

УДК 621.91.01

# Модифицированный оператор Вольтерра как способ моделирования температуры при металлообработке\*

В.П. Лапшин

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, 344043, Россия  
e-mail: lapshin1917@yandex.ru

DOI: 10.34759/TPT-2019-11-11-505-513

Поступила в редакцию 6.09.2019

После доработки 26.09.2019

Принята к публикации 29.09.2019

Работа посвящена вопросам математического моделирования трансформации мощности необратимых преобразований в температуру при обработке металлов на металлорежущих станках точением. Здесь в качестве базовой модели предлагается использовать модифицированный оператор Вольтерра, который позволяет, с одной стороны, учесть эволюционное формирование температурного поля в обрабатываемой детали по мере резания металла, с другой, оценить вклад текущей мощности необратимых преобразований в температуру в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали. Сравнительный анализ оценки температуры в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали, полученной на основе предлагаемого в работе математического аппарата, и температуры, зарегистрированной при проведении натурального эксперимента, показал высокую степень адекватности предлагаемого математического аппарата.

**Ключевые слова:** температура, мощность необратимых преобразований, оператор Вольтерра, обработка резанием.

## Постановка задачи исследования

При обработке металлов резанием на металлорежущих станках одним из важнейших факторов является температура в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали. Согласно принятого в металлообработке взгляда на протекание процессов резания и трения, зона контакта инструмента и обрабатываемой детали с точки зрения источников выделения дополнительной температуры может быть разделена на три зоны: зона первичной деформации (выделяемая здесь температура –  $Q_0$ ), зона трения по задней грани ( $Q_2$ ) и зона трения на передней грани ( $Q_1$ ) инструмента (рис. 1) [1–5].

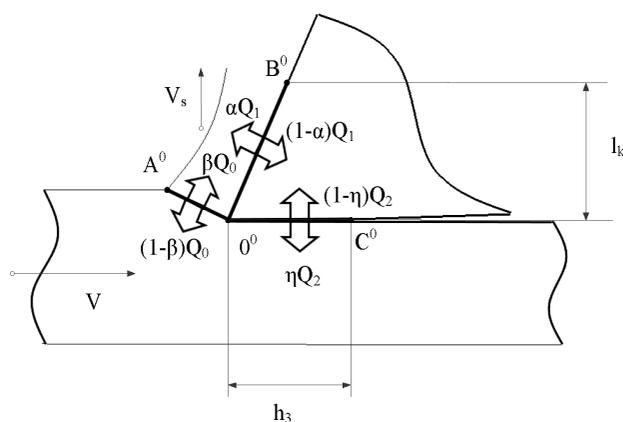


Рис. 1. Зоны тепловыделения и теплопоглощения при резании

Стрелками на рисунке обозначены направления рассеивания дополнительного тепла, возникающего в зоне деформации (линия  $0^0-A^0$ ), в зоне трения стружки об переднюю грань инструмента (линия  $0^0-B^0$ , где  $l_k$  – длина контакта) и

\* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ, грант 19-08-00022.

в зоне трения по задней грани (линия  $0^0-C^0$ , где  $h_3$  – износ инструмента по задней грани). Уравнение теплового баланса процесса обработки резанием металлов, предложенное в [6], имеет следующий вид:

$$Q = Q_0 + Q_1 + Q_2, \quad (1)$$

где  $Q$  – общее количество тепла, выделенного в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали;  $Q_0$  – тепло, выделяемое в зоне деформации;  $Q_1$  – тепло, выделенное в результате трения стружки об переднюю поверхность инструмента;  $Q_2$  – тепло, выделенное в результате трения задней поверхности инструмента об обрабатываемое изделие.

Коэффициенты  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\eta$  (см. рис. 1) несут расчетный характер и описывают перераспределение тепловых потоков в процессе резания. Однако эти коэффициенты зависят от технологических параметров обработки, к примеру в работе [4] вводится функциональная зависимость  $\beta$  от скорости резания, здесь при росте скорости резания от 0.68 до 2.14 м/с этот коэффициент изменяется с 0.68 до 0.83. В этой же работе авторы, опираясь на принятый в [6] подход, выводят следующую зависимость тепла, выделяемого в зонах деформации и трения, от параметров обработки [4]:

$$\begin{cases} Q_0 = T_0 \frac{ab}{\sin \Phi} V, \\ Q_1 = T_1 l_k b V_s, \\ Q_2 = T_2 h_3 b V, \end{cases} \quad (2)$$

где  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  – касательные напряжения сдвига в зонах деформации и трения соответственно;  $V$  – скорость резания;  $\Phi$  – угол сдвига;  $a$  – глубина среза;  $b$  – ширина среза;  $V_s = V / K_a$  – скорость движения стружки;  $K_a$  – коэффициент усадки стружки.

Первое выражение, входящее в систему (2), не что иное, как произведение силы резания на скорость резания, а это, в свою очередь, – мощность необратимых преобразований, выделяемая в зоне деформации [5, 7], аналогично второе и третье выражения можно представить, как произведение соответствующих сил трения на скорость относительного движения или мощность необратимых преобразований на соответствующих площадках трения.

Однако представленные в системе (2) уравнения имеют существенный недостаток, свя-

занный с тем, что здесь учитывается только текущее значение выделенной при резании мощности и связанной с ней температуры. Как известно из методов теплопроводности [8], температура в конкретной точке пространства должна определяться на основании решения уравнения теплопроводности. Тогда температура в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали будет определяться не только текущим значением выделенной мощности, но предыдущими значениями, т.е. всем тепловым полем, формируемым в обрабатываемой детали при резании. В защиту выражений, подобных системе (2), можно указать то, что источник тепловыделения движется быстрее, чем распространяется тепловое поле в обрабатываемой детали. Однако это справедливо только в направлении главного движения, или в направлении, в котором осуществляется само резание, в направлении подачи скорость движения инструмента относительно обрабатываемой детали невелика и здесь это условие может не выполняться. К примеру, при точении инструмент имеет контакт с обрабатываемой деталью по двум задним граням, одна из них главная, вторая вспомогательная, так вот главная задняя грань трется о материал детали в месте, где в последующем, через один оборот шпинделя станка, будет осуществляться деформация и срезание обрабатываемого металла. Исходя из этого, тепло, выделенное в результате трения задней поверхности инструмента за один оборот до момента текущего резания, должно учитываться в температуре текущей зоны резания.

Для устранения указанного недостатка и с учетом предлагаемого в работах по металлообработке подхода [1–6] при синтезе модели расчета температуры в зоне резания используем метод функций источников (функций Грина) [8–11]. В основе математического аппарата метода источников лежит описание температурного поля, возникающего в неограниченном теле под действием теплоты, внесенной импульсом в виде мгновенного точечного источника. Однако применение такого рода функций должно учитывать специфику процесса обработки металлов резанием. Исходя из этого требуется разработать новый подход к формированию математического описания термодинамики процесса резания, учитывая при этом эволю-

ционную природу формирования температурного поля в обрабатываемой детали при резании. Здесь мы опираемся на уже хорошо зарекомендовавший при моделировании эволюционных процессов в металлообработке подход, основанный на широком использовании операторов Вольтерра [12–14]. Отмечу, что использование этого подхода позволит в последующем выявить регенеративное влияние формируемого в процессе обработки температурного поля на динамику деформационных колебаний инструмента в зоне резания и, как следствие, на динамику всего процесса. Несмотря на то что регенеративная природа потери устойчивости подтверждается множеством исследований [15–17], влияние температуры на регенерацию колебаний инструмента не изучено.

Здесь также необходимо отметить, что предлагаемый в работе подход к моделированию температурного поля через использование операторов Вольтерра был в несколько другой форме использован в работе [18], где при решении краевых задач теплопроводности с нелинейностью предлагается метод сведения таких задач к интегральным уравнениям типа Вольтерра (метод тепловых потенциалов) [19].

### 1. Синтез базовой математической модели

Для повышения наглядности вводимых координат, а также оценки влияния сил реакции на деформации инструмента и обрабатываемой детали, рассмотрим процесс точения в металлорежущем станке в виде схемы, представленной на рис. 2.

На рис. 2 оси  $x$ ,  $y$ ,  $z$  – оси деформации инструмента при его внедрении в обрабатываемую деталь со скоростями  $V_x$ ,  $V_y$ ,  $V_z$  и возникающими при этом силами сопротивления  $P_x$ ,  $P_y$ ,  $P_z$ . Силы, препятствующие внедрению инструмента в материал обрабатываемой детали, имеют сложное пространственное расположение в системе координат, связанной с осями деформации инструмента, и эти же силы имеют столь же сложное распределение в пространстве, образуемом осями деформации обрабатываемой детали и шпиндельного узла, в котором эта деталь закреплена. В рассматриваемом случае (см. рис. 2) справедливы следующие соотношения между составляющими сил реакции:

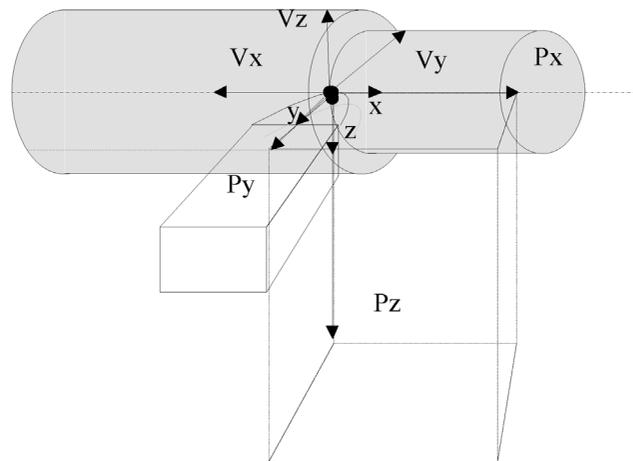


Рис. 2. К пояснению возникновения силовых реакций

$$R = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2}, \quad (3)$$

где  $R$  – общая силовая реакция со стороны процесса резания на формообразующие движения инструмента;  $P_x, P_y, P_z$  – проекции силовой реакции на оси деформации инструмента.

Соотношения между введенными силами  $P_x, P_y, P_z$  зависят от многих факторов, таких, к примеру, как геометрия резца, степень износа резца и др. Аналогичные рассуждения можно провести по анализу скоростей относительного движения инструмента вдоль обрабатываемой детали и получить общую скорость относительного движения:

$$V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (4)$$

С учетом этих рассуждений мощность необратимых преобразований в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали можно определить как:

$$N = \sqrt{P_x^2 + P_y^2 + P_z^2} \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}. \quad (5)$$

Опираясь на анализ представленных в системе (2) уравнений, примем, что изменение температуры при резании будет зависеть от мощности необратимых преобразований:

$$Q = k_T N, \quad (6)$$

где  $Q$  – общий прирост температуры, выделенной в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали при обработке металлов с силами, приведенными в выражении (3) и скоростями, представленными в выражении (4);  $k_T$  – коэффициент связи между мощностью необратимых преобразований и величиной приращения температуры в зоне контакта инструмента и

обрабатываемой детали. Значение температуры в заданный момент времени и в заданной зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали будет определяться не только текущим значением преобразованной в температуру мощности, но и мощностью, выделенной по всему предыдущему пути.

Примем, что  $N(n)$  – текущее значение мощности необратимых преобразований,  $L(n)$  – путь, пройденный инструментом при обработке, а  $t(n)$  – время, потраченное на обработку, тогда в каждой пройденной инструментом точке обрабатываемой поверхности детали будет выделено некоторое количество температуры, пропорциональное произведенной здесь мощности. Текущее значение температуры в рассматриваемой точке будет определяться как значением прироста температуры, выделенной здесь, так и влиянием в результате рассеивания энергии предыдущих приростов температуры.

Рассмотрим в качестве базовой модели описания этого явления модернизированный нами оператор Вольтерра, представляемый в виде следующего двойного интеграла:

$$Q_z = Q_s + k_T \iint_D w_L(\gamma - L) w_t(\eta - t) N(\gamma, \eta) d\gamma d\eta, \quad (7)$$

где  $Q_z$  – температура в рассматриваемой точке контакта инструмента и обрабатываемой детали;  $Q_s$  – температура окружающей среды;  $w_L(\gamma - L)$  – ядро оператора Вольтерра, характеризующее влияние выделенной ранее мощности необратимых преобразований по пути обработки на текущее значение тепловой энергии;  $w_t(\eta - t)$  – ядро оператора Вольтерра, характеризующее влияние выделенной ранее мощности необратимых преобразований по времени обработки на текущее значение тепловой энергии.

Учитывая тот факт, что пройденный инструментом путь при резании есть функция времени, поэтому каждому значению времени соответствует свое значение пройденного пути, преобразуем интегральный оператор (7) к кратному интегралу следующего вида:

$$Q_z = Q_s + k_T \int_0^{L(t)} w_L(\gamma - L) d\gamma \int_0^t w_t(\eta - t) N(\eta) d\eta. \quad (8)$$

В качестве ядер предложенного в выражении (8) интегрального оператора используем экспоненциальные функции следующего вида [12–14]:

$$\begin{cases} w_L(\gamma - L) = e^{\alpha_1(\gamma - L)} \\ w_t(\eta - t) = e^{\alpha_2(\eta - t)} \end{cases}, \quad (9)$$

где  $\alpha_1, \alpha_2$  – масштабирующие безразмерные параметры интегрального оператора, подлежащие идентификации.

Исходя из этого предложенный в выражении (9) интегральный оператор примет следующий вид:

$$Q_z = Q_s + k_T \int_0^{L(t)} e^{\alpha_1(\gamma - L)} d\gamma \int_0^t e^{\alpha_2(\eta - t)} N(\eta) d\eta. \quad (10)$$

Для стационарного случая  $N(t) = \text{const} = N_0$  оператор (10) примет следующий вид:

$$Q_z = Q_s + \frac{k_T N_0}{\alpha_1 \alpha_2} (1 - e^{-\alpha_1 L})(1 - e^{-\alpha_2 t}). \quad (11)$$

Как видно из выражения (11), для случая стационарности процесса обработки температура в зоне резания экспоненциально нарастает с начального значения  $Q_s$  до некоторого конечного значения:

$$Q_z = Q_s + \frac{k_T N_0}{\alpha_1 \alpha_2}. \quad (12)$$

Рассмотрим, является ли выражение (11) решением задачи Коши для дифференциального уравнения теплопроводности [6, 8]. Для этого в качестве упрощения предположим, что речь идет об однородном случае этого уравнения и  $L$  является одной скалярной координатой распространения тепла, а  $V$  – скорость движения источника тепла (в силу принятого предположения о стационарности  $V = \text{const}$ ). Уравнение теплопроводности для этого случая примет следующий вид:

$$\frac{dQ}{dt} = a^2 \frac{\partial^2 Q}{\partial L^2} + V \frac{\partial Q}{\partial L}, \quad (13)$$

где  $Q(L, t)$  – функция, задающая температуру в точке с координатой  $L$  в момент времени  $t$ ;  $a^2$  – положительная константа (число  $a$  является коэффициентом температуропроводности). Подставим (11) в дифференциальное уравнение теплопроводности (13) и получим:

$$\begin{aligned} & \alpha_1 V e^{-\alpha_1 L} (1 - e^{-\alpha_2 t}) + \alpha_2 e^{-\alpha_2 t} (1 - e^{-\alpha_1 L}) = \\ & = -\alpha_1^2 e^{-\alpha_1 L} (1 - e^{-\alpha_2 t}) + \alpha_1 V e^{-\alpha_1 L} (1 - e^{-\alpha_2 t}) \end{aligned} \quad (14)$$

или разрешив относительно времени и расстояния:

$$\frac{\alpha_2 e^{-\alpha_2 t}}{(1 - e^{-\alpha_2 t})} = \frac{-\alpha_1^2 e^{-\alpha_1 L}}{(1 - e^{-\alpha_1 L})}. \quad (15)$$

Анализ уравнения (15) показывает, что предложенный в выражении (11) вариант стационарного развития температуры в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали справедлив только при больших значениях времени  $t$ , так как в силу принятого движения источника  $L = Vt$ . Это отчасти объясняется тем, что приближение температурного поля в случае обработки металлов к стационарному состоянию возможно только после некоторого переходного процесса, связанного с врезанием инструмента в обрабатываемую деталь.

Проиллюстрируем эти рассуждения следующим рисунком (рис. 3), задав для этого  $Q_s = 25^\circ\text{C}$ ,  $k_T = 0.0026 \text{ К}\cdot\text{с}/(\text{Н}\cdot\text{м})$ ,  $\alpha_1 = 0.03$ ,  $\alpha_2 = 0.01$ ,  $N_0 = 20 \text{ (Н}\cdot\text{м)/с}$ .

Как видно из рис. 3, стационарный тепловой процесс в зоне резания с учетом указанных параметров нарастает экспоненциально и, достигнув некоторого равновесного состояния, больше не изменяется. Однако реальные технологические процессы, протекающих в металлообрабатывающих станках, существенным образом стационарны [1, 2]. Исходя из этих соображений, случай, представленный на рис. 3, можно рассматривать как некоторое движение, к которому в устойчивом случае стремиться тепловое состояние зоны контакта инструмента и обрабатываемой детали, а уравнение (11) – как некоторое порождающее уравнение для интегрального оператора (10).

## 2. Валидация модели на основе сравнительного анализа расчетных и экспериментальных данных

Для идентификации принятой модели была проведена серия натурных экспериментов, с организацией которых можно более подробно ознакомиться в работах [7, 20–22]. Отметим, что резание проводилось на токарном станке 1К625, на котором был установлен стенд для исследования режимов резания при токарной обработке STD.201-1. В качестве инструмента использовался инструмент MP TNR 2020 K11 со сменной пятигранной пластиной 10113-110408 T15K6. Технологические параметры эксперимента следующие: обрабатываемый материал – сталь марки

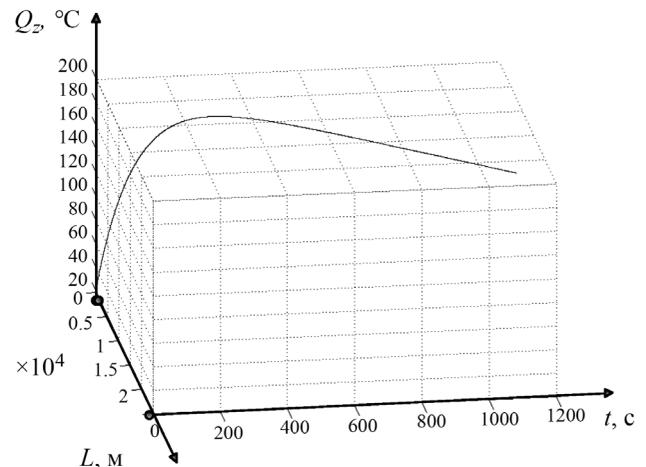


Рис. 3. К пояснению возникновения силовых реакций

45, скорость резания – 124 м/мин, подача – 0.11 мм/об, глубина резания – 1 мм.

В результате эксперимента и после предварительной обработки данных эксперимента была получена серия совокупностей силовых реакций со стороны процесса резания, разложенных по осям деформаций инструмента, а также виброускорения инструмента по этим осям и соответствующий им график изменения температуры в зоне резания. Вибрации инструмента регистрировались виброакселерометрами, силовые реакции – тензодатчиками, а температура в зоне контакта – на основе использования эффекта естественной термопары. Результаты обработки силовых реакций и график изменения температуры для одного из экспериментов представлены на рис. 4.

Как видно из рис. 4, процесс обработки металлов точением носит существенно нестационарный характер, графики изменения составляющих силовой реакции имеют вибрационный характер, эти же вибрации наблюдаются в показаниях, снятых с виброакселерометров, однако в связи с ограниченностью объема статьи мы их здесь не приводим.

После обработки экспериментальных данных, заключающейся в интегрировании показаний виброакселерометров с учетом постоянных составляющих скоростей и сопоставлении полученных значений в массивах составляющих силовой реакции, идентифицированы параметры предложенной в выражении (10) модели. Сама модель с учетом дискретного представления данных была преобразована в следующую сумму интегралов:

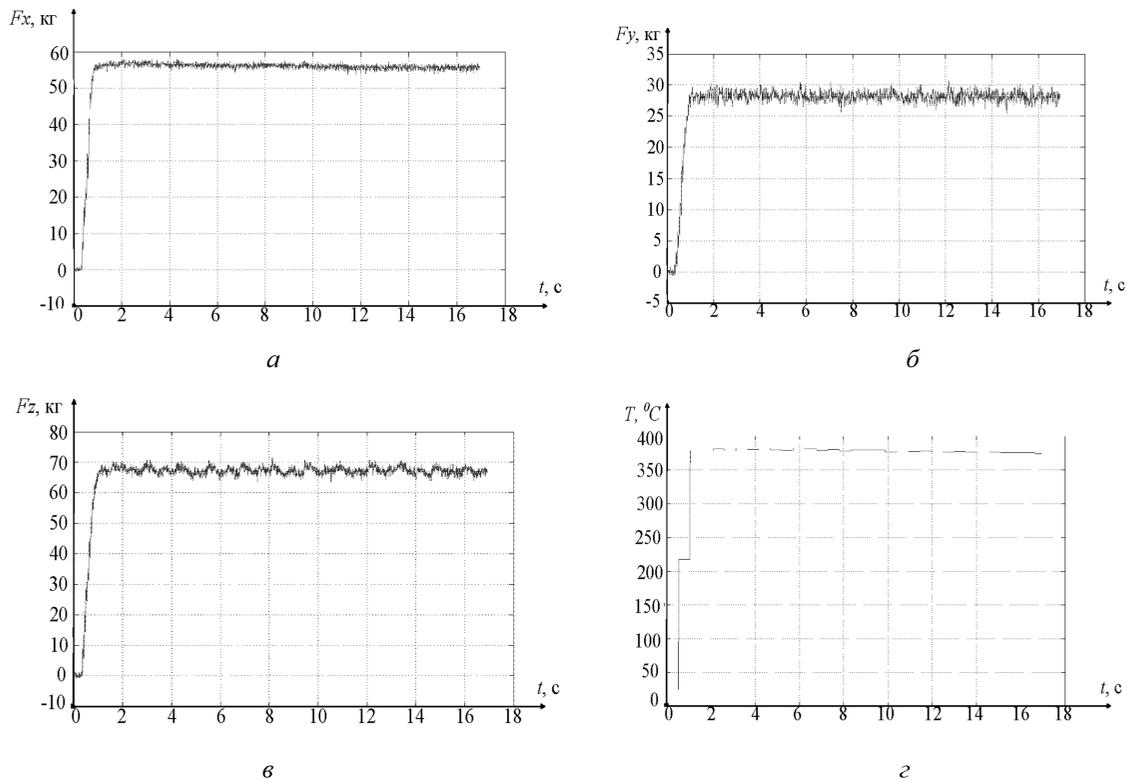


Рис. 4. Пример обработки экспериментальных данных: а – составляющая силовой реакции вдоль оси x; б – составляющая силовой реакции вдоль оси y; в – составляющая силовой реакции вдоль оси z; z – измеренная температура в зоне контакта инструмента и детали

$$\begin{aligned}
 Q_z^n = & k_T e^{-\alpha_1 L(t_k)} e^{-\alpha_1 t_k} \times \\
 & \times [N_1 \int_0^{L_1} e^{\alpha_1 \gamma} d\gamma \int_0^{t_1} e^{\alpha_2 \eta} d\eta + N_2 \int_{L_1}^{L_2} e^{\alpha_1 \gamma} d\gamma \int_{t_1}^{t_2} e^{\alpha_2 \eta} d\eta + \\
 & + N_3 \int_{L_2}^{L_3} e^{\alpha_1 \gamma} d\gamma \int_{t_2}^{t_3} e^{\alpha_2 \eta} d\eta + \\
 & + N_4 \int_{L_3}^{L_4} e^{\alpha_1 \gamma} d\gamma \int_{t_3}^{t_4} e^{\alpha_2 \eta} d\eta + \dots], \quad (16)
 \end{aligned}$$

где  $N_1, N_2, \dots, N_n$  – дискретные значения мощности, рассчитанные с учетом экспериментально полученных составляющих силовой реакции и экспериментально определенных значений скоростей формообразующих движений инструмента;  $L_1$  – путь, пройденный инструментом от начала резания до момента первого измерения  $t_1$ , с учетом вибраций инструмента;  $L_2$  – до второго измерения  $t_2$  и т.д.,  $n$  – текущее значение времени обработки. Окончательное выражение для расчета температуры в зоне контакта инструмента и детали в виде дискретной суммы приведено ниже:

$$\begin{aligned}
 Q_z^n = & \frac{k_T e^{-\alpha_1 L(t_k)} e^{-\alpha_1 t_k}}{\alpha_1 \alpha_2} \times \\
 & \times [N_2 (e^{\alpha_1 L(t_2)} - e^{\alpha_1 L(t_1)}) (e^{\alpha_2 t_2} - e^{\alpha_2 t_1}) + \\
 & + N_3 (e^{\alpha_1 L(t_3)} - e^{\alpha_1 L(t_2)}) (e^{\alpha_2 t_3} - e^{\alpha_2 t_2}) + \dots]. \quad (17)
 \end{aligned}$$

Как видно из (17), с точки зрения математики, температура в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали будет определяться как взвешенная относительно конечного значения сумма мощностей необратимых преобразований, а с точки зрения физики, это преобразованная в температуру рассеиваемая часть механической энергии, потраченной в процессе обработки.

Идентифицированные параметры модели (17) для случая оценки экспериментальных данных, представленных на рис. 4, приведены в таблице.

**Параметры идентифицированной модели**

$\alpha_1$	$\alpha_2$	$k_T, \text{ }^\circ\text{C}\cdot\text{c}/(\text{H}\cdot\text{M})$	$Q_s, \text{ }^\circ\text{C}$
0.00099	0.00078	0.000159	24.8

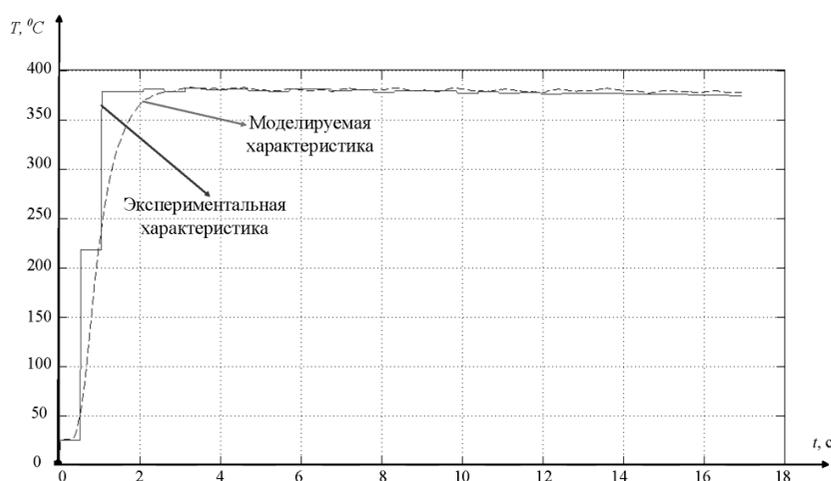


Рис. 5. Сравнение экспериментального и моделируемого графика температур

Результаты моделирования дискретной суммы (17) с учетом параметров, представленных в таблице, и экспериментальных данных, приведенных на рис. 4, а–в, в сопоставлении с экспериментально определенным графиком температуры представлены на рис. 5.

Сопоставление расчетной и экспериментальной характеристик (см. рис. 5) дает право говорить о высокой степени соответствия между принятой моделью (17) и полученными в реальном эксперименте данными.

### Вывод и обсуждение результатов

Полученные результаты позволяют сделать следующий вывод: процедура рекуррентного вычисления температуры в зоне контакта инструмента и обрабатываемой детали на основе использования модифицированного оператора Вольттера, аргументом которого выступает функция мощности необратимых преобразований, позволяет с высокой степенью точности описывать формируемое в зоне резания температурное поле.

При обработке металлов резанием происходят вибрации инструмента и колебания обрабатываемой детали, которые во многом определяют качество процесса обработки, и здесь очень важно оценивать температуру контакта инструмента и обрабатываемой детали, так как именно температурный фактор во многом и формирует эти вибрации и колебания. Качественное моделирование динамики процесса обработки с учетом термодинамической подсистемы позволит в последующем сформировать

некоторое новое представление о возможных оптимальных с точки зрения качества процесса обработки режимах работы, что в свою очередь позволит повысить эффективность всего процесса металлообработки. Исходя из этого мы планируем в дальнейшем на базе полученных результатов синтезировать новые модели термодинамики процесса резания, в которых сложным образом будут учитывать формируемые в системе резания нелинейные обратные тепловые связи.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Рыжкин А.А. Теплофизические процессы при изнашивании инструментальных режущих материалов. Ростов н/Д: Издательский центр ДГТУ, 2005. 311 с.
2. Резников А.Н., Резников Л.А. Тепловые процессы в технологических системах. М.: Машиностроение, 1990. 288 с.
3. Макаров А.Д. Износ и стойкость режущих инструментов. М.: Машиностроение, 1966. 264 с.
4. Висторопская Ф.А., Рыжкин А.А., Моисеенко С.А. К вопросу о коэффициенте распределения теплового потока в зоне деформации при резании // Вестник Донского государственного технического университета. 2012. № 6 (67). С. 41–46.
5. Заковоротный В.Л., Винокурова И.А. Влияние производства тепла на динамику процесса резания // Вестник Донского государственного технического университета. 2017. Т. 17. № 3 (90). С. 14–26.
6. Резников А.Н. Теплофизика резания. М.: Машиностроение, 1968. 288 с.
7. Лапшин В.П., Бордачев Е.В. Математическое моделирование температуры в зоне контакта инструмента и изделия при токарной обработке металлов // Вестник Донского государственного технического университета. 2019. Т. 19. № 2. С. 130–137.
8. Беляев Н.М., Рядно А.А. Методы теории теплопроводности. Т. 1. М.: Высшая школа, 1982. 327 с..
9. Махненко В.И., Кравцов Т.Г. Тепловые процессы при механизированной наплавке деталей типа круговых цилиндров. Киев: Наукова думка, 1976. 159 с.
10. Рыкалин Н.Н. Расчеты тепловых процессов при сварке. М.: Машгиз, 1951. 296 с.
11. Машрабов Н., Геренштейн А.В., Геренштейн Е.А. Обоснование метода определения температурного поля при наплавке, термической и механической обработке // АПК России. 2015. Т. 73. С. 69–75.
12. Заковоротный В.Л., Лапшин В.П., Бабенко Т.С. Моделирование износа по работе и мощности необратимых преобразований энергии // СТИН. 2018. № 3. С. 9–10.
13. Заковоротный В.Л., Тунг Ф.Д. Перестройка динамической системы, взаимодействующей с процессом резания, в ходе ее эволюции // Известия Южного федерального университета. Технические науки. 2011. № 6(119). С. 49–61.

14. **Заковоротный В.Л.** Моделирование эволюционных преобразований при обработке на металлорежущих станках с помощью интегральных операторов // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Естественные науки. 2004. № 5. С. 26–40.
15. **Zakovorotny V.L., Lapshin V.P., Babenko T.S.** Assessing the regenerative effect impact on the dynamics of deformation movements of the tool during turning // *Procedia Engineering*. 2017. V. 206. P. 68–73.
16. **Воронов С.А., Непочатов А.В., Киселев И.А.** Критерии оценки устойчивости процесса фрезерования жестких деталей // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. 2011. № 1. С. 50–61.
17. **Voronov S.A., Veidun M.** Mathematical modeling of the cylindrical grinding process // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. 2017. V. 46. N 4. P. 394–403.
18. **Беляев Н.М., Рядно А.А.** Методы теории теплопроводности. Т. 2. М.: Высшая школа, 1982. 304 с.
19. **Положий Г.Н.** Уравнения математической физики. М.: Высшая школа. 1964. 560 с.
20. **Lapshin V.P., Babenko T.S., Minakov V.S., Kambulov S.I.** Experimental Evaluation of the Influence of Tool Wear on the Temperature in the Cutting Zone During the Turning of Metals // *MATEC Web of Conferences*. 2018. V. 226. P. 02011.
21. **Lapshin V.P., Babenko T.S., Moiseev D.V.** Experimental Evaluation of Influence of Tool Wear on Quality of Turning // *Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering*. 2018. P. 853–859.
22. **Лапшин В.П., Бабенко Т.С., Радионова И.С.** Анализ процессов износа инструмента при точении металлов на металлорежущих станках // Молодой исследователь Дона. 2018. № 5(14). С. 73–77.

### Modified Volterra operator as a temperature modelling technique while metalworking

**V.P. Lapshin**

*Don State Technical University, Rostov-on-Don, 344043, Russia  
e-mail: lapshin1917@yandex.ru*

The presented work is an attempt to combine the approach, adopted by technologists on processing with metal cutting machines, to the description of temperature regimes of cutting, with the approach based on solving differential equation of thermal conductivity. Here, all specifics of converting the power, released in the contact zone of the tool and machined workpiece, into the heat, as well as evolutionary (growing) nature of the thermal field in the same zone are accounted for. By evolutionary nature, we understand the heredity of the current temperature field in relation to all previous facts of heat release and dissipation resulting from the workpiece transformation. The article proposes the Volterra operator for solving such problem, previously modified to account for time-space dissipation of thermal potentials, which allows obtaining general solution differential equation of thermal conductivity. The article considers options of stationary change of temperature in the cutting zone, and a case of the operator transforming for the discrete version of temperature evaluation. Both options were simulated, in the stationary case the simulation results revealed aperiodic character of the temperature field behavior in the contact zone of the tool and workpiece, which agreed well with the observed temperature effects in metals. Discrete modeling was performed based on the previously obtained experimental data. The experiment was conducted on a lathe. The force, decomposed along the axes of the tool deformation, vibrations of the tool itself, and temperature in the contact zone of the tool and processed workpiece were measured herewith. As a result of experimental data processing and numerical modeling, the curves depicting the experimentally measured temperature in the contact zone of the tool and the workpiece, as well as the temperature, modeled as the result of the proposed technique in the same zone were plotted. As is clear from the obtained results, simulation results almost completely coincide with the results, obtained in the field experiment, which allowed us to conclude that the proposed mathematical model is highly adequate. We see further development of the proposed modelling technique of the thermal field, occurring in the cutting zone, as application of the obtained models while new mathematical apparatus formation, describing complex dynamics of metal cutting machining with metal cutting machine tools. It is utterly important here to account not only for complex evolutionary nature of the temperature field formation, but also for the new complex nonlinear relationships, formed by this field in the forces hindering the shaping movements of the tool.

**Keywords:** temperature, power of irreversible transformations, Volterra operator, machining by cutting.

## REFERENCES

1. **Ryzhkin A.A.** *Teplofizicheskie protsessy pri iznashivanii instrumental'nykh rezhushchikh materialov* [Thermophysical processes during wear of tool cutting materials]. Rostov on Don: Publishing center of DGTU, 2005. 311 p. In Russ.
2. **Reznikov A.N., Reznikov L.A.** *Teplovye protsessy v tekhnologicheskikh sistemakh* [Thermal processes in technological systems]. Moscow: Mashinostroenie, 1990. 288 p. In Russ.
3. **Makarov A.D.** *Iznos i stojkost' rezhushchikh instrumentov* [Wear and tear of cutting tools]. Moscow: Mashinostroenie, 1966. 264 p. In Russ.
4. **Vistoropskaya F.A., Ryzhkin A.A., Moiseenko S.A.** K voprosu o koefitsiente raspredeleniya teplovogo potoka v zone deformatsii pri rezanii [On heat-sharing ratio in deformation zone under cutting]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Don State Technical University*, 2012. no. 6 (67), pp. 41–46. In Russ.
5. **Zakovorotny L.V., Vinokurova I.A.** Vliyaniye proizvodstva tepla na dinamiku processa rezaniya [The influence of heat production on the dynamics of the cutting process]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Don State Technical University*, 2017, vol. 17, no. 3 (90), pp. 14–26. In Russ.
6. **Reznikov A.N.** *Teplofizika rezaniya* [Thermophysics of cutting]. Moscow: Mashinostroenie, 1968. 288 p. In Russ.
7. **Lapshin V.P., Bordachev E.V.** Matematicheskoe modelirovaniye temperatury v zone kontakta instrumenta i izdeliya pri tokarnoy obrabotke metallov [Mathematical modeling of temperature in the contact zone of a tool and product during metal turning]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta – Bulletin of the Don State Technical University*, 2019, vol. 19, no. 2, pp. 130–137. In Russ.
8. **Belyaev N.M., Ryadno A.A.** *Metody teorii teploprovodnosti. T. 1* [Methods of the theory of thermal conductivity. Vol. 1]. Moscow: Vysshaya shkola, 1982. 327 p. In Russ.
9. **Makhnenko V.I., Kravtsov T.G.** *Teplovye processy pri mekhanizirovannoy naplavke detalej tipa krugovykh cilindrov* [Thermal processes during mechanized surfacing of parts such as circular cylinders]. Kiev: Naukova dumka, 1976. 159 p. In Russ.
10. **Rykalin N.N.** *Raschety teplovykh processov pri svarke* [Calculation of thermal processes during welding]. Moscow: Mashgiz, 1951. 296 p. In Russ.
11. **Mashrabov N., Gerenstein A.V., Gerenstein E.A.** Obosnovaniye metoda opredeleniya temperaturnogo polya pri naplavke, termicheskoy i mekhanicheskoy obrabotke [Justification of the method for detecting the temperature field when thermal and mechanical processing and surfacing]. *APK Rossii – Agro-Industrial Complex of Russia*, 2015, vol. 73, pp. 69–75. In Russ.
12. **Zakovorotny L.V., Lapshin V.P., Babenko T.S.** Modelirovaniye iznosa po rabote i moshchnosti neobratimyykh preobrazovaniy energii [Modeling of wear by work and power of irreversible energy conversions]. *STanki INstrument*, 2018, no. 3, pp. 9–10. In Russ.
13. **Zakovorotny V.L., Tung F.D.** Perestrojka dinamicheskoy sistemy, vzaimodeystviyushchey s processom rezaniya, v hode eyo evolyucii [The reorganization of the dynamic system interacting with the cutting process, during its evolution]. *Izvestiya Yuzhnogo federal'nogo universiteta. Tekhnicheskie nauki – Izvestiya SFeDU. Engineering Sciences*, 2011, no. 6 (119), pp. 49–61. In Russ.
14. **Zakovorotny V.L.** Modelirovaniye evolyucionnykh preobrazovaniy pri obrabotke na metallorezhushchikh stankakh s pomoshch'yu integral'nykh operatorov [Modeling evolutionary transformations during processing on metal cutting machines using integral operators]. *Izvestiya vuzov. Severo-Kavkazskiy region. Estestvennyye nauki – University news. North-Caucasian region. Natural sciences series*, 2004, no. 5, pp. 26–40. In Russ.
15. **Zakovorotny L.V., Lapshin V.P., Babenko T.S.** Assessing the regenerative effect impact on the dynamics of deformation movements of the tool during turning. *Procedia Engineering*, 2017, vol. 206, pp. 68–73. <https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.10.439>
16. **Voronov S.A., Nepochatov A.V., Kiselev I.A.** Kriterii ocenki ustojchivosti processa frezerovaniya nezhestkikh detalej [Criteria for assessing the stability of the milling process of non-rigid parts]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Mashinostroenie – Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building*, 2011, no. 1, pp. 50–61. In Russ.
17. **Voronov S.A., Veydun M.** Mathematical modeling of the cylindrical grinding process. *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*, 2017, vol. 46, no. 4, pp. 394–403. DOI: 10.3103/S1052618817030177
18. **Belyaev N.M., Ryadno A.A.** *Metody teorii teploprovodnosti. T. 2* [Methods of the theory of thermal conductivity. Vol. 2]. Moscow: Vysshaya shkola, 1982. 304 p. In Russ.
19. **Polozhij G.N.** *Uravneniya matematicheskoy fiziki* [Equations of mathematical physics]. Moscow: Vysshaya shkola, 1964. 559 p. In Russ.
20. **Lapshin V.P., Babenko T.S., Minakov V.S., Kambulov S.I.** Experimental evaluation of the influence of tool wear on the temperature in the cutting zone during the turning of metals. *MATEC Web of Conferences*, 2018, vol. 226, p. 02011. <https://doi.org/10.1051/mateconf/201822602011>
21. **Lapshin V.P., Babenko T.S., Moiseev D.V.** Experimental evaluation of influence of tool wear on quality of turning. *Proceedings of the 4th International Conference on Industrial Engineering. ICIE*, 2018, pp. 853–859. [https://doi.org/10.1007/978-3-319-95630-5\\_89](https://doi.org/10.1007/978-3-319-95630-5_89)
22. **Lapshin V.P., Babenko T.S., Radionova S.I.** Analiz protsessov iznosa instrumenta pri tochenii metallov na metallorezhushchikh stankakh [Wear process analysis of the tool when turning metals in metal-cutting machine]. *Molodoj issledovatel' Dona – Don Young Researcher*, 2018, no. 5 (14), pp. 73–77. In Russ.