

УДК 621.675

Получение уравнения для вычисления профильных потерь в венце осевой турбины при проектном расчете

Батурин О.В.*, **Колмакова Д.А.****, **Попов Г.М.*****, **Матвеев В.Н.******

Самарский национальный исследовательский университет

имени академика С.П. Королёва, Московское шоссе, 34; Самара, 443086, Россия

*e-mail: oleg.v.baturin@gmail.com

**e-mail: kolmakova.daria@gmail.com

***e-mail: grishatty@gmail.com

****e-mail: valeriy2008@rambler.ru

Аннотация

В статье предлагается способ оценки моделей потерь, основанный на статистическом анализе отклонения данных расчета от экспериментальных. Показано, что данные отклонения подчиняются нормальному закону распределения и могут быть описаны величиной математического ожидания $\mu_{\Delta\xi}$ и среднеквадратического отклонения $\sigma_{\Delta\xi}$.

На основании статистического анализа результатов сравнения данных экспериментов с расчетами профильных потерь с помощью наиболее известных моделей, проведенного для 170 решеток осевых турбин, отражающих многообразие турбин авиационных ГТД, было установлено, что наилучшей моделью для описания профильных потерь является модель ЦИАМ. С вероятностью 95% она показывает отклонение от действительных значений потерь $-8\pm 84\%$.

На основании анализа природы профильных потерь и с применением методов математической оптимизации, опираясь на указанные статистические критерии, было предложено уравнение, которое позволяет определить профильные потери осевой турбины точнее, чем существующие модели. С вероятностью 95% она показывает отклонение от действительных значений потерь $10 \pm 61\%$. При этом новое уравнение позволяет учесть большее число факторов влияющих на величину потерь.

Ключевые слова: осевая турбина, профильные потери, математическая статистика, модель.

1. Введение

Осевая турбина является самым распространенным устройством для получения механической работы. Число турбин, работающих в разных отраслях промышленности, исчисляется десятками тысяч. По этой причине задача повышения эффективности турбины является актуальной и обещающей большой экономической эффект.

Анализ публикаций, посвященных совершенствованию рабочих процессов турбин показывает, что большая часть исследователей сосредоточилась на поиске путей улучшения структуры течения в лопаточных венцах. Значительная часть таких исследований проводится с помощью методов вычислительной газовой динамики (CFD) - самого точного расчетного метода расчетного изучения потока газа. Важнейшим недостатком этого способа исследования является то, что CFD -

поверочный расчет. Он является экспертной системой, которая позволяет сделать вывод о качестве конкретного варианта конструкции.

Проектирование каналов турбомашин и формирование геометрии их лопаток по-прежнему осуществляется на основании 1 и 2D расчетов. CFD расчеты лишь позволяют выявить и исправить ошибки проектирования, а также учесть особенности течения, которые не учитываются 1 и 2D расчетами. Кроме того, чем качественнее будет выполнен проектный расчет, тем меньшее число обращений к дорогой, в вычислительном плане CFD модели потребуется, и тем быстрее будет найден оптимальный вариант профилирования, тем меньше средств для этого потребуется. По указанным причинам совершенствование методов 1 и 2D проектирования турбин остается актуальной целью.

Важнейшим вопросом, влияющим на точность предсказания характеристик турбины, является достоверное предсказание потерь энергии в ее проточной части. Сегодня известно более десяти комплексных моделей, позволяющих рассчитать потери в осевых турбинах и еще несколько десятков уравнений, позволяющих рассчитать отдельные компоненты потерь [1-5]. Эти модели потерь и уравнения были получены за последние 70 лет разными исследователями в разных странах. Сказать, какая из этих моделей является лучшей, или указать области их применения можно только сравнив результаты расчета с экспериментальными данными.

2. Обзор экспериментальных данных по профильным потерям в турбинных решетках

В распоряжении авторов имеется отчет [6] Центрального института авиационного моторостроения (ЦИАМ) (Россия) [7], в котором содержится результаты экспериментального определения профильных потерь более чем в 170 незакрученных решетках осевых турбин постоянного по высоте сечения.

Диапазоны варьирования основных геометрических и режимных параметров рассмотренных в [6] турбинных решеток приведены в таблице 1.

Таблица 1

Диапазоны варьирования основных параметров рассмотренных решеток [6]

Название	Обозначение	Минимальное значение	Максимальное значение
Приведенная скорость	λ_{w2s}	0,35	1,5
Лопаточный угол на входе	β_1 , град	29	105
Лопаточный угол на выходе	β_2 , град	7	44
Угол поворота потока	$\Delta\beta$, град	61	137
Относительная толщина лопатки	$\bar{c}_m = c_m/b$	0.08	0.36
Угол отгиба профиля	δ , град	-6	33
Относительный шаг	t/b	0.505	1.05
Степень конфузурности канала	K	0.9	8.3

Здесь и далее под приведенной скоростью λ понимается отношение скорости газа к критической скорости:

Опираясь на найденную информацию, была поставлена задача выяснить, какая из существующих моделей потерь позволяет точнее всего определить величину профильных потерь в турбинных решетках и характер их изменения под действием различных геометрических и режимных факторов.

Из найденных авторами зависимостей для оценки профильных потерь были выбраны наиболее часто используемые. Всего рассматривалось пять моделей профильных потерь: Содерберга (Soderberg) (в дальнейшем на рисунках модель будет обозначаться Soderberg) [1-3], Айнли и Мэтисона (Ainley&Mathieson) (далее A&M) [1,2,4], Данхема и Кейма (Dunham&Came) (далее D&C) [1,2,5], Какера и Окапу (Kacker&Okaapu) (далее K&O) [1,2,8] и Центрального Института Авиационного Моторостроения (Россия) (далее CIAM) [9]. Краткие данные о выбранных моделях потерь приводятся ниже.

3. Обзор существующих моделей потерь

Для оценки потерь энергии обычно используется коэффициент потерь ξ , который равен отношению потерь энтальпии в лопаточном венце к изоэнтропической кинетической энергии на выходе из него:

$$\xi = \frac{h_1 - h_{1s}}{\frac{1}{2} w_{2s}^2} \quad (3)$$

Модель потерь Содерберга [1-3] была разработана в 1949 году на основе модели сопротивления профилей Цвайфеля и теории пограничного слоя. Она является

комплексной и учитывает не только профильные потери, но и вторичные. Уравнение для оценки коэффициента профильных потерь имеет следующий вид [1-3]:

$$\xi = \left(\frac{10^5}{Re}\right)^{0.25} \left[(1 + \varepsilon^*) \left(0,993 + 0,0075 \frac{b}{t}\right) - 1 \right], \quad (4)$$

где $\varepsilon^* = 0,04 + 0,06 \left(\frac{180 - (\beta_1 + \beta_2)}{100}\right)^2$ - поправка, учитывающая угол поворота потока в решетке.

Модель потерь Айнли и Мэтисона [1,2,4] была разработана в 1951 году на основании анализа экспериментальных данных о 25 турбинах. Она широко применяется в оригинальном виде, и стала основой для новых моделей потерь. По утверждению авторов точность определения КПД турбины с помощью данной модели составляет $\pm 3\%$ [4].

Модель потерь Айнли и Мэтисона определяет коэффициент потерь полного давления Y , который связан с коэффициентом потерь энергии следующим соотношением:

$$Y \cong \xi \left(1 + \frac{k \cdot M_{w2}^2}{2} \right) \quad (5)$$

Уравнение для оценки профильных потерь в модели Айнли и Мэтисона при нулевом угле атаки имеет следующий вид:

$$Y_{\text{проф}}^{AM} = \left\{ Y_{\text{проф } \beta_{1,л}=90} + \left(\frac{90 - \beta_{1,л}}{90 - \beta_2}\right)^2 [Y_{\text{пр } \beta_{1,л}=\beta_2} - Y_{\text{пр } \beta_{1,л}=90}] \right\} \left(\frac{c_m/b}{0,2}\right)^{\frac{90 - \beta_{1,л}}{90 - \beta_2}}, \quad (6)$$

где $Y_{\text{проф } \beta_{1,л}=90}$ - значение профильных потерь для лопаточных венцов с осевым входом

потока [1, 3];

$Y_{\text{пр}\beta_{1,n}=\beta_2}$ - значение профильных потерь для активных лопаточных венцов [1, 3].

Модель потерь Данхема и Кейма [1,2,5] была разработана в 1970 году и является дальнейшим развитием модели Айнли и Мэтисона. Данхем и Кейм ввели в своей модели учет режима течения с помощью числа Маха:

$$Y_{\text{проф}}^{DK} = Y_{\text{проф}}^{AM} \left(1 + 60(M_{w1} - 1)^2 \right) \quad (7)$$

Модель потерь Какера и Окапу [1,2,8] была разработана в 1982 году и тоже базируется на модели Айнли и Мэтисона. Она отличается тем, что в ней введен учет влияние сжимаемости потока, возможности появления местных скачков уплотнения в межлопаточном канале при больших дозвуковых скоростях и влияние числа Рейнольдса.

Профильные потери с помощью модели Какера и Окапу рассчитываются с помощью следующего соотношения [1,2,7]:

$$Y_{\text{проф}}^{KO} = 0,914 \left(\frac{2}{3} K_p Y_{\text{проф}}^{AM} + Y_{\text{shock}} \right) f_{Re}, \quad (8)$$

где $K_p = 1 - 1,25(M_2 - 0,2) \left(\frac{M_1}{M_2} \right)^2$ для $M_2 < 0,2$ - коэффициент, учитывающий сжимаемость рабочего тела;

$$Y_{\text{волн}} = 0,75(M_{1\text{вТ}} - 0,4)^{1,75} \left(\frac{d_{\text{вТ}}}{d_k} \right) \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1 - \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}}{1 - \left(1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}}} - \text{коэффициент, учитывающий}$$

влияние местных сверхзвуковых зон;

$M_{1\text{вт}} = M_1 \left(1 + K \left| \frac{d_{\text{вт}}}{d_k} - 1 \right|^{2,2} \right)$ - число Маха во втулочном сечении;

f_{Re} - коэффициент, учитывающий влияние числа Рейнольдса:

$$f_{Re} = \left(\frac{Re}{2 \cdot 10^5} \right)^{-0,4} \quad \text{при } Re \leq 2 \cdot 10^5;$$

$$f_{Re} = 1 \quad \text{при } 2 \cdot 10^5 < Re < 10^6;$$

$$f_{Re} = \left(\frac{Re}{10^6} \right)^{-0,2} \quad \text{при } Re > 10^6.$$

Модель потерь Центрального института авиационного моторостроения (Россия) была разработана на основе корреляционно-регрессионного анализа большого числа экспериментальных данных. Коэффициент профильных потерь с помощью данной модели потерь оценивается по формуле [9]:

$$\xi_{\Sigma\text{СА}} = \xi_{\text{тр}}^0 + \xi_{\text{кр}} + \Delta\xi_{Re\text{СА}} + \Delta\xi_{\lambda}, \quad (9)$$

где $\xi_{\text{тр}}^0$ - коэффициент потерь трения в автомоделной области, рассчитывается по следующей формуле [9]:

$$\xi_{\text{тр}}^0 = 0,02185(0,01065x_1^2 - 2,295x_1 + 160,5) \cdot (0,1055y_1^2 - 0,3427y_1 + 0,295),$$

где x_1 - параметр, учитывающий поворот потока в венце:

$$\text{если } \beta_1 + \beta_2 \leq 110^\circ, \text{ то } x_1 = \beta_1 + \beta_2;$$

$$\text{если } \beta_1 + \beta_2 > 110^\circ, \text{ то } x_1 = 110^\circ;$$

y_1 - параметр, учитывающий конфузорность венца:

$$\text{если } \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} \leq 1,7, \text{ то } y_1 = \frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2};$$

если $\frac{\sin\beta_1}{\sin\beta_2} > 1,7$, то $y_1 = 1,7$.

Коэффициент кромочных потерь $\xi_{кр}$ вычисляется по формуле [9]:

$$\xi_{кр} = 0,4 \frac{r_2}{t \sin\beta_2}.$$

где r_2 – радиус выходной кромки лопатки.

В области малых чисел Рейнольдса ($Re \leq 10^6$) вводится поправочный коэффициент, учитывающий дополнительные потери [9]:

$$\Delta\xi_{Re} = \frac{2100}{Re} - 0,0021.$$

Поправочный коэффициент, учитывающий влияние скорости потока, $\Delta\xi_\lambda$ равен [9]:

$$\Delta\xi_\lambda = (3,61x^3 - 7,22x^2 - 3,87x - 0,26) \cdot (\xi_{тр}^0 + \xi_{кр} + \Delta\xi_{Re}),$$

где $x = \frac{\lambda_{1s}}{\lambda_{sopt}}$;

λ_{1s} – приведенная изоэнтропическая скорость в выходном сечении сопловой решетки;

λ_{sopt} – оптимальная величина λ_s . Для сопловой решетки она составляет 0,9, для рабочей - 0,8.

4. Сравнение результатов прямого расчета профильных потерь с экспериментальными данными

Для каждой турбинной решетки, данные о которой имеются в источнике [6], приводится зависимость коэффициента профильных потерь ξ от изоэнтропической

скорости на выходе из решетки λ_{w2s} (рисунок 2). Подобные зависимости были рассчитаны для всех 170 решеток с помощью описанных выше моделей потерь и сопоставлены с экспериментальными данными. Для примера на рисунке 3 приведены результаты сопоставления для решеток № 42, 55, 119, 135. Номера решеток соответствуют номерам в источнике [6].

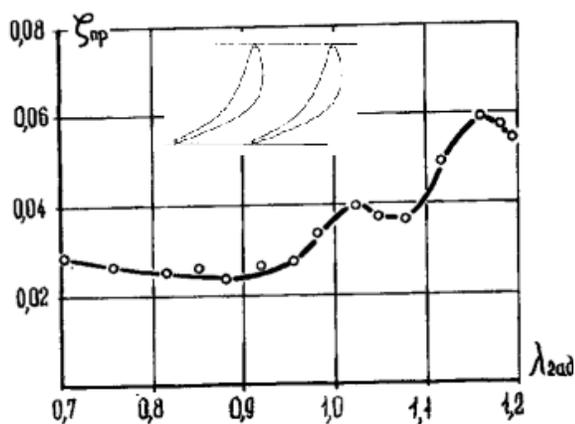


Рисунок 2 - Пример зависимости коэффициента профильных потерь ξ от изоэнтропической скорости на выходе из решетки λ_{w2s} [6]

Как видно из анализа рисунка 3, полученные данные не позволяют однозначно сказать, какая из моделей потерь является наилучшей. Любая из них может для одной решетки давать близкое совпадение, а для другой решетки показывать значение потерь, отличающееся от реального более чем вдвое. Следует отметить, что чаще всего совпадение расчетных и экспериментальных данных наблюдается в околосвуковом диапазоне. При больших сверхзвуковых скоростях совпадения наблюдаются существенно реже. В частности, модели Содерберга и Айнли и Мэтисона для сверхзвуковых скоростей потока в решетке описывают тенденцию изменения потерь с ростом скорости течения принципиально неверно. Также обращает на себя внимание

тот факт, что в дозвуковом диапазоне модели Айтли и Мэтисона и Данхема и Кейма показывают идентичные результаты.

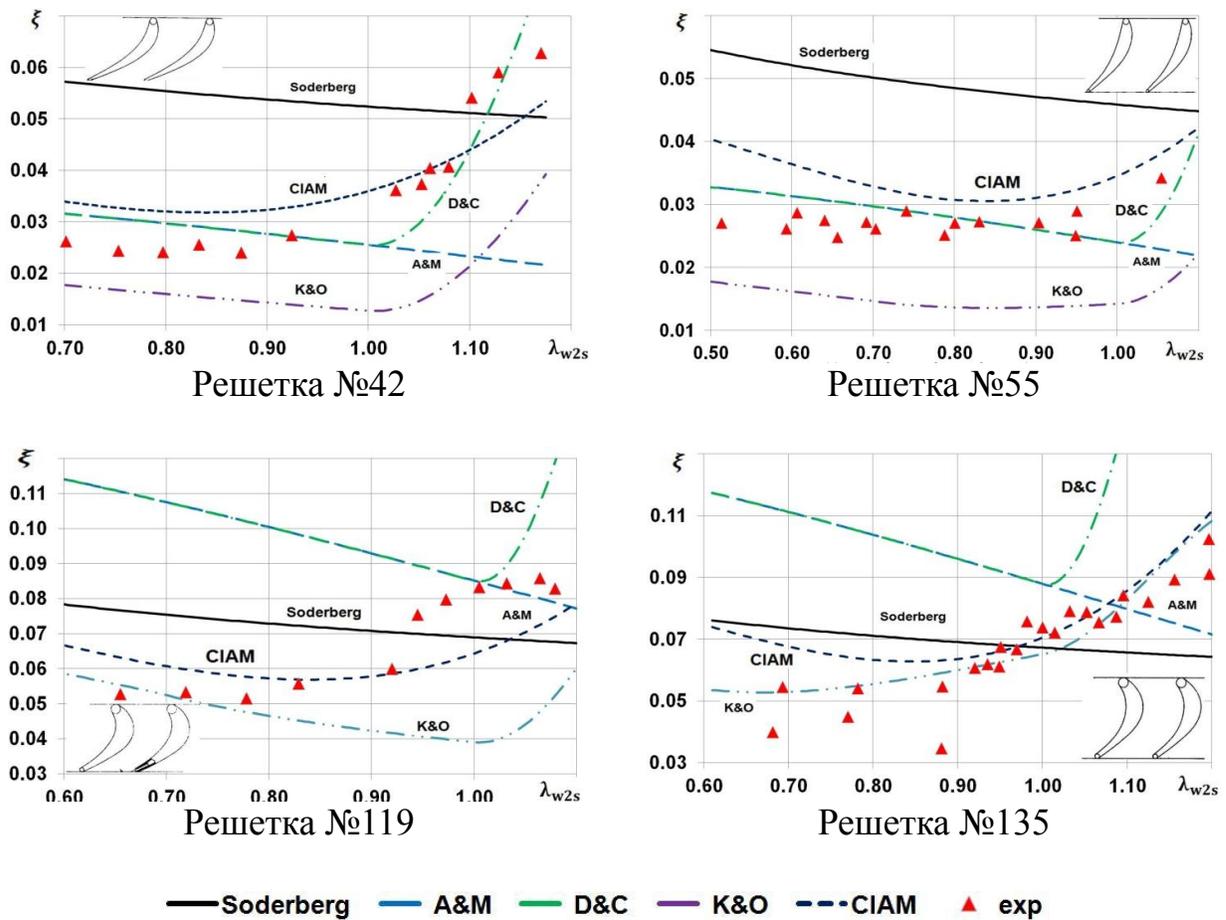


Рисунок 3 - Сопоставление результатов расчета профильных потерь с помощью разных моделей с данными эксперимента

5. Статистический анализ результатов расчета по выбранным моделям потерь

Для того чтобы однозначно сказать, какая из моделей профильных потерь показывает лучшие результаты, был предложен следующий алгоритм действий.

На первом этапе, для каждой решетки, экспериментальные данные были описаны с помощью одного или нескольких регрессионных уравнений. Для каждой решетки

было найдено собственное уравнение в виде полинома 3...6 степени вида $\xi_{\text{эксп}} = f(\lambda_{c1s})$.

С их помощью, для каждой решетки были вычислены ожидаемые в эксперименте значения профильных потерь $\xi_{\text{эксп}}$ при значениях изоэнтропической приведенной скорости λ_{w2s} от 0,6 до 1,2 с шагом 0,05.

Значения профильных потерь $\xi_{\text{расч}}$ для тех же значений λ_{w2s} были рассчитаны для всех решеток с помощью выбранных моделей потерь. Затем для каждого вычисленного значения потерь было найдено его относительное отклонение от ожидаемого экспериментального значения, найденного ранее:

$$\Delta\xi_i = \frac{(\xi_{\text{расч}} - \xi_{\text{эксп}})}{\xi_{\text{расч}}} \cdot 100\%. \quad (10)$$

Таким образом, для каждой рассмотренной модели потерь и для каждого выбранного значения приведенной скорости λ_{w2s} было получено множество отклонений расчетных значений от экспериментальных данных $\Delta\xi$.

Статистический анализ полученных данных показал, что внутри каждого множества значение $\Delta\xi$ подчиняется нормальному закону распределения (рисунок 4). Это позволяет для каждой модели потерь и для каждого рассмотренного значения изоэнтропической приведенной скорости λ_{w2s} указать математическое ожидание $\mu_{\Delta\xi}$ отклонения данных расчета от эксперимента $\Delta\xi$ и величину среднеквадратичного отклонения $\sigma_{\Delta\xi}$. Таким образом, появляется возможность для каждой модели и значения приведенной изоэнтропической скорости указать, что отклонение расчетных

данных от действительности с вероятностью 95% составит $\mu_{\Delta\xi} \pm 2\sigma_{\Delta\xi}$ и вычислить конкретные численные значения $\mu_{\Delta\xi}$ и $\sigma_{\Delta\xi}$.

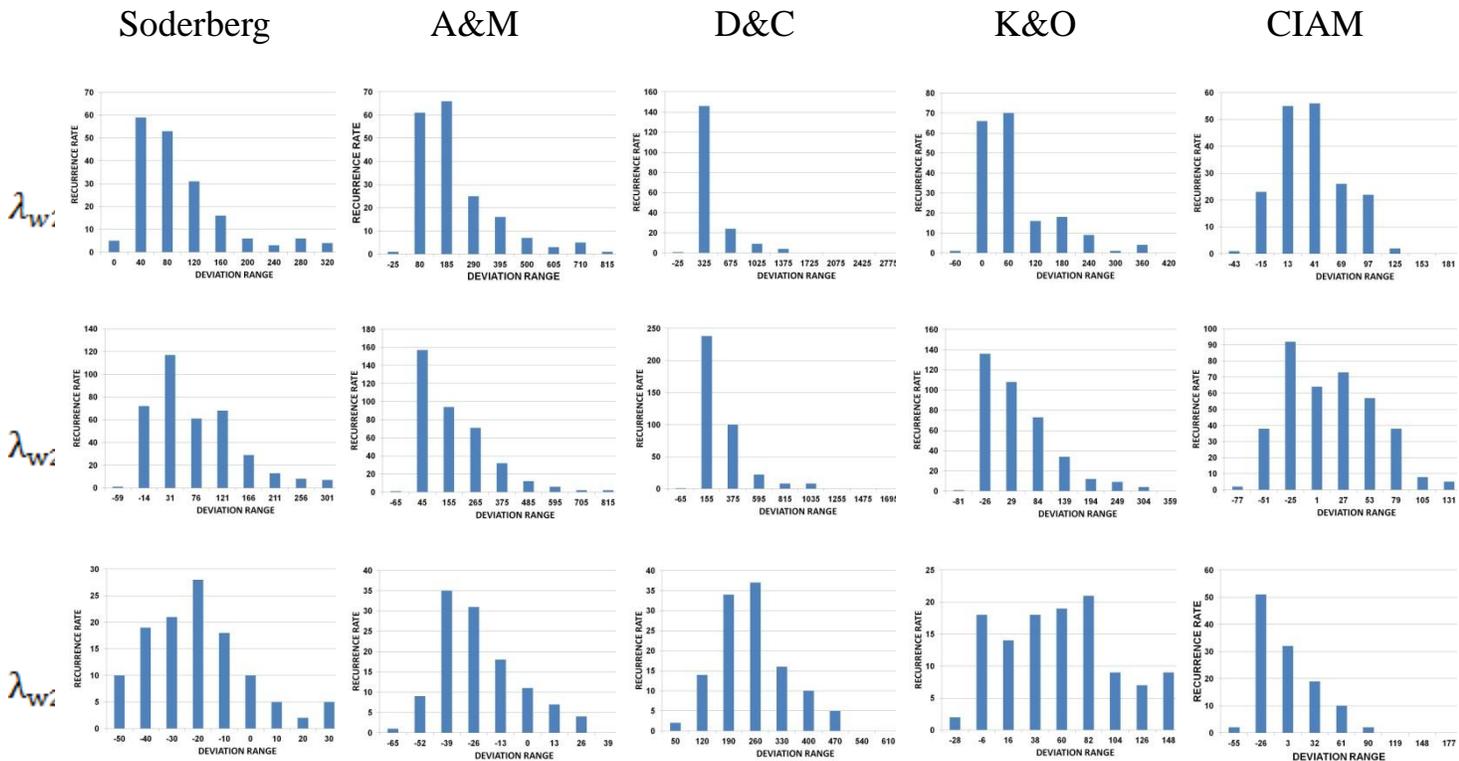
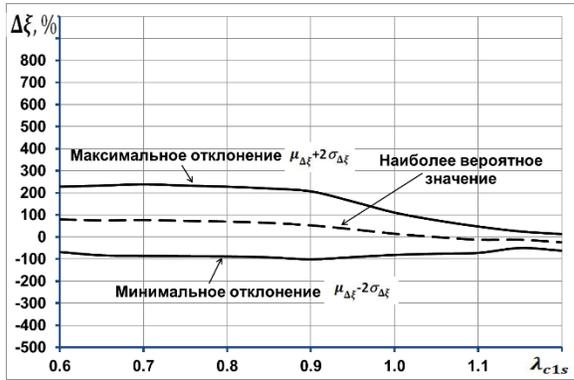


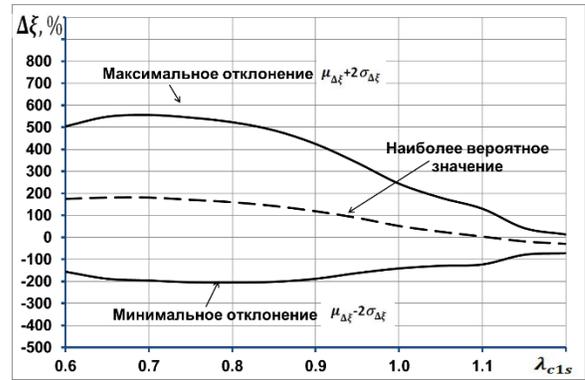
Рисунок 4 – Гистограммы распределения значений отклонения для рассмотренных моделей потерь при разных значениях приведенных изоэнтропических скоростей потока

На рисунке 5 показано как изменяются наиболее вероятное значение отклонения расчетных данных от экспериментальных $\Delta\xi$ в зависимости от значений изоэнтропической приведенной скорости λ_{w2s} для всех рассмотренных моделей потерь. На том же рисунке обозначены найденные максимальные и минимальные возможные значения отклонений $\Delta\xi$ с вероятностью 95%. То есть, с указанной вероятностью отклонение вычисленного значения потерь от действительного значения на графиках на

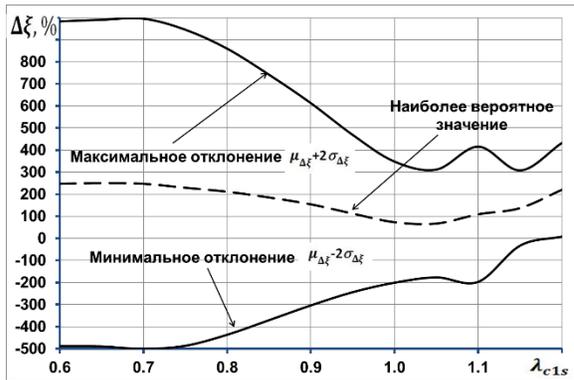
рисунке 5 будет лежать между кривыми, соответствующими максимальному и минимальному отклонениям.



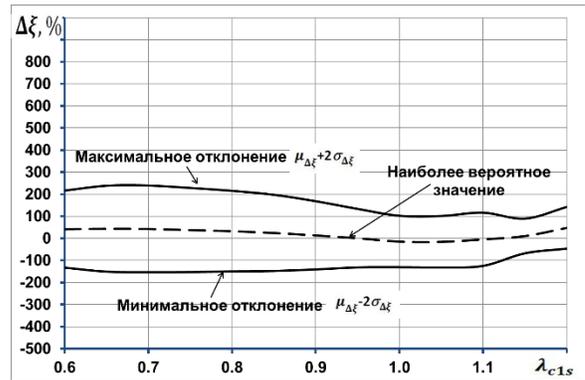
Модель Содерберга



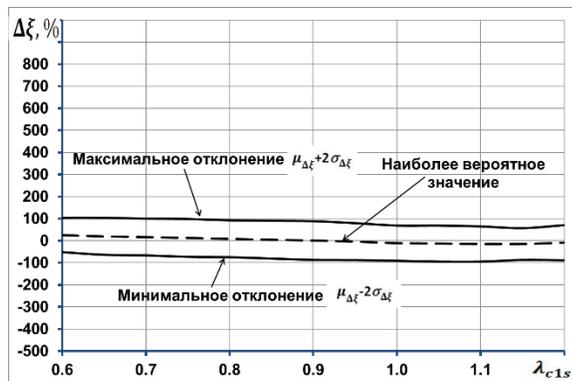
Модель Айтли и Мэтисона



Модель Данхема и Кейма



Модель Какера и Окапу



Модель ЦИАМ

Рисунок 5 - Изменения наиболее вероятного значения отклонения расчетного значения профильных потерь от действительных значений и границ рассеивания с вероятностью

95% в зависимости от λ_{w2s} для разных моделей потерь

Средние в рассматриваемом диапазоне значения математического ожидания $\mu_{\Delta\xi}$ и среднеквадратического отклонение $\sigma_{\Delta\xi}$ для рассмотренных моделей потерь приведены в таблице 2.

Таблица 2

Осредненные по рассматриваемому диапазону результаты статистического анализа рассмотренных моделей потерь

Модель потерь	$\mu_{\Delta\xi},\%$	$\sigma_{\Delta\xi},\%$	$\delta_{\varepsilon_{\Sigma}},\%$
Soderberg	45,83	74,96	87,85
A&M	119,235	141,68	185,17
D&C	173,25	237,67	281,71
K&O	29,97	86,57	91,619
CIAM	-8,5	42,53	43,371

Анализ данных на рисунке 5 и в таблице 2 позволяет сделать следующие выводы. Все рассматриваемые модели профильных потерь показывают наилучшие результаты (наименьшее отклонение наиболее вероятного значения и значение среднеквадратичного отклонения) в диапазоне приведенных скоростей от 0,8 до 1,2. Все рассмотренные модели потерь с большой вероятностью завышают значения профильных потерь при дозвуковых скоростях течения (λ_{w2s} менее 0,8). При этом отмечается большие (превышающие 200%) среднеквадратические отклонения.

По мере приближения скоростей к скорости звука уменьшается значение среднеквадратические отклонения, а значение наиболее вероятного значения уменьшается и для ряда моделей (Soderberg, A&M, CIAM) становится отрицательным, что говорит о занижении расчетной оценки потерь. Наихудшие результаты из

рассмотренных моделей показывает модель Данхема и Кейма. Она показывает наибольшие значения $\mu_{\Delta\xi}$ и $\sigma_{\Delta\xi}$.

Наилучшие результаты показывают модели Какера и Окапу и ЦИАМ. В целом обе указанные модели показывают близкие статистические результаты, особенно в трансзвуковой области. Однако предпочтение следует все же отдать модели ЦИАМ, поскольку у данной модели наименьшее значение как математического ожидания, так и среднеквадратичного отклонения из всех моделей. Более того, их значения стабильно, и мало меняется с величиной скорости течения. Также при анализе рисунка 5 обращают на себя внимание неплохие статистические результаты, показанные моделью Содерберга.

6. Выбор переменных, влияющих на потери. Обоснование выбора вида уравнения

Описанные выше исследования показали, что хотя и удалось установить лидера, было показано, что все рассмотренные модели потерь при расчете могут показывать значительные погрешности. По этой причине было принято решение, опираясь на имеющиеся экспериментальные данные вывести собственное уравнение для вычисления профильных потерь.

Первая задача на пути к поставленной цели состояла в выборе переменных, влияющих на значение потерь и вида уравнения. Для этого был проведен анализ научно-технической литературы [9, 10 11, 12, 13]. Под профильными потерями

понимаются потери энергии на поверхности обтекаемой лопатки не связанные с влиянием концевых поверхностей (втулочной и периферийной). Принято считать, что профильные потери состоять из четырех компонентов: потери трения, кромочные, волновые и потери на отрыв. Их физический смысл, а также параметры, влияющие на их величину приведены в таблице 3.

Таблица 3

Компоненты профильных потерь и параметры влияющие на них

Компонент профильных потерь	Физический смысл	Влияющие факторы
Трение	связанны с процессами, в пограничном слое на поверхности лопатки	форма профиля (хорда, толщина, положение максимальной толщины, угол поворота потока и др.), шаг решетки и скорость потока.
Кромочные	связанны с образованием вихревого следа за выходными кромками лопаток	радиус выходной кромки, форма косого среза и шаг решетки.
Отрыв	связанны с отрывом потока вблизи входной кромки при возникновении угла атаки	радиус входной кромки и угол атаки.
Волновые	связанны с возникновением скачков уплотнения в областях с местными сверхзвуковыми скоростями	скорость потока лопаточном венце

При анализе компонентов профильных потерь особо был отмечен следующий факт. Все составляющие профильных потерь за исключением волновых изменяются во всем диапазоне изменения скоростей потока. Причем с ростом скорости потери трения и кромочные будут уменьшаться и стремиться асимптотически к некоторому значению.

Волновые потери при малых скоростях течения отсутствуют и появляются при $\lambda_{w2s} = 0,75 \dots 0,85$. В ростом скорости данные вид потерь возрастает (рисунок 6). Противоположное влияние двух указанных факторов обуславливают вид зависимости $\xi = f(\lambda_{w2s})$, приведенных на рисунках 2, 3, 6.



Рисунок 6 – К объяснению соотношения потерь трения, кромочных и волновых

Опираясь на проведенный анализ, из всех геометрических и режимных параметров профиля были выбраны те, которые, по мнению авторов, оказывают существенное влияние на величину профильных потерь и которые должны быть учтены при выводе уравнения для профильных потерь. Поскольку выводимое уравнение должно быть универсальным, большая часть выбранных параметров была обезразмерена. В таблице 4 приводится список выбранных переменных.

Переменные, оказывающие влияние на величину профильных потерь

Обозначение	Название	Вид потерь, на которые влияет
$\frac{\Delta\beta}{100}$	Относительный угол поворота потока в турбинной решетке	трение
$\bar{X}_c = \frac{X_c}{b}$	Относительное положение максимальной толщины профиля	трение
$\frac{C_m}{b}$	Относительная максимальная толщина профиля	трение
λ_{w2s}	изоэнтропическая приведенная скорость на выходе из турбинной решетки	Трение, волновые
$\frac{t}{h}$	Относительный шаг	трение, кромочные
$\frac{i}{\beta_1}$	Относительный угол атаки	отрыв
Re	Число Рейнольдса	трение
β_2	Угол выхода потока из турбинной решетки, град	кромочные
δ	Угол отгиба профиля, град	кромочные
r_2	Радиус выходной кромки	кромочные

На основе анализа формы уравнений, описывающих профильные потери в существующих моделях потерь [1,2,3,4,5,8,9] был выбран ожидаемый вид уравнения:

$$\xi_{\text{проф}} = (K_i \cdot K_{re} \cdot \xi_{\text{тр}} + \xi_{\text{кр}}) + \xi_{\lambda}, \quad (11)$$

где $\xi_{\text{тр}} = A_2 \left(\frac{\Delta\beta}{100}\right)^2 + A_3 \bar{X}_c + A_4 \left(\frac{C_m}{b}\right) + A_8 \lambda_{w2s} + A_7 \left(\frac{t}{b}\right) + A_9$ - коэффициент профильных потерь;

$K_i = 1 + A_1 \left(\frac{i}{\beta_1}\right)^2$ - коэффициент, учитывающий потери на отрыв;

$K_{re} = A_6 \left(\frac{2 \cdot 10^5}{Re}\right)^{0.25}$ - коэффициент, учитывающий влияние числа Рейнольдса;

$\xi_{кр} = A_5 \frac{r_2}{t \sin(\beta_2 + \delta)}$ - коэффициент, учитывающий кромочные потери.

$\xi_{\lambda} = A_{10} \sin(A_{14} \lambda_{w2s} + A_{11}) + A_{12} \lambda_{w2s} + A_{13}$ - коэффициент, учитывающий волновые потери.

$A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6, A_7, A_8, A_9, A_{10}, A_{11}, A_{12}, A_{13}, A_{14}$ - коэффициенты уравнений.

На выбор форму уравнения, повлияло желание того, чтобы все слагаемые были одного порядка, а также проведенное предварительно исследование уравнений другого вида по алгоритму, описанному ниже.

Таким образом, задача вывода нового уравнения профильных потерь свелась к поиску численных значений коэффициентов уравнений.

7. Алгоритм поиска коэффициентов уравнения

Задача поиска коэффициентов уравнения фактически является поиска экстремума функции. Действительно следует найти такое сочетание коэффициентов, которое обеспечит минимальное отличие результатов расчета от экспериментальных данных. По этой причине для поиска значений коэффициентов уравнения была использована программа оптимизации IOSO [14, 15, 16].

В основе программы IOSO лежит метод оптимизации, основанный на построении поверхности отклика, которая уточняется и эволюционирует при каждом обращении к расчетной модели. Каждая итерация IOSO содержит в себе два шага. На первом этапе, на основании ранних обращений к модели с разным сочетанием

варьируемых переменных, строится функция отклика в виде многоуровневого графа. На следующем этапе проводится поиск экстремума найденной функции. Такой подход позволяет постоянно корректировать поверхность отклика в процессе оптимизации. В результате для ее построения и получения первых результатов требуется необычно малое число начальных точек для запуска процесса оптимизации [15, 17, 18, 19, 20].

Достоинством IOSO является то, что данный алгоритм обладает низкой чувствительностью к топологии целевых функций и позволяют успешно решать задачи для гладких, унимодальных, многоэкстремальных и недифференцируемых функций.

При постановке задачи оптимизации в качестве варьируемых переменных были выбраны искомые коэффициенты уравнения A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14. Их величины менялись в диапазоне ± 100 .

В качестве критерия оптимизации было выбрано среднеинтегральное отклонение расчетных данных от экспериментальных во всем рассматриваемом диапазоне:

$$\delta\varepsilon_{\Sigma} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (\delta\varepsilon_i)^2}{n}}, \quad (12)$$

где $\delta\varepsilon_i$ - относительное отклонение от ожидаемого экспериментального значения, найденного для конкретного значения условной приведенной скорости и конкретной решетки профилей.

n - суммарное число вычисленных значений относительного отклонения для различных сочетаний условной приведенной скорости и различных решеток профилей.

Очевидно, что чем меньше будет данная величина, тем ближе уравнение

описывает массив экспериментальных данных.

Таким образом, в ходе процесса оптимизации программе IOSO была поставлена задача найти такое сочетание коэффициентов, при котором $\delta\varepsilon_{\Sigma}$ будет минимальным.

В ходе выполнения своих внутренних алгоритмов IOSO формировала некоторое сочетание варьируемых переменных. Они загружались в файл программы Excel, который вычислял значения относительное отклонение от ожидаемого экспериментального значения $\delta\varepsilon_i$ для различных значений изоэнтропической приведенной скорости λ_{w2s} для 170 решеток. Значение λ_{w2s} для каждой решетки изменялось в интервале от 0,5 до 1,4 с шагом 0,05. Всего для одного сочетания варьируемых переменных рассчитывалось свыше 27,5 тыс. значений $\delta\varepsilon_i$.

В конечном итоге файл Excel рассчитывал значение среднеинтегрального отклонения расчетных данных от экспериментальных во всем рассматриваемом диапазоне $\delta\varepsilon_{\Sigma}$, а также средние во всем рассматриваемом диапазоне значения математического ожидания $\mu_{\Delta\xi}$ и среднеквадратического отклонение $\sigma_{\Delta\xi}$.

Учитывая, что волновая составляющая профильных потерь проявляется не при всех значениях скоростей, оптимизация велась в два этапа. На первом этапе, опираясь на значения отклонений для λ_{w2s} из диапазона 0,5...0,75, были найдены коэффициенты (A1, A2, A3, A4, A5, A6, A7, A8, A9), учитывающие потери трения, кропочные и на отрыв. Затем при фиксированных значениях найденных коэффициентов, опираясь на значения отклонений во всем рассматриваемом диапазоне $\lambda_{w2s} = 0,5 \dots 1,4$, были найдены значения коэффициентов члена, учитывающего волновые потери (A10, A11,

A12, A13, A14).

8. Финальное уравнение и сравнение его с другими моделями потерь

В результате проведения оптимизации было достигнуто минимальное значение $\delta \varepsilon_{\Sigma}$ равное 33. При этом математическое ожидание $\mu_{\Delta \xi}$ и среднее квадратическое отклонение $\sigma_{\Delta \xi}$ составили соответственно -10 и 31. Значения коэффициентов уравнения, при которых достигается такой результат, приведены в таблице 5.

Таким образом, выведенное уравнение для расчета профильных потерь имеет следующий вид:

$$\xi_{\text{проф}} = (K_i \cdot K_{re} \cdot \xi_{\text{тр}} + \xi_{\text{кр}}) + \xi_{\lambda}, \quad (13)$$

где

$$\xi_{\text{тр}} = 1,16463 \left(\frac{\Delta \beta}{100} \right)^2 + 99,99734 \cdot \bar{X}_c + 69,11952 \cdot \left(\frac{C_m}{b} \right) - 37,16360 \lambda_{w2s} + 99,96786 \left(\frac{t}{b} \right) - 53,81240$$

- коэффициент профильных потерь;

$$K_i = 1 + 5,52661 \cdot \left(\frac{i}{\beta_1} \right)^2 \text{ - коэффициент, учитывающий потери на отрыв;}$$

$$K_{re} = 0,00036 \cdot \left(\frac{2 \cdot 10^5}{Re} \right)^{0.25} \text{ - коэффициент, учитывающий влияние числа Рейнольдса;}$$

$$\xi_{\text{кр}} = 0,68967 \frac{r_2}{t \cdot \sin(\beta_2 + \delta)} \text{ - коэффициент, учитывающий кромочные потери.}$$

$$\xi_{\lambda} = 19,82116 \cdot \sin(-9,93227 \cdot \lambda_{w2s} - 53,727) + 1,650231 \cdot \lambda_{w2s} + 16,11946 \text{ -}$$

коэффициент, учитывающий волновые потери.

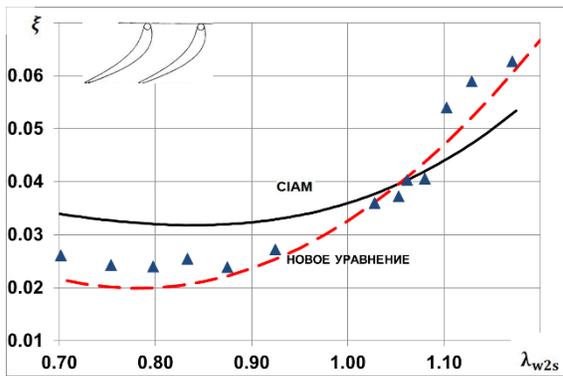
Значения коэффициентов уравнения, при которых достигается минимальное среднеинтегральное отклонение расчетных данных от экспериментальных

Коэффициент	Значение	Коэффициент	Значение
A1	5,52661	A8	-37,16360
A2	1,16463	A9	-53,81240
A3	99,99734	A10	19,82116
A4	69,11952	A11	-53,727
A5	0,68967	A12	1,650231
A6	0,00036	A13	16,11946
A7	99,96786	A14	-9,93227

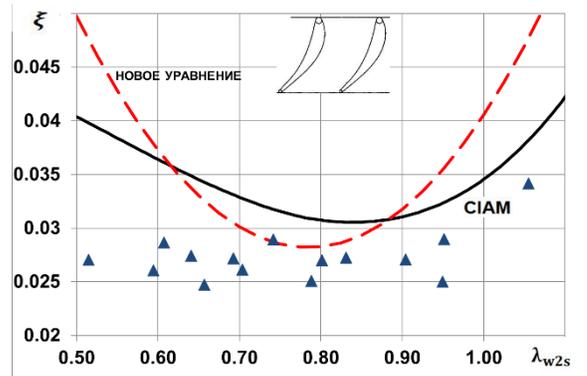
Любопытно сравнить статистические параметры нового уравнения с аналогичными данными для других моделей профильных потерь, представленными в таблице 2. Видно, что полученное уравнение показывает лучшие статистические данные, по сравнению со всеми рассмотренными ранее моделями потерь. Выведенное уравнение показывает близкое значение математического ожидания к модели ЦИАМ (обе модели занижают величину профильных потерь примерно на 10%), но имеет на 25% (отн.) лучшее среднеквадратическое отклонение. Другие рассмотренные модели потерь существенно проигрывают выведенному уравнению по всем статистическим критериям.

Сделанные выводы иллюстрируются рисунком 7, где для примера построены зависимости коэффициента профильных потерь ξ от изоэнтропической скорости на выходе из решетки λ_{w2s} для решеток № 42, 55, 119, 135. На рисунке 8 показано как изменяются наиболее вероятное значение отклонения расчетных данных от

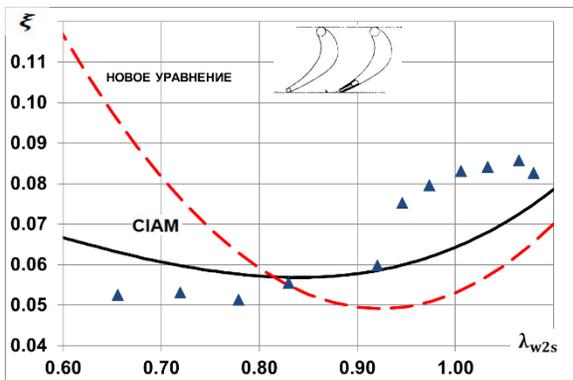
экспериментальных $\Delta\xi$ в зависимости от значений изоэнтропической приведенной скорости λ_{w2s} для всех рассмотренных моделей потерь. На том же рисунке обозначены найденные максимальные и минимальные возможные значения отклонений $\Delta\xi$ с вероятностью 95%. На рисунках 7 и 8 для сравнения показаны данные для модели потерь ЦИАМ, наилучшей из рассмотренных ранее.



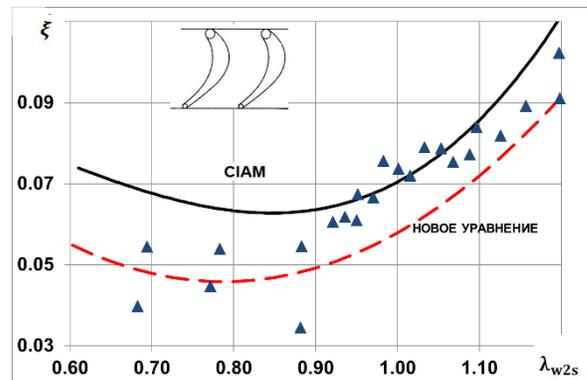
Решетка №42



Решетка №55



Решетка №119

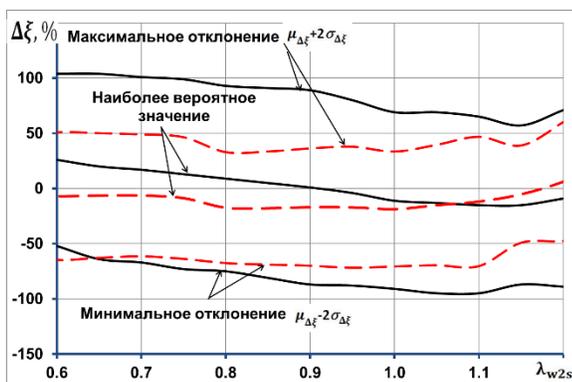


Решетка №135

— CIAM ▲ exp — Новое уравнение

Рисунок 7 - Сопоставление результатов расчета профильных потерь с помощью созданной модели потерь с данными эксперимента и расчетами по модели ЦИАМ

Как видно из рисунка 7, кривые, полученные с помощью нового уравнения, хорошо описывают экспериментальные данные для большинства рассматриваемых решеток. Часто, рассчитанная по новому уравнению зависимость $\xi = f(\lambda_{w2s})$, находится ближе к экспериментальным точкам, чем кривая, полученная по уравнениям ЦИАМ. При этом следует отметить, что зависимости $\xi = f(\lambda_{w2s})$ имеют близкий характер протекания.



— ЦИАМ - - - Новое уравнение

Рисунок 8 – Сопоставление изменения наиболее вероятного значения отклонения расчетного значения профильных потерь от действительных значений и границ рассеивания с вероятностью 95% в зависимости от изоэнтропической приведенной скорости λ_{w2s} для выведенного уравнения и модели ЦИАМ

Информация, представленная на рисунке 8, подтверждает качественно выводы о результатах в оценке профильных потерь нового уравнения и модели ЦИАМ. Однако видно, что при λ_{w2s} математическое ожидание расчетов по новому уравнению мало меняется и находится ближе к нулю, что говорит о близости расчетных и экспериментальных данных. Также из рисунка 7 наглядно видно, что новое уравнение позволяет получить меньшее рассеивание экспериментальных и расчетных данных.

9. Выводы

В результате проделанной работы был предложен способ оценки моделей потерь, основанный на статистическом анализе отклонения данных расчета от экспериментальных. Показано, что данные отклонения подчиняются нормальному закону распределения и могут быть описаны величиной математического ожидания $\mu_{\Delta\xi}$ и среднеквадратического отклонения $\sigma_{\Delta\xi}$.

На основании статистического анализа результатов сравнения данных экспериментов с расчетами профильных потерь с помощью наиболее известных моделей, проведенного для 170 решеток осевых турбин, отражающих многообразие турбин авиационных ГТД, было установлено, что наилучшей моделью для описания профильных потерь является модель ЦИАМ. С вероятностью 95% она показывает отклонение от действительных значений потерь $-8\pm 84\%$.

На основании анализа природы профильных потерь и с применением методов математической оптимизации, опираясь на указанные статистические критерии, было предложено уравнение, которое позволяет определить профильные потери осевой турбины точнее, чем существующие модели. С вероятностью 95% оно показывает отклонение от действительных значений потерь $10\pm 61\%$. При этом новое уравнение позволяет учесть большее число факторов влияющих на величину потерь.

Представленная работа является первым этапом к поиску наилучшей модели потерь для осевой турбины и касается только профильных потерь. В дальнейшем аналогичным образом планируется проанализировать другие виды потерь, имеющие

место в межлопаточном канале осевой турбины. В итоге планируется достоверно определить какая модель является лучшей, либо разработать новую, превосходящую по точности существующие.

Работа выполнена при государственной поддержке Министерства образования и науки РФ в рамках реализации мероприятий Программы повышения конкурентоспособности СГАУ среди ведущих мировых научно-образовательных центров на 2013-2020 годы.

Авторы выражают благодарность Горшкову Алексею Юрьевичу за помощь в выполнении расчетных исследований, описанных в настоящей статье.

Библиографический список

1. Wei N. Significance of Loss Models in Aerothermodynamics Simulation for Axial Turbines. Doctoral Thesis, 2000, KTH ISBN 91-7170-540-6, available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.12.5487&rep=rep1&type=pdf>
2. Dahlquist A.N. Investigation of Losses Prediction Methods in 1D for Axial Gas Turbines. Thesis for the Degree of Master of Science Division of Thermal Power Engineering, Lund Institute of Technology Lund University, Sweden, 2008, available at: <https://lup.lub.lu.se/luur/download?func=downloadFile&recordOId=1423748&fileOId=1423797>
3. Horlock J.H. Axial Flow Turbines, Butterworths, UK, 1965, 268 p.

4. Ainley D.G., Mathieson G.C.R. An Examination of the Flow and Pressure Losses in Blade Rows of Axial-Flow Turbines. Reports & memoranda, no. 2891, British ARC, 1955, available at: <http://www.aerade.aero/reports/arc/rm/2891.pdf>
5. Dunham J., Came P.M. Improvements to the Ainley / Mathieson Method of Turbine Performance Prediction // ASME Journal of Engineering for Power, 1970, vol. 92, no. 3, pp. 252 - 256.
6. Венедиктов В.Д., Грановский А.В. Атлас экспериментальных характеристик плоских решеток охлаждаемых газовых турбин. – М.: ЦИАМ, 1990. – 393 с.
7. Авиационные двигатели и силовые установки / Под ред. А.И. Ланшина. – М.: ЦИАМ им. П. И. Баранова, 2010. - 536 с.
8. Kacker S.C., Okapu U. A Mean Line Prediction Method for Axial Flow Turbine Efficiency // ASME Journal of Engineering for Power, 1982, vol. 104, no. 2, pp. 111 - 119.
9. Абианц В.Х. Теория газовых турбин реактивных двигателей. – М.: Машиностроение, 1979. – 246 с.
10. Белоусов А.Н., Мусаткин Н.Ф., Радько В.М. Теория и расчет авиационных лопаточных машин. – Самара: Изд-во Самарского государственного аэрокосмического университета, 2003. - 344 с.
11. Denton J.D. Loss Mechanisms in Turbomachines // Journal of Turbomachinery, 1993, vol. 115, no. 4, pp. 621 - 656.
12. Lewis R.I. Turbomachinery performance analysis, Elsevier Science & Technology Books, 1996, 329 p.

13. Гусаров С.А. Оценка канальных потерь в решетках осевых малоразмерных турбин // Труды МАИ. 2012. № 53. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=29397>
14. Сигма Технология. Программный комплекс IOSO NM, available at: http://www.iosotech.com/ru/ioso_nm.htm
15. Egorov I.N., Kretinin G.V., Leshchenko I.A., S.V Kuptzov. IOSO Optimisation Toolkit - Novel Software to Create Better Design // 9th AIAA/ISSMO Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimisation, 04 - 06 Sep. 2002, Atlanta, Georgia, doi.org/10.2514/6.2002-5514
16. Dennis B.H., Egorov I.N., Sobieczky H., Dulikravich G.S., Yoshimura S. Parallel Thermoelasticity Optimization of 3-D Serpentine Cooling Passages in Turbine Blades // ASME Turbo Expo 2003. Turbine Technical Conference and Exposition, June 16–19, 2003, Atlanta, Georgia, USA, ASME Paper No. GT2003-38180.
17. Komarov O.V. Sedunin V.A., Blinov V.L. Application of Optimisation Techniques for New High-Turning Axial Compressor Profile Topology Design // ASME Turbo Expo 2014. Turbine Technical Conference and Exposition, June 16–20, 2014, Düsseldorf, Germany, ASME Paper No. GT2014-25379.
18. Батулин О.В., Попов Г.М., Горячкин Е.С., Смирнова Ю.Д. Перепрофилирование трехступенчатого осевого компрессора с помощью методов математической оптимизации // Труды МАИ. 2015. № 82. URL: <http://trudymai.ru/published.php?ID=58712>

19. Marchukov E.Yu., Egorov I.N. Gas Dynamic Modernization of Axial Uncooled Turbine by Means of CFD and Optimization Software // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 28–30 September 2017, Samara, Russia, vol. 302 (1), article number 012027.

20. Marchukov E.Yu., Egorov I.N., Popov G.M., Baturin O.V., Goriachkin E.S., Novikova Y.D., Kolmakova D.A. Gas Improving of the working process of axial compressors of gas turbine engines by using an optimization method // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, 28–30 September 2017, Samara, Russia, vol. 232 (1), article number 012041.