.4.1), что позволяет получить алгоритм оценки первой и второй производных. Особенностью предложенного метода является его способность оценить угловое ускорение тангажа с использованием угла тангажа и угловой скорости

тангажа. Кроме этого, предложенный метод обеспечивает сглаживание шумов измерений по углу тангажа, представленного коэффициентами f_i и f_{i+1} . Угловая скорость представлена f'_i и f'_{i+1} .

$$y(x) = \alpha_0 + \alpha_1 \frac{(x-x_i)}{h_i} + \alpha_2 \frac{(x-x_i)^2}{h_i^2} + \alpha_3 \frac{(x-x_i)^3}{h_i^3}, \quad (2.5.3.2)$$

$$y'(x) = \frac{\alpha_1}{h_i} + 2\alpha_2 \frac{(x-x_i)}{h_i^2} + 3\alpha_3 \frac{(x-x_i)^2}{h_i^3}, \quad (2.5.3.3)$$

$$y''(x) = \frac{2\alpha_2}{h_i^2} + 6\alpha_3 \frac{(x-x_i)}{h_i^3}, \quad (2.5.3.4)$$

где
$$\begin{cases} \alpha_0 = f_i \\ \alpha_1 = f'_i h_i \\ \alpha_2 = -3f_i + 3f_{i+1} - 2f'_i h_i - f'_{i+1} h_i \\ \alpha_3 = 2f_i - 2f_{i+1} + f'_i h_i + f'_{i+1} h_i \end{cases}$$

Далее для сравнения рассмотрим метод центральной разности для вычисления углового ускорения ω_z' при заданной угловой скорости (ω_z):

$$\omega_z'(t_i) = \frac{\omega_z(t_{i+1}) - \omega_z(t_{i-1}))}{2\Delta t}. \quad (2.5.3.5)$$

Параметры реализации метода центральной разности следующие: частота дискретизации сигнала составляет 32 Гц, общая длина сигнала — 2003 отсчёта, что соответствует длительности 62,59с. Таким образом время дискретизации $\Delta t = 0,03125$.

Для вычисления производных использовались следующие методы и параметры:

- сплайн-аппроксимация: 50 узлов, степень полинома 3;
- метод Поплавского: длина окна $m = 15$;
- метод конечных разностей: центральные разности 2-го порядка;
- для спектрального анализа применялось дискретное преобразование Фурье длиной 1024 точки, использовалось окно Ханна (256 точек) с перекрытием 50%.

Для оценки работоспособности описанных и предложенных алгоритмов в данном исследовании и вообще в настоящей диссертации используются следующие метрики:

- **средняя абсолютная ошибка (MAE – Mean Absolute Error):** показывает среднюю величину абсолютных отклонений прогнозируемых значений от фактических. Измеряется в тех же единицах, что и исходные данные. Чем меньше значение MAE, тем точнее модель. Основное преимущество - устойчивость к выбросам. Формула для расчета:

$$MAE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i - \hat{y}_i|, \quad (2.5.3.6)$$

где y_i – истинное значение,
 $\hat{y}_i$ – оцененное значение,
 n – количество наблюдений.

- **Средний квадрат ошибки (MSE – Mean Squared Error):** вычисляет среднее значение квадратов ошибок. Более строго штрафует большие отклонения по сравнению с MAE, так как ошибки возводятся в квадрат. Единицы измерения - квадраты единиц исходных данных. Формула для расчета:

$$MSE = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2. \quad (2.5.3.7)$$

- **корень из среднеквадратической ошибки (RMSE – Root Mean Squared Error):** представляет собой квадратный корень из MSE, что возвращает метрику к исходным единицам измерения данных. Как и MSE, сильно реагирует на выбросы. Широко используется для сравнения моделей. Формула для расчета:

$$RMSE = \sqrt{MSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}. \quad (2.5.3.8)$$

- **средняя абсолютная процентная ошибка (MAPE – Mean Absolute Percentage Error):** выражает ошибку в процентах от фактических значений, что делает метрику безразмерной и удобной для сравнения моделей на разных масштабах данных. Однако не рекомендуется использовать при наличии нулевых или близких к нулю значений в данных. Формула для расчета:

$$MAPE = \frac{100\%}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|. \quad (2.5.3.9)$$

- **относительная ошибка (Отн.ошибка, %):** Метрика показывает степень отклонения результатов исследуемого метода от эталонных значений в процентном выражении. Вычисляется как нормированная среднеквадратическая ошибка между обработанным и эталонным сигналами. Чем меньше значение, тем выше точность метода. Формула расчета для дискретных сигналов:

$$\text{Отн.ошибка} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i^{\text{метод}} - x_i^{\text{эталон}})^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^N (x_i^{\text{эталон}})^2}} \times 100\%, \quad (2.5.3.10)$$

где $x_i^{\text{метод}}$ - i-й отсчет сигнала, полученного исследуемым методом,

$x_i^{\text{эталон}}$ - i-й отсчет эталонного сигнала,

N - общее количество отсчетов в сигнале.

- **коэффициент искажения (K_dist):** характеризует степень изменения спектральной характеристики сигнала после обработки. Показывает отношение энергии спектра обработанного сигнала к энергии спектра эталона в заданном частотном

диапазоне. Идеальное значение 1 означает полное сохранение спектральных свойств. Значения выше 1 указывают на усиление спектральных компонент, ниже 1 - на их ослабление. Формула расчета для дискретных сигналов:

$$K_{\text{dist}} = \frac{\sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} |S_k^{\text{метод}}|^2}{\sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} |S_k^{\text{эталон}}|^2}, \quad (2.5.3.11)$$

где $S_k^{\text{метод}}$ - спектральная составляющая исследуемого сигнала на частоте k ,

$S_k^{\text{эталон}}$ - спектральная составляющая эталонного сигнала на частоте k ,

$k_{\min}, k_{\max}$ - индексы, соответствующие границам анализируемого частотного диапазона.

- **мощность шума (P_{noise} [рад²/с⁴]):** оценивает уровень шумовых составляющих, вносимых методом обработки. Вычисляется как суммарная мощность разности между спектрами обработанного и эталонного сигналов. Метрика особенно важна для анализа высокочастотных составляющих. Чем меньше значение, тем лучше метод подавляет шумы и артефакты обработки. Формула расчета для дискретных сигналов:

$$P_{\text{noise}} = \sum_{k=k_{\min}}^{k_{\max}} |S_k^{\text{метод}} - S_k^{\text{эталон}}|^2 \cdot \Delta f, \quad (2.5.3.12)$$

где Δf - шаг по частоте в спектральном представлении, остальные обозначения соответствуют приведенным выше.

2.5.4 Выводы по главе 2

В главе представлен новый метод для оценивания систематических погрешностей бортовых измерений на основе комплексирования измерений гироскопов, акселерометров и спутниковой навигационной

системы. Особенность метода заключается в применении измерений скорости от спутниковой навигационной системы для коррекции погрешностей от гироскопов и акселерометров.

Представлен новый алгоритм для восстановления случайных и систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений. Данные погрешности связаны с ограниченной разрядностью аналого-цифровых преобразователей (АЦП) и проявляются в условиях значительных шумовых помех. Угол тангажа, полученный в результате стендового моделирования, использован для демонстрации эффективности предложенного алгоритма (результаты будут подробно рассмотрены в следующей главе).

Проведен сравнительный анализ двух распространенных вариантов фильтрации Калмана - расширенного фильтра Калмана (ЕКФ) и сигматочечного фильтра Калмана (UKF). Цель данного исследования - выяснить какой вариант фильтров наиболее подходит в зависимости от типа решаемой задачи. На основе проведенного сравнения была разработана методика определения эффективности оценок, а также даны рекомендации по выбору варианта фильтра Калмана в зависимости от типа решаемой задачи.

Разработан новый алгоритм для идентификации аэродинамических параметров самолёта на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF), который повышает точность оценок. Модификация классического подхода ЕКФ заключается во введении адаптивного скользящего окна с перекрытием выборок, что снижает влияние шумов измерений, улучшает сходимость оценок и обеспечивает плавность переходов между временными интервалами. Предложенный метод объединяет преимущества расширенного фильтра Калмана с механизмом последовательного перекрывающегося обновления

данных, что позволяет достичь более точного и устойчивого определения аэродинамических коэффициентов в различных режимах полёта.

Проведено сравнение кубической сплайн-интерполяции и ЕKF; поскольку локальные ошибки ЕKF могут быть значительными, среднеквадратическое отклонение оценки ЕKF составляет примерно 0,04 рад, что больше, чем у метода сплайн-аппроксимации 0,01 рад. В целом, сплайн-аппроксимация показала более высокую точность по сравнению с расширенным фильтром Калмана. Это связано с тем, что сплайн-интерполяция обеспечивает глобальную оценку на всем интервале обработки данных, используя методы множественной регрессии и метод наименьших квадратов, в то время как фильтр Калмана является рекурсивным методом и зависит от локальных шумов измерений.

В главе также обсуждаются методы оценки производных устойчивости и управления ЛА в том числе известный метод Поплавского для оценки производных и метод центральной разности. Предложен новый метод численного дифференцирования для оценки углового ускорения тангажа с использованием угла тангажа и угловой скорости тангажа, что значительно повышает точность по сравнению с существующими методами численного дифференцирования при оценке производных.

Глава 3 РАЗРАБОТКА МЕТОДИКИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ОПТИМАЛЬНОГО РАЗМЕРА СКОЛЬЗЯЩЕГО ОКНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ПРИ ОЦЕНИВАНИИ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ

В современной авиационной промышленности точная оценка аэродинамических параметров играет критическую роль при проектировании и испытаниях летательных аппаратов [100]. Традиционные методы обработки данных сталкиваются с существенными ограничениями при работе с большими объёмами информации, генерируемыми датчиками и измерительными системами. В данном исследовании рассматривается комбинированный подход, сочетающий метод скользящего окна с расширенным фильтром Калмана (EKF) и свёрточными нейронными сетями (CNN) для выбора оптимального размера скользящего окна, обеспечивающего наименьшую погрешность при идентификации параметров.

3.1 Метод скользящего окна

Метод скользящего окна представляет собой мощный алгоритмический инструмент для обработки больших данных, который позволяет эффективно анализировать временные последовательности. Основная идея метода заключается в выделении подмножества фиксированного или переменного размера ("окна") из исходного набора данных и его последовательном перемещении по всему массиву информации.

Ключевые преимущества метода включают:

- возможность обработки данных в реальном времени;
- гибкость в выборе размера окна для различных задач.

Исследование направлено на решение фундаментальной проблемы оптимального выбора размера окна при оценке параметров летательного аппарата. Проблема возникает из-за трех ключевых факторов:

1. Дилемма размера окна:

- малые окна обеспечивают быструю адаптацию к манёврам, но чувствительны к шумам;
- большие окна эффективно подавляют шумы, но запаздывают при переходных процессах;
- не существует универсального размера окна для всех режимов полёта.

2. Зависимость от режима полёта:

- агрессивные манёвры требуют малых окон;
- крейсерские режимы выигрывают от больших окон;
- переходные процессы нуждаются в средних окнах.

3.2 Обработка данных перед вводом в нейронные сети

Обработка аэродинамических данных требует специальных подходов из-за их характерных особенностей таких как: большой объём, высокая скорость генерации (режим реального времени), разнообразие форматов и источников (датчики скорости, углов атаки, положения и др.). Для решения этих задач была разработана комплексная архитектура обработки данных применяя подход анализа больших данных [101]. На рис.3.2 представлен жизненный цикл больших данных.

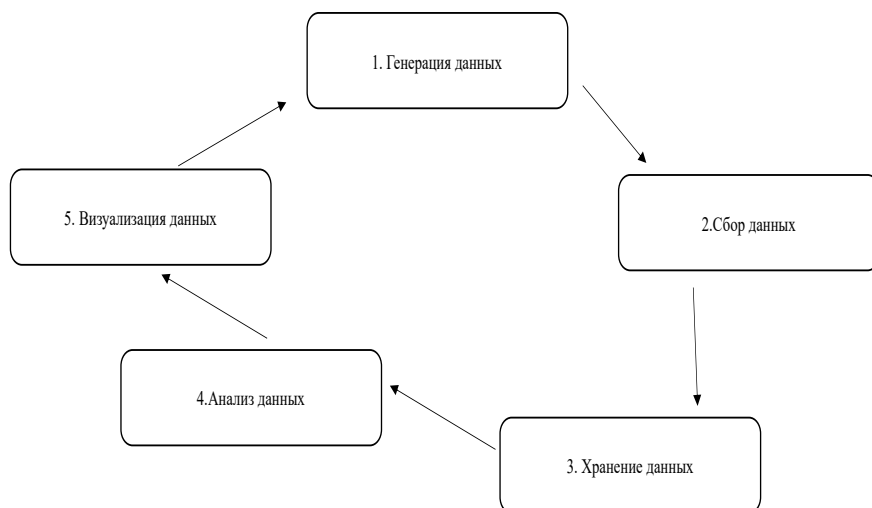


Рис.3.2. Жизненный цикл больших данных

Жизненный цикл больших данных включает несколько ключевых этапов, от генерации данных до их визуализации. Между этими двумя фазами данные проходят через этапы сбора, хранения и аналитической обработки [101]:

1. **Генерация данных:** на этом первом этапе данные собираются из различных источников, включая датчики, социальные сети, транзакционные системы и другие цифровые платформы;
2. **Сбор данных:** данный этап включает извлечение полезной информации, и он включает:
 - **отбор данных:** идентификация и выбор релевантных данных, которые представляют ценность для последующего анализа.
 - **предварительная обработка данных:** на данном этапе проводятся обнаружение, очистка и фильтрация ненужных, не консистентных или противоречивых данных для повышения качества набора данных.
3. **Хранение данных:** на этом этапе осуществляется долговременное хранение больших объёмов данных в специализированных системах

управления базами данных, облачных хранилищах или распределённых системах.

4. **Аналитика данных:** аналитический этап направлен на извлечение ценной информации с использованием качественных, количественных и технических методов анализа:

- **преобразование данных:** после сбора и предварительной обработки данные преобразуются в формат, совместимый с алгоритмами интеллектуального анализа данных.
- **анализ данных:** включает применение статистических методов и алгоритмов машинного обучения, таких как регрессия, классификация, кластеризация и оптимизация, для выявления закономерностей и прогнозирования.

5. **Визуализация данных:** финальный этап, на котором результаты анализа представляются в наглядной форме для упрощения интерпретации и принятия решений:

- **оценка:** анализ эффективности и точности результатов на основе выбранных метрик;
- **интерпретация:** интерактивное представление аналитических выводов с использованием графиков, диаграмм и панелей мониторинга для облегчения понимания сложных данных.

Жизненный цикл больших данных является подходом для обработки больших данных. Использование подхода больших данных позволяет собирать любые типы данных, а затем обрабатывать их для проведения всестороннего анализа. Это позволяет также анализировать прошлые события, прогнозировать будущие тенденции и разрабатывать оптимальные решения в зависимости от конкретных условий. Методология сбора и подготовки данных включала последовательное выполнение трех взаимосвязанных этапов обработки временных рядов.

На первом этапе осуществлялось многовариантное выполнение алгоритма ЕКФ с различными размерами скользящего окна - 10, 15, 20, 25 и 30 отсчетов соответственно. Для каждого варианта производился полный проход по всему временному ряду с расчетом текущих оценок параметров и соответствующих ошибок оценивания, что позволило получить полную картину зависимости точности оценки от размера анализируемого окна.

Второй этап был посвящен определению оптимальных размеров окон для каждого момента времени. На основе сравнения ошибок оценивания, полученных на пяти возможных размерах скользящего окна, для каждой временной точки выбиралось окно, обеспечивающее минимальную ошибку оценки параметров. Этот этап имел особую важность, так как позволял выявить динамику изменения оптимального размера окна в зависимости от характера текущего режима полета и параметров движения летательного аппарата.

На заключительном этапе формировался обучающий набор данных специальной структуры. Входные данные представляли собой 64-отсчетные фрагменты временных рядов, содержащие последовательные значения трех ключевых параметров: скорости полета (V), угла атаки (α) и угла тангажа (θ). Каждому такому фрагменту ставился соответственно оптимальный размер окна, определенный на следующем временном шаге. Такой подход к формированию обучающей выборки позволил создать модель, способную прогнозировать наиболее подходящий размер окна обработки на основе анализа предшествующей динамики измеряемых параметров.

Разработанная методика демонстрирует значительный потенциал для улучшения адаптивных свойств фильтра Калмана в условиях изменяющихся динамических характеристик объекта наблюдения и переменного уровня шума в измерительных каналах.

Математические основы методологии, описанной выше
представленные в уравнениях (3.2.1-3.2.10):

1. Определение временных рядов измерений:

$$Z_t = [V_t, \alpha_t, \theta_t]^T \in \mathbb{R}^3, \quad (3.2.1)$$

где $t = 1, \dots, T$,

V_t - воздушная скорость (м/с),

α_t - угол атаки (рад),

θ_t - угол тангажа (рад),

T : Общее количество временных отсчетов.

2. ЕKF с адаптивным окном

Для каждого размера окна $w \in \mathcal{W} = \{10, 15, 20, 25, 30\}$ выполняем алгоритм SW ЕKF описанный в уравнениях (2.4.4.1-2.4.4.14). Данный алгоритм сводится к следующему:

$$(\hat{X}_t^w, P_t^w) = EKF(Z_{t-w+1:t}, \hat{X}_{t-1}^w, P_{t-1}^w), \quad (3.2.2)$$

где $\hat{X}_t^w \in \mathbb{R}^9$ - вектор оценок параметров размерности 9x1,

$$\hat{X}_t^w = [\hat{c}_{x0}, \hat{c}_{x\alpha}, \hat{c}_{x\alpha2}, \hat{c}_{y0}, \hat{c}_{y\alpha}, \hat{c}_{y\delta_B}]^T,$$

$P_t^w \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ - ковариационная матрица ошибок оценивания 9x9,

W -Размер скользящего окна (количество временных отсчетов),

$Z_{t-w+1:t}$ - Измерения в окне от $t - w + 1$ до t ; $t \geq 10$.

3. Метрика ошибки оценивания

Для простого применения метода, для каждого окна w и момента времени t ошибка оценивания определяется как:

$$\epsilon_t^w = \|\hat{X}_t^w - X_t^{\text{true}}\|_2, \quad (3.2.3)$$

где $\hat{X}_t^w$ — вектор оценок параметров, полученных ЕKF для окна w в момент t ,

X_t^{true} — вектор истинных параметров (из эталонных данных),

$\|\cdot\|_2$ — евклидова норма (L_2 -норма), вычисляемая как:

$$\|v\|_2 = \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + \dots + v_n^2}.$$

В случае неизвестных значений параметров ошибка оценивания n параметров вычисляется через след(trace) ковариационной матрицы для окна размера W в момент времени t :

$$\epsilon_t^w = \sqrt{\text{trace}(P_t^w)} = \left(\sum_{i=1}^n P_t^w[i, i] \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (3.2.4)$$

где P_t^w -Ковариационная матрица ошибок оценки параметров размером $n \times n$,

$P_t^w[i, i]$ - i -й диагональный элемент матрицы P_t^w ((дисперсия оценки i -го параметра)).

Данная метрика представляет собой обобщенную меру неопределенности оценок всех параметров системы, нормированная версия данной метрики представлена в (3.2.5). Необходимо делить на $\sqrt{9} = 3$ для приведения метрики к сопоставимому масштабу и учета количества параметров (9) в оценке. Результат интерпретируется как среднеквадратичная неопределенность на один параметр и безразмерная относительная мера точности.

$$\bar{\epsilon}_t^w = \frac{\epsilon_t^w}{3} (\text{нормировка на } \sqrt{9}). \quad (3.2.5)$$

4. Определение оптимального окна

$$w_t^* = \underset{w \in [w_{min}, w_{max}]}{argmin} \epsilon_t^w, \quad (3.2.6)$$

для момента времени $t \geq w_{max} + L$ ($L = 64$).

Минимизация следа ковариационной матрицы эквивалентна уменьшению общей неопределенности оценок и повышению доверия к текущим оценкам параметров.

5. Формирование обучающей выборки

Создаем набор данных:

$$\mathcal{D} = \{(F_t, w_{t+L}^*)\}_{t=1}^{T-L-w_{\max}}, \quad (3.2.7)$$

где $F_t = \begin{bmatrix} Z_t \\ Z_{t+1} \\ \vdots \\ Z_{t+L-1} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{L \times 3},$

F_t - Матрица признаков размером 64×3 (история измерений),

w_{t+L}^* - Оптимальный размер окна, определенный для момента $t + L$.

6. Обучение с CNN

Модель с функцией потерь:

$$\mathcal{L}(\phi) = -\frac{1}{|\mathcal{D}|} \sum_{(F, w^*) \in \mathcal{D}} \log \left(\frac{e^{f_\phi(F)_{w^*}}}{\sum_{k=1}^5 e^{f_\phi(F)_k}} \right), \quad (3.2.8)$$

где $f_\phi: \mathbb{R}^{L \times 3} \rightarrow \mathbb{R}^5$ - CNN с 5 выходами (по числу классов $\mathcal{W}$): 5 выходов соответствуют 5 возможным размерам окон и выходной слой использует softmax-активацию [102].

7. Метрики оценки качества

- точность классификации:

$$\text{Accuracy} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbb{I}(\hat{w}_i = w_i^*), \quad N = |\mathcal{D}_{\text{test}}|. \quad (3.2.9)$$

- взвешенная средняя абсолютная ошибка:

$$\text{wMAE} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{|\hat{w}_i - w_i^*|}{w_i^*}, \quad (3.2.10)$$

где N -количество тестовых примеров.

$\mathbb{I}(\cdot)$ —индикаторная функция (1 если истинно, 0 иначе)

wMAE -учитывает относительную важность ошибок для разных размеров окон.

3.3 Архитектура нейронных сетей

Архитектура нейронных сетей представляет собой одномерную сверточную нейросеть (CNN) [102].

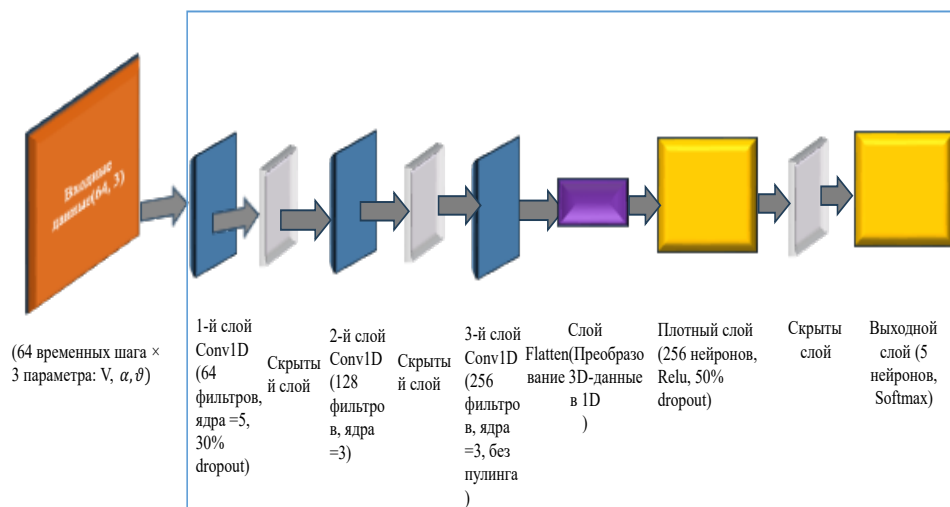


Рис.3.3. Архитектура нейронных сетей

Она состоит из трех последовательных сверточных слоев (Conv1D) с 64, 128 и 256 фильтрами соответственно, размерами ядер 5 и 3, активацией ReLU и L2-регуляризацией ($\lambda=0.001$), каждый из которых сопровождается слоем BatchNormalization, MaxPooling1D (pool_size=2) и Dropout (30%). После сверточных слоев выполняется преобразование Flatten, за которым следует полносвязный слой (Dense) с 256 нейронами и ReLU-активацией, также с BatchNormalization и Dropout (50%). Выходной слой использует softmax-активацию для классификации оптимальных размеров окна.

Модель обучена с оптимизатором Adam (lr=0.0005), функцией потерь categorical_crossentropy и метрикой accuracy, с применением EarlyStopping и ReduceLROnPlateau для регуляризации. Архитектура обеспечивает эффективное выделение временных паттернов из входных данных (скорость, угол атаки, угол тангажа) с контролем переобучения.

3.3.1 Функция активации ReLU

Rectified Linear Unit (ReLU)-кусочно-линейная функция, которая возвращает входное значение, если оно положительное, и ноль в противном случае, как показано на Рис. 3.3.2 [102].

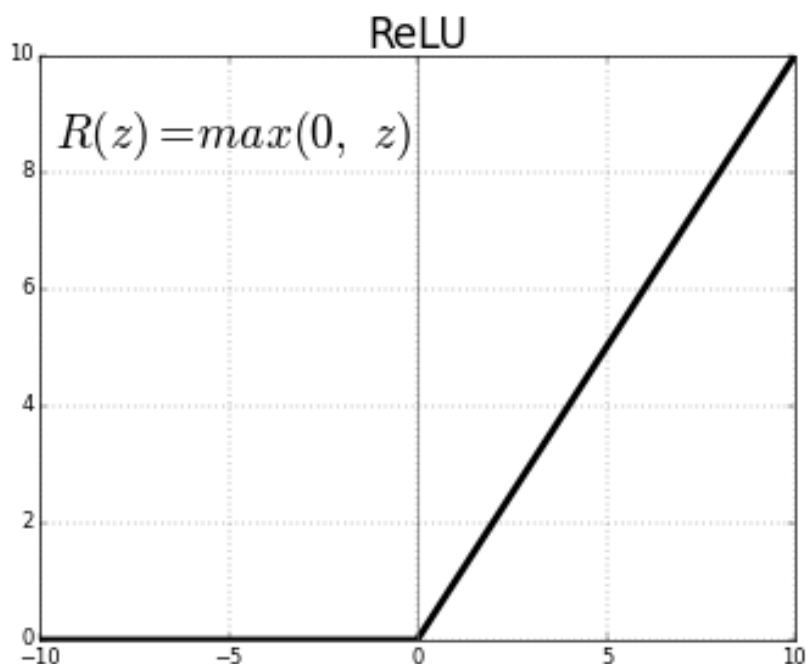


Рис.3.3.1. Функция ReLU

На каждой итерации обновления в процессе обучения используется слой исключения (Dropout layer) для случайного обнуления выходных связей скрытых нейронов с заданной вероятностью. Вероятность исключения (dropout rate) указывается значением, переданным в параметре dropout. Для передачи данных в следующий слой используется функция Flatten(), которая преобразует многомерные данные в одномерный массив (1D vector). Полносвязный слой (Dense layer), содержащий 64 нейрона, представляет собой стандартный слой глубокой нейронной сети (fully connected layer). Выходной слой, содержащий шесть нейронов (по одному для каждого из двух классов), также является полно-связным слоем.

3.3.2 Функция активации Softmax

Данная функция применяется для преобразования выходного вектора в вероятностное распределение [102]. Softmax преобразует исходный вектор в вектор вероятностей, где каждый элемент выходного вектора находится в интервале (0, 1), а их сумма равна 1 (единичная нормализация).

Softmax часто используется в последнем слое классификационной сети, поскольку его выходные данные можно интерпретировать как распределение вероятностей по классам.

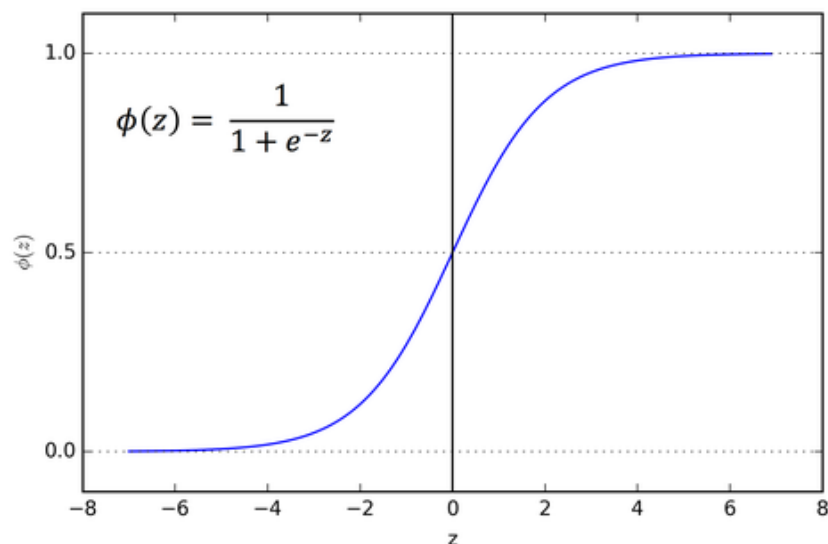


Рис.3.3.2. Функция Softmax

3.3.3 Матрица неточностей

Это таблица, которая используется для оценки производительности модели классификации (классификатора) на тестовом наборе данных, где истинные значения известны. Каждая строка матрицы представляет предсказанные классы, а каждый столбец — фактические классы (или наоборот, в зависимости от принятой нотации).

Название «матрица неточностей» связано с тем, что она позволяет легко определить, ошибочно ли классификатор присваивает объекты одного класса другому или путает два класса. Все правильные предсказания расположены на главной диагонали матрицы, что позволяет визуально оценить ошибки классификации, которые отображаются вне диагонали.

На Рис. 3.3.3 показана матрица неточностей для бинарной классификации (двух классов):

TP (True Positive) — истинно положительные предсказания;

FP (False Positive) — ложно положительные предсказания;

TN (True Negative) — истинно отрицательные предсказания;

FN (False Negative) — ложно отрицательные предсказания.

		Истинный класс	
		Положительно	Отрицательно
Истинный класс	Положительно	TP	FP
	Отрицательно	FN	TN

Рис.3.3.3. Матрица неточностей (Confusion Matrix)

3.4 Выводы по главе 3

Проведённое исследование демонстрирует эффективность комбинированного подхода, сочетающего метод скользящего окна, расширенный фильтр Калмана и сверточные нейронные сети для решения задач оценки аэродинамических параметров. Разработанная модель позволяет:

- автоматически определять оптимальный размер скользящего окна;
- обрабатывать большие объёмы данных в реальном времени;
- достигать высокой точности оценок (80-90%).

Полученные результаты имеют практическую ценность для авиационной промышленности, особенно при проведении лётных испытаний и отладке систем управления. Дальнейшие исследования могут быть направлены на адаптацию метода для других типов летательных аппаратов и условий полёта.

Глава 4 ОЦЕНКА РАБОТОСПОСОБНОСТИ ПРЕДЛОЖЕННЫХ АЛГОРИТМОВ И МЕТОДОВ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДАННЫХ СТЕНДОВОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

С целью экспериментального оценивания точности методов оценивания погрешностей бортовых измерений и методов восстановления параметров полета (далее в разделе 4.2) было выполнено моделирование на пилотажном исследовательском стенде и обработка полученных данных разработанным комплексом программного обеспечения. В стендовом эксперименте моделировался гипотетический учебно-тренировочный самолет.

Моделирование выполнялось в ручном режиме пилотирования, при этом оператор воспроизводил различные возможные виды полетных маневров, которые возможно использовать для оценки работоспособности предложенных алгоритмов и методов.

В стендовом эксперименте моделировались также случайные погрешности бортовой системы измерений и регистрации в виде последовательностей нормальных независимых случайных величин.

2_STAT-1, 2_STAT-2 – дачи РУС по тангажу;

2_STAT-3, 2_STAT-4, 2_STAT-5 – дачи РУС по крену;

2_STAT-6 – дачи РУС по тангажу и крену;

2_STAT-7 – маневр «бочка»;

2_STAT-8 – маневр «змейка»;

2_STAT-9 – «змейка» с набором и снижением

5_STAT-52-Различные маневры с учетом эффекта ветра.

4.1 Экспериментальные результаты исследования метода оценивания систематических погрешностей угловых скоростей и перегрузок

Проведено оценивание точности определения систематических погрешностей угловых скоростей и перегрузок с помощью метода, представленного в подразделе 2.1, на примере 9 участков полета, выполненного на пилотажно-навигационном стенде. При этом СКО случайных погрешностей по каналам угла атаки, нормальной перегрузки и истинной воздушной скорости составили соответственно 0,06 градус, 0,001 единицы перегрузки, 0,9 км/час.

На пилотажно-навигационном стенде были заданы погрешности, представленные в таблице 4.1.1. Как видим, заданные значения соответствуют идеальному случаю, когда погрешности отсутствуют – аддитивные погрешности равны нулю, а коэффициенты, соответствующие мультипликативным погрешностям, равны единице.

Таблица 4.1.1. Погрешности, заданные на пилотажно-навигационном стенде

Погрешность	CW _x	CW _y	CW _z	KN _y	KN _z	KN _x	CN _x	CN _y	CN _z
Значение	0	0	0	1	1	1	0	0	0

где CW_x, CW_y, CW_z – аддитивные погрешности проекций угловых скоростей;

KN_y, KN_z, KN_x – мультипликативные погрешности проекций перегрузок;

CN_x, CN_y, CN_z – аддитивные погрешности проекций перегрузок.

Варьировалось количество оцениваемых параметров. Результаты применения метода оценивания систематических погрешностей угловых скоростей и перегрузок для первых 6 и для всех 9 оцениваемых параметров представлены в таблицах 4.1.2 и 4.1.3 соответственно.

Наибольшее отклонение между заданными в пилотажно-навигационном стенде и рассчитанными с помощью метода погрешностями угловых скоростей и перегрузок выявлено на участке 2_STAT-7, что обусловлено, с одной стороны, сложностью маневра «бочка», в котором угол крена динамично изменяется на 360 градусов, а с другой стороны, тем фактом, что движение в двух других каналах весьма слабое, поэтому соответствующие погрешности проявляются и оцениваются с пониженной точностью .

Для участка 2_STAT-7 отклонение между заданными в пилотажно-навигационном стенде и рассчитанными с помощью метода погрешностями не превысило 0,0256 °/с (аддитивные погрешности) в каналах угловых скоростей и 0,165 (мультипликативные погрешности) в каналах перегрузок.

Для остальных участков максимальные отклонения между заданными в пилотажно-навигационном стенде и рассчитанными с помощью метода погрешностями не превысило 0,0026 °/с (аддитивные погрешности) в каналах угловых скоростей и 0,089 (мультипликативные погрешности) в каналах перегрузок. Сравнение показывает, что погрешности идентификации на участке 2_STAT-7 примерно на порядок превышают погрешности на других участках.

Поэтому в дальнейшем участок 2_STAT-7 исключен из анализа, то есть маневр типа «бочка» не рекомендуется для применения в этой задаче.

Таблица 4.1.2. Результаты применения метода для 6 параметров

Участки	Оцениваемые погрешности					
	CW _x	CW _y	CW _z	KN _y	KN _z	KN _x
2_STAT-1	0,0007	0,0003	-0,0005	1,0080	0,9996	1,0110
2_STAT-2	0,0009	-0,0001	-0,0011	1,0100	0,9997	0,9949
2_STAT-3	0,0007	0,0006	-0,0020	1,0060	0,9996	1,0230
2_STAT-4	-0,0006	-0,0007	-0,0004	1,0870	0,9982	1,0240
2_STAT-5	0,0022	0,0021	0,0026	1,0490	0,9986	1,0540
2_STAT-6	0,0020	-0,0002	0,0011	1,0890	0,9984	1,0370
2_STAT-8	0,0010	0,0005	-0,0002	1,0040	0,9993	1,0110
2_STAT-9	0,0018	-0,0021	0,0010	1,0070	0,9999	0,9404
Истинные значения	0	0	0	1	1	1
Математ. ожидание	0,0011	0,0000	0,0001	1,0325	0,9992	1,0119
СКО	0,0008	0,0011	0,0014	0,0348	0,0006	0,0318

На рис.4.1.1 и рис.4.1.2 представлены рассчитанные с помощью предлагаемого метода аддитивные систематические погрешности угловых скоростей и перегрузок для 6 оцениваемых параметров.

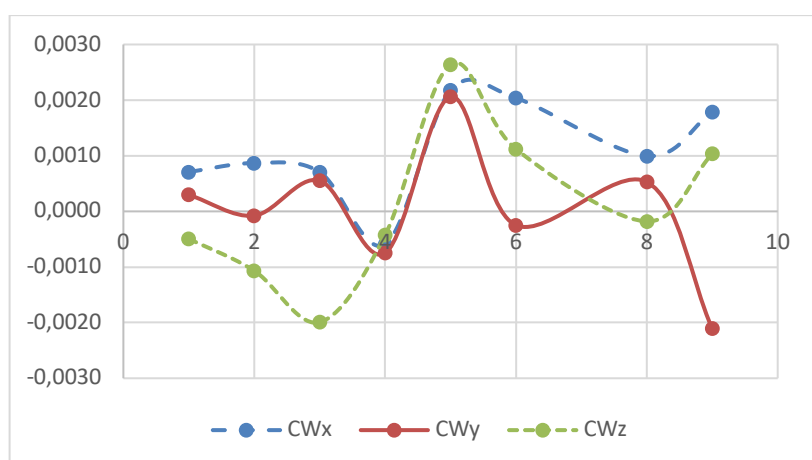


Рис.4.1.1. Рассчитанные аддитивные погрешности проекций угловых скоростей

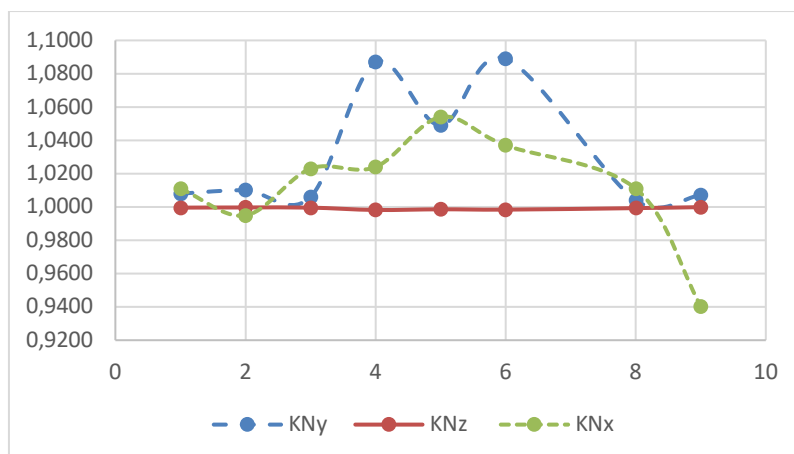


Рис.4.1.2. Рассчитанные коэффициенты мультипликативных погрешностей измерения проекций перегрузок

Визуально степень соответствия сигналов угловых скоростей и перегрузок, рассчитанных с помощью предлагаемого метода при 6 оцениваемых параметрах и смоделированных на пилотажно-навигационном стенде, очень высокая. Например, на рисунке 4.1.3 представлены исходные и оцененные сигналы N_x .

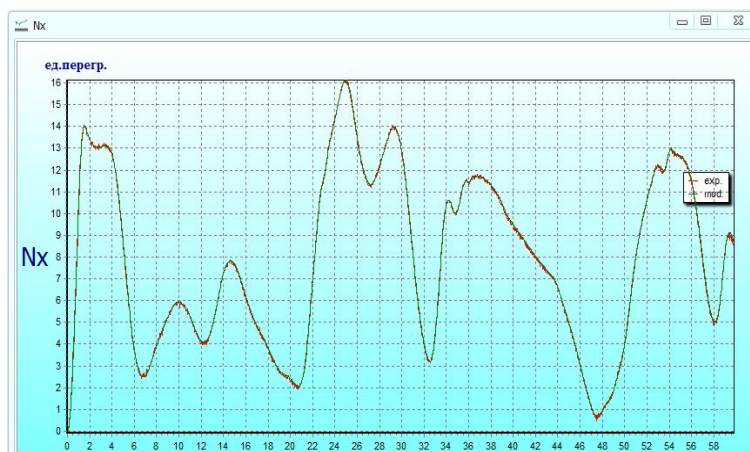


Рис.4.1.3. Исходные и оцененные сигналы N_x

Таблица 4.1.3. Результаты применения метода для 9 параметров

Участки	Оцениваемые погрешности								
	CW _x	CW _y	CW _z	KN _y	KN _z	KN _x	CN _x	CN _y	CN _z
2_STAT-1	0,0005	0,0002	- 0,0004	1,000 0	1,043 0	0,999 8	0,003 2	0,000 1	- 0,000 8
2_STAT-2	0,0009	- 0,0001	- 0,0011	1,028 0	1,019 0	0,984 9	0,019 5	0,000 0	0,000 7
2_STAT-3	0,0004	0,0005	- 0,0015	0,980 4	1,013 0	1,002 0	0,013 5	0,000 1	- 0,002 8
2_STAT-4	0,0008	- 0,0004	- 0,0010	0,971 2	1,009 0	1,064 0	0,009 9	0,000 5	- 0,003 3
2_STAT-5	0,0016	0,0018	0,0027	1,050 0	1,001 0	1,072 0	0,002 8	0,000 3	0,000 0
2_STAT-6	0,0007	0,0001	0,0003	0,998 0	1,013 0	1,114 0	0,014 0	0,000 5	- 0,001 3
2_STAT-8	- 0,0002	0,0004	- 0,0004	0,972 9	0,994 9	1,023 0	- 0,004 5	0,000 5	- 0,003 1
2_STAT-9	0,0006	- 0,0027	0,0005	0,993 7	1,002 0	1,025 0	0,001 9	0,001 7	- 0,001 0
Истинные значения	0	0	0	1	1	1	0	0	0
Математ. ожидание	0,0007	0,0000	- 0,0001	0,999 3	1,011 9	1,036 2	0,012 5	0,000 5	- 0,001 5
СКО	0,0005	0,0012	0,0012	0,025 7	0,013 8	0,042 3	0,013 7	0,000 5	0,001 4

На рис.4.1.4 – 4.1.6 представлены рассчитанные с помощью предлагаемого метода систематические погрешности угловых скоростей и перегрузок для 9 оцениваемых параметров (добавлены аддитивные погрешности проекций перегрузок).

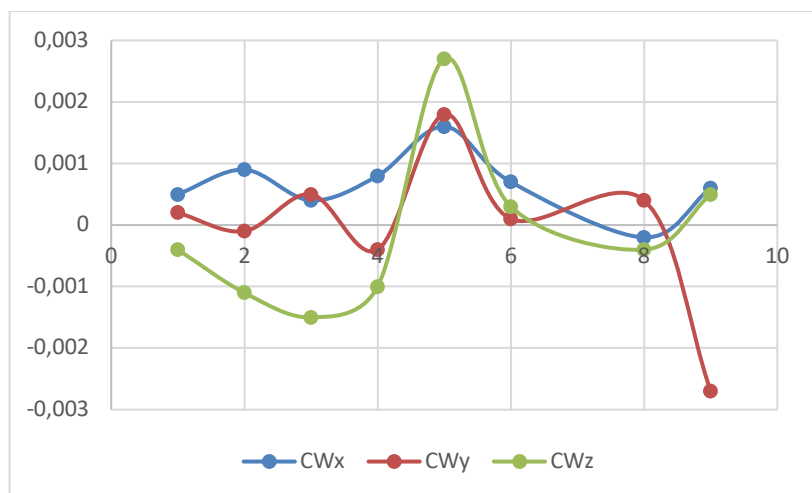


Рис.4.1.4. Рассчитанные аддитивные погрешности проекций угловых скоростей

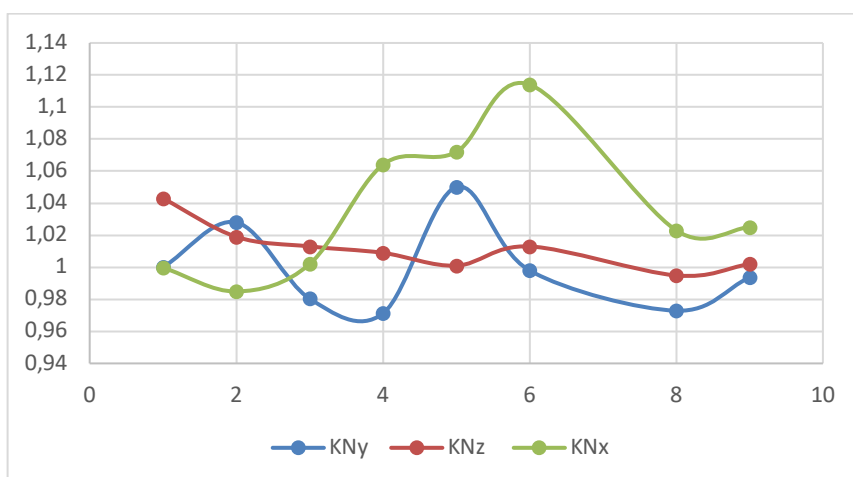


Рис.4.1.5. Рассчитанные мультипликативные погрешности проекций перегрузок

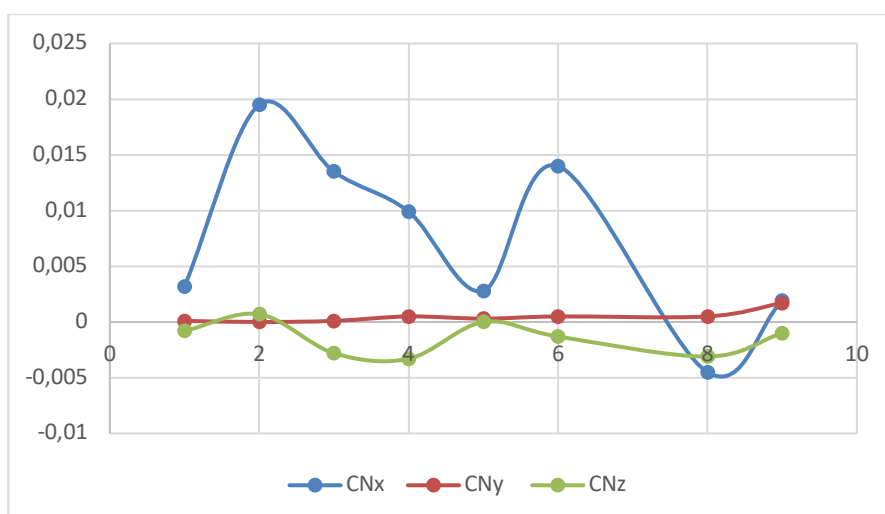


Рис.4.1.6. Рассчитанные аддитивные погрешности проекций перегрузок

Анализ данных, представленных в таблицах 4.1.2 и 4.1.3., позволяет сделать вывод о хорошей сходимости заданных в пилотажно-навигационном стенде и полученных с помощью метода погрешностей угловых скоростей и перегрузок.

При 6 оцениваемых параметрах (таблица 4.1.2): для аддитивных погрешностей угловых скоростей среднее квадратическое отклонение не превысило 0,0014 °/с, математическое ожидание находится в пределах от 0 до 0,0011 °/с;

для коэффициентов мультипликативных погрешностей перегрузок среднее квадратическое отклонение не превысило 0,0348, математическое ожидание находится в пределах от 0,9992 до 1,0325; предел относительной погрешности оценки коэффициентов перегрузок составил 8,9 %.

При 9 оцениваемых параметрах (таблица 4.1.3):

- для аддитивных погрешностей угловых скоростей среднее квадратическое отклонение не превысило 0,0012 °/с, математическое ожидание находится в пределах от -0,0001 до 0,0007 °/с;
- для мультипликативных погрешностей перегрузок среднее квадратическое отклонение не превысило 0,0423, математическое ожидание находится в пределах от 0,9993 до 1,0362;
- для аддитивных погрешностей перегрузок среднее квадратическое отклонение не превысило 0,0137, математическое ожидание находится в пределах от -0,0015 до 0,0125;
- предел относительной погрешности оценки перегрузок (для мультипликативных погрешностей) составил 11,4 %.

Таким образом, при увеличении количества идентифицируемых параметров точность оценок существенно не изменилась. Метод позволяет для всех рассмотренных маневров, кроме маневра «бочка», оценивать систематические погрешности угловых скоростей и перегрузок, а также мультипликативные погрешности перегрузок.

4.2 Разработка алгоритма восстановления случайных и систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений

4.2.1 Экспериментальные результаты при наличии систематических погрешностей дискретизации

В данном разделе рассматривается решение той же задачи как в разделе 4.1, когда погрешности вызваны ограниченностью разрядной сетки. Когда случайны погрешности незначительны тогда искажение сигнала становится систематическими погрешностями дискретизации. Для получения экспериментальных результатов, использовалось 2_STAT-1–дачи РУС по тангажу. Выполнилась проверка работоспособности предложенного алгоритма по Канале угла тангажа.

На рис.4.2.1.1 представлены результаты восстановления угла тангажа при случаи систематических погрешностей ограниченностью разрядной сетки.

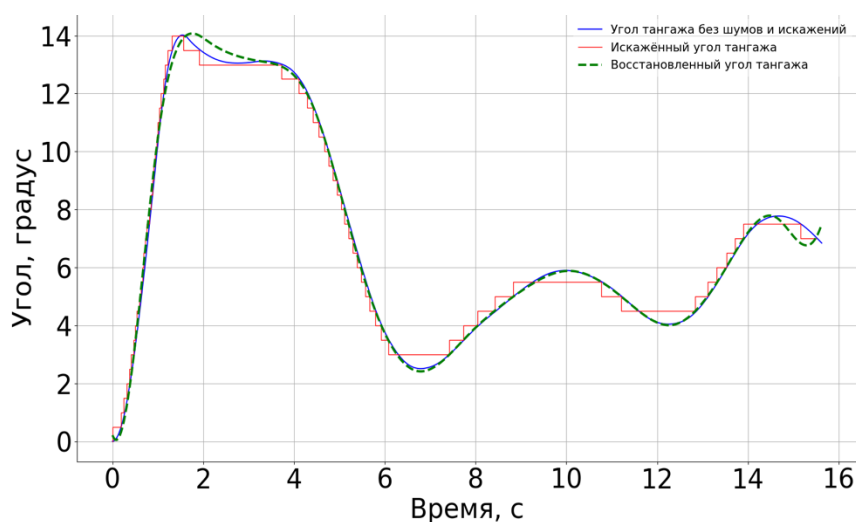


Рис.4.2.1.1. Восстановленный угол тангажа в условиях систематических погрешностей дискретизации

На основании результатов, представленных на рис. 4.2.1.1, можно сделать вывод, что алгоритм с высокой точностью восстановил

искаженный сигнал, обеспечив его сглаживание и усиление. На графике ниже показаны восстановленные точки. Эти точки были соединены и сглажены для построения восстановленного сигнала.

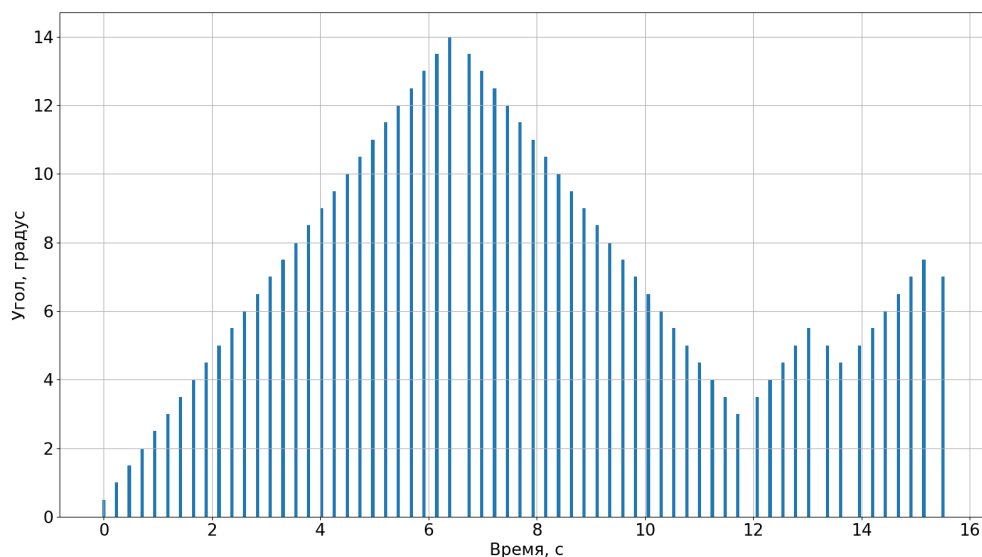


Рис.4.2.1.3. Первично восстановленные точки, в которых возникают дискретные погрешности угла тангажа.

Значения параметров, оценивающие производительность предложенного алгоритма, представлены в таблице.4.2.1.

Таблица 4.2.1. Оценка точности алгоритма

Сравнение	Значение СКО (град)	MAPE
Искажённый и истинный	3.5148	74.11
Восстановленный сигнал и истинный	0.08267051	1.28

Полученные результаты демонстрируют, что предложенный алгоритм обеспечивает восстановление искаженного сигнала. Искаженный сигнал имел неприемлемо высокие ошибки (СКО 3.5148°, MAPE 74.11%) и применение алгоритма позволяет снизить погрешности до 0.0827° (СКО) и 1.28% (MAPE).

4.2.2 Экспериментальные результаты при наличии случайных и систематических погрешностей дискретизации

Все результаты моделирования получились с использованием аддитивного гауссовского шума с нулевым средним значением и

различными стандартными отклонениями: 0,3 градуса, 0,4 градуса, 0,5 градуса, 0,6 градуса, 0,8 градуса, 1 градуса. В данном случае оба систематические и случайные погрешности значительны. При этом искажение становится случайными погрешностями дискретизации.

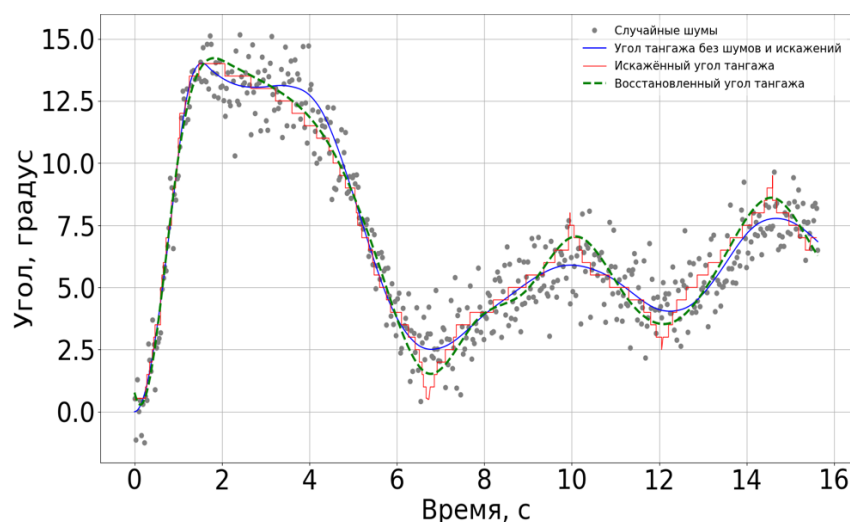


Рис.4.2.2.1. Восстановленный угол тангажа в условиях значительных случайных и систематических погрешностей.

Гистограмма меняется существенно при наличии случайных и систематических погрешностей дискретизации.

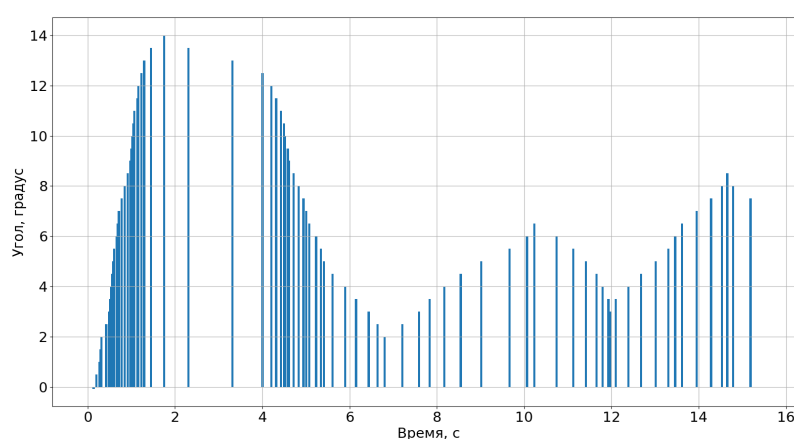


Рис.4.2.2.2. Первично восстановленные точки, в которых возникают дискретные погрешности угла тангажа.

Значения параметров, оценивающие производительность предложенного алгоритма, представлены в таблице.4.2.2.

Таблица 4.2.2. оценка точности алгоритма

Уровень шума(град)	СКО искаженного сигнала(град)	МАРЕ искаженного сигнала (%)	СКО восстановленного сигнала(град)	МАРЕ восстановленного сигнала (%)
0.3	4.608	80.55	0.210	9.24
0.4	5.117	92.25	0.268	8.89
0.5	6.038	119.15	0.260	10.59
0.6	6.379	132.22	0.333	21.38
0.8	6.832	169.93	0.473	44.56
1.0	6.960	159.90	0.482	24.77

В ходе обработки данных, полученных при летных испытаниях самолета, возникает задача идентификации и коррекции систематических погрешностей. Для этого был создан специализированный алгоритм, предназначенный для устранения случайных и систематических погрешностей дискретизации бортовых измерений, обусловленных ограниченной разрядностью сетки.

Результаты исследования демонстрируют четкую зависимость между уровнем шума (СКО от 0.3 до 1.0 град) и точностью восстановления сигнала алгоритмом. При минимальной случайной погрешности (0.3 град) алгоритм обеспечивает удовлетворительную точность (СКО=0.21 град, МАРЕ=9.24%), что в 22 раза точнее необработанного сигнала (СКО=4.61 град). Однако с ростом погрешности до 1.0 градуса точность существенно ухудшается: СКО возрастает до 0.48 град (в 2.3 раза), а МАРЕ — до 24.77%, хотя даже в этих условиях метод сохраняет преимущество перед искаженным сигналом (МАРЕ=159.9%). Разработанный алгоритм обеспечивает более точную обработку данных бортовых измерений, что особенно важно при анализе результатов летных испытаний.

4.3 Результаты применения SW-EKF для совместной оценки состояния самолета и его аэродинамических параметров

В данном разделе представлен детальный анализ результатов применения расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF) для совместной оценки состояния самолета и его аэродинамических параметров. Исследование сравнивает стандартную реализацию EKF с SW-EKF используя различные скользящие окна обработки данных (20, 30 и 50 отсчетов). Анализ охватывает точность оценки параметров, динамику состояний системы и сравнительные характеристики различных подходов.

Исследование проводилось на модели гипотетично-тренировочного самолета со следующими характеристиками:

- масса: 5623 кг
- площадь крыла: 17.67 м²
- средняя аэродинамическая хорда: $b_a = 2.8$ м

Истинные значения аэродинамических коэффициентов в градусах, полученные из стендового моделирования: $C_{x0} = 0.02$; $C_{x\alpha} = 0.006$; $C_{x\alpha^2} = 0.0008$; $C_{y0} = 0.15$; $C_{y\alpha} = 0.09$; $C_{y\delta V} = 0.35$

Для оценки эффективности методов использовались четыре ключевые метрики:

1. Средняя абсолютная ошибка (MAE);
2. Среднеквадратическая ошибка (MSE);
3. Корень из среднеквадратической ошибки (RMSE);
4. Средняя абсолютная процентная ошибка (MAPE).

Были реализованы четыре варианта EKF:

1. **Стандартный EKF** (без скользящего окна);
2. **EKF с окном 20** — оптимален для быстрой адаптации;
3. **EKF с окном 30** — баланс между точностью и устойчивостью;

4. **EKF с окном 50** — рекомендован для стационарных режимов.

4.3.1 Анализ точности оценки аэродинамических параметров

На рис.4.3.1.1 и в таблице 4.3.1.1 представлены итоговые оценки параметров для каждого метода и их отклонения от истинных значений.

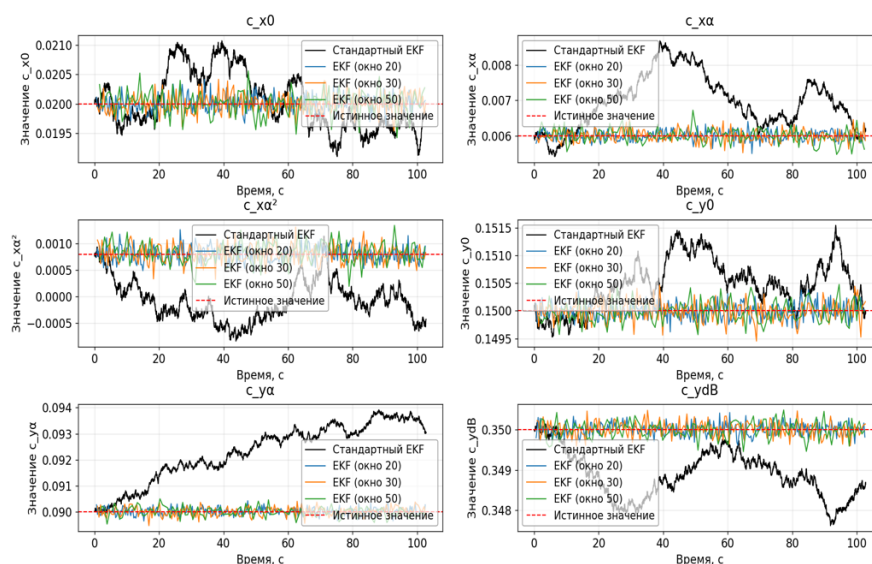


Рис.4.3.1.1. Оцененные параметры: сравнение стандартного и адаптивного EKF

Таблица 4.3.1.1. Итоговые оценки аэродинамических параметров

Параметр	Истинное значение	Стандартный EKF	Окно 20	Окно 30	Окно 50
C_{x0}	0.0200	0.0204	0.0201	0.0200	0.0203
$C_{x\alpha}$	0.0060	0.0050	0.0059	0.0059	0.0056
$C_{x\alpha^2}$	0.0008	0.0017	0.0010	0.0008	0.0009
C_{y0}	0.1500	0.1506	0.1500	0.1502	0.1500
$C_{y\alpha}$	0.0900	0.0923	0.0903	0.0898	0.0899
$C_{y\delta B}$	0.3500	0.3511	0.3498	0.3501	0.3500

Из данных таблицы можно сделать следующие выводы:

1. Все методы демонстрируют высокую точность оценки линейных коэффициентов (C_{x0} , C_{y0} , $C_{y\alpha}$, C_{ydv}), с ошибками менее 2% для SW-EKF методов;
2. Наибольшие трудности вызывает оценка квадратичного коэффициента $C_{x\alpha^2}$, где ошибки достигают 25% для малого окна.
3. Метод со средним окном (30 отсчетов) показывает наилучший баланс точности по всем параметрам;
4. Стандартный EKF демонстрирует наибольшие отклонения, особенно для $C_{x\alpha^2}$ (ошибка 112.5% по MAPE).

На рис.4.3.1.2 представлены агрегированные метрики ошибок для всех методов. Детальный анализ метрик по каждому параметру приведен в таблице 4.3.1.2.

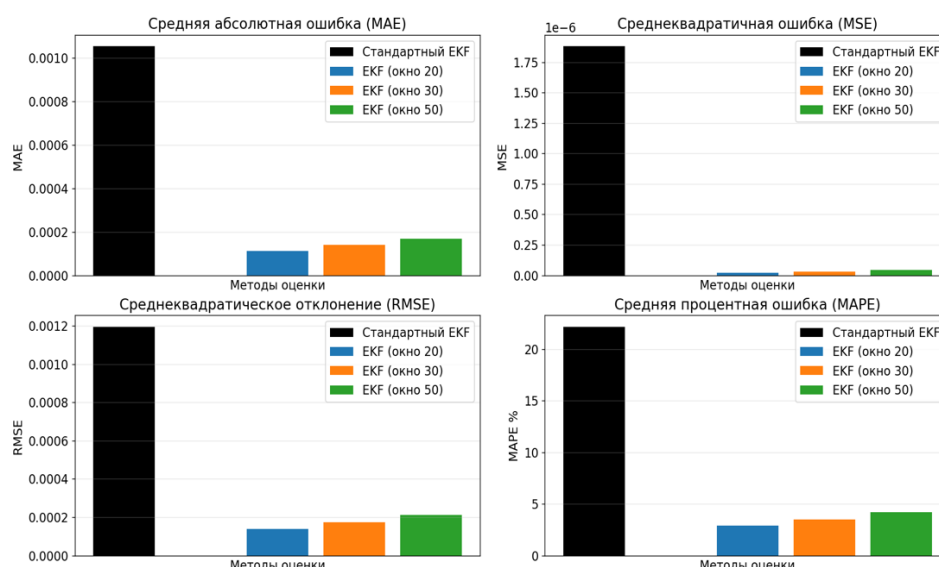


Рис.4.3.1.2. Сравнение ошибок оценки параметров

Таблица 4.3.1.2. Сравнение метрик ошибок оценки параметров

Метод	MAE (среднее)	MSE (среднее)	RMSE (среднее)	MAPE (среднее,)	Время обработки
Стандартный EKF	0.00105	2.17×10^{-6}	0.00130	22.17	1.2 с
Окно 20	0.00010	0.0	0.00010	2.74	2.1 с
Окно 30	0.00012	0.0	0.00017	3.19	3.8 с
Окно 50	0.00017	0.0	0.00017	4.05	7.5 с

Ключевые наблюдения:

- все варианты ЕКФ со скользящим окном превосходят стандартную реализацию по всем метрикам;
- метод с малым окном (20 отсчетов) демонстрирует наилучшие показатели точности;
- увеличение размера окна приводит к росту ошибок, особенно заметному для MAPE;
- наибольший вклад в ошибки вносит параметр $C_{x\alpha^2}$, что связано с нелинейностью его влияния на динамику системы.

В результатах выше наблюдаются два ключевых вывода, которые на первый взгляд могут показаться противоречивыми: метод с малым окном (20) демонстрирует наилучшую точность (минимальные MAE, MSE, RMSE) а метод со средним окном (30) обеспечивает наилучший баланс между точностью и устойчивостью. Это не противоречие, а отражение компромисса между двумя характеристиками фильтра:

- точность (окно 20) — достигается за счет быстрой адаптации к изменениям, но ценой повышенной чувствительности к шумам;
- баланс (окно 30) — жертвует минимальным выигрышем в точности для повышения устойчивости к помехам и сглаживания оценок.

Пример из результатов:

- для $C_{x\alpha^2}$: Окно 20 имеет ошибка 25% (высокая из-за шумов) но окно 30 имеет ошибка 0% (лучшее сглаживание);
- для линейных параметров (C_{y0} , C_{ydv}): Окно 20 и 30 показывают близкую точность (разница в MAE 0.0001), но окно 30 стабильнее.

Таким образом, если цель — минимальная ошибка в идеальных условиях (мало шумов) тогда выбираем окно 20. Но если важна

устойчивость в реальных условиях (шум, не-стационарность) тогда выбираем окно 30. Окно 50 полезно для стационарных режимов, но проигрывает в адаптивности. Эти утверждения дополняют друг друга, подчеркивая компромисс между точностью и робастностью. В реальных задачах выбор зависит от приоритетов: для послеполетного анализа, где важна точность полезно применить окно 20. Для работы в реальном времени, где критична устойчивость необходимо применять окно 30.

На рис.4.3.1.3 представлены графики оценки трех ключевых состояний системы: скорости V , угла атаки α и угла тангажа θ .

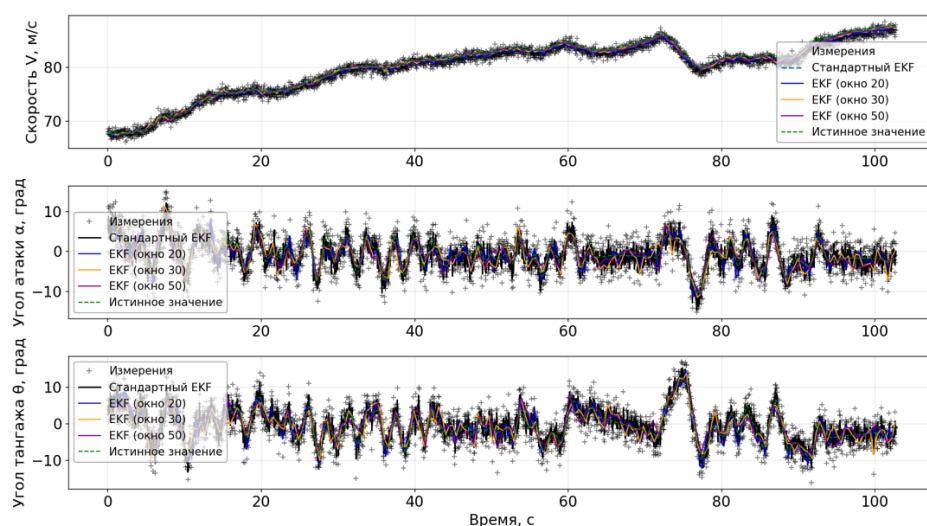


Рис.4.3.1.3. Оцененные состояния системы: сравнение стандартного и адаптивного ЕКФ

Оценка скорости (V):

- все методы обеспечивают хорошее отслеживание истинной скорости с MAE около 0.25–0.40 м/с;
- стандартный ЕКФ дает наименьшую ошибку (0.2512 м/с MAE), что соответствует 0.31% MAPE;
- разница между методами незначительна, что свидетельствует о эффективности оценки скорости.

Оценка угла атаки (α):

- абсолютные ошибки составляют около 0.0209–0.0236 рад (1.2–1.4°);

- высокие значения MAPE (131.72–156.82%) объясняются малыми истинными значениями угла атаки;
- графики показывают, что все методы успешно отслеживают динамику α .

Оценка угла тангажа (θ):

- ошибки оценки составляют 0.0237–0.0249 рад (1.4–1.5°);
- стандартный ЕKF показывает наилучшие результаты по MAE (0.0237 рад).

Таблица 4.3.1.3. Сравнение метрик ошибок оценки состояний

Метод	Состояние	MAE	MSE	RMSE
Стандартный ЕKF	V (м/с)	0.2512	0.104655	0.3235
	α (рад)	0.0236	0.000881	0.0297
	θ (рад)	0.0237	0.000872	0.0295
Окно 20	V (м/с)	0.3953	0.229543	0.4791
	α (рад)	0.0232	0.000850	0.0291
	θ (рад)	0.0249	0.000914	0.0302
Окно 30	V (м/с)	0.2777	0.122688	0.3503
	α (рад)	0.0231	0.000858	0.0293
	θ (рад)	0.0240	0.000900	0.0300
Окно 50	V (м/с)	0.2588	0.110651	0.3326
	α (рад)	0.0209	0.000700	0.0265
	θ (рад)	0.0247	0.000913	0.0302

4.3.2 Сравнительный анализ методов оценки

Стандартная реализация ЕKF демонстрирует по среднему наиболее точную оценку кинематических параметров - скорости полета (V) и угла тангажа (θ), что подтверждается минимальными значениями MAE (0.2512 м/с и 0.0236 рад соответственно). Данный алгоритм отличается простотой

вычислительной реализации, не требующей буферизации данных. Однако она показывает существенные погрешности при оценке аэродинамических коэффициентов, особенно квадратичного компонента $C_{x\alpha^2}$, где ошибка достигает 110.81% по метрике MAPE. Это обусловлено отсутствием механизма накопления и обработки данных во временном окне.

SW-EKF с малым скользящим окном (20 отсчетов) обеспечивает максимальную точность идентификации аэродинамических параметров со средним MAE 0.0001, что на порядок превышает показатели стандартного EKF. Данный метод оптимален для задач, требующих быстрого отслеживания изменений параметров в динамических режимах полета. При этом проявляет повышенную чувствительность к воздействиям шумов в измерительных каналах, что выражается в ухудшении оценки скорости (MAE 0.3953 м/с против 0.2512 м/с у стандартного EKF).

SW-EKF со средним окном (30 отсчетов) демонстрирует сбалансированные показатели как для параметров (средний MAE 0.0002), так и для состояний системы. Оптимально сочетает точность оценок с устойчивостью к измерительным шумам, обеспечивая компромиссное решение для большинства практических задач. Незначительно (на 10-15%) уступает варианту с малым окном по точности идентификации параметров, но превосходит его по стабильности работы в условиях погрешностей.

SW-EKF с большим окном (50 отсчетов) обеспечивает максимальную устойчивость к кратковременным возмущениям и измерительным шумам за счет глубокого сглаживания данных. Данный вариант показывает наибольшие ошибки в оценке параметров (MAE до 0.0002), особенно для нелинейных компонентов ($C_{x\alpha^2}$ с MAPE 21.25%). Он эффективен в стационарных режимах полета, но проявляет инерционность при быстрых изменениях динамических характеристик ЛА.

Применение SW-EKF позволяет существенно (в 5–10 раз) повысить точность оценки аэродинамических параметров по сравнению со

стандартной реализацией. Для задач, где приоритетом является точность параметров, рекомендуется использовать ЕKF с малым окном (20 отсчетов), тогда как для задач, требующих баланса между точностью параметров и состояний, оптимальным выбором является ЕKF со средним окном (30 отсчетов). Высокие значения МАРЕ для угловых величин обусловлены их малыми значениями в радианах и не отражают реальной точности в градусах. Наибольшие трудности представляет оценка квадратичного коэффициента $C_{x\alpha^2}$, что требует дополнительных исследований, а для практической реализации рекомендуется адаптивный алгоритм, подстраивающий размер окна в зависимости от динамики системы.

4.4 Определение наилучшего интервала скользящего окна с использованием нейронных сетей в SW-EKF

В данном разделе представлен детальный анализ результатов исследования по определению оптимального размера скользящего окна для расширенного фильтра Калмана (ЕKF) с перекрывающимся скользящим окном (SW-EKF) на основе машинного обучения. Исследование включает оценку точности классификации размеров окна, анализ важности признаков и корреляцию ошибок с размером окна.

Исследование проводилось на наборе данных, содержащем временные ряды трех ключевых параметров: скорость (V), угол атаки, угол тангажа. Рассматривались пять возможных размеров окна: 10, 15, 20, 25 и 30 отсчетов.

Для анализа использовались следующие метрики: общая точность классификации; матрица ошибок; среднеквадратичная ошибка (MSE); средняя абсолютная ошибка (MAE); важность признаков.

Модель продемонстрировала высокую общую точность классификации размера окна - **94.12%**, что свидетельствует о хорошей применимости подхода для данной задачи.

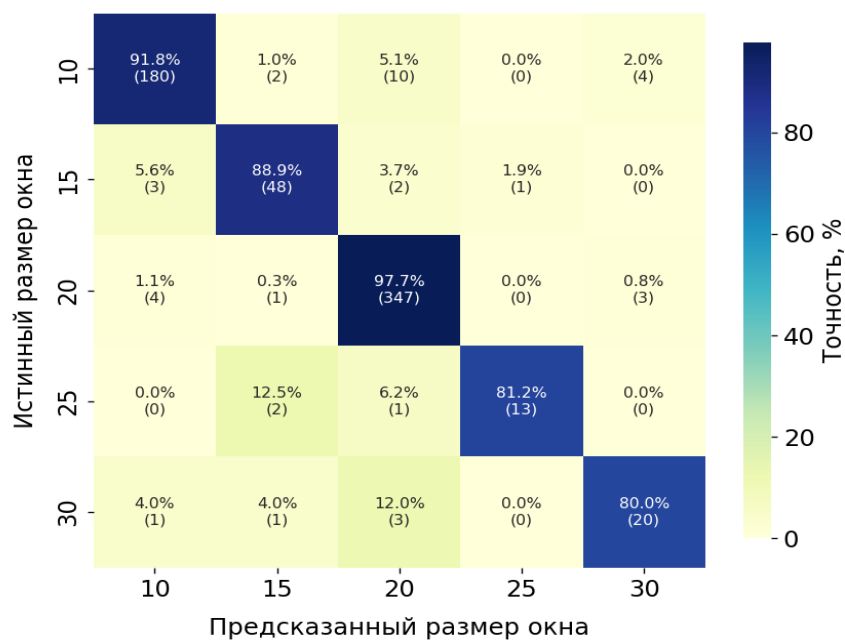


Рис.4.4.1. Матрица ошибок (точность в % с количеством случаев)

Анализ матрицы ошибок позволяет сделать следующие выводы:

1. Наилучшая точность достигнута для окна размером 20 (97.7% правильных классификаций);
2. Наибольшие трудности возникают с классификацией окон 25 и 30 размеров;
3. Основные ошибки происходят между соседними размерами окон.

Таблица 4.4.1. Детальные метрики по классам

Размер окна	Точность (Precision)	Полнота (Recall)	F1-мера	Количество примеров	Интерпретация
10	0.957	0.927	0.941	180	Отличное качество классификации
15	0.889	0.889	0.889	48	Высокое качество, немного уступает окну 10
20	0.957	0.977	0.967	347	Наилучшие показатели среди всех классов
25	0.929	0.813	0.867	13	Высокая точность, но проблемы с полнотой
30	0.741	0.800	0.769	20	Наиболее проблемный класс

Окно 20 демонстрирует наилучший баланс между точностью и полнотой. Для окон 25 и 30 наблюдается значительное снижение метрик. Все классы имеют F1-меру выше 0.76, что свидетельствует о хорошем качестве модели. Высокие значения F1-меры (все >0.76) подтверждают, что модель в целом успешно решает задачу классификации, но требует доработки для редких классов. Особенно перспективным направлением представляется улучшение распознавания больших окон (25-30), где сосредоточены основные проблемы модели.

График потерь демонстрирует быструю сходимость модели, которая достигается уже за 50–75 эпох, что указывает на эффективность процесса оптимизации. При этом наблюдается лишь незначительный переобучение, о чём свидетельствует минимальный разрыв между тренировочной и валидационной кривыми. На последних эпохах потери стабилизируются на уровне около 1.0, что подтверждает устойчивость обучения. Кроме того, сбалансированность процесса подкрепляется согласованным снижением

ошибок на обеих выборках, что говорит об удачном подборе гиперпараметров и хорошей обобщающей способности модели.

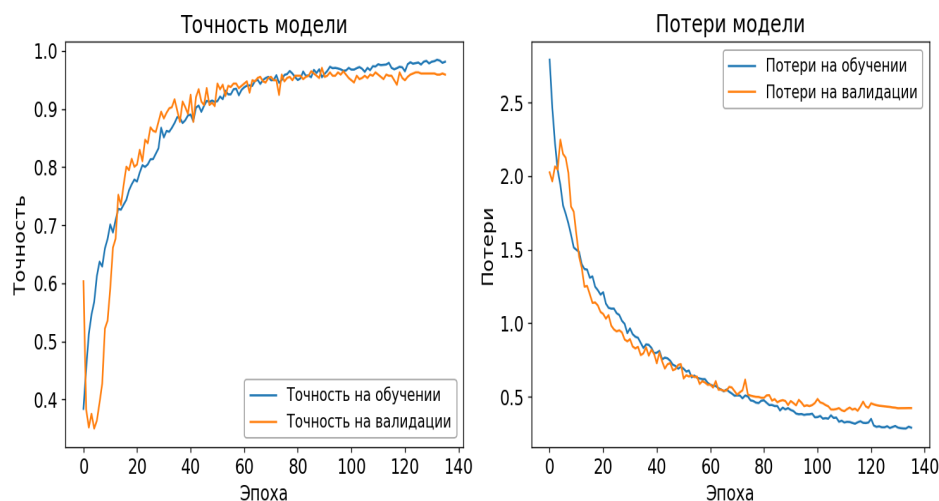


Рис.4.4.2. Точность и потери модели

Анализ распределения показан на рисунке ниже:

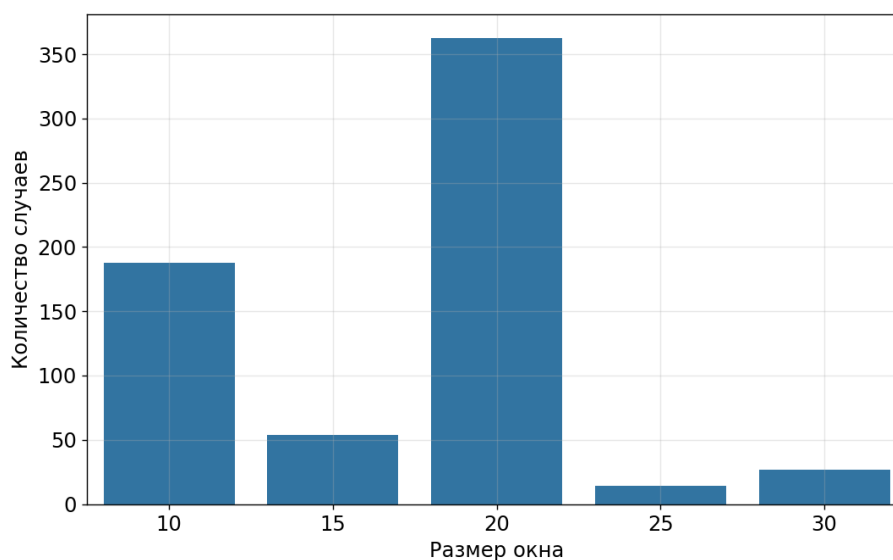


Рис.4.4.3. Распределение предсказанных размеров окон

Наибольшая частота использования - окно 20 (более 300 случаев). Окна 25 и 30 используются значительно реже (менее 50 случаев) и распределение имеет явный пик на средних значениях.

На графике распределения вероятностей предсказаний представлены гистограммы вероятностей, которые модель присваивает каждому

возможному размеру окна (10, 15, 20, 25, 30) для соответствующих ИСТИННЫХ КЛАССОВ.

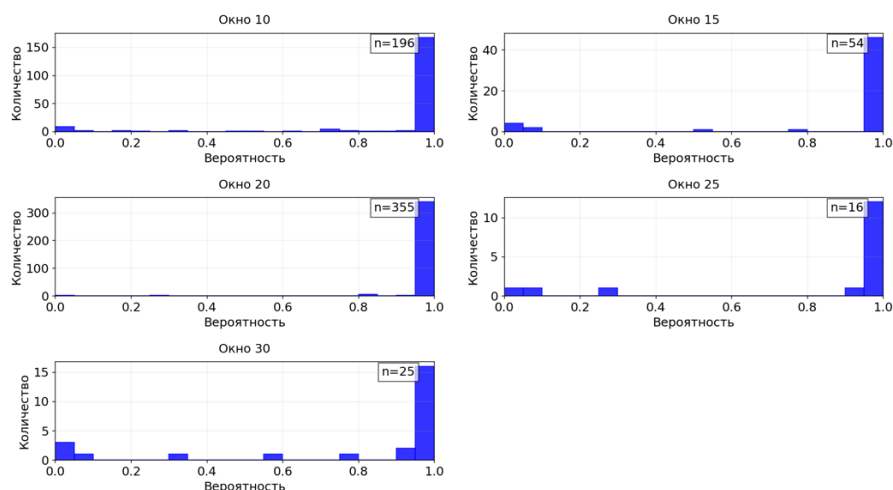


Рис.4.4.4. Распределение вероятностей предсказаний окон

Для окон 10-20 можно доверять предсказаниям модели без дополнительной проверки. Для окон 25-30 рекомендуется использовать пороговую проверку (например, отбрасывать предсказания с вероятностью < 0.7).

График наглядно демонстрирует, что модель хорошо обучается определять оптимальные размеры окон, но сталкивается с естественными ограничениями, связанными с природой данных.

Результаты исследования подтверждают возможность эффективного использования машинного обучения для оптимизации параметров EKF, в частности, выбора размера скользящего окна обработки данных. Полученные результаты открывают новые возможности для совершенствования алгоритмов обработки данных в системах навигации и управления летательными аппаратами.

4.5 Разработка метода численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе комплексирования измерений угла и угловой скорости тангажа

4.5.1 Анализ результатов оценок в временной области

На рисунке рис.4.3.1.1 представлены сигналы, использованные в данном исследовании. Для расчета ускорения тангажа с использованием предложенного метода используются как угол тангажа, так и угловая скорость при условии наличия шумов в обоих измерениях. Для оценки ускорения по тангажу с использованием метода Поплавского и метода конечных разностей необходима только угловая скорость с измерительными шумами.

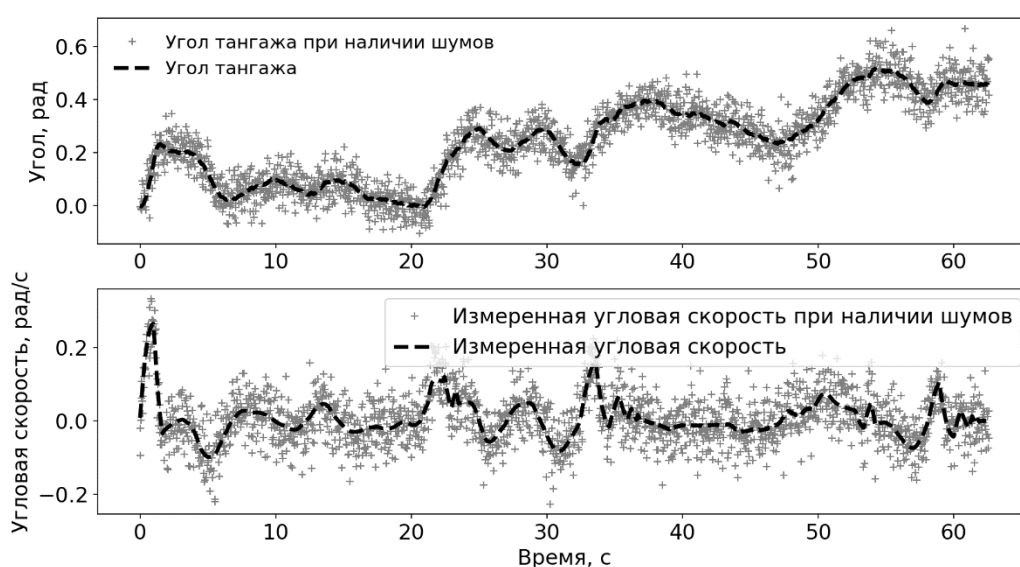


Рис.4.5.1.1. Сигналы необходимые, для оценивания углового ускорения по тангажу

Задача 1

Результаты, полученные при оценивании углового ускорения по тангажу, представлены на рис.4.3.1.2. В данной задаче параметр скользящего окна, используемого в методе Поплавского, $m=11$, что соответствует длительности окна $T_{окна} = 2mh = 2 \cdot 11 \cdot (1/16) \approx 1,4$ с.

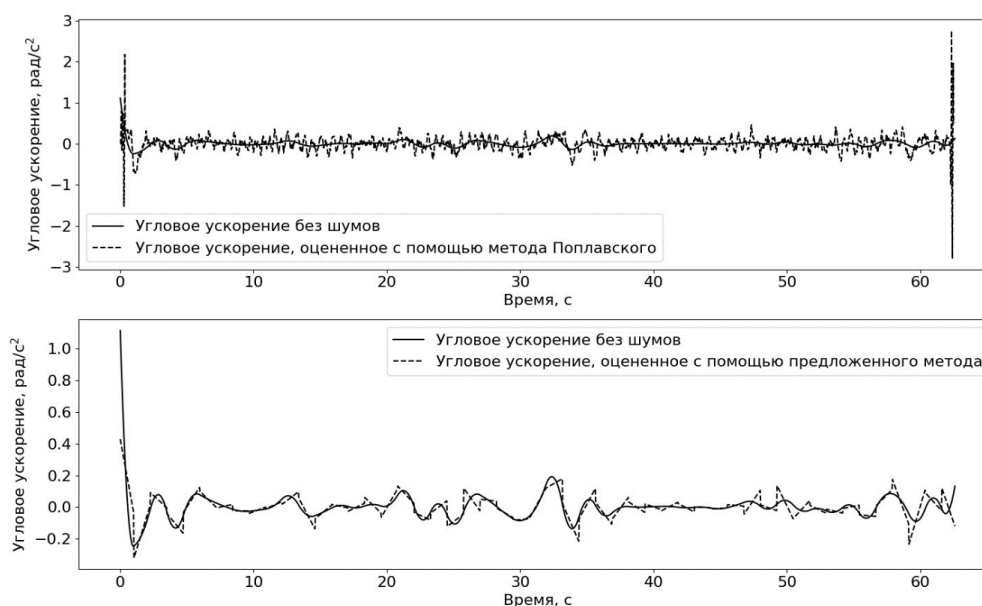


Рис.4.5.1.2. Истинные значения углового ускорения по тангажу и оценки, полученные предложенным методом и методом Поплавского

Значения среднеквадратического отклонения (С.К.О), оценивающие эффективность предложенного метода и метода Поплавского, представлены в таблице 4.3.1.1.

Таблица 4.5.1.1. Среднеквадратическое отклонение между истинным сигналом и расчетными сигналами

$m = 11$		
№	Описание параметра	С.К.О ($рад / с^2$)
1	Среднеквадратическое отклонение между истинным сигналом и сигналом, оцененным предложенным методом	0,0667691836
2	Среднеквадратическое отклонение между истинным сигналом и сигналом, оцененным методом Поплавского	0,1641018843

Согласно результатам, представленным в таблице 4.3.1.1, очевидно, что предложенный метод проявляет лучшую эффективность, чем метод Поплавского. Следует отметить, что среднеквадратические отклонения

оцененного углового ускорения по тангажу при применении предложенного метода, представленные в таблице 4.3.1.1, рассчитаны с использованием всего интервала обработки. Согласно рис.4.3.1.2, очевидно, что метод Поплавского недостаточно эффективен для получения точных производных в граничных точках. Предлагается при расчете среднеквадратических отклонений обрезать левую и правую границы скользящего окна в соответствии с его размером.

Задача 2

Оценённые угловые ускорения по тангажу представлены на рис.4.5.1.3. В данной задаче длительность скользящего окна, используемого в методе Поплавского, равна примерно 2 с, что соответствует значению параметра $m = 15$.

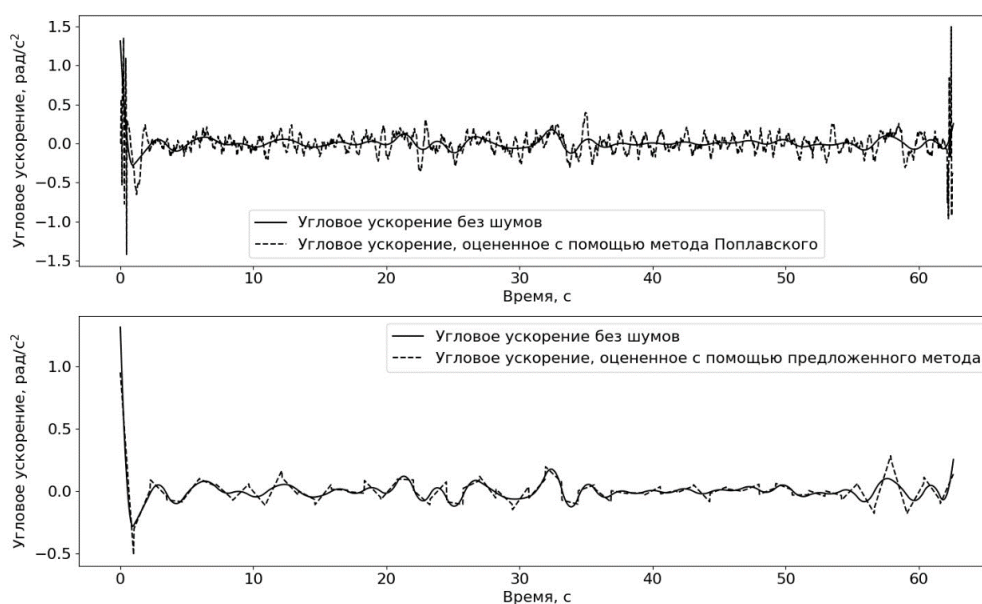


Рис.4.5.1.3. Истинные значения углового ускорения по тангажу и оценки, полученные предложенным методом и методом Поплавского

Значения среднеквадратического отклонения, оценивающие эффективность предложенного метода и метода Поплавского, представлены в таблице 4.5.1.2.

Таблица 4.5.1.2. Среднеквадратическое отклонение между истинным сигналом и расчетными сигналами.

$m = 15$		
№	Описание параметра	С.К.О ($рад / с^2$)
1	Среднеквадратическое отклонение между истинным сигналом и сигналом, оцененным предложенным методом	0,0664919508
2	Среднеквадратическое отклонение между истинным сигналом и сигналом, оцененным методом Поплавского	0,1251137621

Согласно результатам, представленным на рис.4.5.1.3 и в таблице 4.5.1.2, очевидно, что метод Поплавского сглаживает зашумлённый сигнал лучше благодаря увеличению размера скользящего окна, однако предложенный метод сохраняет преимущество.

4.5.2 Частотный анализ точности методов оценки углового ускорения

На рис.4.3.2 представлено сравнение трёх методов оценки углового ускорения: метод Поплавского демонстрирует значительные отклонения от истинных значений, особенно в моменты резких изменений ускорения; предложенный метод численного дифференцирования показывает наилучшую точность с минимальными отклонениями на всём временном интервале; метод конечных разностей оказывается наименее точным, проявляя сильную чувствительность к шумам измерений. Совмещённое сравнение наглядно подтверждает преимущество предложенного метода, в то время как метод конечных разностей даёт неприемлемо большие ошибки, что делает его непрактичным для точных измерений.

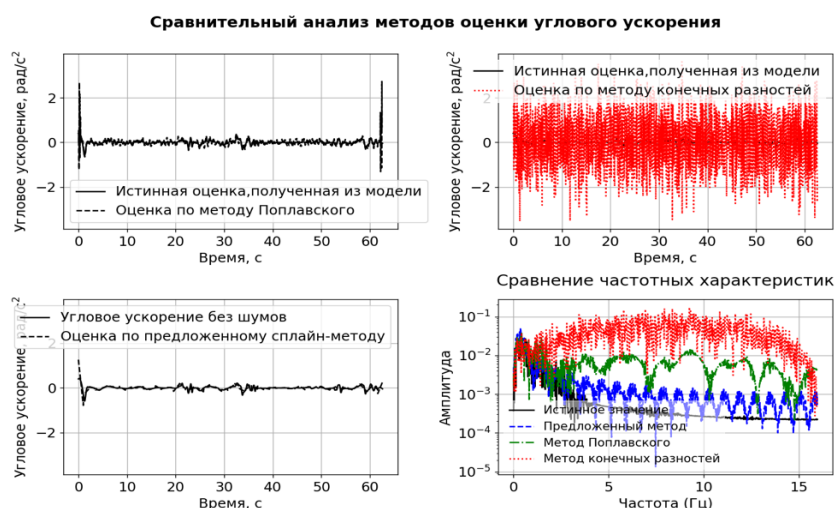


Рис.4.5.2. Сравнительный анализ методов оценки углового ускорения

Таблица 4.5.2. Основные метрики точности

Метод	MAPE (%)
предложенный метод	456.44%
Метод Поплавского	1336.70%
Метод конечных разностей	17510.04%

Анализ таблицы показывает, что:

- предложенный метод имеет наименьшее среднеквадратическое отклонение (в 3 раза лучше метода Поплавского и в 38 раз лучше метода конечных разностей)
- значения MAPE высокие у всех методов, что объясняется делением на малые значения истинного ускорения
- относительное сравнение MAPE показывает аналогичное преимущество предложенный метода.

График "Сравнение частотных характеристик" наглядно подтверждает, что предложенный метод демонстрирует наилучшее соответствие эталонной частотной характеристике углового ускорения в рабочем диапазоне 0-15 Гц, обеспечивая минимальные искажения и стабильность измерений. Особенно точные результаты достигаются в низкочастотной области 0-1 Гц (относительная ошибка 31.86%,

$K_{\text{dist}}=1.32$), где метод существенно превосходит аналоги, сохраняя при этом приемлемую точность в среднечастотном диапазоне 1-5 Гц, несмотря на наблюдаемое занижение мощности ($K_{\text{dist}}=0.22$). Метод Поплавского показывает ограниченную применимость лишь в узком низкочастотном диапазоне 0-1 Гц (ошибка 60.68%, $K_{\text{dist}}=1.61$), но становится совершенно неприемлемым на средних и высоких частотах из-за экспоненциального роста искажений (K_{dist} достигает 1304.63 на высоких частотах). Метод конечных разностей продемонстрировал полную непригодность для практического применения, проявляя катастрофические искажения во всем частотном диапазоне (K_{dist} до 3.73×10^6) и запредельные уровни шума.

Таким образом, предложенный метод остается единственным технически обоснованным решением для точного анализа углового ускорения, тогда как альтернативные методы имеют фундаментальные ограничения и могут рассматриваться лишь для узкоспециализированных низкочастотных измерений при условии дополнительной фильтрации и коррекции результатов.

4.5.2.1 Результаты спектрального анализа

На приведенном рисунке представлены результаты спектрального анализа.



Рис.4.5.2.1. Спектральный анализ методов

Для оценки ошибок исследуемых методов применились следующие методы

1. **Относительная ошибка (Отн.ошибка):** показывает процентное отклонение результатов метода от эталонных значений. Чем меньше значение, тем точнее метод.
2. **Коэффициент искажения (K_dist):** характеризует степень искажения спектральной характеристики; идеальное значение = 1 (полное соответствие эталону); значения >1 указывают на усиление искажений или шумов.
3. **Мощность шума (P_noise [рад²/с⁴]):** отражает уровень шумовой составляющей в результатах и измеряется в радианах в квадрате на секунду в четвертой степени. Чем меньше значение, тем лучше подавление шумов методом.

Значения мощности каждого исследуемого метода представлены в таблице 4.5.2.1.1, зачем из них вычисляются описаны выше метрики в таблицах 4.5.2.1.2, 4.5.2.1.3, 4.5.2.1.4.

Таблица 4.5.2.1.1. Значения мощности шумов для каждого метода

Метод	Low (0–1 Hz)	Mid (1–5 Hz)	High (5–15 Hz)	Суммарная мощность метода
Угловое ускорение	3.2158×10^{-3}	7.5541×10^{-4}	2.5701×10^{-7}	3.9715×10^{-3}
Предложенный метод	4.2403×10^{-3} (+31.86 %)	1.6964×10^{-4} (-77.54%)	2.8796×10^{-5} (+11104%)	4.4387×10^{-3} (+11.76%)
Метод Поплавского	5.1670×10^{-3} (+60.68 %)	3.7079×10^{-3} (+390.84%)	3.3530×10^{-4} (+130363%)	9.2102×10^{-3} (+131.91 %)
Метод конечных разностей	5.4213×10^{-3} (+68.58 %)	1.9940×10^{-1} (+26296%)	9.5743×10^{-1} (+3.73 $\times 10^{80}$ %)	1.1623×10^{-1} (+29165 %)

Таблица 4.5.2.1.1. Низкочастотный диапазон (0-1 Гц)

Метод	Отн.ошибка	K_dist	P_noise [рад ² /с ⁴]
Предложенный метод	31.86%	1.32	1.0245×10^{-3}
Метод Поплавского	60.68%	1.61	1.9512×10^{-3}
Метод конечных разностей	68.58%	1.69	2.2055×10^{-3}

Предложенный метод показывает наименьшую ошибку и искажения по сравнению с другими методами. Но все методы демонстрируют приемлемые результаты в начальном диапазоне. Мощность шума у предложенного метода на 47% ниже, чем у метода Поплавского.

Таблица 4.5.2.1.2. Среднечастотный диапазон (1-5 Гц)

Метод	Отн.ошибка	K_dist	P_noise [рад ² /с ⁴]
Предложенный метод	-77.54%*	-0.22*	1.6964×10^{-4}
Метод Поплавского	390.84%	4.91	3.7079×10^{-3}
Метод конечных разностей	26296%	263.96	1.9940×10^{-1}

По результатам в таблице выше отмечаем, что качественный скачок ошибок у всех методов. Предложенный метод недооценивает мощность в данном диапазоне ($K_{dist} = -0.22$), но сохраняет относительную стабильность. Метод конечных разностей катастрофически ошибочен ($K_{dist} > 260$).

Таблица 4.5.2.1.3. Высокочастотный диапазон (5-15 Гц)

Метод	Отн.ошибка	K_dist	P_noise [рад ² /с ⁴]
Предложенный метод	11104%	112.04	2.8796×10^{-5}
Метод Поплавского	130363%	1304.63	3.3530×10^{-4}
Метод конечных разностей	$3.73 \times 10^{80}\%$	3.73×10^6	9.5743×10^{-1}

В высокочастотном диапазоне наблюдается значительный рост ошибок у классических методов (метод Поплавского и метод конечных разностей). Предложенный метод сохраняет относительную стабильность ($K_{dist} = 112.04$), что существенно лучше альтернатив, несмотря на заметное

превышение идеального значения. Мощность шума метода конечных разностей достигает катастрофических значений (9.5743×10^{-1} рад²/с⁴), что на 7 порядков превышает эталонные показатели.

4.5.2.2 Интерпретация результатов

Предложенный метод показывает наименьшее спектральное искажение в низкочастотном диапазоне ($K_{\text{dist}}=1.32$), при этом сохраняя приемлемую стабильность характеристик. Коэффициент K_{dist} демонстрирует плавную зависимость от частоты, увеличиваясь до 112.04 в высокочастотной области. Важно отметить минимальную добавленную шумовую мощность, которая на 1-2 порядка меньше аналогичных показателей других методов во всех частотных диапазонах.

Метод Поплавского демонстрирует приемлемые результаты исключительно на низких частотах ($K_{\text{dist}}=1.61$), однако с ростом частоты наблюдается экспоненциальный рост ошибок ($K_{\text{dist}}=1304.63$ в высокочастотном диапазоне). Метод вызывает значительное усиление высокочастотных шумов, что делает его непригодным для точного анализа в среднем и высокочастотном диапазонах.

Метод конечных разностей показал полную непригодность для практического применения. В высокочастотном диапазоне коэффициент искажений достигает недопустимых значений ($K_{\text{dist}}=3.73 \times 10^6$), а добавляемая шумовая мощность (9.5743×10^{-1} рад²/с⁴) делает результаты физически некорректными. Метод вызывает катастрофические искажения спектра во всех частотных диапазонах.

Проведенный всесторонний анализ спектральных характеристик подтверждает безусловное преимущество предложенного метода во всех частотных диапазонах, ограниченную применимость метода Поплавского исключительно для низкочастотного анализа, и полную непригодность метода конечных разностей для точных измерений. Теоретический анализ

полностью согласуется с экспериментальными данными, предоставляя исчерпывающее объяснение наблюдаемым эффектам.

Рекомендуется использование предложенного метода как основного инструмента оценки углового ускорения в современных системах управления в условиях больших погрешностей.

4.5.3 Выводы по главе 4

В данной главе изложены результаты применения разработанных алгоритмов и методов, а также проведен детальный анализ результатов, полученных в ходе математического моделирования.

Реализация математических моделей была выполнена посредством разработки программного обеспечения на языках программирования высокого уровня или с использованием встроенных статистических функций, доступных в широко распространенных программных средах, таких как Excel, MatLAB и Python.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Использование в процессе эксплуатации и испытаний летательных аппаратов разработанных алгоритмов комплексирования и восстановления сигналов приводит к значительному повышению точности измерений датчиков и, следовательно, к повышению безопасности полетов.

Оценивание аэродинамических параметров является важнейшим компонентом определения эксплуатационных характеристик на этапе разработки современных самолетов. Использование нейронных сетей, основанных на подходе, основанном на больших данных, для определения оптимальную длительность скользящего окна, обеспечивает достоверную оценку аэродинамических параметров.

2. В диссертации получены следующие основные научные и практические результаты:

- метод оценивания систематических погрешностей параметров полёта, основанный на комбинации бортовых измерений, выполненных в заданных манёвренных режимах, уравнений динамики полёта и параметрической идентификации.
- разработан алгоритм коррекции случайных и систематических погрешностей, обусловленных дискретизации (ограничением разрядной сетки) бортовых измерений.
- алгоритм на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном, обеспечивающий совместную точную оценку состояния и аэродинамических параметров.

- внедрена методика определения оптимального скользящего окна с использованием нейронных сетей, обученной на моделированных данных характерных манёвров, обеспечивающая наименьшую погрешность в задаче идентификации аэродинамических параметров.
 - метод численного дифференцирования для оценки углового ускорения на основе комплексирования измерений угла тангажа и угловой скорости.
3. Разработанный метод оценивания погрешностей обеспечивает идентификацию погрешности угловых скоростей и перегрузок с среднеквадратическим отклонением, не превышающим 0,0012 град/с в каналах угловых скоростей и 0,0423 в каналах перегрузок.
 4. В практике обработки материалов летных испытаний самолета, в связи с необходимостью идентификации и восстановления систематических погрешностей, разработан алгоритм коррекции погрешностей дискретизации бортовых измерений, вызванных ограниченной разрядностью сетки. Алгоритм восстанавливает погрешности с точностью 98% по MAPE (без случайных погрешностей) и 96–93% по MAPE (при случайных погрешностях в канале тангажа с СКО 0.3–1°).
 5. Использование алгоритма на основе расширенного фильтра Калмана с перекрывающимся скользящим окном (SW-KF) улучшает точность оценки аэродинамических параметров: для линейных аэродинамических коэффициентов (C_{x0} , C_{y0} , $C_{y\alpha}$, $C_{y\delta V}$) ошибки снижаются на ~ 85% (MAE) по сравнению со стандартным EKF, тогда как для квадратичного параметра $C_{x\alpha^2}$ ~89% (MAPE с 112.5% до 12.5%).
 6. Применение разработанной методики определения оптимального скользящего окна с использованием нейронных сетей значительно

обеспечивает наименьшую погрешность при идентификации аэродинамических параметров модели ЛА. Интеграция разработанной методики с алгоритмом SW-EKF с перекрывающимся скользящим окном обеспечивает точную совместную оценку параметров состояния и аэродинамических параметров, что открывает новые возможности для совершенствования алгоритмов обработки данных в системах навигации и управления летательными аппаратами.

7. Разработанный метод численного дифференцирования на основе комплексирования угла тангажа и угловой скорости обеспечивает снижение вычислительной ошибки при оценивании углового ускорения по сравнению с выбранными методами оценивания производных, что значительно важно для повышения точности идентификации параметров момента тангажа. Предложенный метод снижает среднеквадратическую ошибку на 46.9% по сравнению с методом Поплавского при условиях высоких зашумленных измерений угловой скорости и угла тангажа.
8. Моделирование математических уравнений было достигнуто либо путем разработки программы на любом языке программирования высокого уровня, либо путем использования стандартных статистических функций, доступных в таких распространенных программных комплексах, как Excel и Python.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ

ИИС	- Информационно-Измерительная Система
СБИ	- Система Бортовых Измерений
ЛА	- Летательный Аппарат
ADF	- Automatic Direction Finder (автоматический радиокompас)
AM	- Amplitude Modulation (амплитудная модуляция)
BIH	- Bureau International de l'Heure (международное бюро времени)
CDI	- Course Deviation Indicator (указатель курсовых отклонений)
CDU	- Computer Display Unit (компьютерный блок дисплей)
ACMS	- Aircraft Condition Monitoring System (система мониторинга технического состояния воздушного судна)
CM	- Condition Monitoring (мониторинг состояния)
CNN	- Convolutional Neural Network (сверточная нейронная сеть)
Conv2D	- 2 Dimensional Convolutional Neural Network (2-мерная сверточная нейронная сеть)
GND CTL	- Ground Control (наземное управление)
CTRS	- Conventional Terrestrial Reference System (общеземная система отсчета)
CU	- Computer Unit (компьютерный блок)
DAR	- Digital ACMS Recorder (цифровой регистратор ACMS)
DFDR	- Digital Flight Data Recorder (цифровой регистратор полетных данных)
DMC	- Display Management Computer (компьютер управления дисплеем)
DME	- Distance Measuring Equipment (оборудование для измерения расстояния)
MAPE	- Mean Absolute Percentage Error
MAE	- Mean Absolute Error
MSE	- Mean Squared Error
RMSE	- Root Mean Squared Error
DU	- Display Unit (блок отображения)
ECAM	- Electronic Centralized Aircraft Monitor (электронный централизованный монитор воздушного судна)
EFIS	- Electronic Flight Instrument System (электронная система пилотажных приборов)
EIS	- Electronic Instrument System (электронная приборная система)

EKF	- Extended Kalman Filter (расширенный фильтр Калмана)
EVS	- Enhanced Flight Vision System (улучшенная система обзора для полётов)
FDAU	- Flight Data Acquisition Unit (модуль сбора полетных данных)
FDIU	- Flight Data Interface Unit (блок интерфейса полетных данных)
FDM	- Flight Data Monitoring (мониторинг полетных данных)
FDR	- Flight Data Recorder (регистратор полетных данных)
FMGS	- Flight Management Guidance System (система управления наведения движением самолета)
FMS	- Flight Management System (бортовая система управления полётом)
FWC	- Flight Warning Computer (компьютер предупреждения о полете)
GA	- Ground Antenna (наземная антенна)
GLONASS	- GLObalnaya NAVigatsionnaya Sputnikovaya Sistema
GPS	- Global Positioning System (глобальная система позиционирования)
GPWS	- Ground Proximity Warning System (система предупреждения о приближении земли)
GS	- Glide Slope(Скользящий Уклон)
IERS	- International Earth Rotation Service (международная служба вращения земли)
ILS	- Instrument Landing System (система посадки по приборам)
IM	- Inner Marker(внутренний маркер)
INS(ИНС)	- Inertial Navigation System (инерциальная навигационная система)
IRS	- Inertial Reference System (инерциальная система отсчета)
IRU	- Inertial Reference Unit (инерциальный отсчетный блок)
LA	- Linear Accelerometer (линейный акселерометр)
MCDU	- Master Computer Display Unit (блок отображения главного компьютера)
MCS	- Master Control Station (главная станция управления)
MS	- Monitor Station (станция мониторинга)
ND	- Navigation Display (навигационный дисплей)
NDB	- Non-Directional Beacon(ненаправленный радиомаяк)

OFDM	- Operational Flight Data Monitoring (оперативный мониторинг полетных данных)
PCMCIA	- Personal Computer Memory Card International Association (международная ассоциация карт памяти персональных компьютеров)
PFD	- Primary Flight Display (основной дисплей полета)
QAR	- Quick Access Recorder (регистратор быстрого доступа)
ReLU	- Rectified Linear Unit (выпрямленный линейный блок)
RNAV	- Area Navigation (зональная навигация)
SD	- System Display (системный дисплей)
SDAC	- System Data Acquisition Concentrator (концентратор сбора системных данных)
TAWS	- Terrain Awareness and Warning Systems (системы информирования о местности и оповещения)
TCAS	- Traffic Alert and Collision Avoidance System (система оповещения о дорожном движении и предотвращения столкновений)
UKF	- Unscented Kalman Filter (сигма-точечный фильтр Калмана)
VHF	- Very High Frequency (очень высокая частота)
VOR	- Very High Frequency Omnidirectional Range Station (станция очень высокочастотного всенаправленного диапазона)
WAAS	- Wide Area Augmentation System (широкозонная система дополнения)
WD	- Warning Display (предупреждающий дисплей)
WGS84	- World Geodetic System (мировая геодезическая система)
GS	- Glideslope (глиссада)
WAAS	- Wide Area Augmentation System (широкозонная система дополнения)
SW-EKF	- Sliding Window Extended Kalman Filter
t_i	- Временная сетка экспериментальных данных.
N	- общее количество измерений
w	- Скользящее окно

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Тертышников, А. В. Многочастотный навигационный приемник сигналов глобальных навигационных систем ГЛОНАСС/GPS для систем бортового управления малых КА // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. – 2012. – Т. 9, № 4. – С. 107-110.
- [2] Галамай А. А. Вопросы обеспечения точности при векторном согласовании бесплатформенной инерциальной навигационной системы с высокоточной инерциальной навигационной системой // Ракетно-космическая техника. – 2017. – Т. 1, № 2(10). – С. 2.
- [3] Завалишин О. И. Методы повышения целостности и непрерывности навигационных данных при точном заходе на посадку по приборам воздушных судов с использованием спутниковых радионавигационных систем: специальность 05.22.13 "Навигация и управление воздушным движением": диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук / Завалишин Олег Иванович, 2019. – 235 с.
- [4] Павлов, Н. В. Бортовое радиоэлектронное оборудование: навигационные системы и комплексы: Аналитический обзор по материалам зарубежных информационных источников; Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, Научно-информационный центр. – Москва: Государственный научно-исследовательский институт авиационных систем, 2014. – 140 с.
- [5] Будянский О. Ф, Сапронов К. А, Сосипатров С. П и др. / Патент № 2497082 С1 Российская Федерация, МПК G01D 9/00. система регистрации данных: № 2012114391/28: заявл. – 11.04.2012: опубл. – 27.10.2013.

- [6] Klepczynski W. J., "Modern navigation systems and their relation to timekeeping," in *Proceedings of the IEEE*, vol. – 71, no. 10, pp. 1193-1198, Oct. 1983, doi: 10.1109/PROC.1983.12747.
- [7] Brian C. Kuo, Wen-lin Guan and Pei-chung Chen. "In Search of General Aviation Flight Data Monitoring: Lightweight Recording System," AIAA 2017-3439. – 17th AIAA Aviation Technology, Integration, and Operations Conference. June 2017.
- [8] Клишин Г. Ю. Информационно -измерительная система для формирования навыков выполнения противоперегрузочных приемов летным составом государственной авиации // Известия Института инженерной физики. – 2020. – № 1(55). – С. 19-23.
- [9] Лещенко, О. А., Щербак Л. Н. Методология использования информационно-измерительных систем sigma в процессе изготовления самолетов // Вестник Национального Авиационного Университета. – 2006. – Т. 2, № 28. – С. 14-17.
- [10] Volkov, V.V., Kolokutin, G.E., Strunin, M.A. et al. The Onboard Data-Acquisition System of Research Aircraft for Studying Atmospheric Processes. *Instrum Exp Tech* 62, 401–407 (2019). <https://doi.org/10.1134/S0020441219020271>
- [11] Stevens E. G. and Willis P. E., "Onboard aircraft measurements and techniques for whole aircraft EMC clearance," Seventh International Conference on Electromagnetic Compatibility, 1990, York, UK, 1990, pp. 204-210.
- [12] Li, D. A Novel Hybrid Fusion Algorithm for Low-Cost GPS/INS Integrated Navigation System During GPS Outages / D. Li, X. Jia, Ju. Zhao // *IEEE Access*. – 2020. – Vol. 8. – P. 53984-53996. – DOI 10.1109/access.2020.2981015.
- [13] Козлов А. В. Использование системы глобального позиционирования и сбора данных ARGOS совместно с системой спутниковой связи

- IRIDIUM // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2013. – Т. 4, № 4. – С. 196-198.
- [14] Шестопапов В. Л., Дидикин О. В., Шестопапов П. В. Использование приемников GPS Trimble в геодинамических исследованиях после системного события GPS WNRO // Наука Юга России. – 2024. – Т. 20, № 2. – С. 16-19. – DOI 10.7868/S25000640240202.
- [15] T. Jin, Ch. Wang, X. Lu [et al.]. Analysis of a federal Kalman filter-based tracking loop for GPS signals // GPS Solutions. – 2019. – Vol. 23, No. 4. – P. 1-13. – DOI 10.1007/s10291-019-0911-6.
- [16] Ranacher P., Brunauer R., Trutschnig W., Van der Spek S., & Reich S. (2015). Why GPS makes distances bigger than they are. International Journal of Geographical Information Science, 30(2), 316–333. <https://doi.org/10.1080/13658816.2015.1086924>
- [17] Абаас Г. Особенности вычисления параметров трансформирования из WGS84 в Кларк 1880 в горных и пустынных районах в сирийской стереографической проекции // Успехи современного естествознания. – 2022. – № 8. – С. 145-149. – DOI 10.17513/use.37881.
- [18] Wong, Robert F., Rollins, Craig M., Minter, Clifton F., "Recent Updates to the WGS 84 Reference Frame," Proceedings of the 25th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation (ION GNSS 2012), Nashville, TN, September 2012, pp. 1164-1172.
- [19] Лукьянов Д. П., Распопов В. Я., Филатов. Ю. В. Прикладная теория гироскопов – Санкт-Петербург: Концерн "Центральный научно-исследовательский институт "Электроприбор", 2015. – 316 с. – ISBN 978-5-91995-036-3.
- [20] Михальский В. А, Якушев А. А. Оценивание точности ИНС по разностям показаний одного и того же навигационного параметра от двух ИНС // Навигация и гидрография. – 2007. – № 25. – С. 45-50.

- [21] Горбунов А. С. Принцип действия спутниковой GPS-навигации / А. С. Горбунов, // Успехи современного естествознания. – 2012. – № 6. – С. 91-92.
- [22] Фадюшин, С. Г. Концептуальная схема интеллектуальной системы управления движением судна с учетом человеческого фактора / С. Г. Фадюшин // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2023. – Т. 15, № 2. – С. 180-190. – DOI 10.21821/2309-5180-2023-15-2-180-190. – EDN KMOERL.
- [23] N. El-Sheimy, K. -W. Chiang and A. Noureldin, "The Utilization of Artificial Neural Networks for Multisensor System Integration in Navigation and Positioning Instruments," in IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, vol. 55, no. 5, pp. 1606-1615, Oct. 2006, doi: 10.1109/TIM.2006.881033.
- [24] Мкртчян В. И. Решение задачи навигации с помощью бесплатформенной инерциальной системы навигации и системы воздушных сигналов // Молодежный научно-технический вестник. – 2014. – № 3. – С. 15.
- [25] Ганеев Ф. А. Синтез структуры и алгоритм преобразования время пролетного ионно-меточного датчика воздушной скорости и угла атаки самолета // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. – 2006. – № 4. – С. 53-56.
- [26] В. А. Жильцов, Константинов В. И, Серебренников В. П. Патент на полезную модель № 50689 U1 Российская Федерация, МПК G05D 1/00, B64C 13/00. Информационно-командная система летательного аппарата: № 2005127564/22: заявл. 02.09.2005: опубл. 20.01.2006 /; заявитель Федеральное Государственное Унитарное Предприятие Научно-Исследовательский Институт Авиационного оборудования.
- [27] Lyu Yu., Liem R. P. Flight performance analysis with data-driven mission parameterization : mapping flight operational data to aircraft performance

- analysis // *Transportation Engineering*. – 2020. – Vol. 2. – P. 100035. – DOI 10.1016/j.treng.2020.100035.
- [28] Коптев Д. С, Мухин И. Е. Современные направления развития систем диагностики и прогностики технического состояния перспективных летательных аппаратов // *Известия Юго-Западного государственного университета. Серия: Управление, вычислительная техника, информатика. Медицинское приборостроение*. – 2020. – Т. 10, № 1. – С. 94-113.
- [29] Корсун, О. Н. Оценивание погрешностей и комплексирование бортовых измерений / О. Н. Корсун, П. А. Мотлич // XIV Всероссийская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ-2021): материалы: в 4 т., Дивноморское, Геленджик, 27 сентября – 02 2021 года. Том 3. – Ростов-на-Дону: Южный федеральный университет, 2021. – С. 46-48.
- [30] Schum, Donald J. Noise reduction via signal processing: (1) Strategies used in other industries. *The Hearing Journal*: May 2003 - Volume 56 - Issue 5 - p 27-32 doi: 10.1097/01.HJ.0000293885.26777.b5
- [31] Кербер О. Б, Корсун О. Н, Скрябиков Н. В. Оценивание скорости ветра в полете по бортовым измерениям углов атаки, скольжения и воздушной скорости летательного аппарата с использованием спутниковой навигационной системы // *Навигация и управление летательными аппаратами*. – 2024. – № 2(45). – С. 83-98.
- [32] Korsun O. N, Stulovsky A. V. Recovery of Aircraft Motion Parameters Using the Optimal Control Algorithms // *Journal of Computer and Systems Sciences International*. – 2023. – Vol. 62, No. 1. – P. 61-72. – DOI 10.1134/s1064230723010057. – EDN APYFSF.
- [33] Korsun O. N, Daneko A. I, Motlich P. A and Om M. Kh. Assessment of angles of attack and sideslip of UAV in the absence of aerodynamic angle sensors.

- Mekhatronika, Avtom. – 2022 – Upr. – No. 5 – pp. 274-280. DOI: 10.17587/mau.22.274-280 EDN: CYWDGY
- [34] Maine R.E, Iliff K.W. Identification of Dynamic Systems. Theory and Formulation. / NASA RP 1138. 1985. 160 p.
- [35] Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. М.: Наука, 1991. 432 с.
- [36] Бучнев О. С. Применение метода максимального правдоподобия для поиска скрытых нелинейных зависимостей // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки. – 2020. – № 3. – С. 89-94.
- [37] Корсун О. Н, Стуловский А. В. Восстановление параметров движения летательного аппарата с использованием алгоритмов оптимального управления // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2023. – № 1. – С. 44-55. – DOI 10.31857/S0002338823010055.
- [38] Овчаренко В. Н., Поплавский Б. К., Ефремов А.В. Частотные методы идентификации в задачах динамики полета воздушных судов. – М.: Изд-во, 2022. – 458 с.
- [39] Берестов Л.М., Поплавский Б.К., Мирошниченко Л.Я. Частотные методы идентификации летательных аппаратов. — М.: Машиностроение, 1985.
- [40] Пономарева О. В, Пономарев А. В, Смирнова Н. В. Определение дискретно-частотного преобразования Фурье методом дискретного преобразования Фурье с варьируемым параметром во временной области // Цифровая обработка сигналов. – 2021. – № 1. – С. 3-9.
- [41] Корсун О.Н, Семенов А.В. Методика определения характеристик устойчивости и управляемости высотного дозвукового самолета М-55 «Геофизика» по результатам летного эксперимента и моделирования // Полет. 2006. №2. С. 22-30.

- [42] Klein V. Estimation of aircraft aerodynamic parameters from flight data // Prog. Aerospace. Sci. 1989. Vol. 26. P. 1–77.
- [43] Корсун О.Н. Принципы параметрической идентификации математических моделей самолетов по данным летных испытаний // Мехатроника, автоматизация, управление. Приложение. 2008. № 06. С. 2-7.
- [44] Girish Chowdhary and Ravindra Jategaonkar. Aerodynamic Parameter Estimation from Flight Data Applying Extended and Unscented Kalman Filter// AIAA 2006-6146. AIAA Atmospheric Flight Mechanics Conference and Exhibit. 2006.
- [45] Flight dynamics: Textbook for students of higher educational institutions / A.V. Efremov, V.F. Zakharchenko, V.N. Ovcharenko, etc.; edited by G.S. Byushgens.—M.: Machinostroenie, 2011. 776 p.: il.ISBN 978-5-94275-580-5
- [46] Корсун, О. Н, Стуловский А. В. Алгоритмы выбора и сопряжения скользящих интервалов при идентификации по большим объемам полетных данных // Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения : Тезисы 2-ой Международной конференции, Алушта, 29 августа – 03 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 178-179.
- [47] Корсун, О. Н, Поплавский Б. К, Ом М. Х. Методология раздельной идентификации сил тяги и аэродинамического сопротивления по данным летных испытаний // Скоростной транспорт будущего: перспективы, проблемы, решения: Тезисы 2-ой Международной конференции, Алушта, 29 августа – 03 2023 года. – Москва: Издательство "Перо", 2023. – С. 191-192.
- [48] A. Mirzaev and S. Khalilov, "Digital Signal Processing Based On Spline Functions," 2019 International Conference on Information Science and

- Communications Technologies (ICISCT), 2019, pp. 1-7, doi: 10.1109/ICISCT47635.2019.9012038.
- [49] Косенко В. А. Экспериментальная верификация метода многоканальной оцифровки для аналого-цифрового преобразования сигналов // Электронные информационные системы. – 2025. – № 1(44). – С. 5-15.
- [50] Alomar I., & Yatskiv (Jackiva) I. Digitalization in aircraft maintenance processes // Aviation. – 2023. — 27(2). – 86–94. <https://doi.org/10.3846/aviation.2023.18923>
- [51] Волков Е. В, Еремеев Д. Р, Ивашин А. В [и др.]. Модуль аналого-цифрового преобразователя с оцифровкой формы сигнала для эксперимента ВЕС // Приборы и техника эксперимента. – 2020. – № 2. – С. 32-51. – DOI 10.31857/S0032816220020081.
- [52] Kipnis A., Goldsmith A. J, Eldar Y. C. Analog-to-Digital Compression: A New Paradigm for Converting Signals to Bits // IEEE Signal Processing Magazine. – 2018. – Vol. 35, No. 3. – P. 16-39. – DOI 10.1109/MSP.2017.2774249.
- [53] Bchir M., Hassen N., Ettaghzouti T. A novel high frequency low voltage low power current mode analog to digital converter pipeline // Journal of Low Power Electronics. – 2019. – Vol. 15, No. 4. – P. 368-378. – DOI 10.1166/jolpe.2019.1621.
- [54] Potehin V. A, Esi A. Ju. Digital Signal Processing: Chord Construction and Digital Processing // Молодой ученый. – 2024. – No. 52(551). – P. 5-8.
- [55] Walden R. H. Performance trends for analog to digital converters // IEEE Communications Magazine. – 1999 vol. 37, No. 2 – P. 96-101. – DOI 10.1109/35.747256.
- [56] Jasim O. A, Amer S. R, Hussein S. F, Mehdi S. A. Enhanced Image Encryption Using a Novel Chaotic System and Scramble Dithering Technique // International Journal of Safety and Security Engineering. – 2024. – Vol. 14, No. 5. – P. 1465-1476. – DOI 10.18280/ijssse.140514.

- [57] Noye J. Finite Difference Techniques for Partial Differential Equations // North-Holland Mathematics Studies. – 1984. – Vol. 83, No. C. – P. 95-354. – DOI 10.1016/S0304-0208(08)71201-5.
- [58] Blatov I. A., Zadorin A. I., Kitaeva E. V. Cubic spline interpolation of functions with high gradients in boundary layers // Computational Mathematics and Mathematical Physics. – 2017. – Vol. 57, No. 1. – P. 7-25. – DOI 10.1134/S0965542517010043.
- [59] Yildiz R. A, Barut M., Zerdali E. Comprehensive Comparison of Extended and Unscented Kalman Filters for Speed-Sensorless Control Applications of Induction Motors // IEEE Transactions on Industrial Informatics. – 2020. – Vol. 16, No. 10. – P. 6423-6432. – DOI 10.1109/tii.2020.2964876.
- [60] Кудрявцева И. А. Анализ эффективности расширенного фильтра Калмана, сигма-точечного фильтра Калмана и сигма-точечного фильтра частиц // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. – 2016. – № 224(2). – С. 43-51.
- [61] Richard J. Meinhold & Nozer D. Singpurwalla (1983) Understanding the Kalman Filter, The American Statistician. – 37:2. – 123-127. – DOI: 10.1080/00031305.1983.10482723
- [62] Dehghannasiri R., Qian X. & Dougherty E. A Bayesian robust Kalman smoothing framework for state-space models with uncertain noise statistics // EURASIP J. Adv. Signal Process. – 2018. – 55 <https://doi.org/10.1186/s13634-018-0577-1>
- [63] Борисевич А. В., Глебко Д. В. Бездатчиковое векторное управление шаговым двигателем на основе расширенного фильтра Калмана // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2014. – № 4. – С. 473-484.
- [64] Казаков Л. Н, Шахтарин Б. И, Ходунин А. В. Восстановление информационной последовательности при помощи расширенного фильтра Калмана для модема с переменной символьной частотой //

Радиотехника и электроника. – 2015. – Т. 60, № 6. – С. 650. – DOI 10.7868/S003384941506011X.

- [65] Блатов И. А, Яковлев Е. К. Использование комбинированного вейвлет-фильтра и фильтра Калмана для определения параметров движения центра масс космического аппарата // Современные методы прикладной математики, теории управления и компьютерных технологий (ПМТУКТ-2013) : сборник трудов VI международной конференции, Воронеж, 10–16 сентября 2013 года. – Воронеж: Воронежский государственный университет, 2013. – С. 44-46.
- [66] Ходунин А. В, Пестова А. В, Казаков Л. Н. Алгоритм оценки информационной последовательности на основе расширенного фильтра Калмана для систем передачи с переключением хаотической несущей // Системы синхронизации, формирования и обработки сигналов. – 2013. – Т. 4, № 3. – С. 131-133.
- [67] Einicke G. A and White L. B. Robust extended Kalman filtering // IEEE Transactions on Signal Processing. – 1999. – Vol. 47, No. 9 – pp. 2596-2599. – DOI: 10.1109/78.782219.
- [68] Wan E. A and Van Der Merwe R. The unscented Kalman filter for nonlinear estimation// Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373). 2000. – pp. 153-158. – DOI: 10.1109/ASSPCC.2000.882463.
- [69] Menegaz H. M. T., Ishihara J. Y., Borges G. A. and Vargas A. N. A Systematization of the Unscented Kalman Filter Theory// IEEE Transactions on Automatic Control. – 2015. – Vol. 60. – No. 10, pp. 2583-2598. – DOI: 10.1109/TAC.2015.2404511.
- [70] Dunik J., Simandl M. and Straka O. Unscented Kalman Filter: Aspects and Adaptive Setting of Scaling Parameter// IEEE Transactions on Automatic Control. – 2012. – Vol. 57. – No. 9, pp. 2411-2416. – DOI: 10.1109/TAC.2012.2188424.

- [71] De Marina H. G., Pereda F. J., Giron-Sierra J. M. and Espinosa F. UAV Attitude Estimation Using Unscented Kalman Filter and TRIAD// IEEE Transactions on Industrial Electronics. – 2012. – Vol. 59. – No. 11, pp. 4465-4474. – DOI: 10.1109/TIE.2011.2163913.
- [72] St-Pierre M. and Gingras D. Comparison between the unscented Kalman filter and the extended Kalman filter for the position estimation module of an integrated navigation information system // IEEE Intelligent Vehicles Symposium. – 2004. – pp. 831-835. – DOI: 10.1109/IVS.2004.1336492.
- [73] LaViola J. J. A comparison of unscented and extended Kalman filtering for estimating quaternion motion// Proceedings of the 2003 American Control Conference. 2003. Vol.3. pp. 2435-2440. DOI: 10.1109/ACC.2003.1243440.
- [74] Ефремов А.В, Захарченко В.Ф, Овчаренко В.Н и др. Динамика полета / Под ред. Г.С. Бюшгенса. Изд. 2-е, испр. и доп. — М.: Машиностроение, 2017.
- [75] Митюков, Н. В. Идентификация аэродинамических параметров дозвуковых поражающих элементов // Вестник КИГИТ. – 2013. – № 1(31). – С. 56-63.
- [76] Корсун О. Н, Мотлич П. А. Программа и алгоритм идентификации параметров модели продольного движения самолета // Научные чтения по авиации, посвященные памяти Н.Е. Жуковского. – 2013. – № 1. – С. 120-124.
- [77] Корсун О.Н. Проверка условий идентифицируемости при восстановлении сигналов бортовых измерений / О. Н. Корсун, А. В. Стуловский // XVI Всероссийская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ-2023) : Материалы мультikonференции. В 4-х томах, Волгоград, 11–15 сентября 2023 года / Редколлегия: И.А. Каляев, В.Г. Пешехонов, С.Ю. Желтов [и др.]. Том 3. – Волгоград: Волгоградский государственный технический университет, 2023. – С. 109-111.

- [78] Егоров Б. А, Никитина Т. В, Ремеев Н. Х, Хакимов Р. А. Исследование характеристик воздухозаборника учебно-тренировочного самолета МИГ-ат // Аэродинамика летательных аппаратов: МАТЕРИАЛЫ XI ШКОЛЫ-СЕМИНАРА, п. Володарского, 01–03 марта 2000 года. – п. Володарского: Центральный аэрогидродинамический институт им. профессора Н.Е. Жуковского, 2000. – С. 68-69.
- [79] Jazwinski, A.H. (1970) – Stochastic Processes and Filtering Theory
- [80] Степанов О.А. Методы обработки навигационной измерительной информации. –СПб: Университет ИТМО, 2017. – 196 с.
- [81] Alessandri A. and Awawdeh M. Moving-horizon estimation for discrete-time linear systems with measurements subject to outliers // 53rd IEEE Conference on Decision and Control, Los Angeles, CA, USA. – 2014. – pp. 2591-2596. – DOI: 10.1109/CDC.2014.7039785.
- [82] Ndungi R., Blekanov I. S. Improving Time Series Forecasting by Applying the Sliding Window Approach // Computational Nanotechnology. – 2025. – Vol. 12, No. 2. – P. 11-18. – DOI 10.33693/2313-223X-2025-12-2-11-18
- [83] Белик В. В. Интеллектуальные системы видеонаблюдения на основе нейронных сетей и калмановских фильтров для динамического анализа и прогнозирования рисков в условиях промышленного производства / // Развитие животноводства и инновационные технологии производства продуктов питания, проблемы экологической, производственной и гигиенической безопасности и здорового образа жизни : материалы международной научно-практической конференции, Персиановский, 23 мая 2025 года. – Персиановский: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Донской государственный аграрный университет", 2025. – С. 254-258. – EDN LTDOYM.

- [84] Alberto M. Mier Muth & Alan Willsky S. A sequential method for spline approximation with variable knots // International Journal of Systems Science. – 1978. – 9:9. – 1055-1067. – DOI: 10.1080/00207727808941759
- [85] Васильев К. К, Павлыгин Э. Д, Гуторов А. С. Построение траекторий маневрирующих целей на основе сплайнов и фильтра Калмана // Автоматизация процессов управления. – 2016. – № 1(43). – С. 67-75.
- [86] Unser M. Splines: a perfect fit for signal and image processing // IEEE Signal Processing Magazine. – 1999. – vol. 16. – No. 6, pp. 22-38. – DOI: 10.1109/79.799930.
- [87] Vincent Chan, Kam-Wah Tsui, Yanran Wei, Zhiyang Zhang & Xinwei Deng Efficient estimation of smoothing spline with exact shape constraints // Statistical Theory and Related Fields. – 2021. – 5:1. – 55-69. – DOI: 10.1080/24754269.2020.1722604
- [88] M. Svoboda, L. Matiu-Iovan, F. M. Frigura-Iliasa and P. Andea, "B-spline interpolation technique for digital signal processing," 2015 International Conference on Information and Digital Technologies, 2015, pp. 366-371, doi: 10.1109/DT.2015.7222998.
- [89] Стрелковская, И. В, Бухан Д. Ю. Сравнительный анализ селективных сигнальных функций, построенных на основе кубических сплайнов и кубических В-сплайнов // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2009. – Т. 4, № 7(40). – С. 65-69.
- [90] Gutorov A.S., Kukin A.E. Algorithm for estimating target trajectory data using a smoothing spline // Bulletin of Science and Education. – 2018. – Volume 1. – No. 7(43).
- [91] Sharifi, Mohammad A. & Seif, Mohammad Reza & Hadi, M. A Comparison Between Numerical Differentiation and Kalman Filtering for a Leo Satellite Velocity Determination // Artificial Satellites. – 2013. – Volume 48. pp.103-110. – DOI: 10.2478/arsa-2013-0009.

- [92] Korsun O.N., Goro S. & Om M.H. A comparison between filtering approach and spline approximation method in smoothing flight data//Aerospace Systems. - 2023. – URL: <https://doi.org/10.1007/s42401-023-00201-0>
- [93] Zadorin A. I. Analysis of Numerical Differentiation Formulas in a Boundary Layer on a Shishkin Grid // Numerical Analysis and Applications. – 2018. – Vol. 11, No. 3. – P. 193-203. – DOI 10.1134/S1995423918030011.
- [94] Локтионов А. П. Численное дифференцирование в модели измерений // Измерительная техника. – 2019. – № 8. – С. 14-19. – DOI 10.32446/0368-1025it.2019-8-14-19.
- [95] Vasilchenko K.K, Kochetkov Yu A., Leonov V.A, Poplavskii B.K. Aircraft Flight Tests; Mashinostroenie: Moscow, Russia, 1996; 720p. (Russian)
- [96] Чолышкина О. Г. Применение полиномиальных сплайнов на основе в-сплайнов пятого порядка при построении фильтров // Вестник Национального Авиационного Университета. – 2009. – Т. 1, № 38. – С. 214-218.
- [97] Минкин А. С. Об одной методике преобразования сплайн кривой в В-сплайн / А. С. Минкин // Научная визуализация. – 2022. – Т. 14, № 1. – С. 97-108. – DOI 10.26583/sv.14.1.08.
- [98] Иванова Е. Е, Бабич Н. А, Слузова Н. А. Метод сглаживающих сплайнов для графической интерпретации модели хода роста // Вестник Бурятской государственной сельскохозяйственной академии им. В.Р. Филиппова. – 2024. – № 3(76). – С. 90-101. – DOI 10.34655/bgsha.2024.76.3.012.
- [99] Ромаданова М. М. Алгоритм выбора точек для аппроксимации В-сплайном параметрически заданной кривой с учетом кривизны // Перспективы науки. – 2025. – № 1(184). – С. 145-151.
- [100] Корсун О. Н, Ляхов В. Д, Стуловский А. В. Выбор мета параметров в плохо обусловленной задаче идентификации на примере отдельного оценивания тяги летательного аппарата // International Journal of Open Information Technologies. – 2024. – Т. 12, № 4. – С. 32-36. – EDN LOSZRC.

- [101] Тыщенко Д. Э, Хорожев Г. О. Анализ больших данных: статистические подходы к обработке и анализу больших данных // Аллея науки. – 2024. – Т. 1, № 11(98). – С. 3-14.
- [102] Багаев И. И. Анализ понятий нейронная сеть и сверточная нейронная сеть, обучение сверточной нейросети при помощи модуля TensorFlow // Математическое и программное обеспечение систем в промышленной и социальной сферах. – 2020. – Т. 8, № 1. – С. 15-22. – DOI 10.18503/2306-2053-2020-8-1-15-22.