

Нестационарные составляющие коэффициентов поперечной силы, моментов крена и рыскания самолета, обусловленные вертикальным оперением.

М. А. Захаров.

Проводится сравнительный анализ нестационарных составляющих $C_{z_{\beta.o}}$, $m_{x_{\beta.o}}$, $m_{y_{\beta.o}}$ (обусловленных вертикальным оперением, зависящих от производной угла скольжения по времени $\dot{\beta}$) для различных случаев относительного обдува самолета: при движении самолета (в полете) и при движении воздуха относительно неподвижного (а также вращающегося) самолета (например, в аэротрубе на установке с возможностью периодического изменения направления потока). Определены действительный и расчетный (стационарный) углы атаки и угол скоса потока на вертикальном оперении. Текущий угол скоса потока на вертикальном оперении содержит угол стационарного скоса и угол, пропорциональный $\dot{\beta}$. При определении суммарных нестационарных составляющих на указанной установке, возникает методическая погрешность, обусловленная различием значений $C_{z_{\beta.o}}$, $m_{x_{\beta.o}}$, $m_{y_{\beta.o}}$ для движущегося и неподвижного самолетов.

1 Постановка задачи.

В последнее время в связи с ускоренным развитием маневренной авиации выдвигаются новые задачи математического описания движения летательных аппаратов.

Как известно спецификой маневренных самолетов является их полет при неустановившихся режимах с большими значениями производных углов атаки (α) и скольжения (β). Математические модели движения таких самолетов обязательно должны включать как вращательные так и нестационарные производные аэродинамических коэффициентов.

Нестационарные производные в своем составе содержат производные, обусловленные изменением углов скоса потока на хвостовом оперении [1,2] и еще недостаточно изученные. Суммарные нестационарные производные измеряют на динамических установках [3] при угловых колебаниях потока и неподвижной модели или при линейных колебаниях модели и постоянном потоке.

В работе [4] показано, что при измерении нестационарных производных продольного движения $C_{y_{\dot{\alpha}}}$, $m_{z_{\dot{\alpha}}}$, в условиях неподвижной модели с угловыми колебаниями потока, возникает методическая ошибка, вызванная отличием условий обдува в аэротрубе и в полете.

Процессы, подобные происходящим на горизонтальном оперении (ГО) от действия $\dot{\alpha}$, имеют место и на вертикальном оперении (ВО) при наличии $\dot{\beta}$. Аналогично тому, что при продольном движении с $\dot{\alpha} \neq 0$ [4] угол скоса потока на ГО (ε) содержит стационарную составляющую (ε_c) и составляющую, зависящую от $\dot{\alpha}$ ($\varepsilon(\dot{\alpha})$), при боковом движении угол скоса потока (σ) на ВО со-

держит [1] стационарную составляющую () и составляющую, зависящую от $\dot{\beta}$ ($\sigma(\dot{\beta})$). Однако значение $\sigma(\dot{\beta})$ при $\dot{\beta} > 0$ в условиях полета, указанное в [1], способствует увеличению угла бокового скоса, что противоречит [2] и материалам настоящей работы.

Кроме того, при измерении нестационарных производных бокового движения $C_z^{\dot{\beta}}$, $m_x^{\dot{\beta}}$, $m_y^{\dot{\beta}}$ в аэротрубе [1, 5] при неподвижной модели с угловыми колебаниями потока также имеет место отличие условий обдува в аэротрубе от полетных, что вызывает отличие значений нестационарных производных, обусловленных изменением угла скоса на ВО, от полетных. И это следует учитывать, вводя соответствующие поправки при измерении суммарных производных бокового движения. Таким образом задача данного исследования – уточнить модель нестационарных составляющих, обусловленных вертикальным оперением, в различных условиях относительного обдува самолета и дать рекомендации для предупреждения ошибок измерений нестационарных составляющих бокового движения.

2 Модель нестационарных составляющих обусловленных вертикальным оперением, при малых углах скольжения.

Боковые силы давления вдоль самолета, несимметричное распределение нормальных сил давления по крылу приводят к возникновению бокового скоса потока по длине самолета. Особенно он проявляется на самолетах, имеющих наплыв на крыле [6].

Значительное влияние боковой скос потока оказывает на формирование аэродинамической силы на ВО.

На рис. 1 представлен самолет в плане с хвостовым вертикальным оперением (ГО не показано), и положительным углом бокового скоса σ (так как он уменьшает угол притяжения потока к плоскости симметрии самолета).

Здесь также показаны: V – вектор относительной скорости невозмущенного потока на крыле (скорости потока относительно самолета); V – модуль этого вектора; $V_{в.о.}$ – вектор относительной скорости потока на ВО (скорости потока относительно самолета); $V_{в.о.}$ – модуль этого вектора; β – угол скольжения на крыле; $\beta_{в.о.}$ – эффективный угол скольжения на вертикальном оперении (угол между плоскостью XOY и вектором $V_{в.о.}$); $L_{в.о.}$ – длина проекции отрезка на продольную ось самолета, соединяющего центр масс и фокус ВО (принимают, что фокус ВО лежит на линии $\frac{1}{4} CA \times BO$ [7] или $\frac{1}{2} CA \times BO$ [8]); $Z_{в.о.}$ – поперечная аэродинамическая сила вертикального оперения, приложенная в фокусе ВО и направленная по оси Z .

Из рис.1 следует

$$\beta_{\text{в.о.}} = \beta - \sigma; \quad (1)$$

Для небольших углов β

$$-10^\circ < \beta < 10^\circ \quad (2)$$

можно считать

$$V_{\text{в.о.}} = \sqrt{K_{\text{в.о.}}} \cdot V, \quad (3)$$

где: $K_{\text{в.о.}}$ – коэффициент торможения потока в области ВО, $K_{\text{в.о.}} \leq 1.0$ [8].

Величина угла скоса потока σ зависит от формы крыла, места расположения ВО относительно фюзеляжа и крыла, числа M полета, угла скольжения β и производной $\dot{\beta}$ [1, 2].

При этом предполагается:

$$\sigma(\beta, \dot{\beta}) = \sigma_c(\beta) + \sigma(\dot{\beta}), \quad (4)$$

где: $\sigma_c(\beta)$ – составляющая угла скоса потока при стационарном относительном обдуве самолета (угол стационарного скоса потока; здесь и далее индекс "с" присвоен параметрам стационарного режима); $\sigma(\dot{\beta})$ – нестационарная составляющая угла скоса потока.

Угол стационарного скоса σ_c составляет единицы градусов и обычно может быть аппроксимирован линейной функцией (в силу симметрии скоса при отрицательных β):

$$\sigma_c = \sigma^\beta \cdot \beta, \quad (5)$$

где: σ^β – производная по углу скольжения:

$$\sigma^\beta = \frac{d\sigma_c}{d\beta}. \quad (6)$$

Рассматривая мгновенные векторы скоростей потока на крыле $\mathbf{V}(t)$ и вертикальном оперении $\mathbf{V}_{\text{в.о.}}(t)$ в качестве соответственно входного и выходного сигналов системы управления, полагаем в дальнейшем, что модули $V(t) = \text{const}$, $V_{\text{в.о.}}(t) = \text{const}$, и любой закон изменения относительного обдува задается только изменением угла скольжения $\beta(t)$. При этом изменяется только $\beta_{\text{в.о.}}(t)$. Стационарный режим достигается при неизменном входном векторе $\mathbf{V}(t) = \text{const}$ по окончании переходных процессов, так что при ступенчатом изменении угла $\beta(t)$ в условиях (2) стационарный режим устанавливается через время (T), соответствующее перемещению ($L_{\text{в.о.}}$) воздушного потока от крыла до ВО. С учетом (3) имеем:

$$T \cong \frac{L_{\text{в.о.}}}{V_{\text{в.о.}}} = \frac{L_{\text{в.о.}}}{V \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}}}. \quad (7)$$

Рассмотрим подробнее процесс установления эффективного угла скольжения $\beta_{\text{в.о.}}(t)$ самолета с хвостовым ВО для условий (2) при ступенчатом изменении угла $\beta(t)$ в различных условиях относительного обдува. (см. рис. 2). На рис. 2а показано ступенчатое изменение угла β (две ступени).

Рис 2б иллюстрирует соответствующее изменение $\beta_{в.о.}(t)$ самолета, движущегося в полете плоскопараллельно (угловая скорость рыскания $\omega_y(t)=0$) в неподвижном воздухе. При $t < 0$ угол скольжения на крыле $\beta = 0$ и эффективный угол скольжения в соответствии с (1), (5): $\beta_{в.о.}(t) = 0$. При $t = 0$ приращение угла скольжения β_1 получает одновременно крыло и ВО, и угол $\beta_{в.о.} = \beta_1$ удерживается в течение промежутка времени T . В момент $t = T$ вертикальное оперение приблизится к воздушным вихрям от крыла и на ВО появится вектор воздушной скорости от вихрей, направленный вбок от самолета. Соответственно вектор $\mathbf{V}_{в.о.}(t)$ отклоняется от вектора $\mathbf{V}(t)$. Так что после момента $t = T$ значение $\beta_{в.о.}(t)$ устанавливается (в соответствии с (1)):

$$\beta_{в.о.}(t) = \beta_1 - \sigma_c(\beta_1). \quad (8)$$

В некоторый момент времени $t_a > T$ изменяется входное воздействие, появляется скачок угла скольжения и $\beta(t_a > T) = \beta_2$. Одновременно угол $\beta_{в.о.}(t)$ увеличивается скачком до величины $\beta_{в.о.}(t) = \beta_2 - \sigma_c(\beta_1)$. Угол скоса "запаздывает" и соответствует предыдущему значению угла скольжения (β_1). Лишь в момент $t = t_a + T$ хвостовое оперение приблизится к новому вихревому жгуту и появится новый угол скоса $\sigma_c(\beta_2)$, так что при $t > t_a + T$ устанавливается значение угла скольжения на ВО:

$$\beta_{уст.2.в.о.}(t) = \beta_2 - \sigma_c(\beta_2). \quad (9)$$

Рассмотрим процессы установления угла скольжения ВО в аэродинамической трубе [5] с набегающим и изменяющим направление (угол скольжения) потоком воздуха на неподвижный самолет (см. рис. 2в). При $t < 0$, аналогично рис. 2б, угол скольжения ВО имеет значение $\beta_{н.в.о.} = 0$. Индекс "н" присвоен параметрам неподвижного самолета. В момент времени $t = 0$ фронт потока с информацией о входном векторе $\mathbf{V}(t)$ с углом скольжения β_1 начинает действовать только на крыле. Через время T указанный фронт потока достигает ВО. Устанавливается вектор $\mathbf{V}_{в.о.}$ с $\beta_{в.о.}$ равным (8). В момент времени t_a , несмотря на то, что угол скольжения β изменился, угол $\beta_{в.о.}$ не меняется. И только в момент $t = t_a + T$ поток от крыла с новым углом скольжения и новым углом скоса достигнет ВО, после чего установившийся угол скольжения ВО будет иметь значение равное (9).

На рис. 2г также показано расчетное стационарное значение угла скольжения ВО, соответствующее мгновенному значению угла скольжения и определяемое по формуле:

$$\beta_{с.в.о.}(t) = \beta(t) - \sigma_c(\beta(t)). \quad (10)$$

Угол $\beta_{с.в.о.}$ в диапазонах $0 < t < t_a$ и $t > t_a$ соответственно отвечает значениям (8) и (9).

Рассмотрим процессы установления угла скольжения ВО в аэродинамической трубе с набегающим (и неизменным направлением) потоком воздуха на вращающуюся модель (самолет) относительно оси Y , проходящей через центр масс. Угол скольжения задается изменением угла рыскания Ψ и приращение угла скольжения получают одновременно крыло и ВО. Поэтому процессы установления угла скольжения ВО соответствуют рис. 2б (т.е. процессам установления для движущегося самолета). Разница лишь заключается в том, что появление нового угла скоса вызвано не приближением ВО самолета к новому вихревому жгуту, а приближением фронта потока (с новым вихревым жгутом) к ВО. Следовательно в дальнейшем, параметры процессов с набегающим и не изменяющим направление потоком и вращающейся моделью (самолетом) будем относить к параметрам движущегося самолета (с индексом "д").

Таким образом, в соответствии с (1) угол скольжения ВО в момент времени t ($\beta_{в.о.}(t)$) определяется разностью между углом скольжения и стационарным углом скоса. Причем для движущегося самолета угол скольжения соответствует моменту t , а угол скоса - значению угла скольжения в момент $t - T$:

$$\beta_{д.в.о.}(t) = \beta(t) - \sigma_c[\beta(t - T)]. \quad (11)$$

Для неподвижного обдуваемого самолета (модели) угол скольжения соответствует моменту времени $t - T$, а угол скоса - значению угла скольжения в момент $t - T$:

$$\beta_{н.в.о.}(t) = \beta(t - T) - \sigma_c[\beta(t - T)]. \quad (12)$$

При этом, независимо от относительного обдува, для каждого момента времени t расчетный (стационарный) угол скольжения ВО, соответствующий мгновенному значению угла скольжения $\beta(t)$, равен:

$$\beta_{с.в.о.}(t) = \beta(t) - \sigma_c[\beta(t)]. \quad (13)$$

Рассмотрим нестационарный режим относительного обдува. Пусть угол скольжения изменяется по произвольному закону $\beta(t)$ (см. рис. 3). В рассматриваемом диапазоне изменения угла $\beta(t)$ (в соответствующем временном диапазоне: от начального момента ($t_{нач}$) до конечного ($t_{кон}$)) производная $\dot{\beta} > 0$. Пусть точка А на графике $\beta(t)$ соответствует моменту времени $t - T$, при котором угол скольжения (на крыле) равен $\beta - \beta_T$. (β_T - приращение функции $\beta(t)$ от момента $t - T$ до момента t). Точка В соответствует моменту времени t , где угол скольжения равен β .

Таким образом:

$$\beta(t) = \beta; \quad (14)$$

$$\beta(t - T) = \beta - \beta_T. \quad (15)$$

Соответственно:

$$\sigma_c[\beta(t)] = \sigma_c(\beta); \quad (16)$$

$$\sigma_c[\beta(t-T)] = \sigma_c(\beta - \beta_T). \quad (17)$$

Тогда из (11)-(13):

$$\beta_{д.в.о.}(\beta) = \beta - \sigma_c(\beta - \beta_T); \quad (18)$$

$$\beta_{н.в.о.}(\beta) = \beta - \beta_T - \sigma_c(\beta - \beta_T); \quad (19)$$

$$\beta_{с.в.о.}(\beta) = \beta - \sigma_c(\beta). \quad (20)$$

И на рис. 3 соответственно строим точки С, Е, D, отвечающие углам скольжения на ВО для режимов обдува самолета: движущегося самолета, неподвижного самолета и расчетного стационарного обдува для данного β .

Аналогичные рассуждения можно провести для точек графика $\beta(t)$, где $t_{нач} + T \leq t \leq t_{кон}$, и построить графики функций $\beta_{д.в.о.}(t)$, $\beta_{с.в.о.}(t)$, $\beta_{н.в.о.}(t)$.

В соответствии с рис. 3 на рис. 4 покажем расположение действительных векторов скоростей $\mathbf{v}(t)$, $\mathbf{v}(t-T)$, $\mathbf{V}_{д.в.о.}(t)$, $\mathbf{V}_{с.в.о.}(t)$, $\mathbf{V}_{н.в.о.}(t)$. Разложение в ряд Тейлора функции $\beta(t-T)$ в окрестности точки t (при учете (14), (15) и ограничении ряда слагаемым, включающим $\ddot{\beta}$ – вторую производную угла скольжения по времени) дает:

$$\beta_T = \dot{\beta} \cdot T - \frac{\ddot{\beta}}{2} \cdot T^2. \quad (21)$$

Принимая во внимание, что $T > 0$ – малая величина (сотые доли секунды), и второй член выражения (21) – малая величина второго порядка, принимаем:

$$\beta_T = \dot{\beta} \cdot T. \quad (22)$$

Тогда из (5), (18)-(20) определим углы скольжения на ВО:

– действительные

$$\beta_{д.в.о.}(\beta(t)) = \beta - \sigma^\beta \cdot (\beta - \beta_T) = \beta \cdot (1 - \sigma^\beta) + \sigma^\beta \cdot \beta_T = \beta \cdot (1 - \sigma^\beta) + \sigma^\beta \cdot \dot{\beta} \cdot T; \quad (23)$$

$$\beta_{н.в.о.}(\beta(t)) = \beta - \beta_T - \sigma^\beta \cdot (\beta - \beta_T) = (\beta - \beta_T) \cdot (1 - \sigma^\beta) = \beta \cdot (1 - \sigma^\beta) - (1 - \sigma^\beta) \cdot \dot{\beta} \cdot T; \quad (24)$$

– расчетный

$$\beta_{с.в.о.}(\beta(t)) = \beta - \sigma^\beta \cdot \beta = \beta \cdot (1 - \sigma^\beta). \quad (25)$$

Соответственно текущий угол скоса:

$$\sigma_{д.в.о.}(\beta, \dot{\beta}) = \beta - \beta_{д.в.о.} = \beta \cdot \sigma^\beta - \sigma^\beta \cdot \dot{\beta} \cdot T = \sigma_c(\beta) - \sigma^\beta \cdot \dot{\beta} \cdot T; \quad (26)$$

$$\sigma_{н.в.о.}(\beta, \dot{\beta}) = \beta - \beta_{н.в.о.} = \beta \cdot \sigma^\beta + (1 - \sigma^\beta) \cdot \dot{\beta} \cdot T = \sigma_c(\beta) + (1 - \sigma^\beta) \cdot \dot{\beta} \cdot T. \quad (27)$$

Текущий угол скоса отвечает предположению (4), причем с ростом $\dot{\beta}$ угол скоса по сравнению со стационарным значением для движущегося самолета уменьшается, а для неподвижного – возрастает.

Из (23)-(25) определим разность ($\delta_{\text{в.о.}}$) между действительным и расчетным (стационарным) углом скольжения на ВО:

$$\delta\beta_{\text{д.в.о.}} = \beta_{\text{д.в.о.}}(\beta(t)) - \beta_{\text{с.в.о.}}(\beta(t)) = \sigma^\beta \cdot \dot{\beta} \cdot T; \quad (28)$$

$$\delta\beta_{\text{н.в.о.}} = \beta_{\text{н.в.о.}}(\beta(t)) - \beta_{\text{с.в.о.}}(\beta(t)) = -(1 - \sigma^\beta) \cdot \dot{\beta} \cdot T. \quad (29)$$

С учетом (7) из (28), (29) имеем:

$$\delta\beta_{\text{д.в.о.}} = \sigma^\beta \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{\text{в.о.}}}{V \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}}};$$

$$\delta\beta_{\text{н.в.о.}} = -(1 - \sigma^\beta) \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{\text{в.о.}}}{V \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}}}.$$

Для условий (2) дополнительная поперечная сила, приложения в фокусе ВО (центре давления ВО), направленная по оси Z , обусловленная изменением угла скоса потока на ВО при действии $\dot{\beta}$, в соответствии с [1, 2]:

$$\Delta Z_{\text{в.о.}} = C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}} \cdot q \cdot K_{\text{в.о.}} \cdot S_{\text{в.о.}} \cdot \delta\beta_{\text{в.о.}}, \quad (30)$$

где: $C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}}$ – производная коэффициента поперечной силы ВО по углу скольжения на ВО, взятая для малых углов $\beta_{\text{в.о.}}$, $C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}} < 0$; $S_{\text{в.о.}}$ – площадь ВО; q – скоростной напор потока, набегающего на крыло.

После подстановки найденных значений $\delta\beta_{\text{д.в.о.}}$, $\delta\beta_{\text{н.в.о.}}$ в (30) для движущегося и неподвижного самолетов имеем:

$$\Delta Z_{\text{д.в.о.}} = C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{\text{в.о.}} \cdot \sigma^\beta}{V} \cdot S_{\text{в.о.}} \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}} \cdot q; \quad (31)$$

$$\Delta Z_{\text{н.в.о.}} = -C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{\text{в.о.}} \cdot (1 - \sigma^\beta)}{V} \cdot S_{\text{в.о.}} \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}} \cdot q. \quad (32)$$

Соответственно нестационарная составляющая коэффициента поперечной силы самолета ($C_{Z_{\text{в.о.}}}$), обусловленная запаздыванием потока на ВО, с введением коэффициента $K_{S_{\text{в.о.}}} = \frac{S_{\text{в.о.}}}{S}$ (где: S – площадь крыла) и безразмерной производной угла скольжения $\bar{\dot{\beta}} = \dot{\beta} \cdot \frac{l}{2V}$ (где: l – размах крыла):

$$C_{Z_{\text{в.о.}}} = \frac{\Delta Z_{\text{в.о.}}}{q \cdot S}. \quad (33)$$

$$C_{Z_{\text{д.в.о.}}} = C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}} \cdot \dot{\beta} \cdot K_{S_{\text{в.о.}}} \cdot \frac{L_{\text{в.о.}} \cdot \sigma^\beta}{V} \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}} = C_{Z_{\text{в.о.}}}^{\beta_{\text{в.о.}}} \cdot K_{S_{\text{в.о.}}} \cdot \sqrt{K_{\text{в.о.}}} \cdot \frac{2L_{\text{в.о.}}}{l} \cdot \sigma^\beta \cdot \bar{\dot{\beta}}; \quad (34)$$

$$C_{Z_{H_{B.O.}}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{V} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \frac{2L_{B.O.}}{l} \cdot (1 - \sigma^{\beta}) \cdot \bar{\beta}. \quad (35)$$

Откуда безразмерные нестационарные производные поперечной силы самолета, обусловленные запаздыванием потока на ВО:

$$C_{Z_{B.O.}}^{\bar{\beta}} = \frac{\partial C_{Z_{B.O.}}}{\partial \bar{\beta}}; \quad (36)$$

$$C_{Z_{Д_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \frac{2L_{B.O.}}{l} \cdot \sigma^{\beta}; \quad (37)$$

$$C_{Z_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \frac{2L_{B.O.}}{l} \cdot (1 - \sigma^{\beta}). \quad (38)$$

Дополнительные моменты крена и рыскания, обусловленные дополнительной силой для нормальной схемы самолета:

$$\begin{aligned} \Delta M_{X_{B.O.}} &= \Delta Z_{B.O.} \cdot y_{B.O.}; \\ \Delta M_{Y_{B.O.}} &= \Delta Z_{B.O.} \cdot L_{B.O.}, \end{aligned} \quad (39)$$

где: $y_{B.O.}$ – расстояние по вертикали от продольной оси OX до средней аэродинамической хорды вертикального оперения.

Для движущегося самолета:

$$\Delta M_{X_{Д_{B.O.}}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \sigma^{\beta}}{V} \cdot S_{B.O.} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot q; \quad (40)$$

$$\Delta M_{Y_{Д_{B.O.}}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.}^2 \cdot \sigma^{\beta}}{V} \cdot S_{B.O.} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot q; \quad (41)$$

для неподвижного самолета:

$$\Delta M_{X_{H_{B.O.}}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{V} \cdot S_{B.O.} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot q; \quad (42)$$

$$\Delta M_{Y_{H_{B.O.}}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.}^2 \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{V} \cdot S_{B.O.} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot q. \quad (43)$$

Соответственно нестационарные составляющие коэффициентов моментов крена и рыскания от дополнительных моментов:

$$m_{X_{B.O.}} = \frac{\Delta M_X}{S \cdot q \cdot l}; \quad m_{Y_{B.O.}} = \frac{\Delta M_Y}{S \cdot q \cdot l}.$$

(44)

Для движущегося самолета:

$$m_{X_{Д_{B.O.}}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \sigma^{\beta}}{V \cdot l} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \sigma^{\beta}}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \bar{\beta}; \quad (45)$$

$$m_{Y_{Д_{B.O.}}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.}^2 \cdot \sigma^{\beta}}{V \cdot l} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.}^2 \cdot \sigma^{\beta}}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \bar{\beta}. \quad (46)$$

Для неподвижного самолета:

$$m_{x_{H_{B.O.}}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{V \cdot l} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \bar{\beta}; \quad (47)$$

$$m_{y_{H_{B.O.}}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \dot{\beta} \cdot \frac{L_{B.O.}^2 \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{V \cdot l} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.}^2 \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \bar{\beta}. \quad (48)$$

Откуда безразмерные нестационарные производные моментов крена и рыскания самолета, обусловленные ВО (запаздыванием потока на ВО):

$$m_{x_{B.O.}}^{\bar{\beta}} = \frac{\partial m_{x_{B.O.}}}{\partial \bar{\beta}}; \quad m_{y_{B.O.}}^{\bar{\beta}} = \frac{\partial m_{y_{B.O.}}}{\partial \bar{\beta}}. \quad (49)$$

Для движущегося самолета:

$$m_{x_{Д_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \sigma^{\beta}}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}}; \quad (50)$$

$$m_{y_{Д_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.}^2 \cdot \sigma^{\beta}}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}}. \quad (51)$$

Для неподвижного самолета:

$$m_{x_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}}; \quad (52)$$

$$\Delta m_{y_{H_{B.O.}}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.}^2 \cdot (1 - \sigma^{\beta})}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}}. \quad (53)$$

Итак, на основании изложенного, видно, что условия относительного обдува вызывают различие в определении нестационарных составляющих, обусловленных ВО. Поскольку истинными аэродинамическими коэффициентами и их составляющими являются те, которые проявляются в полете (т.е. для движущегося самолета), то при определении нестационарных составляющих коэффициентов поперечной силы и моментов крена и рыскания самолета с хвостовым оперением (в условиях (2)) на установке с периодическим поворотом потока, установленной в аэротрубе, может быть внесена методическая ошибка, соответственно равная для безразмерных нестационарных составляющих:

$$\Delta C_Z^{\bar{\beta}} = C_{Z_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} - C_{Z_{Д_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}} \cdot \frac{2L_{B.O.}}{V}; \quad (54)$$

$$\Delta m_x^{\bar{\beta}} = m_{x_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} - m_{x_{Д_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.}}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}}; \quad (55)$$

$$\Delta m_y^{\bar{\beta}} = m_{y_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} - m_{y_{Д_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = -C_{Z_{B.O.}}^{\beta} \cdot \frac{2L_{B.O.}^2}{l^2} \cdot K_{S_{B.O.}} \cdot \sqrt{K_{B.O.}}. \quad (56)$$

Проведем приближительную оценку ошибок измерения безразмерных нестационарных производных коэффициентов моментов крена и рыскания для самолета типа СУ-27. Примем $K_{\text{в.о.}} \approx 0.9$, $C_{\text{з.в.о.}}^{\beta} \approx -0.04$ [9, 10] $L_{\text{в.о.}} \approx L_{\text{г.о.}} \approx 5.8 \text{ м}$, $у_{\text{в.о.}} \approx 1.8 \text{ м}$ [11], $K_{\text{с.в.о.}} \approx 0.17$ [9]. Из (55) (56) имеем:

$$\Delta m_{\bar{\beta}_x} = -(-0.04) \cdot \frac{2 \cdot 5.8 \cdot 1.8}{(14.7)^2} \cdot 0.17 \cdot \sqrt{0.9} = 0.00062;$$

$$\Delta m_{\bar{\beta}_y} = -(-0.04) \cdot \frac{2 \cdot (5.8)^2}{(14.7)^2} \cdot 0.17 \cdot \sqrt{0.9} = 0.00020.$$

Для компоновки, соответствующей самолету СУ-27, [9, с.364, табл.2] нестационарные производные равны соответственно $m_{\bar{\beta}_x} = -0.021$, $m_{\bar{\beta}_y} = 0.020$.

Следовательно, относительные методические ошибки измерения составляют:

$$\delta m_{\bar{\beta}_x} = \frac{\Delta m_{\bar{\beta}_x}}{m_{\bar{\beta}_x}} \cdot 100\% = \frac{0.00062}{-0.021} \cdot 100\% = -3.0\%;$$

$$\delta m_{\bar{\beta}_y} = \frac{\Delta m_{\bar{\beta}_y}}{m_{\bar{\beta}_y}} \cdot 100\% = \frac{0.00020}{0.020} \cdot 100\% = 10.0\%.$$

Отсюда видно, что ошибки измерения могут быть значительными, и для правильной работы по методике с периодическим поворотом потока необходимо после измерения в аэротрубе из полученных производных вычитать значения, рассчитанные по формулам (54) - (56).

3 Модель нестационарных составляющих, обусловленных вертикальным оперением, на больших углах скольжения.

Рассмотрим нестационарные составляющие, обусловленные вертикальным хвостовым оперением в расширенном диапазоне углов скольжения: $90^\circ \geq \beta \geq 10^\circ$, $-90^\circ \leq \beta < -10^\circ$.

Полагаем, что при обдуве с большими углами скольжения вихревые жгуты не попадают на ВО и поток без искривления и помех достигает ВО. Поэтому считаем:

$$K_{\text{в.о.}} \equiv 1; \quad \sigma_c(\beta) \equiv 0; \quad \sigma^\beta \equiv 0. \quad (57)$$

Так что из (34), (45), (46) следует, что для движущегося самолета нестационарные составляющие, обусловленные ВО, равны нулю. Составляющие для неподвижного самолета

$(C_{z_{\text{н.в.о.}}}, m_{\text{хн.в.о.}}, m_{\text{ун.в.о.}})$ не равны нулю. Поэтому переходим к их рассмотрению. Выводы, касающиеся рис. 3 и выражения β_T , остаются в силе. Допустим, что в момент времени $t_1 = t - T$ угол скольжения β_1 :

$$\beta_1 = \beta - \beta_T, \quad (58)$$

(см. рис. 5) и фронт A_1B_1 потока воздуха с вектором скорости $\mathbf{V}(t - T)$ проходит через точки ЦМ и C_1 . В общем потоке выделим линию C_1F , имеющую направление вектора $\mathbf{V}(t - T)$ и проходящую через фокус F ВО.

$$C_1F = L_{\text{в.о.}} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta_1) = L_{\text{в.о.}} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta - \beta_T). \quad (59)$$

После момента t_1 фронт потока A_1B_1 движется по направлению вектора $\mathbf{V}(t - T)$, а угол скольжения на крыле увеличивается. Через промежуток времени T (в момент $t_2 = t_1 + T = t$) указанный фронт достигнет фокуса F (пройдя расстояние C_1F), а угол скольжения на крыле (см. рис. 6) будет:

$$\beta_2 = \beta_1 + \beta_T = \beta. \quad (60)$$

Таким образом, в момент времени $t_2 = t$ на ВО будет действовать поток с вектором $\mathbf{V}_{\text{в.о.}}(t) = \mathbf{V}(t - T)$, а на крыле поток с вектором $\mathbf{V}(t)$. Причем вектор $\mathbf{V}_{\text{в.о.}}(t)$ отстоит от вектора $\mathbf{V}(t)$ на угол β_T . Определим интервал времени T (с учетом (59)):

$$T = \frac{C_1F}{V} = \frac{L_{\text{в.о.}}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta - \beta_T) = \frac{L_{\text{в.о.}}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\cos(\beta) \cdot \cos(\beta_T) + \sin(\beta) \cdot \sin(\beta_T)). \quad (61)$$

Поскольку в выражении (22) T – малая величина, $\dot{\beta} \leq 5 \frac{1}{\text{с}}$, то считаем малой величиной также β_T . Тогда: $\cos(\beta_T) \cong 1$, $\sin(\beta_T) \cong \beta_T$, и с учетом (22):

$$T = \frac{L_{\text{в.о.}}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\cos(\beta) + \beta_T \cdot \sin(\beta)) = \frac{L_{\text{в.о.}}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\cos(\beta) + \dot{\beta} \cdot T \cdot \sin(\beta)). \quad (62)$$

Считая (62) уравнением относительно T , находим:

$$T = \frac{L_{\text{в.о.}} \cdot \cos(\alpha)}{V} \cdot \frac{\cos(\beta)}{1 - \frac{L_{\text{в.о.}}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\beta} \cdot \sin(\beta)}. \quad (63)$$

Помножим числитель и знаменатель (63) на $(1 + L_{\text{в.о.}} \cdot V^{-1} \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\beta} \cdot \sin(\beta))$. Затем, в полученном знаменателе, пренебрежем квадратом малой величины $(L_{\text{в.о.}} \cdot V^{-1} \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\beta} \cdot \sin(\beta))^2$ по сравнению с единицей (здесь $L_{\text{в.о.}} \cdot V^{-1}$ – малая величина):

$$T = \frac{L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(1 + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot \dot{\beta} \cdot \sin(\beta) \right). \quad (64)$$

Таким образом, текущий угол скоса потока (между векторами $\mathbf{V}(t)$ и $\mathbf{V}_{B.O.}(t)$) в соответствии с изложенным и с (27), (57), (64):

$$\sigma_H(t) = \dot{\beta} \cdot T = \frac{L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) \quad (65)$$

и разность между действительным углом скольжения на ВО, обусловленным увеличивающимся углом скольжения на крыле) и расчетным (стационарным) в соответствии с (29), (57), (64).

$$\delta\beta_{H_{B.O.}} = -\dot{\beta} \cdot T = -\frac{L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right). \quad (66)$$

Дополнительная поперечная сила ВО, направленная вдоль оси Z самолета, обусловленная изменением угла скоса потока на ВО из (57), (66) (аналогично (30)):

$$\Delta Z_{H_{B.O.}} = K_{B.O.} \cdot q \cdot S_{B.O.} \cdot \delta\beta_{H_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}}(\beta_{B.O.} = \beta) = -q \cdot S_{B.O.} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}}(\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right), \quad (67)$$

где: $C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}}(\beta_{B.O.} = \beta)$ – производная коэффициента поперечной силы (ВО) по углу скольжения на ВО, взятая для угла $\beta_{B.O.} = \beta$.

Соответственно нестационарная составляющая коэффициента поперечной силы самолета, обусловленная изменением угла скоса потока на ВО:

$$C_{Z_{H_{B.O.}}} = \frac{\Delta Z_{H_{B.O.}}}{q \cdot S} = -\frac{S_{B.O.}}{S} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}}(\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}}(\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{l} \cdot \left(\bar{\dot{\beta}} + \frac{2L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\bar{\dot{\beta}})^2 \cdot \sin(\beta) \right). \quad (68)$$

Безразмерная нестационарная производная поперечной силы самолета, обусловленная ВО:

$$C_{Z_{H_{B.O.}}}^{\bar{\dot{\beta}}} = \frac{\partial C_{Z_{H_{B.O.}}}}{\partial \bar{\dot{\beta}}} = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}}(\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{l} \cdot \left(1 + \frac{4L_{B.O.}}{l} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\bar{\dot{\beta}}) \cdot \sin(\beta) \right). \quad (69)$$

Дополнительные моменты, обусловленные дополнительной силой на ВО для нормальной схемы самолета.

Момент крена:

$$\Delta M_{x_{H_{B.O.}}} = \Delta Z_{H_{B.O.}} \cdot y_{B.O.} = -q \cdot S_{B.O.} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) \quad (70)$$

Момент рыскания:

$$\Delta M_{y_{H_{B.O.}}} = \Delta Z_{H_{B.O.}} \cdot L_{B.O.} = -q \cdot S_{B.O.} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{L_{B.O.}^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) \quad (71)$$

Соответствующие нестационарные составляющие коэффициентов аэродинамических моментов

- момента крена:

$$m_{x_{H_{B.O.}}} = \frac{\Delta M_{x_{H_{B.O.}}}}{S \cdot q \cdot l} = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V \cdot l} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{l^2} \cdot \left(\bar{\beta} + \frac{2L_{B.O.}}{l} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\bar{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) ; \quad (72)$$

- момента рыскания:

$$m_{y_{H_{B.O.}}} = \frac{\Delta M_{y_{H_{B.O.}}}}{S \cdot q \cdot l} = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{L_{B.O.}^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{V \cdot l} \cdot \left(\dot{\beta} + \frac{L_{B.O.}}{V} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\dot{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{2L_{B.O.}^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{l^2} \cdot \left(\bar{\beta} + \frac{2L_{B.O.}}{l} \cdot \cos(\alpha) \cdot (\bar{\beta})^2 \cdot \sin(\beta) \right) ; \quad (73)$$

Откуда составляющие боковых нестационарных аэродинамических производных (безразмерные) моментов крена и рыскания, обусловленные дополнительной силой на ВО:

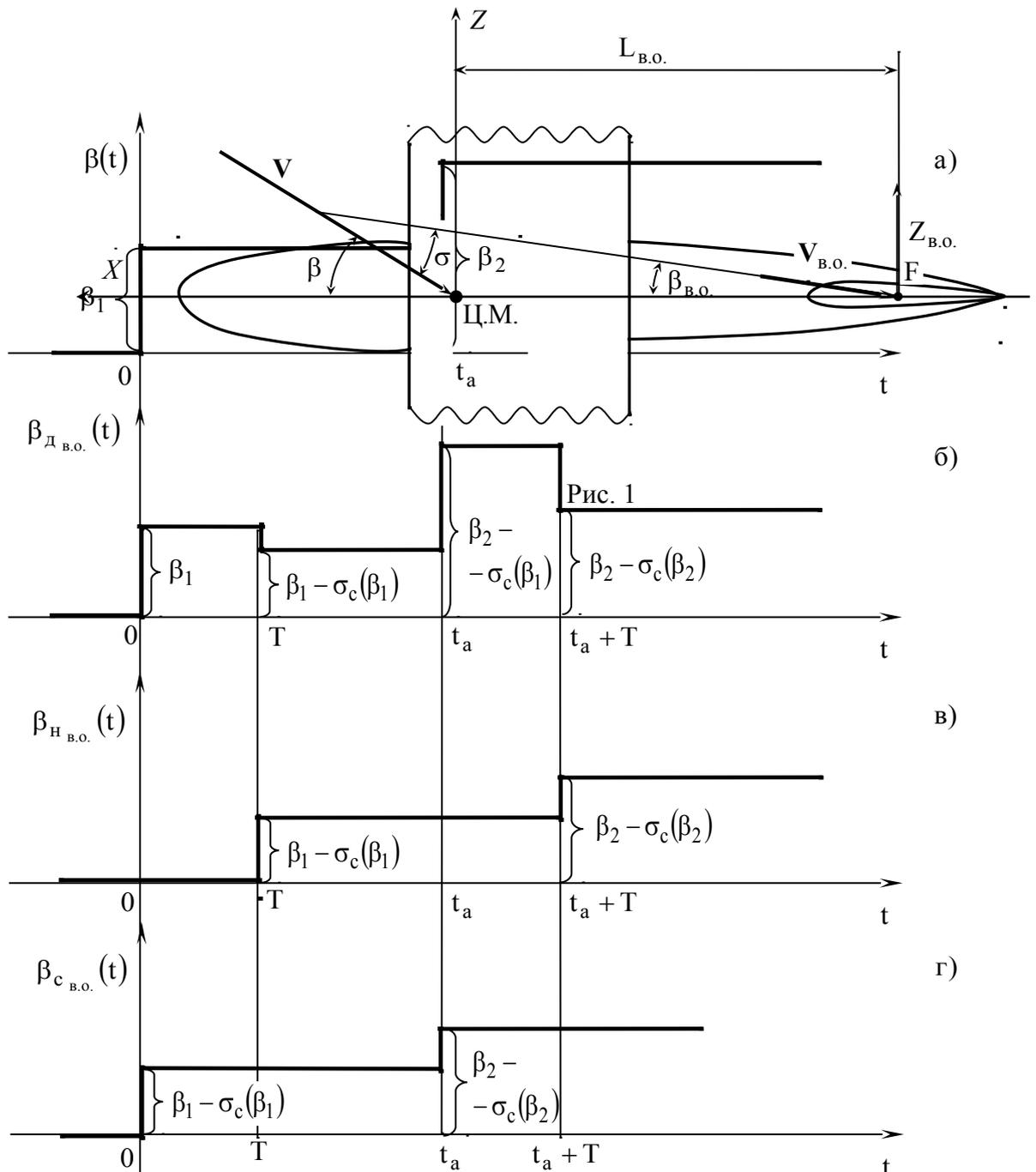
$$m_{x_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = \frac{\partial m_{x_{H_{B.O.}}}}{\partial \bar{\beta}} = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{2L_{B.O.} \cdot y_{B.O.} \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{l^2} \cdot \left(1 + \frac{4L_{B.O.}}{l} \cdot \cos(\alpha) \cdot \bar{\beta} \cdot \sin(\beta) \right) ; \quad (74)$$

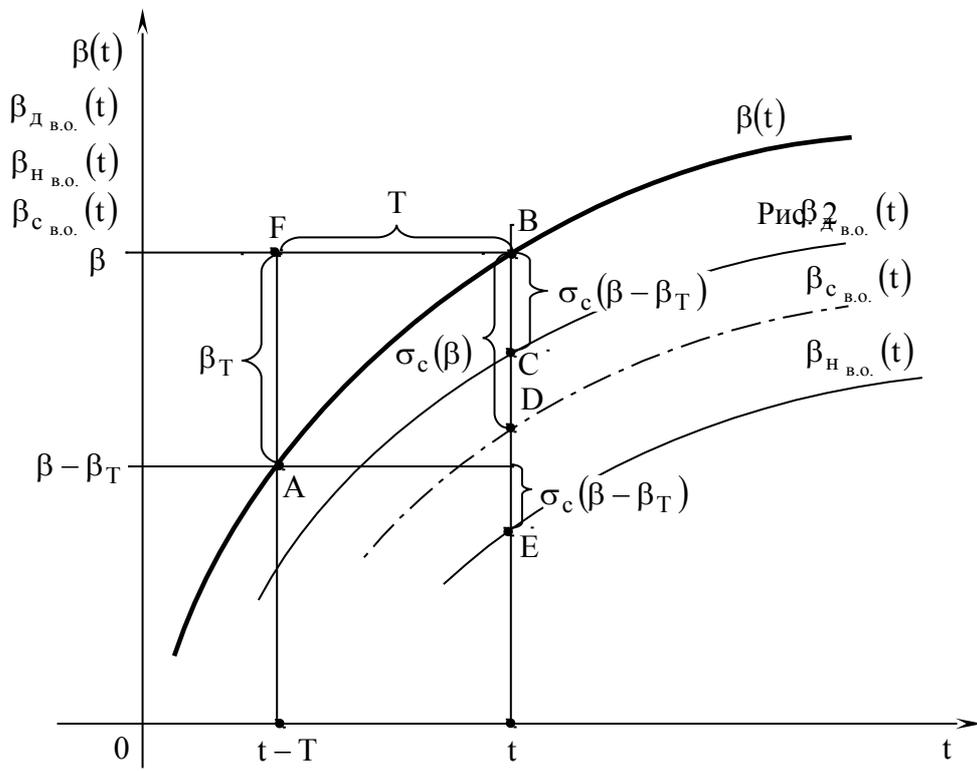
$$m_{y_{H_{B.O.}}}^{\bar{\beta}} = \frac{\partial m_{y_{H_{B.O.}}}}{\partial \bar{\beta}} = -K_{S_{B.O.}} \cdot C_{Z_{B.O.}}^{\beta_{B.O.}} (\beta_{B.O.} = \beta) \cdot \frac{2L_{B.O.}^2 \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta)}{l^2} \cdot \left(1 + \frac{4L_{B.O.}}{l} \cdot \cos(\alpha) \cdot \bar{\beta} \cdot \sin(\beta) \right) ; \quad (75)$$

Таким образом, при измерении боковых нестационарных производных в аэродинамической трубе с неподвижной моделью и периодическим поворотом набегающего потока при углах $\beta = \mp|10 \dots 90^\circ|$, привносятся ошибки равные указанным значениям составляющих $C_{z_{\text{н.о.}}}^{\bar{\beta}}$, $m_{\text{хн.о.}}^{\bar{\beta}}$, $m_{\text{у.н.о.}}^{\bar{\beta}}$, и их необходимо учитывать.

4 Выводы.

Представлена модель нестационарных составляющих аэродинамических коэффициентов бокового движения маневренного самолета, обусловленных вертикальным оперением. Даны рекомендации по предупреждению ошибок измерения нестационарных составляющих бокового движения в аэродинамической трубе.





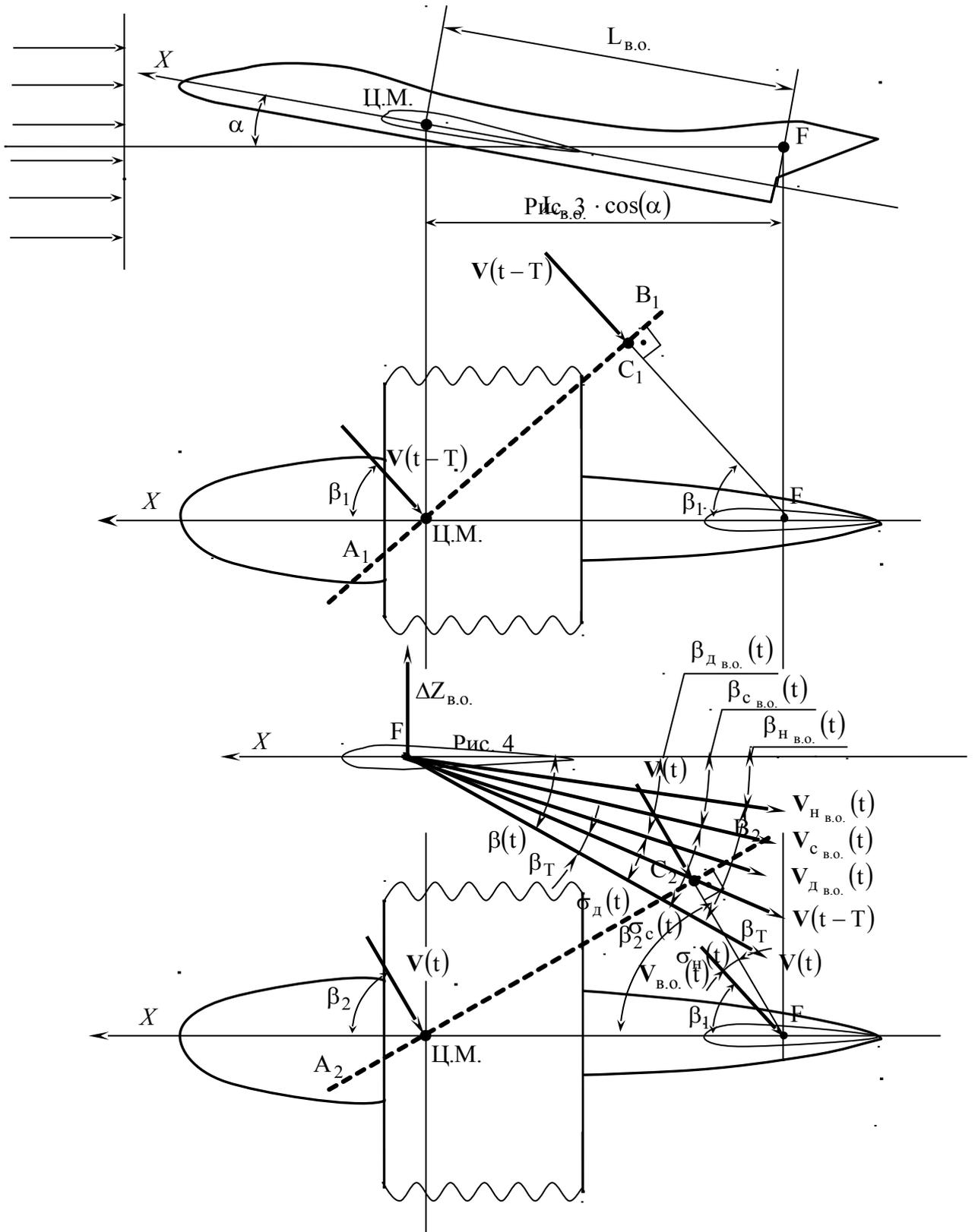


Рис. 5

Рис. 6

Список литературы

1. Мхитарян А. М., Лазнюк П. С., Максимов В. С. и др. Динамика полета. – М.: Машиностроение, 1978. – 424 с.
2. Аэродинамика Л. А. /Под ред. Г. А. Колесникова. – М.: Машиностроение, 1993. – 544 с.
3. Бюшгенс Г. С., Студнев Р. В. Аэродинамика самолета: Динамика продольного и бокового движения. – М.: Машиностроение, 1979. – 352 с.
4. Захаров М. А. Нестационарные составляющие коэффициентов нормальной силы и момента тангажа самолета, обусловленные горизонтальным оперением. //Электронный журнал "Труды МАИ", вып. 11. – <http://www.mai.ru> (11.04.03).

5. Власов А. Н., Дубов Ю.Б., Студнев Р. В., Шибает В. М. Использование нестационарных аэродинамических производных в уравнениях бокового движения самолета. –Труды ЦАГИ, 1984, вып. 2233.
6. Аэродинамическая компоновка и характеристики летательных аппаратов. /Под ред. М.И. Ниша. – М.: Машиностроение, 1991. – 256 с.
7. Микеладзе В. Г., Титов В. М. Основные геометрические и аэродинамические самолетов и ракет: Справочник. – М.: Машиностроение, 1990. – 144 с.
8. Динамика полета транспортных летательных аппаратов. /Под ред. А.Я. Жукова. – М.: Транспорт, 1996. – 326с.
9. Аэродинамика, устойчивость и управляемость сверхзвуковых самолетов. /Под редакцией Бюшгенса Г. С. – М.: Наука, 1998. – 816 с.
10. Кузнецов В. С., Луков Г.И., Маркина В. С. Аэродинамические характеристики вертикальных оперений в диапазоне чисел $M = 0.7 \div 4.0$. – Труды ЦАГИ, 1994, вып. 2542.
11. Шунков В. Н. Современная военная авиатехника. – Минск. Харвест, 1997. – 464 с.

Захаров Михаил Александрович, аспирант кафедры динамики и управления летательных аппаратов Московского авиационного института (государственного технического университета).