

Труды МАИ. 2025. № 142
Trudy MAI. 2025. No. 142. (In Russ.)

Научная статья

УДК 004.942

URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185102>

EDN: <https://www.elibrary.ru/BRTNVP>

СРАВНЕНИЕ РЕШЕНИЙ ЛОГОС И ABAQUS: О ФОРМЕ ЗАКРИТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ОСЕВОМ СЖАТИИ

**Михаил Владимирович Оболенский¹, Олег Викторович Воронков^{2✉},
Сергей Сергеевич Андропенков³, Николай Николаевич Куриков⁴,
Александр Юрьевич Константинов⁵**

^{1,2,3}ООО «Системы инженерного анализа»,

Нижний Новгород, Россия

⁴ОАО «Атомэнергопроект»,

Санкт-Петербург, Россия

⁵Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,

Нижний Новгород, Россия

¹m.obolenskiy@caecis.com

²fsi@caecis.com✉

³s.andropenkov@caecis.com

⁴nnkurikov@spbaep.ru

⁵konstantinov@mech.unn.ru

Аннотация. Приводится сравнение результатов численного моделирования в программных пакетах ЛОГОС и ABAQUS динамической потери устойчивости и закритической упругопластической деформации прямолинейной круглой

тонкостенной алюминиевой трубы при осевом ударном сжатии. Постановка задачи основана на описании эксперимента из литературы. Рассматриваются аспекты моделирования трубы с малыми начальными несовершенствами геометрической формы, что оказывает значительное влияние на ее итоговую деформированную форму. Результаты решения в ЛОГОС отличаются от результатов ABAQUS по большинству рассмотренных величин на ~1%, максимум – на ~4%. Машинная трудоемкость решения данной задачи в ЛОГОС в ~27 раз превышает аналогичную величину для ABAQUS.

Ключевые слова: МКЭ, ударное нагружение, контакт, закритическое упругопластическое деформирование, ABAQUS, ЛОГОС

Для цитирования: Оболенский М.В., Воронков О.В., Андропенков С.С., Куриков Н.Н., Константинов А.Ю. Сравнение решений ЛОГОС и ABAQUS: о форме закритического деформирования цилиндрической оболочки при осевом сжатии // Труды МАИ. 2025. № 142. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=185102>

Original article

COMPARISON OF LOGOS AND ABAQUS: SOLUTIONS FOR POST-BUCKLING DEFORMATION OF A CYLINDRICAL SHELL UNDER AXIAL COMPRESSION

**Mikhail V. Obolenskiy¹, Oleg V. Voronkov^{2✉}, Sergey S. Andropenkov³,
Nikolay N. Kurikov⁴, Aleksandr Yu. Konstantinov⁵**

^{1,2,3}Systems of Engineering Analysis Ltd.,

Nizhny Novgorod, Russia

⁴Atomenergoproekt JSC,

Saint-Petersburg, Russia

⁵Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,

Nizhny Novgorod, Russia

¹m.obolenskiy@caecis.com

²fsi@caecis.com✉

³s.andropenkov@caecis.com

⁴nnkurikov@spbaep.ru

⁵konstantinov@mech.unn.ru

Abstract. Cross-validation results for LOGOS Russian-made commercial CAE software are provided in the article. Dynamic buckling and post-buckling elastic-plastic deformation of straight thinwalled aluminum round pipe under axial compression is considered for the purpose. Set-up for the case is based on descriptions of an experiment from literature. LOGOS simulation results are compared to the corresponding ABAQUS results and to the experimental results.

An assembly consisting of top and bottom steel mandrels and the pipe between them is considered. The top mandrel is welded to a steel rod, which is placed inside the mandrels and the pipe and serves for centering of the assembly and as a sliding guide. The bottom mandrel is fixed on a massive basement. The mandrels and the rod are considered as massive rigid bodies relative to the pipe. Impactor falling from a certain height along axis of the pipe on the top mandrel is loading the assembly. Behavior of the assembly during the event is simulated using finite element method (FEM) and explicit time integration scheme. Initial small imperfection of the pipe shape producing a significant influence on the final pipe deformed shape is considered in the simulation as an additional aspect.

Good qualitative correspondence of the obtained simulation results to the experimental results is stated. Quantitative comparison is not done because of strong probabilistic nature of the pipe behavior based on real size and shape of its initial small imperfections. LOGOS and ABAQUS simulation results for the majority of the considered values differ less than 1%, maximum 4%. LOGOS calculation effort is nearly 27 times larger compared to ABAQUS. The provided information confirms that LOGOS software can be successfully used for solution of engineering problems analog to the considered case. LOGOS being under intensive development has a significant potential in a field of calculation efficiency. The case can be used for testing of the software new versions.

Keywords: FEM, impact loading, contact, post-buckling elastic-plastic deformation, ABAQUS, LOGOS

For citation: Obolenskiy M.V., Voronkov O.V., Andropenkov S.S., Kurikov N.N., Konstantinov A.Yu. Comparison of LOGOS and ABAQUS: solutions for post-buckling deformation of a cylindrical shell under axial compression. *Trudy MAI*. 2025. No. 142. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=185102>

Введение

В Российской Федерации в текущий момент времени в активной фазе происходит реализация программ, направленных на поддержку отечественной экономики и импортозамещения в ответ на западные рестрикции, что, в частности, связано с уходом иностранных компаний, предоставлявших пакеты программ (ПП) для решения инженерных задач. На платформе цифрового продукта ЛОГОС реализуется проект по полному импортозамещению целого класса инженерного

программного обеспечения (ПО) для CAE (*Computer Aided Engineering*). Российские разработчики и заказчики индустриального ПО для математического моделирования определили приоритетные задачи нового этапа: создание национальной CAE-платформы, обеспечивающей функциональность на уровне мировых лидеров, и сокращение периода развития цифрового продукта. Для решения поставленных задач важен фактор товарищеского сотрудничества с частными и с государственными компаниями [1]. В силу сказанного, задача валидации ПП ЛОГОС и сравнения его с прочими ПП мирового уровня является актуальной.

В статье приводится сравнение результатов моделирования процесса динамической потери устойчивости тонкостенной цилиндрической оболочкой с малыми несовершенствами начальной геометрической формы в ПП ЛОГОС версии 5.3.23 и ABAQUS версии 2022 года между собой и с соответствующими экспериментальными результатами, приведенными в [2], для кросс-валидации ПП ЛОГОС. Проблеме потери устойчивости оболочек вращения посвящено значительное количество работ, например [2 – 6], т.к. она играет важную роль при решении широкого круга технических задач, в том числе в авиационной и ракетно-космической отрасли [7 – 9]. Применение метода конечных элементов к данной проблеме позволяет значительно расширить круг рассматриваемых аспектов, включая дополнительные источники нелинейности механического поведения конструкции. В частности, при статической и динамической закритической деформации тонкостенных оболочек от осевого сжатия значительную роль играет неидеальность реальной конструкции [10 – 12]. При этом возникают вопросы: 1) о способах задания начальных несовершенств; 2) о достоверности получаемых при

этом численных результатов. По первому вопросу в работах [13 – 15] предлагается задание несовершенств, повторяющих собственные формы конструкции, или на основе типовых технологических отклонений формы. Второй вопрос может быть разрешен путем валидации численных расчетных результатов на экспериментальных данных [2, 16].

1. Постановка задачи

Рассматриваемый пример основан на описании экспериментальной установки и результатах натурных испытаний, приведенных в [2]. Решается задача динамического осевого сжатия прямой тонкостенной алюминиевой трубы круглого поперечного сечения, в ходе которого она претерпевает упругопластическую деформацию, связанную с локальной потерей устойчивости ее стенками и дальнейшим закритическим деформированием.

1.1. Расчетная схема и основные характеристики

Расчетная схема экспериментальной установки показана на рисунке 1 в осевом разрезе. Сборка состоит из двух втулок: верхней (позиция 1) и нижней (позиция 4), между которыми размещена тонкостенная алюминиевая труба (позиция 2, $h_0 \times d_0 \times l_0 = 1,5 \times 35,5 \times 190$ мм). К верхней втулке приварен стальной сердечник (позиция 3, не показан), который выполняет функцию центрирования установки и служит в качестве направляющей. Нижняя втулка жестко закреплена на массивном основании (позиция 5, не показано). Стальные втулки и сердечник по отношению к тонкостенной трубе можно считать массивными твердыми телами. На расчетной

схеме втулки отражены своими контактными поверхностями. Красными линиями условно показана кинематическая связь между главным узлом твердого тела и подчиненной поверхностью. Сердечник учтен граничными условиями и присоединенной массой верхней втулки.

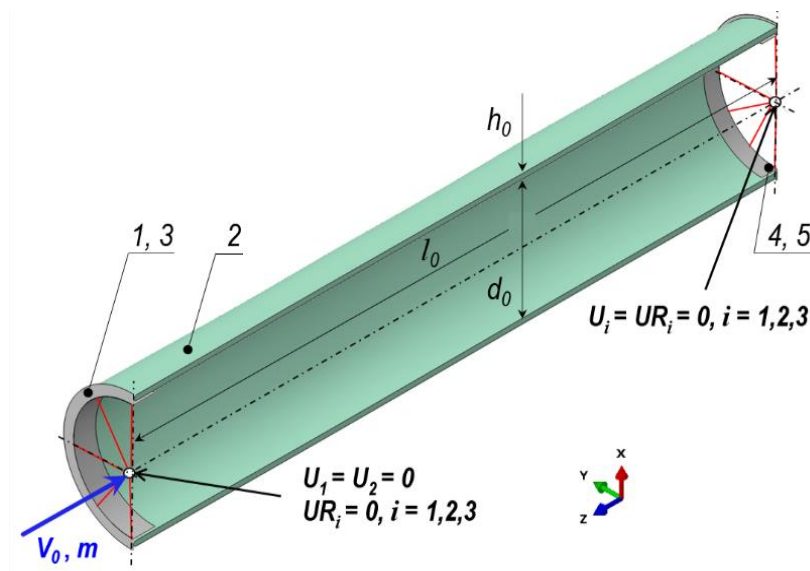


Рисунок 1. Расчетная схема

На рисунке 1 обозначено: $V_0 = 4,11$ м/с – начальная скорость главного узла верхнего твердого тела, соответствующего втулке верхней, сердечнику и ударнику; $m = 86,8$ кг – масса верхнего твердого тела; U_i – перемещение; U_{R_i} – вращение; $i = 1, 2, 3$ – обозначает ось системы координат (СК) X , Y и Z соответственно. Отмеченные U_i и U_{R_i} – закрепленные узловые степени свободы конечно-элементной модели.

Между контактными поверхностями втулок и трубой, а также между наружными поверхностями трубы учитывается условие скользящего контактного взаимодействия с коэффициентом трения Амонтона-Кулона $f = 0,18$ (сталь – алюминий) [17].

Характеристики материала трубы: плотность $\rho = 2710 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 71 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\mu = 0,3$. Применяется билинейная кривая деформирования $\sigma(\varepsilon)$, проходящая через следующие характерные точки: $(\sigma_T, \sigma_T/E)$, $(\sigma_B, 1 + \sigma_T/E - \sigma_T/\sigma_B)$ в предположении, что до момента бифуркации истинная кривая деформирования достаточно близка к технической, и бифуркация происходит при $\sigma = \sigma_B$. Обозначено: σ – истинное напряжение; ε – логарифмическая деформация; σ_T – предел текучести; σ_B – предел прочности. Свойства материала аппроксимируются моделью изотропной линейной упругости и изотропной пластичности J_2 с законом течения по нормали к поверхности текучести (пластическая деформация является инвариантом НДС).

Сборка нагружается падением ударника на втулку верхнюю против оси Z СК. Взаимодействие ударника с верхней втулкой не рассматривается. Ударник учтен присоединенной массой втулки верхней и величиной ее начальной скорости, определяемой из условия сохранения энергии при их взаимодействии. Процесс деформирования трубы моделируется вплоть до момента остановки ударника.

1.2. Метод решения

Решение выполняется методом конечных элементов в Лагранжевых переменных при явной схеме интегрирования по времени [18], реализованных в коммерческих программных пакетах ABAQUS и ЛОГОС Прочность. Уравнение движения системы записывается:

$$\ddot{\mathbf{u}}|_t = \mathbf{M}^{-1} \cdot (\mathbf{P} - \mathbf{I})|_t, \quad \mathbf{I}|_t = (\mathbf{K} \cdot \mathbf{u} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{u}})|_t, \quad (1)$$

где $\mathbf{u}$ – вектор узловых перемещений; $\mathbf{M}$ – диагональная матрица массы; $\mathbf{P}$ – вектор внешних сил; $\mathbf{I}$ – вектор внутренних сил; $\mathbf{K}$ – матрица жесткости; $\mathbf{C}$ – матрица демпфирования; $|_t$ – символ означает: “на момент t ”. $\mathbf{P}$ может зависеть от $\dot{\mathbf{u}}$ или $\mathbf{u}$, но не от более высоких производных перемещения по времени.

Для интегрирования по времени применяется центрально-разностный оператор:

$$\dot{\mathbf{u}}|_{t+\Delta t/2} = \dot{\mathbf{u}}|_{t-\Delta t/2} + (\Delta t|_{t+\Delta t} + \Delta t|_t) \ddot{\mathbf{u}}|_t / 2, \mathbf{u}|_{t+\Delta t} = \mathbf{u}|_t + \Delta t|_{t+\Delta t} \dot{\mathbf{u}}|_{t+\Delta t/2}, \quad (2)$$

где $\Delta t|_{t+\Delta t}$ – текущее временное приращение; $\Delta t|_t$ – предыдущее временное приращение. Решение выполняется с максимальными стабильными временными приращениями явного метода интегрирования [18].

Контактное взаимодействие между деталями разрешается методом штрафной жесткости с использованием численного механизма «поверхность – поверхность». Применяется линейная штрафная функция, а жесткость определяется в процессе расчета на основании жесткостей контактирующих конечных элементов.

1.3. Конечно-элементная сетка

Деформированная форма трубы после воздействия ударника на сборку известна из эксперимента [2], показана на рисунке 2. В силу этого параметры конечно-элементной (КЭ) сетки можно назначить без исследования сеточной сходимости на основании правил, выработанных в ходе практического опыта моделирования.



Рисунок 2. Деформированная форма трубы [2]: вид спереди и слева

При назначении параметров КЭ-сетки трубы в области образования складок учитывались следующие положения:

- 1) из-за несимметричности деформированной формы трубы нельзя пользоваться симметрией сборки в исходном состоянии для уменьшения размерности конечно-элементной модели (КЭМ);
- 2) вдоль поверхности трубы (в осевом и окружном направлениях) желательно, чтобы конечные элементы (КЭ) имели *Aspect Ratio* (AR) ~ 1 (отношение длин сторон КЭ);
- 3) поперек одной полуволны деформированной формы стенки детали желательно иметь ~ 20 КЭ, что соответствует линейному размеру КЭ $l_s = 0,5$ мм;
- 4) с учетом положения (3), $h_0 / l_s = 3$, следовательно, необходимо применять КЭ сплошной среды. Для задач быстрой динамики, подразумевающих большие деформации материала, эффективными являются 8-узловые КЭ однотоочечного интегрирования с контролем химерных форм искажения типа «песочные часы» [19]: а) для решателя *ABAQUS/Explicit – C3D8R*; б) для решателя ЛОГОС Прочность – КЭС1;

- 5) с учетом положения (4), по толщине стенки трубы необходимо иметь минимум 4 КЭ для предотвращения возникновения химерных форм деформации КЭМ при локальном упругопластическом изгибе стенки.

Таким образом, необходимые размеры КЭ в области образования складок на трубе составляют ($z \times t \times h$): $0,5 \times 0,5 \times 0,375$ мм, где z , t и h означают осевое, окружное направление и направление по толщине стенки трубы соответственно. В прочих областях для уменьшения размерности КЭМ допускается увеличение размеров КЭ в осевом и окружном направлениях до значения $AR \sim 4$, т.е. до 1,5 мм.

Фрагмент КЭМ, разработанной с учетом вышеупомянутых положений и правил, показан на рисунке 3. КЭМ содержит 304 тыс. узлов и 244 тыс. КЭ. Для ПП ABAQUS и ЛОГОС Прочность применялась идентичная КЭ-сетка.

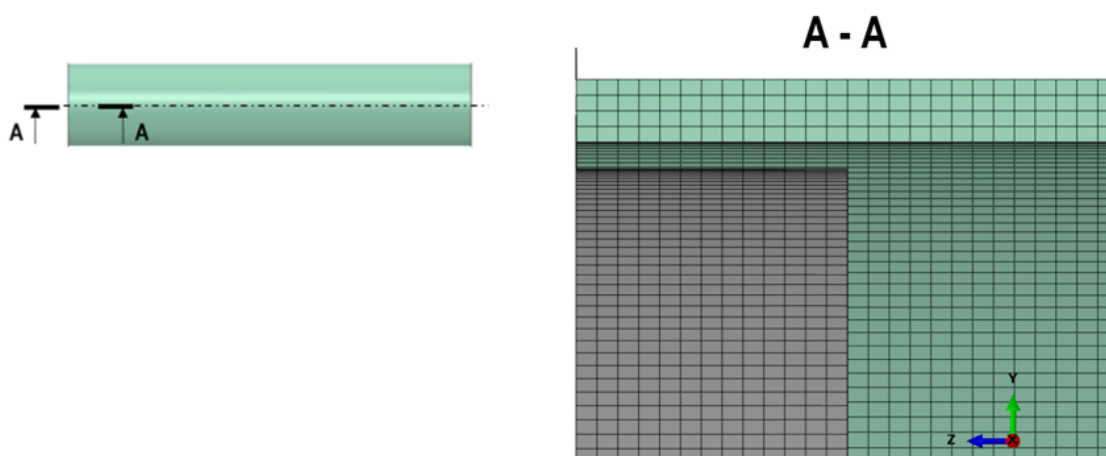


Рисунок 3. Фрагмент КЭМ сборки

1.4. Несовершенства геометрической формы (НГФ)

На основании анализа расчетных результатов ПП ABAQUS, приведенного в [20], для сравнения с соответствующими результатами расчетов в ПП ЛОГОС

Прочность выбраны следующие НГФ, представляющие собой крайние состояния рассмотренных отличий реальной конструкции от идеализированной формы

НГФ1 – идеализированная геометрическая форма трубы: круглое кольцо в поперечном сечении, постоянная толщина стенок, торцы трубы плоские и перпендикулярные ее оси, образующие прямолинейные и параллельные оси трубы, т.е. несовершенства отсутствуют.

НГФ2 (НГФ6 в изложении [20]) – линейная суперпозиция набора несовершенств формы:

а) скругление стенки на верхнем торце трубы радиусом равным ее толщине, что приближенно учитывает возможное наличие скруглений или фасок на кромках реальной трубы;

б) овальность поперечного сечения [21] эллиптической формы с отклонением наибольшего и наименьшего диаметров на 0,5% от номинального, что укладывается в допуск круглости 13-й степени точности [22], при этом толщина стенок трубы постоянна, соответствует номинальному значению;

в) линейная суперпозиция собственных форм потери устойчивости трубы.

Итоговая форма трубы, соответствующая НГФ2, в масштабе деформации 50 показана на рисунке 4 в наложении на идеализированную форму трубы, которая приведена в полупрозрачном отображении.

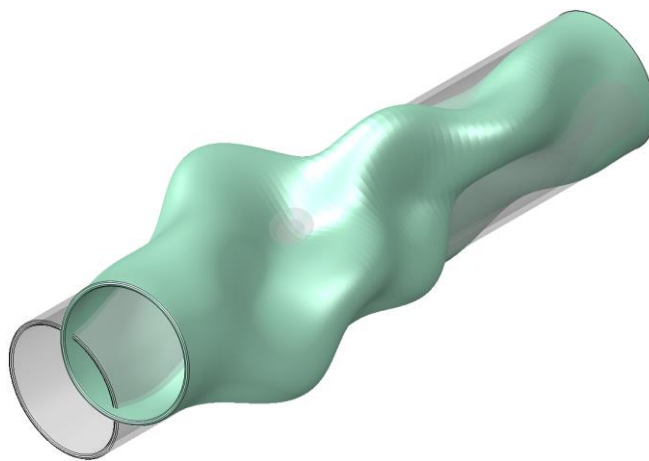


Рисунок 4. НГФ2 в масштабе деформации 50

Для задания НГФ2 моделирование осевого сжатия трубы выполняется в два шага: 1) линейный расчет неявным решателем *ABAQUS/Standard* собственных форм потери устойчивости, в результате которого получаются нормализованные по своему наибольшему значению поля перемещений конструкции, соответствующие ее учитываемым собственным формам; 2) полученные поля перемещений применяются перед расчетным шагом сжатия к КЭ-сетке трубы в виде линейной суперпозиции с заданными масштабными коэффициентами [20]. В ПП *ABAQUS* перемещения прикладываются опцией **Imperfection*. В ПП ЛОГОС Прочность аналогичная опция отсутствует, поэтому готовая искаженная сетка импортировалась в ЛОГОС из *ABAQUS*. Расчет на шаге 1 выполняется при тех же граничных условиях, что и на шаге 2; начальные условия: исходная недеформированная конфигурация сборки в состоянии покоя; нагрузки: к главному узлу верхнего твердого тела приложена единичная сила в направлении $-Z$ мировой системы координат, см. рисунок 1. Учитываются первые три отличные собственные формы, величины применяемых масштабных коэффициентов k_i обратно пропорциональны величине критической нагрузки F_i . Суммарное отклонение формы трубы от идеальной укладывается в

допуск радиального биения [21] 14-й степени точности [22]. В данном случае для трубы рассматриваемого диаметра наибольшее отклонение составляет 0,614 мм.

2. Результаты и их анализ

Расчетные деформированные формы верхней части трубы на момент $t = t_{max}$ показаны на рисунке 5. Здесь: t – время; t_{max} – длительность рассматриваемого временного отрезка. Нумерация изображений: цифра обозначает НГФ; а, в – вид спереди; б, г – вид слева; а, б – решение в ABAQUS; в, г – решение в ЛОГОС.

На рисунке 6 приведен график перегрузки ударника в зависимости от его вертикального перемещения. Обозначено: a – ускорение ударника, $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ – ускорение свободного падения; U_z – перемещение ударника вдоль оси Z . Обозначения кривых: A – ABAQUS; L – ЛОГОС; Δ – эксперимент; цифра обозначает НГФ.

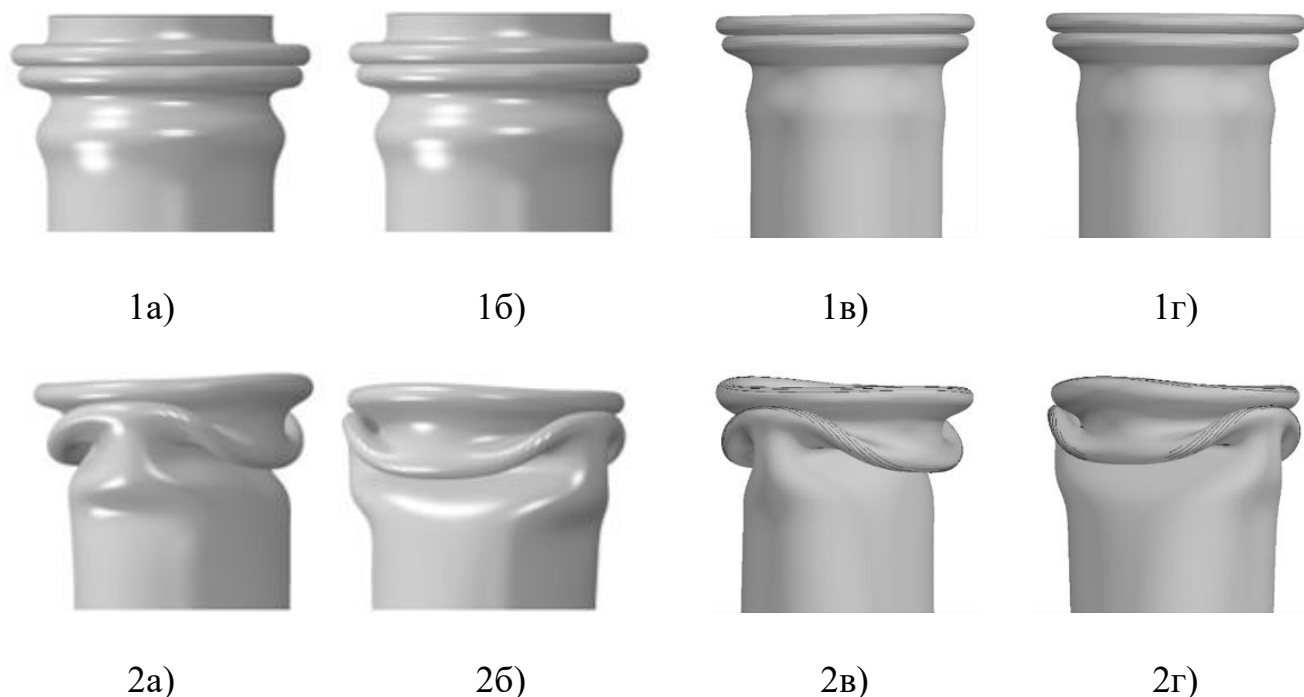


Рисунок 5. Деформированные формы верхней части трубы

Сравнение деформированных форм, приведенных на рисунке 5, позволяет говорить, что для идеализированной формы трубы наблюдается значительное отличие расчетных результатов для ПП *ABAQUS* и ЛОГОС, причиной которого по мнению авторов статьи является меньшая стойкость КЭ в ПП ЛОГОС к появлению химерных деформированных форм типа «песочные часы». Для НГФ2 наблюдается хорошее качественное совпадение расчетных результатов ПП *ABAQUS* и ЛОГОС между собой и с экспериментальной деформированной формой (рисунок 2). В работе [20] сделан вывод, что деформированная форма трубы в рассматриваемом случае значительно зависит от величины и формы отклонения ее исходной геометрической формы от идеальной и в общем случае имеет вероятностный характер, однако по мере усложнения конфигурации начального несовершенства сходится к определенному виду. Вероятно, этим и определяется наблюдаемое совпадение.

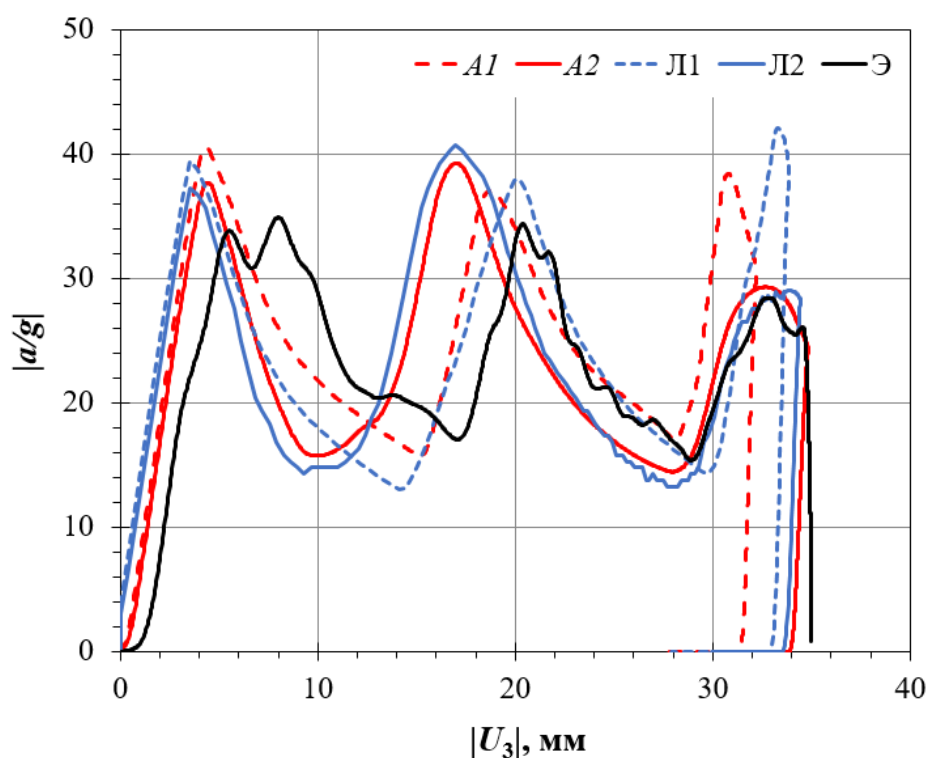


Рисунок 6. Абсолютное значение перегрузки ударника

Показанные на рисунке 6 кривые – скользящее среднее от исходного сигнала с шириной окна 1 мс при общей длительности взаимодействия ~20 мс. Экспериментальная кривая на графике приведена для справки в силу вывода, сделанного в работе [20]. Количественное сравнение с экспериментом не делается, сравниваются между собой только соответствующие расчетные значения.

В таблице 1 выполнено сравнение основных расчетных величин для НГФ2. Обозначено: A – значение для *ABAQUS*; L – значение для ЛОГОС; T – машинная трудоемкость расчета в ядро-часах (я·ч). Индексы величины a_i ($i = 1, 2, 3$) обозначают первый, второй и третий пики на кривой (рисунок 6).

Таблица 1

Сравнение основных расчетных величин

	$ a_1/g $	$ a_2/g $	$ a_3/g $	$\max U_3 $, мм	T , я·ч
A	37,71	39,26	29,31	34,83	44,6
L	37,21	40,77	29,05	34,44	1182
L/A	0,99	1,04	0,99	0,99	26,5

Расчеты выполнялись на рабочей станции со следующими характеристиками:

- 1) ЦП (2 шт.): *Intel(R) Xeon(R) Gold 5218R CPU @ 2.10GHz*, 20 ядер;
- 2) ОЗУ: 128 ГБ;
- 3) BIOS: *HP P60 v02.56*, 26.05.2020;
- 4) ОС: *Windows 10 Pro* для рабочих станций версии 10.0.19044, сборка 19044.

Обозначено: ЦП – центральный процессор; ОЗУ – оперативное запоминающее устройство; ОС – операционная система; *BIOS* – *base input-output system* (базовая система ввода-вывода информации). Расчеты выполнялись на 16 ядрах.

Из приведенных на рисунке 6 и в таблице 1 данных можно отметить следующее:

1) хорошее качественное совпадение расчетных результатов ПП *ABAQUS* и ЛОГОС между собой и с экспериментом; 2) хорошее количественное совпадение расчетных результатов между собой для НГФ2: отличие по большинству рассматриваемых величин $\sim 1\%$, по величине ускорения ударника на втором пике $\sim 4\%$; 2) машинная трудоемкость расчета в ПП ЛОГОС в ~ 27 раз выше, чем в ПП *ABAQUS*.

Заключение

Приведены результаты кросс-валидации ПП ЛОГОС на задаче динамической потери устойчивости и закритической упругопластической деформации прямолинейной круглой тонкостенной алюминиевой трубы при осевом ударном сжатии путем сравнения расчетных результатов с соответствующими результатами ПП *ABAQUS* и экспериментальными данными. Установлено хорошее качественное совпадение с экспериментальными результатами, количественное сравнение с ними не проводилось в силу вывода, сделанного в работе [20]. Отличие расчетных результатов ПП ЛОГОС и *ABAQUS* по большинству рассмотренных величин составляет $\sim 1\%$, максимум $\sim 4\%$. Машинная трудоемкость расчета в ПП ЛОГОС в ~ 27 раз выше, чем в ПП *ABAQUS*. Сделан вывод, что ПП ЛОГОС может успешно использоваться для решения задач подобных данной, но его численные алгоритмы при настройках «по умолчанию» показывают меньшую производительность расчетов, чем ПП *ABAQUS*.

Т.к. ПП ЛОГОС динамично развивается, то необходимо отметить значительный потенциал для дальнейшего совершенствования его численных алгоритмов в сторону повышения производительности расчетов, что является важной задачей из-за ускоренного внедрения данного ПП в атомной, авиационной, ракетно-космической и прочих отраслях промышленности РФ. Данная задача может использоваться для тестирования новых версий.

Список источников

1. Яковлев П.А., Буслаев А.А. Форум по математическому моделированию определил курс развития российской открытой CAE-платформы «ЛОГОС» URL: <https://www.atomic-energy.ru/news/2023/12/07/141292>
2. Баженов В.Г., Рябов А.А., Птицын С.О. Динамическая потеря устойчивости и закритическая деформация цилиндрических оболочек // Проблемы прочности и пластичности. 2018. Т. 80, № 2. С. 209–218. URL: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2018-80-2-209-218>
3. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. - М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1967. - 984 с.
4. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. - М.: Машиностроение, 1978. - 311 с.
5. Narayana Y.V., Gunda J.B., Reddy P.R., Markandeya R. Nonlinear buckling and post-buckling analysis of imperfect cylindrical shells subjected to axial compressive load // J. of Structural Engineering. 2015. V. 42, No. 2. P. 78–85.

6. Баженов В.Г., Нагорных Е.В., Самсонова Д.А. Исследование влияния толщины и начальных несовершенств геометрии цилиндрической упругопластической оболочки с упругим наполнителем на формы потери устойчивости при внешнем давлении // Материалы XIII Международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической отрасли - АММАИ'2020 (Алушта, 6–13 сентября 2020). - М.: Изд-во МАИ, 2020. С. 257–259.
7. Локтева Н.А., Сердюк Д.О., Скопинцев П.Д., Федотенков Г.В. Нестационарное деформирование анизотропной круговой цилиндрической оболочки // Труды МАИ. 2021. № 120. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=161423>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-09](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-09)
8. Коровайцева Е.А. Исследование влияния локального утонения на закритическое поведение цилиндрической оболочки из гиперупругого материала // Труды МАИ. 2023. № 131. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=175912>. DOI: [10.34759/trd-2023-131-06](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-06)
9. Анисимов С.А. Численный анализ устойчивости при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек из алюминиевых сплавов // Труды МАИ. 2024. № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178880>
10. Баженов В.Г., Игоничева Е.В. Динамическая потеря устойчивости и закритическое поведение тонкой цилиндрической оболочки с начальными несовершенствами под действием осевой ударной нагрузки // Прикладные проблемы прочности и пластичности. 1977. № 6. С. 98–106.

11. Баженов В.Г., Игоничева Е.В. Нелинейный анализ неосесимметричного выпучивания цилиндрических и конических оболочек при осевом ударе // Прикладная механика. 1987. Т. 23, № 5. С. 10–17.
12. Li Z., Cao Y., Pan G. Influence of geometric imperfections on the axially loaded composite conical shells with and without cutout // AIP Advances. 2020. No. 10. DOI: [10.1063/5.0021103](https://doi.org/10.1063/5.0021103)
13. Speicher G., Saal H. Numerical calculation of limit loads for shells of revolution with particular regard to the applying equivalent initial imperfection. Buckling of Shell Structure, on Land, in the Sea, and in the Air. Elsevier Applied Science, London, 1991, P. 466–475.
14. Papadopoulos V., Papadrakakis M. Finite element analysis of cylindrical panels with random initial imperfections // Journal of engineering mechanics. 2004. No. 130. P. 867–876. DOI: [10.1061/~ASCE!0733-9399~2004!130:8~867](https://doi.org/10.1061/~ASCE!0733-9399~2004!130:8~867)
15. Hilburger M.W., Nemeth M.P., Starnes J.H. Shell buckling design criteria based on manufacturing imperfection signatures // AIAA Journal. 2006. No. 44 (3). P. 654–663. DOI: [10.2514/1.5429](https://doi.org/10.2514/1.5429)
16. Баженов В.Г., Ломунов В.К. Экспериментально-теоретическое исследование упругопластического выпучивания цилиндрических оболочек при осевом ударе // Прикладная механика. 1983. Т. 19, № 6. С. 23–29.
17. Бабичев А.П., Бабушкина Н.А., Братковский А.М. и др. Физические величины: справочник под ред. Григорьева И.С., Мейлихова Е.З. - М.: Энергоиздат, 1991. 1232с.
18. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Fox D.D. The finite element method for solid and structural mechanics. Butterworth-Heinemann Publ. GB, Oxford, 2014. 544 p.

19. Belytschko T., Liu W.K., Moran B., Elkhodary K.I. Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Wiley, UK, Chichester, 2014. 832 p.
20. Оболенский М.В., Воронков О.В., Андропенков С.С., Куриков Н.Н. Численное исследование влияния начального несовершенства на форму закритического деформирования цилиндрической оболочки при осевом динамическом сжатии // Труды XXIV Международной конференции «Математическое моделирование и суперкомпьютерные технологии» (Нижний Новгород, 18–21 ноября 2024): сборник трудов. - Нижний Новгород: Изд-во ННГУ, 2024. С. 120–125.
21. ГОСТ 24642-81. Основные нормы взаимозаменяемости. Допуски формы и расположения поверхностей. Основные термины и определения. - М.: ИПК Издательство стандартов, 1981. - 45 с.
22. ГОСТ 24643-81. Основные нормы взаимозаменяемости. Допуски формы и расположения поверхностей. Числовые значения. - М.: ИПК Издательство стандартов, 1981. - 10 с.

References

1. Yakovlev P.A., Buslaev A.A. *Forum po matematicheskomu modelirovaniyu opredelil kurs razvitiya rossiiskoi otkrytoi CAE-platformy «LOGOS»* URL: <https://www.atomic-energy.ru/news/2023/12/07/141292>
2. Bazhenov V.G., Ryabov A.A., Ptitsyn S.O. Dynamic buckling and post buckling deformation of cylindrical shells. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2018. V. 80, No. 2. P. 209–218. (In Russ.). URL: <https://doi.org/10.32326/1814-9146-2018-80-2-209-218>

3. Vol'mir A.S. *Ustoichivost' deformiruemykh sistem* (Buckling of deformable systems). Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoi literatury Publ., 1967. 984 p.
4. Alfutov N.A. *Osnovy rascheta na ustoichivost' uprugikh sistem* (Buckling of elastic systems' basic evaluation), Moscow: Mashinostroenie Publ., 1978. 311 p.
5. Narayana Y.V., Gunda J.B., Reddy P.R., Markandeya R. Nonlinear buckling and post-buckling analysis of imperfect cylindrical shells subjected to axial compressive load. *J. of Structural Engineering*. 2015. V. 42, No. 2. P. 78–85.
6. Bazhenov V.G., Nagornyykh E.V., Samsonova D.A. Study of the influence of thickness and initial imperfections of the geometry of a cylindrical elastic-plastic shell with an elastic filler on the forms of loss of stability under external pressure. *Materialy XIII Mezhdunarodnoi konferentsii po prikladnoi matematike i mekhanike v aerokosmicheskoi otrasli - AMMAI'2020*. Moscow: Izd-vo MAI Publ., 2020. P. 257–259.
7. Lokteva N.A., Serdyuk D.O., Skopintsev P.D., Fedotenkov G.V. Unsteady deformation of anisotropic circular cylindrical shell. *Trudy MAI*. 2021. No. 120. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=161423>. DOI: [10.34759/trd-2021-120-09](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-09)
8. Korovaitseva E.A. Post-critical behavior of hyperelastic cylindrical shell. *Trudy MAI*. 2023. No. 131. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=175912>. DOI: [10.34759/trd-2023-131-06](https://doi.org/10.34759/trd-2023-131-06)
9. Anisimov S.A. Numerical analysis of buckling under axial compression of orthogrid-stiffened cylindrical shells made of aluminum alloys. *Trudy MAI*. 2024. No. 134. (In Russ.). URL: <https://trudymai.ru/eng/published.php?ID=178880>

10. Bazhenov V.G., Igonicheva E.V. Dynamic loss of stability and postcritical behavior of a thin cylindrical shell with initial imperfections under the action of an axial impact load. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti*. 1977. No. 6. P. 98–106. (In Russ.)
11. Bazhenov V.G., Igonicheva E.V. Nonlinear analysis of non-axisymmetric buckling of cylindrical and conical shells under axial impact. *Prikladnaya mekhanika*. 1987. V. 23, No. 5. P. 10–17. (In Russ.)
12. Li Z., Cao Y., Pan G. Influence of geometric imperfections on the axially loaded composite conical shells with and without cutout. *AIP Advances*. 2020. No. 10. DOI: [10.1063/5.0021103](https://doi.org/10.1063/5.0021103)
13. Speicher G., Saal H. *Numerical calculation of limit loads for shells of revolution with particular regard to the applying equivalent initial imperfection. Buckling of Shell Structure, on Land, in the Sea, and in the Air*. Elsevier Applied Science, London, 1991, P. 466–475.
14. Papadopoulos V., Papadrakakis M. Finite element analysis of cylindrical panels with random initial imperfections. *Journal of engineering mechanics*. 2004. No. 130. P. 867–876. DOI: [10.1061/~ASCE!0733-9399~2004!130:8~867](https://doi.org/10.1061/~ASCE!0733-9399~2004!130:8~867)
15. Hilburger M.W., Nemeth M.P., Starnes J.H. Shell buckling design criteria based on manufacturing imperfection signatures. *AIAA Journal*. 2006. No. 44 (3). P. 654–663. DOI: [10.2514/1.5429](https://doi.org/10.2514/1.5429)
16. Bazhenov V.G., Lomunov V.K. Experimental and theoretical study of elastic-plastic buckling of cylindrical shells under axial impact. *Prikladnaya mekhanika*. 1983. V. 19, No. 6. P. 23–29. (In Russ.)

17. Grigor'ev I.S., Meilikhova E.Z, Babichev A.P., Babushkina N.A., Bratkovskii A.M. et al. *Fizicheskie velichiny* (Physical quantities). Moscow: Energoizdat Publ., 1991. 1232 p.
18. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Fox D.D. *The finite element method for solid and structural mechanics*. Butterworth-Heinemann Publ. GB, Oxford, 2014. 544 p.
19. Belytschko T., Liu W.K., Moran B., Elkhodary K.I. *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Wiley, UK, Chichester, 2014. 832 p.
20. Obolenskii M.V., Voronkov O.V., Andropenkov S.S., Kurikov N.N. Numerical study of the influence of initial imperfection on the shape of postcritical deformation of a cylindrical shell under axial dynamic compression. *Trudy XXIV Mezhdunarodnoi konferentsii «Matematicheskoe modelirovanie i superkomp'yuternye tekhnologii»: sbornik trudov*. Nizhnii Novgorod: Izd-vo NNGU Publ., 2024. P. 120–125.
21. GOST 24642-81. *Osnovnye normy vzaimozamenyaemosti. Dopuski formy i raspolozheniya poverkhnostei. Osnovnye terminy i opredeleniya* (GOST 24642-81. Basic standards of interchangeability. Tolerances of shape and surface arrangement. Basic terms and definitions). Moscow: IPK Izdatel'stvo standartov Publ., 1981. 45 p.
22. GOST 24643-81. *Osnovnye normy vzaimozamenyaemosti. Dopuski formy i raspolozheniya poverkhnostei. Chislovye znacheniya* (GOST 24643-81. Basic standards of interchangeability. Tolerances of shape and surface arrangement. Numerical values). Moscow: IPK Izdatel'stvo standartov Publ., 1981. 10 p.

Статья поступила в редакцию 04.02.2025

Одобрена после рецензирования 24.02.2025

Принята к публикации 25.06.2025

The article was submitted on 04.02.2025; approved after reviewing on 24.02.2025; accepted for publication on 25.06.2025