

УТВЕРЖДАЮ
Директор федерального государственного
бюджетного учреждения науки
«Институт математики им. С.Л. Соболева
Сибирского отделения Российской академии наук»,
член-корр. РАН С.С. Гончаров



14 января 2016 г.

ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

на диссертацию Соболя Виталия Романовича «Синтез оптимальных стратегий в задачах последовательного хеджирования колл-опционов при наличии полосы нечувствительности», представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (авиационная и ракетно-космическая техника)».

Диссертация Соболя В. Р. посвящена исследованию стратегий хеджирования колл-опционов европейского и американского типов. Рассматриваются стратегии последовательного хеджирования с заданной полосой «нечувствительности», и исследуется двухшаговая процедура хеджирования европейского колл-опциона на неликвидном рынке в предположении, что операции по покупке и продаже активов имеют случайную длительность. Раздел финансовой математики, посвященный хеджированию и оцениванию срочных контрактов, активно развивается на протяжении последних 40 лет. Размер срочного рынка быстро растет год от года, поэтому тема исследований, безусловно, является **актуальной.**

Опцион является одним из основных видов срочных контрактов. В контракте оговаривается срок исполнения, т.е. время совершения сделки, цена исполнения, по которой будет осуществляться продажа актива, а также возможные даты исполнения контракта. Опцион предусматривает обязательное исполнение сделки только для продавца опциона. Продавец колл-опциона, получив премию за опцион, несет риск продать актив в момент исполнения по цене ниже рыночной. Он может частично застраховаться от такого риска. Для этого он формирует инвестиционный портфель. Этим портфелем можно управлять так, чтобы доходность портфеля хотя бы частично компенсировала риск опционной

позиции. Такие стратегии управления называют хеджированием. Стратегия последовательного хеджирования заключается в приобретении базового актива при переходе состояния опциона от проигрыша к выигрышу. При обратном переходе хеджер полностью продает все активы. В соответствии с модифицированной стратегией хеджер покупает необходимый объем базового актива при пересечении курсом базового актива полосы, содержащей уровень цены поставки, в направлении «снизу вверх». Напротив, при пересечении полосы «нечувствительности» траекторией цены актива в направлении «сверху вниз», хеджер полностью продает имеющийся базовый актив. Данная модификация позволяет избавиться от одного из существенных недостатков стратегии последовательного хеджирования: высоких затрат в случае частых колебаний цены базового актива относительно уровня цены поставки.

Целью диссертационной работы является исследование модификации стратегии последовательного хеджирования американского колл-опциона, заключающейся во введении полосы «нечувствительности» хеджирования, а также исследование задачи хеджирования европейского колл-опциона при неизвестной длительности операций купли-продажи базового актива.

Диссертация состоит из введения и четырех глав. Во введении дано обоснование актуальности выбранной темы исследований, сформулированы цели и задачи, приводится обзор работ, посвященных хеджированию и оценке стоимости опционных контрактов. Дана краткая характеристика полученных результатов.

В первой главе рассмотрена стратегия последовательного хеджирования с полосой нечувствительности для американского колл-опциона в модели с пропорциональными транзакционными издержками. Получены результаты о распределении момента первого достижения заданного уровня и распределения числа пересечений прямолинейной полосы траекторией процесса геометрического броуновского движения. Описана предполагаемая стратегия владельца опциона, влияющая на затраты хеджера при использовании стратегии последовательного хеджирования.

Во второй главе найдены безусловное и условное математические ожидания величины потерь хеджера, использующего модифицированную стратегию последовательного хеджирования. Показана непрерывность и дифференцируемость данных функций по ширине полосы нечувствительности хеджирования, исследовано асимптотическое поведение данных функций. Получены выражения для функций условного и безусловного распределений потерь хеджера. Найдены точки разрыва и значения левых и правых пределов данных функций в точках разрыва. Приведен алгоритм построения верхней и нижней оценок квантили распределения величины потерь. Основным практическим результа-

том является алгоритм поиска оптимальной ширины полосы «нечувствительности», минимизирующей средние затраты хеджера, использующего модифицированную стратегию последовательного хеджирования.

В третьей главе рассматривается задача хеджирования европейского колл-опциона на неликвидном рынке в предположении, что длительность операций купли-продажи заранее неизвестна. Обычно предполагается, что сделки совершаются мгновенно, но стоимость актива зависит от объема сделки. Задачи хеджирования при случайной длительности операций купли-продажи активов ранее не рассматривались. В диссертации представлена двухшаговая модель хеджирования при случайной длительности операции купли-продажи, имеющей экспоненциальное распределение, зависящее от объема сделки, в модели броуновского движения с линейным сносом. Задача поиска оптимального позиционного управления на каждом шаге исследована с помощью метода динамического программирования. Найдено аналитическое выражение для математического ожидания потерь хеджера на последнем шаге. Доказано существование не более чем двух точек локального минимума. Описан алгоритм поиска оптимальной стратегии управления на первом шаге, использующий метод Монте-Карло.

В четвертой главе рассмотрена прикладная задача управления автоматическим аэростатом с целью удержания его внутри полосы при ограниченном количестве управлений. Управление аэростатом осуществляется путем сброса балласта на нижней границе полосы высот и частичным выпуском через клапан рабочего газа на верхней границе. Управление осуществляется таким образом, чтобы при отсутствии внешних возмущений после достижения какой-либо границы полосы аэростат двигался с постоянной по модулю скоростью в сторону противоположной границы полосы. Для минимизации среднего времени нахождения аэростата за пределами полосы применяются разработанные Соболевым В. Р. методы управления хеджирующим портфелем, использующие информацию о пересечениях траекторией процесса ценообразования полосы «нечувствительности». Предложен алгоритм, основанный на методе Монте-Карло, использующий доказанное свойство монотонности функции распределения числа переключений по массе одного груза, позволяющий определить оптимальную массу одного груза и общее количество грузов в балласте.

Основные результаты работы состоят в следующем:

1. Получены выражения для математического ожидания и функции распределения потерь хеджера, использующего модифицированную стратегию последовательного хеджирования.
2. Предложен алгоритм поиска оптимальной ширины полосы «нечувствительности», минимизирующей средние затраты хеджера, использующего модифицированную стратегию последовательного хеджирования.

3. Получены выражения для функций условного и безусловного распределений затрат на хеджирование продавца колл-опциона американского типа, использующего модифицированную стратегию последовательного хеджирования. Найдены точки разрыва и промежутки монотонности функций условного и безусловного распределений. Предложен метод построения верхней и нижней оценок квантили распределения затрат на основе значений квантилей условных распределений затрат хеджера.
4. Предложен алгоритм решения двухшаговой задачи хеджирования европейского колл-опциона при случайной длительности операций купли-продажи базового актива.

Практическая ценность диссертации состоит в том, что ее результаты могут использоваться непосредственно биржевыми игроками, а также в программном обеспечении для решения прикладных задач в области финансовой математики. Разработанные методы и алгоритмы могут применяться в авиационной и ракетно-космической областях при решении задач управления техническими системами с релейными переключениями при наличии гауссовских помех.

По диссертации следует сделать следующие замечания:

1. Аналитически не доказана единственность точки минимума математического ожидания потерь хеджера, использующего модифицированную стратегию последовательного хеджирования, по ширине полосы «нечувствительности».
2. В третьей главе не приведено сравнение аналитических результатов для рассмотренной приближенной модели возмущений с результатами моделирования в точной модели с зависимыми векторами случайных возмущений на каждом шаге.
3. В рассмотренной в четвертой главе математической модели следует учесть физическую невозможность абсолютно точного переключения направления постоянной компоненты вертикальной скорости. Модуль скорости также может меняться случайным образом. Более того, при каждом управляющем воздействии изменяется направление постоянной вертикальной компоненты скорости на противоположное, при сохранении ее абсолютного значения. Однако, с учетом возможных изменений воздействия окружающей среды, это может стать нереализуемым.
4. В тексте диссертации и автореферата встречаются немногочисленные опечатки.

Сделанные замечания не снижают общее положительное впечатление о работе. Диссертация представляет собой законченную научно-квалификационную

работу, выполненную на хорошем математическом уровне. Основные результаты являются **новыми и строго обоснованными**, и полно опубликованы в журналах, входящих в перечень ВАК. Содержание автореферата соответствует содержанию диссертации.

Диссертация удовлетворяет всем требованиям ВАК, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, а ее автор, Соболев Виталий Романович, заслуживает присуждения ему ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.01 «Системный анализ, управление и обработка информации (авиационная и ракетно-космическая техника)».

Диссертация обсуждена на семинаре лаборатории Математических моделей принятия решений ИМ СО РАН 21 декабря 2015 года.

Заведующий лабораторией
Математические модели принятия решений
д.ф.-м.н., профессор



В.Л. Береснев

14.01.2016

