

Объемные или поверхностные силы действуют на поляризованный диэлектрик?

Р.И. Храпко

Статическое электрическое поле в однородном нейтральном линейном диэлектрике имеет нулевую дивергенцию и ротор. Поэтому максвелловский тензор напряжений электрического поля также бездивергентен, и, значит, объемные силы равны нулю. Только поверхностные силы действуют на поляризованный диэлектрик. Тем не менее, результат работы противоречит учебнику [5].

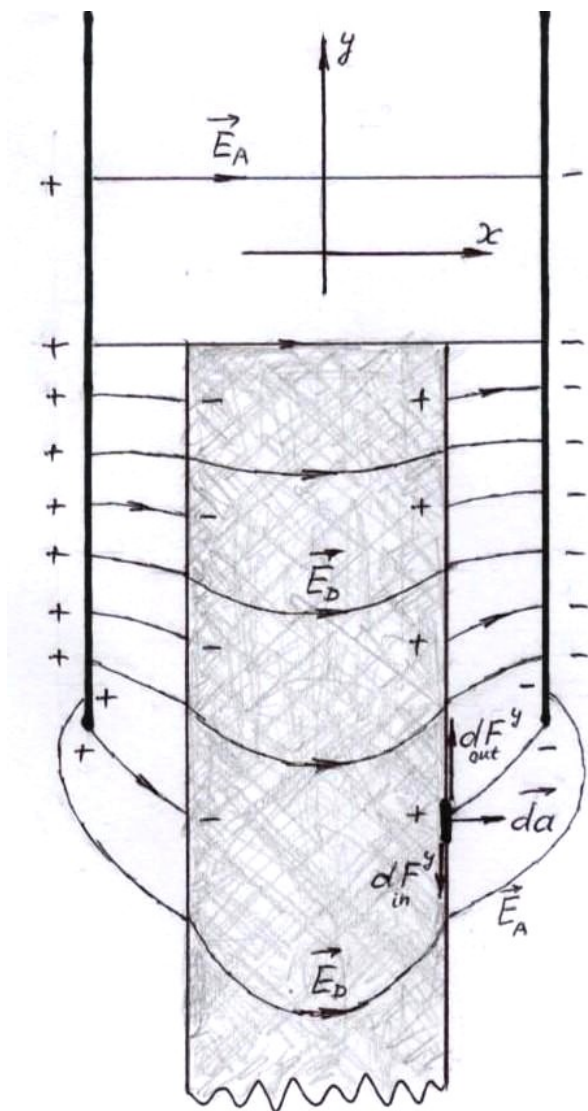


Рис. 1

Статическое электрическое поле E^i в однородном нейтральном линейном диэлектрике имеет нулевую дивергенцию, $\partial_i E^i = 0$, и нулевой ротор, $\partial_{[i} E_{j]} = 0$. Поэтому максвелловский тензор напряжений [1, с. 111].

$$T^{ij} = -E^i E^j + \delta^{ij} E^k E_k / 2 \quad (1)$$

также бездивергентен $\partial_j T^{ij} = 0$. Поэтому, согласно максвелловской электродинамике, объемные силы, действующие на диэлектрик, равны нулю [2, р.610],

$$f^i = \partial_j g^i = -\partial_j T^{ij} = 0. \quad (2)$$

Однако, ввиду наличия поверхностного связанного заряда, существуют поверхностные силы.

Давайте рассмотрим в качестве примера диэлектрическую пластинку, частично вставленную между параллельными проводящими заряженными пластинами, как показано на Рис. 1. Электрическое поле в пластинке E_D слабее, чем снаружи, в воздухе, E_A . Силовые линии E преломляются на границе, и E_A^x в воздухе оказывается в ϵ раз больше чем E_D^x в диэлектрике, где ϵ - диэлектрическая постоянная диэлектрика.

y -компонента $dF^y = T^{yx} da_x$ поперечной силы $dF^i = T^{ij} da_j$ действует на заднюю сторону ориентированного элемента da_x боковой поверхности пластинки. Здесь $T^{yx} = -E^y E^x$ есть компонента максвелловского тензора напряжений. Из-за того, что $E_A^x > E_D^x$, сила, действующая на поверхность пластинки снаружи, больше, чем сила, действующая на поверхность изнутри: $\frac{dF^y}{out} > \frac{dF^y}{in}$ несмотря на непрерывность y -составляющей поля E^y на поверхности.

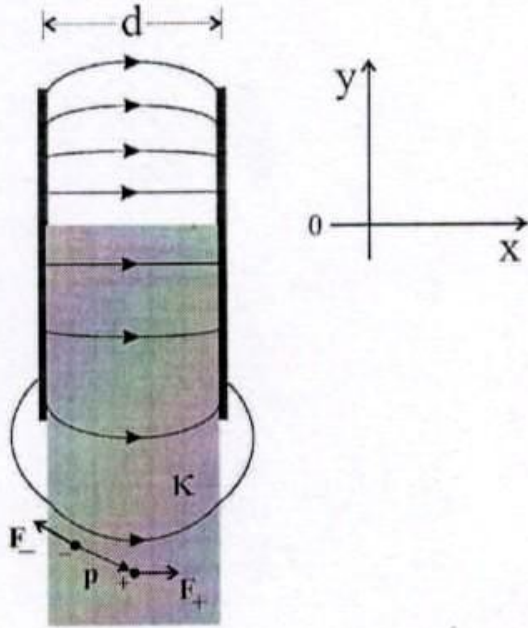


Fig. 1. Linear dielectric slab partially inserted between parallel conducting plates.

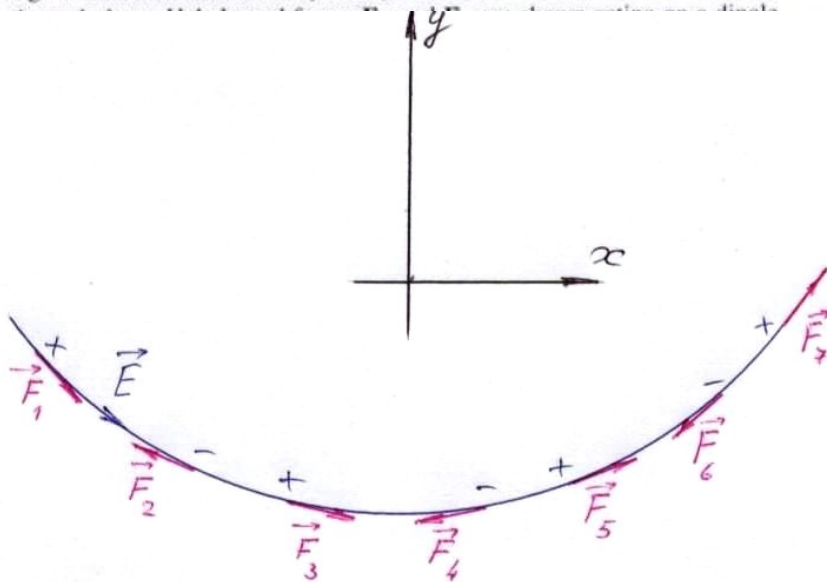


Рис. 3

многих сил не сложен, поскольку внутренние напряжения в пластинке, действующей на подобную диэлектрическую пластинку, действуют объемные силы. Они являются, $(\mathbf{p} \cdot \nabla)\mathbf{E}$, действующие на эти диполи, утверждает, что сила, действующая на

(3)

любой границе любого объема перерезает заряд, который испытывает силу, действующую на диполи рассмотренного объема, выделенный *внутри* диэлектрика, но для интегрирования по объему всей области не содержит разрывов поля \mathbf{E} . Таким образом, как я предполагаю, ответственность за силы лежит на свободных зарядах. Рассмотрим пластинку как состоящую из диполей. Если рассматривать пластинку гомогенно, рассмотрим диполи, которые положим попарно \mathbf{F}_2 и \mathbf{F}_3 , \mathbf{F}_4 и \mathbf{F}_5 , \mathbf{F}_6 и \mathbf{F}_7 по оси y , однако, если мы сложим попарно диполи, вывод заключается в следующем: мы не можем сложить диполи, если средний диполь является нейтральным (линейного диэлектрика).

Тем не менее, как было сказано, интеграл от выражения (3) по объему всей пластинки дает правильное выражение для общей силы, действующей на пластинку. В частности,

$$F_D^y = (\varepsilon - 1) \int E^i \partial_i E^y dV = (\varepsilon - 1) \int (E^x \partial_x E^y + E^y \partial_y E^y + E^z \partial_z E^y) dV . \quad (4)$$

Как показано в [2], выражение (4) может быть переписано сначала в виде

$$F_D^y = (\varepsilon - 1) \int E^x \partial_x E^y dV \quad (5)$$

а затем, так как $\nabla \times \mathbf{E} = 0$, т.е. $\partial_x E^y = \partial_y E^x$, в виде

$$F_D^y = (\varepsilon - 1) \int \partial_y (E^x)^2 dV / 2 = (\varepsilon - 1) (E_0^x)^2 w d / 2 \quad (6)$$

в согласии со стандартным выражением для втягивающей силы, полученным с помощью энергетического метода [4, с. 189] [5, § 33]. (В выражении (6) E_0^x есть x -компонента поля \mathbf{E} в центре конденсатора и w есть ширина пластинки вдоль z -направления).

Важно, что тот же самый результат (6) может быть получен интегрированием нашего выражения $dF^y = -T^{yi} da_i$ по поверхности пластинки. Из-за

$$E_A^x = \varepsilon E_D^x, \quad E_A^y = E_D^y, \quad dF^y = \underset{out}{dF^y} - \underset{in}{dF^y}, \quad (7)$$

мы имеем

$$F^y = (\varepsilon - 1) \oint E_D^y E_D^i da_i . \quad (8)$$

Использование теоремы Грина дает

$$F^y = (\varepsilon - 1) \int \partial_i (E_D^y E_D^i) dV = (\varepsilon - 1) \int (\partial_x E_D^y E_D^x + \partial_y E_D^y E_D^y + E_D^y \partial_x E_D^x + E_D^y \partial_y E_D^y) dV . \quad (9)$$

В силу того, что $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$, т.е. $\partial_x E^x + \partial_y E^y = 0$, выражение (9) совпадает с (4) с точностью до пренебрежимого члена $E^z \partial_z E^y$.

Наш результат означает, в частности, что отсутствует сила, действующая на торец пластинки ($y = 0$ на Рис. 2), где терпит разрыв плотность энергии $\varepsilon E^2 / 2$. Таким образом, наш результат противоречит [5, § 33].

К сожалению, настоящая статья была отклонена журналом "Am. J. Phys." Рецензент написал: «Мне кажется, что автор (выражаясь словами Виктора Вейскопфа) «ослеплен математикой». Он надеется показать высокий уровень эрудиции, но я думаю, что его утверждение о нулевой объемной силе на диэлектрик необоснованно и просто ошибочно. Ирония, которую я вижу во всем этом, заключается в том, что моим первоначальным намерением было упростить и физически мотивировать вычисление для студентов»¹

¹ It appears to me that the author has been (in the words of the late Victor Weisskopf) "blinded by the mathematics." He hopes to make his point by displaying increasing levels of erudition, but I think his assertion of zero volume force on the dielectric is unreasonable, and just plain wrong. The irony I see in all of this is that my original intent was to simplify and physically motivate the

Редактор журнала, Jan Tobochnik, на основании этого заключения написал: «Мы не можем принять Вашу рукопись для публикации в AJP, потому что она либо неправильна и вводит в заблуждение, либо так плохо написана и аргументирована, что высокообразованный рецензент высказывается против публикации».²

К сожалению, настоящая статья была отклонена также журналом “European J. Phys.” По просьбе редактора, A.I.M. Rae, администратор издательства, написал: «Ввиду Вашего прошлого ответа в связи со статьей, отклоненной нашим журналом,³ редактор больше не готов рассматривать Ваши статьи».⁴

Список литературы

1. Ландау Л.Д. и Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: Наука, 1973.- 504с.
2. Jackson J.D. Classical Electrodynamics. - Wiley, 1999.- 808с.
3. Dietz E.R. Force on a dielectric slab: Fringing field approach.// Am. J. Phys. 2004, **72**.- p.1499.
4. Griffiths D.J. Introduction to Electrodynamics. - Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.Y., 1981.- 684p.
5. Сивухин Д.В. Общий курс физики, том III, часть 1. – М.: Наука, 1996.- 320с.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Храпко Радий Игоревич, доцент кафедры физики Московского авиационного института

(государственного технического университета), к.ф.-м.н. E-mail: khrapko_ri@hotmail.com

121433, Москва, Б. Филевская, 43 – 92, т. 1446312

calculation for students.

² We cannot accept your manuscript for publication in AJP because it is either incorrect, misleading, or so poorly worded and argued that a knowledgeable reviewer recommended against publication.

³ Имеется в виду статья «Дж. Роше спрашивает, «Что есть масса?»»

⁴ In view of your past response to papers that have been rejected by the journal, the Editor is no longer prepared to consider your submissions.