

**ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ**

Научная статья

УДК 519.711.2

DOI: [10.34759/trd-2021-120-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-16)

**Разработка алгоритмов автоматического завершения полета  
вертолета в чрезвычайной ситуации**

Дмитрий Вадимович Аполлонов<sup>1</sup>, Кристина Игоревна Бибикина<sup>2</sup>,  
Александра Владиславовна Гаврилова<sup>3</sup>✉, Владимир Михайлович Шibaев<sup>4</sup>

<sup>1,2,3,4</sup>Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е.  
Жуковского, ЦАГИ, Жуковский, Московская область, Россия

<sup>3</sup>[ccfstd@tsagi.ru](mailto:ccfstd@tsagi.ru)✉

**Аннотация.** В настоящей статье предложено решение задачи автоматического завершения полета вертолета транспортной категории в чрезвычайной ситуации. Данный режим включает в себя последовательное выполнение в автоматическом режиме следующих алгоритмов: «приведения в горизонт» из сложного пространственного положения, автоматическое возвращение в заданную точку на постоянной высоте, снижение и торможение до зависания на безопасной высоте, посадка.

**Ключевые слова:** беспилотный летательный аппарат, вертолёт, математическая модель, система автоматического управления, кватернион

**Для цитирования:** Аполлонов Д.В., Бибикина К.И., Гаврилова А.В., Шibaев В.М.

Разработка алгоритмов автоматического завершения полета вертолета в чрезвычайной ситуации // Труды МАИ. 2021. № 120. DOI: [10.34759/trd-2021-120-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-16)

## **INFORMATICS, COMPUTATION ENGINEERING AND MANAGEMENT**

Original article

### **Issues of choosing the architecture of the automatic control system of a convertible unmanned aerial vehicle – a tiltrotor**

**Dmitry V. Apollonov<sup>1</sup>, Kristina I. Bibikova<sup>2</sup>,**

**Alexandra V. Gavrilova<sup>3</sup>✉, Vladimir M. Shibaev<sup>4</sup>**

<sup>1,2,3,4</sup>Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky, TsAGI, Zhukovsky, Moscow Region, Russia

<sup>3</sup>[ccfstd@tsagi.com](mailto:ccfstd@tsagi.com)✉

**Abstract.** The article suggests a problem solution of automatic flight termination of a transport category helicopter in the state of emergency associated with the crewmembers operating capability loss. The authors contend that the following flight stages should be executed consequently. These stages are recovery from non-standard state to a horizontal flight, automatic return to the set point at a constant height; descending along preset glissade and deceleration to hover, hovering stabilization above selected point at safe height, and final vertical landing. The nonlinear mathematical model of the of transport category helicopter describing its flight dynamics in a wide range of speeds from the hovering mode up to the maximum flight speed was developed. Besides, dynamics of actuators applied in automatic control system is being considered. Unlike the full authority automatic control system used in a small unmanned aircraft, the partial (limited) authority of automatic control system of transport category helicopter was accounted for. As Euler

attitude angles possesses singularity at pitch angle close to  $90^\circ$ , the description of the angular movement by means of quaternions was applied for the solution of a problem of upset recovery from unusual attitude to horizontal flight. The article presents the development of automatic control system algorithms and parameter adjustment, both for attitude stabilization loop, and for the flight control along the trajectory set by predetermined points. The total scope of operation includes also descending along a glissade, deceleration to hovering over the selected point of landing and, finally, vertical landing. To validate the selected approach the simulation of the helicopter standard flight scenarios was executed. Besides, the developed software was integrated into the structure of the research flight simulator and algorithms were checked with the pilot in a control loop. Thus, it could be employed as methodical base for the future studies of helicopters automatic control system.

**Keywords:** unmanned aerial vehicle, helicopter, mathematical model, system of automatic control, quaternion

**For citation:** Apollonov D.V., Bibikova K.I., Gavrilova A.V., Shibaev V.M. Issues of choosing the architecture of the automatic control system of a convertible unmanned aerial vehicle – a tiltrotor. *Trudy MAI*, 2021, no. 120. DOI: [10.34759/trd-2021-120-16](https://doi.org/10.34759/trd-2021-120-16)

### **Введение**

Весьма актуальной является задача безопасной автоматической посадки в заданной точке в случае потери экипажем пилотируемого вертолета возможности выполнять управление полетом.

Для этого требуется последовательно решить следующие задачи управления вертолетом:

1. Возвращение в положение, при котором возможна дальнейшая стабилизация углового положения с помощью штатного автопилота, чтобы обеспечить возможность функционирования алгоритмом управления траекторным движением вертолета.

2. Формирование маршрута возвращения в контрольную точку вблизи заранее определенного места посадки (с учетом остатка топлива) и выход на курс снижения (предпочтительно – против ветра).

3. Выполнение снижения с заданной вертикальной скоростью и заданной приборной скоростью.

4. Уменьшение скорости полета вплоть до зависания, не допуская при этом попадания в зону опасных сочетаний высоты и скорости.

5. Перемещение на постоянной высоте до стабилизации висения над заданной точкой посадки.

6. Вертикальное снижение с контролем вертикальной скорости в режиме стабилизации положения над заданной точкой до касания вертолетом поверхности земли.

Последующие операции, касающиеся управления вертолетом и силовой установкой на земле, в круг вопросов, рассматриваемых в данной статье, не входят.

При решении данной задачи, во-первых, необходимо учитывать нелинейность аэродинамических характеристик вертолета и динамику несущего винта, а во-вторых,

ограниченный диапазон включения автопилота в систему управления. У большинства современных транспортных вертолетов автопилот подключен по дифференциальной схеме, при которой автопилот использует около 20% диапазона, и при выходе на границу ограничения возможна относительно медленная перегонка в новое среднее положение для смещения диапазона управления.

Для решения поставленной задачи на примере вертолета Ми-8АМТ были проанализированы существующие подходы к разработке нелинейной математической модели, описывающей динамику полета вертолета в широком диапазоне скоростей [1-13], и учтена динамика исполнительных механизмов (приводов) системы автоматического управления [14,15]. Все алгоритмы были разработаны с учетом характеристик вертолета Ми-8АМТ и проверены путем включения в эту модель. Проверка алгоритмов и отладка модели, реализованных в программной среде МАТЛАБ/Simulink, выполнялись как на основании компьютерного моделирования, так и средствами полунатурного моделирования на пилотажном стенде [16].

## **1. Математическая модель динамики полета и штатной системы управления вертолета Ми-8АМТ**

Модель динамики обеспечивает расчет в реальном времени углового и пространственного движения вертолета во всем эксплуатационном диапазоне скоростей и высот полета в условиях турбулентной атмосферы, а также позволяет проводить исследования на пилотажном стенде с летчиком в контуре управления.

Модель динамики вертолета предусматривает включение в контур управления сигналов от штатных средств управления:

- рычаг управления циклическим шагом НВ (продольное и поперечное отклонения);
- рычаг управления общим шагом (РОШ) НВ;
- педали управления шагом РВ;

Модель динамики Ми-8 представляет собой систему обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений с переменными по скорости коэффициентами. Коэффициенты уравнений определяются производными сил и моментов, действующих на вертолет, а также балансировочными характеристиками вертолета.

Правые части дифференциальных уравнений рассчитываются с использованием коэффициентов матриц производных сил и моментов и с учетом составляющих сил и моментов, непосредственно зависящих от скорости  $V$ :

$$\begin{pmatrix} \dot{V}_x \\ \dot{V}_y \\ \dot{V}_z \\ \dot{\omega}_x \\ \dot{\omega}_y \\ \dot{\omega}_z \end{pmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ V_y \\ V_z \\ \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \end{pmatrix} + \mathbf{B} \cdot \begin{pmatrix} \delta_B \\ \delta_K \\ \delta_H \\ \varphi_{ОШ} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \bar{X}(V) \\ \bar{Y}(V) + \Delta T(H) \\ \bar{Z}(V) \\ \bar{M}_x(V) \\ \bar{M}_y(V) \\ \bar{M}_z(V) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -g \cdot \sin\vartheta \\ -g \cdot \cos\vartheta \cdot \cos\gamma \\ g \cdot \cos\vartheta \cdot \sin\gamma \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

где

$$\begin{pmatrix} \bar{X}(V) \\ \bar{Y}(V) \\ \bar{Z}(V) \\ \bar{M}_x(V) \\ \bar{M}_y(V) \\ \bar{M}_z(V) \end{pmatrix} = -|A| \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ V_{y \text{ бал}} \\ V_{z \text{ бал}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - |B| \cdot \begin{pmatrix} \delta_{B \text{ бал}} \\ \delta_{K \text{ бал}} \\ \delta_{H \text{ бал}} \\ \varphi_{\text{ОШ бал}} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -g \cdot \sin \vartheta_{\text{бал}} \\ -g \cdot \cos \vartheta_{\text{бал}} \cdot \cos \gamma_{\text{бал}} \\ g \cdot \cos \vartheta_{\text{бал}} \cdot \sin \gamma_{\text{бал}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Базовые значения матриц  $A$  и  $B$ , содержащих производные сил и моментов по компонентам векторов состояния и управления, соответственно, а также векторов, содержащих балансирующие значения переменных  $\delta_{B \text{ бал}}(V)$ ,  $\delta_{K \text{ бал}}(V)$ ,  $\delta_{H \text{ бал}}(V)$ ,  $\varphi_{\text{ОШ бал}}(V)$ ,  $V_{y \text{ бал}}(V)$ ,  $V_{z \text{ бал}}(V)$ , задаются в узловых точках, соответствующих скоростям  $[0, 50, 100, 150, 200, 250]$  км/ч [16,17], и в процессе моделирования в каждый момент времени  $t$  рассчитываются интерполяционным методом для текущей скорости  $V(t)$ .

Структурная схема программы моделирования динамики полета вертолета с использованием нелинейной модели с переменными по скорости коэффициента, реализованная в программной среде моделирования MATLAB/Simulink приведена на Рис. 1.

Моделирование каналов управления производится с учетом динамики гидроусилителей КАУ-30Б и РА-60 [14]. Структура модуля «Гидроусилитель» с имитацией режима «Автотриммирование» приведена на Рис. 2.

При реализации математической модели гидравлического привода с учетом ограничений диапазона подключения автопилота учтены скорости и диапазоны перемещения элементов реальных гидроусилителей.

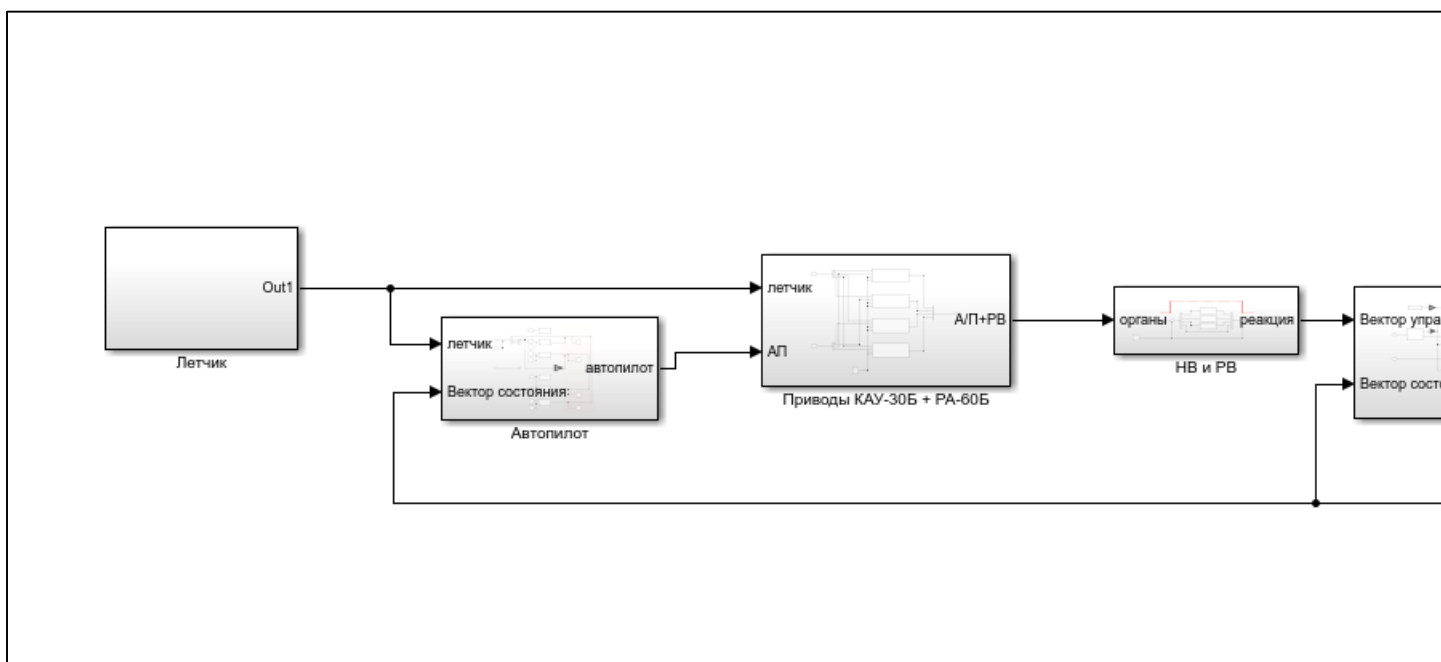


Рисунок 1. Блок-схема реализации программы моделирования динамики полета вертолета в среде моделирования MATLAB/Simulink



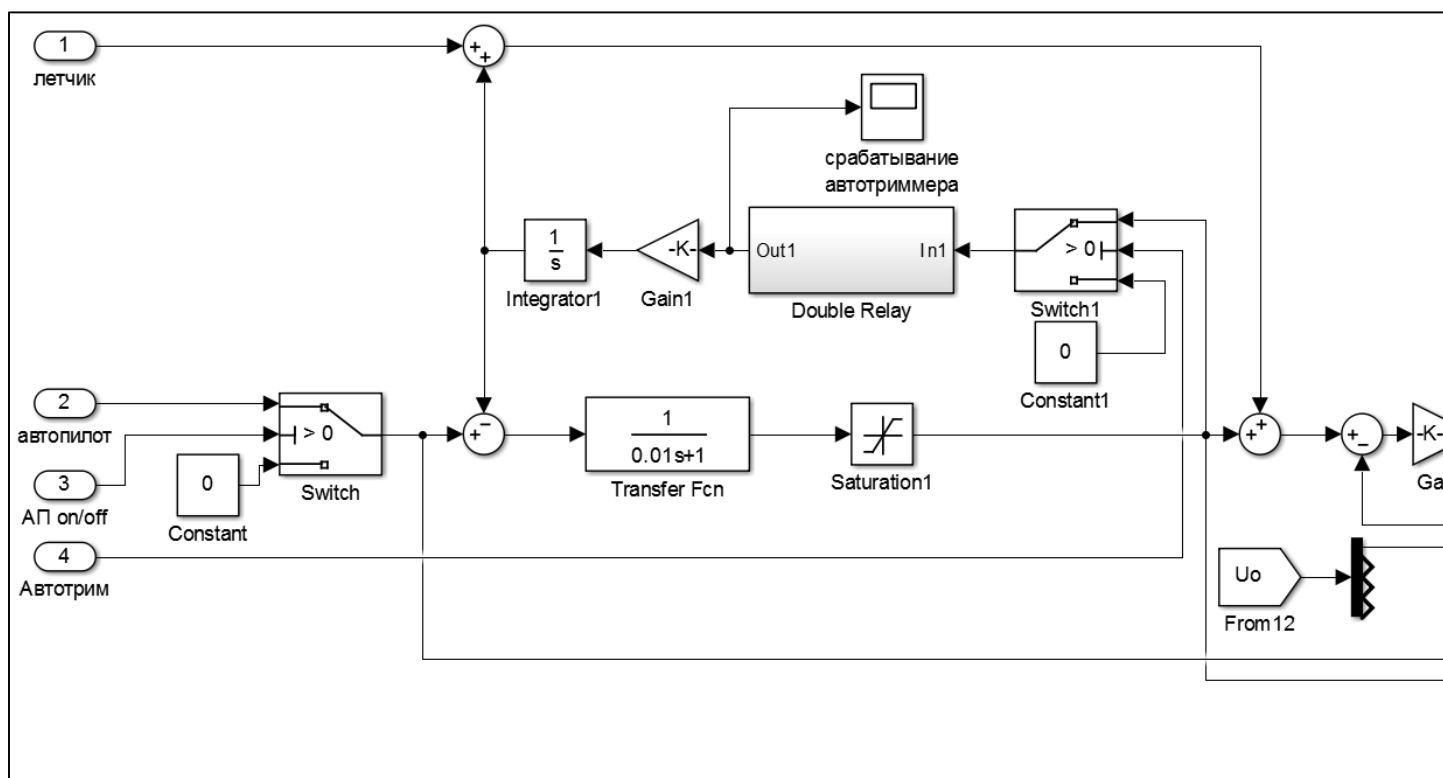


Рисунок 2. Структурная схема модуля «Гидроусилитель +  
Автооттриммирование»

### Алгоритм автоматического приведения в горизонтальный полет из сложного пространственного положения

#### 1.1 Описание алгоритма управления.

Алгоритм предполагает последовательное выполнение следующих операций:

- проверка выхода углов крена и тангажа за заданные ограничения ( $|\vartheta| > 45^\circ$  или  $|\gamma| > 60^\circ$ );

- при выходе за указанные ограничения выход автопилота, в штатном случае использующий стандартный алгоритм стабилизации углового положения, переключается на выход алгоритма «приведения в горизонт»

- при достижении значениями углов крена и тангажа пороговых значений, отличающихся от балансировочных на данной скорости не более, чем на  $0.1$  рад ( $\cong 6^\circ$ ), происходит обратное переключение на стандартный алгоритм стабилизации углового положения.

Алгоритм «приведения в горизонт» предполагает, в первую очередь, формирование сигналов в каналах управления угловым положением в зависимости от рассогласования текущей и желаемой ориентации вертолета. В большинстве случаев при описании углового движения в динамике полета летательных аппаратов используются углы Эйлера, однако этот способ имеет сингулярность (при  $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ ).

Представление углового положения кватернионами [18-20] такой сингулярности не имеет, что делает его предпочтительным для моделирования динамики полета летательных аппаратов.

Рассмотрим земную систему координат  $XYZ$  и систему  $X_1Y_1Z_1$ , связанную с вертолетом. Тогда существует единственная ось  $u$  и единственный угол  $\phi \in [0, \pi]$  такие, что, если повернуть связанную систему вокруг оси  $u$  на угол  $\phi$  против часовой стрелки, получится исходная земная система.

Пусть  $(u_x, u_y, u_z)$  - единичный вектор в системе  $XYZ$ , являющийся направляющим оси  $u$ . Тогда кватернионом  $q$ , описывающим поворот  $X_1Y_1Z_1$  в положение  $XYZ$ , называется

$$q = \begin{pmatrix} \cos \frac{\phi}{2} \\ u_x \sin \frac{\phi}{2} \\ u_y \sin \frac{\phi}{2} \\ u_z \sin \frac{\phi}{2} \end{pmatrix}. \quad (3)$$

При этом  $\|q\| = 1$  для любых  $u$  и  $\phi$ .

Если система  $X_1Y_1Z_1$  вращается относительно вектора угловой скорости  $\omega$ , то закон изменения кватерниона ориентации  $q$  будет следующим:

$$\dot{q} = \frac{1}{2} q \cdot \omega \quad (4)$$

В данном уравнении используются координаты вектора  $\omega$  в системе, связанной с вертолетом. Таким образом,  $q$  и  $\omega$  являются частью вектора состояния динамической системы, описывающей ориентацию вертолета. Значение  $\omega$  может измеряться при помощи гироскопов, установленных на борту вертолета, и использоваться для оценки  $q$ .

Алгоритм управления, обеспечивающий приведение вертолета в горизонтальный полет с остановкой вращения, включает в себя два последовательных регулятора.

Первый управляет «сближением» кватерниона  $q$ , соответствующего текущей ориентации вертолета, с «целевым» кватернионом  $q_{зад}$ , соответствующим желаемому положению вертолета, с учетом балансирующего положения для заданной скорости полета и управляющего отклонения угла тангажа от

балансировочного положения вследствие отклонения текущего значения скорости от заданного. Выходным сигналом первого алгоритма является заданное значение угловой скорости  $\omega_{зад}$  вращения вертолета.

Второй регулятор формирует значение управляющего момента (или отклонение соответствующих органов управления вертолета), обеспечивающее реализацию заданной угловой скорости  $\omega_{зад}$ .

В случае совпадения систем отсчета XYZ и  $X_1Y_1Z_1$  (т.е. висение на месте с нулевыми балансировочными углами крена и тангажа) кватернион ориентации равен  $q = (1,0,0,0)$ . В простейшем случае значение заданного кватерниона может быть представлено как  $q_{зад} = (1,0,0,0)$ .

В более общем случае, заданный кватернион, соответствующий значениям углов ориентации  $[\psi_{зад}, \vartheta_{зад}, \gamma_{зад}]$ , описывается произведением кватернионов трех последовательных поворотов:

$$q_{зад} = \left( \cos \frac{\psi_{зад}}{2} + \vec{e}_2 \sin \frac{\psi_{зад}}{2} \right) * \left( \cos \frac{\vartheta_{зад}}{2} + \vec{e}_3 \sin \frac{\vartheta_{зад}}{2} \right) * \left( \cos \frac{\gamma_{зад}}{2} + \vec{e}_1 \sin \frac{\gamma_{зад}}{2} \right), \quad (5)$$

где  $e_1, e_2, e_3$  – единичные вектора ориентации осей X, Y и Z.

С учетом правила перемножения кватернионов выражение для  $q_{зад}$  примет вид:

$$q_{зад} = \begin{pmatrix} \cos \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\gamma_{зад}}{2} - \sin \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\gamma_{зад}}{2} \\ \sin \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\gamma_{зад}}{2} + \cos \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\gamma_{зад}}{2} \\ \sin \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\gamma_{зад}}{2} + \cos \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\gamma_{зад}}{2} \\ \cos \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\gamma_{зад}}{2} - \sin \frac{\psi_{зад}}{2} \cdot \cos \frac{\vartheta_{зад}}{2} \cdot \sin \frac{\gamma_{зад}}{2} \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Заданное значение углов крена и тангажа задается равным балансирующим или, для сокращения времени стабилизации заданной приборной скорости и заданного угла курса – углами, определяемыми алгоритмами автопилота, отвечающими за стабилизацию скорости и курса.

Используя алгебру кватернионов и их связь с описанием углового движения ЛА с помощью углов Эйлера и вектора угловой скорости, задаваемой в связанной системе координат, алгоритм перевода вертолета из начального углового положения в заданное конечное может быть описан следующим образом:

1. С учетом рассогласования текущего  $q$  и заданного  $q_{зад}$  кватернионов формируется заданная производная  $\rho_{зад}$  изменения текущего кватерниона.

$$\rho_{зад} = k_q [q_{зад} - (q_{зад} \cdot q)q] \quad (7)$$

где  $k_q > 0$  – коэффициент усиления,

$(q_{зад} \cdot q)$  – скалярное произведение кватернионов как векторов в  $\mathbb{R}^4$ .

Производная  $\rho_{зад}$  лежит в той же плоскости, что и кватернионы  $q$  и  $q_{зад}$ , и направлена перпендикулярно кватерниону  $q$  в  $\mathbb{R}^4$  для соблюдения условия  $\|q\| = 1$ .

2. Из соотношения получаем заданную угловую скорость  $\omega_{зад}$ , обеспечивающую необходимую производную  $\rho_{зад}$ :

$$\omega_{зад} = 2q^* * \rho_{зад} \quad (8)$$

где  $q^*$  - кватернион, обратный кватерниону  $q$ .

3. Рассчитываем заданную производную угловой скорости – угловое ускорение  $\varepsilon_{зад}$ :

$$\varepsilon_{зад} = k_{\omega} \cdot (\omega_{зад} - \omega) \quad (9)$$

где  $k_{\omega} > 0$  – коэффициент усиления.

4. По известному угловому ускорению и тензору  $I$  моментов инерции вертолета рассчитываем требуемую величину управляющих моментов

$$M_{зад} = I \cdot \varepsilon_{зад} + \omega \times I\omega, \quad (10)$$

при этом второй член выражения, определяющий инерционной взаимодействие, оказывает, как правило, значительно меньшее влияние на величину заданного момента.

5. Считая, что

$$\begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_x^{\delta_B} & M_x^{\delta_K} & M_x^{\delta_H} \\ M_y^{\delta_B} & M_y^{\delta_K} & M_y^{\delta_H} \\ M_z^{\delta_B} & M_z^{\delta_K} & M_z^{\delta_H} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \delta_B \\ \delta_K \\ \delta_H \end{pmatrix}, \quad (11)$$

по рассчитанному значению  $M_{зад}$  и известным эффективным управления определяем требуемые отклонения органов управления:

$$\begin{bmatrix} \delta_B \\ \delta_K \\ \delta_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x^{\delta_B} & M_x^{\delta_K} & M_x^{\delta_H} \\ M_y^{\delta_B} & M_y^{\delta_K} & M_y^{\delta_H} \\ M_z^{\delta_B} & M_z^{\delta_K} & M_z^{\delta_H} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} M_{x \text{ зад}} \\ M_{y \text{ зад}} \\ M_{z \text{ зад}} \end{bmatrix}, \quad (12)$$

Для выбора параметров алгоритма рассмотрим пример стабилизации, считая, что движение выполняется только по углу тангажа при малых углах крена. Заданный кватернион, соответствующий значению угла ориентации  $\vartheta_{\text{зад}}$  описывается следующим поворотом:

$$q_{\text{зад}\vartheta} = \left( \cos \frac{\vartheta_{\text{зад}}}{2} + \vec{e}_3 \sin \frac{\vartheta_{\text{зад}}}{2} \right) \quad (13)$$

Угловое ускорение  $\varepsilon_{\text{зад}}$ :

$$\varepsilon_{\text{зад}} = k_\omega \cdot (\omega_{\text{зад}} - \omega) \quad (14)$$

При этом формируется заданная производная изменения текущего кватерниона:

$$\dot{\vartheta} = k_\omega [k_q (\vartheta_{\text{зад}} - \vartheta) - \dot{\vartheta}] \quad (15)$$

Получаем дифференциальное уравнение второго порядка:

$$\ddot{\vartheta} + k_\omega \dot{\vartheta} + k_\omega k_q \vartheta = k_\omega k_q \vartheta_{\text{зад}} \quad (16),$$

соответствующее апериодическому звену второго порядка, описывающему замкнутый контур системы автоматического управления угловым положением вертолета:

$$\vartheta = \frac{\vartheta_{\text{зад}}}{s^2 / k_\omega k_q + s / k_q + 1}; \quad (17)$$

Отсюда, задавая желаемое расположение корней или характеристики переходного процесса, получаем:

$$\begin{cases} k_{\omega}k_q = \frac{1}{T^2}; \\ k_q = \frac{1}{2\xi T}; \end{cases} \quad (18)$$

$$k_{\omega} = \frac{2\xi}{T}; \quad (19)$$

При  $\xi = 0,7$  и  $T = 1$  получим искомые коэффициенты:

$$\begin{cases} k_q = 0,7 [1/\text{сек}] \\ k_{\omega} = 1,4 [1/\text{сек}] \end{cases} \quad (20)$$

С использованием предложенного алгоритма, включенного в состав модели системы управления вертолета Ми-8АМТ, была проведена серия вычислительных экспериментов по выведению вертолета из сложного пространственного положения, определяемого значениями углов крена ( $|\gamma| > 60^\circ$ ) и тангажа ( $|\vartheta| > 45^\circ$ ).

Во всех рассмотренных случаях вертолет возвращался в горизонтальный полет с заданной приборной скоростью полета (Рис. 3)



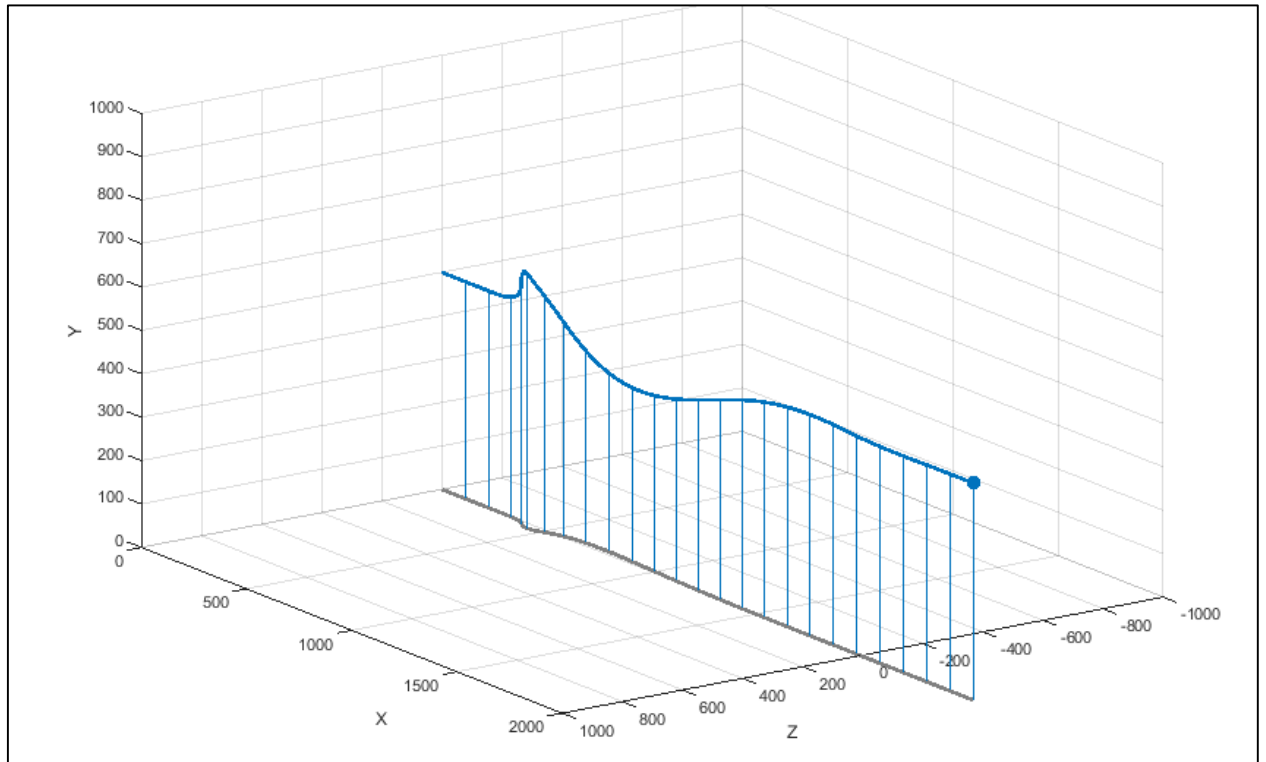


Рисунок 3. Траектория движения вертолета в процессе моделирования режима

«Приведение в горизонтальный полет».

При этом по результатам моделирования видно, что использование предлагаемого алгоритма на основе кватернионов приводит к меньшим ошибкам по скорости и высоте, чем использование штатного автопилота. (Рис. 4).

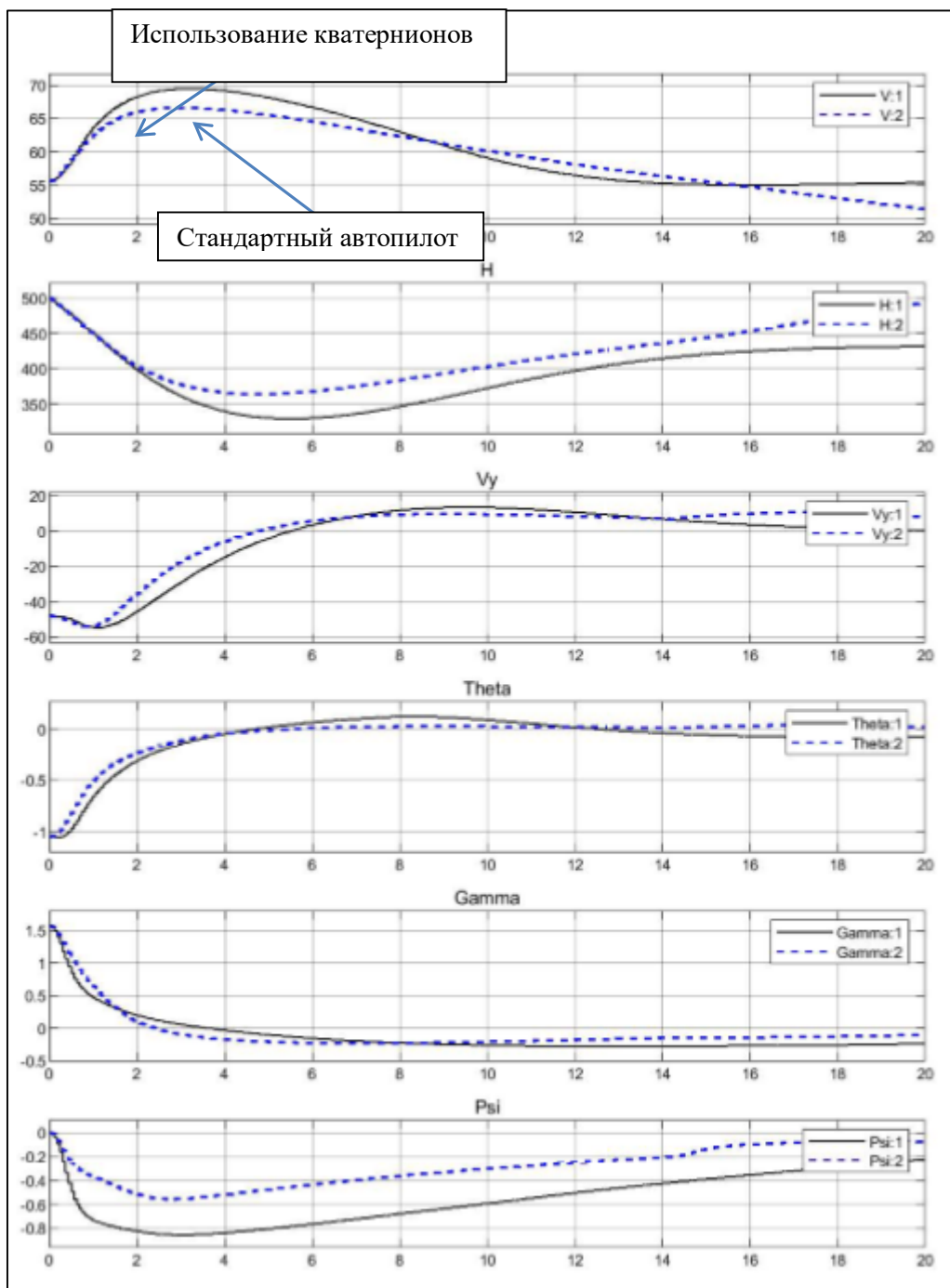


Рисунок 4. Сравнение способов приведения в горизонт

## 2. Полёт по заданному маршруту

После того, как угловое положение и скорость вертолета приведены к значениям, близким к заданным, необходимо обеспечить его автоматический полет к заданной точке вблизи заранее предусмотренного района посадки. Выбор маршрута осуществляется путем задания промежуточных пунктов маршрута (ППМ) и алгоритма пролета через эти точки – с боковым упреждением (fly-by) или с обязательным пролетом над точкой (fly-over).

Заданная линия пути задается как вектор, соединяющий предыдущую и следующую ППМ.

В навигационном комплексе определяются боковые отклонения от заданной линии пути – по перпендикуляру к частной ортодромии. В зависимости от этих отклонений в системе траекторного управления формируется сигнал заданного крена, обрабатываемый системой автоматического управления в канале крена.

Рассмотрим задачу стабилизации заданной линии пути, целью которой является устранение бокового смещения  $\Delta z$  в соответствии с входной установкой  $\Delta z_3 = 0$ . С помощью обратной связи по поперечной перегрузке  $n_z$ , реализуемый в канале курса, поддерживается нулевое скольжение.

Для обеспечения требуемого качества регулирования в законе формирования заданного крена наряду с ограничением выходной команды  $\gamma_3$ , ограничивается также сигнал  $\Delta z$ .

Описанной схеме соответствует следующий закон управления, реализованный в модели:

$$\gamma_3 = \begin{cases} \sigma, & |\sigma| \leq \gamma_{max} \\ \pm\gamma_{max}, & |\sigma| > \gamma_{max} ; \end{cases} \quad (21)$$

$$\sigma = -K_z \overline{\Delta z} - K_{V_z} V_z; \quad (22)$$

$$\overline{\Delta z} = \begin{cases} \Delta z & |\Delta z| \leq \Delta z_m \\ \pm\Delta z_m & |\Delta z| > \Delta z_m \end{cases}. \quad (23)$$

Где  $\gamma_{max}$  – максимально допустимый угол крена вертолета при выполнении полета по заданной траектории.

Введение в закон управления сигнала по отклонению с ограничением  $|\Delta z| \leq \Delta z_m$  укорачивает траекторию разворота с  $\gamma = \gamma_{max}$ .

Для определения коэффициентов используется передаточная функция разомкнутого контура:

$$W_{раз}^z(p) = \frac{k_z g(1+T_z p)}{p^2(T_\gamma^2 p^2 + 2\xi_\gamma T_\gamma p + 1)}. \quad (24)$$

При этом необходимо выполнение условий:

$$\frac{1}{T_z} \leq 0,1 \frac{1}{T_\gamma}; \quad (25)$$

$$\frac{3}{T_z} \leq \omega_{ср} \leq \frac{0,4}{T_\gamma}. \quad (26)$$

С учетом частоты среза частотной характеристики передаточной функции

$$\omega_{\text{ср}} = \frac{K_z g T_z}{p} = \frac{K_{Vz} g}{p}, \quad (27)$$

получаем следующие формулы для выбора коэффициентов передачи  $K_z$   $K_{Vz}$ :

$$\frac{1}{T_z} \leq \frac{0,1}{T_\gamma}, \quad \frac{3}{g T_z} \leq K_{Vz} \leq \frac{0,4}{g T_\gamma}, \quad (28)$$

$$K = \frac{K_{Vz}}{T_z}. \quad (29)$$

Правые границы рекомендаций определяют максимально допустимые значения этих коэффициентов, исходя из требуемой устойчивости «в малом», т. е. в ситуациях регулирования, когда  $|\Delta z| \leq \Delta z_m$  значения управляющего сигнала  $\sigma = -K_z \overline{\Delta z} - K_{Vz} V_z$ , не выходят за границы  $\pm \gamma_{\text{max}}$ . Если значения параметров  $K_z$ ,  $K_{Vz}$ ,  $\Delta z_m$  закона управления чрезмерно велики, то при отработке больших начальных отклонений  $\Delta z$  на развороте может возникнуть колебательная неустойчивость. Причиной неустойчивости являются нелинейные эффекты уменьшения запасов устойчивости по фазе, связанные с сильным подавлением сигнала  $\sigma$  ограничением заданного крена. Для устранения неустойчивости необходимо увеличивать постоянную времени  $T_z$  путем уменьшения коэффициента  $K_z$ . Благоприятным является также уменьшение параметра  $\Delta z_m$ .

Выбор точек маршрута (ППМ) из предусмотренной Базы Данных точек, пригодных для автоматической посадки, должен быть осуществлен с учетом запаса топлива, определяющего дальность и продолжительность полета. Дальность и продолжительность полета зависят как от его конструктивных особенностей, так и от ряда эксплуатационных факторов: запаса топлива, высоты и скорости полета, режима работы двигателей, регулировки топливных агрегатов двигателей, и

состояния атмосферы. Дальность и продолжительность полета непосредственно связаны с экономичностью работы двигателей, которая определяется удельным расходом топлива  $C_e$ . Удельный расход топлива зависит от степени дросселирования двигателя:

$$\bar{R} = \frac{P(M,H)}{\max P(M,H)} \quad (30)$$

на заданной высоте крейсерского полета, а также от числа Маха  $M$ .

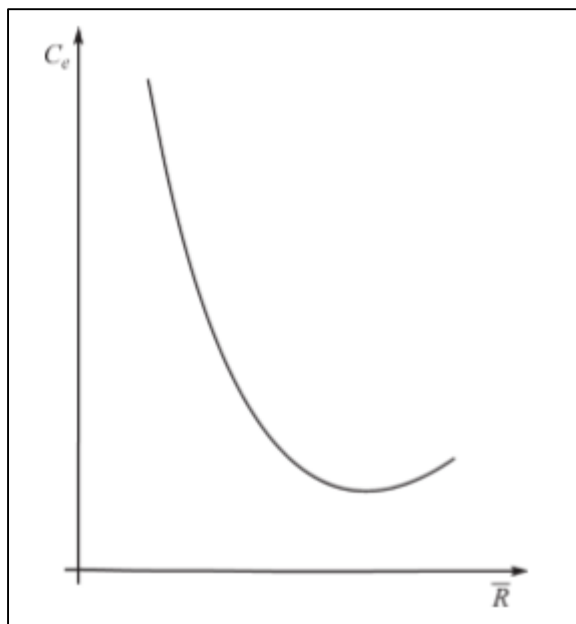


Рисунок 5. Пример зависимости удельного расхода топлива от степени дросселирования

С использованием предложенного алгоритма и математической модели динамики полета вертолета было выполнено моделирование.

Исходный режим - полет вертолета из точки ППМ1 вдоль оси ОХ. Задача – по заданным ППМ2 и ППМ3 выйти в направлении глиссады снижения по направлению к точке ППМ4. На рисунках 4 и 5 представлены результаты моделирования двух режимов выполнения полета по маршруту – с боковым упреждением разворота и с пролетом над ППМ.

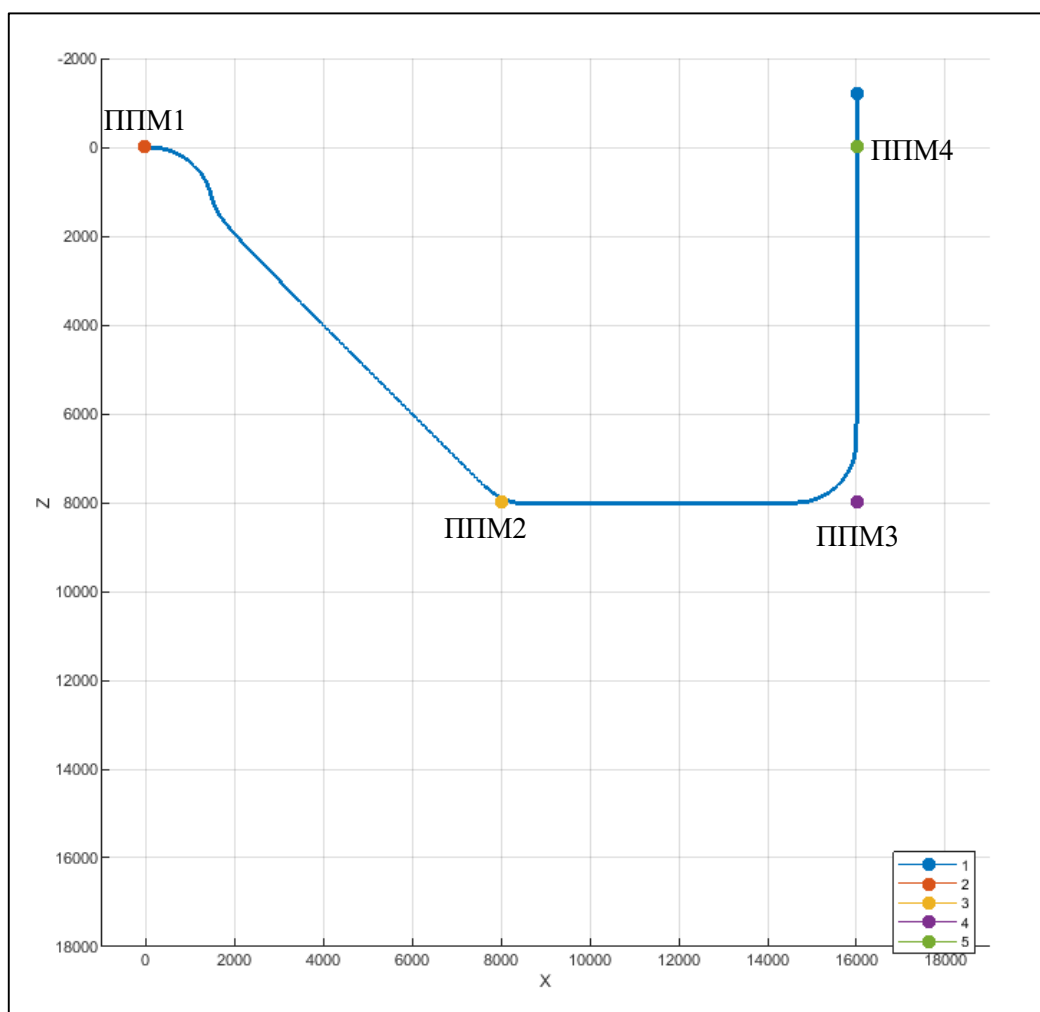


Рисунок 6. Полёт по маршруту (по правилу fly-by) в среде Matlab/Simulink

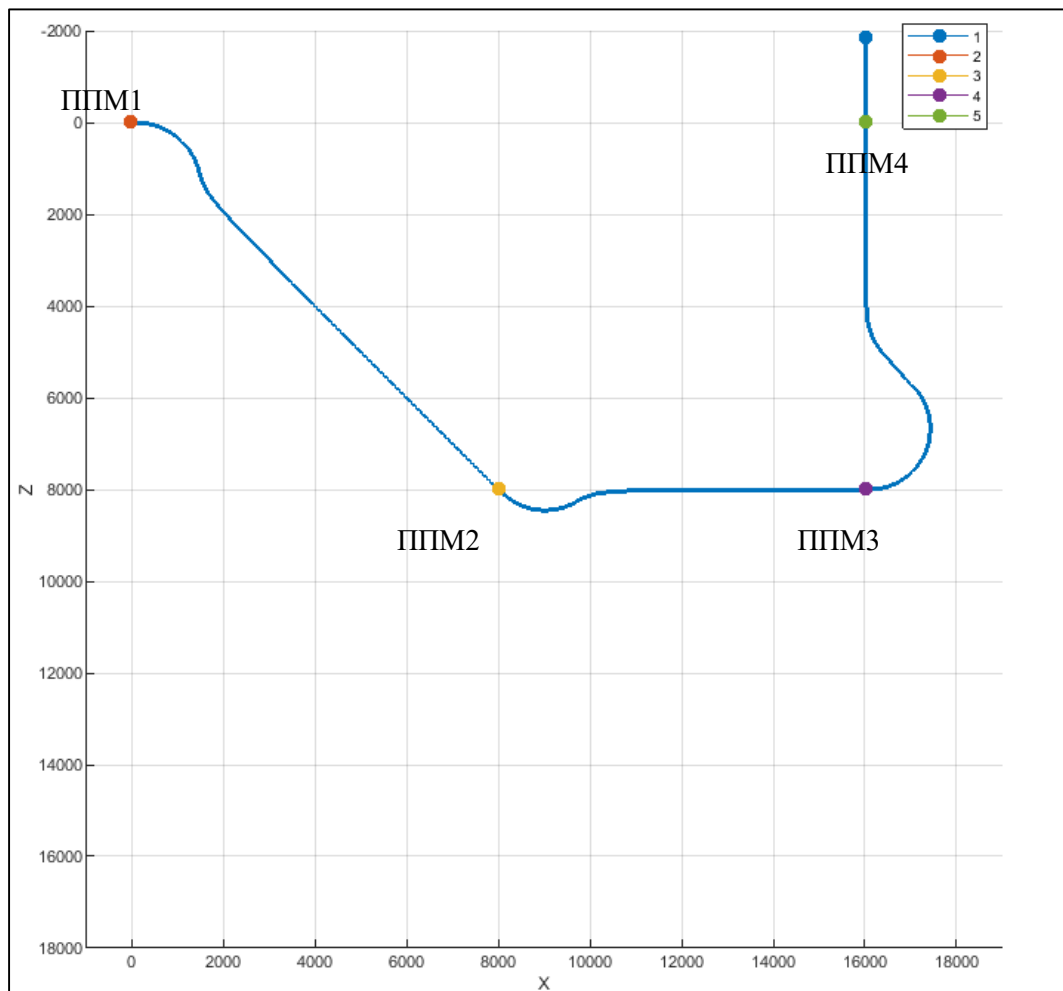


Рисунок 7. Полёт по маршруту (по правилу fly-over) в среде Matlab/Simulink

### 3. Снижение и торможение до зависания

Алгоритм автоматического вертикального снижения реализован при помощи законов стабилизации заданной вертикальной скорости и заданной высоты, где в качестве заданных параметров берутся значения в зависимости от достижения некоего признака достижения заданной высоты висения [2].

Интегральный закон стабилизации вертолёта по высоте в канале общего шага имеет вид:

$$\varphi_{\text{ош}} = i_H(H - H_3) + i_{\text{иH}}(H - H_3)/p, \quad (31)$$



где  $i_{Vy} = i_H = -0,03$ ;  $i_{иH} = i_{иVy} = -0,003$ .

Закон управления автопилота в режиме стабилизации заданной вертикальной скорости в канале общего шага аналогичен закону стабилизации заданной высоты и имеет вид:

$$\varphi_{ош} = i_{Vy}(V_y - V_{yз}) + i_{иVy}(V_y - V_{yз})/p, \quad (32)$$

где  $i_{Vy} = i_H = -0,03$ ;  $i_{иVy} = -0,003$ .

Передаточные числа  $i_{Vy}, i_H$  с учётом динамики несущих винтов САУ вычисляются по формулам:

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{Vy} = -\left(\frac{1}{\bar{Y}_g \varphi}\right) [2\xi_h \nu_h (1 - T_o \bar{Y}_g^{Vyg} - r_o \bar{Y}_g^h) + \bar{Y}_g^{Vyg} + T_o \bar{Y}_g^h]; \\ i_H = -\left(\frac{1}{\bar{Y}_g \varphi}\right) [\nu_h^2 (1 - T_o \bar{Y}_g^{Vyg} - r_o \bar{Y}_g^h) + \bar{Y}_g^h]; \\ t_o = t_{perh} - T_{п}; \nu_h = \frac{t_{perh}}{t_o}. \end{array} \right. \quad (33)$$

В первом приближении динамику несущих винтов и САУ можно не учитывать, так как  $r_o < T_o < t_{perh}$ :

$$\left\{ \begin{array}{l} i_{Vy} = -\left(\frac{1}{\bar{Y}_g \varphi}\right) (\bar{Y}_g^{Vyg} + 2\xi_h \nu_h); \\ i_H = -\left(\frac{1}{\bar{Y}_g \varphi}\right) (\bar{Y}_g^h + \nu_h^2). \end{array} \right. \quad (34)$$

Величина  $\xi_h$  выбирается в зависимости от желаемого вида переходного процесса  $\Delta h(t)$ .

$$t_{\text{пер}h} = \begin{cases} 3(\xi - 1)^2 + 7,24\xi - 2,49 & \text{при } 0,69 \leq \xi \leq 1; \\ 7,24\xi - 2,49 & \text{при } 1 < \xi \leq 1,6. \end{cases} \quad (35)$$

Передаточное число  $i_{иН}$  определяется понижением порядка передаточной функции вследствие компенсации ее нуля и малого вещественного полюса. Без учёта влияния воздушной подушки, то есть нуль и полюс совпадают, и порядок передаточной функции понижается на единицу:

$$\Phi_{h/x} = \frac{a_0 T_h}{p^2 + 2\xi_h \nu_h p + \nu_h^2} = \frac{a_0 T_h}{p^2 + c_1 p + c_0}; \quad (36)$$

$$T_h = i_H / i_{иН}. \quad (37)$$

Так как после понижения порядка передаточной функции три неизвестных  $i_{Vy}, i_H, i_{иН}$  содержатся только в двух коэффициентах  $c_0$  и  $c_1$ , то в выражении  $i_{Vy}$  необходимо назначать соотношение  $i_H / i_{иН}$ .

Удовлетворительные результаты дает соотношение  $i_H / i_{иН} = 0,2\nu_h$ , из которого находится величина  $i_{иН}$ . Полученные заданные параметры вводятся в реализованные законы стабилизации заданной высоты и заданной вертикальной скорости, при этом передаточные числа имеют те же значения.

Результаты моделирования выполнения режимов снижения до заданной высоты и торможения до зависания приведены на Рис. 8 и Рис.9 соответственно:

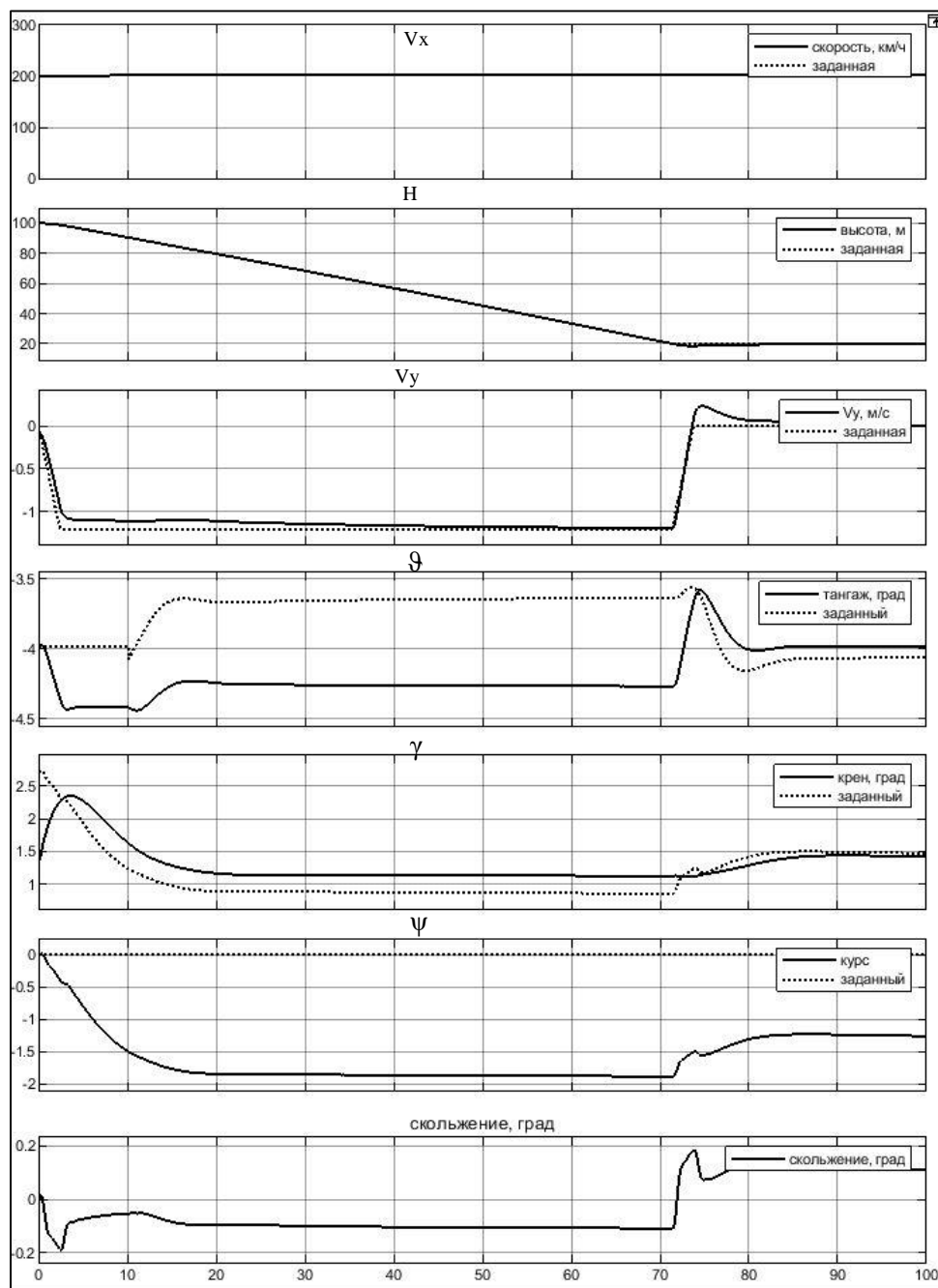


Рисунок 8. Автоматическое вертикальное снижение до заданной высоты зависания

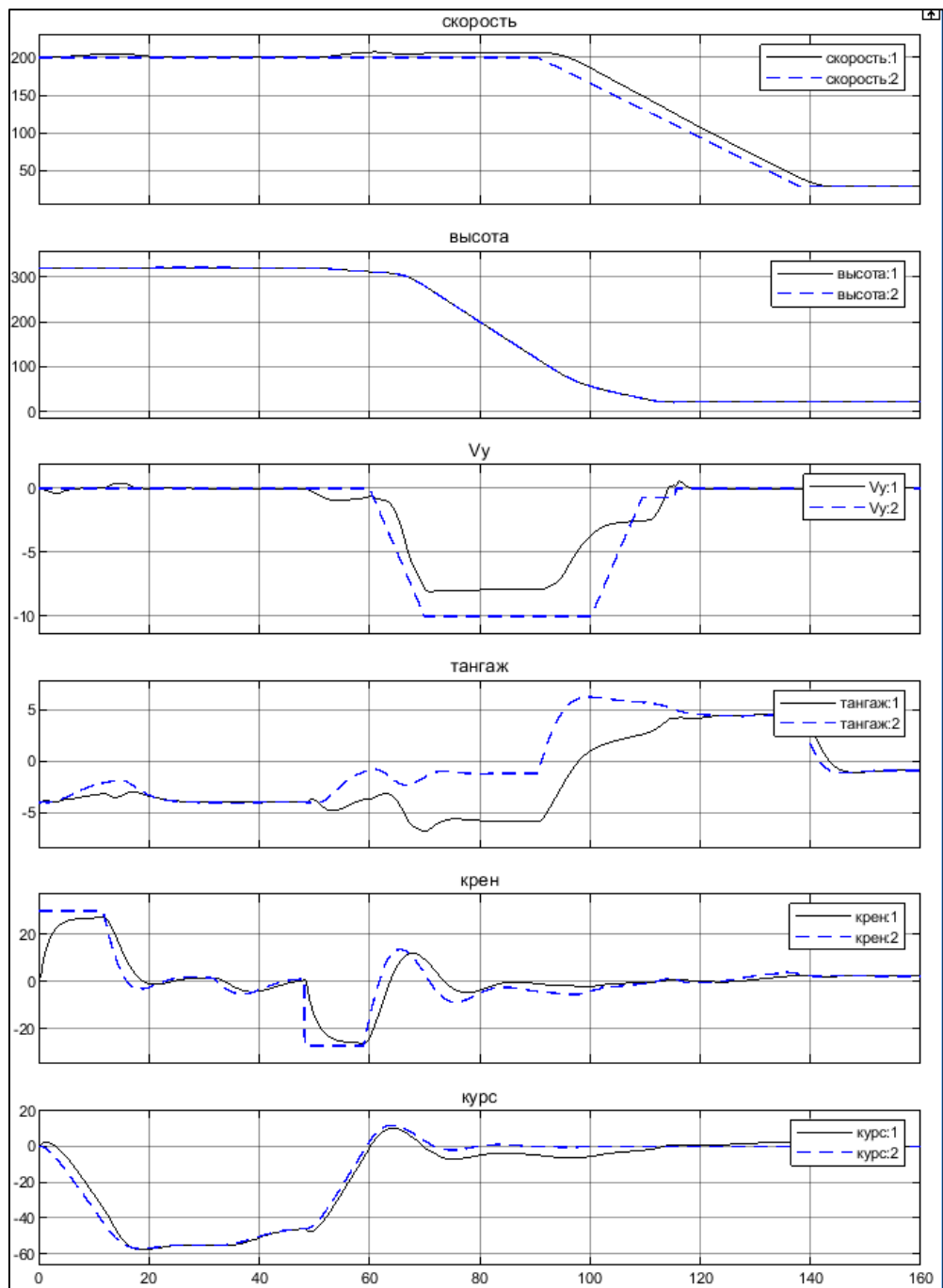


Рисунок 9. Автоматическое торможение до зависания

Вид 3D приведен на рис.10:

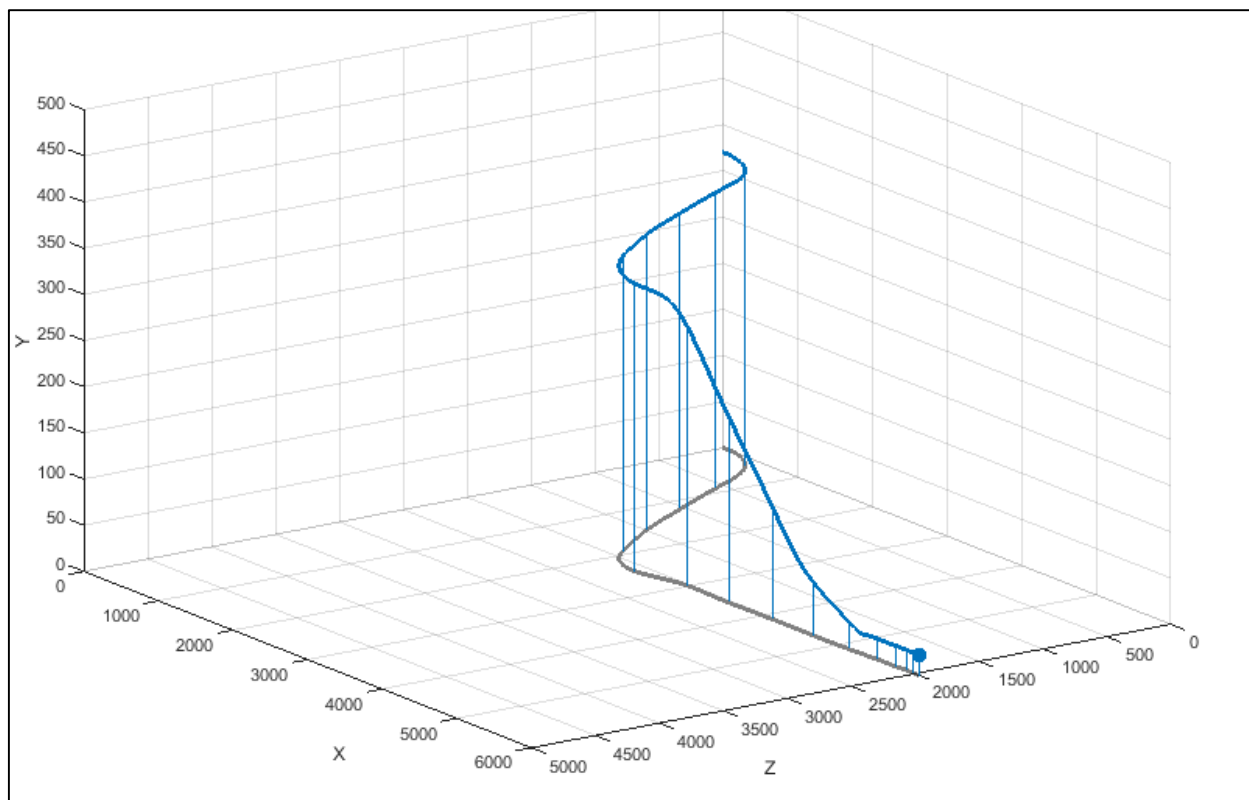


Рисунок 10. Автоматическое торможение до зависания и снижение до заданной высоты (вид 3D)

#### 4. Стабилизация положения над местом висения

При выполнении ряда задач необходимо и целесообразно стабилизировать вертолёт над местом висения. Рассмотрим управление продольным движением. Закон стабилизации:

$$\delta_B^{АП} = K_{КД\vartheta} \cdot (X_B - X_B^0) - i_\vartheta \cdot (\vartheta - \vartheta_0) - i_{\omega_z} \cdot \omega_z + \delta_B^X, \quad (38)$$

$$\delta_B^X = -i_x(x_g - x_{g0}) - i_x \dot{x}_g - i_i \frac{1}{S} (x_g - x_{g0}) dt, \quad (39)$$

где для внешнего контура

$$K_{\text{кд}\vartheta} = 1; i_{\vartheta} = 1,23; i_{\omega_z} = 0,485$$

для внутреннего контура:

$$i_x = 0,44; i_{\dot{x}} = 1,4; i_i = 0,04$$

$\delta_{\text{в}}^X$  – часть управления для стабилизации вертолѐта по  $x_g$ .

Для расчѐта и настройки коэффициентов внутреннего контура используется линеаризованное уравнение динамики перемещения в продольном направлении:

$$\ddot{X} = \frac{F_x}{m} = \bar{f} = -g \cdot \vartheta, \quad (40)$$

при этом 
$$\bar{f} = -i_x(x_g - x_{g0}) - i_{\dot{x}}\dot{x}_g - i_i \frac{1}{S}(x_g - x_{g0})dt \quad (41)$$

где  $x_{g0}$  – заданное положение вертолѐта,

$x_g$  – текущее положение вертолѐта.

Значения  $i_x$ ,  $i_{\dot{x}}$ ,  $i_i$  при заданных характеристиках переходного процесса, величине заброса  $\xi=1$  и выбранной постоянной времени  $T=5$ , рассчитываются по формулам:

$$\begin{cases} i_x = (1 + 2\xi N)\omega^2 \\ i_{\dot{x}} = (N + 2\xi)\omega \\ i_i = N\omega^3 \end{cases} \quad (42)$$

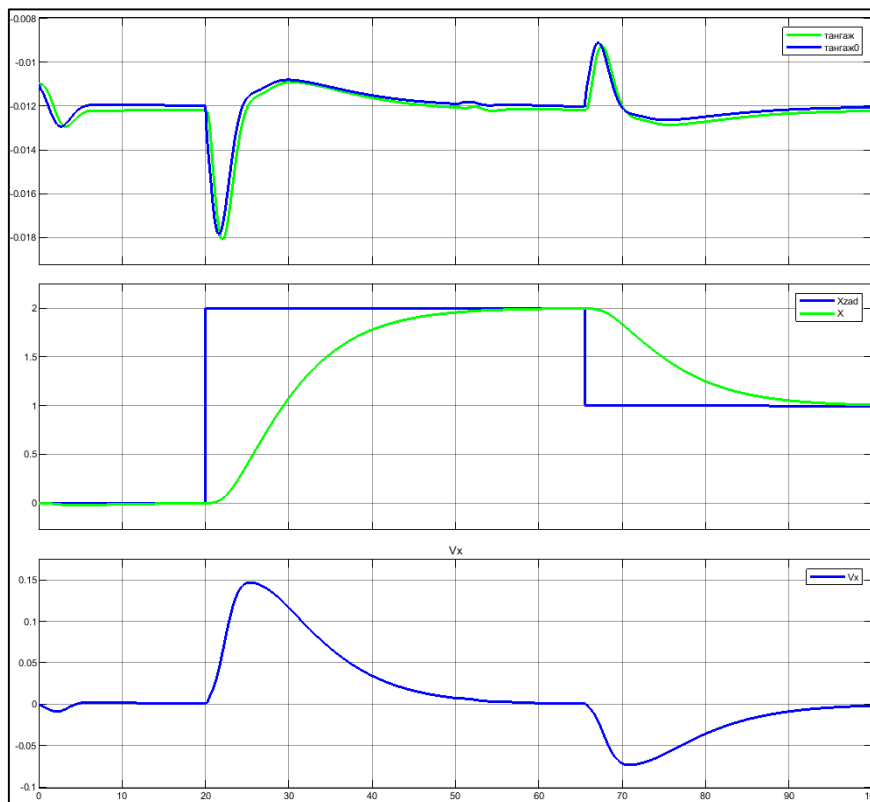
где  $\omega = \frac{1}{T}$ ,  $N=2\dots 5$ .

Результаты расчета коэффициентов при различных значениях постоянной времени приведены в таблице 1:

<b>T</b>	<b>1</b>	<b>5</b>	<b>3</b>
	<b>0</b>		
$i_i$	0, 005	0 ,04	0, 185
$i_x$	0, 11	0 ,44	1, 22
$i_x$	0, 7	1 ,4	6, 6

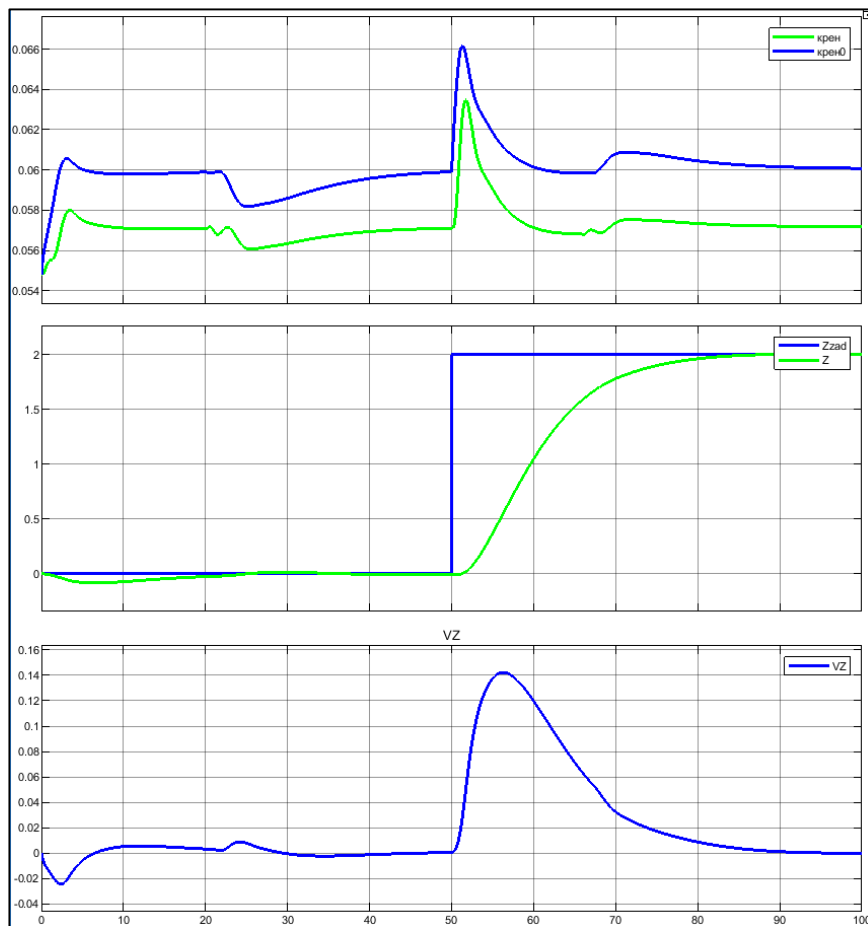
Таблица 1. Настройка параметров и коэффициентов внутреннего контура

На Рис. 11 приведен пример стабилизации заданной  $x_g$  после перемещения в продольном направлении на 2 м вперед и на 1 м назад с помощью управляющего сигнала в канале тангажа  $\vartheta_{зад}$ , сформированном во внутреннем контуре управления при  $V_{x_0} = 0$  км/ч:

Рисунок 11. Стабилизация заданной координаты  $x_g$ 

Аналогично, на Рис. 12 показаны переходные процессы координаты  $z_g$  и скорости в поперечном направлении после заданного перемещения на 2 м вправо с помощью управляющего сигнала  $\gamma_{зад}$  в канале крена, сформированном во внутреннем контуре управления при  $V_{z_0} = 0$  км/ч:



Рисунок 12. Стабилизация заданной координаты  $z_g$ 

## 5. Анализ влияния силы ветра на смещение в момент касания в процессе вертикальной посадки

Необходимо учесть влияние ветра при стабилизации положения вертолета в момент касания. В качестве математических характеристик турбулентной атмосферы используются корреляционные функции. Корреляционные функции для составляющих скорости ветра:

$$R_{w_x}(\tau) = \sigma_{w_x}^2 \cdot e^{-V\tau/L}; \quad (43)$$

$$R_{w_y}(\tau) = \sigma_{w_y}^2 \cdot (1 - 0,5 \cdot V \cdot \tau/L) \cdot e^{-V\tau/L}; \quad (44)$$

$$R_{Wz}(\tau) = \sigma_{Wz}^2 \cdot (1 - 0,5 \cdot V \cdot \tau / L) \cdot e^{-V\tau/L}; \quad (45)$$

где  $W_x, W_y, W_z$  – продольная, вертикальная, боковая составляющие скорости ветра, м\с;

$\sigma_{W_x}, \sigma_{W_y}, \sigma_{W_z}$  – среднеквадратичные значения скоростей порывов ветра, м\с;

для слабовозмущенной атмосферы  $\sigma_{W_x} = \sigma_{W_y} = \sigma_{W_z} = 0,5$  м\с;

при сильной болтанке  $\sigma_{W_x} = \sigma_{W_y} = \sigma_{W_z} = 2,0$  м\с.

$V$  – средняя воздушная скорость полета, м\с;

$H$  – высота полета;

$L$  – масштаб турбулентности, м;

$L = H$ , если  $H < 300$  м;  $L = 300$ , если  $H > 300$  м.

Соответствующие спектральные плотности:

$$S_{W_x}(\omega) = L / (\pi \cdot V) \cdot \sigma_{W_x}^2 \cdot 2 / (1 + \omega^2 \cdot L^2 / V^2); \quad (46)$$

$$S_{W_y}(\omega) = L / (\pi \cdot V) \cdot \sigma_{W_y}^2 \cdot (1 + 3\omega^2 \cdot L^2 / V^2) / (1 + \omega^2 \cdot L^2 / V^2)^2; \quad (47)$$

$$S_{W_z}(\omega) = L / (\pi \cdot V) \cdot \sigma_{W_z}^2 \cdot (1 + 3\omega^2 \cdot L^2 / V^2) / (1 + \omega^2 \cdot L^2 / V^2)^2; \quad (48)$$

Таким образом, компоненты ветровых возмущений соответствуют случайным процессам с известными корреляционными функциями и спектральными плотностями. Для моделирования эти случайные возмущения удобно представлять в виде «белых шумов» и уравнений формирующих фильтров в форме Коши.

На Рис. 13 в качестве примера показаны графики вертикальной, горизонтальной и боковой составляющей скорости ветра. Скорости порывов ветра до 5 м\с.

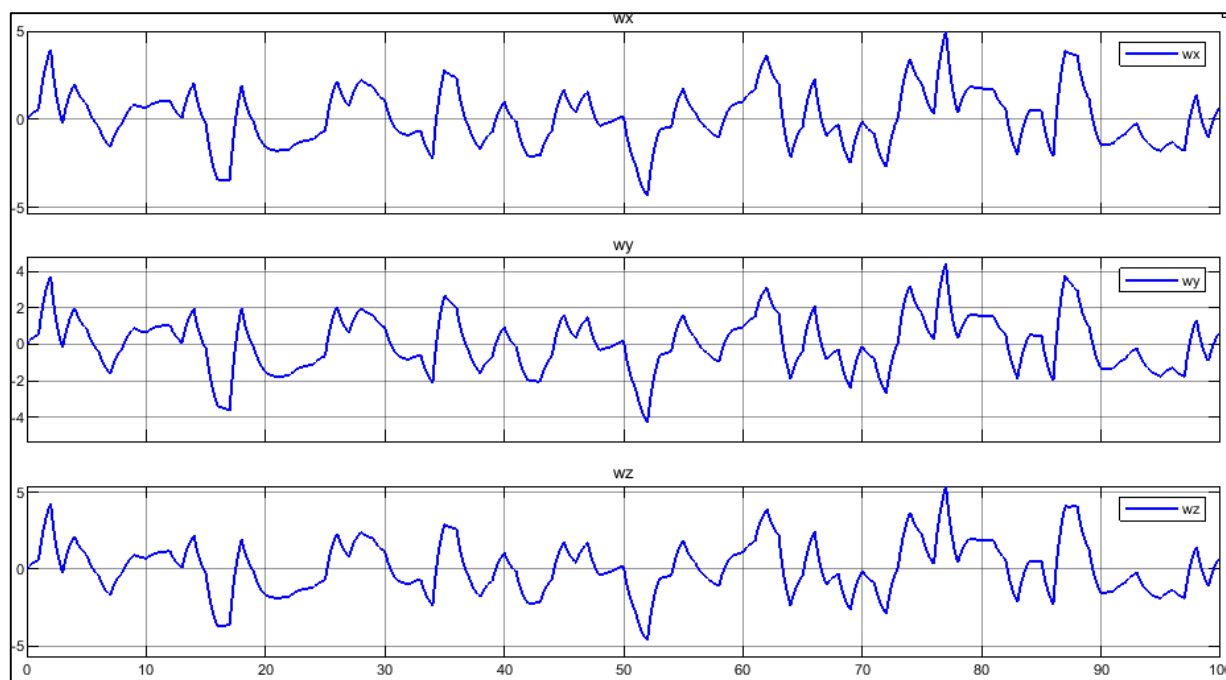


Рисунок 13. Реализация вертикальной, горизонтальной и боковой составляющей скорости ветра  $W_x, W_y, W_z$  с порывами до 5 м/с

Для уравнивания созданных ветром горизонтальной силы и момента, САУ формирует управляющие сигналы отклонения автомата перекоса несущего винта. При выбранных передаточных числах  $i_x, i_{\dot{x}}$  смещение вертолета  $\Delta x_g$  относительно заданного положения составляет приблизительно 0,1 м (Рис. 14).

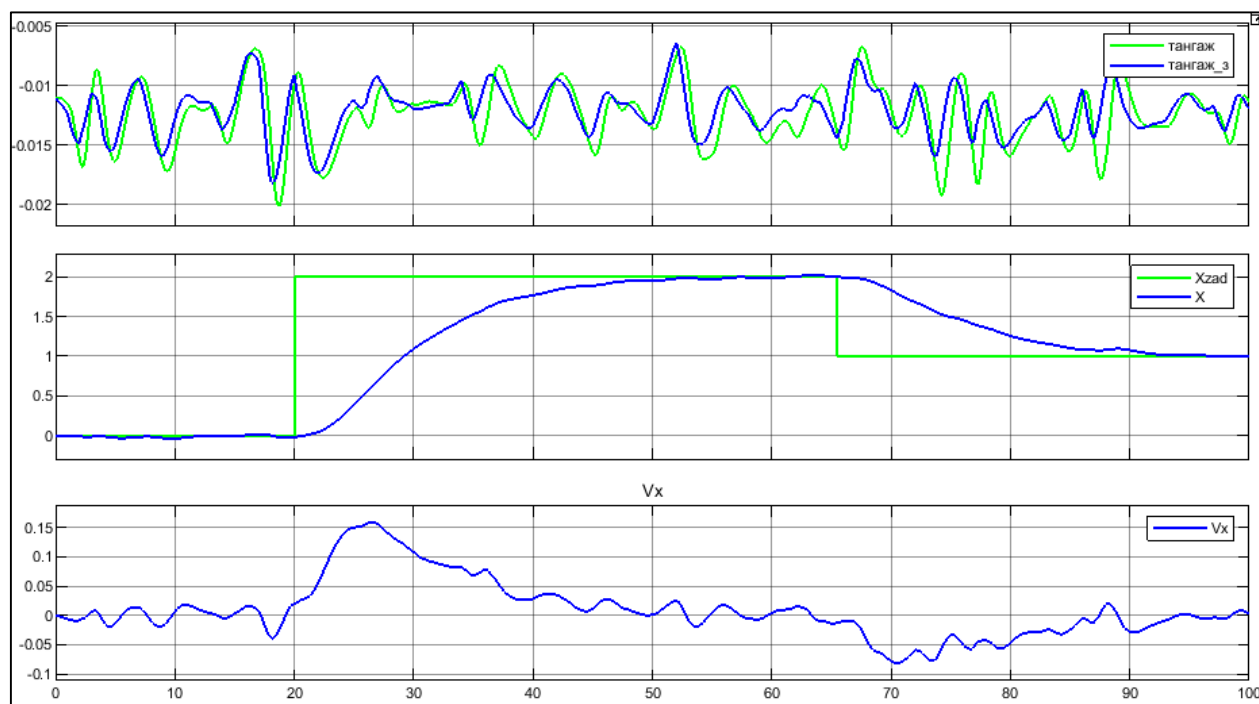


Рисунок 14. Стабилизация заданной координаты  $x_g$  с учетом ветровых возмущений

Боковой ветер, как правило, имеет большее влияние на смещение вертолета.

При той же интенсивности ветра, как и в предыдущем примере, с порывами до 5 м/с, при выбранных передаточных числах  $i_z$ ,  $i_{\dot{z}}$  вертолет смещается в поперечном направлении до 0,5 м относительно заданного положения (максимальная скорость смещения меньше 0,5 м/с). (Рис. 15).

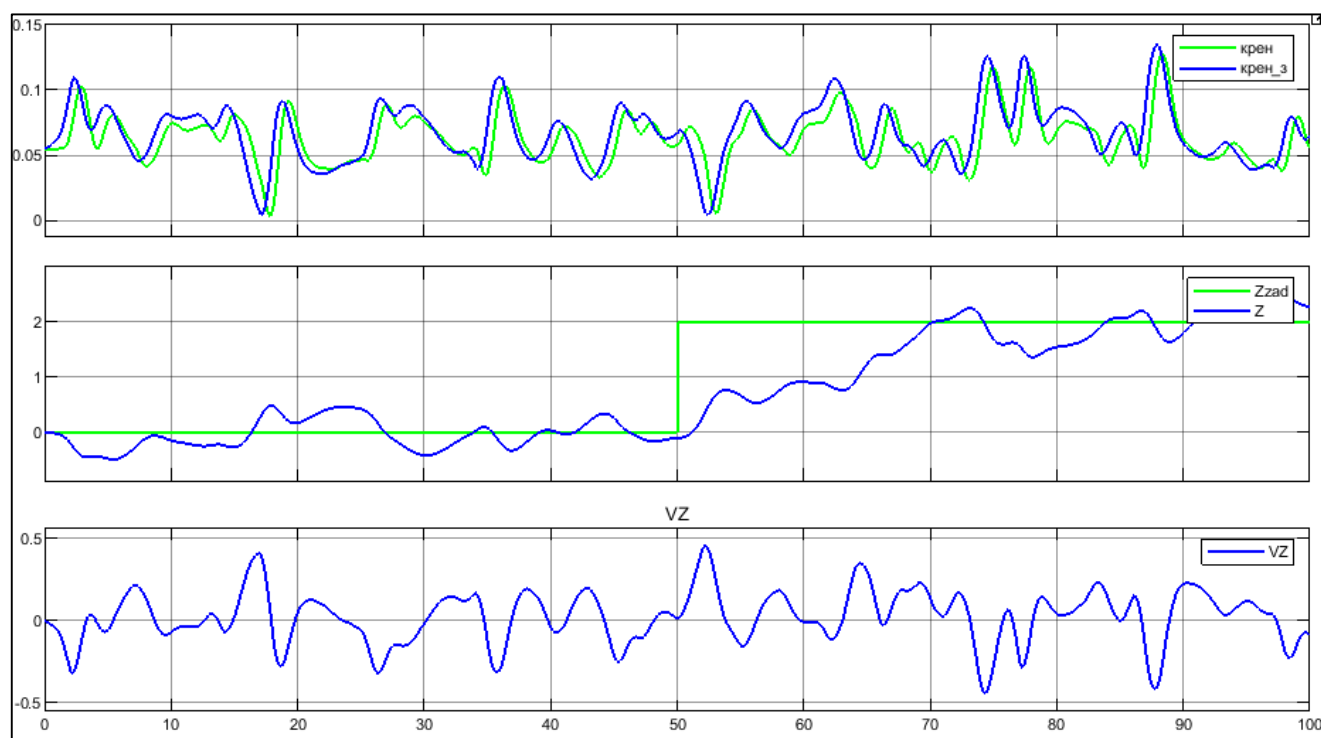


Рисунок 15. Стабилизация заданной координаты  $z_g$  с учетом ветровых возмущений

Таким образом, предложено решение задачи автоматического завершения полета вертолета в случае потери экипажем возможности продолжать управление вертолетом.

Для этого разработаны и реализованы алгоритмы управления вертолетом для «приведения в горизонт» из сложного пространственного положения, автоматического возвращения в заданную точку на постоянной высоте, снижения и торможения до зависания на безопасной высоте и посадки. Используемая при поведении исследований нелинейная по скорости полета математическая модель динамики полета вертолета разработана и реализована с учетом характеристик гидравлических приводов и дифференциального режима включения сигнала автопилота в управление вертолетом.

Моделирование подтвердило возможность выполнения в чрезвычайной ситуации автоматического возвращения вертолета к заданной точке и посадки с использованием предлагаемых алгоритмов для вертолета транспортной категории.

### Список источников

1. Гессоу А., Мейерс И.Г. Аэродинамика вертолета. - М.: Государственное издательство оборонной промышленности, 1954. - 254 с.
2. Кожевников В.А. Автоматическая стабилизация вертолета. – М.: Машиностроение, 1977. - 152 с.
3. Есаулов С.Ю., Бахов О.П., Дмитриев И.С. Вертолет как объект управления. - М.: Машиностроение, 1977. - 191 с.
4. Трошин И.С., Монашев В.М. Системы управления и стабилизации вертолета. – М.: МАИ, 1979. – 116 с.
5. Трошин И.С. Динамика полета вертолета. - М.: МАИ, 1990. – 189 с.
6. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Шомов А.И. Численное моделирование прикладных задач аэродинамики вертолета на базе нелинейной лопастной вихревой модели винта // Труды МАИ. 2016. № 87. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=65636>
7. A.R.S. Bramwell, George Done, David Balmford. Bramwell's Helicopter Dynamics, Butterworth-Heinemann, Oxford OX2 8DP, UK, 2001, 373 p.
8. Игнаткин Ю.М., Макеев П.В., Шомов А.И. Програмный комплекс для расчета

Труды МАИ. 2021.Выпуск № 120

Trudy MAI. 2021.Issues no.120

аэродинамических характеристик несущих и рулевых винтов вертолетов на базе нелинейной лопастной вихревой теории // Труды МАИ. 2010. № 38. [URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=14148](http://trudymai.ru/published.php?ID=14148)

9. Игнаткин Ю.М., Константинов С.Г. Исследование аэродинамических характеристик несущего винта вертолётa методом CFD // Труды МАИ. 2012. № 57. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=30874>

10. Ивчин В.А. Современная математическая модель для исследования динамики вертолета на пилотажных стендах // Научный вестник МГТУ ГА. 2008. № 125. С. 54-63.

11. Abdur Rasheed. Helicopter Attitude Control // International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies, 2018. DOI:[10.1109/ICOMET.2018.8346421](https://doi.org/10.1109/ICOMET.2018.8346421)

12. Ali Mortuza Munna, Md. Nazrul Islam, A. M. Azad, AKM Ferdous. Analysis of Stability and Control of Helicopter Flight Dynamics Through Mathematical Modeling in Matlab // Conference: 2020 IEEE Region 10 Symposium (TENSYP), 2020. DOI:[10.1109/TENSYP50017.2020.9230900](https://doi.org/10.1109/TENSYP50017.2020.9230900)

13. Shen'ao Yan, Weihong Wang, Sentang Wu, Ke Lu. Flight Dynamics Model of Helicopter Based on Simulink // Proceedings of the 36th Chinese Control Conference, 2017. DOI:[10.23919/ChiCC.2017.8027696](https://doi.org/10.23919/ChiCC.2017.8027696)

14. Данилов В.А. Вертолет Ми-8. Устройство и техническое обслуживание. – М.: Транспорт, 1988. – 278 с.

Труды МАИ. 2021.Выпуск № 120

Trudy MAI. 2021.Issues no.120

15. Marc D. Takahashi, Brian T. Fujizawa, Jeffery A. Lusardi, Matthew S. Whalley. Autonomous Guidance and Flight Control on a Partial-Authority Black Hawk Helicopter // AIAA Aviation 2020 Forum, 2020. DOI:[10.2514/6.2020-3286](https://doi.org/10.2514/6.2020-3286)
16. Борисов Е.А., Леонтьев В.А., Рубинштейн М.А., Русаков И.В. Новый вертолетный пилотажный стенд ЦАГИ ВПС-5 // Труды МАИ. 2018. № 99. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=91924>
17. Леонтьев В.А. Метод решения уравнений движения упругих лопастей вертолетных винтов в общем случае движения // Ученые записки ЦАГИ. 2010. Т. 41. № 5. С. 67-80.
18. Челноков Ю.Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их положения. Геометрия и кинематика движения. – Саратов: Саратовский национальный исследовательский государственный университет имени Н.Г. Чернышевского, 2006. – 236 с.
19. Satoshi Suzuki, Kenzo Nonami. Quaternion-based Navigation and Control for Small Unmanned Helicopter // Conference: Automatic Control in Aerospace, 2010, vol. 43 (15), pp. 37-42. DOI:[10.3182/20100906-5-JP-2022.00008](https://doi.org/10.3182/20100906-5-JP-2022.00008)
20. Satoshi Suzuki, Daisuke Nakazawa, Kenzo Nonami, Makoto Tawara. Attitude Control of Small Electric Helicopter by Using Quaternion Feedback // Journal of System Design and Dynamics, 2011, vol. 5, no. 2. DOI:[10.1299/jsdd.5.231](https://doi.org/10.1299/jsdd.5.231)



## References

1. Gessou A., Meiers I.G. *Aerodinamika vertoleta* (Aerodynamics of the helicopter), Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo oboronnoi promyshlennosti, 1954, 254 p.
2. Kozhevnikov V.A. *Avtomaticheskaya stabilizatsiya vertoleta* (Automatic stabilization of Helicopter), Moscow, Mashinostroenie, 1977, 152 p.
3. Esaulov S.Yu., Bakhov O.P., Dmitriev I.S. *Vertolet kak ob"ekt upravleniya* (Helicopter as object of control), Moscow, Mashinostroenie, 1977, 191 p.
4. Troshin I.S., Monashev V.M. *Sistemy upravleniya i stabilizatsii vertoleta* (Helicopter control and stabilization systems), Moscow, MAI, 1979, 116 p.
5. Troshin I.S. *Dinamika poleta vertoleta* (Helicopter flight dynamics), Moscow, MAI, 1990, 189 p.
6. Ignatkin Yu.M., Makeev P.V., Shomov A.I. *Trudy MAI*, 2016, no. 87. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=65636>
7. A.R.S. Bramwell, George Done, David Balmford. *Bramwell's Helicopter Dynamics*, Butterworth-Heinemann, Oxford OX2 8DP, UK, 2001, 373 p.
8. Ignatkin Yu.M., Makeev P.V., Shomov A.I. *Trudy MAI*, 2010, no. 38. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=14148>
9. Ignatkin Yu.M., Konstantinov S.G. *Trudy MAI*, 2012, no. 57. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=30874>
10. Ivchin V.A. *Nauchnyi vestnik MGTU GA*, 2008, no. 125, pp. 54-63.
11. Abdur Rasheed. Helicopter Attitude Control, *International Conference on Computing, Mathematics and Engineering Technologies*, 2018. DOI:[10.1109/ICOMET.2018.8346421](https://doi.org/10.1109/ICOMET.2018.8346421)

12. Ali Mortuza Munna, Md. Nazrul Islam, A. M. Azad, AKM Ferdous. Analysis of Stability and Control of Helicopter Flight Dynamics Through Mathematical Modeling in Matlab, *Conference: 2020 IEEE Region 10 Symposium (TENSYP)*, 2020. DOI:[10.1109/TENSYP50017.2020.9230900](https://doi.org/10.1109/TENSYP50017.2020.9230900)
13. Shen'ao Yan, Weihong Wang, Sentang Wu, Ke Lu. Flight Dynamics Model of Helicopter Based on Simulink, *Proceedings of the 36th Chinese Control Conference*, 2017. DOI:[10.23919/ChiCC.2017.8027696](https://doi.org/10.23919/ChiCC.2017.8027696)
14. Danilov V.A. *Vertolet Mi-8. Ustroistvo i tekhnicheskoe obsluzhivanie* (Mil-8 helicopter. Construction design and maintenance), Moscow, Transport, 1988, 278 p.
15. Marc D. Takahashi, Brian T. Fujizawa, Jeffery A. Lusardi, Matthew S. Whalley. Autonomous Guidance and Flight Control on a Partial-Authority Black Hawk Helicopter, *AIAA Aviation 2020 Forum*, 2020. DOI:[10.2514/6.2020-3286](https://doi.org/10.2514/6.2020-3286)
16. Borisov E.A., Leont'ev V.A., Rubinshtein M.A., Rusakov I.V. *Trudy MAI*, 2018, no. 99. URL: <http://trudymai.ru/eng/published.php?ID=91924>
17. Leont'ev V.A. *Uchenye zapiski TsAGI*, 2010, vol. 41, no. 5, pp. 67-80.
18. Chelnokov Yu.N. *Kvaternionnye i bikvaternionnye modeli i metody mekhaniki tverdogo tela i ikh polozheniya. Geometriya i kinematika dvizheniya* (Quaternions and Bi-quaternions model and solid body mechanics methods and principles. Geometry kinematics), Saratov, Saratovskii natsional'nyi issledovatel'skii gosudarstvennyi universitet imeni N.G. Chernyshevskogo, 2006, 236 p.

Труды МАИ. 2021.Выпуск № 120

Trudy MAI. 2021.Issues no.120

19. Satoshi Suzuki, Kenzo Nonami. Quaternion-based Navigation and Control for Small Unmanned Helicopter, Conference: Automatic Control in Aerospace, 2010, vol. 43 (15), pp. 37-42. DOI:[10.3182/20100906-5-JP-2022.00008](https://doi.org/10.3182/20100906-5-JP-2022.00008)

20. Satoshi Suzuki, Daisuke Nakazawa, Kenzo Nonami, Makoto Tawara. Attitude Control of Small Electric Helicopter by Using Quaternion Feedback, *Journal of System Design and Dynamics*, 2011, vol. 5, no. 2. DOI:[10.1299/jsdd.5.231](https://doi.org/10.1299/jsdd.5.231)

Статья поступила в редакцию 01.09.2021; одобрена после рецензирования 16.09.2021; принята к публикации 22.10.2021.

The article was submitted 01.09.2021; approved after reviewing 16.09.2021; accepted for publication 22.10.2021.