

## МОДЕЛЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ АКТИВНОГО ЭЛЕМЕНТА ЗАЩИТЫ НА УПРАВЛЯЕМУЮ РАКЕТУ В РАСЧЕТНОЙ ТОЧКЕ ПРОСТРАНСТВА

Пашко А.Д.\* , Донцов А.А.\*\*

Военно-воздушная академия им. профессора Н.Е.Жуковского и Ю.А.Гагарина,  
ул. Старых Большевиков, 54а, Воронеж, 394064, Россия

\* e-mail: leha.pashko@yandex.ru

\*\* e-mail: addoncov@mail.ru

Описан процесс пространственного движения летательного аппарата (ЛА) относительно земной системы координат системой дифференциальных уравнений, учитывающих динамику и кинематику поступательного, а также вращательного движения. Рассчитана траектория управляемой ракеты, представленная в виде дифференциальных уравнений и алгебраических зависимостей, описывающих наведение ракеты на ЛА. На основе канонического уравнения движения центра масс активного элемента защиты рассчитаны условия его отстрела для доставки в точку пространства, в которой находится управляемая ракета.

*Ключевые слова:* летательный аппарат, управляемая авиационная ракета, активный элемент защиты, баллистическая траектория.

Математическая модель процесса наведения атакующих управляемых ракет (УР) основана на циклическом расчете траектории движения летательного аппарата, УР и активного элемента защиты (АЭЗ) с шагом временной дискретизации  $\Delta t$ , построена по блочному принципу и содержит:

- блок динамики движения ЛА (БД);
- блок расчета траектории УР (БУР);
- блок расчета баллистической траектории движения АЭЗ (БАЭ);

Общая структурная схема имитационной модели воздействия на УР представлена на рис. 1.

На входе блока управления (БУ) имеем векторы управления движением ЛА  $U_{ла}(t)$  и управления УР  $U_{урп}(t)$ , поступающие соответственно из блока динамики движения ЛА (БД) и блока расчета тра-

ектории УР (БУР). На выходе БУ имеем вектор положения ЛА и УР в пространстве, который поступает на вход в блок расчета баллистической траектории движения АЭЗ (БАЭ), и на основе дискретных сигналов управления осуществляется расчет параметров движения АЭЗ. Оператор разности вычисляет разность между текущими координатами УР и расчетными координатами АЭЗ  $\Delta\varphi(t)$ , которая поступает на вход БУ. В БУ формируется сигнал на отстрел АЭЗ в расчетный момент времени  $\varphi_{аэз}(t)$ .

### Модель динамики движения ЛА

Пространственное движение ЛА относительно земной системы координат описывается системой дифференциальных уравнений вида

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{V} &= g \left[ (P - Q) \sin \frac{\theta}{m} \right]; \\ \dot{\theta} &= \frac{g(n_y \cos \gamma - \cos \theta)}{V}; \\ \dot{\psi} &= -\frac{gn_y \sin \gamma}{V \cos \theta}; \\ \dot{X} &= V \cos \theta \cos \psi; \\ \dot{Y} &= V \sin \theta; \\ \dot{Z} &= V \cos \theta \sin \psi, \end{aligned} \right. \quad (1)$$

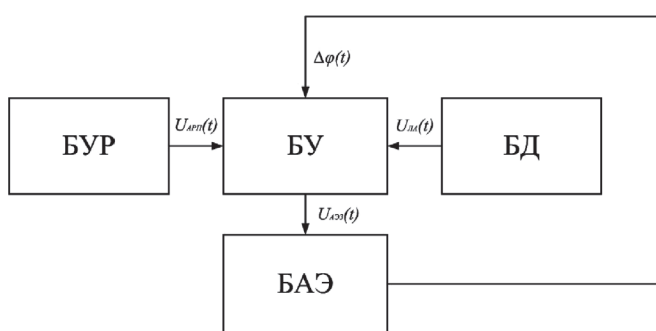


Рис. 1. Структурная схема модели воздействия на УР

где  $V$  — скорость ЛА;  $m$  — масса ЛА;  $P$  — тяга двигателя;  $Q$  — полное лобовое сопротивление;  $g$  — ускорение свободного падения;  $n_y$  — нормальная перегрузка;  $\theta, \gamma, \psi$  — углы тангажа, крена и рысканья соответственно;  $X, Y, Z$  — координаты ЛА в земной системе координат.

С учетом того, что система (1) описывает траекторное движение в качестве недостающих связей, используют параметры  $\gamma, n_y, P$ .

Движение ЛА рассматривается как движение твердого тела относительно инерциальной системы координат, связанной с неподвижной плоской Землей, и определяется системой дифференциальных уравнений, учитывающих динамику и кинематику поступательного, а также вращательного движения. При этом движение ЛА постоянной массы в связанной системе координат описывается системой вида

$$\begin{cases} m \left( \frac{dV_x}{dt} + \omega_y V_z - \omega_z V_y \right) = P_x - X - mg \epsilon_{yx}; \\ m \left( \frac{dV_y}{dt} + \omega_z V_x - \omega_x V_z \right) = P_y - Y - mg \epsilon_{yy}; \\ m \left( \frac{dV_z}{dt} + \omega_x V_y - \omega_y V_x \right) = P_z - Z - mg \epsilon_{yz}; \\ J_x \frac{d\omega_x}{dt} + (J_z - J_y) \omega_z \omega_y = M_x; \\ J_y \frac{d\omega_y}{dt} + (J_x - J_z) \omega_x \omega_z = M_y; \\ J_z \frac{d\omega_z}{dt} + (J_y - J_x) \omega_y \omega_x = M_z. \end{cases} \quad (2)$$

Обозначения в системе (2) являются общепринятыми и соответствуют описанным в [1].

Кинематика вращательного движения самолета задается с помощью направляющих косинусов [2]:

$$\begin{cases} \dot{\epsilon}_{xx} = \epsilon_{xy} \omega_z - \epsilon_{xz} \omega_y; \\ \dot{\epsilon}_{xy} = \epsilon_{xz} \omega_x - \epsilon_{xx} \omega_z; \\ \dot{\epsilon}_{xz} = \epsilon_{xx} \omega_y - \epsilon_{xy} \omega_x; \\ \dot{\epsilon}_{yx} = \epsilon_{yy} \omega_z - \epsilon_{yz} \omega_y; \\ \dot{\epsilon}_{yy} = \epsilon_{yz} \omega_x - \epsilon_{yx} \omega_z; \\ \dot{\epsilon}_{yz} = \epsilon_{yx} \omega_y - \epsilon_{yy} \omega_x, \end{cases} \quad (3)$$

что обеспечивает отсутствие особых точек поворотов ( $V = \pm 90^\circ$ ), в которых изменения углов Эйлера терпят разрыв.

В силу свойств матрицы вращения [2]

$$D_H^{CB} = \begin{vmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{vmatrix} \quad (4)$$

оставшиеся направляющие косинусы определяются через алгебраические дополнения:

$$\begin{cases} \epsilon_{zx} = \epsilon_{xy} \epsilon_{yz} - \epsilon_{xz} \epsilon_{yy}; \\ \epsilon_{zy} = \epsilon_{xz} \epsilon_{yx} - \epsilon_{xx} \epsilon_{yz}; \\ \epsilon_{zz} = \epsilon_{xx} \epsilon_{yy} - \epsilon_{xy} \epsilon_{yx}. \end{cases} \quad (5)$$

Для формирования управления самолетом, а также связи математических моделей летчика и бортового комплекса обороны углы тангажа, крена и рысканья определяются по значениям направляющих косинусов при условии  $|\epsilon_{yx}| \neq 1$  в следующем порядке:

$$\begin{aligned} V &= \arcsin(\epsilon_{yx}); \\ \sin \gamma &= \frac{\epsilon_{yz}}{\sqrt{1 - \epsilon_{yx}^2}}; \\ \sin \psi &= \frac{\epsilon_{zx}}{\sqrt{\epsilon_{yy}^2 - \epsilon_{yz}^2}}; \\ \cos \gamma &= \frac{\epsilon_{yy}}{\sqrt{\epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{yz}^2}}; \\ \cos \psi &= \frac{\epsilon_{xx}}{\sqrt{\epsilon_{yy}^2 + \epsilon_{yz}^2}}. \end{aligned} \quad (6)$$

Определение углов крена и рысканья осуществляется в диапазоне от  $-\pi$  до  $\pi$  по значениям синусов и косинусов, полученных в (6):

$$\begin{aligned} \gamma &= \begin{cases} \arcsin(\sin \gamma) & \text{при } \cos \gamma \geq 0; \\ (\pi - |\arcsin(\sin \gamma)|) \text{sign}(\sin \gamma) & \text{при } \cos \gamma < 0; \end{cases} \\ \psi &= \begin{cases} \arcsin(\sin \psi) & \text{при } \cos \psi \leq 0; \\ (\pi - |\arcsin(\sin \psi)|) \text{sign}(\sin \psi) & \text{при } \cos \psi > 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

Положение вектора скорости центра масс ЛА относительно осей связанной системы координат однозначно определяется тремя проекциями вектора скорости на эти оси ( $V_x, V_y, V_z$ ).

Модуль вектора скорости определяется из соотношения

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (8)$$

Положение вектора скорости в пространстве относительно связанной системы координат определяется углами атаки и скольжения по формулам [2]:

$$\alpha = \arctg\left(-\frac{V_y}{V_x}\right);$$

$$\beta = \arcsin \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2}}. \quad (9)$$

В рассматриваемой модели кинематические уравнения поступательного движения самолета в земной системе координат представлены следующими соотношениями:

$$\begin{cases} V_{xg} = \dot{x} = \varepsilon_{xx}V_x + \varepsilon_{xy}V_y + \varepsilon_{xz}V_z; \\ V_{yg} = \dot{y} = \varepsilon_{yx}V_x + \varepsilon_{yy}V_y + \varepsilon_{yz}V_z; \\ V_{zg} = \dot{z} = (\varepsilon_{xy}\varepsilon_{yz} - \varepsilon_{yy}\varepsilon_{xz})V_x + \\ + (\varepsilon_{yx}\varepsilon_{xz} - \varepsilon_{xx}\varepsilon_{yz})V_y + (\varepsilon_{xx}\varepsilon_{yy} - \varepsilon_{yx}\varepsilon_{xy})V_z. \end{cases} \quad (10)$$

Положение вектора скорости в земной системе координат определяется углами пути  $\psi$  и наклона траектории  $\theta$ :

$$\psi = \arctg \frac{V_{zg}}{\sqrt{V_{xg}^2 + V_{yg}^2}};$$

$$\theta = \arctg \frac{V_{yg}}{V_{xg}}. \quad (11)$$

Системы уравнений (1), (2), (10) содержат 15 дифференциальных уравнений первого порядка, связывающих между собой 12 независимых переменных, которые являются параметрами движения ЛА в пространстве. Начальные условия для их решения определяются в соответствии со следующими выражениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \cos(\alpha + \theta_0); & V_{xg} &= V_0 \cos \theta_0 - V_x; \\ \varepsilon_{xy} &= -\sin(\alpha + \theta_0); & V_{yg} &= V_0 \sin \theta_0 - V_y; \\ \varepsilon_{xz} &= \sin \beta_{ck}; & V_{zg} &= V_0 \cos \theta_0 \sin \psi_0 - V_z; \\ \varepsilon_{yx} &= \sin(\alpha + \theta_0); & X_g^0 &= 0; Y_g^0 = H_0; Z_g^0 = 0; \\ \varepsilon_{yy} &= \cos(\alpha + \theta_0); & \omega_x &= \omega_y = \omega_z = 0. \\ \varepsilon_{yz} &= -\cos \beta_{ck} \sin \gamma_0; \end{aligned} \quad (12)$$

Аэродинамическое воздействие среды на самолет определяется его конфигурацией, положением связанной системы координат относительно вектора скорости центра масс ЛА и вектора его угловой скорости.

Определение аэродинамических сил и моментов для системы (1) производится по формулам [1], где аэродинамические коэффициенты являются известными функциями числа Маха, углов атаки и скольжения соответственно.

В модели масса самолета принимается постоянной величиной, равной сумме пустого ЛА, топлива (50% полной заправки) и массы вооружения.

Для обеспечения установившегося режима полета в модели решается задача балансировки ЛА, которая заключается в выборе значений тяги двигателя, угла атаки и отклонения органов управления ЛА с последующим решением системы уравнений [2]:

$$\begin{cases} P \cos \alpha - G \sin \theta - X_a = 0; \\ P \sin \alpha + Y_a - \frac{G \cos \theta}{\cos \gamma} = 0; \\ M_z + m_z^{\delta\beta} \delta_\beta = 0. \end{cases} \quad (13)$$

Входными сигналами для модели являются углы отклонения рулевых поверхностей как функции времени  $\delta(t)$  и тяга двигателя, которые определяются действиями летчика в процессе пилотирования.

Выходными величинами модели являются параметры, характеризующие фактическое положение ЛА в пространстве (величина и направление вектора скорости, координаты ЛА и т.д.)

### Модель расчета траектории атакующей ракеты противника

Математическая модель наведения УР представляет собой совокупность дифференциальных уравнений и алгебраических зависимостей, описывающих наведение ракеты на ЛА.

Основными частями математической модели являются: уравнения движения ракеты, уравнения измерителя системы самонаведения и модель блока управления.

#### 1. Уравнения движения ракеты

Динамические уравнения движения центра масс УР можно записать в следующем виде:

$$\dot{V} = \frac{1}{m_p [P - (c_{x0} + c_x^\alpha \alpha^2) S_{кр} q]} - g \sin(\theta);$$

$$\alpha^2 = \alpha_p^2 + \beta_p^2;$$

$$\begin{aligned} \dot{\alpha}_p &= \omega_z - \omega_{vz}, \dot{\beta}_p = \omega_y - \omega_{vy}; \\ \omega_{vy} &= \frac{(P - c_x^\alpha S_{кр} q) \beta_p - c_y^{\delta\alpha} S_{кр} q \delta_z^A - c_y^{\delta u} S_{кр} q \delta_z^H}{m_p V} - \frac{g}{V \cos \theta}; \\ \omega_{vz} &= \frac{(P + c_y^\alpha S_{кр} q) \alpha_p + c_y^{\delta\alpha} S_{кр} q \delta_\theta^A + c_y^{\delta u} S_{кр} q \delta_\theta^H}{m_p V} - \frac{g}{V \cos \theta}; \\ \dot{\omega}_y &= b_a S_{кр} q \left( \frac{m_z^{\delta a} \delta_\theta^A + m_z^{\delta u} \delta_\theta^H - m_z^W b_a \omega_y}{V - m_z^\alpha \beta_p} \right) / J_z; \\ \dot{\omega}_z &= b_a S_{кр} q \left( \frac{m_z^{\delta a} \delta_\theta^A + m_z^{\delta u} \delta_\theta^H - m_z^W b_a \omega_z}{V - m_z^\alpha \alpha_p} \right) / J_z; \\ \omega_x &= -\frac{\omega_y \sin \theta}{\cos \theta}; \\ \omega_{vx} &= \omega_x - \omega_y \alpha_p + \omega_{vz} \beta_p, \end{aligned} \quad (14)$$

где  $\theta$  — угол тангажа УР;  $V$  — модуль вектора скорости ракеты;  $m_p$  — масса ракеты;  $t_p$  — время работы двигателя;  $P$  — тяга двигателя УР;

$c_{x0}, c_x^\alpha, c_y^\alpha, c_y^{\delta\alpha}, c_y^{\delta u}, S_{кр}, b_a, m_z^{\delta a}, m_z^{\delta u}, m_z^W, m_z^\alpha, J_z$  — аэродинамические характеристики УР;  $\omega, \omega_y$  — угловые скорости вращения в связанной и скоростной системе координат;  $\alpha_p, \beta_p$  — углы атаки и скольжения УР;  $q$  — скоростной напор;  $\delta_\Gamma^A, \delta_\Gamma^H, \delta_B^A, \delta_B^H$  — углы отклонения аэродинамических рулей и интерцепторов.

Положение центра масс ракеты относительно стартовой системы координат выражается в виде

$$\begin{aligned} \dot{X}_p &= V \cos \theta; \\ \dot{Y}_p &= V \sin \theta; \\ \dot{Z}_p &= -V \cos \theta \sin \varphi. \end{aligned} \quad (15)$$

Положение центра масс УР относительно цели характеризуется вектором дальности  $D$ , направление которого относительно стартовой системы координат определяется углами места цели  $\varepsilon$  и азимута  $\lambda$ .

Запишем систему уравнений, описывающую относительное движение ЛА и УР:

$$\begin{aligned} D &= \sqrt{(X_{ла} - X_p)^2 + (Y_{ла} - Y_p)^2 + (Z_{ла} - Z_p)^2}; \\ D_\Gamma &= \sqrt{(X_{ла} - X_p)^2 + (Z_{ла} - Z_p)^2}; \\ a_u &= (X_{ла} - X_p) \cos \psi_{au} + (Z_{ла} - Z_p) \sin \psi_{au}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_u^* &= (Z_p - Z_{ла}) \cos \psi_{au} - (X_{ла} - X_p) \sin \psi_{au}; \\ a_p &= (X_{ла} - X_p) \cos \psi_a + (Z_p - Z_{ла}) \sin \psi_a; \\ a_p^* &= (Z_p - Z_{ла}) \cos \psi_a - (X_{ла} - X_p) \sin \psi_a; \\ \dot{D} &= \frac{V_u (\cos \theta_u a_u + (Y_{ла} - Y_p) \sin \psi_{au})}{D} - \\ &\quad - \frac{V (\cos \theta a_p + (Y_{ла} - Y_p) \sin \theta)}{D}; \\ \dot{\varepsilon} &= \frac{V \frac{a_p (Y_{ла} - Y_p) \cos \theta}{D_\Gamma + D_\Gamma \sin \theta} - V_u \frac{a_u (Y_{ла} - Y_p) \cos \theta_u}{D_\Gamma + D_\Gamma \sin \theta_u}}{D^2}; \\ \dot{\lambda} &= -\frac{1}{D_\Gamma^2 (V_u \cos \theta_u a_u^* - V \cos \theta a_p^*)}; \\ \cos \lambda &= \frac{X_{ла} - X_p}{D_\Gamma}; \cos \varepsilon = \frac{D_\Gamma}{D}; \\ \sin \lambda &= \frac{Z_p - Z_{ла}}{D_\Gamma}; \sin \varepsilon = \frac{Y_{ла} - Y_p}{D}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для вычисления углов  $\lambda$  и  $\varepsilon$  необходимо воспользоваться соотношениями

$$\begin{aligned} \lambda &= \arccos \frac{Z_{ла} - Z_p}{D_\Gamma}; \\ \varepsilon &= \arccos \frac{D_\Gamma}{D}. \end{aligned} \quad (17)$$

## 2. Уравнения измерителя системы самонаведения

Сигналы от цели усиливает основной измеритель, установленный на ракете, называемый координатором тепловой головки самонаведения (ТГС). Измеритель выдает информацию об измеренном угле пеленга цели  $\varphi_{Ц}$  и об измеренной угловой скорости вектора дальности  $\omega_D$ . Координатор ТГС измеряет практически непрерывно угол между своей осью и направлением ЛА, который равен модулю вектора рассогласования:

$$\bar{\Delta}_k = \bar{D}^0 - \bar{x}_k^0, \quad (18)$$

где  $\bar{D}^0$  — единичный вектор дальности до ЛА;  $\bar{x}_k^0$  — единичный вектор оси координатора.

Вектор рассогласования  $\bar{\Delta}_k$  является параметром управления и может быть представлен проекциями  $\Delta_1$  и  $\Delta_2$  на взаимно перпендикулярные плоскости управления ракетой. Кроме того, углы

пеленга координатора  $\varphi_k$  и движение координатора ограничиваются предельными значениями  $\varphi_{k\max}$  и  $\omega_{k\max}$ , которые также являются параметрами управления.

Ошибка целеуказания по направлению координатору моделируется путем задания случайного начального значения переменной  $\varphi_k$  относительно направления на ЛА со средним квадратичным отклонением  $\sigma_{\text{цв}}$ , являющимся параметром. Ошибка дисбаланса ротора гироскопа учитывается случайными величинами, которые имеют нормальное распределение. Собственный уход гироскопа задается постоянной величиной и случайным направлением в пространстве с равномерным законом распределения.

### 3. Модель блока управления

Измерение направления движения ракеты производится в соответствии с методом пропорционального наведения. При этом система управления задает ракете маневр с перегрузкой  $n$ , прямо пропорциональной угловой скорости  $\omega_D$  линии визирования ракета—цель:

$$n = k_{\text{узм}} \omega_D. \quad (19)$$

Тем самым она стремится в любой момент времени обеспечить направление движения ракеты в упрежденную точку. Коэффициент пропорциональности  $k_{\text{узм}}$  изменяется в течение времени полета по программе, которая оптимизирует процесс наведения. Параметры программы изменяются в зависимости от условий пуска ракеты.

### Модель расчета баллистической траектории движения активного элемента защиты

В основе разработанной модели лежит каноническое уравнение движения центра масс АЭЗ вида

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{v}}{dt} &= -E\bar{v} + \bar{g}; \\ \frac{d\bar{r}}{dt} &= \bar{v}, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $t$  — текущее время движения АЭЗ, отсчитываемое от момента бросания;  $\bar{v}$  — воздушная скорость АЭЗ;  $\bar{g}$  — ускорение силы тяжести;  $E$  — функция сопротивления.

Функция сопротивления определяется выражением

$$E = c \frac{\pi g \rho_{NO}}{8000} H(h) C_{x\alpha}(M) v; \quad (21)$$

$$H(h) = \frac{\rho(h)}{\rho_0}, \quad (22)$$

где  $H(h)$  — нормированная плотность воздуха на текущей барометрической высоте  $h$ ;  $c$  — баллистический коэффициент АЭЗ;  $\rho_0$  — плотность воздуха у поверхности Земли;  $h$  — высота текущей точки траектории снаряда, отсчитываемая от уровня моря (или, что то же самое, от поверхности Земли);  $M$  — число Маха,  $M = v/a(h)$ ;  $\rho(h)$ ,  $a(h)$  — значения плотности воздуха и скорости звука на текущей барометрической высоте  $h$ .

Известно, что сила лобового сопротивления определяется выражением [3]

$$X = c_{x0}(M) q S. \quad (23)$$

Следовательно, коэффициент лобового сопротивления определяется

$$c_{x0}(M) = \frac{X}{qS}, \quad (24)$$

где  $q = \frac{\rho V^2}{2}$  — скоростной поток;  $S$  — миделево сечение снаряда;  $V$  — скорость АЭЗ,

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}.$$

Аналогично определяются

$$c_{y0}(M) = \frac{Y}{qS}, \quad c_{z0}(M) = \frac{Z}{qS}.$$

Эталонное значение коэффициента лобового сопротивления  $c_{x\alpha}$  определяется выражением [3]

$$c_{x\alpha}(M) = a_j + b_j M + c_j M^2. \quad (25)$$

Для нахождения баллистического коэффициента АЭЗ применялась методика определения коэффициента лобового сопротивления  $c_{x0}$  с использованием пакета программ *Ansys CFX*, путем моделирования обтекания АЭЗ в стационарной постановке задачи турбулентным набегающим потоком (рис. 2 и 3).



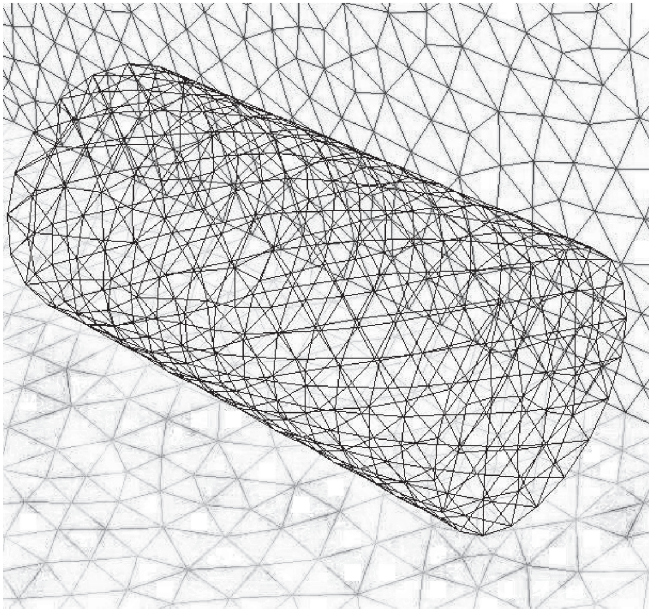


Рис. 2. Расчетная сетка вблизи АЭЗ

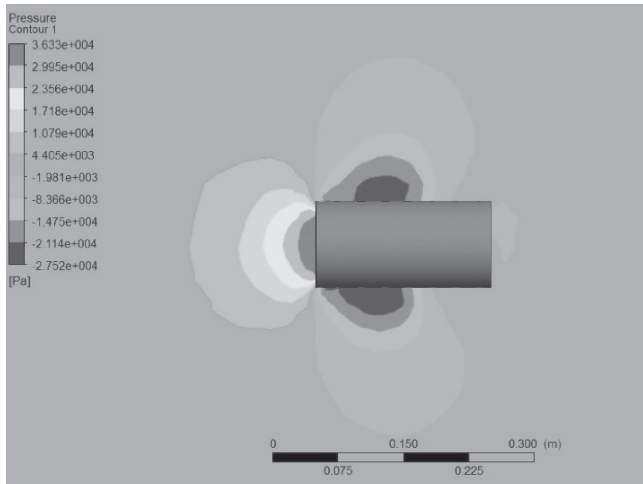


Рис. 3. Определение коэффициента лобового сопротивления  $c_{x0}$  АЭЗ с использованием пакета программ Ansys CFX

После определения  $c_{x0}$  вычисляется коэффициент формы снаряда  $i$ , усредненный в некотором диапазоне чисел  $M$ :

$$i = \left[ \frac{c_{x0}(M)}{c_{x0}(M)} \right]_{cp} \quad (26)$$

Это позволило получить значение баллистического коэффициента АЭЗ

$$c = \frac{id^2}{m} 10^3 \quad (27)$$

Рассчитываются параметры движения АЭЗ на участке траектории, необходимом для встречи с УР:

$$\begin{aligned} \dot{v}_x &= -E v_x; \\ \dot{v}_y &= -E v_y - g_0; \\ \dot{v}_z &= E v_z; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\dot{x} = v_x; \dot{y} = v_y; \dot{z} = v_z.$$

При рассчитанных параметрах движения АЭЗ производится расчет дальности бросания АЭЗ:

$$D = \sqrt{x^2 + (y - y_0)^2 + z^2}, \quad (29)$$

после чего осуществляется выдача всех данных о траектории и параметрах бросания АЭЗ в БУ.

Для численного решения задачи баллистики векторная модель должна быть приведена к скалярной форме в том или ином базисе. Наиболее простые решения системы дифференциальных уравнений движения АЭЗ получаются в стартовом базисе  $O X_c Y_c Z_c$  (рис. 4).

Основные параметры стартового базиса:

- начало базиса находится на уровне моря;
- ось  $Y_c$  проходит через точку бросания АЭЗ по нормали к поверхности Земли;
- $X_c$  направлена в сторону бросания так, что плоскость  $X_c Y_c$  содержит вектор скорости бросания АЭЗ  $\bar{v}_0$ ;

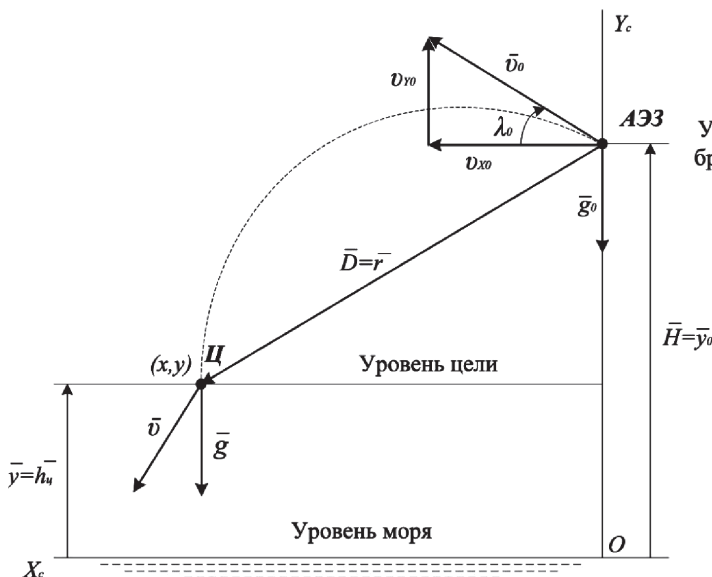


Рис. 4. Стартовый базис

— до момента бросания АЭЗ базис меняет свое положение в соответствии с движением ЛА и ствола устройства выброса.

В принятом базисе искомые скалярные уравнения движения центра масс АЭЗ в форме Коши имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{dv_x}{dt} &= -E v_x; \quad \frac{dx}{dt} = v_x; \\ \frac{dv_y}{dt} &= -E v_y - g_0; \quad \frac{dy}{dt} = v_y; \\ \frac{dv_z}{dt} &= -E v_z; \quad \frac{dz}{dt} = v_z. \end{aligned} \quad (30)$$

Необходимые при этом дополнительные переменные модуля воздушной скорости АЭЗ  $v$  и радиус-вектора текущей точки траектории относительно точки бросания  $r$  рассчитываются по формулам

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2} \quad (31)$$

и

$$r = \sqrt{x^2 + (H - y)^2 + z^2}, \quad (32)$$

где  $y = h$  — барометрическая высота текущей точки траектории.

Начальными условиями движения АЭЗ, т. е. начальными значениями интегралов системы дифференциальных уравнений (30), являются величины  $v_{x0}, v_{y0}, v_{z0}, x_0, y_0$  и  $z_0$  при  $t = t_0$ .

В свою очередь, для вычисления этих значений от бортовой информационной системы ЛА могут быть получены следующие данные:

- высота точки бросания над целью  $H_{ц}$ ;
- барометрическая высота точки бросания над уровнем моря  $h$ ;
- начальная воздушная скорость АЭЗ (скорость бросания)  $v_0$ ;
- угол бросания  $\lambda_0$ .

Тогда

$$v_{x0} = v_0 \cos \lambda_0, \quad v_{y0} = v_0 \sin \lambda_0, \quad v_{z0} = v_0 \sin \lambda_0,$$

$$x_0 = 0, \quad y_0 = H \quad \text{и} \quad z_0 = 0 \quad \text{при} \quad t = t_0.$$

Расчет начальных условий производится исходя из информации, получаемой от прицельной системы, а именно об углах атаки  $\alpha$ , скольжения  $\beta$ , тангажа  $\theta$  и крена  $\gamma$  ЛА и положения ствола устройства выброса относительно строительной оси фюзеляжа  $\alpha_s, \beta_s$ , значений начальной скорости АЭЗ  $v_0$  и скорости носителя  $V$ .

Проекция скорости ЛА в горизонтированном базисе:

$$\begin{cases} V_x = V(\cos \theta \cos \beta \cos \alpha + \\ + \sin \theta (\cos \gamma \cos \beta \cos \alpha + \sin \gamma \sin \beta)); \\ V_y = V(\sin \theta \cos \beta \cos \alpha - \\ - \cos \theta (\cos \gamma \cos \beta \sin \alpha + \sin \gamma \sin \beta)); \\ V_z = V(-\sin \gamma \cos \beta \sin \alpha + \cos \gamma \sin \beta). \end{cases} \quad (33)$$

Проекции скорости отделения АЭЗ:

$$\begin{cases} V_{otx} = V_{ot}(\cos \theta \cos \beta_s \cos \alpha_s - \\ - \sin \theta (\cos \gamma \sin \alpha_s + \sin \gamma \cos \alpha_s \sin \beta_s)); \\ V_{oty} = V_{ot}(\sin \theta \cos \beta_s \cos \alpha_s + \\ + \cos \theta (\cos \gamma \sin \alpha_s + \sin \gamma \cos \alpha_s \sin \beta_s)); \\ V_{otz} = V_{ot}(\sin \gamma \sin \alpha_s - \cos \gamma \cos \alpha_s \sin \beta_s). \end{cases} \quad (34)$$

Проекции начальной воздушной скорости АЭЗ в горизонтированном базисе:

$$\begin{cases} V_{xo} = V_x + V_{otx}; \\ V_{yo} = V_y + V_{oty}; \\ V_{zo} = V_z + V_{otz}. \end{cases} \quad (35)$$

Воздушная начальная скорость АЭЗ

$$v_0 = \sqrt{V_{x0}^2 + V_{y0}^2 + V_{z0}^2}. \quad (36)$$

### Результаты имитационного моделирования

Было проведено имитационное моделирование пусков УР по обороняемому ЛА. При этом ЛА осуществлял горизонтальный полет без маневрирования, пуск ракеты производился с принижения в заднюю полусферу ЛА, с ракурсов цели от 0 до 180° и отстрелом АЭЗ по рассчитанным условиям.

В результате были получены графики зависимостей вероятности поражения одной, двух и четырех пущенных УР совокупностью до 20 АЭЗ. Определены вероятности непоражения обороняемого ЛА и общая эффективность работы бортового комплекса обороны с использованием АЭЗ.

Результаты моделирования представлены на рис. 5–7.

Анализ результатов моделирования показал, что использование разработанной модели в работе бортовых вычислительных алгоритмов повышает вероятность непоражения обороняемого ЛА и обеспечивает эффективную работу бортового комплекса обороны в целом.

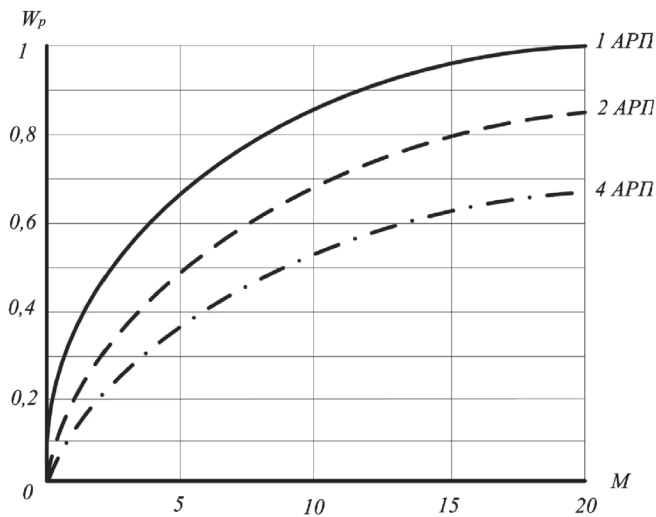


Рис. 5. Зависимость вероятности поражения УР от количества применяемых АЭЗ

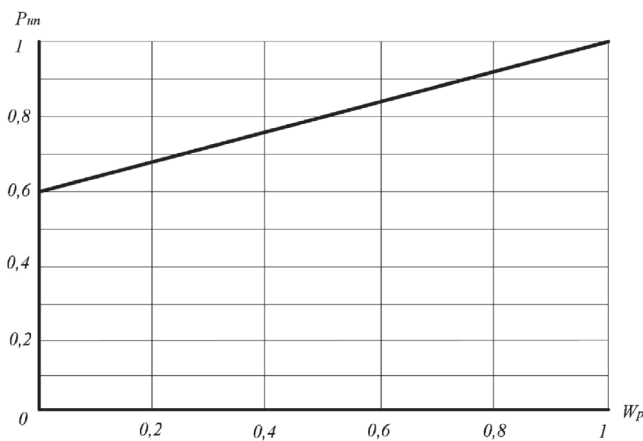


Рис. 6. Зависимость вероятности непоражения ЛА от вероятности поражения УР

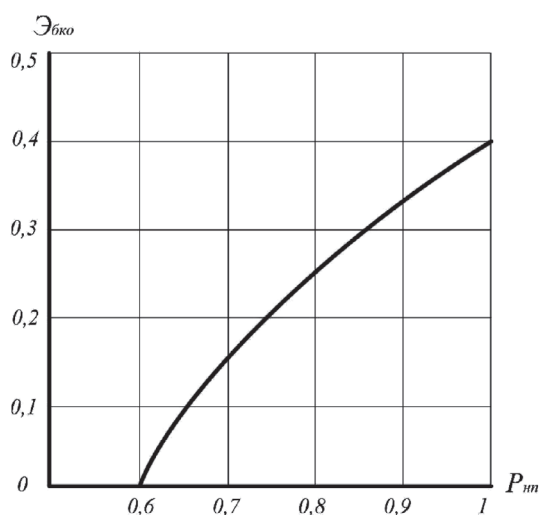


Рис. 7. Зависимость эффективности работы БКО от вероятности непоражения ЛА

## Выводы

В статье описана математическая модель воздействия на УР, позволяющая вычислить при различных условиях применения и тактических действиях ЛА: промах ракеты, углы ориентации осей в двух плоскостях  $\theta$  и  $\lambda$  и относительную скорость сближения ракеты с ЛА  $V_p$ . При статистической обработке результатов могут быть получены статистические характеристики условий встречи ракеты с ЛА  $m_h$  и  $\sigma_h$  в виде соответствующих  $m_y, m_z$  и  $\sigma_y, \sigma_z$ . В результате расчета параметров движения АЭЗ может быть вычислен момент подачи сигнала на отстрел АЭЗ.

## Библиографический список

1. *Нелюбов А.И., Новад А.А.* Динамика полетов и боевого маневрирования ЛА. — М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1976. — 178 с.
2. *Тарасенков А.М., Брага В.Г., Тараненко В.Т.* Динамика полетов и боевого маневрирования ЛА. — М.: ВВИА им. проф. Н.Е. Жуковского, 1984. — 186 с.
3. *Постников А.Г.* Внешняя баллистика авиационных неуправляемых снарядов: Учебное пособие для вузов. — М.: ВВИА, 2003. С. 91-162.
4. *Абрычкин А.Н., Ашурков А.А., Ашурков П.А., Балаян С.Т., Сазонов В.М.* Управляемые авиационные ракеты. Устройство управляемых авиационных ракет: Учебное пособие. — Воронеж: ВУНЦ ВВС «ВВА», 2014. — 169 с.
5. *Должиков В.И., Николаев А.В.* Определение аэродинамических характеристик вращающегося летательного аппарата при неуправляемом полёте с помощью систем инженерного анализа // Вестник Московского авиационного института. 2015. Т. 22. № 3. С. 47-53.
6. *Николаев А.В., Пашко А.Д.* Баллистическое обеспечение метания активных элементов защиты при действии малоразмерных высокоскоростных объектов // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 3. С. 96-101.
7. *Татаренко Д.С., Шутов П.В., Ефанов В.В., Роговенко О.Н.* Способ определения баллистических характеристик неуправляемых объектов // Вестник Московского авиационного института. 2016. Т. 23. № 3. С. 77-83.



## MODEL OF ACTIVE PROTECTION ELEMENT IMPACT ON GUIDED MISSILE IN CALCULATED SPACE POINT

Pashko A.D.\* , Dontsov A.A.\*\*

*Air force academy named after professor N.E. Zhukovskii and Yu.A. Gagarin,  
54a, Starykh Bol'shevikov str., Voronezh, 394064, Russia*

\*e-mail: leha.pashko@yandex.ru

\*\*e-mail: addoncov@mail.ru

### Abstract

The paper describes the process of spatial movement of the aircraft relative to the earth coordinate system by a system of differential equations, taking into account the dynamics and kinematics of translational and rotational motion.

The aerodynamic impact of the environment on the aircraft is determined by its configuration, position of the associated coordinate system relative to the velocity of the aircraft center of mass and vector of its angular velocity. To ensure an aircraft steady state flight mode the model solved the problem of balancing, consisting in the engine thrust values, angle of attack and the deviation of the aircraft control organs selection with subsequent solution of the system of differential equations. The output variables of the model are the parameters characterizing the actual position of the aircraft in space.

The calculated missile trajectory, represented in the form of differential equations and algebraic dependencies, describes the missile guidance to the aircraft. The result is the relative distance value of the aircraft defined by the elevation angles and azimuth. The rocket direction of motion measurement is made according to the method of proportional guidance. The control system sets the missile maneuver with an overload, directly proportional to the angular velocity of the rocket-target line of sight. Thus, any time it tends to ensure the direction of the missile movement to the set-forward point.

Based on the canonical equation of motion of the center of mass of the active protection element the terms of its ejection, to deliver it to the point of space where the guided missile is situated was calculated. By simulating the flow over the active element by turbulent incident flow, using finite volume method in Ansys CFX the authors defined the ballistic coefficient of the active protection element. It allowed us to calculate the resistance function value and produce the data on trajectory and projection parameters of active protection element to the control unit.

As a result, this model allows calculating, under different tactical actions of the aircraft crew, the target miss, the orientation angles and missile speed of convergence with the aircraft. When processing simulation results one can obtain the characteristics of the missile encounter with an aircraft, as well as active element ejection parameters for its encounter with the rocket in calculated space point.

**Keywords:** aircraft, aviation guided missile, active protection element, ballistic trajectory.

### References

1. Nelyubov A.I., Novad A.A. *Dinamika poletov i boevogo manevrirovaniya LA* (Dynamics of flight and combat maneuvers of the aircraft), Moscow, VVIA im. prof. N.E. Zhukovskogo, 1976, 178 p.
2. Tarasenkov A.M., Braga V.G., Taranenko V.T. *Dinamika poletov i boevogo manevrirovaniya LA* (Aircraft flight dynamics and combat maneuvering), Moscow, VVIA im. prof. N.E. Zhukovskogo, 1984, 186 p.
3. Postnikov A.G. *Vneshnyaya ballistika aviatsionnykh neupravlyaemykh snaryadov* (External ballistics of aviation uncontrolled missiles), Moscow, VVIA, 2003, pp. 91-162.
4. Abrychkin A.N., Ashurkov A.A., Ashurkov P.A., Balanyan S.T., Sazonov V.M. *Upravlyaemye aviatsionnye rakety. Ustroistvo upravlyaemykh aviatsionnykh raket* (Guided airborne missiles. Arrangement of guided airborne rockets), Voronezh, VUNTs VVS "VVA", 2014, 169 p.
5. Dolzhikov V.I., Nikolaev A.V. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2015, vol. 22, no. 3, pp. 47-53.
6. Nikolaev A.V., Pashko A.D. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 3, pp. 96-101.
7. Tatarenko D.S., Shutov P.V., Efanov V.V., Rogovenko O.N. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo instituta*, 2016, vol. 23, no. 3, pp. 77-83.