

**ОТЗЫВ**  
**официального оппонента**  
**на диссертацию на соискание ученой степени кандидата физико-**  
**математических наук Короленко Владимира Алексеевича**  
**на тему: «Исследование масштабных эффектов в задачах с концентрацией**  
**напряжений на основе моделей градиентной теории упругости»**  
**по специальности 1.1.8. – «Механика деформируемого твердого тела»**

Диссертация Короленко Владимира Алексеевича посвящена проблеме применения градиентных теорий механики деформируемого тела для описания масштабных эффектов в задачах с концентраторами напряжений. Рассматриваются задачи, связанные с описанием масштабного эффекта прочности в материалах с трещинами и концентраторами, а также в задачах с сосредоточенными нагрузками. Актуальность рассматриваемых проблем определяется необходимостью оценки несущей способности тел с концентраторами напряжений, а также развитием методов получения наномодифицированных композитов и микроструктурированных материалов.

Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка используемой литературы, общим объемом 115 страницы, содержит 35 рисунков и список литературы из 86 источников.

Во введении представлен аналитический обзор литературы по теме диссертации. Показана обоснованность и актуальность темы исследования, изложены теоретическая и практическая значимость работы, её цели и задачи, описаны применяемые методы исследования.

В первой главе диссертации представлены основные соотношения рассматриваемых градиентных теорий упругости. Перечислены некоторые модели градиентных теорий с упрощенными определяющими соотношениями: упрощенная теория Айфанисса, моментная теория упругости, дилатационная теория упругости и полностью симметрична(относительно чего!) теория Гусева-Лурье. Эти теории отличаются предположениями о структуре тензора градиентных модулей упругости. Приведено представление общего решения уравнений равновесия в форме Папковича-Нейбера для градиентной теории

упругости через потенциалы, которые удовлетворяют уравнениям Лапласа и модифицированным уравнениям Гельмгольца. Кратко изложен используемый метод численного моделирования в рамках градиентной теории упругости.

Во второй главе диссертации приведены построенные решения плоских задач с концентраторами напряжений в рамках градиентной теории упругости и анализ возникающих в них неклассических масштабных эффектов. Рассмотрена задача Кирша и задача о полубесконечной трещине моды I и моды II. Приведена постановка задачи Кирша в рамках упрощённых вариантов градиентных теорий упругости (теория Айфантиса, моментная теория, дилатационная теория и полностью симметрическая теория Гусева-Лурье). На основе анализа полученных решений установлено, что при применении градиентных теорий так же, как и в классическом решении для задачи Кирша, нормальные напряжения  $\tau_{\theta\theta}$  принимают максимальные значения на границе отверстия в точке  $\theta = \pi/2$ . В решении градиентной теории упругости прогнозируется снижение уровня концентрации напряжений по сравнению с классическим решением при уменьшении радиуса отверстия до размера, сопоставимого с величиной масштабного параметра.

Для задачи о полубесконечной трещине приведена постановка задачи в рамках упрощённой градиентной теории в форме Айфантиса и с использованием представления решения в форме Папковича-Нейбера. Показано, что представленная форма общего решения содержит в качестве частного случая известное классическое асимптотическое решение и асимптотическое решение для трещины моды I (трещина нормального отрыва) и для трещины моды II (поперечный сдвиг). Показано, что, используя функции дробного порядка в этом общем решении, можно получать решения задач с трещинами и острыми вырезами.

В третьей главе диссертации представлены построенные решения пространственных задач с концентраторами напряжений в рамках градиентной теории упругости и анализ возникающих в них неклассических масштабных эффектов. Рассмотрена задача о шаровом включении в бесконечной матрице

под действием всестороннего сжатия или чистого сдвига, и задача о деформациях шара, под действием нормально распределенной вдоль линии экватора нагрузкой. Для задачи о шаровом включении построено общее решение на основе представления Папковича-Нейбера, в котором классическая часть поля перемещений задана на основе известного классического решения, а градиентная часть решения для перемещений задается через скалярные потенциалы, удовлетворяющие модифицированным уравнениям Гельмгольца в сферической системе координат. Приведены результаты решения для задач о всестороннем сжатии и чистом сдвиге. Установлено, что в решении градиентной теории внутри включения реализуется неоднородное поле напряжений, связанное с влиянием градиентных эффектов.

Далее в диссертации представлено решение для задачи о шаре под действием равномерно распределенной экваториальной нагрузки. Расчеты производились численно-аналитическим методом на основании градиентной теории упругости Айфантиса. Полученное решение подставляется в соответствующие граничные условия. Для радиальных перемещений и деформаций на экваторе на поверхности шара проведен анализ сходимости решения при увеличении числа членов ряда. Установлено, что признак сходимости по Куммеру позволяет достоверно сделать заключение о том, что полученное решение градиентной теории упругости в рядах сходится, и может быть использовано для оценки конечных перемещений и деформаций, реализующихся при действии сосредоточенной нагрузки.

Четвертая глава посвящена экспериментальной части и численному моделированию эксперимента. Описано изготовление образцов с отверстиями различного размера и методика испытаний на одноосное растяжение. Дано описание метода корреляции цифровых изображений, использованного для определения поля перемещений и деформаций на поверхности образца. Проведено сопоставление экспериментальных данных с результатами численного моделирования методом конечных элементов в рамках классической и градиентной (какой?) теории упругости.

В заключении диссертации приведены основные выводы по работе.

Новизна результатов, представленных в работе, заключается в следующем. Разработан новый метод представления общего решения для перемещений, основанный на использовании представления Папковича-Нейбера для классической части поля перемещений и на разложении Гельмгольца для градиентной части поля перемещений. Проведен анализ размерных эффектов при применении упрощенной градиентной (теории) для задач с концентраторами напряжений и с сосредоточенными нагрузками. Построено решение в рамках упрощенной градиентной теории для случая действия сосредоточенной нагрузки в ограниченной области на примере задачи о сфере (шаре?), нагруженной распределенной вдоль линии экватора нагрузкой. Для идентификации масштабного параметра упрощенной градиентной теории упругости проведены испытания образцов из оргстекла с малоразмерными отверстиями на растяжение. Для определения поля перемещений и деформаций на поверхности образца использован метод корреляции цифровых изображений.

Полученные в диссертации Короленко В.А. решения и представленные выводы и рекомендации представляются обоснованными и достоверными. В работе проводится строгий анализ постановок краевых задач и структуры их решений. Аналитические решения сопоставлены с численным моделированием методом конечных элементов, а полученные экспериментальные данные используются для идентификации дополнительных параметров градиентной теории упругости и тестирования корректности описания возникающих масштабных эффектов.

Результаты диссертационной работы представлены в 6 статьях, опубликованных в рецензируемых ведущих российских и международных научных журналах, а также неоднократно докладывались на конференциях. Опубликованные работы полностью отражают результаты диссертации.

Автореферат дает четкое представление о диссертации и в полной мере отражает её содержание.

Замечания и опечатки по диссертационной работе:

- Для задачи Кира в разделе 2.1 рассматриваются варианты только упрощенных прикладных теорий (теория Айфантиса, моментная теория, дилатационная теория и полностью симметричная теория), но не дается анализ решения в рамках общей пяти-параметрической изотропной теории упругости в формулировке Миндлина.

- Для задачи о полубесконечной трещине можно рекомендовать рассмотреть не только наиболее сингулярные члены асимптотического решения, но и члены более высокого порядка.

- Представляется интересным провести явный анализ сходимости ряда в задаче о сфере под действием экваториальной нагрузки в аналитическом виде, с выделением частного решения, соответствующего поведению материала на экваторе сферы, где действует нагрузка.

- В четвертой главе приведены результаты испытаний по определению масштабного параметра оргстекла. Для каждого диаметра отверстия приведены результаты для одного образца. При определении механических характеристик пластмасс испытывают не менее пяти образцов для каждого требуемого испытания.

- Диссертационная работа содержит ряд опечаток и ошибок: 1) на с. 17 в формуле (9), на с. 20 в формулах (19)-(21), на с. 21 в формулах (22), (27) и (28), на с. в первой формуле (31) и далее вместо выражения вида  $\langle\langle \nabla \times \nabla \times \mathbf{a} \rangle\rangle$  следовало писать  $\langle\langle \nabla \times (\nabla \times \mathbf{a}) \rangle\rangle$ ; 2) на с. 32 в ссылках на определяющие соотношения упрощенных градиентных теорий (11)-(15) пропущена ссылка на (16); 3) на рисунках 21, 22 и 23 не приведена размерность для оси абсцисс; 4) В списке литературы на с. 107 вместо «[8] Mindlin R. D. et al.» следовало писать «[8] Mindlin R. D.»

Считаю, что указанные замечания и обнаруженные опечатки не снижают научной ценности и практической значимости результатов, полученных автором в диссертационной работе.

В целом, диссертационная работа Короленко Владимира Алексеевича на тему «Исследование масштабных эффектов в задачах с концентрацией

напряжений на основе моделей градиентной теории упругости» по всем параметрам, в частности, по актуальности, научной новизне, степени достоверности и практической значимости отвечает всем требованиям предъявляемым к работам подобного рода. Содержание диссертационной работы соответствует пп. 3, 12, 13 паспорта научной специальности 1.1.8. – «Механика деформируемого твердого тела», а также требованиям пп. 9-14 «Положения о порядке присуждения научных степеней» ВАК РФ. Диссертационная работа Короленко Владимира Алексеевича соответствует требованиям п. 9 Положения о порядке присуждения ученых степеней, утвержденного Постановлением Правительства Российской Федерации № 842 от 24.09.2013 г.

Таким образом, соискатель Короленко Владимир Алексеевич заслуживает присуждения ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.8. – «Механика деформируемого твердого тела».

*Я, Никабадзе Михаил Ушангииевич, даю согласие на включение моих персональных данных в аттестационные документы соискателя и их дальнейшую обработку.*

Официальный оппонент:

Доктор физико-математических наук, профессор кафедры механики композитов механико-математического факультета федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

e-mail: [munikabadze@yandex.ru](mailto:munikabadze@yandex.ru), тел. 8 (903) 556-51-49

Адрес места работы:

119991, Россия, г. Москва, Ленинские горы, д. 1,

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова»

Тел.: +7 (495) 939-10-00, e-mail: [info@rector.msu.ru](mailto:info@rector.msu.ru)

Подпись Никабадзе Михаила Ушангииевича заверяю:

*бюро.* Декан ~~механико-математического факультета~~  
МГУ имени М.В. Ломоносова д.ф.-м.н., член-корр.  
АН РФ, профессор



10.05.2024 г.



*А.И. Шафаревич*

*Сотрудник ознакомлен 11.05.2024*