на правах рукописи

APous

Рощин Антон Сергеевич

# Моделирование пространственных течений в газовых трактах с использованием адаптивных сеток

Специальность 01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

# ΑΒΤΟΡΕΦΕΡΑΤ

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Москва - 2014

Работа выполнена на кафедре «Тепловые процессы» федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский физико-технический институт» (государственный университет)»

## Научный руководитель: Борисов Дмитрий Марианович

доктор технических наук, профессор, зам. начальника отделения 2 государственного научного центра Российской Федерации – федерального государственного унитарного предприятия «Исследовательский центр имени М.В. Келдыша»

### Официальные оппоненты: Егоров Иван Владимирович

член-корр. РАН, доктор физико-математических наук, начальник НИО-8 ГНЦ ФГУП «Центральный аэродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского»

#### Иванов Игорь Эдуардович

кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Молекулярная физика» Московского государственного университета

# Ведущая организация: ФГУП «Центральный научно-исследовательский институт машиностроения»

Защита состоится «24» декабря 2014 года в « » часов на заседании диссертационного совета Д212.125.14 при ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3 Волоколамское шоссе, 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке МАИ по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д.4.

Отзыв на автореферат, заверенный печатью организации, просим направлять по адресу 125993, Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4

Автореферат разослан «\_\_\_» «\_\_\_\_\_» 2014 года.

Учёный секретарь

диссертационного совета Д212.125.14,

Muganon an

Гидаспов В.Ю.

кандидат физико-математических наук, с.н.с.

# ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена разработке метода расчёта течений и исследованию процессов в высокоскоростных воздухозаборных устройствах и газодинамических трубах, используемых для испытаний двигателей с большими степенями расширения, с учётом изменения теплофизических свойств газа.

#### Актуальность работы

В связи с возобновившимися исследованиями в области сверхзвуковых актуальной разработка прямоточных летательных аппаратов задачей стала И моделирование высокоскоростных воздухозаборных устройств, рассчитанных на работу в широком диапазоне скоростей. При торможении высокоскоростного потока неизбежны потери, связанные с переходом кинетической энергии потока во внутреннюю энергию газа, который происходит в ударных волнах. Для уменьшения этих потерь высокоскоростные воздухозаборные устройства (ВЗУ) строятся таким образом, чтобы торможение потока происходило поэтапно на косых скачках уплотнения. При таком устройстве ВЗУ важной задачей становится определение положения ударных волн и параметров за ними с учётом значительного изменения теплофизических свойств газа в процессе торможения.

Исследование газодинамических процессов, протекающих в соплах с высокими степенями расширения, предназначенных для работы на больших высотах происходит на наземных стендах, имитирующих высотные условия работы. Для испытаний крупномасштабных двигателей наиболее эффективной системой создания разрежения является использование газодинамических труб (ГДТ). Пониженное давление достигается путём эжекции продуктов сгорания двигательной установки. Так же газодинамические трубы нашли применение при испытаниях обтекания тел высокоскоростным высокотемпературным потоком. Наиболее перспективным способом проведения таких испытаний является разогревание газа до высоких температур (3000-5000К) в плазменной дуге и последующем ускорении в сверхзвуковом сопле.

**Целью работы** является создание методики моделирования высокоскоростных потоков в газовых трактах с учётом изменения теплофизических свойств газа.

**Предметом исследования** данной работы являются физические процессы, происходящие в газовых трактах сверхзвуковых воздухозаборных устройств и газодинамических труб.

#### Метод исследования

Результаты работы получены с помощью совместного использования математического моделирования и экспериментальных исследований. Математическая модель основывалась на решении системы уравнений Навье-Стокса с учётом зависимости теплофизических свойств газа от температуры. При численном решении использовалась TVD модификация метода Годунова.

Основными задачами, решаемыми в работе являются:

1. Анализ подходов к численному моделированию течений газа со сложной картиной течения и переменными теплофизическими параметрами;

- Анализ существующих способов дискретизации расчётной области и их модификация для удовлетворения заданным ограничениям на размер и качество элементов получающейся расчётной сетки;
- 3. Разработка метода расчёта пространственных вязких течений с переменными теплофизическими свойствами в произвольных областях.
- 4. Численное моделирование течения в сверхзвуковом воздухозаборном устройстве, его оптимизация для работы в широком диапазоне скоростей набегающего потока;
- 5. Экспериментальное определение характеристик сверхзвукового воздухозаборного устройства, верификация методики численного моделирования на основании этих данных;
- 6. Численное исследование процессов запуска газодинамической трубы.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- 1. Предложена TVD модификация метода Годунова для расчёта течения с учётом зависимости теплофизических параметров газа от температуры;
- 2. Разработан алгоритм построения анизотропной триангуляции Делоне с ограничениями для произвольной двумерной области с криволинейными границами. Разработаны алгоритмы локального адаптивного уменьшения и увеличения разрешающей способности сеток вблизи особенностей геометрии и особенностей поля с интерполяцией параметров поля второго порядка точности;
- 3. Получены результаты численного моделирования запуска и работы комбинированного высокоскоростного воздухозаборного устройства, позволившие оптимизировать его геометрию с целью улучшения интегральных параметров.

Достоверность полученных результатов подтверждается сопоставлением результатов расчета, полученных предложенным численным методом, с данными экспериментальных исследований, а так же тестированием метода на ряде задач, предложенных другими авторами. Достоверность экспериментальных результатов обеспечивается тщательным планированием эксперимента и качественным экспериментальным оборудованием.

#### Практическая значимость

В рамках данной работы был реализован пакет программ для дискретизации расчётной области и численного решения уравнений газовой динамики предложенным методом. Численно и экспериментально получены характеристики воздухозаборных устройств, рассчитаны параметры запуска и остановки газодинамических труб.

#### Личный вклад:

Автором разработана численная методика и проведена серия расчетов течений в воздухозаборных устройствах и газодинамических трубах. Разработан алгоритм дискретизации произвольной двумерной области с криволинейными границами. Проведена верификация методики и параметрические расчеты, направленные на оптимизацию конструкции воздухозаборного устройства. Автором выполнена серия испытаний воздухозаборного устройства, направленных на верификацию расчетной методики.

#### На защиту выносятся:

- 1. Численная методика расчёта течения газа с учётом зависимости теплофизических параметров газа от температуры;
- 2. Алгоритм построения неструктурированной расчётной сетки и её адаптации к особенностям течения и геометрии для односвязных областей произвольной формы.
- 3. Результаты экспериментальных исследований воздухозаборного устройства, рассчитанного на работу в широком диапазоне скоростей;
- Результаты расчетных исследований и оптимизации геометрии комбинированного воздухозаборного устройства;
- 5. Результаты расчетов процессов запуска и остановки газодинамических труб, разработанных для испытаний перспективного кислород-водородного двигателя с соплом, включающим только регенеративную часть, и с соплом, включающим регенеративную и радиационно-охлаждаемую части.

#### Апробация результатов исследования:

Основные результаты данной работы докладывались на НТС отделения 2 Центра Келдыша; на 51-й открытой конференции Московского физико-технического института (г. Москва, 23 октября, 2008 г.), 52-й открытой конференции Московского физико-технического института (г. Москва, 27 октября, 2009 г.); 53-й открытой конференции Московского физико-технического института (г. Москва, 27 октября, 2009 г.); 53-й открытой конференции Московского физико-технического института (г. Москва, 27 октября, 2009 г.); 53-й открытой конференции Московского физико-технического института (г. Москва, 28 октября, 2010 г.); XVII Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 2011г.

#### Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, 4 глав, заключения и списка литературы. Общий объём диссертации – 148 страниц, работа содержит 12 таблиц, 69 рисунков и список литературы из 79 наименований.

# СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**В первой главе** обосновывается актуальность работы, сформулированы её цель, научная новизна и практическая ценность полученных результатов. Содержится описание физических особенностей исследуемых в данной работе двух- и трёхмерных течений в трактах сверхзвуковых воздухозаборных устройств и выхлопных трактах ракетных двигателей. Проведён обзор существующих методов моделирования транс и сверхзвуковых течений, а так же дискретизации расчётной области.

Рассматриваемый класс пространственных течений характеризуется значительным изменением теплофизических параметров газа вдоль тракта. При испытаниях кислородводородных двигателей в газодинамических трубах изменение статической температуры вдоль выхлопного тракта достигает 3000 К. Газодинамические трубы нашли применение при испытаниях обтекания тел высокоскоростным высокотемпературным потоком. Наиболее перспективным способом проведения таких испытаний является разогревание газа до высоких температур (3000-5000К) в плазменной дуге и с последующим ускорением в сверхзвуковом сопле. Значительное влияние на картину течения оказывают эффекты, связанные с пограничным слоем и образованием отрыва потока. Численное моделирование осложняется большими размерами исследуемой модели, сложностью её геометрии и разницей пространственных и временных масштабов физических явлений в различных частях течения.

Одним из направлений развития сверхзвуковых воздухозаборных устройств является расширение диапазонов работы как по углам атаки, так и по скоростям набегающего потока воздуха. Увеличение возможного диапазона условий работы приводит к необходимости более точного профилирования воздушного тракта и определения положения образующихся скачков уплотнения и возможных зон возникновения отрыва потока.

На основе проведённого анализа к подходам моделирования высокоскоростных течений, а также на основе опубликованных ранее работ данных других авторов были сформулированы задачи данного исследования и основные направления работ для их решения.

Во второй главе описывается алгоритм дискретизации произвольной двумерной расчётной области, заданной кусочно-линейными или кусочно-криволинейными границами, а так же преобразование дискретизации для выделения особенностей течения и геометрии.

В качестве расчётной сетки используется неструктурированная сетка, состоящая из треугольных элементов, удовлетворяющих условию:

$$\bigcup_{i=1}^{N} T_{i} = \overline{\Omega} \subset \mathbb{R}^{n}, \quad \operatorname{int}(T_{i}) \cap \operatorname{int}(T_{j}) = 0, \quad i \neq j \ .$$

Т.е. элементы, образующие сетку, попарно не пересекаются, имеют общие границы и покрывают всю рассматриваемую область.

Задача рассматривается в пространстве, представляющем из себя цилиндр  $\Omega \times z$ , где  $\overline{\Omega}$  - двумерная расчётная область с включенной границей, z – дополнительное измерение, позволяющее изменять пространственное разрешение триангуляции. Вершины триангуляции задаются за счёт координат x, y и параметра z>0, отвечающего за локальные измельчения триангуляции. В этом пространстве вводятся операции для определения геометрической и эффективной длины отрезка:

- геометрическая длина отрезка, совпадающая с длиной вектора на плоскости:  $l^{geom}(p_i, p_j) = \sqrt{(p_{ix} - p_{jx})^2 + (p_{iy} - p_{jy})^2}, i \neq j$ 

- эффективная длина отрезка:

$$l(p_i, p_j) = \frac{p_{iz} + p_{jz}}{2} \sqrt{(p_{ix} - p_{jx})^2 + (p_{jy} - p_{jy})^2}, i \neq j, \text{ где } p_{ix}, p_{iy}, p_{iz} - x, y \text{ и z}$$

координаты точки  $p_i$ .

На первом этапе производится произвольная триангуляция расчётной области (в работе параллельная версия алгоритма step-by-step). Далее выполняется восстановление границ с заданной точностью путём разбиения кривых Безье, задающих границу, на две по алгоритму Пауля де Кастилии. В дальнейшем, при необходимости разбиения на более мелкие части, каждый элемент границы задаётся исходной кривой Безье и параметрическими заданными на ней начальной и конечной точками данного элемента.

Для использования триангуляции в качестве расчётной сетки необходимо добавить дополнительные ограничения на минимальный угол элементов принадлежащих триангуляции, на максимальный и минимальный размеры элементов. Это достигается выполнением алгоритмов увеличения и уменьшения разрешающей способности сетки для заданной триангуляции. Для построения данных алгоритмов вводятся следующие элементарные операции над элементами триангуляции: добавление и удаление узлов, разбиение ребра, переворот ребра, удаление ребра (рисунок 1). При выполнении всех этих операций выполняется локальная интерполяция физических величин в центры масс добавляемых элементов по алгоритму Шепарда:

$$\omega_{i} = \left(\frac{R_{x} - \|p - p_{i}\|}{R_{x}\|x - x_{i}\|}\right)^{2}, R_{x} = \max\|p - p_{i}\|.$$





а) Добавление узла (метод Бауэра-Уотсона)

 $\overleftrightarrow \Rightarrow \bigstar$ 

в)разбиение ребра

б) добавление узла (метод Лоусона)



г)переворот (перестановка) ребра





д)удаление ребра е)удаление узла Рисунок 1. Элементарные операции над элементами триангуляции.

Для хранения триангуляции используется структура «узлы, рёбра и треугольники». В этой структуре задаются все виды объектов триангуляции: узлы, рёбра и треугольники. Узлы хранят указатели на входящие и исходящие рёбра, рёбра – указатели на начальный и конечный узел и указатели на левую и правую ячейки, для ячейки хранятся указатели на три образующих треугольник ребра.

С использованием введённых элементарных операций предлагается следующий алгоритм увеличения разрешающей способности сетки. В качестве исходных данных задаются минимальная и максимальная допустимые длины ребер  $L_{\min}, L_{\max}$  и требуемый минимальный угол  $\alpha_{\min}$ . Все треугольники, принадлежащие триангуляции, сортируются по величине эффективного размера

$$l_{eff} = \begin{cases} 0, \ l_{max}^{geom} < L_{min} \\ l_{max}, \ l_{max} > L_{max} \\ l_{max}, \ l_{min} \ / \ R < 2 * \sin(\alpha_{min}) \end{cases}$$

где  $l_{\max}^{geom}$  - длина самого длинного ребра в треугольнике,  $l_{\max}$  - эффективная длина самого длинного ребра в треугольнике,  $l_{\min}$  - эффективная длина самого короткого ребра в треугольнике, R - радиус описанной вокруг треугольника окружности. Отсортированные таким образом треугольники хранятся в виде красно-чёрного дерева, обеспечивающего быстрое добавление и удаление элементов и доступ к первому элементу. Рёбра и узлы, принадлежащие триангуляции, создаются по мере необходимости и автоматически удаляются в момент удаления последнего ссылающегося на них треугольника.

- 1. В качестве активного берётся первый треугольник из списка.
- 2. Если его эффективный размер равен 0 требуемая триангуляция построена.
- 3. Если координаты центра описанной окружности p<sub>0</sub> принадлежат треугольнику, делим треугольник на три добавлением этой точки.
- 4. В противном случае определяем самое длинное ребро. Если ребро не принадлежит границе, делим его пополам, тем самым преобразуя два образующих его треугольника в четыре. Если ребро принадлежит границе, делим ребро пополам, тем самым преобразуя один приграничный треугольник в два.
- 5. После всех этих операций вычисляем эффективный размер новых треугольников и добавляем их в отсортированный список всех треугольников триангуляции и удаляем старые треугольники из списка. Все рёбра, принадлежащие новым треугольникам триангуляции, проверяем на возможность переворота. Переходим к пункту 1.



Рисунок 2. Алгоритм увеличения разрешающей способности сетки.

Для алгоритма уменьшения разрешающей способности сетки все рёбра, принадлежащие триангуляции, сортируются по величине эффективной длины. Алгоритм преобразования делится на две части: сначала преобразуются внутренние рёбра, затем – граничные.

Алгоритм преобразования внутренних рёбер:

- 1. В качестве активного берётся первое внутреннее ребро из отсортированного списка рёбер (с наименьшей эффективной длиной).
- 2. Если эффективная длина больше минимально допустимой переходим к преобразованию граничных рёбер.
- 3. Проверка возможности удаления ребра из триангуляции без пересечений рёбер и вырожденных треугольников.
- 4. Если возможно, удаляем ребро, изменённые рёбра проверяются на возможность переворота и добавляются в отсортированный массив. Возврат к пункту 1.
- 5. Если удаление ребра невозможно, устанавливаем размер этого ребра больше минимально допустимого;
- 6. Для каждого изменённого ребра проверяется возможность переворота, заново вычисляется эффективная длина и определяется положение в отсортированном списке.

Алгоритм преобразования приграничных рёбер:

- 1. Берётся первое ребро из списка граничных рёбер.
- 2. Если эффективная длина больше минимально допустимой, алгоритм успешно завершён.
- 3. Для выбранного ребра и каждого из соседних граничных рёбер высчитывается расстояние между прямой, проходящей через крайние точки и центральной точкой. Если расстояние меньше допустимой погрешности аппроксимации, а ячейки, образованные этими рёбрами, имеют общее ребро, производится слияние ячеек. В противном случае ребру присваивается эффективный размер больший минимально допустимого.
- 4. Для изменённых рёбер проверяется возможность переворота и заново вычисляется эффективная длина.

В результате последовательного применения приведённых алгоритмов достигается триангуляция расчётной области, аппроксимирующая с заданной точностью криволинейные границы и содержащая элементы, удовлетворяющие заданным ограничениям на минимальный/максимальный размеры и форму.

При достижении стационарного решения (определяемого по величине потока массы через границы расчётной области) или после выполнения заданного числа шагов производится адаптация расчётной области по величине модуля градиента плотности, расчёт которого производится на основании теоремы Грина-Гаусса по формуле:

 $\nabla \rho = \frac{1}{V} \sum_{f} \rho_{f} S_{f}$ , где V – объём ячейки, S – площадь грани,  $\rho_{f}$  - величина

плотности в центре грани.

В случае использования схемы второго порядка точности при использовании в качестве критерия адаптации функцию от градиента плотности появляются излишнее для этого метода увеличение разрешающей способности сеток в областях с течением Прандтля-Майера. В этом случае в качестве критерия адаптация применяется функция от модулей градиента и лапласиана плотности  $z = \alpha \cdot |\nabla \rho| + (1 - \alpha) \cdot |\Delta \rho|, \alpha \in (0,1).$ 

Значения параметров адаптации z в узлах сетки получаются интерполяцией из центров ячеек, после чего последовательно применяются алгоритмы уменьшения и увеличения разрешающей способности сетки.

**В третьей главе** рассматривается метод расчёта высокоскоростного течения газа с учётом изменения теплофизических свойств и его верификация.

Система уравнений движения вязкого сжимаемого газа в консервативном виде имеет вид:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} + \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$
, где

$$\phi = \begin{vmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho w \\ \rho w \end{vmatrix}, \quad F = \begin{vmatrix} \rho u \\ \rho u^{2} + p - \tau_{xx} \\ \rho u v - \tau_{yx} \\ \rho u w - \tau_{zx} \\ \rho u (e + p) - \tau_{xx} u - \tau_{xy} v - \tau_{xz} w + q_{x} \end{vmatrix},$$

$$G = \begin{vmatrix} \rho v \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho u v - \tau_{xy} \\ \rho v^{2} + p - \tau_{yy} \\ \rho v w - \tau_{zy} \\ \rho v w - \tau_{zy} \\ \rho v (e + p) - \tau_{yx} u - \tau_{yy} v - \tau_{yz} w + q_{y} \end{vmatrix}, \quad H = \begin{vmatrix} \rho w \\ \rho w \\ \rho w (e + p) - \tau_{zx} u - \tau_{zy} v - \tau_{zz} \\ \rho w (e + p) - \tau_{zx} u - \tau_{zy} v - \tau_{zz} w + q_{z} \end{vmatrix}$$

,

τ – тензор касательных напряжений.

Для замыкания данной системы используется уравнение состояния для идеального газа:

$$p = (\gamma - 1) \left( E - \rho \frac{u^2 + v^2 + w^2}{2} \right),$$
$$E = \rho e$$

 $\gamma$  – отношение удельных теплоёмкостей, в общем случае зависит от температуры и давления, но для давлений меньших 1МПа все термодинамические параметры можно считать функцией только температуры. При таком приближении погрешность вычисления показателя адиабаты воздуха не превышает 3% (на основе сравнения данных для реальных газов). Реальная термодинамика газа моделируется с помощью полиномиальной интерполяции приведённого потенциала Гиббса. По имеющимся термодинамическим данным восстанавливаются выражения для потенциалов Гиббса веществ. Потенциал Гиббса для смеси веществ определяется из:

$$G = \sum_{i} \left[ RT \ln \left( \frac{p \gamma_i}{p_0 \sum_{j} \gamma_i} \right) + G_i(T) \right] \gamma_i.$$

Термодинамические величины определяются путём дифференцирования выражения для потенциала Гиббса.

В случае плоскопараллельного или осесимметричного течения система уравнений Навье-Стокса может быть записана в общем виде:

$$(\alpha\phi)_t + \frac{\partial(\alpha f(\phi))}{\partial x} + \frac{\partial(\alpha g(\phi))}{\partial y} = \alpha S,$$

$$\phi = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad f(q) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{yx} \\ (\rho e + p)u - \tau_{xx} u - \tau_{xy} v \end{bmatrix}, \quad g(q) = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ (\rho e + p)v - \tau_{yx} u - \tau_{yy} v \end{bmatrix},$$

$$S = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ p - \frac{2\mu v}{y} - \lambda \left( \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \alpha = (1 - \Theta) + \Theta y.$$

где  $\Theta$  – величина, отвечающая за выбор системы координат и, соответственно, типа течения. При  $\Theta$  =0 моделируется двумерное плоскопараллельное течение,  $\Theta$  =1 – трёхмерное осесимметричное.

Данная система уравнений решается при помощи TVD-модификации метода Годунова. Численная схема имеет вид:

$$V_i \frac{\overline{\phi_i}^{n+1} - \overline{\phi_i}^n}{\Delta t} + \sum_j \left[F_{nj}S_j\right]_i = 0, i = 1,..,N$$
, где N – число контрольных объёмов,  $\overline{\phi_i}$  -

среднее по контрольному объёму значение консервативной величины, F<sub>n</sub> – поток, нормальный грани ячейки, вычисляемый из «больших переменных», полученных решением задачи Римана на грани, S<sub>i</sub> – площадь грани, V<sub>i</sub> – объём ячейки.

Газодинамическая задача Римана о распаде произвольного разрыва решается точно, с учётом переменности показателя адиабаты. Исследования влияния учёта изменения показателя адиабаты на решение задачи Римана показали, что в зависимости от структуры образующихся волн погрешности при использовании фиксированного показателя адиабаты могут достигать 30% для высокоскоростных течений. Параметры справа и слева от грани ячейки получаются в предположении кусочно-линейного распределения параметров в ячейке:  $\phi(t_n, x) = \phi_m^n + \lambda \nabla \phi_m^n (\vec{r} - \vec{r}_m)$ .  $\lambda$  – нелинейный коэффициент, позволяющий уменьшать влияние градиентов вблизи областей сильного изменения величин, тем самым уменьшая нефизические осцилляции решения вблизи сильных разрывов. В этом случае численная схема имеет второй порядок точности на гладких решениях и первый в областях сильных разрывов. Для определения параметра  $\lambda$ функции-ограничители (minmod, используются стандартные superbee, vanleer). Повышения порядка точности схемы по времени производится при помощи метода Рунге-Кутты. Шаг по времени выбирается на основании критерия Куранта-Фридриха-Леви. Для увеличения скорости сходимости возможно использование переменного по пространству значения шага по времени для стационарных задач. При этом шаг по времени для каждой ячейки расчётной сетки определяется на основе локального применения критерия устойчивости внутри ячейки независимо от параметров в соседних ячейках.

В качестве граничных условий используются «сверхзвуковое» условие на входе в расчётную область и неотражающие условия на выходе из неё. В случае отсутствия

противодавления для сверхзвукового потока неотражающее граничное условие определяется заданием в виртуальной ячейке параметров:

$$c_{b} = \frac{\gamma - 1}{\gamma + 1} \left( u_{0} + \frac{2}{\gamma - 1} c_{0} \right), \qquad \rho_{b} = \rho_{0} \left( \frac{c_{b}}{c_{0}} \right)^{2/(\gamma - 1)}$$
$$u_{b} = \begin{cases} c_{b}, u_{0} \le c_{b} \\ u_{0}, u_{0} > c_{b} \end{cases}, \qquad v_{b} = v_{0}, \qquad w_{b} = w_{0}$$

В случае наличия противодавления параметры в виртуальной ячейке определяются из инвариантов Римана, отвечающих за характеристики, проходящие через границу:

$$u = \frac{1}{2} (R_i + R_{\infty}),$$
 где  

$$c = \frac{\gamma - 1}{4} (R_i - R_{\infty}),$$
 где  

$$R_{\infty} = u_{\infty} - \frac{2c_{\infty}}{\gamma - 1},$$

$$R_1 = u_1 + \frac{2c_1}{\gamma - 1}.$$

Граничное условие на стенке задаётся в зависимости от физических особенностей процесса; или при помощи условия непротекания, или условием прилипания. В случае, если размер ячеек в пристеночной области больше толщины пограничного слоя, модель турбулентности не позволяет верно рассчитать поведение течения вблизи стенки. В этом случае для улучшения точности моделирования используется метод пристеночных функций. Расчётная сетка в пристеночной области модифицируется таким образом, чтобы первая ячейка находилась в турбулентном логарифмическом слое, т.е., чтобы выполнялось условие  $y^+ \in (5,30)$ , где  $y^+ = \frac{\rho y}{\mu} u_{\tau}^-$  безразмерное расстояние до стенки. В случае самой приграничной ячейке безразмерная скорость  $U^+ = \frac{U}{u_{\tau}}$ 

$$\begin{cases} U^{+} = y^{+}, y^{+} \in (0,5) \\ y^{+} \in (5,30) \\ U^{+} = \frac{1}{k} \ln(Ey^{+}), y^{+} \in (30,150) \end{cases}$$

Выбор начальных условий определяется из физической постановки задачи. В случае стационарных задач при использовании метода установления возможно использование произвольного распределения параметров внутри расчётной области в качестве начальных условий, но для ряда задач имеет место наличия гистерезисов, т.е. зависимости получаемого стационарного решения от предыдущего состояния системы. Например, явление гистерезиса наблюдается в воздухозаборных устройствах и газодинамических трубах. Для получения физически правильного решения в этом случае в качестве начальных условий используются параметры, обоснованные физической задачей, а система уравнений решается с одинаковым шагом по времени по всему пространству.

Третья глава завершается верификацией расчётной методики на ряде тестовых задач, предложенных различными авторами. Проверка термодинамической модели газа, а так же проверка точности расчёта сверхзвукового невязкого течения газа производилась на задаче расчёта обтекания бесконечного клина в полубесконечном пространстве. Полученные результаты сравнивались с известными справочными данными. Проверка точности расчёта транс- и сверхзвуковых течений проводилась при решении задачи моделирования течения в канале с препятствием в форме дуги окружности, результат сравнения представлен на рисунке 3.



*Рисунок 3. Распределение числа Маха при трансзвуковом течении в канале с препятствием.* 



Рисунок 4. Положение точек отрыва потока в зависимости от перепада давления при истечении газа из плоского сопла.

Для верификации расчёта отрывного течения использовались задача взаимодействия ударной волны с пограничным слоем на пластине и задача моделирования турбулентного течения в плоском сопле с отрывом пограничного слоя ОТ стенки, результаты которого сравнивались с экспериментальными данными (Hunter С.А.) и результатами других авторов (Иванов И.Э., Крюков И.А.). сравнения Результаты с экспериментальными данными приведено на рисунке 4.

Так же были проведены сравнения результатов, полученных в ходе расчётов, с известными экспериментальными данными для эжектора модельной установки с высоким перепадом давлений эжектирующего и эжектируемого воздуха.

**Четвёртая глава** содержит результаты экспериментального моделирования воздухозаборного устройства (ВЗУ), а так же численного моделирования ВЗУ и выхлопных трактов РД.

Модель ВЗУ, состоящая из обечайки и центрального тела, изображена на рисунке 5. Носовая часть центрального тела представляет собой ступенчатый конус торможения и относится к сверхзвуковой части ВЗУ, центральная часть образует внутреннюю поверхность той части тракта ВЗУ, где осуществляется торможение потока воздуха до M=1, а кормовая часть – к дозвуковой части тракта ВЗУ. Обечайка состоит из двух частей: передней, расширяющейся части обечайки, образующей вход в модель, и цилиндрической части. Для измерения статического давления на цилиндрической поверхности обечайки предусмотрен ряд отверстий снабжённых штуцерами для подвода магистралей к датчикам.



Рисунок 5. Схема и фотография модели воздухозаборного устройства.

В каждом эксперименте измерялись параметры при фиксированном положении дросселя сопла модели и при его движении. Смещение конического тела дросселя позволяет изменять площадь критического сечения сопла модели от начального (полностью открытое сечение сопла) до практически полностью закрытого минимального сечения сопла. При уменьшении с помощью дросселя проходного сечения сопла модели коэффициент восстановления полного давления в ВЗУ возрастает до некоторого максимального значения. При дальнейшем уменьшении минимального сечения сопла в ВЗУ реализуется помпажный режим течения, характеризующийся скачкообразными изменениями давления в ВЗУ. Теневые картины течения для стационарного режима работы и режима помпажа представлены на рисунке 6.



а) Работающий ВЗУ

б) Режим помпажа

Рисунок б. Эксперимент, теневая картина течения.

Численное моделирование основного режима работы ВЗУ производилось для газа с переменным показателем адиабаты в осесимметричном приближении. Эффект дросселирования моделировался изменением геометрии сопловой части вплоть до образования выбитой ударной волны. После каждого изменения геометрии сопла установления производится расчёт до течения С последующим разрешением образующихся ударных волн от конусов центрального тела и отражённых скачков в области горла ВЗУ. В серии скачков уплотнения, возникающих на конусах центрального тела, происходит значительное изменение показателя адиабаты. При этом нельзя разбить расчётную область на блоки с фиксированными параметрами среды, так как в связи со сложной конфигурацией канала встречаются области с течением Прандтля-Майера, в которых изменение показателя адиабаты происходит не скачкообразно, а плавно.



Рисунок 7. Расчётная картина течения, поле числа Маха.



Рисунок 8. Зависимость коэффициента восстановления давления от радиуса критического сечения.

Сравнение результатов экспериментов и расчётов проводилось для расчётного режима работы диффузора. Сравнивалась зависимость коэффициента восстановления полного давления в камере при различных диаметрах критического сечения сопла. В эксперименте площадь критического сечения сопла определялась положением дросселя, а при численном моделировании была проведена серия расчётов для геометрий с разными Сравнение полученных соплами. результатов приведено на рисунке 8 и показывает, то расчёт с достаточной точностью предсказывают как максимально возможный коэффициент

восстановления полного давления для данного ВЗУ, то есть момента выхода ударной волны из горла ВЗУ, так и его зависимость от площади критического сечения сопла

Приводятся результаты оптимизации геометрии и определение характеристик комбинированного воздухозаборного устройства, схема которого представлена на рисунке 9. Исследуемое ВЗУ, состоит из центрального тела, обечайки, пилонов и внутренней трубы. Носовая часть центрального тела образует ступенчатый конус торможения, центральная часть образует внутреннюю поверхность сверхзвукового и дозвукового трактов ВЗУ, в которых происходит торможение потока на косых скачках уплотнения. Пилоны, соединяющие центральное тело и обечайку, образуют внешний и внутренний тракты. Во внешнем тракте происходит замедление потока на серии косых скачков уплотнения от конусов центрального тела и обечайки до некоторой сверхзвуковой скорости. Во внутреннем тракте в области центрального тела происходит торможение потока до дозвуковой скорости. Сверхзвуковой тракт ВЗУ имеет слегка расширяющуюся дозвуковой тракт состоит из цилиндрической части, обеспечивающей форму, выравнивание параметров перед соплом, и сверхзвукового сопла для организации критического сечения на выходе из модели.





Расчёт производился в два этапа. На первом этапе были построены модели дозвукового и сверхзвукового трактов эквивалентных осесимметричных ВЗУ, для которых была проведена серия расчётов. На основании этих расчётов исходная геометрия была скорректирована для работы обоих трактов ВЗУ в широком диапазоне скоростей без образования отрывных зон и с максимальным коэффициентом восстановления давления на маршевом режиме. Результаты расчёта зависимостей коэффициента восстановления давления давления и коэффициента расхода в дозвуковом и сверхзвуковом трактах приведены на рисунке 10.



Рисунок 10. Зависимости коэффициентов расхода и восстановления давления от числа Маха для а) – дозвукового тракта, б) – сверхзвукового тракта.



Проведена серия трёхмерных параметрических расчётов для определения зависимости интегральных параметров от угла атаки, а так же допустимого максимального угла атаки, при котором возможна работа ВЗУ. Расчёты показала, что ВЗУ нормальная работа обеспечивается при углах атаки α=[0°, 9°]. При α=9° появляется

Рисунок 11. Зависимости коэффициентов расхода и восстановления давления от угла атаки.

небольшая дозвуковая зона в верхней части горла, а при α=10° образовывается выбитая ударная волна. Стоит отметить, что при угле атаки 8° исчезает ударная волна от первого конуса центрального тела, имеющего угол полураствора 7.7 градусов. Таким образом, падение эффективности воздухозаборного устройства, связанное с исчезновением первой ударной волны, усугубляется возрастающим сопротивлением самого воздухозаборного устройства.

Для проведения наземных испытаний перспективного кислородно-водородного двигателя была спроектирована газодинамическая труба, которая должна обеспечивать безотрывный режим течения продуктов сгорания в сопле при давлении в камере 60-66 бар. Испытания проводились для моделей двигателя с соплом, содержащим только регенеративную часть (короткий вариант) и с полным соплом, содержащим как регенеративную, так и радиационно охлаждаемые части. При испытаниях полного сопла на выходе из ГДТ создавалось дополнительное разрежение посредством использования газового эжектора. В случае короткого варианта сопла давление, создаваемое в барокамере только за счёт эжектирующего эффекта продуктов сгорания, меньше давления на кромке сопла, т.е. безотрывный режим течения может быть достигнут без использования дополнительного эжектора.

Расчёт работы ГДТ проводился на неструктурированной сетке со сгущением ячеек в областях критического сечения сопла, соединения сопла и барокамеры и вдоль стенки сопла. Моделирование производилось в предположении осесимметричного течения и рабочего тела, подчиняющегося уравнению состояния идеального газа с заданной молярной массой и зависимостью показателя адиабаты от температуры. Расчёты проводились с целью определения параметров в ГДТ при установившемся режиме течения, а так же определения параметров запуска и остановки ГДТ и процессов, протекающих в них. Для определения параметров при установившемся режиме течения, а остоянные параметры в камере сгорания, соответствующие основному режиму работы двигателя и равные  $P_0$ =6.2МПа,  $T_0$ =3596К.



Рисунок 13 – Распределение числа Маха в газовой трубе (невязкое течение)

Расчёты проводились для невязкого и вязкого течений газа. Несмотря на схожие параметры запуска и остановки ГДТ, картины течений (рис.13, рис.14), получившиеся при данных расчётах, имеют существенные различия. При невязком расчёте во время запуска течение газа происходит преимущественно по периферийной области сопла (вблизи стенки), при запуске выхлопного тракта наблюдается картина течения, состоящая из ярко выраженных косых скачков уплотнения и замыкающей ударной волны.



Рисунок 14 – Распределение числа Маха в газовой трубе (вязкое течение)

Расчёт запуска и остановки ГДТ сравнивался с результатами, полученными при испытаниях модельного двигателя. В проведённых экспериментах производился запуск

двигателя с быстрым увеличением давления в его камере сгорания, работа на стационарном режиме и плавное уменьшение давление в камере сгорания двигателя. При некотором давлении происходит отрыв течения в сопле, в этот момент двигатель отключается и эксперимент прекращается. Моделирование проводилось с момента запуска двигателя до момента возникновения неавтомодельности течения в сопле.

При расчётах было получено, что автомодельное течение в сопле образуется при давлении в камере сгорания в 5.4 МПа, срыв потока происходит при давлении в 2.9 МПа, что с хорошей точностью согласуется с экспериментальными данными.

#### Основные результаты работы

1. Разработаны и реализованы алгоритмы для построения триангуляции Делоне с ограничениями для расчётной области, заданной криволинейными границами. Разработаны и реализованы алгоритмы увеличения и уменьшения разрешающей способности триангуляции. Разработаны алгоритмы адаптации расчётной сетки к особенностям течения.

2. Разработан метод расчёта пространственных высокоскоростных течений вязкого и невязкого газа с переменной теплоёмкостью, основанный на TVD-модификации метода Годунова.

3. Разработан программный комплекс для численного моделирования вязких и невязких течений газа с изменяющимися теплофизическими параметрами и проведена его верификация.

4. Проведены экспериментальные исследования нестационарных процессов в высокоскоростном воздухозаборном устройстве в широком диапазоне входных параметров. Выполнено сравнение с результатами численного моделирования.

5. На основании численных расчётов проведена оптимизация характеристик высокоскоростных воздухозаборных устройств при работе на различных режимах и при различных углах атаки.

6. Выполнено численное моделирование нестационарных процессов в газодинамических трубах, разработанных для испытаний перспективного кислородводородного двигателя с соплом, включающим только регенеративную часть, и с соплом, включающим регенеративную и соплом, включающим только регенеративную части. Получены величины давлений перехода в автомодельный режим работы и срыва течения в газодинамической трубе при различных циклограммах работы.

19

#### Список публикаций соискателя по теме диссертации

I. Научные труды, опубликованные в ведущих рецензируемых научных изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России (2):

1. А.С. Рощин, А.В. Ананьев, Д.М. Борисов, И.В. Лаптев «Моделирование эффективности процессов горения топлива в до- и сверхзвуковых потоках в каналах энергоустановок сложной формы» Журнал «Известия РАН. Энергетика», № 4, 2012 г., с. 117-125.

2. Рощин А.С., Ананьев А.В., Борисов Д.М. «Влияние учёта термодинамики реального газа на решение задачи Римана при высоких температурах» Журнал «Вестник Московского авиационного института», 2014,т.21, №4.

II. Другие научные труды, опубликованные по теме диссертации (4):

1. Рощин А.С., Миронов В.В. «Применение метода Годунова для расчёта задач газодинамики на неструктурированных сетках» XVII Международная конференция по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 2011г.

2. Рощин А.С. «Моделирование физико-химических процессов в прямоточном двигателе» Труды 53-й научной конференции МФТИ. 2011 г.

3. Рощин А.С. «Исследование эффективности гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя в одномерном приближении» Труды 52-й научной конференции МФТИ. 2010 г.

4. Рощин А.С. «Определение газодинамическим способом параметров в прямоточном двигателе со сверхзвуковым горением» Труды 51-й научной конференции МФТИ. 2009 г.