

«Утверждаю»

Директор Института
математики и механики
им. Н. Н. Красовского
Уральского отделения РАН,
чл.-корр. РАН Н.Ю. Лукоянов



2016 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию Игнатова Алексея Николаевича «Синтез оптимальных стратегий в двухшаговых задачах стохастического оптимального управления билинейной моделью с вероятностным критерием», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 - «Системный анализ, управление и обработка информации (авиационная и ракетно-космическая техника)».

Диссертация Игнатова Алексея Николаевича посвящена поиску и исследованию оптимальных стратегий в задаче формирования оптимального портфеля ценных бумаг и задаче корректирования траектории космического аппарата. Несмотря на серьезное различие на постановочном уровне, функционирование системы в обеих задачах удается описать близкими математическими моделями: и в первой задаче, и во второй задаче функция динамики системы в произвольном ее состоянии оказывается линейной по управлению при произвольной фиксированной реализации случайных факторов и линейна по набору случайных факторов при фиксированном наборе значений управлений.

Актуальность

Объектом исследования первых глав диссертации является известная задача формирования портфеля ценных бумаг, подверженных случайным

финансовым рискам. Изучение данной задачи восходит к фундаментальным работам Г. Марковица начала 50-х гг., посвященным формированию портфеля ценных бумаг, оптимального с точки зрения математического ожидания и дисперсии капитала и привлекли интерес многих авторов, среди которых Р.Виксон, Ю.Кан, Д.Келли, А.Кибзун, Р.Рицци и др.

Традиционный подход к решению задачи был связан с поиском оптимального управления в классе программных стратегий. К сожалению, ограничение на выбор управления только в данном классе может привести к известному "биржевому парадоксу". Поэтому в современных работах все чаще исследуются двухшаговые или даже многошаговые или хотя бы модели, близкие к идеологии метода программных итераций, разработанного в свое время в теории дифференциальных игр.

Как правило, в известных работах по формированию портфеля ценных бумаг, рассматриваются многошаговые задачи с критерием в форме математического ожидания. Однако решение, оптимальное согласно такому критерию, представляется не вполне подходящим с практической точки зрения, т. к. вообще говоря оно не позволяет обеспечить ни гарантию получения капитала на некотором заданном уровне надежности (квантиль), ни вероятность превышения капиталом по окончании горизонта планирования некоторого желаемого порога. Поэтому исследуемые в работе постановки задачи, в которых именно квантиль или терминальная вероятность используются в качестве критериев оптимизации свободны от этих недостатков и потому **представляются крайне актуальными.**

Решение поставленных задач потребовало от автора существенного развития математического аппарата, поскольку непосредственное применение традиционного подхода к решению подобных задач, опирающегося на метод динамического программирования к квантильному и вероятностному критериям либо невозможно, либо нерационально с вычислительной точки зрения. Поэтому проведенное автором работы построение оригинального алгоритма поиска оптимальной инвестиционной стратегии для произвольного распределения доходностей **представляется важным и актуальным** результатом.

Краткая характеристика работы

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов решения двухшаговых задач стохастического оптимального управления билинейной моделью функционирования системы с вероятностным критерием.

Диссертационная работа состоит из введения, трех глав и заключения.

Во введении автор обосновывает актуальность темы диссертационной работы, формулирует цель и задачи диссертации и приводит обстоятельный обзор текущего состояния исследований, подробно останавливаясь на известных результатах и методах их получения.

В первой главе рассмотрена задача оптимального капиталовложения с двумя рисковыми активами, под которыми автор понимает активы с ненулевой дисперсией доходности. Полагалось, что рискованные активы имеют равномерное распределение доходностей, и использовался вероятностный критерий. При помощи метода динамического программирования автором найдено оптимальное управление на втором шаге, которое частично диверсифицировало портфель ценных бумаг, а также найден аналитический вид критериальной функции на первом шаге. Дополнительно автором решены задачи одношаговой квантильной оптимизации и оптимизации усредненной логарифмической целевой функции: были найдены критериальные функции, а в случае квантильной оптимизации еще и оптимальные стратегии — для случая расширенной модели, учитывающей дополнительный безрисковый актив, под которым автор понимает актив с нулевой дисперсией доходности.

Во второй главе рассмотрена задача оптимального капиталовложения с произвольным количеством рискованных активов и одним безрисковым активом. Найдена нижняя оценка функционала вероятности. Доказана теорема о сходимости максимума нижней оценки к значению вероятностного критерия на оптимальном позиционном управлении второго шага на любой фиксированной стратегии первого шага при устремлении длины промежутков разбиения к нулю. В случае одного рискованного актива найден аналитический вид нижней оценки, в случае более чем одного рискованного актива найдено приближенное значение данной оценки на основе дискретизации вероятностной меры. Разработаны алгоритмы поиска приближенной стратегии первого шага, основанные на параллельном решении задач смешанного целочисленного линейного программирования.

В третьей главе исследована задача корректирования скалярного терминального состояния космического аппарата. Исходная задача поиска оптимальной непрерывной функции управления от текущего состояния была решена приближенно при помощи кусочно-постоянного управления. Был предложен алгоритм решения поиска оптимального кусочно-оптимального управления на основе решения задач нелинейной оптимизации, а также

предложен алгоритм поиска управления, приближенного к оптимальному кусочно-постоянному. На численных примерах была продемонстрирована близость предлагаемого управления к оптимальному позиционному как по значению критерия, так и по самой стратегии при большом числе промежутков разбиения возможных значений состояния.

В заключении автором подводятся итоги диссертационного исследования и результаты, выносимые на защиту, а также предлагаются некоторые направления для дальнейшего исследования и развития проблематики диссертации.

Основные результаты

1. Автором доказана корректность использования в первой и второй главе (двухшаговой задаче оптимального капиталовложения) метода динамического программирования.
2. Для двухшаговой задачи оптимального капиталовложения по вероятностному критерию найден аналитический вид нижней оценки функционала вероятности в случае одного рискованного актива на каждом шаге.
3. Найдено приближенное значение нижней оценки функционала вероятности в случае более чем одного рискованного актива на каждом шаге, полученное при помощи дискретизации вероятностной меры.
4. Предложен алгоритм поиска стратегии первого шага, основанный на решении задач смешанного целочисленного линейного программирования большой размерности.

Практическая ценность

Разработанные в диссертационной работе алгоритмы могут непосредственно использоваться на практике будучи включенными в систему поддержки принятия решений для биржевого трейдера, а также могут быть использованы при корректировании траектории космического аппарата. Полученные в работе теоретические результаты могут быть использованы специалистами в области финансовой математики и математической экономики в ИММ УрО РАН, ИМ СО РАН, ВЦ РАН а также при подготовке соответствующих специальных курсов для студентов и магистрантов УрФУ, МФТИ, МАИ по специальности прикладная математика.

Замечания

Исследованная в первых главах задача формирования портфеля неявно предполагает неизменность (от шага к шагу) распределения случайных воздействий. Не совсем ясно, насколько проведенный в работе анализ усложнится при отказе от этого допущения.

Кроме того, интерес вызывают т. н. «онлайн»-постановки исследованных в работе задач, в которых распределения случайных факторов неизвестны на момент начала планирования вовсе и должны восстанавливаться статистическими методами одновременно с построением оптимального управления системой.

Тем не менее, приведенные замечания ни в коей мере не влияют на квалификационную оценку диссертации и могут рассматриваться как пожелания к дальнейшим исследованиям.

Заключение

Диссертационная работа представляет собой законченную и целостную научно-исследовательскую работу, выполненную на высоком научном уровне. Полученные в работе результаты новы и снабжены строгими математическими доказательствами, эффективность предлагаемых автором подходов и алгоритмов удачно проиллюстрирована результатами численных экспериментов.

Диссертационная работа удовлетворяет критериям Положения о порядке присуждения ученых степеней, предъявляемых к кандидатским диссертациям, а ее автор, Игнатов Алексей Николаевич, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности - 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (авиационная и ракетно-космическая техника)».

Диссертация обсуждена на семинаре отдела математического программирования ИММ УрО РАН 11 ноября 2016 года, протокол №728.

Заведующий отделом математического
программирования
доктор физико-математических наук,
проф. РАН

М.Ю. Хачай

Подпись зав. отделом
Ученый секретарь
ИММ УрО РАН



Ульянов О.Н.