

В диссертационный совет Д 212.125.05  
при ФГБОУ ВПО "Московский  
авиационный институт (национальный  
исследовательский университет)" МАИ  
125993, г. Москва, А-80, ГСП-3,  
Волоколамское шоссе, д. 4

## **ОТЗЫВ**

**официального оппонента на диссертацию Русских Сергея Владимировича  
"Динамика движения деформируемого твердого тела на упругих опорах по  
криволинейной поверхности", представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 –  
"Механика деформируемого твердого тела"**

Задачи динамики твердых и деформируемых тел при их скольжении и качении по криволинейным поверхностям и направляющим встречаются во многих областях техники и жизнедеятельности человека. К ним относятся: пуск беспилотных самолетов и реактивных снарядов по направляющей балке; движение транспортных средств по неровной дороге и упругим длиннопролетным мостам; трамплинный взлет самолетов с палубы авианосца; сложное пространственное движение тележек с пассажирами по криволинейным направляющим, расположенным на эстакадах ("катальные горы") и пр. При этом в общем случае движущееся тело и направляющее полотно могут быть упругими, а соединяющие их элементы (ползуны, ролики, колеса с амортизацией) – упруговязкими.

Целью решения задач динамики таких систем является обеспечение требований функциональной безопасности, прочностной надежности и физиологической переносимости перегрузок и вибраций.

Некоторые задачи динамики для отмеченных выше систем в настоящее время решены в той или иной постановке. Однако, имеется много нерешенных задач, а также задач, требующих решений в уточненной нелинейной постановке. Этим задача посвящена данная диссертация. Тема ее является актуальной.

Диссертация состоит из введения и трех глав. В введении приведен краткий обзор литературы, относящейся к теме диссертации.

**В первой главе** рассмотрена задача о нестационарных колебаниях упругой направляющей балки, по которой скользит на двух опорах под действием переменной силы тяги абсолютно жесткий реактивный снаряд. Учитываются упругое шарнирное закрепление балки с недеформируемой хвостовой частью по углу поворота, ее прогиб под действием собственного веса и заданное начальное искривление оси. Определены реакции скользящих без отрыва опор снаряда в зависимости от поперечного перемещения балки. Получены уравнения ее колебаний в обобщенных координатах с переменными коэффициентами на основании метода Ритца с использованием разложений по консольным формам собственных колебаний и поворота балки как твердого тела относительно упругого шарнира.

Выполнены многочисленные расчетные исследования нестационарных колебаний балки со скользящим по ней реактивным снарядом с анализом точности вычислений по закону сохранения энергии и с анализом влияния различных параметров. Решения получены на трех этапах взаимодействия упругой балки со снарядом: 1) вначале по балке движется только передняя опора; 2) по балке движется две опоры; 3) передняя опора сходит с балки и по ней движется только задняя опора.

На третьем этапе происходит "сваливание" снаряда и для его учета добавляется еще одна степень свободы – угол поворота снаряда относительно задней опоры. После схода задней опоры балка совершает колебания по инерции, а снаряд – свободный полет с полученными в момент схода продольной,

поперечной и угловой скоростями, а также углом тангажа. Эти кинематические параметры принимаются за начальные условия для задачи динамики полета снаряда и они в случае неуправляемого снаряда оказывают большое влияние на точность стрельбы. Важно, что этими расчетными кинематическими параметрами (начальными условиями) можно управлять путем подбора основных параметров направляющей балки (угла установки, длины, жесткости и начального искривления).

Разработанный алгоритм численного решения этой задачи является новым и полученные результаты имеют большую научную и практическую ценность.

**Во второй главе** в строгой математической постановке сформулирована плоская нелинейная задача кинематики и динамики твердого тела, движущегося на двух колесах (роликах) по заданной плоской кривой с учетом силы тяжести и упругости шин и подвески с нелинейными характеристиками. Заднее колесо, катящееся по кривой без проскальзывания с локальным смятием шины, считается ведущим и для него задается скорость вращения или крутящий момент.

Отличительной особенностью этой формулировки задачи является то, что плоская направляющая кривая может иметь в пределах колесной базы произвольную (большую) кривизну, а тело может поворачиваться на любые углы. В существующих формулировках для колесных транспортных средств, движущихся по неровной дороге, углы поворота тел обычно считаются малыми.

В рассматриваемой в данной работе точной формулировке задачи все кинематические соотношения, особенно выражения для ускорений тела, и уравнения движения являются математически весьма громоздкими, а вычисления, связанные с их численным решением, трудоемкими. Например, положение контактной точки переднего колеса на направляющей кривой по отношению к контактной точке заднего колеса является неизвестным и они связаны между собой трансцендентным кинематическим соотношением, которое при численном

интегрировании уравнений решается на каждом временном шаге по методу итераций.

Точность численного решения задачи оценена на тестовых примерах по точности выполнения закона сохранения энергии системы, а также путем сравнения с точным решением для тела, катящегося на двух колесах по направляющей кривой в виде окружности.

Получены численные решения для различных направляющих кривых с анализом влияния параметров системы на контактные реакции и на перегрузки тела в его нестационарном криволинейном движении с вибрациями.

Разработанная математическая модель и полученные решения этой задачи в строгой общей постановке являются новыми.

**В третьей главе** рассматривается задача динамики трехмерного деформируемого тела, расположенного на двухосной абсолютно жесткой тележке, которая катится по криволинейной поверхности в виде двухрельсового закрученного и изогнутого в двух плоскостях полотна. Геометрия такого полотна описывается заданными координатами и углом закручивания его средней линии. Задняя ведущая колесная ось жестко связана с тележкой, а передняя ось связана с ней сферическим шарниром в середине этой оси. В результате передняя колесная пара заменяется по существу одним эквивалентным колесом (роликом), движущимся по средней линии.

Разработано два варианта приближенных математических моделей кинематики и динамики такой системы. В первом варианте углы поворота и закручивания направляющей кривой между осями считаются постоянными и равными их значениями на задней оси. Во втором уточненном варианте изменения этих углов между осями считаются малыми.

Движение деформируемой системы представляется в виде суммы переносного движения тележки, катящейся на недеформируемых роликах по криволинейной поверхности полотна, и относительного движения тележки за счет

физически нелинейных деформаций роликов и за счет геометрически нелинейного деформирования расположенных на тележке распределенных и сосредоточенных масс. Параметры переносного движения определяются из кинематических соотношений для данного момента времени и не зависят от относительного движения и от состояний системы в другие моменты времени.

Нелинейные дифференциальные уравнения относительного движения в обобщенных координатах получены на основании принципа возможных перемещений с учетом кинематических соотношений с использованием метода Ритца в подвижной системе координат, связанной с тележкой, и записаны в векторно-матричном виде.

Разработанные модели для решения этой задачи и полученные уравнения движения при заданной скорости качения тележки позволяют путем численного интегрирования по времени с учетом переносного движения определить неизвестные кинематические и динамические параметры нестационарного движения системы (перегрузки, контактные реакции, напряжения и пр.).

В целом, разработанные методы решения рассмотренных задач и полученные результаты являются новыми и представляют большую научную и практическую ценность.

Достоверность полученных результатов обоснована строгостью математических формулировок рассматриваемых задач, а также подтверждается выполнением с высокой точностью закона сохранения энергии системы и сравнениями в частном случае тестовой задачи с точным решением.

#### **Имеются следующие замечания:**

1. Недостаточно подробно описана методика учета относительного движения деформируемых масс, расположенных на движущейся тележке (параграф 4.5), и поэтому неясно, каким образом получаются механические аналоги, изображенные на рис. 98.



2. В диссертации имеются грамматические и редакционные неточности; в ссылках на статьи указываются только их первые страницы.

В целом, диссертация Русских С.В. выполнена на высоком научном уровне и удовлетворяет всем требованиям ВАК Минобрнауки РФ, предъявляемым к кандидатским диссертациям по физико-математическим наукам.

Основные результаты диссертации опубликованы в 9 работах, 3 из которых – в рецензируемых журналах, рекомендуемых ВАК.

Автореферат правильно отражает содержание диссертации.

Русских С.В. заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.04 – "Механика деформируемого твердого тела".

Официальный оппонент,  
доктор физико-математических наук, профессор,  
академик Академии Наук Республики Татарстан,  
главный научный сотрудник, профессор кафедры  
«Прочность конструкций» ФГБОУ ВПО  
«Казанский национальный исследовательский  
технический университет имени А.Н. Туполева –  
КАИ (КНИТУ – КАИ)»

Паймушин Виталий Николаевич

24.11.2019

420111, г. Казань, ул. К. Маркса, д. 10

Телефон: (843) 236-66-13

E-mail: vprajmushin@mail.ru



Подпись Паймушина Виталия Николаевича заверяю.