МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ (национальный исследовательский университет)»

На правах рукописи

He

## НГУЕН ТХАНЬ ШОН

## АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ БОКОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА С УЧЕТОМ УПРУГОСТИ КРЫЛА

Специальность 05.13.01 – Системный анализ, управление и обработка информации (авиационная и ракетно-космическая техника)

Диссертация на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Научный руководитель: Доктор технических наук, профессор Рыбников Сергей Игорьевич

**МОСКВА 2018** 

## оглавление

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ5
ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАБОТЕ6
ГЛАВА 1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ДЕМПФИРОВАНИЯ ИЗГИБНЫХ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ КРЫЛА
САМОЛЕТА16
1.1. Методика аналитического конструирования оптимальных регуляторов систем
автоматического управления боковым движением среднемагистрального самолета
по вариативному критерию16
1.2. Постановка задачи19
1.3. Конкретизация расширенного объекта управления и критерия
оптимальности
1.4. Результаты параметрического синтеза системы демпфирования изгибных
колебаний полукрыла при нежестких ограничениях скорости изменения его
упругих деформаций25
1.5. Результаты параметрического синтеза системы демпфирования изгибных
колебаний полукрыла при жестких ограничениях скорости изменения его
упругих деформаций
1.6. Выводы по главе 1
ГЛАВА 2. АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ
АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ УГЛОМ КРЕНА
СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА С УПРУГИМ КРЫЛОМ ПО
ВАРИАТИВНОМУ КРИТЕРИЮ
2.1. Введение. Постановка задачи
2.2. Расчетная математическая модель расширенного объекта
управления

2.3. АКОР и математическое моделирование САУу со статическим 2.4. АКОР и математическое моделирование САУу с астатическим 2.5. Выводы по главе 2......71 ГЛАВА 3. АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА ОТНОСИТЕЛЬНО ЗАДАННОЙ ТРАЕКТОРИИ ПО ВАРИАТИВНОМУ КРИТЕРИЮ......72 3.4.Результаты оптимизации системы и математического моделирования 

3.4.4. Математическое моделирование процессов отработ	гки маневра
обратного разворота оптимизированной системой	96
3.5. Выводы по главе 3	104
ГЛАВА 4. ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ	ОЦЕНИВАНИЯ
ПАРАМЕТРОВ БОКОВОГО ВЕТРА	
4.1. Постановка задачи	105

4.2.	Построе	ние фи	ильтра	Калмана	для	оценив	ания	влияния	ветро	вого
возм	ущения					•••••	•••••		•••••	109
4.3.	Результа	аты оце	нивания	я бокового	ветра	L			•••••	114
4.4.	Построен	ние алго	ритмое	оптималы	ного у	лравлен	ия СМ	ИС с испо	льзован	ием
сист	емного	анализ	a pac	ширенного	0 0	бъекта	упра	вления,	угроз	И
огра	ничений				•••••					118
4.5.	Выводы	по глав	e 4			•••••	•••••		•••••	121
ЗАК	ЛЮЧЕНИ	1E				• • • • • • • • • • • • • • • •				122
СПИ	ІСОК ИСІ	ПОЛЬЗ(	OBAHH	ных исто	ОЧНИ	КОВ			••••	125
ПРИ	ложени	4E					•••••		•••••	132
При	ложение 1						• • • • • • • •			132
При	ложение 2	2	•••••							141

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ СОКРАЩЕНИЙ

АКОР- аналитическое конструирование оптимальных регуляторов

- ЛА- летательный аппарат
- ММ математическая модель
- ОУ оптимальное управления
- $\Pi\Phi-$ передаточное функция
- САУ система автоматического управления
- СУ система управления
- СМС- среднемагистральный самолет
- ФК- фильтр Калмана

#### ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ.

#### ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ О РАБОТЕ

#### Среднемагистральный пассажирский самолет, перспективный для Вьетнама

Перспективный пассажирский среднемагистральный самолет (СМС), пока гипотетический, рассматриваемый в настоящей работе как объект управления, должен предназначаться для эксплуатации в условиях Юго- Восточной Азии, в первую очередь, Вьетнама. Такой самолет должен быть надежен, сравнительно прост в управлении и обслуживании, допускать взлет и посадку с использованием сравнительно коротких взлетно-посадочных полос, должен применяться в условиях резкой смены подстилающей поверхности, от Океана до гор, в условиях высокой влажности атмосферы, сильных ветров, вплоть до струйных течений, высокой как вертикальной, так и горизонтальной турбулентности атмосферы. Самолет должен предназначаться для перевозки как пассажиров, до 150-200 человек, в зависимости от компоновки салонов, на дальность до 4,5-5 тысяч км, так и для перевозки грузов 18-20 тонн на расстояния до 2,5-3 тысяч км.

В качестве такого самолета, как следует из анализа возможных прототипов, целесообразно выбрать развитие самолета семейства Ty-204/214 [1]. Двухдвигательный среднемагистральный самолет Ту-204-300 разработан на базе новейших достижений аэродинамики, систем управления и навигации, новейших высокоэффективными технологий материалов турбовентиляторными И с двигателями.

Дальнейшее совершенствование выбранного самолета-прототипа возможно в русле ведущихся в России работ, направленных на повышение безопасности и топливной экономичности авиаперевозок, повышение комфорта пассажиров, увеличение вариантов конфигурации самолета для расширения его функциональных возможностей, увеличение пассажировместимости и грузоподъемности самолета,

обеспечение автономной навигации в сложных метеоусловиях и эксплуатации на аэродромах среднего класса. В ходе совершенствования самолета, в случае его реального создания, будет повышена степень двухконтурности двигателя (до больших значений, порядка 10, и далее до сверхбольших, порядка 15-20). Будет расширено применение сверхкритических крыльев большого (порядка 10) удлинения, будут приняты меры дальнейшей ламинаризации потока, обтекающего крыло, что приведет к снижению аэродинамического сопротивления и росту аэродинамического качества крыла. Будет применено композиционное крыло, имеющее повышенную удельную прочность, но и повышенную упругость. Расширение использования и дальнейшее совершенствование систем улучшения устойчивости и управляемости самолета позволит, по крайней мере, в грузовом варианте, снизить запас его продольной статической устойчивости и затраты на продольную балансировку. Для реализации потенциальных возможностей совершенствования среднемагистрального самолета потребуется глубокая и полная автоматизация его движения, построение и применение оптимальных законов управления.

Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов и его применение для синтеза оптимальных законов управления самолетом. Выбор рабочей версии АКОР'а.

АКОР [2,3] - метод синтеза линейных САУ, оптимальных по интегральному аддитивному квадратичному критерию, при котором ограничения фазовых координат учитываются в процессе формирования критерия. Традиционно параметрический синтез САУ ЛА выполняется методами линейной теории управления на основе упрощенных математических моделей объекта управления и первичных законов управления [4-10], при необходимости – с учетом нежесткости конструкции ЛА [11,12]. АКОР на классической вариационной основе для задач средней сложности позволяет получить простые решения для определения алгоритмов управления и прозрачные соотношения между параметрами критерия оптимальности и свойствами САУ.

Основанное на их понимании варьирование членов критерия, преимущественно энергетических, т.е. применение многокритериального синтеза, с критерием, зависящим от варьируемого параметра, позволяет получить гамму алгоритмов управления, при использовании порождающих гамму переходных процессов в САУ, встречно различающихся быстродействием и энергоэкономичностью, при высоком их качестве.

Увеличение бортовых вычислительных ресурсов летательных аппаратов открывает перспективу применения АКОРа по параметризованному вариативному критерию в качестве аппарата оперативного расчета алгоритмов управления в соответствии с текущими условиями и задачами полета, т.е. своеобразного метода адаптации к ним.

В настоящей работе для целей аналитического конструирования контуров управления боковым короткопериодическим движением самолета с учетом упругости крыла строится версия метода, при которой в критерий оптимальности вводится оценка более полных, чем ранее, энергозатрат, связанных с управлением, критерий параметризуется вариативным параметром, а собственно оптимизация выполняется, главным образом, на основе метода ЛКР и вытекающих из них вычислительных Синтезируются варианты пропорционально-дифференциального алгоритмов. И пропорционально-дифференциально-интегрального алгоритмов управления. Аэроупругие движения крыла, существенные для магистральных самолетов, учитываются, во-первых, при передаче управляющих воздействий от наружных элеронов к центроплану, во-вторых при изменении поперечного V крыла, влияющего на поперечную устойчивость ЛА, вследствие изменения нормальной перегрузки. При декомпозиции сложной САУ для ее модального синтеза в качестве внутренней системы может рассматриваться система демпфирования колебаний крыла, которое в этом случае при синтезе внешних систем может приниматься хорошо демпфированным. Выполняемое исследование включает в себя, наряду с собственно аналитическим конструированием законов управления, такие необходимые разделы, как описание и исследование динамики объекта управления, выбор структуры систем управления и законов управления, исследование синтезированных систем.

#### Актуальность темы исследования

Актуальность темы диссертационной работы определяется следующими современными тенденциями:

- внедрение в магистральную авиацию композиционных конструкций, имеющих повышенную упругость при частотах аэроупругих колебаний одного порядка с собственными частотами рулевых приводов;

- повышение требований к безопасности авиационных перевозок;

- повышение требований к топливной эффективности авиационных перевозок;

- расширение функциональности аналитического конструирования оптимальных регуляторов;

- расширение функциональности бортовых систем автоматического управления движением среднемагистральных самолетов, в частности, в целях повышения безопасности полетов и топливной эффективности маневрирования самолетов.

Актуальны исследования по созданию на основе АКОРа методик синтеза алгоритмов автоматического управления боковым движением СМС с упругим крылом, оперативно перестраиваемых в функции конкретных текущих целей и задач управления.

Среди таких задач: придание системе автоматического управления высокого быстродействия, например, в условиях необходимости выполнения маневра уклонения от опасного сближения с другим ЛА; обеспечение повышенной энергоэкономичности при маневрировании с нежесткими ограничениями быстродействия систем, управляющих маневром; задачи с промежуточными требованиями.

Для достижения высокой эффективности работы комплексной системы управления целесообразно системы автоматического управления, синтезируемые АКОРом, комплексировать в ней с каналами компенсации основных возмущений, поддающихся оцениванию. В связи с этим четвертой задачей, решаемой в диссертации, является синтез фильтра Калмана для оценивания

ветрового сноса самолета, в частности, наиболее опасного знакопеременного, выполняемый на основе современного эффективного метода.

#### Цели работы:

 создание теоретических предпосылок для внесения вклада в повышение безопасности и топливной эффективности выполнения полетов среднемагистральных самолетов,

- расширение функциональных возможностей АКОРа САУСМС.

#### Задачи работы:

Для достижения поставленных целей решены следующие задачи:

1 Выполнение аналитического конструирования системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла СМС по вариативному критерию.

2 Выполнение аналитического конструирования системы автоматического управления углом крена СМС с упругим крылом по вариативному критерию.

3 Выполнение аналитического конструирования системы автоматического управления положением СМС относительно заданной траектории по вариативному критерию.

4 Применение фильтра Калмана для оценивания параметров бокового ветра и компенсации влияния его порывов на полет СМС.

Решению задач автоматического управление СМС предшествует изучение динамики его полета. В приложении 1 приводятся математические модели самолета как объекта автоматического управления в боковом движении.

В настоящее время аналитическое конструирование часто рассматривается расширительно, как аналитический синтез систем. Здесь для обеспечения результативности собственно АКОРа ему сопутствует оценивание и компенсация основного возмущения.

Объектом исследования является система автоматического управления боковым движением гипотетического среднемагистрального пассажирского самолета с существенно упругим крылом.

**Предметом исследования** являются оптимальные вариативные первичные алгоритмы автоматического управления боковым движением указанного объекта и организуемые с ними оптимальные системы управления.

#### Методы исследования

В работе применены методы динамики полета самолета, варианты метода и алгоритмы аналитического конструирования оптимальных регуляторов, численные методы оптимизации динамических систем, варианты метода калмановской фильтрации, методы математического моделирования синтезированных систем управления.

#### Научная новизна работы

1. Методика (подход к решению задач АКОРа), при которой критерий оптимальности для АКОРа каждой локальной СУЛА, предназначаемой для работы как автономной, так и в составе комплексной системы управления ЛА, содержит вариативный параметр, целенаправленное изменение которого порождает изменения коэффициентов оперативно синтезируемого и реализуемого алгоритма управления, вызывающие встречные изменения быстродействия системы и энергоэкономичности управляемого маневра при сохранении высокого качества переходных процессов.

2. Реализующие предложенную методику АКОРа по вариативному критерию оптимальности эвристические вариативные алгоритмы АКОРа внутренних контуров системы автоматического управления боковым движением ЛА – системы автоматического демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла и системы автоматического управления углом крена ЛА, в которых как основные, так и вводимые перекрестные энергетические члены функции штрафа (недиагональные члены матрицы критерия) домножаются на введенный варьируемый коэффициент мощности.

3. Реализующий предложенную методику АКОРа по вариативному критерию оптимальности эвристический вариативный алгоритм АКОРа внешнего контура системы автоматического управления боковым движением ЛА – системы автоматического управления положением ЛА относительно заданной траектории, в котором позиционные и скоростные члены функции штрафа домножаются на оцененные решением обратной задачи АКОРа функции основной частоты синтезируемой системы.

4.Комплексируемый с синтезируемыми АКОРом по вариативным критериям оптимальными САУ ЛА фильтр Калмана, выполненный на основе метода матричного сопряженного градиента, предназначенный для оценивания и компенсации одного из наиболее опасных возмущающих воздействий вида знакопеременного бокового ветра.

5. Система математических моделей оптимизированных систем автоматического управления боковым движением ЛА, в которых учитывается рост V крыла при создании дополнительной нормальной перегрузки в процессе управления углом крена, а также динамика деформируемого крыла в канале наружных элеронов.

6. Результаты математического моделирования оптимизированных локальных систем автоматического управления боковым движением ЛА, из которых видно, что варьирование введенных вариативных параметров критериев оптимальности в эффективным управляющим пределах является воздействием широких на динамические и энергетические свойства оптимизированных систем, вызывающим быстродействия встречные изменения синтезируемой системы И энергоэкономичности управляемого маневра, при сохранении высокого качества переходных процессов.

7. Предложено построения алгоритмов оптимального управления СМС на основе разработанного подхода и с использованием системного анализа расширенного объекта управления, угроз и ограничений, при внешнем задании альтернативных целей управления.

#### Практическая ценность

1. Развитая в работе методология перспективна для синтеза оптимальных, адаптируемых к режимам полета, законов управления боковым движением перспективного среднемагистрального пассажирского самолета с учетом упругости крыла.

2. Результаты диссертационной работы внедрены и используются в учебном процессе кафедры «Системы автоматического и интеллектуального управления» МАИ. По материалам и результатам проведенных при выполнении диссертационной работы исследований подготовлены лабораторная работа №2 «Системы автоматического управления боковым движением самолета» по курсу «Системы автоматического управления воздушными летальными аппаратами» (РПД 000060399), по разделу «Синтез и анализ систем автоматического управления боковым движением самолета», и разделы лекций по курсу «Системы автоматического управления воздушными летальными аппаратами» (РПД 000060399), для студентов направления 24.05.06 «Системы управления летальными аппаратами».

Достоверность и обоснованность научных положений и полученных результатов обеспечивается корректным использованием математических методов, четкой формулировкой допущений и условий, в рамках которых проводились расчеты и были получены основные результаты, а также системным математическим моделированием вариантов синтезированных систем управления СМС.

#### Основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту:

• методика аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОРа) систем автоматического управления (САУ) боковым движением среднемагистрального самолета, при которой критерии оптимальности содержат параметры, вариации которых ведут к встречным изменениям быстродействия синтезируемых систем управления и энергоэкономичности переходных процессов в них, при сохранении высокого качества переходных процессов;

• синтез алгоритмов управления в следующих системах автоматического управления боковым движением СМС с учетом упругости его крыла:

- системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла,

- системы автоматического управления углом крена,

- системы автоматического управления положением СМС относительно заданной траектории,

выполненный на основе вариантов предложенной методики AKOPa по вариативному критерию оптимальности;

• синтез фильтра Калмана для оценивания угла знакопеременного бокового ветрового сноса среднемагистрального самолета, выполненный методом матричного сопряженного градиента; применение канала частичной компенсации влияния оцененного ветрового сноса в системе автоматического управления положением среднемагистрального самолета относительно заданной траектории, в частности, синтезированной методом аналитического конструирования.

Апробация работы и публикации. Основные научные результаты исследований по теме диссертации докладывались на:

- XXIV международном научного-техническом семинаре «Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации», 14-20 сентября 2015г, г. Алушта.

- XIV-Международной конференции «Авиация и космонавтика», 16-20 ноября 2015 г., г. Москва.

- XLII Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения», г. Москва, 12-15 апреля 2016г.

- XLIII Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения», г. Москва, 05-19 апреля 2017г.

- XVI Международной конференции «Авиация и космонавтика», 20-24 ноября 2017 г., г. Москва.

Основные результаты диссертационной работы опубликованы в 4 статьях [23,25,67,68] в журналах, входящих в рекомендованный ВАКом Минобрнауки России перечень изданий, и в 5 работах [20,21,22,24,66] в сборниках тезисов докладов на научно-технических конференциях.

Структура и объём работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка литературы из 68 наименований. Текст диссертации изложен на 142 страницах, включает 101 рисунок и 26 таблиц.

#### ГЛАВА 1

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ ДЕМПФИРОВАНИЯ ИЗГИБНЫХ АЭРОУПРУГИХ КОЛЕБАНИЙ

#### КРЫЛА САМОЛЕТА

### 1.1. МЕТОДИКА АНАЛИТИЧЕСКОГО КОНСТРУИРОВАНИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ БОКОВЫМ ДВИЖЕНИЕМ СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА ПО ВАРИАТИВНОМУ КРИТЕРИЮ

Настоящий раздел работы относится ко всем ее главам, в нем кратко излагается методическая основа исследований, содержащихся в диссертации.

Диссертация направлена на создание в перспективе вклада в повышение безопасности и топливной эффективности выполнения полетов, расширение функциональных возможностей АКОРа САУЛА. Ее основа - методика (подход к решению задач АКОРа), при которой критерии оптимальности для АКОРа каждой локальной СУЛА, предназначаемой для работы как автономной, так и в составе комплексной системы управления ЛА, параметризуются вариативными параметрами, целенаправленное изменение которых порождает изменения коэффициентов оперативно синтезируемого и реализуемого алгоритма управления, вызывающие встречные изменения времени переходного процесса в системах и энергозатрат на выполнение управляемого маневра при сохранении высокого качества переходных процессов. Выбор параметра варьирования выполняется с учетом характера влияния элементов критерия оптимальности на вид переходных процессов в синтезированной по этому критерию системе. При этом учитываются следующие соображения:

1) соблюдается правило равных вкладов максимальных по модулю вариаций переменных, входящих в критерий;

2) качество переходных процессов в синтезируемой системе в основном определяется соотношением между коэффициентами критерия при производных и первообразных величинах;

3) при разделении членов критерия на две группы: содержащих погрешности отработки фазовых координат («точностные») и содержащих обобщенную мощность (после интегрирования – работу) сил на перемещениях, включая управляющие воздействия («энергетические»), быстродействие синтезируемой системы растет (убывает), а энергоэкономичность ее работы убывает (растет) с ростом (убыванием) соотношений между весовыми коэффициентами критерия, в точностные и энергетические его члены; это позволяет входящими целенаправленно варьировать одну из указанных групп членов критерия или обе совместно, возможно, при одновременном варьировании соотношений между коэффициентами при производных и первообразных функциях; 4) для получения наглядных и удобных в использовании результатов применения рассматриваемой эмпирической методики варьирование критерия должно выполняться как изменение минимального количества параметров (в лучшем случае – одного).

Методика конкретизирована синтеза систем активного ДЛЯ автоматического демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла среднемагистрального самолета, статических И астатических систем автоматического управления углом его крена, систем автоматического управления положением его относительно заданной траектории.

Структура решаемых задач следующая. Для расширенного объекта управления с n - мерным вектором фазовых координат X, описанного матричным уравнением dX / dt = AX + Bu, с квадратной матрицей A коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом B коэффициентов при управляющем воздействии u, в данном случае скалярном, определяется алгоритм управления  $u_e = -KX$ , минимизирующий интегральную квадратичную функцию

$$J = \int_{0}^{\infty} (X^{T}QX + Ru^{2})dt$$
. Матрица коэффициентов **K** определяется как  $K = R^{-1}B^{T}S$  с

помощью решения уравнения Риккати для  $S: A^TS+SA-SBR^{-1}B^TS+Q=0$ , - или на основе вариационного подхода, в частности решением уравнения Эйлера – Пуассона, она зависит от скаляра R и матрицы Q, элементы которой в базовом варианте задачи определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю вариаций переменных. При АКОРе активной

системы демпфирования аэроупругих изгибных колебаний крыла самолета в функцию штрафа традиционной структуры (матрицу Q) добавляются недиагональные энергетические члены, ограничивающие мощность, а после интегрирования – работу, управляющих сил на перемещении управляемого объекта; энергетические члены функции штрафа домножаются на вариативный «коэффициент мощности»  $K_{\rm M}$ , увеличение (уменьшение) которого вызывает снижение (рост) расхода энергии на демпфирование и встречные изменения темпа затухания колебаний крыла.

При АКОРе системы автоматического управления углом крена у со статическим алгоритмом управления линейно в функции К<sub>м</sub>, варьируются коэффициенты критерия при управляющем воздействии и величине угла крена, последние влияют одновременно на все учитываемые показатели качества процессов в системе, при астатическом алгоритме также линейно варьируется коэффициент при интеграле от погрешности управления углом крена. При АКОРе разнотемповой системы автоматического управления положением самолета относительно заданной траектории z(t) потребовалось совместное варьирование коэффициентов критерия при управляемом отклонении и его производной, с совместным соблюдением условий изменения быстродействия, энергоэкономичности и качества переходных процессов. Здесь в качестве вариативного параметра выбраны нелинейные функции оценки собственной частоты  $\omega$  синтезируемой системы, полученные решением обратной задачи АКОРа для более простой модели системы. Математическим моделированием синтезированных систем показано, что выбранные варианты синтеза систем работоспособны. При этом ограничения на управляющие воздействия в системах вводятся как при их синтезе, так и при реализации синтезированных алгоритмов.

АКОРом Комплексируемый синтезируемыми по С вариативным критериям оптимальными САУЛА фильтр Калмана, предназначенный для оценивания и компенсации одного из наиболее опасных возмущающих воздействий вида знакопеременного ветрового сноса при действии шума измерений, выполнен как по традиционной методике, так и на основе метода матричного сопряженного градиента. Показано, что оба варианта обеспечивают оценивание большей части возмущения, второй вариант при несколько большем быстродействии обеспечивает более высокую точность подавления шумов. Возможность применения калмановского наблюдателя основных фазовых координат объекта управления, а также наблюдателя и канала компенсации основного возмущения способствует решению основных задач настоящей работы – аналитическому конструированию замкнутых систем автоматического управления основными фазовыми координатами объекта.

#### 1.2. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей главе решается задача аналитического конструирования активной системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла, оптимальной по вариативному критерию. Первые тона аэроупругих колебаний крыла большого удлинения часто имеют частоты одного порядка с собственной частотой недемпфированных колебаний рулевых приводов. При этом при синтезе и анализе динамики систем стабилизации углового положения самолета динамику крыла целесообразно учитывать, а для обеспечения высокого качества регулирования в этих системах может потребоваться строить системы

демпфирования аэроупругих колебаний крыла, независимые или являющиеся внутренними, по отношению к системам, организуемым на основе каналов элеронов. симметрии колебаний Здесь, В предположении 0 крыла, рассматривается синтез активной системы демпфирования изгибных колебаний полукрыла самолета. Для синтеза системы используется метод аналитического конструирования оптимальных регуляторов (АКОР) по расширенному критерию обобщенной работы. АКОР - метод синтеза линейных стационарных систем управления, оптимальных по интегральному, квадратичному, аддитивному критерию, разработанный А.М.Летовым [см.2] в исходном варианте, и как АКОР по критерию обобщенной работы, разработанный А.А.Красовским [см.3], получил значительное развитие и применение в современных решениях задач управления движением, выполняемых как на классической вариационной основе, так и на основе принципа максимума [41-47]. Наряду с аналитическими существует программное обеспечение численного методами, решения значительной части задач АКОРа [48]. В проблематике, связанной с аэроупругостью летательных аппаратов для решения статических задач применяются точные численные методы [11], задачи динамики решаются преимущественно на основе метода форм [12,49]. Активное демпфирование упругих колебаний применяется для крупных конструкций с малым собственным демпфированием, например [50,51], по мере роста размеров летательных аппаратов и сближения частот упругих колебаний и контуров стабилизации потенциальная полезность этих систем растет. В настоящей работе задача демпфирования решается для двухчастотных колебаний крыла, описанных методом форм, для синтеза системы используется сочетание классического вариационного подхода к АКОР и численных методов, с использованием в обобщенной работы вариативных критерии энергетических членов, традиционных и дополнительных, которыми учитывается работа управляющих сил на перемещении управляемого объекта. Совместным варьированием

энергетических членов функции штрафа обеспечивается встречное управление уровнем демпфирования колебаний полукрыла в переходных процессах в системе, с одной стороны, и связанных с управлением энергоэкономичности – с другой. Система демпфирования изгибных колебаний крыла строится с использованием в качестве исполнительных органов внешних элеронов или специально вводимых концевых отклоняемых поверхностей, устанавливаемых на крыле. Если собственная частота рулевого привода располагается между частотами первого и третьего тонов колебаний конструкции объекта, то построенная с таким приводом система может быть полезна для демпфирования лишь первого тона колебаний конструкции. Применение привода повышенного быстродействия позволяет расширить функциональные возможности системы демпфирования колебаний. Ниже будет показано, что небольшое, примерно 15%ное превышение частоты недемпфированных колебаний привода сверх частоты третьего тона колебаний крыла позволяет строить систему демпфирования комплексных колебаний, включающих в себя первый и третий их тона.

В математической модели изгибных колебаний полукрыла учитываются уравнения вертикальных перемещений консоли крыла в процессе колебаний  $y_1$  и  $y_3$  на частотах первого и третьего тонов  $\omega_1$  и  $\omega_3$  с относительными коэффициентами собственного демпфирования  $\zeta_1$  и  $\zeta_3$ , при общем коэффициенте эффективности элеронов  $k_e$  и коэффициентах относительной эффективности для тонов  $k_1$  и  $k_3$ :

$$\begin{cases} \ddot{y}_{1} + 2\zeta_{1}\omega_{1}\dot{y}_{1} + \omega_{1}^{2}y_{1} = a_{1}\omega_{1}^{2}k_{e}\delta_{e}, \\ \ddot{y}_{3} + 2\zeta_{3}\omega_{3}\dot{y}_{3} + \omega_{3}^{2}y_{3} = a_{3}\omega_{3}^{2}k_{e}\delta_{e}, \\ y = y_{1} + y_{3}, \end{cases}$$
(1.1)

Уравнения рассматриваются при ненулевых начальных условиях и управляющих воздействиях вида демпфирующей компоненты отклонения элеронов  $\delta_e$ . Уравнение рулевого привода с передаточным коэффициентом  $k_s$  по

отношению к управляющему сигналу  $u_e$ , собственной частотой  $\omega_e$  и коэффициентом относительного демпфирования  $\zeta_e$  принимается в форме:  $\ddot{\delta}_e + 2\zeta_e \omega_e \dot{\delta}_e + \omega_e^2 \delta_e = k_s \omega_e^2 u_e$  (1.2)

Управление в случае полной информации и раздельного измерения координат тонов, например, на основе метода синхронного детектирования, имеет вид:

$$u_e = -KX$$
 или  $u_e = [k_1 \ k_2 \ k_3 \ k_4 \ k_5 \ k_6] * [\dot{y}_1 \ y_1 \ \dot{y}_3 \ y_3 \ \dot{\delta}_e \ \delta_e]'$  (1.3)

В случае измерения лишь суммарных координат *у*,  $\dot{y}$ ,  $k_1 = k_3$ ,  $k_2 = k_4$ .

Постановка задач, как и в общем случае, следующая. Для расширенного объекта управления с *n* - мерным вектором фазовых координат *X*, описанного матричным уравнением с квадратной матрицей *A* коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом *B* коэффициентов при управляющем воздействии *u*, в данном случае скалярном,

$$dX / dt = AX + Bu, \tag{1.4}$$

определяется алгоритм управления (1.3), минимизирующий функционал

$$J = \int_{0}^{\infty} (X^{T} Q X + R u^{2}) dt.$$
(1.5)

Матрица K коэффициентов в (1.3) определяется как  $K = R^{-1}B^{T}S$  решением уравнения Риккати для  $S: A^{T}S+SA-SBR^{-1}B^{T}S+Q=0$  или на основе вариационного подхода, в частности решением уравнения Эйлера – Пуассона, она зависит от скаляра R и матрицы Q, элементы которой в базовом варианте задачи определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю вариаций переменных, с последующим итеративным уточнением по результатам математического моделирования синтезированных систем.

# **1.3. КОНКРЕТИЗАЦИЯ РАСШИРЕННОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ И** КРИТЕРИЯ ОПТИМАЛЬНОСТИ

В расчетном примере  $\omega_1 = 15,7c^{-1}$ ,  $\omega_3 = 34,54c^{-1}$ ,  $\zeta_1 = \zeta_3 = 0,25$ ,  $a_1 = 0,7,a_3 = 0,3, k_e = 1$ ,  $\zeta_e = 0,7, k_s = 1$ ,  $\omega_e = 40 c^{-1}$ . Здесь привод принят быстродействующим, его передаточный коэффициент включается в общие передаточные числа автомата.

На рис. 1.1 приведен вид первых двух тонов и суммарных свободных колебаний консоли при ненулевых начальных условиях.



Рис. 1.1. Вид первых двух тонов и суммарных свободных колебаний консоли при ненулевых начальных условиях.

Демпфирование изгибных колебаний крыла предназначается для улучшения его обтекания и за счет этого повышения управляемости подъемной силы и снижения индуктивного сопротивления. Выбором коэффициентов критерия, при наличии достаточных управляющих воздействий, возможно обеспечить снижение уровня колебаний объекта, обеспечение однозначной или даже монотонной его переходной функции с регулируемой ее длительностью.

В уравнении (1.4)

$$A = \begin{bmatrix} -2\zeta_{1}\omega_{1} & -\omega_{1}^{2} & 0 & 0 & 0 & 0.7k_{e}\omega_{1}^{2} \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2\zeta_{3}\omega_{3} & -\omega_{3}^{2} & 0 & 0.3k_{e}\omega_{3}^{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2\zeta_{e}\omega_{e} & -\omega_{e}^{2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$
(1.6)

$$\boldsymbol{B} = [0\ 0\ 0\ 0\ -\omega_{\rm e}^2\ 0\ ]'. \tag{1.7}$$

В критерии (1.5) элементы матрицы *Q* определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю отклонений переменных. В ней диагональными элементами ограничиваются уровни первыми четырьмя регулируемых фазовых координат системы, их можно назвать точностными. Двумя последующими диагональными элементами ограничивается уровень управляющего воздействия, к ним добавляются недиагональные элементы, ограничивающие мощность управляющих сил, действующих на эквивалентную движущуюся массу крыла. Это мощностные элементы функции штрафа критерия. Эта матрица вариативна. Ее элементы, ограничивающие скорость колебаний, домножаются на коэффициент  $K_{\mu}$ , увеличивающийся в случаях, когда неколебательные ПО условию задачи требуется получить процессы восстановления нейтрального положения после возникших отклонений. Мощностные элементы матрицы домножаются на коэффициент  $K_{\rm M}$  ограничения мощности, связанной с реализацией переходных процессов в системе демпфирования колебаний объекта, Его варьированием встречно изменяются эффективность демпфирования колебаний и допустимые энергозатраты и, следовательно, качество переходных процессов в системе. Для численных примеров на основании анализа динамики и энергетики объекта управления для относительных фазовых координат, нормированных их базовыми значениями, получены следующие матрицы функции штрафа с варьируемым весовым коэффициентом мощности системы на управление:

$$Q = \begin{bmatrix} 0.01K_{\pi} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01K_{M} \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.01K_{\pi} & 0 & 0 & 0.01K_{M} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.01K_{M} & 0 \\ 0.01K_{M} & 0 & 0.01K_{M} & 0 & 0.01K_{M} \end{bmatrix};$$
(1.8)  
$$R = 0.01 * K$$
(1.9)

$$\Lambda = 0.01^{\circ} \Lambda_{\rm M}.$$
 (1.9)

Управляющими воздействиями на качество переходных процессов в синтезируемой системе служат параметры  $K_{\rm M}$  и  $K_{\rm d}$ . Базовые параметры функции штрафа, полученные при  $K_{\rm M} = 1$ ,  $K_{\rm d} = 1$ , должны обеспечить построение системы, в которой уровень колебаний снижается до 5-7% от начального за период колебаний. Демпфирование колебаний связано с частичным парированием самовыравнивания в упругом объекте, поэтому часть обратных связей получается положительной, частично компенсирующей естественные отрицательные обратные связи. При этом все корни характеристического уравнения системы имеют отрицательную вещественную часть.

# 1.4. РЕЗУЛЬТАТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА СИСТЕМЫ ДЕМПФИРОВАНИЯ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЛУКРЫЛА ПРИ НЕЖЕСТКИХ ОГРАНИЧЕНИЯХ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Первая группа исследуемых вариантов синтеза выполняется как организация системы собственно демпфирования колебаний, при  $K_{\pi}$  =1. При синтезе системы с полной управляемостью и наблюдаемостью, при  $K_{M}$  =1,  $K_{\pi}$ = =1, получена матрица коэффициентов алгоритма управления  $K_{10}$ :

 $K_{10} = (0.3415 - 5.9929 \quad 0.1089 \quad -8.0258 \quad 0.9739 \quad 13.3487);$ 

Все собственные числа системы имеют отрицательные вещественные части, их матрица:

$$E = 1.0e + 003 * (-1.6000, -0.0102 + 0.0339i, -0.0102 - 0.0339i, -0.0066 + 0.0165i, ...$$

-0.0066-0.0165i, -0.0057).

При использовании в системе единых обратных связей по фазовым координатам первого и третьего тонов колебаний получена матрица коэффициентов *К*<sub>11</sub>:

 $\mathbf{K}_{11} = (0.2717 - 6.6028 \quad 0.2717 - 6.6028 \quad 0.9739 \quad 13.3487).$ 

Переходные процессы в этих вариантах системы практически совпадают, поэтому здесь (рис.1.2) и далее они приводятся для более простых в реализации вариантов с одинаковыми коэффициентами обратных связей по координатам первого и третьего тонов. Как видно из графиков, колебания объекта с системой демпфирования затухают до 5% начального уровня менее чем за 0,5 с, до 7% за 0,4 с.



Рис.1.2. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла, синтезированной при  $K_{\rm M}$  =1,  $K_{\rm Z}$  =1.

Изменение коэффициент  $K_{\rm M}$  в процессе синтеза системы является эффективным воздействием на характер переходного процесса в ней. С ростом  $K_{\rm M}$  уменьшаются абсолютные значения коэффициентов обратной связи в системе, ее собственные частоты, уровень и эффективность управляющего воздействия, а переходный процесс в системе приближается к свободным колебаниям объекта. С уменьшением  $K_{\rm M}$ , напротив, растут модули коэффициентов обратной связи в системе и ее собственные частоты, увеличиваются также величины управляющих воздействий и их эффективность. При этом по мере снижения  $K_{\rm M}$  колебательность переходного процесса снижается, затем процесс становится однозначным и далее переходит в монотонный. Эти изменения примерно пропорциональны  $\sqrt{K_{\rm M}}$ .

Изменения в системе, в сравнении с базовым вариантом (рис.1.2) при изменении  $K_{\rm M}$  иллюстрируются рис.1.3, 1.4, 1.5. На рис.1.3 видно, что при  $K_{\rm M}=10$  уровень управляющего воздействия снизился, а перерегулирование в системе возросло примерно в 3 раза, по сравнению в базовым вариантом.



Рис.1.3. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла, синтезированной при *K*<sub>м</sub>=10.

Из рис.1.4 видно, что при  $K_{\rm M}=0,5$  перерегулирование в системе отсутствует, колебания стали однозначными, а из рис. 1.5 видно, что при  $K_{\rm M}=0,1$  колебания в системе отсутствуют, переходный процесс стал монотонным. При этом увеличение эффективности активного демпфирования колебаний достигается увеличивающимися управляющими воздействиями.



Рис.1.4. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла, синтезированной при  $K_{\rm M}$  =0,5.



Рис.1.5. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла, синтезированной при *K*<sub>м</sub>=0,1.

Управляемость коэффициентов обратной связи в системе и корней ее характеристического уравнения изменениями коэффициента *К*<sub>м</sub> иллюстрируется таблицами 1.1, 1.2 и 1.3, где приведены значения коэффициентов закона управления в системе демпфирования при полной и неполной информации в ней, а также характеристических чисел системы при полной информации в ней, полученные ее синтезом при различных значениях коэффициента  $K_{\rm M}$  на промежутке от 0,1 до 10.

Табл.1.1. Передаточные числа регулятора при полной управляемости и наблюдаемости системы демпфирования колебаний крыла, при варьируемом коэффициенте  $K_{\rm M}$  ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $K_{\rm A}$ =1,

	1					
Км	$(K_1$	$K_2$	$K_3$	$K_4$	$K_5$	$K_{6}$ )
0,1	(1.9230	-12.5249	1.1989	-23.1401	0.9896	5 38.8341)
0.2	(1.2127	-10.5893	0.6391	-19.0041	0.9837	29.2018)
0,316	(0.8732	-9.2621	0.4032	-15.6198	0.9804	23.7909)
0,5	(0.6132	-7.9285	0.2450	-12.2843	0.9775	19.0980)
1	(0.3415	-5.9929	0.1089	-8.0258	0.9739	12.3487)
2	(0.1795	-4.2957	0.0466	-5.0347	0.9713	9.0852)
3,16	(0.1149	-3.3790	0.0266	-3.7034	0.9700	6.9879)
5	(0.0732	-2.6464	0.0155	-2.7699	0.9690	5.3713)
10	(0.0380	-1.8742	0.0074	-1.9008	0.9679	3.6750)

Табл.1.2. Передаточные числа регулятора при неполной управляемости и наблюдаемости системы демпфирования колебаний крыла, при варьируемом коэффициенте  $K_{\rm M}$  ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $K_{\rm A}$  =1,

Км	$K_{I}$	$K_2$	<i>K</i> <sub>3</sub>	$K_4$	<i>K</i> <sub>5</sub> <i>K</i>	-6
0,1	(1.7057	-15.7094	1.7057	-15.7094	0.9896	38.8341)
0.2	(1.0406	-13.1138	1.0406	-13.1138	0.9837	29.2018)
0,316	(0.7322	-11.1694	0.7322	-11.1694	0.9804	22.7909)
0,5	(0.5027	-9.2352	0.5027	-9.2352	0.9775	19.0980)
1	(0.2717	-6.6028	0.2717	-6.6028	0.9739	13.3487)
2	(0.1396	-4.5174	0.1396	-4.5174	0.9713	9.0852)
3,16	(0.0884	-3.4763	0.0884	-3.4763	0.9700	6.9879)
5	(0.0559	-2.6834	0.0559	-2.6834	0.9690	5.3713)
10	(0.0288	-1.8822	0.0288	-1.8822	0.9679	3.6750)

Табл.1.3. Собственные числа системы демпфирования колебаний крыла при полной ее управляемости и наблюдаемости, при варьируемом коэффициенте  $K_{\rm M}$  ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $K_{\rm g}$  =1.

Км		$(e_1$	$e_2$	<i>e</i> <sub>3</sub>	$e_4$	<i>e</i> <sub>5</sub>	<i>e</i> <sub>6</sub> )
0,1	1.0e+003	*(-1.6000,	-0.0182 ±0	).0365i, ·	-0.0096 ±	0.0197i, -	0.0089)
0.2	1.0e+003	*( -1.6000,	-0.0144 ±	= 0.0352i,	-0.0090 =	± 0.0186i,	-0.0082)
0,316	1.0e+003	*( -1.6000,	-0.0127 =	±0.0346i,	-0.0084	$\pm 0.0179i$ ,	,-0.0075)
0,5	1.0e+003	8 *(-1.6000,	-0.0115 ±	- 0.0343i,	-0.0077 <u>+</u>	- 0.0173i,	-0.0069)
1	1.0e+003	*( -1.6000,	-0.0102 ±	0.0339i,	-0.0066 ±	- 0.0165i, -	0.0057)
2	1.0e+003	*( -1.6000,	-0.0095 ±	= 0.0337i,	-0.0057 =	± 0.0160i,	-0.0046)
3,16	1.0e+003	*( -1.6000,	-0.0093 ±	- 0.0336i,	-0.0053 =	± 0.0158i,	-0.0039)
5	1.0e+003	*( -1.6000,	-0.0091 ±	- 0.0336i,	-0.0050 =	± 0.0156i,	-0.0033)
10	1.0e+003	*(-1.6000,	-0.0089 ±	= 0.0 <del>3</del> 35i,	-0.0046 =	± 0.0155i,	-0.0026)

По результатам математического моделирования вариантов системы демпфирования, синтезированных при различных значениях коэффициента  $K_{\rm M}$ , построены приводимые ниже графики зависимости некоторых показателей качества переходных процессов в системе от этого коэффициента. На рис 1.6 приведены графики зависимости максимальных отклонений рулевого органа  $\delta_{\rm em}$ =dem и относительных значений перерегулирования *z* в переходных функциях по регулируемому отклонению, полученных при варьировании коэффициента  $K_{\rm M}$ = km, от величины его. Относительное перерегулирование получено нормированием абсолютного перерегулирования в каждом переходном процессе, в системе с неполной управляемостью и наблюдаемостью, величиной перерегулирования в процессе свободных колебаний объекта при ненулевых начальных условиях.

Ha 1.7 приведены некоторые рис. относительные временные характеристики переходных функций по регулируемой координате в системе демпфирования колебаний, построенной с неполной наблюдаемостью, в функции коэффициента K<sub>м</sub>= km. В качестве относительных временных характеристик процессов рассматриваются абсолютные характеристики, нормированные их значениями, полученными при свободных колебаниях управляемого объекта: относительная длительность переходного процесса до 50%-ного затухания начальных условий, T1, относительная длительность переходного процесса до первого входа в 5%-ную «трубку», T2, относительная длительность переходного процесса *Tf*. Очевидно, по мере снижения эффективности активного демпфирования, характеристики переходных функций стремятся к характеристикам свободных колебаний объекта управления. При этом начальные стадии переходных функций системой демпфирования затягиваются, но из-за малых перерегулирований управляемые переходные функции заканчиваются раньше свободных колебаний.



Рис.1.6. Максимальные отклонения рулевого органа δ<sub>em</sub>= dem, относительные перерегулирования z отклонения объекта в переходных процессах при ненулевых начальных условиях, в функции коэффициента *K*<sub>м</sub>= km.



Рис.1.7. Некоторые относительные временные характеристики переходных функций по регулируемой координате в системе демпфирования колебаний, построенной с неполной наблюдаемостью, в функции коэффициента *K*<sub>м</sub> = Kм.

# 1.5. РЕЗУЛЬТАТЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА СИСТЕМЫ ДЕМПФИРОВАНИЯ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ПОЛУКРЫЛА ПРИ ЖЕСТКИХ ОГРАНИЧЕНИЯХ СКОРОСТИ ИЗМЕНЕНИЯ ЕГО УПРУГИХ ДЕФОРМАЦИЙ

Ужесточение ограничений на производные от отклонений концов консоли от стабильного состояния в форме увеличения коэффициента К<sub>л</sub> при наличии достаточной энергетики ведет к снижению колебательности переходных процессов в системе, в предельном случае – к ее полному устранению на графиках первой гармоники и суммарном и получению монотонных процессов. При этом управляемость качества переходных процессов изменением коэффициента  $K_{\rm M}$ сохраняется. Проиллюстрируем эти утверждения результатами оптимизации и математического моделирования системы демпфирования колебаний крыла при Кл =10 и К<sub>м</sub> =0,5; 1 ; 2. В табл. 1.4 приведены значения параметров алгоритма управления для этих случаев, на рис. 1.8, 1.9 и 1.10 - графики переходных функций в рассматриваемых вариантах системы демпфирования. Из табл. и графиков видно, что с расширением ограничений на расход мощности в связи с управлением, с уменьшением коэффициента К<sub>м</sub>, модули оптимальных передаточных чисел, управляющие воздействия и степень сглаживания переходных процессов в системе все это возрастает, темп переходного процесса восстановления нейтрального положения замедляется.

Табл.1.4. Передаточные числа регулятора при неполной управляемости и наблюдаемости системы демпфирования колебаний крыла, при варьируемом коэффициенте  $K_{\rm M}$  ограничения расхода мощности системы на управление, при коэффициенте уровня требуемого демпфирования колебаний  $K_{\rm A}$  =10.

Км	$(K_1$	$K_2$	<i>K</i> <sub>3</sub>	$K_4$	$K_5$ $K$	(6)	
0,5	(1.8291	-34.1325	1.8291	-34.1325	5 0.9927	43.9953)	
1	(1.0802	-26.0898	1.0802	-26.0898	8 0.9859	32.8358)	
2	(0.6024	-19.0275	0.6024	4 -19.027	75 0.9802	23.5953)	



Рис.1.8. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла,

синтезированной при  $K_{\pi} = 10, K_{\text{м}} = 0,5.$ 



Рис.1.9. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла,

синтезированной при  $K_{\pi} = 10, K_{M} = 1.$ 



Рис.1.10. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла, синтезированной при  $K_{\pi}$  =10,  $K_{\text{M}}$  =2.

Алгоритм АКОРа обеспечивает параметрическую инвариантность показателей качества системы управления по отношению к параметрам объекта наличии информационных управления, И поэтому, при достаточных И вычислительных ресурсов, может служить основой построения адаптивной по отношению к этим параметрам системы. Для иллюстрации этого тезиса применим условия  $K_{\rm m}$ =1,  $K_{\rm m}$ =1 к синтезу управления объектом с параметрами, измененными неблагоприятно для управления, увеличив в динамической структуре объекта относительный начальный вес третьего тона колебаний с 30% до 40% и увеличив частоты тонов на 10%. На рис.1.11 показаны переходные процессы в системе демпфирования колебаний для этого случая, по основным свойствам незначительно отличающиеся от процессов на рис.1.2, в варианте, принятом в качестве базового.



Рис.1.11. Переходные процессы в системе демпфирования колебаний крыла с варьированными параметрами, синтезированной при *K*<sub>д</sub> =1, *K*<sub>м</sub> =1.

### 1.6. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 1

Методом АКОР по критерию обобщенной работы при введенном расширении и варьировании критерия выполнен параметрический синтез активной системы демпфирования двухчастотных аэроупругих изгибных колебаний крыла самолета.

Функция штрафа расширена введением в нее оценки косвенных энергозатрат на управление, связанных с работой управляющих сил на перемещении объекта управления, что повышает значимость критерия оптимальности.

Варьированием энергетической части критерия оптимальности при синтезе системы обеспечено эффективное встречное управление расходом энергии на демпфирование и степенью демпфирования колебаний крыла.

Синтезируемые варианты системы способны эффективно демпфировать колебания объекта с малыми собственными коэффициентами демпфирования, при использовании привода, имеющего частоту собственных недемпфированных колебаний, лишь на 15% превосходящую частоту третьего тона колебаний объекта.
#### ГЛАВА 2

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ УГЛОМ КРЕНА СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА С УПРУГИМ КРЫЛОМ ПО ВАРИАТИВНОМУ КРИТЕРИЮ

#### 2.1. ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей главе рассматривается задача аналитического конструирования САУ углом крена гипотетического среднемагистрального самолета С существенно упругим крылом по вариативному критерию, изменение параметра ведет к встречному изменению быстродействия которого системы И энергоэкономичности управления сохранении при высокого качества процессов. Синтезируется переходных варианты пропорциональнопропорционально-дифференциально-интегрального дифференциального И алгоритмов управления. Аэроупругие движения крыла, существенные для магистральных самолетов, учитываются, во-первых, при передаче управляющих воздействий от наружных элеронов к центроплану, во-вторых, при изменении поперечного V крыла, влияющего на поперечную устойчивость ЛА, вследствие изменения нормальной перегрузки. При декомпозиции сложной САУ для ее модального синтеза в качестве внутренней системы может рассматриваться система демпфирования колебаний крыла [67,68], которое в этом случае при синтезе внешних систем может приниматься хорошо демпфированным.

При АКОРе САУ *n*-мерным вектором фазовых координат *X*, с одним управляющим воздействием *u*, с квадратной матрицей *A* коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом *B* коэффициентов при управляющем воздействии, на основе математической модели расширенного объекта

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{u},\tag{2.1}$$

37

определяется алгоритм управления

$$u = -KX, \tag{2.2}$$

минимизирующий функционал

$$J = \int_0^\infty (\boldsymbol{X}^T \, \boldsymbol{Q} \boldsymbol{X} + R u^2) dt \tag{2.3}$$

## 2.2. РАСЧЕТНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАСШИРЕННОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ

За основу математической модели расширенного объекта принята модель изолированного крена с дополнениями, вызванными особенностями работы САУ крена в комплексной САУ и динамикой упругого крыла при координированном развороте ЛА.

При построении модели предполагается, ЧТО управление креном совместным воздействием каналов элеронов и руля направления выполняется одновременно с парированием скольжения, также совместным воздействием этих каналов, взаимодействующие указанные системы управления угловыми движениями хорошо демпфированы и имеют одинаковое быстродействие, обеспеченное при их совместном синтезе. При этом эффективное влияние системы рулей на креновое движение несколько ниже, чем при автономном таком движении, что учитывается в расчетах понижающим коэффициентом  $K_{9} < 1$ . Для выполнения правильного разворота (с круговым горизонтальным движением самолета с постоянной скоростью) необходима дополнительная нормальная перегрузка, компенсирующая потери вертикальной составляющей подъемной силы крыла при крене,

$$\Delta n_{\text{узадан}} = Y / mg - 1 = 1 / \cos |\gamma| - 1 \approx \gamma^2.$$
(2.4)

Формирование дополнительной подъемной силы крыла достигается за счет увеличения его угла атаки, сопровождается ростом силы лобового

сопротивления. При этом для поддержания скорости полета требуется увеличивать силу тяги двигателей на величину

$$\Delta P = (\Delta n_{\text{узадан.}}/K) * m, \qquad (2.5)$$

где *К*- аэродинамическое качество крыла, *m*- масса ЛА, Этим определяются косвенные энергозатраты на выполнение координированного разворота ЛА. В силу сказанного, снижение среднего уровня крена за допустимое время маневра экономично энергетически не только по прямым затратам, связанным с перемещением рулевых органов, но и по косвенным затратам.

Возможны два основных варианта воздействия системы управления углом крена на систему формирования дополнительной перегрузки: параллельный и последовательный. При предполагаемой ниже в расчетах параллельной связи одновременно с командой  $\gamma_{3адан}$ , поступающей на первую систему, на вторую подается команда  $\Delta n_{yзадан}(\gamma_{задан})$ . При этом, при примерно одинаковых динамических характеристиках систем управления углом крена и нормальной избыточной перегрузкой, взаимосвязь переменных близка к статической:  $\Delta n_y = K_{\Delta ny} (\gamma) |\gamma|$ . При последовательной связи сигналы заданной дополнительной перегрузки формируются в функции фактического значения угла крена,  $\Delta n_{yзадан}(\gamma)$ , при этом дополнительная перегрузка формируется с динамическим запаздыванием относительно угла крена, соответствующим передаточной функции САУ  $\Delta n_y$ .

Влияние продольного углового движения на креновое движение самолета с упругим крылом состоит также в том, что увеличение угла атаки и нормальной избыточной перегрузки самолета ведет к увеличению прогиба упругого крыла, увеличению V крыла и, следовательно, возникновению дополнительного запаса статической устойчивости самолета по крену с приведенным коэффициентом  $K_{\nu}(\Delta n_{\nu}(\gamma))$ . При этом уравнения динамики крена приобретают вид:

39

$$(s+b_1)\omega_x + K_{v*}\gamma + b_3K_3\delta_3 = f_x;$$

$$(2.6)$$

- 
$$\omega_x + s\gamma = 0$$
,

Здесь  $b_1$  – приведенный коэффициент собственного аэродинамического демпфирования поперечных колебаний,  $b_3$  – приведенный коэффициент эффективности управления элеронами,  $\omega_x$ ,  $\gamma$  – угловая скорость и угол крена, соответственно,  $\delta_3$  – компонента отклонения элеронов в рассматриваемом движении,  $f_x$ - приведенное возмущающее воздействие.

Рулевые приводы при математическом моделировании САУ рассматриваются как хорошо демпфированные апериодические звенья второго порядка, с передаточными функциями по отношению к сигналу управления *u*<sub>э</sub>

$$W_{\rm pn} = \delta_{\rm s}(s) / u_{\rm s}(s) = K_{\rm pn} \omega_{\rm pn}^2 / (s^2 + 2 \omega_{\rm pn} s + \omega_{\rm pn}^2), \qquad (2.7)$$

где  $K_{pn}$ ,  $\omega_{pn}$ ,  $\zeta_{pn}$  - передаточный коэффициент, собственная частота недемпфированных колебаний и относительный коэффициент демпфирования привода, соответственно. В расчетах принимается  $K_{pn}=1$ , реальное его значение включается сомножителем в общие передаточные числа каналов управления. При управлении креном с помощью наружных и внутренних элеронов в цепях передачи воздействий первых на центроплан находятся упругие полукрыла, что приближенно учитывается последовательным включением в модель канала воздействия дополнительных колебательных звеньев с передаточной функцией крыла (для относительной ординаты деформации r)

$$W_{\kappa p}(s) = \omega_{\kappa p}^{2} / (s^{2} + 2\zeta_{\kappa p}\omega_{\kappa p}s + \omega_{\kappa p}^{2}).$$

$$(2.8)$$

Тогда эффективное управляющее воздействие элеронов на ЛА при/  $\delta_{\mathfrak{I}} / < \delta_{\mathfrak{I} max}$ :

$$\delta_{\mathfrak{s}\mathfrak{s}\mathfrak{h}\mathfrak{h}\mathfrak{h}}(s) = [W_{\kappa p}(s)^*K_{hapymen.}^*K_{\kappa pyyehus} + K_{\mathfrak{g}hymp.}]^*\delta_{\mathfrak{s}}(s),$$
 (2.9) где

 $\delta_{3 \text{ max}}$  — максимальное допустимое отклонение элерона,  $K_{\text{наружн.}}$  и  $K_{\text{внутр.}}$ 

определяют часть управляющего момента, создаваемого наружными и внутренними элеронами, соответственно, при их совместной работе,  $K_{\text{кручения}} < 1$ определяет уровень снижения момента наружного элерона за счет кручения полукрыла при передаче управляющего воздействия.

# 2.3. АКОР И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САУ<sub>У</sub> СО СТАТИЧЕСКИМ АВТОПИЛОТОМ

#### Результаты параметрического синтеза алгоритмов управления

При АКОРе САУу, реализующей управление со статическим автопилотом, определяются коэффициенты аддитивного алгоритма управления

$$u = - [K(1) \quad K(2) \quad K(3) \quad K(4)]^* [\omega_x (\gamma - \gamma_{3adahh}) \quad \delta_3 \quad r]'$$
(2.10)

При синтезе описывающие движения крыла хорошо демпфированные колебательные звенья принимаются апериодическими, при моделировании они рассматриваются как апериодические или колебательные. Варьируются (домножаются на коэффициент мощности  $K_{\rm M}$ ) весовые коэффициенты при наиболее значимых энергетически членах критерия  $\gamma$  и  $\delta_2$ , в функции  $K_{\rm M}$  определяются коэффициенты алгоритма управления, вид переходных функций и быстродействие системы (длительность переходного процесса  $T_{\rm nn}$ ). Приведем результаты нескольких вариантов синтеза и математического моделирования САУ $\gamma$ . В процессе синтеза САУ $\gamma$  со статическим автопилотом получены значения коэффициентов закона управления K(1)-K(4), указанные в табл.2.3.1 и показанные на графике рис.2.3.1.

N	Км	<i>K</i> (1)	<i>K</i> (2)	<i>K</i> (3)	<i>K</i> (4)
1	0.5	-0.7027	-0.6516	0.4070	0.2490
2	1	-0.8498	-0.9385	0.5757	0.2440

Табл.2.3.1. Параметры законов управления в САУу.

3	2	-1.0591	-1.3427	0.8675	0.2368
4	10	-1.9973	-3.0381	2.3996	0.2336
5	20	-2.7362	-4.3042	3.6531	0.2541
6	30	-3.3122	-5.2750	4.6335	0.2767
7	40	-3.8012	-6.0930	5.4663	0.2986
8	50	-4.2338	-6.8136	6.2029	0.3193



Рис.2.1. Зависимости параметров законов управления САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_{\text{м.}}$ 

Из приводимых ниже результатов математического моделирования синтезированных систем автоматического управления углом крена самолета видно, что введенный вариативный параметр критерия оптимальности является эффективным встречным воздействием на быстродействие и энергоэкономичность переходных процессов при сохранении их высокого качества во всем рабочем диапазоне значений. Рост быстродействия систем сопровождается снижением статических ошибок управления, тем не менее астатическое управление актуально [см. 68]. Учет изгибной упругости крыла при синтезе и анализе системы автоматического управления углом крена вносит в систему статические ошибки и рост колебательности. Ограничения отклонения элеронов несколько замедляют и сглаживают переходные процесс по углу крена. В конкретных задачах введение ограничителей отклонения элеронов на уровне 20° и 15° внесли в переходные процессы замедление в пределах 10%, незначительно сгладив их.

### Математическое моделирование процессов управления в САУ у со статическим автопилотом (блок вычислительных экспериментов 1).

В этой группе задач хорошо демпфированное крыло представляются апериодическим звеном, рассматривается отработка заданного значения угла крена в 30° и 15° при различных *К*<sub>м</sub> и ограничениях отклонения элеронов.

Вариант 2.3.1. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , при представлении демпфированного крыла апериодическим звеном1-ого порядка, при отсутствии ограничений отклонения элеронов. На рис. 2.2 и 2.3 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в  $30^{\circ}\gamma$ , при различных  $K_{\rm M}$ .



Рис.2.2. Переходные процессы по углу крена самолета в САУγ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub>.



Рис.2.3. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУу со статическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

Вариант 2.3.2. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3aдah} = 30^{\circ}$ , условия задачи по варианту 2.3.1, с дополнительным учетом ограничения отклонения элеронов на уровне +- 20°. На рис. 2.4 и 2.5 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в 30°  $\gamma$ , при различных  $K_{\rm M}$ .

Вариант 2.3.3. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , условия задачи по варианту 2.3.1, с дополнительным учетом ограничения отклонения элеронов на уровне +- 15°. На рис. 2.6 и 2.7 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в 30°  $\gamma$ , при различных  $K_{\rm M}$ . Из приведенных графиков видно высокое качество рассмотренных переходных процессов. В табл. 2.3.2. и на рис.2.8. указана длительность приведенных переходных при различных значениях  $K_{\rm M}$  и уровнях ограничения отклонения элеронов.



Рис.2.4. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом при различных значениях  $K_{\text{м.}}$ 



Рис.2.5. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом при различных значениях  $K_{\text{м.}}$ 



Рис.2.6. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом при различных значениях  $K_{\rm M}$ .



Рис.2.7. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом при различных значениях  $K_{\text{м.}}$ 

Табл.2.3.2. Время переходного процесса в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub> и уровнях ограничения отклонения элеронов.

N	Км	Тпп	Тпп	$T_{\Pi\Pi}$
		(Вариант 2.3.1)	(Вариант 2.3.2)	(Вариант 2.3.3)
1	0.5	6.1017	6.1017	6.1017
2	1	4.92	4.92	4.92
3	2	4.0555	4.0555	4.1543
4	10	3.1477	3.2428	3.4122
5	20	3.0123	3.1281	3.3155
6	30	2.9653	3.0896	3.2832
7	40	2.9414	3.0703	3.2672
8	50	2.9268	3.0587	3.2575



Рис.2.8. Зависимости времени переходного процесса  $T_{\Pi\Pi}$  в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_{\rm M}$  при различных уровнях ограничений отклонения элеронов.

Вариант 2.3.4. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3адан} = 15^{\circ}$ , остальные условия задачи по варианту

2.3.1. На рис. 2.9 и 2.10 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов САУ  $\gamma$ , синтезированной при различных значениях  $K_{\text{м}}$ .



Рис. 2.9. Переходные процессы угла крена в САУ у при различных значениях *К*<sub>м</sub>.



Рис. 2.10. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  при различных значениях  $K_{\rm M}$ 

Здесь также рассмотренные переходные процессы имеют высокое качество. В табл. 2.3.3. и на рис.2.11. указана длительность приведенных переходных при учтенных различных значениях коэффициента  $K_{\rm M}$ , откуда, как и ранее, видна существенная ее управляемость указанным коэффициентом.

Табл. 2.3.3. Влияние величины коэффициента  $K_{\rm M}$  на длительность переходных процессов  $T_{\rm nn.}$ 

N	K <sub>M</sub>	<i>Т</i> <sub>пп</sub> (вариант 2.3.4)
1	0.5	6.6418
2	1	5.3788
3	2	4.3943
4	10	3.3451
5	20	3.1903
6	30	3.1366
7	40	3.1094
8	50	3.0927



Рис. 2.11. Зависимость времени переходного процесса  $T_{\text{пп}}$  в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_{\text{м.}}$ 

# Математическое моделирование процессов управления в САУ γ со статическим автопилотом (блок вычислительных экспериментов 2).

В настоящей группе задач хорошо демпфированное крыло представляются колебательным звеном, рассматривается отработка заданного значения угла крена в  $30^{\circ}$  и  $15^{\circ}$  при различных  $K_{M}$  и различных уровнях ограничения отклонения элеронов. Показано, что, по сравнению с предыдущей группой вариантов, несколько растет время переходных процессов и в части их проявляется небольшой рост перерегулирования переходных процессов.

Вариант 2.3.5. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , при представлении демпфированного крыла колебательным звеном, при отсутствии ограничений отклонения элеронов. На рис. 2.12 и 2.13 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в  $30^{\circ} \gamma$ , при различных  $K_{\rm M}$ .



Рис2.12. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м.</sub>



Рис. 2.13. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub>.

Вариант 2.3.6. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , условия задачи по варианту 2.3.5, с дополнительным учетом ограничения отклонения элеронов на уровне +- 20°. На рис. 2.14 и 2.15 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в 30° $\gamma$ , при различных  $K_{\rm M}$ .



Рис. 2.14. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub>.



Рис. 2.15. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub>.

Вариант 2.3.7. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , условия задачи по варианту 2.3.5, с дополнительным учетом ограничения отклонения элеронов на уровне +- 15°°. На рис. 2.16 и 2.17 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в 30° $\gamma$ , при различных  $K_{\rm M}$ .

Здесь, как и ранее, рассмотренные переходные процессы имеют высокое качество. В табл. 2.3.4. и на рис.2.18 приведена длительность построенных переходных процессов при учтенных различных значениях коэффициента *K*<sub>м</sub> и уровнях ограничения отклонения элеронов, откуда, как и ранее, видна существенная управляемость быстродействия системы указанным коэффициентом.



Рис. 2.16. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub>.



Рис. 2.17. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ γ со статическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м.</sub>

Табл. 2.3.4. Влияние коэффициента К<sub>м</sub> и ограничений отклонения элеронов на

N	Км	Тпп	Тпп	$T_{ m nm}$
		(Вариант 2.3.5)	(Вариант 2.3.6)	(Вариант 2.3.7)
1	0.5	6.0828	6.0828	6.0828
2	1	4.8865	4.9029	4.9029
3	2	4.0194	4.0661	4.1441
4	10	3.1161	3.2395	3.4163
5	20	2.9832	3.1294	3.3237
6	30	2.9373	3.0928	3.2932
7	40	2.9140	3.0749	3.2782
8	50	2.8999	3.0640	3.2692



Рис. 2.18. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  в САУ $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_{M}$  при различных уровнях ограничений отклонения элеронов.

Вариант 2.3.8. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3адан} = 15^{\circ}$ , при представлении демпфированного крыла колебательным звеном, при отсутствии ограничений

отклонения элеронов. На рис. 2.19 и 2.20 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена  $\gamma$  в 15°, при различных  $K_{\rm M}$ .

Вариант 2.3.9. Математическое моделирование САУ $\gamma$  со статическим автопилотом при отработке заданного угла крена  $\gamma_{3 a дан} = 15^{\circ}$ , условия задачи по варианту 2.3.8, с дополнительным учетом ограничения отклонения элеронов на уровне +- 20°. На рис. 2.21 и 2.22 приведены переходные процессы по углу крена и отклонению элеронов при отработке заданного значения угла крена в 15°, при различных  $K_{\rm M}$ .

Табл. 2.3.5 и рис. 2.23 иллюстрируется существенная управляемость быстродействия САУ  $\gamma$  коэффициентом  $K_{\rm M}$  при слабом влиянии на него уровня ограничений отклонения элеронов.



Рис. 2.19. Переходные процессы угла крена в САУ  $\gamma$  при различных значениях  $K_{\rm M}$ .



Рис. 2.20. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУу при

различных значениях К<sub>м.</sub>



Рис. 2.21. Переходные процессы по углу крена в САУ у при различных значениях  $K_{\rm M}$ .



Рис. 2.22. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ у при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

N	K <sub>M</sub>	Тпп	$T_{ m n\pi}$
		(Вариант 2.3.8)	(Вариант 2.3.9)
1	0.5	6.6183	6.6183
2	1	5.3421	5.3421
3	2	4.3529	4.3629
4	10	3.3088	3.356
5	20	3.1565	3.2145
6	30	3.1045	3.1665
7	40	3.078	3.1431
8	50	3.062	3.1289

Табл. 2.3.5. Влияние К<sub>м</sub> и ограничений отклонения элеронов на T<sub>пп</sub>.



Рис. 2.23. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  в САУ  $\gamma$  со статическим автопилотом от  $K_{\rm M}$ .

## 2.4. АКОР И МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ САУ<sub>У</sub> С АСТАТИЧЕСКИМ АВТОПИЛОТОМ

#### Результаты параметрического синтеза алгоритмов управления

При АКОРе САУу, реализующей управление с астатическим автопилотом, определяются коэффициенты аддитивного алгоритма управления:

$$u = [K(1) \quad K(2) \quad K(3) \quad K(4) \quad K(5)]^* [\omega_x \gamma \, \delta_\gamma \, r \, \gamma_i = \int_0^t (\gamma - \gamma 3 a g a h h) \, dt ]'$$
 (2.11)

Введение интеграла по отклонению угла крена от заданного значения ведет к снижению (теоретически, в линейном приближении – к устранению) статической ошибки управления и, сглаживая управляющий сигнал, снижает броски отклонения элеронов и изгиба крыла. При этом выбором ограничений фазовых координат и получением соответствующих им передаточных чисел автопилота удается сохранить сочетание высокого и управляемого быстродействия системы при сохранении высокого качества переходных

процессов. Характер переходных процессов в САУу с астатическим автопилотом, с учетом упругости крыла, при ступенчатых управляющем и возмущающем воздействиях иллюстрируется рис 2.24.



Рис. 2.24. Переходные процессы в САУу с астатическим автопилотом при узаданн =30° и ступенчатом возмущающем воздействии, при учете упругости демпфированного крыла.

При АКОРе астатической системы вариативные весовые коэффициенты критерия приняты следующими:  $d_{\gamma, \delta_3} = 1+0.2 \, K_M$ ,  $d_{\gamma i} = K_M$ . Полученные при этом коэффициенты алгоритма управления показаны в табл.2.4.1 и на графике рис.2.25. Здесь, наряду с устранением статической ошибки, сохраняется высокое качество процессов управления и управляемость их характеристик вариативным параметром критерия оптимальности.

N	Км	<i>K</i> (1)	<i>K</i> (2)	<i>K</i> (3)	<i>K</i> (4)	<i>K</i> (5)
1	0.5	-1.4913	-2.3278	0.6382	0.2730	-0.7071
2	1	-1.6823	-2.7866	0.6768	0.2804	-1.0000
3	2	-1.9308	-3.4008	0.7453	0.2890	-1.4142
4	10	-2.9121	-5.8623	1.1853	0.3189	-3.1623
5	20	-3.6674	-7.7135	1.6228	0.3440	-4.4721

Табл.2.4.1. Параметры законов управления в САУу с астатическим автопилотом.

6	30	-4.2677	-9.1570	1.9943	0.3666	-5.4772
7	40	-4.7853	-10.3879	2.3231	0.3878	-6.3246
8	50	-5.2484	-11.4810	2.6214	0.4079	-7.0711



Рис. 2.25. Зависимости параметров законов управления САУ  $\gamma$  от  $K_{\rm M}$ .

## Математическое моделирование процессов управления в САУ у с астатическим автопилотом (блок вычислительных экспериментов 1)

Выполняется математическое моделирование процессов управления в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при представлении в математической модели упругого демпфированного крыла СМС апериодическим звеном, при отработке заданного значения угла крена в 30° и 15°, при различных  $K_{\rm M}$  и различных уровнях ограничения отклонения элеронов.

Вариант 2.4.1. Математическое моделирование САУ<sub>γ</sub> с астатическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3aдaH} = 30^{\circ}$ , при отсутствии ограничения отклонения элеронов. Полученные при этом переходные процессы по углу крена самолета и

отклонению элеронов в САУ у с астатическим автопилотом, синтезированным при различных значениях *K*<sub>м</sub>, приведены на рис.2.26, 2.27.



Рис. 2.26. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3адан}$ , при различных значениях  $K_{\text{м.}}$ 



Рис. 2. 27. Переходные процессы по углу отклонения элеронов в САУ γ с астатическим автопилотом при различных значениях *K*<sub>м</sub>.

Вариант 2.4.2. Математическое моделирование САУ $\gamma$  с астатическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , при ограничении отклонения элеронов – +-15°. Полученные при этом переходные процессы по углу крена самолета и отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом, синтезированным при различных значениях  $K_{\rm M}$ , приведены на рис.2.28, 2.29.



Рис. 2.28. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

Существенное расчетное влияние коэффициента  $K_{\text{м.}}$  и несущественное влияние ограничений отклонения элеронов на длительность переходных процессов  $T_{\text{пп}}$  в системе иллюстрируются табл.2.4.2 и рис.2.30.



Рис. 2.29. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

Табл.2.4.2. Влияние коэффициента  $K_{\text{м.}}$  и ограничений отклонения элеронов на длительность переходных процессов  $T_{\text{пп}}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом.

N	К <sub>м</sub>	<i>Т</i> <sub>пп</sub> (вариант 2.4.1)	<i>Т</i> <sub>пп</sub> (вариант 2.4.2)
1	0.5	6.8594	6.8594
2	1	5.6590	5.6589
3	2	4.6913	4.6913
4	10	3.4304	3.4303
5	20	3.1583	3.1120
6	30	3.0485	2.9765
7	40	2.9883	2.9056
8	50	2.9501	2.8624



Рис.2.30. Зависимости от  $K_{\rm M}$  времени переходного процесса  $T_{\rm nn}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при ограничении отклонения элеронов и без него.

Вариант 2.4.3. Математическое моделирование САУ $\gamma$ , аналогичное варианту 2.4.1, при отработке  $\gamma_{3adah} = 15^{\circ}$ . Полученные при этом переходные процессы по углу крена самолета и отклонению элеронов в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом, синтезированным при различных значениях  $K_{\rm M}$ , приведены на рис.2.31, 2.32.



Рис. 2.31. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>



Рис. 2.32. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

Существенное и расчетное влияние коэффициента  $K_{M,}$  примененного при синтезе закона управления системы, на продолжительность переходных процессов в ней иллюстрируется табл.2.4.3 и рис.2.33.

Табл.2.4.3. Влияние коэффициента  $K_{\rm M}$  на время переходных процессов  $T_{\rm nn}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом

N	Км	<i>T</i> <sub>пп</sub> (вариант 2.4.3)
1	0.5	6.6829
2	1	5.4759
3	2	4.5563
4	10	3.3738
5	20	3.1146
6	30	3.0094
7	40	2.9516
8	50	2.9174



Рис. 2.33. Зависимость времени регулирования  $T_{\text{пп}}$  в САУ  $\gamma$  от  $K_{\text{м.}}$ 

Математическое моделирование процессов управления в САУ у с астатическим автопилотом (блок вычислительных экспериментов 2). В отличие от предыдущего блока задач, здесь упругое демпфированное крыло представлено в математической модели колебательным звеном. Такое уточнение описания его динамики ведет к небольшому росту продолжительности и перерегулирования части переходных процессов, при сохранении их высокого качества.

Вариант 2.4.4. Математическое моделирование САУ $\gamma$  с астатическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , при отсутствии ограничений отклонения элеронов. Полученные переходные процессы по углу крена самолета и отклонению элеронов приведены на рис.2.34, 2.35.

Вариант 2.4.5. Математическое моделирование САУ $\gamma$  с астатическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3адан} = 30^{\circ}$ , при ограничении отклонения элеронов на уровне +-. 15°. Полученные переходные процессы по углу крена самолета и отклонению элеронов приведены на рис.2.36, 2.37. Табл.2.4.4 и рис. 2.38 иллюстрируют существенное расчетное влияние коэффициента  $K_{\rm M}$  и

незначительное влияние ограничения отклонения элеронов на время переходных процессов  $T_{nn}$  в системе.



Рис. 2.34. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>



Рис. 2.35. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>



Рис. 2.36. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м</sub>.



Рис. 2. 37. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

Табл. 2.4.4. Влияние коэффициента  $K_{\rm M}$  на время переходных процессов  $T_{\rm nn}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом

N	Км	<i>T</i> <sub>пп</sub> (вариант 2.4.4)	<i>T</i> <sub>пп</sub> (вариант 2.4.5)
1	0.5	6.8451	6.8451
2	1	5.6412	5.6412
3	2	4.6718	4.6718
4	10	3.4096	3.4038
5	20	3.1376	3.0726
6	30	3.0283	2.9406
7	40	2.9685	2.8732
8	50	2.9306	2.8332



Рис. 2.38. Зависимости от  $K_{\rm M}$  времени переходного процесса  $T_{\rm III}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом при ограничении отклонения элеронов и без него.

Вариант 2.4.6. Математическое моделирование САУ $\gamma$  с астатическим автопилотом при отработке  $\gamma_{3адан} = 15^{\circ}$ , при отсутствии ограничений отклонения элеронов. Полученные переходные процессы по углу крена самолета и отклонению элеронов приведены на рис.2.39, 2.40. Табл.2.4.4 и рис. 2.38 иллюстрируют существенное расчетное влияние коэффициента  $K_{\rm M}$  на время переходных процессов  $T_{\rm nn}$  в системе.



Рис. 2.39. Переходные процессы по углу крена самолета в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>



Рис. 2.40. Переходные процессы по отклонению элеронов в САУ у с астатическим автопилотом при различных значениях *К*<sub>м.</sub>

Табл.2.4.5. Влияние коэффициента  $K_{\rm M}$  на время переходных процессов  $T_{\rm nn}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом





Рис. 2.41.Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  в САУ  $\gamma$  с астатическим автопилотом от  $K_{\rm M.}$ 

#### 2.5. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 2

Упругость крыла вносит в систему управления углом крена самолета дополнительное самовыравнивание и, при управлении углом крена с помощью наружных элеронов, дополнительное запаздывание в тракте управления. АКОР с введенным вариативным параметром критерия оптимальности системы управления позволяет обеспечить получение эффективно управляемых им динамических характеристик системы при высоком качестве процессов управления, что может служить основой оперативной адаптации системы к изменяющимся текущим требованиям.

#### ГЛАВА З

# АНАЛИТИЧЕСКОЕ КОНСТРУИРОВАНИЕ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛИНИЕЙ ЗАДАННОГО ПУТИ СРЕДНЕМАГИСТРАЛЬНОГО САМОЛЕТА С УПРУГИМ КРЫЛОМ ПО ВАРИАТИВНОМУ КРИТЕРИЮ

#### 3.1. ВВЕДЕНИЕ, ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В настоящей главе рассматривается задача аналитического конструирования алгоритмов управления боковым положением гипотетического среднемагистрального самолета с существенно упругим крылом относительно заданной траектории по вариативному критерию, изменение параметра которого ведет к встречному изменению быстродействия синтезируемой системы и энергоэкономичности маневров при сохранении высокого качества переходных процессов.

При АКОРе САУ с *n*-мерным вектором фазовых координат *X*, с одним управляющим воздействием *u*, с квадратной матрицей *A* коэффициентов внутренних связей и матрицей-столбцом *B* коэффициентов при управляющем воздействии, на основе математической модели расширенного объекта

$$d\mathbf{X}/dt = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}u,\tag{3.1}$$

определяется алгоритм управления

$$u = -KX, \tag{3.2}$$

минимизирующий заданный функционал

$$J = \int_0^\infty (\boldsymbol{X}^T \boldsymbol{Q} \boldsymbol{X} + R u^2) dt, \qquad (3.3)$$

где

72
$$Q = \begin{bmatrix} q_{11} & \cdots & 0\\ \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & \cdots & q_{nn} \end{bmatrix};$$

Увеличение бортовых вычислительных ресурсов летательных аппаратов открывает перспективу применения АКОРа в качестве аппарата оперативного расчета алгоритмов управления в соответствии с текущими условиями и задачами полета, т.е. своеобразного метода адаптации к ним.

Для реализации такой адаптации, наряду с достаточно достоверной математической моделью ВС, необходима функция штрафа, содержащая параметры, вариация которых позволяет при умеренных вычислительных трудностях эффективно встречно воздействовать на быстродействие и энергозатратность маневров системы с синтезируемыми алгоритмами.

### 3.2. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ СИНТЕЗИРУЕМОЙ СИСТЕМЫ

Управляемое боковое движение в рассматриваемой системе принимается горизонтальным, выполняемым с помощью координированных разворотов, при использовании в качестве внутренней, исполнительной системы управления углом крена.

Математическая модель системы, рассматриваемая как линеаризованная, содержит: модель внутренней системы управления углом крена  $\gamma$ , принимаемой в виде колебательного, хорошо демпфированного звена с собственной частотой недемпфированных колебаний  $\omega_{\gamma}$ , коэффициентом демпфирования  $\zeta$ , ограничением модуля входного сигнала на уровне  $\gamma_m$ , при входном сигнале  $\gamma_{3адан}$  в форме Лапласа описываемую уравнением:

 $(s^{2} + 2\zeta \omega_{\gamma}s + \omega_{\gamma}^{2}(1 + \kappa_{v}\gamma))\gamma(s) = \omega_{\gamma}^{2}\gamma_{3aдah}(s), |\gamma_{3adah}| <= \gamma_{m};$  (3.4) входящую в описание этого звена дополнительную позиционную связь по углу крена с коэффициентом, примерно пропорциональным углу крена,  $\kappa_{v}\gamma$ , вызванную ростом  $V_{\rm kp}$  упругого крыла при увеличении нормальной избыточной перегрузки самолета, создаваемом с целью парирования потери вертикальной компоненты подъемной силы крыла при (эта связь делает модель нелинейной и при синтезе заменяется линейной с коэффициентом  $\kappa_v \gamma_m/2$ ); дважды интегрирующее кинематическое звено, связывающее изменение положения самолета относительно заданной траектории *z* с углом крена при координированном развороте,

$$s^2 z(s) = g\gamma, \tag{3.5}$$

управляющие связи, при полной наблюдаемости системы, т.е. при наблюдаемости угловой скорости и угла крена,  $\omega_x$  и  $\gamma$ , линейной скорости и отклонения  $\dot{z}$  и z самолета относительно заданной траектории, и при полной управляемости соответствующие алгоритму управления:

$$\gamma_{,\text{задан}} = (K\omega_x \ K\gamma \ K\dot{z} \ Kz)^* (\omega_x \ \gamma \ z \ z)^{\prime},$$

или, в обозначениях более общего вида

$$u = = (K(1) \ K(2) \ K(3) \ K(4))^* (x(1) \ x(2) \ x(3) \ x(4))^*.$$

При математическом моделировании синтезируемой системы предпочтительно регистрировать не поперечную скорость *ż* а связанную с ней величину угла курса относительно заданной траектории

$$\Psi = -\arcsin(\dot{z}/V). \tag{3.6}$$

В силу постановки задачи, при анализе синтезированных вариантов системы требуется математическая модель дополнительного расхода энергии на управление, связанного с работой дополнительной силы лобового сопротивления при указанном выше увеличении нормальной избыточной перегрузки. Для выполнения правильного разворота (с круговым горизонтальным движением самолета с постоянной скоростью) необходима дополнительная нормальная перегрузка

$$\Delta n_{y\partial on} = Y/mg - l = 1/\cos\gamma - l \tag{3.7}$$

При сравнительно малых, реальных для среднемагистрального самолета, углах крена  $1/\cos\gamma -1 \cong \gamma^2/2$ . (3.8)

Действительно, при  $\gamma = \frac{\pi}{6}$ , 1/cos $\gamma$  -1=0.1547,  $\gamma^2/2=0.1371$ , при меньших углах различие еще меньше.

Дополнительной нормальной перегрузке соответствует дополнительная тангенциальная перегрузка  $\Delta n_{x\text{доn}} = \Delta n_{y\text{дon}}/K$ , где K – аэродинамическое качество ЛА, для реализации которой требуется пропорциональная ей дополнительная мощность двигателей. Таким образом,  $\Delta n_{y\text{дon}} \cong \gamma^2/2$  может рассматриваться как мера относительной затраты мощности на маневр с креном, а интеграл от  $\Delta n_{y\text{дon}}$  по времени маневра

$$\bar{A}_{\text{доп}} = \int_0^t \Delta n_{\text{ydon}} dt \tag{3.9}$$

как мера относительной дополнительной работы или затраты энергии на маневр.

### 3.3. ФОРМИРОВАНИЕ ФУНКЦИИ ШТРАФА

Вектор весовых коэффициентов функции штрафа предопределяет динамические свойства синтезируемой системы. Коэффициенты определяются на основе правила равных вкладов максимальных по модулю значений переменных и разнородных требований к системе. В настоящей работе весовые коэффициенты критерия доопределяются на основе требований устойчивости, а также малой колебательности синтезируемой системы в выбранном диапазоне рабочих частот. В качестве варьируемого параметра критерия используется характерная частота  $\omega$ , определяющая темп переходных процессов в системе, для

доопределения критерия используется обратный метод АКОРа, примененный для упрощенной математической модели объекта управления, принятого двухтемповым. При этом за основу оптимизации системы может быть принята ее эталонная модель с уравнением

$$(s + \omega_1) (s^2 + 2\omega s + \omega^2)z(s) = z_{3a\partial aH}(s)$$
(3.10)

при приближенном представлении внутренней системы управления углом крена апериодическим звеном с собственной частотой  $\omega_1 \cong 1$ , при ограничении

$$|\gamma_{\text{задан}}| <= \gamma_m . \tag{3.11}$$

Вариативный параметр  $\omega$  (основная определяющая частота) определяет масштаб быстродействия синтезируемой системы и, соответственно, масштаб энергозатрат на маневр. Им в основном определяются коэффициенты обратной связи в системе по отклонению *z* и скорости *ż*. Он является основным встречным управляющим параметрическим воздействием на длительность переходных процессов *T*<sub>пп</sub> в системе и энергозатратность отрабатываемых маневров.

Полученные предварительным расчетом и примененные при оптимизации системы параметры критерия имеют вид: *u*=1,

 $\omega = 0.03...0.23;$   $q_{11} = 0;$   $q_{22} = 1;$   $q_{33} = 2^{-1/4} \omega^2 / 9.81;$   $q_{44} = (\omega^2 / 9.81)^2.$ (3.12)

# 3.4. РЕЗУЛЬТАТЫОПТИМИЗАЦИИСИСТЕМЫИМАТЕМАТИЧЕСКОГОМОДЕЛИРОВАНИЯПРОЦЕССОВУПРАВЛЕНИЯ В НЕЙ.КоронаСорона

3.4.1. Параметрический синтез системы автоматического управления положением самолета относительно заданной траектории при варьировании определяющей частоты

В процессе синтеза системы автоматического управления положением самолета относительно заданной траектории ( САУ z) получены значения коэффициентов закона управления K(1)-K(4), указанные в табл. 3.4.1 и показанные на графикf[ рис. 3.1. Из табл. и рис. видно эффективное параметрическое влияние определяющей частоты на комплекс обратных связей в системе.

Варианты	$\omega, c^{-l}$	K(1)	<i>K</i> (2)	<i>K</i> ( <i>3</i> )	<i>K</i> (4)
1	0.03	0.2653	0.5817	0.0118	0.0001
2	0.05	0.3139	0.6960	0.0198	0.0003
3	0.07	0.3607	0.8081	0.0279	0.0005
4	0.09	0.4058	0.9182	0.0362	0.0008
5	0.11	0.4493	1.0266	0.0445	0.0012
6	0.13	0.4915	1.1334	0.0530	0.0017
7	0.15	0.5325	1.2386	0.0615	0.0023
8	0.17	0.5722	1.3425	0.0702	0.0029
9	0.19	0.6109	1.4451	0.0789	0.0037
10	0.21	0.6486	1.5465	0.0878	0.0045
11	0.23	0.6671	1.5967	0.0922	0.0049

Табл. 3.4.1. Параметры законов управления в САУ *z*.



Рис. 3.1. Зависимости параметров законов управления САУ z от  $\omega$  (с<sup>-1</sup>).

Ниже приводится часть результатов математического моделирования процессов в системе, выполненного для трех видов управляемых маневров и трех группах граничных условий, ограничений и параметров движения, при алгоритмах управления, полученных оптимизацией системы с варьируемой определяющей частотой  $\omega$ .

## 3.4.2. Математическое моделирование процессов отработки Sобразного маневра оптимизированной системой.

Приводятся результаты моделирования процессов управления для трех вариантов исходных данных.

Вариант *а*. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=3000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=0^\circ$ ,  $|\gamma|_{\text{max}}=30^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$ , в системе, оптимизированной при различных значениях  $\omega$ , показанные в табл.3.4.2 и на рис.3.2.

Табл. 3.4.2. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{non}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\Pi\Pi}(\mathbf{c})$	$ar{A}_{\sf доп}$
1	0.03	376.95	0.1288
2	0.05	207.45	0.6402
3	0.07	179.26	1.0057
4	0.09	147.38	1.4431
5	0.11	122.61	1.9136
6	0.13	105.03	2.3951
7	0.15	92.06	2.8901
8	0.17	85.10	3.2573
9	0.19	76.98	3.7741
10	0.21	72.13	4.1836
11	0.23	67.32	4.6378



Рис. 3.2. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

Из рис. 3.2 видно, в частности, что с увеличением длительности переходного процесса в системе уменьшаются дополнительные энергозатраты на маневр., При моделировании получены графики фазовых координат системы, приведенные на рис.3.3, 3.4 и 3.5. Из графиков видно, что с ростом характерной частоты *ω* по качеству переходных процессов система приближается к оптимальной по быстродействию.



Рис. 3.3. Графики углов крена при выполнении S-образного маневра.



Рис. 3.4. Графики углов курса при выполнении S-образного маневра.



Рис. 3.5. Линии траектории z(t) самолета при выполнении S-образного маневра.

Как видно из табл.3.4.2 и графиков, в рассматриваемой задаче переменный параметр  $\omega$  является эффективным инструментом воздействия на динамические свойства системы управления. Изменение  $\omega$  в пределах 0.03-0.23  $c^{-1}$  отражается на параметрах и динамических свойства системы. На промежутке 0.03 <  $\omega$  <0.07  $c^{-1}$  угол крена не превышает 30°. Увеличение частоты  $\omega$  в этом промежутке вызывает двукратное снижение длительности переходных процессов, до 5-6-кратного рост энергозатрат на выполнение переходных процессов. На промежутке 0.07 <  $\omega$ < 0.23  $c^{-1}$  увеличение частоты  $\omega$  вызывает 1.5-3-кратное снижение длительности переходных процессов. На промежутке 0.07 <  $\omega$ < 0.23  $c^{-1}$  увеличение частоты  $\omega$  вызывает 1.5-3-кратное снижение длительности переходных процессов. На

Вариант *b*. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=3000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=0^\circ$ ,  $|\gamma|_{max}=45^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{дon}$ , показанные в табл.3.4.3 и на рис.3.6, аналогичные этим данным для варианта *a*.

Табл.3.4.3. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

Варианты	$\omega(c^{-})^{l}$	$T_{\Pi\Pi}(c)$	$ar{A}_{ ext{dom}}$
1	0.03	375.9	0.1288
2	0.05	207	0.6639
3	0.07	178	1.1821
4	0.09	145.5	1.8725
5	0.11	120.22	2.6155
6	0.13	102.05	3.3675
7	0.15	88.93	4.1333
8	0.17	81.8	4.7025
9	0.19	73.37	5.4936
10	0.21	68.36	6.1168
11	0.23	63.95	6.7712



Рис. 3.6. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{дon}$  от  $\omega$ .



Рис. 3.7. Графики углов крена при выполнении S-образного маневра.



Рис. 3.8. Графики углов курса при выполнении *S*-образного маневра.



Рис. 3.9. Линии траектории z(t) самолета при выполнении S-образного маневра.

Вариант с. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=5000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=0^\circ$ ,  $|\gamma|_{max}=45^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{don}$ , показанные в табл.3.4.4 и на рис.3.10. Из табл. и рис. видно существенное встречное влияние определяющей частоты  $\omega$ , принятой при оптимизации системы, на длительность  $T_{nn}$  и относительную дополнительную работу $\bar{A}_{don}$  маневра. На графиках фазовых координат системы, полученных при ее моделировании и приведенных на рис 3.11, 3.12 и 3.13, видно высокое качество переходных процессов.

Табл. 3.4.4. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ 

Варианты	ω	$T_{\Pi\Pi}(c)$	$ar{A}_{ m доп}$
1	0.03	428.25	0.3583
2	0.05	237.88	1.4607
3	0.07	206.95	1.9989
4	0.09	171.22	2.6764

5	0.11	143.42	3.4278
6	0.13	123.75	4.2070
7	0.15	109.22	5.0155
8	0.17	101.45	5.6166
9	0.19	90.64	6.4996
10	0.21	79.23	7.2110
11	0.23	57.76	7.9720



Рис. 3.10. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{доn}$  от  $\omega$ .



Рис. 3.11. Графики углов крена при выполнении *S*-образного маневра.



Рис. 3.12. Графики углов курса при выполнении S-образного маневра.



Рис. 3.13. Линии траектории z(t) самолета при выполнении S-образного маневра.

Как видно из табл.3.4.4 и графиков, в рассматриваемой задаче переменный параметр  $\omega$  является эффективным инструментом воздействия на динамические свойства системы управления. Изменение  $\omega$  в пределах 0.03-0.23 с<sup>-1</sup> отражается на параметрах и динамических свойства системы. На промежутке  $0.03 < \omega < 0.07$  $c^{-1}$  угол крена не достигает 45°, увеличение частоты вызывает двукратное снижение длительности переходных процессов, до 5-6-кратного рост энергозатрат на выполнение переходных процессов. На промежутке 0.07 <  $\omega < 0.23$  с<sup>-1</sup> увеличение частоты  $\omega$  вызывает 1.5-4-кратное снижение длительности переходных процессов, до 1.5-4-кратного рост энергозатрат на выполнение переходных процессов. Сравнение результатов моделирования для вариантов а и *b* показывает сравнительно небольшое влияние расширения ограничений углов крена на быстродействие САУ z при принятых начальных условиях, такое влияние растет с ростом начального значения z, как видно из сравнения вариантов b и c.

## 3.4.3. Математическое моделирование процессов отработки маневра разворота оптимизированной системой

Вариант *а*. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=3000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=38^\circ$ ,  $|\gamma|_{max}=30^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{дon}$ , показанные в табл. 3.4.5 и на рис.14.

Табл.3.4.5. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\Pi\Pi}(c)$	$ar{A}_{ ext{dom}}$
1	0.03	296.75	1.2967
2	0.05	181.6	1.2906
3	0.07	161.45	1.2936
4	0.09	133.98	1.1621
5	0.11	111.03	0.9697
6	0.13	93.54	0.8804
7	0.15	80.07	1.1376
8	0.17	72.8	1.5028
9	0.19	64.19	2.1049
10	0.21	58.37	2.6234
11	0.23	51.06	3.1890



Рис. 3.14. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{дon}$  от  $\omega$ .

88

При моделировании получены графики фазовых координат системы, приведенные на рис 3.15, 3.16 и 3.17.



Рис. 3.15. Графики углов крена при маневре разворота.



Рис. 3.16. Графики углов курса при маневре разворота.



Рис. 3.17. Линии траектории z(t) самолета при выполнении маневра разворота.

Из рис. 3.14 и рис.3.15. видно, что на промежутке  $0.08 < \omega < 0.15 \text{ c}^{-1}$  угол крена не превышает 30° и при снижении длительности переходных процессов увеличение энергозатрат на выполнение переходных процессов невелико. Выбор значения  $\omega$  в этом промежутке дает высокое качество процессов управления.

Вариант *b* (результаты исследования которого близки к полученным для предыдущего варианта). Для рассматриваемого маневра при  $z_0=3000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=38^\circ$ ,  $|\gamma|_{\text{max}}=45^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{\text{пп}}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  показанные в табл.3.7 и на рис. 3.18.

Табл. 3.4.6. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{дon}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\rm nn}(c)$	$ar{A}_{ m доп}$
1	0.03	301	1.3224
2	0.05	183.7	1.3474
3	0.07	163.19	1.3838
4	0.09	134.8	1.2017
5	0.11	111.16	0.9583

6	0.13	93.5	0.8804
7	0.15	80.07	1.1429
8	0.17	72.7	1.5820
9	0.19	64.04	2.3589
10	0.21	58.87	3.0265
11	0.23	54.32	3.7505



Рис. 3.18. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

При моделировании получены графики фазовых координат системы, приведенные на рис 3.19, 3.20 и 3.21.



Рис. 3.19. Графики углов крена при маневре разворота.



Рис. 3.20. Графики углов курса при маневре разворота.



Рис. 3.21. Линии траектории *z*(*t*) самолета при выполнении маневра разворота.

Вариант с. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=5000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=38^\circ$ ,  $|\gamma|_{max}=45^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{доn}$ , показанные в табл.3.4.7 и на рис.3.22.

Табл. 3.4.7. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\pi\pi}(c)$	$ar{A}_{ ext{dom}}$
1	0.03	390	0.8802
2	0.05	223	0.5898
3	0.07	194.5	0.5242
4	0.09	158.8	0.6514
5	0.11	130.1	1.4281
6	0.13	109.6	2.6246
7	0.15	94.3	3.9458
8	0.17	86.4	4.9361
9	0.19	76.8	6.4309
10	0.21	70.5	7.4933
11	0.23	63	8.7402



Рис. 3.22. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

При моделировании получены графики фазовых координат системы, приведенные на рис 3.23, 3.24 и 3.24.



Рис. 3.23. Графики углов крена при маневре разворота.



Рис. 3.24. Графики углов курса при маневре разворота.



Рис. 3.25. Линии траектории *z*(*t*) самолета при выполнении маневра разворота.

## 3.4.4. Математическое моделирование процесса отработки маневра обратного разворота оптимизированной системой

Вариант *а*. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=3000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=-38^\circ$ ,  $|\gamma|_{max}=30^\circ$  получены значения времени переходного процесса Тпп и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{доп}$ , показанные в табл.3.4.8 и на рис.3.26.

Табл.3.4.8. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\rm nn}(c)$	$ar{A}_{ ext{don}}$
1	0.03	431.25	2.6977
2	0.05	246.05	3.8171
3	0.07	216.10	4.2907
4	0.09	181.75	4.8693
5	0.11	155.01	5.5043
6	0.13	136.05	6.1598
7	0.15	122.08	6.8385
8	0.17	114.63	7.3415
9	0.19	105.6	8.0653
10	0.21	98.72	8.6579
11	0.23	88.04	9.2935



Рис. 3.26. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{дon}$  от  $\omega$ .

Из рис.3.26. видно, что снижение требуемого быстродействия системы сопровождается снижением требуемых энергозатрат на управление.

При моделировании получены графики фазовых координат системы, приведенные на рис. 3.27, 3.28 и 3.29, свидетельствующие, как и ранее о высоком качестве переходных процессов в оптимизированных вариантах системы.



Рис. 3.27. Графики углов крена при маневре обратного разворота.



Рис. 3.28. Графики углов курса при маневре обратного разворота.



Рис. 3.29. Линии траектории *z*(*t*) самолета при выполнении маневра обратного разворота.

Как видно из табл.3.3.8 и графиков, в рассматриваемой задаче, при  $\omega$  в промежутке 0.03-0.23  $c^{-1}$  угол крена и энергозатраты на выполнение начальной части переходных процессов велики, чего нет при  $\omega < 0.03 c^{-1}$ .

Вариант *b*. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=3000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=-38^\circ$ ,  $|\gamma|_{\text{max}}=45^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{\text{пп}}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$ , показанные в табл.3.4.9 и на рис.3.30.

Табл. 3.4.9. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{дon}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\Pi\Pi}(\mathbf{c})$	$ar{A}_{ ext{dom}}$
1	0.03	421.6	3.2186
2	0.05	234	5.0723
3	0.07	203.5	5.8618
4	0.09	169	6.7395
5	0.11	142.2	7.6683

6	0.13	123	8.6119
7	0.15	109.03	9.5792
8	0.17	101.5	10.2970
9	0.19	92.55	11.3031
10	0.21	87.26	12.9044
11	0.23	82.49	12.9485



Рис. 3.30. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{don}$  от  $\omega$ .

При этом получены графики фазовых координат системы, приведенные на рис 3.31, 3.32 и 3.33.







Рис. 3.32. Графики углов курса при маневре обратного разворота.



Рис. 3.33. Линии траектории *z*(*t*) самолета при выполнении маневра обратного разворота.

Вариант *с*. Для рассматриваемого маневра при  $z_0=5000$  м,  $\gamma_0=0^\circ$ ,  $\psi_0=-38^\circ$ ,  $|\gamma|_{max}=45^\circ$  получены значения времени переходного процесса  $T_{min}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$ , показанные в табл.3.4.10. и на рис.3.34.

Табл.3.4.10. Зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и относительной дополнительной работы  $\bar{A}_{дon}$  от  $\omega$ .

Варианты	ω	$T_{\Pi\Pi}(\mathbf{c})$	$ar{A}_{ ext{dom}}$
1	0.03	460.9	3.9159
2	0.05	258.2	6.3387
3	0.07	225.5	7.3648
4	0.09	187.95	8.6026
5	0.11	158.6	9.9554
6	0.13	137.78	11.3490
7	0.15	122.39	12.7899
8	0.17	114.16	13.8579
9	0.19	104.34	15.3821
10	0.21	97.47	16.6325
11	0.23	88.5	17.9775



Рис. 3.34. График зависимости времени переходного процесса  $T_{nn}$  и дополнительной относительной работы  $\bar{A}_{\text{доп}}$  от  $\omega$ .

При этом получены графики фазовых координат системы приведенные на рис 3.35, 3.36 и 3.37. Как и в предыдущих вариантах, начальный участок маневра является весьма энергонапряженным, что для реализации маневра может потребовать введения в систему управления последовательного замедляющего фильтра.



Рис. 3.35. Графики углов крена при маневре обратного разворота.



Рис. 3.36. Графики углов курса при маневре обратного разворота.



Рис. 3.37. Линии траектории *z*(*t*) самолета при выполнении маневра обратного разворота.

### 3.5. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 3

Упругость крыла, учитываемая при координированном развороте, вносит в систему управления углом крена самолета дополнительное самовыравнивание, зависящее от дополнительной нормальной перегрузки, создаваемой для стабилизации высоты полета при крене.

АКОР с введенными вариативными параметрами критерия оптимальности системы управления позволяет обеспечить получение эффективно управляемых им динамических характеристик системы при высоком качестве процессов управления, что может служить основой оперативной адаптации системы к изменяющимся текущим требованиям. Такая адаптация позволяет оперативно менять алгоритм управления боковым движением самолета. При необходимости выполнить маневр экстренного уклонения от опасного сближения система оптимизации позволяет оперативно построить и реализовать алгоритм повышенного быстродействия, причем степень близости управления К оптимальности по быстродействию может дозироваться. При полете в крейсерском режиме или при выполнении разворотов система оптимизации позволяет оперативно построить И реализовать алгоритм управления повышенной, дозируемой энергоэкономичности. В целом, для управления боковым движением самолета рассматриваемая оптимизация позволяет оперативно строить и реализовывать гамму параметризованных алгоритмов, при реализации в системе встречно различающихся временем переходных процессов в системе и дополнительными затратами энергии на маневр, обеспечивающих высокое качество переходных процессов во всех вариантах. Аналогичное решение может получено для оптимизации алгоритмов управления продольным и пространственным движением самолета.

104

### ГЛАВА 4

## ПРИМЕНЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ БОКОВОГО ВЕТРА

#### 4.1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Оценивание неизмеряемых координат ЛА проводится с использованием фильтра Калмана [13,14]. Предложенный Рудольфом Калманом в 1960 году алгоритм цифровой фильтрации сразу получил положительные отзывы специалистов: развитие вычислительной техники к тому времени уже находилось на достаточно высоком уровне, а кроме того существовал ряд задач (например, навигационных совместное использование разной природы), систем требовавших удобного средства обработки данных в реальном времени. Однако вскоре было признано, что практическое применение фильтра Калмана, несмотря на простоту алгоритма, требует особого внимания к построению математических моделей обрабатываемых процессов, а также к точности компьютерной арифметики. С учетом этих требований впоследствии было разработано и опробовано множество вариантов применения алгоритма Калмана при решении задач навигации, геодезии, геологии, океанографии, гидродинамики и многих других областей знания.

В настоящей главе рассматривается новое применение косвенной оценки вектора состояния среднемагистрального самолета в боковом канале системы управления с помощью идентификатора, использующего операцию прогноза оптимального фильтра Калмана (ОФК). Наряду с традиционным оцениваем вектора координат СМС на основе доступных измерений и его математической модели, совместно оцениваются углы скольжения и сноса, а также сила бокового ветра. В целях экономии вычислительных ресурсов системы коэффициенты идентификатора принимаются постоянными для каждого рассматриваемого этапа полета, наиболее значимые для оцениваемых координат коэффициенты матрицы поправок ОФК «замораживаются», второстепенные – обнуляются. Тем самым получается упрощенная модификация ФК [15,16].

При оценивании фазовых координат объекта приближенно учитывается упругость крыла самолета. Выполнено математическое моделирование системы автоматического управления боковым движением самолета с ФК в информационной части и частичной компенсацией влияния оцениваемого ветрового возмущения. При этом используется математическая модель расширенного объекта управления как линейная, так и построенная с учетом ограничений скорости перекладки рулевых органов и их отклонения [17-19].

Введение в систему управления оптимального фильтра Калмана позволяет оценить некоторые неизмеряемые координаты объекта управления на основании информации от штатных измерителей, тем самым обеспечить контроль за состоянием СМС, в частности, при заходе на посадку, а также использовать полученные оценки в законе управления. В настоящей работе с помощью фильтра Калмана оценивается угол сноса и сила бокового ветра, вводится компенсация влияния этого ветрового сноса на работу системы управления боковым движением самолета [20-25].

При оценивании углов скольжения  $\beta$  и сноса  $\beta_w$  СМС используется рабочая информация о его угловых скоростях и координатах (в нашем случае:  $\gamma$ — угол крена;  $\Psi$  – угол курса ЛА;  $\omega_x$ ,  $\omega_y$ — угловые скорости вращения СМС вокруг оси Ох, Оу), получаемая от внешних информационных устройств или систем, обладающих некоторыми погрешностями измерений, максимальное значение которых известно заранее.

Модель движения СМС в горизонтальной плоскости представлена в виде системы линеаризованных уравнений [4,7]

106

$$\begin{split} \dot{\beta}_{\kappa} &= \overline{Z^{\beta}}(\beta_{\kappa} - \beta_{w}) + \omega_{x} \sin \alpha + \omega_{y} \cos \alpha + \frac{g}{V} \gamma \cos \vartheta + \overline{Z^{\delta_{y}}} \delta_{s\phi\phi} + \overline{Z^{\delta_{y}}} \delta_{\mu}; \\ \dot{\omega}_{x} &= \overline{M_{x}^{\beta}}(\beta_{\kappa} - \beta_{w}) + \overline{M_{x}^{\omega_{x}}} \omega_{x} + \overline{M_{x}^{\omega_{y}}} \omega_{y} + \overline{M_{x}^{\delta_{y}}} \delta_{s\phi\phi} + \overline{M_{x}^{\delta_{y}}} \delta_{\mu}; \\ \dot{\omega}_{y} &= \overline{M_{y}^{\beta}}(\beta_{\kappa} - \beta_{w}) + \overline{M_{y}^{\omega_{x}}} \omega_{x} + \overline{M_{y}^{\omega_{y}}} \omega_{y} + \overline{M_{y}^{\delta_{y}}} \delta_{s\phi\phi} + \overline{M_{y}^{\delta_{y}}} \delta_{\mu}; \\ \dot{\gamma} &= \omega_{x} - \omega_{y} tg \vartheta; \\ \dot{\psi} &= \omega_{y} \sec \vartheta. \\ \dot{Z} &= -\frac{1}{57.3} \psi - \frac{V}{57.3} \beta_{w} \end{split}$$

$$(4.1)$$

Здесь, кроме упомянутых выше, применены обозначения:

 $\beta_w$  - угол бокового ветра;

 $\delta_{
m Sphi}$  – угол отклонения эффективных элеронов;

$$W_{_{9\phi\phi}} = W_{_{9}} \cdot W_{_{yc}} = W_{_{9}} \cdot \frac{\omega_c^2}{s^2 + 2\varsigma\omega_c s + \omega_c^2}$$
(4.2)

 $\delta_{H}$  – угол отклонения рулей направления;  $\overline{Z^{\beta}}, \overline{Z^{\delta_{y}}}, \overline{Z^{\delta_{y}}}, \overline{M_{x}^{\beta}}, \overline{M_{x}^{\omega_{x}}}, \overline{M_{x}^{\omega_{y}}}, \overline{M_{y}^{\delta_{y}}}, \overline{M_{y}^{\omega_{y}}}, \overline{M_{y}^{\omega_{y}}}, \overline{M_{y}^{\delta_{H}}}$  –коэффициенты

математической модели движения СМС, V- путевая скорость.

Угол пути вычисляется по формуле:

$$\Psi = \psi - \beta - \beta_{\rm W} \tag{4.3}$$

По принятым допущениям, при маневре ЛА  $\beta=0$  (разворот СМС – координированный). При отсутствии ветрового возмущения ( $\beta_w=0$ ) угол пути тождественно равен углу рысканья [см 16]. При наличии же ветра в математической модели СМС как объекта управления учитывается неравенство углов пути и курса. В общем случае построения калмановского наблюдателя рассматривается линейный стационарный объект, описывающийся линейным дифференциальным уравнением вида:

$$\frac{dx}{dt} = A \times x + B \times u + G \times \eta;$$
  
$$y = Hx + v$$

107

где  $x \subset R^n$  - вектор переменных состояния СМС;

у - вектор измерений;

и- сигнал управления;

**п** - вектор возмущения, в данном случае ветрового;

*v* - вектор шумов измерений;

А - матрица объекта;

*G*- матрица случайного ветрового возмущения на входе объекта;

*Н*- матрица измерений на выходе объекта;

В – матрица управления,

$$A = \begin{bmatrix} \overline{Z^{\beta}} & \sin \alpha & \cos \alpha & \frac{g}{V} \cos \theta & 0 & 0 \\ \overline{M_{x}^{\beta}} & \overline{M_{x}^{\omega_{x}}} & \overline{M_{x}^{\omega_{y}}} & 0 & 0 & 0 \\ \overline{M_{y}^{\beta}} & \overline{M_{y}^{\omega_{x}}} & \overline{M_{x}^{\omega_{y}}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -tg\theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sec \theta & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{57.3} & 0 \end{bmatrix},$$

Система управления данным СМС формирует управляющие сигналы в соответствии со следующими первичными законами управления:

$$\begin{cases} \delta_{H} = K_{\omega_{Y}} \omega_{Y} + K_{\gamma}^{\delta_{H}} \gamma, \\ \delta_{\Im} = K_{\omega_{X}} \omega_{X} + K_{\gamma}^{\delta_{\Im}} \gamma - K_{\Psi} \Psi + K_{Z} Z + K_{Z}^{l} \int_{t_{0}}^{t} (Z - Z_{3a\partial}) dt; \end{cases}$$

$$(4.4)$$
### 4.2. ПОСТРОЕНИЕ ФИЛЬТРА КАЛМАНА ДЛЯ ОЦЕНИВАНИЯ ВЛИЯНИЯ ВЕТРОВОГО ВОЗМУЩЕНИЯ

В численном примере для расчета гипотетической системы управления СМС зададимся погрешностями датчиков, имеющихся на борту самолета и среднеквадратичным значением скорости порывов ветра:при измерении углов –  $\sigma_{wx} = 1,5$  град/с;  $\sigma_{wy} = 1,7$  град/с,  $\sigma_{\gamma} = 1$  град;  $\sigma_{\psi} = 2$  град;

Дискретная система с ошибками измерения вида цветного шума представима уравнениями:

$$x_{k+1} = \Phi_{k+1,k} x_{k} + w_{k},$$

$$y_{k} = H_{k} x_{k} + v_{k},$$

$$v_{k} = M_{k} v_{k} + \zeta_{k}.$$

$$E(w_{k}) = E(\zeta_{k}) = 0,$$

$$E(w_{k} w_{k}^{T}) = Q_{k},$$
(4.6)

 $E(\zeta_k, \zeta_k^T) = R_k.$ 

где  $x_k$  - вектор состояния,  $\Phi_k$  - матрица перехода состояния,  $w_k$  - вектор шума процесса,  $y_k$  - вектор измерения,  $H_k$ -измерительная матрица,  $v_k$  - ошибка измерения,  $M_k$  - матрица перехода цветного шума,  $\zeta_k$  - ошибка белого шума, E(x)– математическое ожидание x, Q, R -ковариационные матрицы, соответственно,  $w_k$  и  $\zeta_k$ .

Система и уравнения измерения непосредственно не могут применяться к стандартному ФК, т.к. ошибка измерения имеет цветной шум. Для применения ФК при цветном шуме измерения, вектор состояния может быть дополнен цветными погрешностями измерения. При этом система уравнений (4.5), без учета ошибки измерения в расширенной системе, примет вид:

$$x_{k+1}^{a} = \Phi_{k+1,k}^{a} x_{k}^{a} + w_{k}^{a},$$
  

$$y_{k} = H_{k}^{a} x_{k}^{a}.$$
(4.7)

где

$$x_{k}^{a} = \begin{bmatrix} x_{k}^{T} & v_{k}^{T} \end{bmatrix}^{T}, w_{k}^{a} = \begin{bmatrix} w_{k}^{T} & \zeta_{k}^{T} \end{bmatrix},$$
$$\mathcal{D}_{k}^{a} = \begin{bmatrix} \mathcal{D}_{k} & 0 \\ 0 & M_{k} \end{bmatrix}, \mathcal{Q}_{k}^{a} = \begin{bmatrix} \mathcal{Q}_{k} & 0 \\ 0 & R_{k} \end{bmatrix},$$
$$H_{k}^{a} = \begin{bmatrix} H_{k} & I \end{bmatrix}.$$

Стандартное уравнение ФК с их учетом примет вид:

Этап экстраполяции:

$$\hat{x}_{k}^{a-} = \Phi_{k}^{a} \hat{x}_{k-1}^{a+}, 
P_{k}^{-} = \Phi_{k}^{a} P_{k}^{+} \Phi_{k}^{aT} + Q_{k}^{a},$$
(4.8)

Этап коррекции:

$$K_{k} = P_{k}^{-} (H_{k}^{a})^{T} [H_{k}^{a} P_{k}^{-} (H_{k}^{a})^{T}]^{-1},$$
  

$$\hat{x}_{k}^{a+} = \hat{x}_{k}^{a-} + K(y_{k} - H_{k}^{a} \hat{x}_{k}^{a-}),$$
  

$$P_{k}^{+} = (I - K_{k} H_{k}^{a}) P_{k}^{-}.$$
(4.9)

Ковариантная инновация  $H_k^a P_k^- (H_k^a)^T$  является числом,  $P_k^-$  сходится, поэтому обновления измерения состояния  $\hat{x}_k^{a+}$  несколько расходятся. По этой причине выбираем матричный метод сопряженного градиента для поиска инверсии из  $H_k^a P_k^- (H_k^a)^T$ .

#### Алгоритм метода сопряженного градиента

Метод сопряженного градиента используется для решения линейной системы, метод сопряженного градиента матрицы (МСГМ) является расширенной его формой, предназначенной для поиска обратной матрицы. МСГМ используются для решения матричного уравнения (4.10).

$$AC = I \tag{4.10}$$

где С- обратная матрица для А.

Перед итерационным процессом выбирается начальное приближение С<sub>0</sub>:

$$R_0 = I - AC_0, (4.11)$$

$$P_1 = P_0. (4.12)$$

#### k-я итерация метода

К- тая итерация решения определяется как

$$\alpha_{k} = \frac{\|R_{k-1}\|^{2}}{P_{k} \cdot (AP_{k})},$$

$$C_{k} = C_{k-1} + \alpha_{k}P_{k},$$

$$R_{k} = I - AC_{k},$$

$$\beta_{k} = \frac{\|R_{k}\|^{2}}{\|R_{k-1}\|^{2}},$$

$$P_{k+1} = R_{k} + \beta_{k}P_{k}.$$
(4.13)

#### Критерий остановки

Поскольку минимизируемый функционал квадратичный, то процесс должен дать ответ на *n*-й итерации, когда  $||R_{k-1}|| < \varepsilon$ . После получения матрицы C определяется обратная матрица A. При применении МСГМ для поиска  $H_k^a P_k^- (H_k^a)^T$  в (4.10) принимаем A= $H_k^a P_k^- (H_k^a)^T$ , тогда определяется C= $[H_k^a P_k^- (H_k^a)^T]^{-1}$ .

#### Инновационная ковариационная адаптация фильтра Калмана

Матрица перехода цветной модели ошибки измерения состояния в дисперсию шума вида белого гауссовского не может быть известна. Следовательно, адаптация должна быть применена к фильтру. Выбираем инновационную ковариацию адаптационной логики и ее уравнений нижеследующим образом (4.9).

Прогнозирование состояния:

$$\hat{x}_{k}^{a-} = \Phi_{k}^{a} \hat{x}_{k-1}^{a+} \quad , \tag{4.14}$$

Вычисление инновации:

$$\eta_k = y_k - H_k^a \hat{x}_k^{a-} \quad , \tag{4.15}$$

Оценивание инновационной ковариации:

$$\overline{C}_{k} = \frac{1}{N-1} \sum_{i-k-N+1}^{k} \eta_{k} \eta_{k}^{T} , \qquad (4.16)$$

Вычисление множителя ковариации ошибок α:

$$\alpha_{k} = max \left\{ 1, \frac{trace(\overline{C}_{k})}{trace(H_{k}^{a}P_{k}^{-}(H_{k}^{a}))} \right\} , \qquad (4.17)$$

Вычисление ковариации ошибок:

$$P_{k}^{-} = \alpha_{k} (\Phi_{k}^{a} P_{k}^{+} \Phi_{k}^{aT} + Q_{k}^{a}) . \qquad (4.18)$$

В результате были получены следующие уравнения для оценки вектора состояния СМС:

$$\hat{\beta}^{k} = \hat{\beta}^{k-1} + Z^{\beta} \hat{\beta}^{k-1} + \sin \alpha \hat{\omega}_{x}^{k-1} + \cos \alpha \hat{\omega}_{y}^{k-1} + \frac{g}{V} \cos \vartheta \hat{\gamma}^{k-1}, 
\hat{\omega}_{x}^{k} = \hat{\omega}_{x}^{k-1} + M_{x}^{\beta} \hat{\beta}^{k-1} + M_{x}^{\omega_{x}} \hat{\omega}_{x}^{k-1} + M_{x}^{\omega_{y}} \hat{\omega}_{y}^{k-1} + M_{x}^{\delta_{y}} \hat{\delta}_{\vartheta}^{k}, 
\hat{\omega}_{y}^{k} = \hat{\omega}_{y}^{k-1} + M_{y}^{\beta} \hat{\beta}^{k-1} + M_{y}^{\omega_{x}} \hat{\omega}_{x}^{k-1} + M_{y}^{\omega_{y}} \hat{\omega}_{y}^{k-1} + M_{y}^{\delta_{H}} \delta_{H}^{k}, 
\hat{\gamma}^{k} = \hat{\gamma}^{k-1} + \hat{\omega}_{x}^{k-1}, 
\hat{\gamma}^{k} = \hat{\psi}^{k-1} + \hat{\omega}_{y}^{k-1}, 
\hat{Z}^{k} = \hat{Z}^{k-1} + \hat{\psi}^{k-1};$$

$$(4.19)$$

И

$$\hat{\beta}^{k} = \hat{\beta}^{k} ',$$

$$\hat{\omega}_{x}^{k} = \hat{\omega}_{x}^{k} ' + K_{k}^{\omega_{x}} (\omega_{x}^{k} - \hat{\omega}_{x}^{k} '),$$

$$\hat{\omega}_{y}^{k} = \hat{\omega}_{y}^{k} ' + K_{k}^{\omega_{x}} (\omega_{y}^{k} - \hat{\omega}_{y}^{k} '),$$

$$\hat{\gamma}^{k} = \hat{\gamma}^{k} ' + K_{k}^{\gamma} (\gamma^{k} - \hat{\gamma}^{k} '),$$

$$\hat{\psi}^{k} = \hat{\psi}^{k} ' + K_{k}^{\psi} (\psi^{k} - \hat{\psi}^{k} '),$$

$$\hat{Z}^{k} = \hat{Z}^{k} ' + K_{k}^{Z} (Z^{k} - Z^{k} ');$$
(4.20)

где  $K_k^{\omega_x}$ ,  $K_k^{\omega_x}$ ,  $K_k^{\gamma}$ ,  $K_k^{\psi}$  – составляющие вектора К, полученного как  $K_k = P_{k/k-1}H_k(H_kP_{k/k-1}H_k^T + R_k)^{-1};$ (4.21)
112 После установки фильтра Калмана с блоком вычисления угла ветра в боковой канал управления, была получена улучшенная структура системы управления. На структурной схеме (см. рис 4.1) показаны основные скалярные обратные связи в системе и векторная связь оценивания и компенсации возмущения. Ей соответствует приведенная на рис 4.2 схема имитационной модели бокового канала системы управления с учетом оцененной силы бокового ветра [28,29].



Рис.4.1. Структурная схема бокового канала системы управления СМС с учетом оцененной силы бокового ветра.



Рис.4.2. Схема имитационной модели бокового канала системы управления с учетом оцененной силы бокового ветра.

### 4.3. РЕЗУЛЬТАТЫ ОЦЕНИВАНИЯ БОКОВОГО ВЕТРА

Для проверки работы фильтра был проведен вычислительный эксперимент, в котором на СМС с установленной на его системе управления курсом воздействовал ветер[30-40].

Первый вариант: угол ветрового сноса имеет знакопеременный вид, показанный на рис 4.3.Угол скольжения СМС и его оценки, полученные традиционным методом, имеют вид, показанный на рис 4.4, а полученные матрично-градиентным методом, имеют вид, показанный на рис 4.5:



Рис 4.3. Изменение угла ветрового сноса СМС.



Рис 4.4. Угол скольжения СМС и его оценка.

Как видно из результатов эксперимента, значение угла скольжения было оценено с ничтожно малой погрешностью.





Второй вариант: угол ветрового сноса имеет однонаправленный вид, показанный на рис 4.6. Угол скольжения СМС и его оценки, полученные традиционным методом, имеют вид, показанный на рис 4.7, а полученные матрично-градиентным методом, имеют вид, показанный на рис 4.8:



Рис 4.6. Изменение угла ветрового сноса СМС.



Рис 4.7. Угол скольжения СМС и его оценка.



Рис 4.8. Оценка бокового ветра с помощью фильтра Калмана.

Как видно из представленных графиков, примененные методы позволяют достаточно точно оценивать угол ветрового сноса и могут быть примененыдля компенсации воздействия бокового ветра на СМС.

При математическом моделировании системы управление боковым траекторным движением СМС при действии боковых знакопеременных порывов ветра показано (рис. 4.9), что применение канала компенсации ветрового возмущения с Ф.К. позволяет снизить погрешность отработки бокового положения СМС ориентировочно в 3 раза. Аналогичный результат получен при компенсации влияния одностороннего ветрового порыва (рис 4.10).



Рис. 4.9. Результат эксперимента при отклонении параметров математической модели ЛА.



Рис. 4.10. Процесс компенсации бокового отклонения, полученного в результате воздействия бокового ветра.

Погрешности компенсации возмущений зависят от погрешностей оценивания их, в свою очередь, зависящих от параметров объекта управления. На рис 4.11 приведены графики С.К.О. оценивания ветрового сноса для номинальных параметров уравнений углового движения СМС и для увеличенных значений аэродинамических коэффициентов СМС.



Рис. 4.11. Сравнение СКО фильтраций при изменении значений заданных параметров.

Отсюда, виден рост погрешностей оценивания возмущения с ростом темпа процессов в объекте управления и его колебательности.

# 4.4. ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМОВ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ СМС С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СИСТЕМНОГО АНАЛИЗА РАСШИРЕННОГО ОБЪЕКТА УПРАВЛЕНИЯ, УГРОЗ И ОГРАНИЧЕНИЙ.

В настоящем разделе работы предлагается ввести в алгоритмы оптимального управления СМС элементы системного анализа, расширяющие их функциональность.

Параметр критерия оптимальности каждой локальной синтезируемой системы является управляющим воздействием на качество ее функционирования в пространстве «быстродействие - энергоэкономичность». С воздействием на вектор таких параметров может организовываться комплексная система оптимального управлении отработкой альтернативных маневров, задаваемых системой более высокого уровня.

В предложенном варианте структуры каждый алгоритм координатного управления заданной структуры дополняется следующими функциями:

- выбор вида и быстродействия задаваемого маневра из составленного множества альтернатив, выполняемый системой более высокого уровня;

- оценивание угроз и ограничений для расширенного объекта, нормирование и свертка их оценок в ограничения параметра;

- вычисление вариативного параметра на основе параметров выбранного маневра, с учетом угроз и ограничений;

- оценивание вектора фазовых координат расширенного объекта управления;

идентификация расширенного объекта управления;

- формирование функции штрафа критерия оптимальности;

- оптимизация параметров алгоритма управления,

дискретный ввод параметров алгоритма (в простейшем случае – коэффициентов закона управления и ограничений управляющих сигналов).

Альтернативы вида бокового маневра частично рассматривались ранее, это развороты с различными начальными условиями, S – образные маневры устранения бокового отклонения, Ω – образные маневры обхода препятствия, задаваемые с варьируемым дискретно быстродействием.

Ограничения характеристик маневров связываются с приемлемыми в конкретных условиях величинами их параметров, угрозы связываются с предельно допустимыми этими величинами. Для ограничения характеристик маневров может быть организована система наблюдателей ограничиваемых параметров движения и оценивателей угроз возникновения опасных параметров. Эта система может включать в себя:

- наблюдатели сближений со встречными, попутными и движущимися на пересекающихся курсах воздушными судами, оцениватели опасных сближений,

- наблюдатели метеоусловий, оцениватели условий попадания в грозовые облака, вихри, в том числе вихри ясного неба и др. опасные метеоусловия,

- наблюдатели параметров режима полета и работы двигательных установок, определяющих внешние экологические нагрузки их на окружающую среду (акустические, эмиссионные, электромагнитные), оцениватели опасных параметров в конкретных условиях, в частности, при полете над участками среды, где выводятся детеныши животных,

- наблюдатели фазовых координат расширенного объекта и их заданных областей , оцениватели угрозы выхода за защищаемые диапазоны.

Наблюдение, оценивание разнородных угроз и ограничений при последующем совместном их анализе позволяют оценить рациональные ограничения на характеристики выполняемых маневров.

Описанные применения системного анализа в проектировании оптимальных алгоритмов, изначально адаптивных по отношению к выбранному соотношению в пространстве «быстродействие – энергоэкономичность», придают алгоритмам также свойства адаптивности по отношению к параметрам расширенного объекта управления и внешних условий полета.

#### 4.5. ВЫВОДЫ ПО ГЛАВЕ 4

Математическим моделированием подтверждено повышение точности управления положением СМС относительно заданной линии пути при действии бокового ветра, достигаемое при оценивании и частичной компенсации ветрового воздействия.

Показан и определен численно рост точности оценивания возмущений с наблюдения. Показана ростом времени перспективность применения калмановского наблюдателя и канала частичной компенсации ветрового возмущения для нового рассматриваемого случая знакопеременного возмущения, возникающего при сдвиге ветра и представляющего значительную опасность для выполнения полетов самолетов.

При рассмотренных параметрах применяемой системы оценивания и компенсации возмущения, при действии односторонних и двухсторонних порывов ветра со скоростью до 10 м/с ошибка положения СМС относительно заданной траектории снижается ориентировочно в 2-2,5 раза.

Результаты выполненных в работе исследований могут найти применение при разработке алгоритмов автоматического управления СМС, в частности, при заходе на посадку. Использование полученных результатов позволит повысить точность автоматического управления СМС при действии порывов бокового ветра.

#### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Работа направлена на создание в перспективе вклада в повышение безопасности и топливной эффективности выполнения полетов, расширение функциональных возможностей АКОРа САУЛА. Ее основа - методика (подход к решению задач АКОРа), при которой критерии оптимальности для АКОРа каждой локальной СУЛА, предназначаемой для работы как автономной, так и в составе комплексной ЛА, параметризуются вариативными параметрами, системы управления порождает изменения коэффициентов целенаправленное изменение которых оперативно синтезируемого и реализуемого алгоритма управления, вызывающие быстродействия встречные изменения систем энергоэкономичности И управляемого маневра при сохранении высокого качества переходных процессов. На основе указанной методики разработаны и реализованы алгоритмы АКОРа систем активного автоматического демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла среднемагистрального самолета, статических и астатических систем автоматического управления углом его крена, систем автоматического управления положением его относительно заданной траектории. Разработан также комплексируемый с синтезируемыми АКОРом по вариативным критериям оптимальными САУ ЛА фильтр Калмана, выполненный по традиционной матричного градиента, методике основе метода сопряженного И на предназначенный для оценивания и компенсации одного из наиболее опасных воздействий вида однонаправленного и возмущающих знакопеременного ветрового сноса при действии шума измерений.

2. В процессе синтеза активной системы демпфирования аэроупругих изгибных колебаний крыла самолета методом АКОР по критерию обобщенной работы в функцию штрафа традиционной структуры добавляются недиагональные энергетические члены, ограничивающие мощность, а после интегрирования – работу, управляющих сил на перемещении управляемого объекта; энергетические члены функции штрафа домножаются на вариативный коэффициент мощности,

изменение которого обеспечивает эффективное встречное управление расходом энергии на демпфирование И временем затухания колебаний крыла. Синтезируемые варианты системы способны эффективно демпфировать колебания объекта с малым собственным коэффициентом демпфирования, при использовании привода, имеющего частоту собственных недемпфированных колебаний, лишь на 10-15% превосходящую частоту третьего тона колебаний объекта. При наличии в системе необходимой рабочей информации и вычислительных ресурсов АКОР ее может служить математической базой адаптации системы к изменяющимся параметрам объекта.

3. Изгибная аэроупругость крыла вносит в систему управления углом крена самолета дополнительное самовыравнивание и, при управлении углом крена с помощью наружных элеронов, дополнительное запаздывание в тракте управления. АКОР, выполненный с учетом этих факторов, с введенным вариативным параметром, на который домножаются весовые коэффициенты при наиболее значимых энергетических членах критерия оптимальности, при синтезе им как статической, так и астатической систем автоматического управления углом крена обеспечил получение алгоритмов, дающих эффективно управляемые динамические характеристики систем при высоком качестве процессов управления. Это может служить основой оперативной адаптации синтезируемых систем к изменяющимся текущим требованиям.

4. В процессе синтеза системы автоматического управления положением ЛА относительно заданной траектории применен метод АКОР с вариативным параметризованным критерием оптимальности, полученным в результате аппроксимации решения упрощенной обратной задачи АКОР; при этом в качестве параметра прямой задачи используется квадрат определяющей собственной частоты синтезируемой системы, входящий в первой степени в весовой коэффициент при скорости сближения ЛА с заданной траекторией и в квадрате в весовой коэффициент при отклонении ЛА от заданной траектории. Полученный

алгоритм реализуется совместно с ограничением управляющего воздействия. Как и ранее, целенаправленное изменение параметра критерия порождает изменения законов управления, вызывающие встречные изменения быстродействия систем и энергоэкономичности управляемого маневра при сохранении высокого качества переходных процессов в широком диапазоне их параметров.

Применяемое варьирование параметров критерия оптимальности позволяет оперативно управлять характером переходных процессов в синтезируемой системе, адаптируя его к текущим задачам. В частности, маневр уклонения от опасного сближения с внешним объектом может оперативно организовываться при быстродействии, близком к максимальному; маневр прихода к заданной траектории при отсутствии жестких временных ограничений может выполняться энергоэкономично и комфортно для пассажиров.

5. Комплексируемый с синтезируемыми АКОРом по вариативным критериям оптимальными САУ ЛА фильтр Калмана, предназначенный для оценивания и компенсации одного из наиболее опасных возмущающих воздействий вида знакопеременного ветрового сноса при действии шума измерений, выполнен как по традиционной методике, так и на основе метода матричного сопряженного градиента. Показано, что оба варианта обеспечивают оценивание большей части возмущения, второй вариант при несколько большем быстродействии обеспечивает на порядок более высокую точность подавления шумов.

6. Система математических моделей оптимизированных систем автоматического управления боковым движением ЛА, в которых учитывается рост V крыла при создании дополнительной нормальной перегрузки в процессе управления углом крена, а также динамика деформируемого крыла в канале наружных элеронов, позволила оценить эффективность предложенных решений оптимизации систем автоматического управления боковым движением среднемагистрального самолета.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Кощеев А., Платонов А., Хабров А., под ред. А. Платонова. Аэродинамика самолетов семейства ТУ204/214/ М.: Полигон-пресс, 2009. 304 с., ил.

 Летов А. М. Аналитическое конструирование регуляторов. Автоматика и телемеханика, -1960. Т.1 - №4. - с. 436-441, №5. - с.561-568, №6. - с.651-655; - 1961.
 Т. 22 - №4. - с.425-435; - 1962. Т.23 - №11. - с.1405-1413.

3. Красовский А. А. Аналитическое конструирование контуров управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1969. – 240с., ил.

Бюшгенс Г.С., Студнев Р.В. Динамика пространственного движения самолета.
 М.: Машиностроение, 1965. -370 с., ил.

5. Аэродинамика и динамика полета магистральных самолетов / Под ред. Г.С. Бюшгенса. М.-Пекин: ЦАГИ, 1995. - 772 с., ил.

 Левицкий С.В., Свиридов Н.А. Динамика полета. М: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 2008. – 574 с., ил.

7. Михалев И.А., и др. Системы автоматического управления самолетом/ И. А. Михалев., Окоемов Б.Н., Чикулаев М.С. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Машиностроение, 1987. - 240 с., ил.

Дейч А.М. Методы идентификации динамических объектов. М.: Энергия, 1979.
 -239 с., ил.

9. Красовский А.А. Системы автоматического управления полетом и их аналитическое конструирование. М.: Наука, 1973. -558 с., ил.

10. Летов А. М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969, -360с., ил.

11. Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н. Избранные задачи аэроупругости. Учебное пособие. М.: Изд-во МАИ, 2007. -48 с., ил.

12. Белоцерковский С.М., Кочетков Ю.А., Красовский А.А., Новицкий В.В. Введение в аэроавтоупругость. – М.: Наука, 1980. – 384 с., ил.

13. Калман Р.Е., Бьюси Р.С. Новые результаты линейной фильтрации и теории предсказаний // Техническая механика, 1961, № 1, с. 123 – 141.

14. Синицын И.И. Фильтры Калмана и Пугачева. – М.: Логос, 2006, -640 с., ил.

15. Медведев В.С. Методы оптимального оценивания, фильтрации и управления. Линейные системы. - М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 1996.-167с., ил.

16. Лебедев Г.Н., Ефимов А.В., Михайлин Д.А. Оценка вектора состояния беспилотного летательного аппарата при наличии в объекте управления нелинейных элементов// Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 1. С. 12-16.

17. Лебедев Г.Н., Румакина A.B., Михайлин Д.А. Многоступенчатая идентификация неизмеряемых параметров полета при комплексировании сигналов измерительных средств// Труды МАИ. 2016. N⁰ 91. бортовых URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=75637

18. Веремеенко К.К., Желтов С.Ю., Ким Н.В., Козорез Д.А., Сыпало К.И., Черноморский А.И., Себряков Г.Г., Красильщиков М.Н. Современные информационные технологии в задачах навигации и наведения беспилотных маневренных летательных аппаратов/ Под ред. Себрякова Г.Г., Красильщикова М.Н. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 556 с. – ISBN 978-5-9221-1168-3.

19. Михайлин Д.А., Аллилуева Н.В., Руденко Э.М. Сравнительный анализ эффективности генетических алгоритмов маршрутизации полета с учетом их различной вычислительной трудоемкости и многокритериальности решаемых задач// Труды МАИ. 2018. № 98. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=90386

20. Рыбников С.И., Нгуен Тхань Шон. Частичная компенсация влияния ветрового возмущения на боковое движение среднемагистрального самолета, оцениваемого с помощью фильтра Калмана// Сборник тезисов докладов XIV-Международной конференции «Авиация и космонавтика», 16-20 ноября 2015 г., г. Москва. – с. 190-191.

21. Нгуен Тхань Шон, Фам Туан Ань (Научный руководитель Рыбников С.И.). Сравнение различных способов синтеза регулятора в задаче управления движением самолета// Сборник тезисов докладов XLII Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения», г. Москва, 12-15 апреля 2016г. – с. 647-648.

22. Нгуен Тхань Шон (Научный руководитель Рыбников С.И.). Построение и анализ фильтра Калмана для оценивания фазовых координат бокового движения самолета с условно недеформируемым крылом// Сборник тезисов докладов XLIII Международной молодёжной научной конференции «Гагаринские чтения», г. Москва, 05-19 апреля 2017г. – с. 870.

23. Рыбников С.И., Нгуен Тхань Шон. Применение фильтра Калмана для оценивания знакопеременного ветрового сноса самолета при действии цветного шума измерений// Электронный журнал «Перспективы науки». 2018. № 3. с. 33-38.

24. Рыбников С.И., Нгуен Тхань Шон. Повышение точности решения задач управления боковым движением среднемагистрального самолета в сложных метеоусловиях с использованием фильтра Калмана// Сборник тезисов докладов XVI-Международной конференции «Авиация и космонавтика», г. Москва, 20-24 ноября 2017 г.. – с. 183-184.

25. Рыбников С. И., Нгуен Т. Ш. Повышение точности управления боковым движением среднемагистрального самолета с использованием калмановского наблюдателя знакопеременного ветрового возмущения// Труды Московского авиационного института, М.: МАИ, 2018, №98 URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=90450

26. Соболев В.И. Синтез калмановских фильтров : Учеб. пособие для практических занятий.- М.:Изд МАИ, 1994. – 72 с., ил.

27. Болтянский В.Г. Оптимальное управление дискретными системами. – М.: Наука, 1973. – 448 с., ил.

28. Mohinder S. Grewal, Angus P. Andrews. Kalman Filtering: Theory and Practice Using MATLAB, Wiley, 2015, 640 с., ил.

29. Максимов Ю.А., Филипповская Е.А. Алгоритмы решения задач нелинейного программирования. М.: МИФИ, 1982. – 52 с., ил.

30. McGee T.G., Spry S., Hedrick J.K. Optimal path planning in a constant wind with a bounded turning rate// AIAA Conference on Guidance, Navigation and Control, Kissimmee, 2006, pp. 789 – 790.

31. McFarland M.B., Zachery R.A., Taylor B.K. Motion planning for reduced observability of autonomous aerial vehicles// IEEE International Conference on Control Applications, 22-27 August 1999, Hawaii, vol. 5, no. 3, pp. 231 – 235.

32. Wan E.A. and R. van der Merwe. The Square-Root Unscented Kalman Filter for state and parameter-estimation// Proc. Of IEEE Symposium 2000 (AS-SPXX), Lake Louise, Alberta, Canada, 2000, pp. 580.

33. Timothy G. McGee, J. Karl Hedrick. Path Planning and Control for 150 Multiple Point Surveillance by an Unmanned Aircraft in Wind// Proceedings of 2006 American Controls Conference, pp.4261-4266, Minneapolis, Minnesota, June 2006.

34. Шкадов Л.М., Буханова Р.С., Илларионов В.Ф. Механика оптимального пространственного движения летательных аппаратов в атмосфере. – М.: Машиностроение, 1972. – 240 с., ил.

35. Динамика летательных аппаратов в атмосфере. Термины, определения и обозначения. ГОСТ 20058-80. М.: Издательство стандартов, 1981. – 119 с., ил.

36. Yong-gonjong Park, Chan Gook Park. Wind velocity estimation without an air speed sensor using kalman filter under the colored measurement noise, 30th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences in Daejeon, Korea, Sept 25 - 30, 2016.

37. Mulgund S and Stengel R. Optimal Nonlinear Estimation for Aircraft Flight Control in WindShear. Automatica, Vol. 32, No. 1, pp. 3-13,1996.

38. Lee J, Sevil H, Dogan A and Hullender D. Estimation of Maneuvering Aircraft States and Time-Varying Wind with Turbulence. Aerospace Science and Technology, Vol. 31, Issue. 1, pp. 87-98, 2013

39. Kim K, Lee J and Park C. Adaptive two-stage extended Kalman filter for a faulttolerant INSGPS loosely coupled system. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 45, No. 1, pp. 125-137, 2009.

40. Летов А. М. Динамика полета и управление. М.: Наука, 1969, -360с., ил.

41. Под ред. К.А.Пупкова и Н.Д.Егупова. Методы классической и современной теории автоматического управления: Учебник в 5-ти тт.; 2-е изд., перераб. и доп. Т.4: Теория оптимизации систем автоматического управления - М.: Изд. МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2004 -744 с., ил.

42. Буков В.Н., Сизых В.Н. Приближенный синтез оптимального управления в вырожденной задаче аналитического конструирования. Автоматика и телемеханика.-1999, №12, с.16-32.

43. Буков В.Н., Сизых В.Н. Приближенный синтез оптимального управления в вырожденной задаче аналитического конструирования// Автоматика и телемеханика. 1999, №12, с.16-32.

44. Агеев А.М., Сизых В.Н. Синтез оптимальных регуляторов системы управления самолетом через решение обратной задачи АКОР// Научный вестник НГТУ, т.56, №3, 2014.

45. Александров А.Г. Синтез регуляторов по показателям точности и быстродействия. Минимально фазовые одномерные объекты// Автоматика и телемеханика, 2015, №5, 27-42.

46. Хлебников М.В., Щербаков Н.С., Честнов В.Н. Задача линейно-квадратичного управления. Новые решения// Автоматика и телемеханика, 2015, №12, 65-79.

47. Лебедев Г.Н., Елисеев В.Д., Ивашова Н.Д. Постановка задачи автоматического управления посадочным маневром беспилотного летательного аппарата при сильном боковом ветре и подходы к ее решению// Труды МАИ. 2013. № 70. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=44508

48. Кетков Ю.Л., Кетков А.Ю, Шульц М.М. Матлаб 7: программирование, численные методы. СПб: БХВ-Петербург, 2005. 752 с., ил.

49. А.В.Ефремов, В.Ф.Захарченко, В.Н.Овчаренко и др., под ред. Г.С.Бюшгенса. Динамика полета: Учебник для студентов высших учебных заведений. М.: Машиностроение, 2011, –776 с., ил.

50. Тимаков С.Н., Жирнов А.В. Алгоритмы активного демпфирования упругих колебаний конструкции Международной космической станции// Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана, серия «Приборостроение», 2014, № 3(96), с.37-53.

51. Степанов А.В. Гашение упругих колебаний упругих систем при помощи гироскопов. Прикладная математика и механика. Том 63. Вып.1. – 1999. – 61 с., ил.

52. Рыбников С. И. Аналитическое конструирование оптимальных регуляторов на основе уравнения Эйлера-Пуассона. М.: Изд. МАИ, 1993. - 28с., ил.

53. Рыбников С.И., Хоанг Минь Дак. Аналитическое конструирование законов управления продольным короткопериодическим движением самолета, оптимальных по модифицированному многовариантному критерию обобщенной работы // Вестник Московского авиационного института, 2008, т.15, №3, с. 154-164.

54. Брайсон А., Ю-Ши Хо. Прикладная теория оптимального управления. Мир, 1972. 544с., ил.

55. Моисеев Н.Н., Иванилов Ю.П., Столярова Е.М. Методы оптимизации. М.: Наука, 1978. 352 с., ил.

56. Лернер А.Я., Розенман Е.А. Оптимальное управление. М.: Энергия, 1970. -360 с., ил.

57. Спиди К., Гудвин Р., Браун Дж. Теория управления: Пер. с англ. М.: Мир, 1973.-247 с., ил.

58. Летов А.М. Математическая теория процессов управления. М.: Наука, 1981.-256 с., ил.

59. Г.Л. Дегтярев, И.С. Ризаев. Синтез локально-оптимальных алгоритмов управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1991, 304с., ил.

60. Баранов В.Н., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Определение параметров нестационарных формирующих фильтров. Техническая кибернетика. Изв Ан СССР. №5, 1970., ил.

61. Лебедев А.А., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Оптимальное управление движением космических летательных аппаратов. М., «Машиностроение», 1974, 200 с., ил.

62. Лебедев А.А., Бобронников В.Т., Красильщиков М.Н., Малышев В.В. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1985, 280 с., ил.

63. Малышев В.В., Красильщиков М.Н., Карлов В.И. Оптимизация наблюдения и управления летательных аппаратов. М.: Машиностроение, 1989, 312с., ил.

64. Андриевский Б.Р., Фрадков А.Л. Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB®. СПб.: Наука, 1999, 468с., ил.

65. Крымов Б.Г., Рабинович Л.В., Стеблецов В.Г. Исполнительные устройства систем управления летательными аппаратами. М.: Машиностроение, 1987. 224 с., ил. 66. Рыбников С.И., Нгуен Тхань Шон. Аналитическое конструирование алгоритмов управления боковым движением среднемагистрального самолета с учетом упругости крыла по критерию обобщенной работы// Труды XXIV-ого международного научного технического семинара «Современные технологии в задачах управления, автоматики и обработки информации», 14-20 сентября 2015г, г. Алушта.– с.177.

67. Рыбников С.И., Нгуен Т.Ш. Аналитическое конструирование системы демпфирования изгибных аэроупругих колебаний крыла самолета// Труды МАИ. 2017. № 95. URL: http://trudymai.ru/published.php?ID=84572

68. Рыбников С.И., Нгуен Тхань Шон. Аналитическое конструирование системы автоматического управления углом крена среднемагистрального самолета с упругим крылом по вариативному критерию// Электронный журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Серия: Естественные и технические науки» 2018г - №6. 104-111.

### ПРИЛОЖЕНИЯ ПРИЛОЖЕНИЕ 1

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ САМОЛЕТА КАК ОБЪЕКТА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ.

Решению задач автоматического управление СМС предшествует изучение динамики его полета. Математическая модель объекта управления является основой описания и исследования процессов в контурах управления и основой синтеза этих контуров. Математическая модель строится для описания определенной группы свойств реального неограниченно сложного объекта управления.

## П.1.1. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ САМОЛЕТА КАК ОБЪЕКТА АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ В БОКОВОМ ДВИЖЕНИИ КАК ТВЕРДОГО ТЕЛА.

В аэродинамике самолета приняты следующие прямоугольные правые системы координат (рис.П1.1). Земная система координат  $O_{axayozo}$ , ось  $O_{ayo}$  которой направлена вертикально, оси  $O_{axo}$ ,  $O_{ozo}$  имеют неизменную в горизонтальной плоскости ориентацию. Для обычных задач управления полетом самолетов влиянием вращения Земли на динамику движения можно пренебречь и считать систему  $O_{axoyozo}$  инерциальной. Промежуточная (земная центральная) система координат  $O_{axoyozo}$  с осями, параллельными осям земной системы и центром О, совмещенным с центром массы самолета. Связанная система координат  $O_{x1y1z1}$ . Оси этой системы координат обычно совпадают с главными центральными осями инерции самолета. Ось  $O_{x1}$  совпадает с продольной главной осью инерции, ось  $O_{y1}$  лежит в плоскости симметрии, ось  $O_{z1}$  близка к плоскости крыла или совпадает с ней. Скоростная система координат  $O_{xyz}$ . Ось  $O_x$  этой системы ориентирована по вектору воздушной скорости самолета, ось  $O_y$  лежит в плоскости сильи).

Угол 9, образуемый продольной осью самолета с горизонтальной

плоскостью, носит название угла тангажа. Угол  $\psi$  между проекцией продольной оси на горизонтальную плоскость и заданным направлением Охо называется углом рысканья, курсом путевым углом. Угол ИЛИ γ, соответствующий повороту самолета вокруг продольной оси Ox1 относительно положения, при котором поперечная ось Ог1 горизонтальна, именуется углом крена. Положение вектора воздушной скорости относительно связанных осей самолета характеризуется углом атаки α и углом скольжения β. Угол атаки – это угол между проекцией вектора воздушной скорости на плоскости симметрии самолета и продольной осью, угол скольжения – угол, образуемый вектором воздушной скорости с плоскостью симметрии.



Рис. П.1.1. Системы координат

Движение самолета как твердого тела в связанной системе координат описываются уравнениями Эйлера:

$$m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) = X_1 - mg\sin\vartheta, \qquad (\Pi 1.1)$$

$$m(\dot{V}_{y} + \omega_{z}V_{x} - \omega_{x}V_{z}) = Y_{1} - mg\cos\gamma\cos\vartheta, \qquad (\Pi 1.2)$$

$$m(V_{zx} + \omega_x V_y - \omega_y V_x) = Z_1 + mg \sin \gamma \cos \vartheta, \qquad (\Pi 1.3)$$

$$I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_z \omega_y = M_{x1}, \qquad (\Pi 1.4)$$

$$I_{y}\dot{\omega}_{y} + (I_{x} - I_{z})\omega_{x}\omega_{z} = M_{y1}, \qquad (\Pi 1.5)$$

$$I_z\dot{\omega}_z + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y = M_{z1} , \qquad (\Pi 1.6)$$

где  $V_x, V_y, V_z$ - компоненты вектора путевой скорости в связанной системе координат;  $\omega_x, \omega_y, \omega_z$  - компоненты вектора угловой скорости в связанной системе координат;  $X_I, Y_I, Z_I, M_{xI}, M_{yI}, M_{zI}$ -силы и моменты в связанной сиситеме координат;  $I_x, I_y, I_z$ - моменты инерции относительно главных осей; mмасса,g- ускорение силы тяжести. Математическая модель, представленная уравнениями (П1.1) - (П1.6), соответствует любому твердому телу с шестью степенями свободы и применительно к самолету требует дальнейшего дополнения.

Эта конкретизация модели заключается, прежде всего, в раскрытии зависимостей сил и моментов от аэродинамических и иных параметров движения (координат), отклонений органов управления и возмущающих воздействий. В рамках стационарной аэродинамики самолета силы и моменты, действующие на ЛА, выражаются функциями параметров полета и отклонений органов управления. Момент силы  $M_{yl}$ выражается функцией угловой скорости рысканья  $\omega_y$ , угла скольжения  $\beta$ ,угловой скорости крена $\omega_x$ , отклонения руля направления  $\delta_x$ , отклонения элеронов  $\delta_y$ , скоростного напора  $q = \frac{1}{2}\rho V^2$  ( $\rho$ - плотность воздуха, V-воздушная скорость, при отсутствии ветра совпадающая с путевой скоростью), числа Маха М. При более детальном рассмотрении (большие углы атаки  $\alpha$ ,  $\beta \neq 0$ ) момент  $M_{\nu l}$ оказывается зависящим и от угла атаки:

$$M_{yI}=M_{yI}(\omega_{y},\beta,\omega_{x},\delta_{y},\sigma_{y},M,\alpha). \quad (\Pi 1.7)$$

Силы и моменты являются не функциями, а операторами параметров полета. Однако, инерционности соответствующих операторов сопоставимы с временем движения частиц воздуха относительно поверхности, создающей силу или момент, и малы. Поэтому нестационарность аэродинамики в большинстве случаев приближено можно учесть путем введения первых временных производных. Так, момент аэродинамических сил относительно поперечной оси с учетом запаздывания скоса потока на стабилизаторе принимается функцией не только угла атаки, но и производной угла атаки:

$$M_{z1} = M_{z1} (\alpha, \omega_z, \dot{\alpha}, \delta_x, q, M), \qquad (\Pi 1.8)$$

где  $\delta_{e}$  - отклонение руля высоты или стабилизатора.

Система уравнений (П1.1)- (П1.6), даже при отсутствии отклонений органов управления, не является замкнутой. Направляющие косинусы связанной и скоростной систем координат относительно земной выражаются формулами, приведенным в таблицах П1.1. и П1.2.

Таблица П1.1 Направляющие косинусы связанной системы координат относительно земной.

	<i>X</i> 1	<i>y</i> 1	Ζ1
<i>X</i> 1	$\mathcal{E}_{11} = \cos \psi \cos \theta$	$\varepsilon_{12} = \sin\gamma\sin\psi - \cos\psi\cos\psi\sin\vartheta$	$\varepsilon_{31} = \cos\gamma\sin\psi + \sin\gamma\cos\psi\sin\vartheta$
<i>y</i> 1	$\varepsilon_{21} = \sin \vartheta$	$\mathcal{E}_{22} = \cos \gamma \cos \vartheta$	$\varepsilon_{32} = -\sin\gamma\cos\theta$
<i>Z</i> 1	$\varepsilon_{31} = -\sin\psi\cos\vartheta$	$\varepsilon_{32} = \sin \gamma \cos \psi + \cos \gamma \sin \psi \sin \vartheta$	$\varepsilon_{33} = \cos\gamma\cos\psi - \sin\gamma\sin\psi\sin\vartheta$

Таблица П1.2 Направляющие косинусы скоростной системы координат относительно земной.

|--|

<i>X</i> 1	$\cos \alpha \cos \beta$	$\sin \alpha$	$-\cos\alpha\sin\beta$
<i>y</i> 1	$-\sin\alpha\cos\beta$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha \sin \beta$
Z1	$\sin eta$	0	$\cos\beta$

Компоненты скорости в земной системе координат через направляющие косинусы таблицы 1.1 связаны с величинами  $V_x, V_y, V_z$ :

$$\dot{x}_{0} = V_{x}\varepsilon_{11} + V_{y}\varepsilon_{12} + V_{z}\varepsilon_{13}, \dot{y}_{0} = V_{x}\varepsilon_{21} + V_{y}\varepsilon_{22} + V_{z}\varepsilon_{23}, \dot{z}_{0} = V_{x}\varepsilon_{31} + V_{y}\varepsilon_{32} + V_{z}\varepsilon_{33}.$$

$$(\Pi 1.9)$$

Сдругой стороны, согласно данным таблицы 1.2 компоненты путевой скорости в связанных осях при отсутствии ветра связаны с углом атаки и углом скольжения формулами:

$$V_{x} = V \cos \alpha \cos \beta,$$
  

$$V_{y} = -V \sin \alpha \cos \beta,$$
  

$$V_{z} = V \sin \beta.$$
  
(II1.10)

Производные углов тангажа, крена и рысканья описываются выражениями:

)

$$\dot{\vartheta} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \dot{\gamma} = \omega_x - tg \,\vartheta(\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \dot{\psi} = \frac{\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma}{\cos \vartheta}.$$
 (II1.11)

Система уравнений (П1.1)-(П1.6), (П1.9),(П1.10),(П1.11) при раскрытых зависимостях сил и моментов от параметров полета становится замкнутой системой уравнений ЛА как объекта управления, если известна модель атмосферы. Математическая модель пространственного движения ЛА как твердого тела, представленная вышеперечисленными уравнениями и моделью атмосферы, несимметрична и довольно громоздка. Однако эта модель традиционна, и удобна для линеаризации. Другой вариант той же модели:

$m(\dot{V}_x + \omega_y V_z - \omega_z V_y) = X_1(V_x, V_y, V_z, \delta_{\mu}, \delta_{\gamma}, \delta_{\sigma}, \delta_T, y_0) - mg\varepsilon_{21},$	
$m(\dot{V}_y + \omega_z V_x - \omega_x V_z) = Y_1(V_x, V_y, V_z, \delta_u, \delta_y, \delta_g, \delta_T, y_0) - mg\varepsilon_{22},$	
$m(\dot{V}_z + \omega_x V_y - \omega_y V_x) = Z_1(V_x, V_y, V_z, \delta_u, \delta_y, \delta_g, \delta_T, y_0) - mg\varepsilon_{23},$	
$I_x \dot{\omega}_x + (I_z - I_y) \omega_y \omega_z = M_{x1} (V_x, V_y, V_z, \omega_x, \omega_y, \omega_z, \delta_y, \delta_g, \delta_f, \delta_T, y_0),$	
$I_{y}\dot{\omega}_{y} + (I_{x} - I_{z})\omega_{x}\omega_{z} = M_{y1}(V_{x}, V_{y}, V_{z}, \omega_{x}, \omega_{y}, \omega_{z}, \delta_{y}, \delta_{s}, \delta_{r}, y_{0}),$	
$I_{z}\dot{\omega}_{z} + (I_{y} - I_{x})\omega_{y}\omega_{x} = M_{z1}(V_{x}, V_{y}, V_{z}, \omega_{x}, \omega_{y}, \omega_{z}, \delta_{\mu}, \delta_{\gamma}, \delta_{\theta}, \delta_{T}, y_{0}),$	
$\dot{\varepsilon}_{11} + \omega_y \varepsilon_{13} - \omega_z \varepsilon_{12} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{12} + \omega_z \varepsilon_{11} - \omega_x \varepsilon_{13} = 0,$	}
$\dot{\varepsilon}_{13} + \omega_x \varepsilon_{12} - \omega_z \varepsilon_{11} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{21} + \omega_y \varepsilon_{23} - \omega_z \varepsilon_{22} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{22} + \omega_z \varepsilon_{21} - \omega_x \varepsilon_{23} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{23} + \omega_x \varepsilon_{22} - \omega_y \varepsilon_{21} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{31} + \omega_y \varepsilon_{33} - \omega_z \varepsilon_{32} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{32} + \omega_z \varepsilon_{31} - \omega_x \varepsilon_{33} = 0,$	
$\dot{\varepsilon}_{33} + \omega_x \varepsilon_{32} - \omega_y \varepsilon_{31} = 0,$	(П1.12
$y_0 = V_x \varepsilon_{21} + V_y \varepsilon_{22} + V_z \varepsilon_{23}.$	J

Здесь в качестве координат углового положения приняты направляющие косинусы  $\varepsilon_{ij}$ , аэродинамические силы и моменты и тяга двигателя представлены как функции проекций воздушной скорости на связанные оси и других параметров. В пренебрежении инерционностью управления тягой (неограниченная приемистость двигателя) величина  $\delta_T$  совпадает с отклонением ручки управления двигателем (двигателями).

### П.1.2 ЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ БОКОВОГО ДВИЖЕНИЯ САМОЛЕТА В СПОКОЙНОЙ АТМОСФЕРЕ

Многие задачи управляемого и неуправляемого полета могут быть решены на основе линейных моделей движения, справедливых для малых отклонений возмущенного движения от невозмущенного.

Пусть исходная система уравнений имеет вид

)

$$\dot{x}_i + f_i(x_1, \dots, x_n, u_1, \dots, u_m, \xi_1, \dots, \xi_r) = 0$$
 (*i*=1,2,...,*n*), (II1.13)

где  $x_1,...,x_n$ - координаты,  $u_1,...,u_m$ - управляющие воздействия,  $\xi_1,...,\xi_r$ возмущающие воздействия. В векторной форме уравнение (П1.13) :

$$\dot{x} + f(x, u, \xi) = 0,$$
 (II1.14)

где  $x, u, \xi$  - векторы, f - векторная функция. Невозмущенное воздействие  $x^0 = x^0(t), u^0 = u^0(t)$  должно удовлетворять уравнению (П1.14) при  $\xi = 0$ :  $\dot{x}^0 + f(x^0, u^0, 0) = 0.$ 

Возмущенное движение, представленное в виде  $x = x^0 + \Delta x$ ,  $u = u^0 + \Delta u$ , также удовлетворяет уравнению (П1.14), причем  ${}^1\xi \neq 0$ ,

$$\dot{x}^0 + \Delta \dot{x} + f(x^0 + \Delta x, u^0 + \Delta u, \xi) = 0.$$

Таким образом,

$$\dot{x}^{0} + \Delta \dot{x} + f(x^{0} + \Delta x, u^{0} + \Delta u, \xi) - f(x^{0}, u^{0}, 0) = 0.$$
(II1.15)

Уравнение первого (линейного) приближения имеет вид

$$\Delta \dot{x} + (\frac{\partial f}{\partial x})_0 \Delta x + (\frac{\partial f}{\partial u})_0 \Delta u + (\frac{\partial f}{\partial \xi})_0 \xi = 0, \qquad (\Pi 1.16)$$

где

$$\left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_0 = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_0 \dots \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_0 \\ \dots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)_0 \dots \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_0 \end{vmatrix}, \qquad \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)_0 = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial u}\right)_0 \dots \left(\frac{\partial f_1}{\partial u_n}\right)_0 \\ \dots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_1}\right)_0 \dots \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_n}\right)_0 \\ \dots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_1}\right)_0 \dots \left(\frac{\partial f_n}{\partial u_n}\right)_0 \end{vmatrix}, \qquad \dots$$

- матрицы первых частных производных, взятых в точке невозмущенного движения или состояния. Приведем уравнения первого приближения для системы (П1.1)-(П1.6). В качестве невозмущенного движения примем прямолинейный горизонтальный полет с постоянной скоростью, в котором:

$$\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0, \ \gamma^0 = \mathcal{G}^0 = 0, \ V_x^0 = V_0, \ V_y^0 = V_z^0 = 0. \tag{\Pi1.17}$$

Силы и моменты зависят от параметров полета в рамках определенной (стандартной) модели атмосферы:

$$X_{1} = X_{1}(V, \alpha, H, \delta_{T}),$$

$$Y_{1} = Y_{1}(V, \alpha, H, \delta_{B}),$$

$$Z_{1} = Z_{1}(\beta),$$

$$M_{x1} = M_{x1}(\omega_{x}, \omega_{y}, \beta, \delta_{y}, \delta_{H}),$$

$$M_{y1} = M_{y1}(\omega_{x}, \omega_{y}, \beta, \delta_{y}, \delta_{H}),$$

$$M_{z1} = M_{z1}(\omega_{z}, \alpha \dot{\alpha}, V, H, \delta_{B}),$$
(II1.18)

В соответствии с (П1.15) из (П1.1)-(П1.6), (П1.17), (П1.18) получаем

$$\Delta \dot{V}_{x1} + a_{x1}^{V} \Delta V_{x1} + a_{x1}^{\alpha} \Delta \alpha + a_{x1}^{H} \Delta H + a_{x1}^{g} \Delta \vartheta = a_{x1}^{\delta T} \Delta \delta_{T},$$
  

$$\Delta \dot{V}_{y1} + V_{0} \Delta \omega_{z} + a_{y1}^{\alpha} \Delta \alpha + a_{y1}^{V} \Delta V + a_{y1}^{H} \Delta H = a_{y1}^{\delta} \Delta \delta_{B},$$
  

$$\Delta \dot{\omega}_{z} + a_{mz}^{\alpha z} \Delta \omega_{z} + a_{mz}^{\alpha} \alpha + a_{mz}^{\dot{\alpha}} \Delta \dot{\alpha} + a_{mz}^{V} \Delta V + a_{mz}^{H} \Delta H = a_{mz}^{\delta B} \Delta \delta_{B},$$
  
(II1.19)

$$\Delta \dot{V}_{z1} - V_0 \Delta \omega_x + a^{\beta}_{z1} \Delta \beta + a^{9}_{z1} \Delta \gamma = 0,$$
  

$$\Delta \dot{\omega}_x + a^{\omega x}_{mx} \Delta \omega_x + a^{\omega y}_{mx} \Delta \omega_y + a^{\beta}_{mx} \Delta \beta = a^{\delta y}_{mx} \Delta \delta_y + a^{\delta H}_{\omega x} \Delta \delta_H,$$
  

$$\Delta \dot{\omega}_y + a^{\omega x}_{my} \Delta \omega_x + a^{\omega y}_{my} \Delta \omega_y + a^{\beta}_{my} \Delta \beta = a^{\delta y}_{my} \Delta \delta_y + a^{\delta H}_{my} \Delta \delta_H$$
  
(II1.20)

где коэффициенты пропорциональны соответствующим частным производным:

$$a_{x1}^{V} = -\frac{1}{m} (\frac{\partial X_1}{\partial V})_0, \ a_{x1}^{\alpha} = -\frac{1}{m} (\frac{\partial X_1}{\partial \alpha})_0, \dots$$

Уравнения (1.20) совместно с соотношением  $\Delta V_{z1} = V_0 \Delta \beta$ ,  $\Delta \omega_x = \Delta \dot{\gamma}$ 

образуют следующую систему линейных уравнений бокового движения.

$$\begin{split} \dot{\beta} &= \omega_x \sin \alpha + _y \cos \alpha + C_z^\beta \frac{qS}{mV} \beta + C_z^{\delta_H} \frac{qS}{mV} \delta_{\mu} + \left(\frac{g}{V} \cos \vartheta\right) \gamma, \\ \dot{\omega}_x &= m_x^\beta \frac{qSl}{I_x} \beta + m_x^{\omega_x} \frac{qSl}{I_x} \omega_x + m_x^{\omega_y} \frac{qSl}{I_x} \omega_y + m_x^{\delta_y} \frac{qSl}{I_x} \delta_y + m_x^{\delta_y} \frac{qSl}{I_x} \delta_y, \\ \dot{\omega}_y &= m_y^\beta \frac{qSl}{I_y} \beta + m_y^{\omega_x} \frac{qSl}{I_y} \omega_x + m_y^{\omega_y} \frac{qSl}{I_y} \omega_y + m_y^{\delta_y} \frac{qSl}{I_y} \delta_y + m_y^{\delta_y} \frac{qSl}{I_y} \delta_y, \\ \dot{\gamma} &= \omega_x - tg \vartheta (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \\ \dot{\psi} &= \frac{1}{\cos \vartheta} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma); \end{split}$$

При полете в эшелоне или на плавных участках траектории маневрирования как известно [см.1,7] динамические характеристики самолета - прототипа достаточно стабильны во времени полета. Это позволяет синтезировать САУ для него как для стационарного объекта, «замораживая» параметры уравнений

$$\begin{cases} \dot{\omega}_{x} = -b_{1}(t)\omega_{x} - a_{6}(t)\omega_{y} - b_{2}(t)\beta - a_{5}(t)\delta_{\mu} - b_{3}(t)\delta_{3}; \\ \dot{\omega}_{y} = -b_{6}(t)\omega_{x} - a_{1}(t)\omega_{y} - a_{2}(t)\beta - a_{3}(t)\delta_{\mu} - b_{5}(t)\delta_{3}; \\ \dot{\beta} = b_{7}(t)\omega_{x} + a_{8}(t)\omega_{y} - a_{4}(t)\beta + b_{4}(t)\gamma - a_{7}(t)\delta_{\mu}; \\ \dot{\gamma} = \omega_{x} - a_{9}(t)\omega_{y} + b_{8}(t)\gamma; \\ \dot{\psi} = a_{10}(t)\omega_{y} - b_{9}(t)\gamma; \end{cases}$$
(II1.21)

### ПРИЛОЖЕНИЕ 2. АКТ ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ РЕЗУЛЬТАТОВ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

#### «УТВЕРЖДАЮ»

Проректор по учебной работе ФГБОУ ВПО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) МАИ», кандидат технических

наук, доцент



АКТ

об использовании результатов диссертационной работы Нгуен Тхань Шона на тему «Аналитическое конструирование систем автоматического управления боковым движением среднемагистрального самолета с учетом упругости крыла» в учебном процессе МАИ

Мы, нижеподписавшиеся, директор Дирекции Института № 3 МАИ, доцент Следков Ю.Г., заместитель заведующего кафедрой № 301 профессор Бусурин В.И., руководитель цикла «Системы управления летательными аппаратами» доцент кафедры № 301 Мулин П.В. составили настоящий акт в том, что результаты диссертационной работы Нгуен Тхань Шона:

 методика АКОРа САУ боковым движением среднемагистрального самолета (СМС), при которой критерии оптимальности содержат параметры, вариации которых ведут к встречным изменениям быстродействия синтезируемых систем управления и энергозатратности переходных процессов в них, при сохранении высокого качества переходных процессов;

- применения указанной методики для параметрического синтеза системы автоматического управления углом крена СМС с учетом упругости его крыла, а также системы автоматического управления положением СМС относительно заданной траектории,

внедрены в учебный процесс на кафедре №301 «Системы автоматического и интеллектуального управления» МАИ. По материалам и результатам проведенных при выполнении диссертационной работы исследований подготовлены материалы разделов лекций по курсу «Системы автоматического управления воздушными летальными аппаратами» (разделы «Типовые алгоритмы (законы) управления демпферов, автоматов, автопилотов частных видов движения летательных аппаратов»; «Синтез и

анализ систем автоматического управления боковым движением самолета»; «Принципы построения, структура, синтез и анализ систем управления траекторным движением самолета») и лабораторная работа №2 «Системы автоматического управления боковым движением самолета» по курсу автоматического воздушными «Системы управления летальными аппаратами» (РПД 000060399) для студентов направления 24.05.06 «Системы управления летательными аппаратами».

Директор Дирекции Института № 3, доцент, кандидат технических наук

Horan Horan Horan

Следков Ю.Г

Бусурин В.И

Заместитель заведующего кафедрой № 301, профессор, доктор технических наук

Мулин П.В

Доцент кафедры № 301, доцент, кандидат технических наук