

На правах рукописи  
УДК 629.7



**Моунг Хтанг Ом**

**РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМОВ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДЛЯ РЕШЕНИЯ  
ЗАДАЧ ИСПЫТАНИЙ И ЭКСПЛУАТАЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНОГО  
АППАРАТА**

Специальность 05.07.09- Динамика, баллистика, управление движением  
летательных аппаратов

**Автореферат**  
диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук

Москва – 2018

Работа выполнена на кафедре «Проектирование и сертификация авиационной техники» Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ).

Научный руководитель: **Корсун Олег Николаевич**, доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Проектирование и сертификация авиационной техники» Московский Авиационный Институт (Национальный Исследовательский Университет) (МАИ).

Официальные оппоненты: **Харьков Виталий Петрович**, доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник ООО «Экспериментальная мастерская «Наукасофт»»

**Ткаченко Олег Иванович**, кандидат технических наук, начальник отдела ФГУП «Центральный Аэрогидродинамический институт имени профессора Н. Е. Жуковского»

Ведущая организация: АО «Летно-исследовательский институт имени М.М. Громова»

Защита состоится «22» ноября 2018 г. в 14:00 часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.12 в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4, в аудитории 302.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» (МАИ) по адресу: 125993, г. Москва, А-80, ГСП-3, Волоколамское шоссе, д.4, а также на сайте института по адресу [https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT\\_ID=93439](https://mai.ru/events/defence/index.php?ELEMENT_ID=93439)

Автореферат разослан « » сентября 2018г.

Отзывы, заверенные печатью, просим высылать по адресу: 125993, г. Москва, ГСП-3, А-80, Волоколамское шоссе, д.4, Ученый совет МАИ.

Ученый секретарь диссертационного совета

Д 212.125.12, к.т.н., доцент

А.В. Старков

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность работы.** Основным источником данных о действующих на ЛА в полете аэродинамических силах и моментах традиционно являются эксперименты в аэродинамических трубах и расчетная аэродинамика, однако при этом вероятно возникновение существенных погрешностей, поскольку оба подхода рассматривают не реальный объект, а его физическую или математическую модель. Поэтому для уточнения моделей целесообразно использовать информацию, полученную в ходе реального функционирования объекта, то есть использовать идентификацию ММ управляемого движения ЛА по данным ЛЭ.

Поэтому тема настоящей работы, направленной на совершенствование методов идентификации аэродинамических коэффициентов ЛА по данным ЛЭ, является актуальной. Исследования, выполненные в рамках данной работы, направлены на решение таких актуальных и практически значимых задач, как оценивание влияния форм входных сигналов и шумов измерений на результаты идентификации, на разработку новых методов, уменьшающих влияние шумов, в том числе при идентификации ЛА, обладающих свойством статической неустойчивости.

В диссертационной работе рассматриваются также задачи анализа результатов обработки полетных данных, решение которых можно получить на основе классических методов математической статистики.

**Объект исследования.** В диссертационной работе в качестве объекта исследования рассматривается математическая модель пространственного движения самолёта.

**Предмет исследования.** Процедуры оценивания аэродинамических коэффициентов летательного аппарата являются предметами исследования в данной диссертационной работе.

**Целью диссертационной работы** является развитие алгоритмического обеспечения для сертификационных испытаний и эксплуатации ЛА на основе моделирования и идентификации, путем повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов в различных условиях, в том числе идентификации статически неустойчивого самолёта.

Для достижения поставленной цели, решаются следующие научно-технические задачи:

- Разработка методик анализа влияния форм входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов.
- Разработка методик анализа влияния шумов измерений на погрешности оценок аэродинамических коэффициентов.
- Разработка алгоритма повышения точности идентификации на основе гармонических сигналов.
- Разработка алгоритмов идентификации аэродинамических параметров статически неустойчивых самолётов.
- Разработка методических рекомендаций по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

**Методы исследования.** Основными методами исследования используемыми в работе являются методы динамики полёта, теория идентификации динамических систем, методы математического и полунатурного моделирования движения ВС и методы математической статистики.

**Научная новизна результатов.** В работе получены следующие результаты, обладающие новизной и научной значимостью:

- разработан алгоритм повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических сигналов и применения метода декомпозиции,
- разработан алгоритм идентификации параметров статически неустойчивых самолетов, основанный на использовании дополнительной устойчивой модели, позволяющий избежать численного интегрирования дифференциальных уравнений неустойчивого объекта,
- разработан частотный алгоритм идентификации параметров линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов, используемый в тех случаях, когда применение временных алгоритмов встречается с трудностями, такими как вследствие накопления ошибок при численном интегрировании,
- разработаны методические рекомендации по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

**Практическая значимость результатов исследования.** Полученные в работе результаты, обеспечивающие получение высокой точности идентификации аэродинамических коэффициентов в разных условиях, в том числе с учётом случая статически неустойчивого самолёта, могут быть использованы в ходе разработки алгоритмического обеспечения для сопровождения испытаний и эксплуатации самолётов, а также в учебном процессе.

**Достоверность результатов** обеспечивается корректностью применения методов идентификации и математической статистики, подтверждением полученных теоретических результатов численными экспериментами, а также сравнением с известными результатами, полученными ранее другими авторами.

**Основные положения, выносимые на защиту**

- методики анализа влияния форм входных сигналов и уровня шумов измерения на точность идентификации аэродинамических коэффициентов,
- алгоритм повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических сигналов и применения метода декомпозиции,
- алгоритм идентификации параметров статически неустойчивых самолетов основанный на использовании дополнительной устойчивой модели, позволяющий избежать численного интегрирования дифференциальных уравнений неустойчивого объекта,
- частотный алгоритм идентификации параметров линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов,
- методические рекомендации по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.

**Апробация и внедрение результатов.** Результаты работы докладывались на следующих конференциях:

- XII Всероссийская Научно-Техническая Конференция «Научные чтения по Авиации посвященные памяти Н.К.Жуковского», 16-17 апреля 2015 г.;
- Восьмой Международный Аэрокосмический Конгресс IAC'15 посвящается 50-летию первого выхода человека в открытый космос и 70-летию организации объединённых наций, 28-31 августа 2015 г.;
- XIII Всероссийская Научно-Техническая Конференция, МГТУ им.Н.Э.Баумана;

- XII Интернациональный симпозиум «Интеллектуальные системы» INTELS'16, 5-7 октября 2017 г.
- Семинар «Системный анализ 2017», МТИ, 14 февраля 2017 г.

### Публикации

Основные результаты работы опубликованы в одной статье, в журнале входящем в Web of Science, в двух статьях в журналах, входящих в Scopus, в трёх статьях, в журналах входящих в рекомендованный ВАКом Минобрнауки РФ перечень научных изданий, в трёх работах в сборниках тезисов докладов на научно-технических конференциях и одна работа опубликована в монографии объёмом 64 страниц. Из указанных публикаций 3 статьи и одна монография отражены в настоящей диссертационной работе.

**Структура и объём работы.** Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы из (80) наименования. Текст диссертации изложен на (133) машинописных страницах, включает (25) рисунков и (14) таблиц.

### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

**Во введении** обоснована актуальность темы диссертации, поставлена цель и определены задачи исследования, сформулированы научная новизна и практическая значимость полученных результатов, приведены основные положения диссертационной работы, выносимые на защиту, а также сведения об апробации результатов работы. Описаны структура и объём диссертации.

**В первой главе** работы проводится обзор методов, применяемых для идентификации математических моделей летательных аппаратов, и проводится их сравнительный анализ. Рассматриваются метод линейной множественной регрессии, метод максимума правдоподобия, дискретно-непрерывный метод идентификации, основанный на принципах калмановской фильтрации, частотные методы. Излагаемые методы позволяют выполнять идентификацию как линейных, так и нелинейных динамических систем.

Показано, что ни один из методов идентификации не является универсальным. Сформулированы задачи исследования, направленного на совершенствование алгоритмов и методов идентификации параметров математических моделей самолетов по данным летных экспериментов.

**Вторая глава** посвящена разработке методик оценивания влияния форм входных сигналов и уровня шумов измерений на результаты идентификации аэродинамических коэффициентов. Кроме того, разработан алгоритм повышения точности идентификации на основе гармонических сигналов и применения принципа декомпозиции. Выполненный анализ, а также практический опыт идентификации моделей движения самолетов различных типов показывает, что при идентификации в качестве базового варианта целесообразно выбрать нелинейную модель пространственного движения самолета, из которой следуют и упрощенные линейные модели:

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_z - \frac{1}{\cos\beta} \left[ \left( \frac{a_x}{V} - \omega_y \sin\beta \right) \sin\alpha + \left( \frac{a_y}{V} + \omega_x \sin\beta \right) \cos\alpha \right], \quad (1)$$

$$\frac{d\beta}{dt} = \frac{a_z}{V} \cos\beta - \left( \frac{a_x}{V} \sin\beta - \omega_y \right) \cos\alpha + \left( \frac{a_y}{V} \sin\beta + \omega_x \right) \sin\alpha, \quad (2)$$

$$\frac{dV}{dt} = a_x \cos\alpha \cos\beta - a_y \sin\alpha \cos\beta + a_z \sin\beta, \quad (3)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{J_x - J_y}{J_z} \omega_x \omega_y + q \frac{S b_A}{J_z} m_z - \frac{k_{\partial \delta} \omega_y}{J_z} - \frac{(P_{np} + P_{лев}) y_{\partial \delta}}{J_z}, \quad (4)$$

$$\frac{d\omega_y}{dt} = \frac{J_z - J_x}{J_y} \omega_x \omega_z + q \frac{S l}{J_y} m_y + \frac{k_{\partial \delta} \omega_z}{J_y} + \frac{(P_{np} - P_{лев}) z_{\partial \delta}}{J_y}, \quad (5)$$

$$\frac{d\omega_x}{dt} = \frac{J_y - J_z}{J_x} \omega_y \omega_z + q \frac{S l}{J_x} m_x, \quad (6)$$

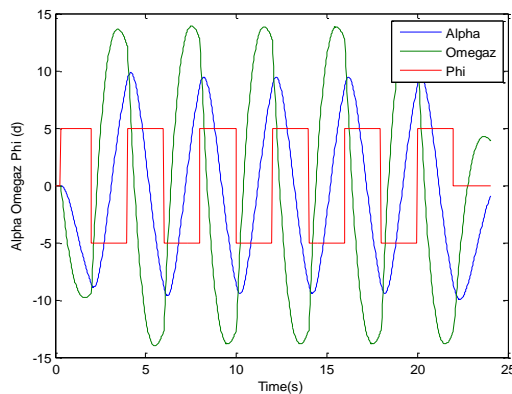
$$\frac{dv}{dt} = \omega_y \sin \gamma + \omega_z \cos \gamma, \quad (7)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} v (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad (8)$$

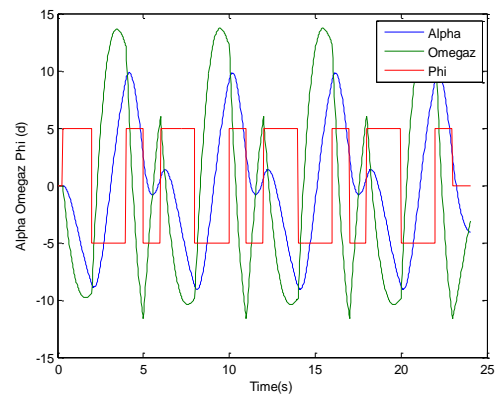
$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{1}{\cos v} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad (9)$$

$$\frac{dH}{dt} = V [\cos \alpha \cos \beta \sin v - \sin \alpha \cos \beta \cos v \cos \gamma - \sin \beta \cos v \sin \gamma]. \quad (10)$$

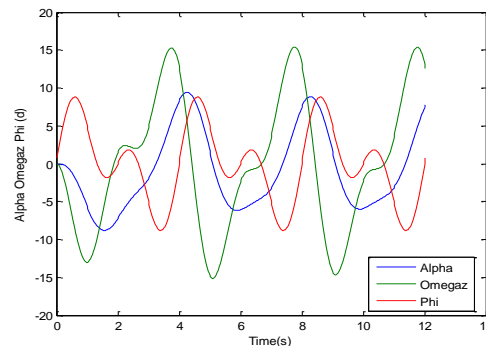
Для анализа влияния формы входных сигналов на точность идентификации аэродинамических коэффициентов, рассматриваются три типа входных сигналов  $\varphi_t$ , представляющие собой прямоугольный дипольный, прямоугольный многополярный сигналы и полигармонический сигнал (рисунок 1). Полигармонический сигнал рассматривается как сумма двух или более синусоидальных волн с разными частотами. В работе рассмотрены три разных длительности участков обработки (12с, 24с и 48с) и разные периоды тестовых сигналов. Всего исследовано 8 типов входных сигналов.



(a)



(б)



(B)

Рисунок 1. Моделирование входных и выходных сигналов

Анализ влияния формы и шумов измерений проводится на примере модели продольного движения, то есть для уравнений угла атаки (11) и угловой скорости тангажа (12) самолета:

$$\frac{d\alpha}{dt} = -\frac{1}{m}q(t)Sc_y^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - \frac{1}{m}q(t)Sc_y^\varphi \varphi(t) \quad (11)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = \frac{q(t)Sb_A}{J_z} m_z^\alpha \alpha(t) + \frac{q(t)Sb_A b_A}{J_z V} m_z^{\omega_z} \omega_z(t) + \frac{q(t)Sb_A}{J_z} m_z^\varphi \varphi(t) \quad (12)$$

Обозначим  $\frac{1}{m}q(t)Sc_y^\alpha = Y^\alpha$ ,  $\frac{1}{m}q(t)Sc_y^\varphi = Y^\varphi$ ,  $\frac{q(t)Sb_A}{J_z} m_z^\alpha = M_z^\alpha$ ,  $\frac{q(t)Sb_A b_A}{J_z V} m_z^{\omega_z} = M_z^{\omega_z}$ ,  $\frac{q(t)Sb_A}{J_z} m_z^\varphi = M_z^\varphi$ .

Тогда,

$$\frac{d\alpha}{dt} = -Y^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - Y^\varphi \varphi(t) \quad (13)$$

$$\frac{d\omega_z}{dt} = M_z^\alpha \alpha(t) + M_z^{\omega_z} \omega_z(t) + M_z^\varphi \varphi(t) \quad (14)$$

Все сигналы моделируются в дискретной форме:

$$\alpha(t_{i+1}) = \alpha(t_i) + \Delta t[-Y^\alpha \alpha(t_i) + \omega_z(t_i) - \varphi(t_i)] \quad (15)$$

$$\omega_z(t_{i+1}) = \omega_z(t_i) + \Delta t[M_z^\alpha \alpha(t_i) + M_z^{\omega_z} \omega_z(t_i) - M_z^\varphi \varphi(t_i)] \quad (16)$$

где  $\alpha(t_{i+1})$  – угол атаки на момент времени  $(t_{i+1})$  (рад),

$\omega_z(t_{i+1})$  – угловая скорость тангажа на момент времени  $(t_{i+1})$  (рад/с),

$\alpha(t_i)$  – угол атаки на момент времени  $(t_i)$ ,

$\omega_z(t_i)$  – угловая скорость тангажа на момент времени  $(t_i)$ ,

$\Delta t = t_{i+1} - t_i$  – временной интервал дискретизации,

$Y^\alpha, Y^\varphi, M_z^\alpha, M_z^{\omega_z}, M_z^\varphi$  – аэродинамические параметры, которые будут определены.

Для моделирования предполагается, что частота регистрации составляет 32 Гц. Следовательно, временной интервал дискретизации  $\Delta t = 1/32$  с.

Для оценивания аэродинамических параметров, используется метод линейной множественной регрессии, или метод наименьших квадратов (17).

$$\hat{a} = (F F^T)^{-1} F^T Z \quad (17)$$

где  $\hat{a}$  – оценки,

$F$  – матрица для модели объекта,

$Z$  – матрица для выходного вектора.

Для оценивания аэродинамических параметров, необходимо формировать модель объекта. Рассмотрим каждое уравнение модели объекта отдельно.

В общем виде для произвольного момента  $t_i$ , его можно выразить следующим образом:

$$Z(t_i) = a_0 + a_1 F_1(t_i) + a_2 F_2(t_i) + a_3 F_3(t_i), \quad (18)$$

$$i = 1, 2, \dots, N,$$

где,

$a_0, a_1, a_2, a_3$  – оцениваемые параметры,

$N$  – количество образцов.

Для того чтобы сформировать матрицу  $F$  для первого уравнения, используются входные сигналы  $\varphi_t$ , угол атаки (13) и угловая скорость тангажа

(14). Для формирования выходной матрицы  $Z$ , лучше использовать перегрузку, которая может быть выражена следующим образом;

$$n_y(t_{i+1}) = \left[ \frac{V}{g} (Y^\alpha \alpha(t_i) + Y^\varphi \varphi(t_i)) \right] + R(t_i), \quad (19)$$

где,  $n_y(t_i)$  - перегрузка с определенным шумом на момента времени  $(t_i)$ ,

$V$  - воздушная скорость (м/с),

$g$  - гравитационное ускорение (м/с<sup>2</sup>),

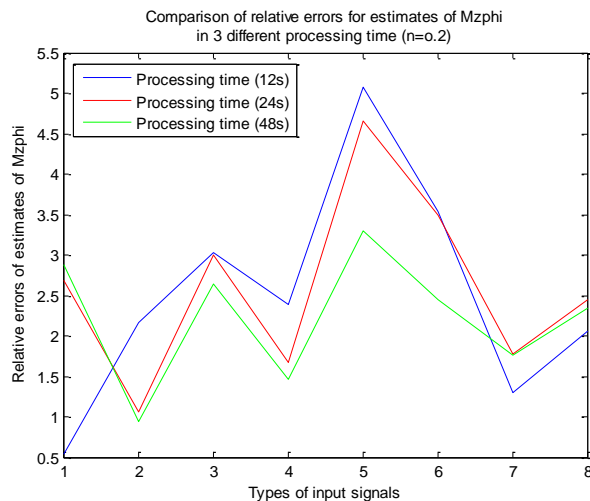
$R(t_i)$  - нормально распределенная случайная величина.

Для целей идентификации, лучше представить второе уравнение в форме;

$$\frac{d\omega(t_i)}{dt} = M_Z^\alpha \alpha(t_i) + M_Z^{\omega_z} \omega_z(t_i) - M_Z^\varphi \varphi(t_i) \quad (20)$$

В этом случае матрица  $F$  такая же, как в первом уравнении, а выходной вектор  $Z$  состоит из оценок производной по времени угловой скорости, определяемых численно.

На этом этапе, относительные погрешности оцениваемых аэродинамических параметров определяются для различных типов входных сигналов. Для примера на рисунке 2 представлены погрешности оценивания эффективности стабилизатора.



**Рисунок 2.** Относительные погрешности оценок идентификации коэффициента эффективности стабилизатора для 8 типов входных сигналов

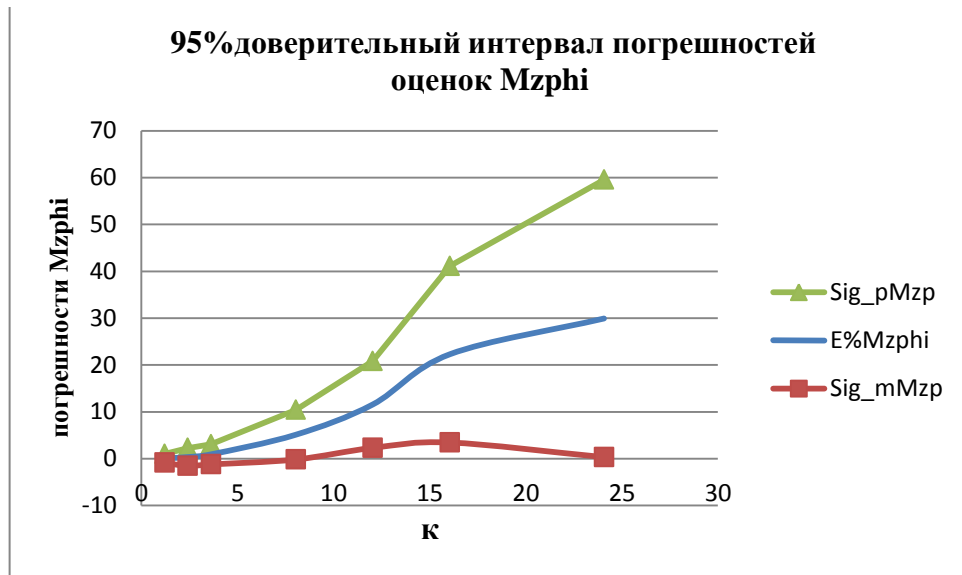
Числа 12, 24 и 48 относятся к времени обработки, для которых было выполнено оценивание параметров. Анализ показывает, что наименьшие погрешности соответствуют более простым сигналам типа бинарный и полигармонический двухчастотный сигнал, тогда как многополярный сигнал показывает увеличенные значения погрешностей. Наиболее вероятная причина в том, что для простых форм сигналов имеют место меньшие искажения, вызванные шумами и дискретизацией, и это перевешивает полезный эффект более широкого частотного спектра входного сигнала, создаваемого многополярным сигналом.

Для анализа влияния шумов измерения применялся аналогичный подход, только идентификация выполнялась для различных уровней шумов, которые моделировались нормально распределёнными случайными величинами с нулевым матожиданием и различными среднеквадратическими отклонениями. По результатам численного эксперимента вычислялись относительные погрешности оценок, их 95% доверительные интервалы, и представлялись в зависимости от соотношения шум/сигнал (21).



$$K = \left( \frac{\sigma_{noise}}{\sigma_{signal}} \right) \times 100\% . \quad (21)$$

Пример представлен на рисунке 3 для оценок коэффициента эффективности стабилизатора. Из рис. следует, что границы доверительного интервала не выходят за пределы 10% относительной погрешности при отношении шум/сигнал менее 7.



**Рисунок 3.** Средняя относительная погрешность и 95% доверительный интервал для оценок эффективности стабилизатора в зависимости от отношения между шумом и сигналом K

В разделе 2 по результат полученных оценок влияния форм сигналов и уровня шумов предлагается новый метод повышения точности идентификации в условиях сильных шумов. Идея метода состоит в следующем. Обычно для идентификации используются режимы полета, на которых управляющий сигнал задается летчиком. Очевидно, что высокоточное воспроизведение формы сигнала при ручном управлении невозможно. Следовательно, точное априорное знание тестового входного сигнала в этом случае невозможно, что определяет сильную зависимость от погрешностей измерений. Поэтому предлагается применить аппаратно генерируемый тестовый сигнал, например, комбинацию двух синусоидальных волн с разными частотами. Для линейного объекта такой двухчастотный сигнал порождает отклики на тех же двух частотах. Поскольку теперь форма входных и выходных сигналов нам известна точно, мы можем представить их как композицию четырех линейно независимых гармонических составляющих. Для нахождения коэффициентов следует применить метод множественной регрессии. В данном случае он обладает высокой эффективностью, потому что опорные гармоники нам известны точно. Таким образом, выполняются основные требования регрессионного анализа, обеспечивающие несмещенность оценок коэффициентов при наличии шумов измерений сигналов объекта. Далее, используя коэффициенты разложения, восстанавливаем сигналы, которые теперь в высокой степени очищены от шумов. К восстановленным сигналам применяется какой-либо алгоритм параметрической идентификации, точность которого будет высокой, поскольку шумы измерений

всех используемых сигналов значительно ослаблены. Рассмотрим теперь алгоритмическую реализацию и выполним тестирование методом моделирования.

В данной работе рассматривается входной сигнал, соответствующий отклонениям стабилизатора. Пусть для примера входной сигнал состоит из двух гармонических составляющих с двумя различными частотами. Понятно, что для декомпозиции такого сигнала достаточно сформировать четыре опорных гармонических сигнала, которые состоят из двух синусоидальных сигналов и двух косинусных сигналов на этих частотах. Тогда все сигналы (22-25), входящие в этот процесс декомпозиции, можно записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi_k(t_i) = & \\ (p_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (p_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (p_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (p_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) & \end{aligned} \quad (22)$$

$$\begin{aligned} \alpha_k(t_i) = & \\ (a_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (a_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (a_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (a_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) & \end{aligned} \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \omega_{z_k}(t_i) = & \\ (o_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (o_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (o_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (o_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) & \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} n_{y_k}(t_i) = & \\ (n_1(\sin(2\pi f_1 t_i))) + (n_2(\cos(2\pi f_1 t_i))) + (n_3(\sin(2\pi f_2 t_i))) + (n_4(\cos(2\pi f_2 t_i))) & \end{aligned} \quad (25)$$

где  $p_1, p_2, p_3, p_4, a_1, a_2, a_3, a_4, o_1, o_2, o_3, o_4, n_1, n_2, n_3, n_4$  – коэффициенты, которые нужно оценить.

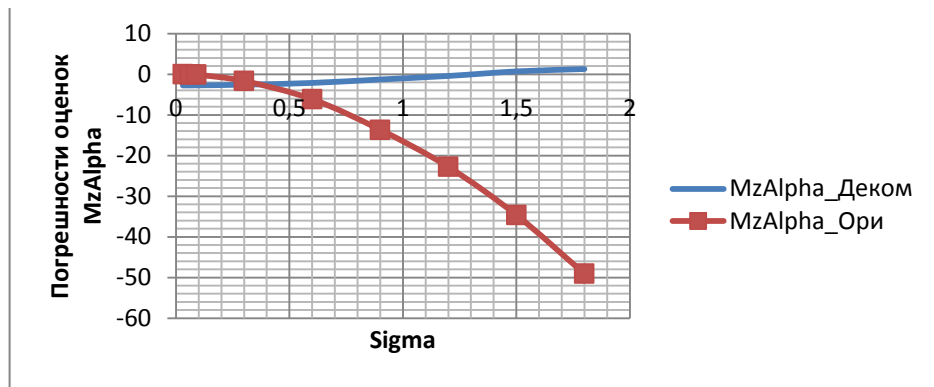
При идентификации коэффициентов  $p_1, p_2, p_3$  и  $p_4$  уравнения (22) по формулам (17) четыре гармонических сигнала используются для формирования матрицы  $F$ , а сигнал отклонений стабилизатора – для формирования вектора  $Z$ . При идентификации коэффициентов  $a_1, a_2, a_3$  и  $a_4$  уравнения (23) матрица  $F$  не изменяется, а угол атаки используется в формировании вектора  $Z$ . Коэффициенты для уравнений (24) и (25) определяются аналогично.

Оценки  $p_1, p_2, p_3, p_4, a_1, a_2, a_3, a_4, o_1, o_2, o_3, o_4, n_1, n_2, n_3, n_4$  далее используются для моделирования всех сигналов. Это существенно ослабляет влияние шумов и, следовательно, повышает точность идентификации. Моделирование выполняется по формулам, аналогичным (22)-(25). В результате получаем восстановленные  $\varphi_{k_{\text{мод}}}(t_i)$ ,  $\alpha_{k_{\text{мод}}}(t_i)$ ,  $\omega_{z_{k_{\text{мод}}}}(t_i)$ ,  $n_{y_{k_{\text{мод}}}}(t_i)$ . Для того чтобы оценить аэродинамические коэффициенты был использован метод регрессии (17). В формировании матрицы  $F$  для идентификации коэффициентов  $Y^\alpha$  и  $Y^\varphi$  используются восстановленный входной сигнал  $\varphi_{k_{\text{мод}}}(t_i)$  и угол атаки  $\alpha_{k_{\text{мод}}}(t_i)$ . Для формирования выходной матрицы  $Z$  при этом лучше использовать перегрузку  $n_{y_{k_{\text{мод}}}}(t_i)$ . Для целей идентификации коэффициентов  $M_Z^\alpha$ ,  $M_Z^{\omega_z}$  и  $M_Z^\varphi$ , лучше представить уравнение (18) в форме

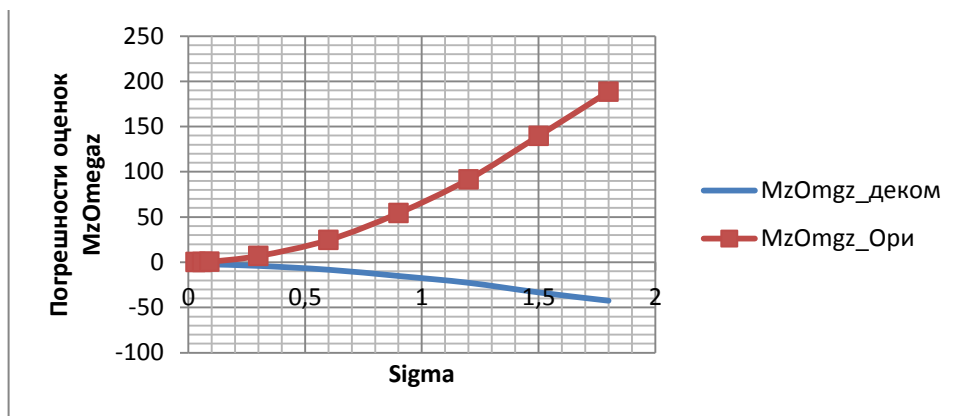
$$\frac{d\omega_{z_{k_{\text{мод}}}}(t_i)}{dt} = M_Z^\alpha \alpha_{k_{\text{мод}}}(t_i) + M_Z^{\omega_z} \omega_{z_{k_{\text{мод}}}}(t_i) - M_Z^\varphi \varphi_{k_{\text{мод}}}(t_i), \quad (26)$$

где производная легко находится аналитически в силу декомпозиции сигналов по гармоническим составляющим.

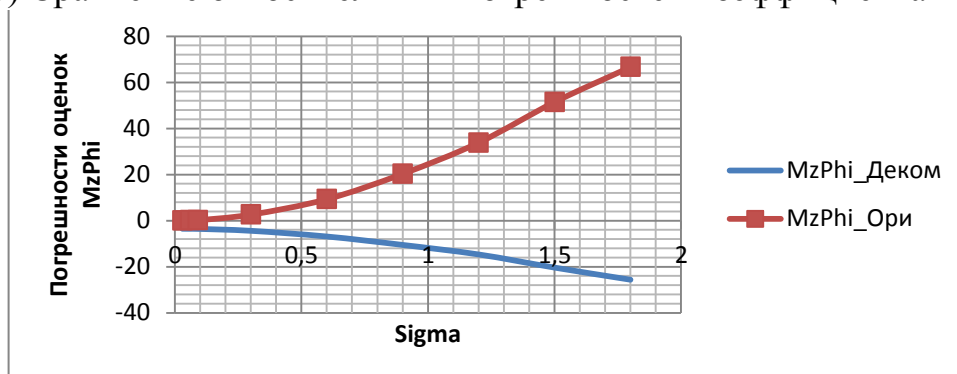
Относительные погрешности оценок идентификации представлены на рисунке (4) для исходного (Ори) и предложенного (Деком) методов.



(а) Сравнение относительных погрешностей коэффициента  $M_Z^\alpha$



(б) Сравнение относительных погрешностей коэффициента  $M_Z^{\omega_z}$



(в) Сравнение относительных погрешностей коэффициента  $M_Z^\phi$

**Рисунок 4.** Сравнение относительных погрешностей оцениваемых коэффициентов  $M_Z^\alpha$ ,  $M_Z^{\omega_z}$ ,  $M_Z^\phi$

Анализ на рисунке 4 показывает, что при малых уровнях шумов точность предложенного метода примерно совпадает со стандартным методом множественной регрессии, однако при увеличении уровня шумов точность предложенного метода декомпозиции существенно выше, погрешности снижаются в 3-7 раз.

**В третьей главе** рассмотрена проблема идентификации статически неустойчивых самолетов. Вначале автор исследует применение в этой задаче известных методов, таких как метод максимума правдоподобия (ММП), метод наименьших квадратов (МНК), дискретно-непрерывный метод идентификации (ДНМИ), точность которых в этой задаче существенно снижается вплоть до полной утраты работоспособности. Устанавливается, что основной причиной является накопления ошибок при численном интегрировании уравнений

неустойчивого объекта. Исследования проводились методом численного эксперимента.

Для моделирования атмосферной турбулентности использовалась модель Драйдена, согласно которой спектральные плотности турбулентного ветра в вертикальном, продольном и боковом направлениях определяются выражениями.

$$\begin{aligned}
 S_w(\omega) &= \sigma_w^2 \frac{L_w}{\pi V} \frac{1 + 3\left(\frac{L_w}{V}\omega\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_w}{V}\omega\right)^2\right)^2} \\
 S_u(\omega) &= \sigma_u^2 \frac{L_u}{\pi V} \frac{1}{1 + \left(\frac{L_u}{V}\omega\right)^2} \\
 S_v(\omega) &= \sigma_v^2 \frac{L_v}{\pi V} \frac{1 + 3\left(\frac{L_v}{V}\omega\right)^2}{\left(1 + \left(\frac{L_v}{V}\omega\right)^2\right)^2}
 \end{aligned} \tag{27}$$

Масштабы турбулентности при высоте полета  $H > 525$  м  $L_w = L_u = L_v = 525$  м. При  $H < 525$  м  $L_w = H$ ,  $L_u = L_v = 43,5 H^{1/3}$ . Кроме того, имеет место соотношение

$$\frac{\sigma_w^2}{L_w} = \frac{\sigma_u^2}{L_u} = \frac{\sigma_v^2}{L_v} \tag{28}$$

Рассматривалось продольное движение самолета с системой управления в условиях турбулентности. Модель СДУ в пространстве состояний задавалась в виде обратных связей по перегрузке и угловой скорости

$$\begin{aligned}
 \varphi'_n(t) &= -\frac{1}{T_n} \varphi_n(t) + \frac{K_n}{T_n} n_y(t), \\
 e'(t) &= -\frac{1}{T_n} e(t) + \frac{K_\omega}{T_1} \omega_z(t), \\
 \varphi_\omega(t) &= \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) e(t) + K_\omega \frac{T_2}{T_1} \omega_z(t).
 \end{aligned}$$

В этом случае отклонения стабилизатора

$$\varphi_B(t) = \varphi_n(t) - \varphi_n(t) - \varphi_\omega(t), \tag{29}$$

Уравнения формирующего фильтра для вертикальной составляющей скорости порывов турбулентного ветра имеет вид

$$\begin{aligned}
 u'_1(t) &= u_2(t), \\
 u'_2(t) &= -\mu^2 u_1(t) - 2\mu u_2(t) + v_w(t).
 \end{aligned}$$

Объединим полученные уравнения с моделью продольного короткопериодического движения, заданной в приращениях относительно установившегося движения. Для полноты учета динамических и случайных составляющих ошибок измерений дополнительно введем модели датчиков угловой скорости и перегрузки, которые аппроксимируем колебательными звеньями. Модели датчиков используем также в качестве формирующих фильтров для шумов измерений. В результате получим следующую систему уравнений

$$\begin{aligned}
\alpha'(t) &= \omega_z(t) - c_y^\alpha \frac{qS}{mV} \left( \alpha(t) + \frac{1}{V} \left( u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) - c_y^\varphi \frac{qS}{mV} \varphi_B(t), \\
\omega_z'(t) &= m_z^\alpha \frac{qSb_A}{J_z} \left( \alpha(t) + \frac{1}{V} \left( u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) + m_z^\varphi \frac{qSb_A}{J_z} \varphi_B(t) + \\
&+ \frac{m_z^{\omega_z} qSb_A}{J_z} \cdot \frac{b_A}{V} \omega_z(t), \\
u_1'(t) &= u_2(t), \\
u_2'(t) &= -\mu^2 u_1(t) - 2\mu u_2(t) + \nu_w(t), \\
\omega_{zu3M}'(t) &= \omega_1(t), \\
\omega_1'(t) &= -a_0^\omega \omega_{zu3M}(t) - a_1^\omega \omega_1(t) + a_0^\omega \omega_z(t) + \nu_\omega(t), \\
n_{yu3M}'(t) &= n_1(t), \\
n_1'(t) &= -a_0^n n_{yu3M}(t) - a_1^n n_1(t) + a_0^n n_y(t) + \nu_n(t), \\
\varphi_n'(t) &= -\frac{1}{T_n} \varphi_n(t) + \frac{K_n}{T_n} n_{yu3M}(t), \\
e'(t) &= -\frac{1}{T_1} e(t) + \frac{K_\omega}{T_1} \omega_{zu3M}(t), \tag{30}
\end{aligned}$$

где  $V$  - скорость полета, м/с;

$q$  - скоростной напор, Па;

$m, S, b_A$  - масса, кг, эквивалентная площадь крыла, м<sup>2</sup>, длина с.а.х., м;

$J_z$  - момент инерции, кг м<sup>2</sup>;

$\mu = M/L_w$  - собственная частота турбулентности, 1/с;

$\omega_1(t), n_1(t), e(t)$  - вспомогательные переменные;

$a_0^\omega = \omega_\omega^2, a_1^\omega = 2\xi_\omega \omega_\omega$ ,

$a_0^n = \omega_n^2, a_1^n = 2\xi_n \omega_n$  - параметры датчиков угловой скорости и перегрузки,

где

$\omega_\omega, \omega_n$  - собственные частоты датчиков, 1/с;

$\xi_\omega, \xi_n$  - коэффициенты демпфирования датчиков;

$\omega_{zu3M}(t), n_{yu3M}(t)$  - выходные сигналы датчиков;

$\nu_w(t), \nu_\omega(t), \nu_n(t)$  - нормальные случайные процессы типа белого шума с нулевыми средними и интенсивностями

$S_w = 3\mu\sigma_w^2, S_\omega = 2a_0^\omega a_1^\omega \sigma_w^2, S_n = 2a_0^n a_1^n \sigma_n^2$ ,

где  $\sigma_w$  - с.к.о. скорости вертикальной составляющей турбулентности, м/с;

$\sigma_\omega, \sigma_n$  - с.к.о. флуктуационных ошибок датчиков угловой скорости (1/с) и перегрузки (единицы перегрузки),

$n_y(t)$  - приращения фактической перегрузки относительно установившегося значения, вычисляемого по формуле

$$n_y(t) = \frac{V}{g} \left( c_y^\alpha \frac{qS}{mV} \left( \alpha(t) + \frac{1}{V} \left( u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t) \right) \right) + c_y^\varphi \frac{qS}{mV} \varphi_B(t) \right). \tag{31}$$

В (30)-(31) отклонения стабилизатора вычисляются по формуле (29), в которой составляющая  $\varphi_\omega(t)$  имеет вид

$$\varphi_\omega(t) = \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) e(t) + K_\omega \frac{T_2}{T_1} \omega_{\text{узлм}}(t).$$

Также предполагается, что угол атаки, обусловленный влиянием турбулентности, определяется выражением

$$\alpha_W(t) \approx \frac{\Delta(t)}{V}, \quad (32)$$

где  $\Delta(t) = u_2(t) + \frac{\mu}{\sqrt{3}} u_1(t)$  - скорость вертикальных порывов турбулентного ветра, м/с.

Идентификация статически неустойчивого самолета проводилась для пяти режимов полета, для которых уровень статической неустойчивости  $(m_z^\alpha / c_y^\alpha) \cdot 100\%$  находился в диапазоне 0,7...2,0 %. Результаты приведены в таблицах (1 и 2). Оценки МНК имели погрешности до 30 %, что можно объяснить нарушением предположения о точном измерении регрессоров и погрешностями численного дифференцирования.

В таблицах 1 и 2 отражены только те случаи, когда сходимость алгоритмов не нарушалась. Полученные результаты показывают, что статическая неустойчивость самолета приводит к значительному снижению эффективности алгоритмов идентификации. Так, ДНМИ расходится на всех рассмотренных режимах, вследствие чего оценки ДНМИ в таблицах не представлены. Алгоритм ММП обеспечивает весьма низкую точность оценивания с погрешностями до 45%.

**Таблица 1.** Погрешности оценок параметров, %

Параметр	M=0,6; H=5000 м		M=0,5; H=100 м		M=0,7; H=100 м	
	МНК	ММП	МНК	ММП	МНК	ММП
$\bar{Y}^\alpha$	-0,9	7,2	-0,6	10,4	7,9	12,6
$\bar{M}_z^\alpha$	-37,1	23,9	-62,8	35,1	-72,5	-34,6
$\bar{M}_z^\varphi$	-11,0	44,7	-15,8	43,6	-28,0	31,8
$\bar{M}_z^{\omega_z}$	-43,5	38,5	-50,0	51,8	-56,9	43,4
$\bar{Y}^\varphi$	-8,4	-25,9	-17,0	-22,5	26,6	22,1

**Таблица 2.** Погрешности оценок параметров, %

Параметр	M=0,4; H=5000 м		M=0,8; H=5000 м	
	МНК	ММП	МНК	ММП
$\bar{Y}^\alpha$	1,0	-7,5	-0,5	-2,0
$\bar{M}_z^\alpha$	-85,6	-36,6	-45,3	29,9
$\bar{M}_z^\varphi$	-18,2	-7,2	-10,7	15,3
$\bar{M}_z^{\omega_z}$	-60,0	-22,8	-43,9	30,8
$\bar{Y}^\varphi$	-16,2	32,5	-9,4	32,2

В разделе предложен метод дополнительной модели для случая статической неустойчивости. Допустим вначале, что модель самолета линейна и стационарна, а вектор состояния наблюдается непосредственно:

$$y'(t) = Ay(t) + Bu(t), \quad (33)$$

$$z(t_i) = y(t_i) + v(t_i). \quad (34)$$

В (33) входным сигналом  $u(t)$  являются отклонения аэродинамических управляющих поверхностей. Предполагается, что они измеряются в процессе эксперимента. При наличии измерений  $z(t_i), u(t_i), i = 1, 2, \dots, N$  и при заданных начальных условиях  $y(t_0)$  для идентификации можно использовать алгоритм ММП, принимая в качестве моделей объекта и наблюдений уравнения (33), (34) соответственно. При этом оцениваемыми параметрами являются элементы матриц  $A$  и  $B$ .

Если модель объекта (33) устойчива, алгоритм ММП обеспечивает получение качественных оценок. В случае неустойчивого объекта при численном интегрировании (33) накапливаются ошибки, которые приводят к значительному смещению оценок идентификации.

Смысл предлагаемого подхода состоит в том, чтобы выполнить преобразование модели объекта, исключающее необходимость интегрирования неустойчивых уравнений. После этого для идентификации преобразованной системы используется ММП. Начнем рассмотрение с простого случая. Пусть модели статически неустойчивого ЛА и системы измерений заданы в виде (33), (34). Предположим также, что в процессе эксперимента выполнены измерения  $z(t_i), u(t_i), i = 1, 2, \dots, N$ .

В результате идентификации необходимо получить оценки элементов матриц  $A$  и  $B$ .

Введем дополнительную устойчивую модель, имеющую такую же структуру, что и модель объекта (33):

$$y'_0(t) = A_0 y_0(t) + B_0 u(t), \quad (35)$$

Численное интегрирование параллельной системы (35) трудностей не представляет, поскольку эта система является устойчивой.

Для матриц систем (33) и (34) выполняется очевидное соотношение:

$$A = A_0 + \Delta A, \quad B = B_0 + \Delta B \quad (36)$$

В (36) матрицы параллельной системы  $A_0$  и  $B_0$  известны. Поэтому задача идентификации исходной неустойчивой системы эквивалентна идентификации элементов матриц  $\Delta A$  и  $\Delta B$ .

Найдем теперь дифференциальное уравнение для разности выходных сигналов систем (33) и (35)  $\Delta y(t) = y(t) - y_0(t)$ . Для этого подставим (36) в (33) и вычтем из полученного уравнения (35), учитывая, что входной сигнал  $u(t)$  одинаков для обеих систем:

$$\Delta y'(t) = (A_0 + \Delta A)y(t) + (B_0 + \Delta B)u(t) - A_0 y_0(t) - B_0 u(t) = A_0 \Delta y(t) + \Delta A y(t) + \Delta B u(t). \quad (37)$$

$$y(t) = y_0(t) + \Delta y(t). \quad (38)$$

Метод сохраняет силу и для нелинейных моделей следующей структуры:

$$y'(t) = F_a(t)Ay(t) + F_b(t)Bu(t) + D(t), \quad (39)$$

$$y'_0(t) = F_a(t)A_0(t)y_0(t) + F_b(t)B_0(t)u_0(t) + D(t), \quad (40)$$

$$\Delta y(t) = F_a(t)A_0(t)\Delta y(t) + F_a(t)\Delta A(t)y(t) + F_b(t)\Delta B(t)u(t). \quad (41)$$

$$z(t_i) = h(y(t_i), u(t_i), a) \quad (42)$$

Рассмотрим пример продольного короткопериодического движения. Уравнение для измерений принимает вид:

$$\begin{aligned} z_1(t_i) &= \omega_z(t_i), \\ z_2(t_i) &= (V/g)(\bar{Y}^\alpha \alpha(t_i) + \bar{Y}^\phi \phi(t_i)), \end{aligned} \quad (43)$$

где  $V$  - истинная воздушная скорость,  $g$  - ускорение свободного падения,  $z_1(t_i)$ ,  $z_2(t_i)$  - измерения сигналов угловой скорости тангажа  $\omega_z(t_i)$  и перегрузки  $n_y(t)$ . Предполагается также, что выполняются измерения сигнала  $\phi(t)$ .

Пусть неизвестными являются параметры  $\bar{Y}^\alpha$ ,  $\bar{M}_z^\alpha$ ,  $\bar{M}_z^\phi$ ,  $\bar{M}_z^{\omega_z}$ .

Уравнения в скалярной форме для разности сигналов принимают вид:

$$\Delta \alpha'(t) = -\bar{Y}_0^\alpha \Delta \alpha(t) + \Delta \omega_z(t) - \Delta \bar{Y}^\alpha \alpha(t), \quad (44)$$

$$\Delta \omega_z'(t) = \bar{M}_{z0}^\alpha \Delta \alpha(t) + \bar{M}_{z0}^{\omega_z} \Delta \omega_z(t) + \Delta \bar{M}_z^\alpha \alpha(t) + \Delta \bar{M}_z^{\omega_z} \omega_z(t) + \Delta \bar{M}_z^\phi \phi(t). \quad (45)$$

Для идентификации использовались измерения перегрузки, угловой скорости, отклонений стабилизатора. Модели системы управления и датчиков при идентификации не использовались.

**Таблица 3.** Погрешности оценок параметров, %

Относительные погрешности, %				С.к.о. шумов		
$\bar{Y}^\alpha$	$\bar{M}_z^\alpha$	$\bar{M}_z^\phi$	$\bar{M}_z^{\omega_z}$	$n_y$ , ед.	$\omega_z$ , рад/с	$\phi$ , рад
0,9	4,2	2,2	14,1	0,0025	0,0025	0,0025
1,1	6,3	3,3	18,3	0,025	0,0025	0,0025
1,3	8,4	5,1	21,1	0,05	0,005	0,0025
1,6	9,6	6,9	26,2	0,05	0,005	0,005

Из таблицы 3 видно, что точность оценивания немного снижается при увеличении уровня шумов, однако алгоритм сохраняет работоспособность и обеспечивает намного более точные оценки по сравнению с известными методами (таблицы 1 и 2). В основном погрешности не превышают 10 %. Меньшая точность оценивания параметра  $\bar{M}_z^{\omega_z}$  типична для задачи идентификации продольного движения самолета.

Рассмотрим, например, систему уравнений пространственного движения ЛА (1) – (10) и выпишем из нее уравнения продольного канала с учетом боковых составляющих:

$$\begin{aligned} \alpha'(t) &= -(S\rho V/2m)(C_{y_0} + C_y^\alpha \cdot \alpha(t) + C_y^\phi \cdot \phi(t)) + \omega_z(t) - \beta(t)\omega_x(t) + \\ &+ (g/V)\cos\nu(t)\cos\gamma(t), \\ \omega_z'(t) &= ((J_x - J_y)/J_z)\omega_x(t)\omega_y(t) + (Sb_A\rho V^2/2J_z) \times \\ &(m_{z0} + m_z^\alpha \cdot \alpha(t) + m_z^{\omega_z} \cdot \omega_z(t) + m_z^\phi \cdot \phi(t) + m_z^{\alpha'} \cdot \alpha'(t)) + \\ &(Sb_A\rho V^2/2J_z)m_z^\beta |\beta(t)| + (J_p\omega_p/J_z)\omega_y(t), \end{aligned} \quad (46)$$

где  $S$ ,  $b_A$ ,  $m$  - эквивалентная площадь крыла, средняя аэродинамическая хорда и масса ЛА;  $\rho$  - плотность воздуха на высоте полета;  $J_x$ ,  $J_y$ ,  $J_z$  - моменты инерции ЛА;  $J_p$ ,  $\omega_p$  - момент инерции и скорость вращения ротора двигателя;  $\phi(t)$  - угол отклонения стабилизатора;  $\omega_x(t)$ ,  $\omega_y(t)$ ,  $\omega_z(t)$  - составляющие угловой



скорости ЛА;  $\alpha(t)$ ,  $\beta(t)$ -углы атаки и скольжения;  $\nu(t)$ ,  $\gamma(t)$ - углы тангажа и крена;  $C_{y0}$ ,  $C_y^\alpha$ ,  $C_y^\varphi$ ,  $m_{z0}$ ,  $m_z^\alpha$ ,  $m_z^{\alpha'}$ ,  $m_z^{\omega_z}$ ,  $m_z^\varphi$ - коэффициенты подъемной силы и продольного аэродинамического момента.

Введем обозначения,

$$\begin{aligned} Q_1 &= (S\rho V / 2m); \quad Q_2 = (Sb_A\rho V^2 / 2J_z); \\ d_1(t) &= (g/V)\cos\vartheta(t)\cos\gamma(t) - \beta(t)\omega_x(t) - Q_1 C_{y0}; \\ d_2(t) &= ((J_x - J_y) / J_z)\omega_x(t)\omega_y(t) + Q_2 m_z^\beta |\beta(t)| +_1 \\ &+ (J_p \omega_p / J_z)\omega_y(t) + Q_2 m_{z0} + Q_2 m_z^{\alpha'} \alpha'(t). \end{aligned}$$

Тогда первое уравнение принимает вид:

$$\alpha'(t) = -Q_1 C_y^\alpha \alpha(t) + \omega_z(t) - Q_1 C_y^\varphi \cdot \varphi(t) + d_1(t) \quad (47)$$

Подставляя первое уравнение во второе, получим

$$\omega_z'(t) = Q_2 \tilde{m}_z^\alpha \alpha(t) + Q_2 \tilde{m}_z^{\omega_z} \omega_z(t) + Q_2 \tilde{m}_z^\varphi \varphi(t) + d_2(t) \quad (48)$$

где обозначено  $\tilde{m}_z^\alpha = m_z^\alpha - Q_1 m_z^{\alpha'} C_y^\alpha$ ,  $\tilde{m}_z^{\omega_z} = m_z^{\omega_z} + m_z^{\alpha'}$ ,  $\tilde{m}_z^\varphi = m_z^\varphi - Q_1 m_z^{\alpha'} C_y^\varphi$ .

Уравнение для измерений нормальной перегрузки в модели (46) имеет вид:

$$n_y(t) = (V/g) \cdot Q_1 (C_{y0} + C_y^\alpha \alpha(t) + C_y^\varphi \varphi(t))$$

Рассмотренный пример показывает, что предложенный алгоритм (39)-(42) может применяться с достаточно сложными моделями движения ЛА, хотя это и требует дополнительных преобразований исходной модели.

Для идентификации линейных стационарных систем традиционно используются частотные алгоритмы, основанные на соотношениях

$$\hat{S}_{uy}(k) = W(k) \hat{S}_u(k), \quad (49)$$

$$\hat{S}_y(k) = |W(k)|^2 \hat{S}_u(k), \quad (50)$$

где  $W(k)$ ,  $\hat{S}_u(k)$ ,  $\hat{S}_y(k)$ ,  $\hat{S}_{uy}(k)$  - значения передаточной функции системы, оценок спектральных плотностей и взаимной спектральной плотности входного и выходного сигналов для частотной составляющей  $f_k, k=1,2,\dots,L$ . В случае многомерных систем вместо скалярных соотношений (49) или (50) используется векторно-матричное представление.

Как известно, точность методов такого типа, особенно в случаях, когда входной сигнал не является гармоническим или широкополосным сигналом типа белого шума, существенно ниже соответствующих временных алгоритмов, основанных на представлении модели объекта в виде

$$y'(t) = A y(t) + B u(t) \quad (51)$$

Рассмотрим, для определенности, систему вида (33) с векторным выходом  $y(t)$  и скалярным входом  $u(t)$ . Выразим векторную передаточную функцию через вектор параметров  $a$ , состоящий из элементов матриц  $A$  и  $B$ , для чего требуется аналитически или численно решить уравнение

$$(pE - A)W(p, a) = B, \quad (52)$$

где  $E$  - единичная матрица.

Сформируем функционал

$$J(a) = \sum_{k=1}^L (\hat{S}_{uy}(k) - \hat{S}_{uym}(k,a))^* (\hat{S}_{uy}(k) - \hat{S}_{uym}(k,a)), \quad (53)$$

где  $\hat{S}_{uy}(k)$  - оценки взаимной спектральной плотности измеренных в эксперименте сигналов  $u(t)$  и  $y(t)$ , а  $\hat{S}_{uym}(k)$  вычисляются по формуле:

$$\hat{S}_{uym}(k,a) = W(k,a) \hat{S}_u(k), \quad k=1,2,\dots,L \quad (54)$$

Для нахождения оценок  $a$ , минимизирующих функционал, применим модифицированный метод Ньютона.

$$\hat{a}_{k+1} = \hat{a}_k - (D(\hat{a}_k))^{-1} \frac{dJ_f(\hat{a}_k)}{d\hat{a}_k}, \quad (55)$$

где  $\frac{dJ_f(\hat{a}_k)}{d\hat{a}_k}$  - вектор первой производной функционала по вектору параметров;

$D(\hat{a}_k)$  - матрица, приближённо равная матрице вторых производных функционала по вектору параметров.

Дифференцируя (53) дважды по вектору параметров и выполняя преобразования, получим:

$$\frac{dJ_f(a)}{da} = -2 \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^L \frac{d\hat{S}_{uym}^*(k,a)}{da} (\hat{S}_{uy}(k) - \hat{S}_{uym}(k,a)) \right], \quad (56)$$

$$D(a) = 2 \operatorname{Re} \left[ \sum_{k=1}^L \frac{d\hat{S}_{uym}^*(k,a)}{da} \cdot \frac{d\hat{S}_{uym}(k,a)}{da} \right]. \quad (57)$$

Модель наблюдений определим через приращения относительно установившихся значений:

$$z_1(t_i) = (V/g) (\bar{Y}^\alpha \Delta\alpha(t_i) + \bar{Y}^\phi \Delta\phi_B(t_i)) + v_{ny}(t_i),$$

$$z_2(t_i) = \Delta\omega_z(t_i) + v_{\omega z}(t_i),$$

где  $v_{ny}(t_i)$ ,  $v_{\omega z}(t_i)$  - шумы измерений перегрузки и угловой скорости, представляющие собой гауссовские дискретные независимые последовательности с нулевыми математическим ожиданием и с.к.о. 0.02 ед. перегрузки и  $0.003 \text{ c}^{-1}$  соответственно.

Для шума наблюдений  $\varphi_B$  зададим нулевое математическое ожидание и с.к.о. 0.003 рад.

Для модели (13) передаточные функции от стабилизатора к выходным сигналам угловой скорости и перегрузки имеют вид:

$$W_{\omega z/\varphi_B}(p) = \frac{b_1^{\omega z} p + b_0^{\omega z}}{p^2 + a_1 p + a_0},$$

$$W_{ny/\varphi_B}(p) = \frac{V}{g} \frac{b_2^{ny} p^2 + b_1^{ny} p + b_0^{ny}}{p^2 + a_1 p + a_0}, \quad (58)$$

где зависимость коэффициентов передаточных функций (58) от параметров модели (13) задается следующими выражениями:

$$a_0 = (-\bar{M}_z^\alpha + \bar{M}_z^{\omega z} \bar{Y}^\alpha), \quad a_1 = \bar{Y}^\alpha - \bar{M}_z^{\omega z},$$

$$b_0^{\omega z} = \bar{M}_z^\phi \bar{Y}^\phi - \bar{M}_z^\alpha \bar{Y}^\phi, \quad b_1^{\omega z} = \bar{M}_z^\phi,$$

$$b_0^{n_y} = -\bar{M}_z^\alpha \bar{Y}^\varphi + \bar{M}_z^\varphi \bar{Y}^\alpha, \quad b_1^{n_y} = -\bar{M}_z^{\omega_z} \bar{Y}^\varphi,$$

$$b_2^{n_y} = \bar{Y}^\varphi.$$

Вектор идентифицируемых параметров определим следующим образом:

$$a^T = [\bar{Y}^\alpha \bar{M}_z^\alpha \bar{M}_z^\varphi \bar{M}_z^{\omega_z}].$$

Для сравнения к тем же данным применим традиционный алгоритм ММП. В этом случае,

$$a^T = [\bar{Y}^\alpha \bar{M}_z^\alpha \bar{M}_z^\varphi \bar{M}_z^{\omega_z} C_{ny} C_{\omega_z} C_\varphi],$$

где  $C_{ny} C_{\omega_z} C_\varphi$  - постоянные ошибки измерений.

Для генерации исходных данных выполним моделирование прямолинейного горизонтального полета с истинной воздушной скоростью  $V = 128$  м/с на высоте  $H = 5000$  м. Зададим длительность участка обработки  $t_{обp} = 32$  с при частоте регистрации  $f_{рег} = 32$  Гц.

Таблица 4 отмечено, что для статически устойчивого самолета (варианты 1, 2) оба метода обеспечивают решение задачи, при этом точность традиционного ММП, сформированного в области времени составляет в среднем 5 %, тогда как погрешности предложенного метода (обозначен W) достигают 10 %. Однако при наличии статической неустойчивости (варианты 3-9) предложенный метод дает существенные преимущества.

**Таблица 4.** Погрешности оценок параметров, %

N варианта	$\bar{Y}^\alpha$	$\bar{M}_z$	$\bar{M}_z^{\omega_z}$	$\bar{M}_z^\alpha$	$\left(\frac{m_z^\alpha}{c_y^\alpha}\right) \cdot 100\%$	Метод
1	-5,40	-2,06	9,2	-8,60	-2,3	W
	-3,114	-1,08	-6,0	0,47	-2,3	ММП
2	-5,55	-1,80	13,4	-8,87	-4,7	W
	-1,11	-0,25	-4,8	-1,69	-4,7	ММП
3	-3,59	-3,117	3,4	3,110	0,78	W
	-4,76	-3,08	-6,0	-43,50	0,78	ММП
4	-3,02	-2,98	0,12	-6,10	1,57	W
	-3,57	-3,08	-7,80	-20,24	1,57	ММП
5	-3,98	-3,08	-3,6	-10,47	2,3	W
	13,130	4,88	5,2	53,94	2,3	ММП
6	-3,145	-4,04	-6,6	-13,125	3,12	W
	-7,77	-0,51	-22 0	-13,61	3,12	ММП
7	-1,75	-4,22	-7,0	-13,131	3,19	W
	-	-	-	-	3,19	ММП
8	3,17	-10,54	-9,2	-15,32	4,7	W
	-41,27	-37,28	-8,0	-113,50	4,7	ММП
9	-3,98	-3,117	23,6	-27,88	6,27	W
	-	-	-	-	6,27	ММП

**В четвертой главе** рассмотрена задача анализа результатов обработки полетных данных, решение которой можно получить на основе классических методов математической статистики, таких как оценивание математического ожидания, коэффициента корреляции, проверки статистических гипотез о

значимости математического ожидания и коэффициента корреляции. Рассмотрены примеры обработки полетных данных, подтверждающие работоспособность предложенного подхода.

Пусть для математической модели (59) и (60) получены оценки параметров при различных числах:

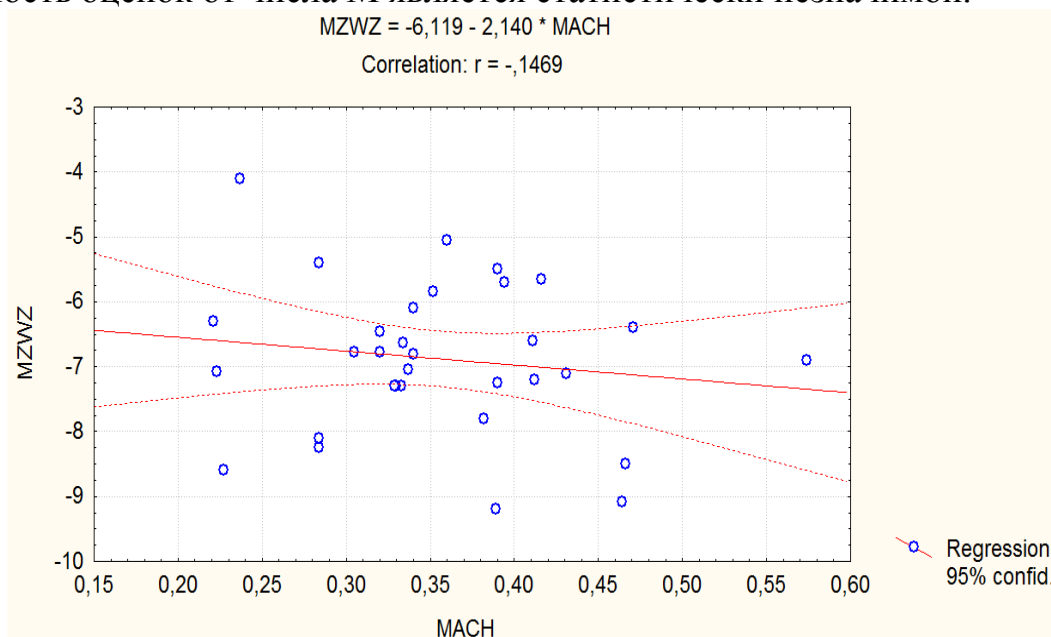
$$c_y = c_{y0} + c_y^\alpha \alpha + c_y^\varphi \varphi_\delta, \quad (59)$$

$$m_z = m_{z0} + m_z^\alpha \alpha + m_z^{\omega_z} \omega_z + m_z^\varphi \varphi_\delta, \quad (60)$$

где  $c_y, m_z$  - аэродинамические коэффициенты подъемной силы и продольного момента;  $\alpha$  - угол атаки;  $\varphi_\delta$  - угол отклонения стабилизатора;  $\omega_z$  - угловая скорость тангажа;  $c_{y0}, c_y^\alpha, c_y^\varphi, m_{z0}, m_z^\alpha, m_z^{\omega_z}, m_z^\varphi$  - постоянные составляющие и производные коэффициентов подъемной силы и продольного момента. Для примера на рисунке (5) показан график оценок параметра  $\hat{m}_z^{\omega_z}$  в функции чисел  $M$ , а также вычисленная по методу наименьших квадратов линия регрессии вида;

$$\hat{m}_z^{\omega_z} = b + kM \quad (61)$$

По графику видно, что наклон линии регрессии не равен нулю, и возникает вопрос, указывает ли это на наличие значимой зависимости данного параметра от числа  $M$ . Для получения ответа проверяется статистическая гипотеза о том, что истинное значение коэффициента корреляции равно нулю для уровня значимости 0,05 (таблица 5). Полученная вероятность  $p(t)=0,422$  превышает уровень значимости, и гипотеза принимается. Это означает, что выявленная на графике зависимость оценок от числа  $M$  является статистически незначимой.



**Рисунок 5.** График зависимости оценок параметра  $\hat{m}_z^{\omega_z}$  от числа  $M$  и линия

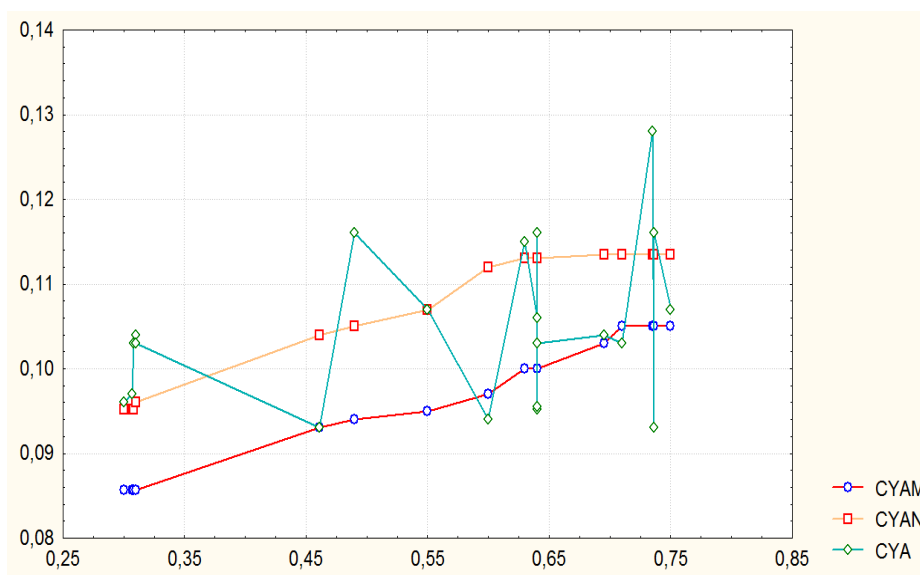
регрессии вида  $\hat{m}_z^{\omega_z} = b + kM$ , вычисленная методом наименьших квадратов

**Таблица 5.** Результаты статистической обработки

параметр	М.О.	С.К.О.	$\hat{r}$	$t$	$p(t)$	$N-2$
$\hat{m}_z^{\omega_z}$	-6.878	1.16	-0.147	-0.8135	0.422	30

Если параметр зависит от режима полета, например, от числа  $M$ , тогда результаты обработки различных участков нельзя свести к одной точечной оценке. В этом случае решение можно получить на основе проверки гипотезы о математическом ожидании. Рассмотрим этот вид задач на примере оценивания параметра  $c_y^\alpha$  линейной модели (59). На рисунке (б) в функции числа  $M$  показаны полученные методом идентификации по данным летных испытаний для  $N=24$  оценки параметра  $c_y^\alpha$  (обозначены на графике СYA и оцифрованы по оси OY), а также вычисленная по банку аэродинамических данных априорная зависимость  $c_y^\alpha = f(M)$  (обозначена на графике CYAM, оцифрована по оси OY).

При одинаковых значениях  $M$  вычислим разности  $\Delta(c_y^\alpha)_i = c_{y_i}^\alpha - c_y^\alpha(M)_i, i = 1, 2, \dots, N$  и проверим гипотезу о равенстве математического ожидания разностей нулю. Проверка гипотезы показала отрицательный результат. Тогда априорные значения были скорректированы на постоянную величину. Скорректированная зависимость на рисунке (б) обозначена CYAN. Результаты проверки гипотезы для уровня значимости 0,05 приведены в таблице 6.



**Рисунок 6.** Зависимость вида  $c_y^\alpha = f(M)$

**Таблица 6.** Результаты проверки статистической гипотезы о значимости математического ожидания

Обозначение параметра	м.о.	с.к.о.	$t$	$P(t)$	$N-1$
$\Delta(c_y^\alpha)$	0.00058	0.0037	0.6845	0.499	23

Из таблицы 6 видно, что гипотеза принимается. Таким образом проведенная проверка показывает, что априорная модель соответствует данным летных испытаний с точностью до постоянной погрешности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Использование в процессе испытаний и эксплуатации самолетов методов моделирования приводит к значительному сокращению сроков и стоимости создания новых ЛА, повышению безопасности полетов. Важнейшим средством создания математических моделей самолетов для сопровождения испытаний и эксплуатации являются методы теории идентификации динамических систем, получающие информацию непосредственно из летного эксперимента, что существенно повышает уровень достоверности.
2. В работе получены следующие основные научные и практические результаты:
  - методики анализа влияния форм входных сигналов и уровня шумов измерения на точность идентификации аэродинамических коэффициентов,
  - алгоритм повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических сигналов и применения метода декомпозиции,
  - алгоритм идентификации параметров статически неустойчивых самолетов, основанный на использовании дополнительной устойчивой модели, позволяющий избежать численного интегрирования дифференциальных уравнений неустойчивого объекта,
  - частотный алгоритм идентификации параметров линейных моделей движения статически неустойчивых самолетов,
  - методические рекомендации по анализу результатов идентификации на основе математической статистики.
3. Разработаны методики оценивания влияния на точность идентификации аэродинамических коэффициентов самолета формы входного сигнала и уровня шумов измерений, основанные на статистическом моделировании; выполнены численные эксперименты, подтверждающие работоспособность предложенных методик.
4. Разработан новый метод повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе аппаратно генерируемых входных полигармонических сигналов и декомпозиции входных и выходных сигналов на гармонические составляющие. При этом эффект подавления шумов достигается за счет использования априорной информации о формах сигналов. Метод обеспечивает повышение точности оценок идентификации по сравнению с методом линейной множественной регрессии в при значительных уровнях шумов в 3-7 раз.
5. В случае статически неустойчивого самолета точность известных методы идентификации существенно снижается вплоть до полного нарушения работоспособности. Причина заключается в накоплении ошибок при численном интегрировании уравнений неустойчивого объекта.
6. Разработан метод дополнительной модели, позволяющий исключить операцию численного интегрирования неустойчивых уравнений объекта. По результатам численного эксперимента погрешности метода в основном погрешности не превышают 10 % для значений степени статической неустойчивости до 6%.

7. Разработан частотный метод идентификации, обеспечивающий уровень погрешности идентификации параметров модели продольного движения статически неустойчивого самолета в пределах 10 % при значениях степени статической неустойчивости до 6 % . Разработанный новый частотный алгоритм идентификации целесообразно использовать в тех случаях, когда применение временных алгоритмов встречается с трудностями, например, вследствие накопления ошибок при численном интегрировании. Это имеет место при идентификации статически неустойчивых самолетов, при низких частотах регистрации и т.д.
8. Сформулированы методические рекомендации по анализу оценок идентификации как случайных величин на основе базовых методов математической статистики. Рассматриваются такие задачи, как проверка соответствия исходному банку аэродинамических характеристик, установление факта зависимости от параметров полета, для чего используются процедуры проверки статистических гипотез.
9. Используемые методы математической статистики реализуются либо путем составления программы на любом языке программирования высокого уровня, либо путем использования стандартных статистических функций, которые имеются в таких широко распространенных программных комплексах, как Excel, MatLAB, Statistica.

## **ОСНОВНЫЕ ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ**

### **Публикации в изданиях из рекомендованного ВАК Минобрнауки России перечня:**

1. Моунг Хтанг Ом, Чжо Зин Латт, Анализ влияния форм входных сигналов на точность идентификации аэродинамических параметров в продольном движении самолета, Cloud of Science. 2017. Т. 4. №. 4, С. 636-649.
2. Моунг Хтанг Ом , Чжо Зин Латт , Приходько С.Ю. , Разработка алгоритма повышения точности идентификации аэродинамических коэффициентов на основе гармонических входных сигналов // Электронный журнал «Труды МАИ». 2018. Выпуск № 99.
3. Kyaw Zin Latt, Mounng Htang Om. Development of wind velocity estimation method using the airspeed, Вестник Московского авиационного института. 2018. Т. 25. № 2. С. 152-159.

### **Публикации в изданиях входящих в Web of Science:**

1. Mounng Htang Om, Kyaw Zin Latt, Karapetyan TS, Estimation of aerodynamic parameters in conditions of measurement. ITM Web of Conferences. Т. 10, 01007 (2017).

### **Публикации в изданиях входящих в Scopus:**

1. Korsun O.N, Om M.H, Latt K.Z, Stulovskii A.V, Real-Time Aerodynamic Parameter Identification For the Purpose of Aircraft Intelligent Technical State Monitoring, Procedia Computer Science, 103, Elsevier Science Bv, 2017, С. 67–74.
2. Evdokimenkov V.N, Krasil'shchikov M.N, Om M.H, Korsun O.N, Sebryakov G.G, Individually-Adapted Control and Support of Pilot'S Control Actions Based on Neural Network Models, Procedia Computer Science, 103, Elsevier Science Bv, 2017, С. 126–134.

### **Научные монографии:**

1. Moungh Htang Om, Aerodynamic Parameters Identification in Aircraft Longitudinal Motion // LAP Lambert Academic Publishing, 2018.64p.

### **Статьи, опубликованные в других изданиях:**

1. Корсун О.Н, Моунг Хтанг Ом, Восстановление углов ориентации беспилотного летательного аппарата в полете при отказе инерциальной системы. Научные чтения по авиации, посвященные памяти н.е. жуковского //Общество с ограниченной ответственностью "Экспериментальная мастерская Наука Софт" (Москва) . 2015. №.- 3. Ст. 469-472.
2. Корсун О. Н., Чжо Зин Латт, Моунг Хтанг Ом , Оценивание постоянных составляющих погрешностей измерения углов ориентации летательного аппарата // Состояние и проблемы измерений : сборник материалов XIII Всерос. научно-техн. конф., МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. - С. 90-93.
3. Korsun O.N, Moungh Htang Om, Kyaw Zin Latt, Restoration of orientation angles during flight in case of failure of inertial system// Eighth International Aerospace Congress IAC'15, dedicated to 50 years of the first-ever spacewalk and to 70 years of the united nations. 2015.