

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ  
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи

*Хун И.*

УДК: 629.78

**ХУАН ИЧУН**

**УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА,  
СОВЕРШАЮЩЕГО МЯГКУЮ ПОСАДКУ НА ЛУНУ ПО  
СХЕМЕ С ЗАВИСАНИЯМИ**

Специальность 05.07.09

Динамика, баллистика, управление движением летательных аппаратов

Диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Научный руководитель: Доктор технических наук,  
профессор Бобронников В.Т.

**Москва – 2017**

## СОДЕРЖАНИЕ

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ .....	6
ВВЕДЕНИЕ.....	7
ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ОБЗОР И АНАЛИЗ МИССИЙ И СХЕМ ПОЛЕТОВ КА С ПОСАДКОЙ НА ЛУННУЮ ПОВЕРХНОСТЬ.....	17
1.1. Анализ полетов к Луне.....	17
1.2. Траектории жесткой посадки .....	19
1.3. Траектории мягкой посадки .....	20
1.4. Схема мягкой посадки советских КА серии «Луна» .....	26
1.5. Схема мягкой посадки китайского КА «Чаньэ-3» .....	27
1.6. Схема мягкой посадки и задачи исследования, рассматриваемые в диссертации .....	29
1.7. Заключение к главе 1 .....	31
ГЛАВА 2. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛУННОГО АППАРАТА НА ЭТАПЕ ОСНОВНОГО ТОРМОЖЕНИЯ С ВЫБОРОМ ПАРАМЕТРОВ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ.....	33
2.1. Постановка задачи .....	33
2.2. Модель движения КА на этапе основного торможения.....	34
2.3. Граничные условия.....	37
2.4. Анализ ДУ и критерий оптимальности.....	38
2.4.1. Относительная масса топлива на ЭОТ .....	39
2.4.2. Оценка относительной массы топлива для остальных этапов .....	39
2.4.3. Относительная масса топливных баков.....	41
2.4.4. Относительная масса двигателя .....	44
2.4.5. Относительная масса прочих систем ДУ .....	44
2.4.6. Математическая формулировка критерия.....	45
2.5. Задача оптимального управления КА на ЭОТ.....	45

2.5.1. Анализ программы угла тангажа.....	46
2.5.2. Анализ программы дросселирования .....	48
2.5.3. Формулировка задачи оптимального управления .....	49
2.6. Алгоритм и программа решения задачи.....	50
2.6.1. Модификация метода покоординатного спуска .....	51
2.6.2. Метод квадратичной интерполяции.....	52
2.6.3. Построение базы данных начальных приближений .....	54
2.7. Результаты решения задачи и их анализ .....	56
2.8. Заключение к главе 2.....	60
<b>ГЛАВА 3. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КА НА ЭТАПЕ</b> <b>УПРАВЛЯЕМОГО СПУСКА В ТОЧКУ ВТОРОГО ЗАВИСАНИЯ.....</b>	<b>62</b>
3.1. Введение и постановка задачи .....	62
3.2. Модель движения КА на этапе управляемого спуска .....	64
3.3. Граничные условия.....	65
3.4. Исходная задача оптимального управления .....	66
3.5. Упрощение задачи оптимального управления .....	70
3.6. Методика решения упрощенной задачи оптимального управления.....	73
3.7. Результаты решения приближенной задачи .....	74
3.8. Заключение к главе 3.....	78
<b>ГЛАВА 4. ЗАДАЧА НАВИГАЦИИ КА .....</b>	<b>80</b>
4.1. Задача навигации .....	80
4.2. Модель движения КА, использовавшаяся при анализе НС .....	80
4.2.1. Системы координат.....	80
4.2.2. Уравнения движения КА.....	82
4.2.3. Проверка модели.....	83
4.3. Возмущения.....	84
4.3.1. Эксцентриситет тяги.....	84

4.3.2. Масконы.....	84
4.4. Измерения.....	86
4.4.1. Состав измерений.....	86
4.4.2. Уравнения измерений.....	87
4.4.3. Акселерометры.....	87
4.4.4. Скоростной гироскоп.....	88
4.4.5. Высотомер.....	88
4.4.6. Доплеровский измеритель скорости.....	90
4.4.7. Числовые характеристики возмущений и ошибок начальной выставки.....	91
4.5. БИНС.....	93
4.6. БИНС+ФК.....	96
4.6.1. Формирование расширенного вектора состояния.....	96
4.6.2. Вектор измерений.....	97
4.6.3. Априорные оценки.....	97
4.6.4. Алгоритм оценивания.....	98
4.6.5. Имитационная модель.....	99
4.6.6. Численный пример.....	100
4.7. Комплексирующая навигационная система (КНС).....	101
4.7.1. Имитационная модель.....	101
4.7.2. Дополнительные измерения и переменные состояния.....	102
4.7.3. Результаты моделирования КНС.....	103
4.8. Заключение к главе 4.....	108
<b>ГЛАВА 5. ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ СХЕМЫ МЯГКОЙ ПОСАДКИ С ЗАВИСАНИЯМИ.....</b>	<b>109</b>
5.1. Общая структура замкнутой СУ КА.....	109
5.2. Регуляторы наведения и управления.....	110

5.2.1. Регулятор наведения .....	110
5.2.2. Регуляторы вектора тяги на ЭОТ .....	112
5.3. Регуляторы СУ на других этапах .....	114
5.3.1. Переход на промежуточную орбиту .....	114
5.3.2. Зависания .....	114
5.3.3. Этап медленного управляемого спуска (ЭМУС).....	114
5.4. Общая имитационная модель СУ .....	115
5.5. Численные результаты .....	116
5.6. Заключение к главе 5 .....	122
ЗАКЛЮЧЕНИЕ К РАБОТЕ .....	123
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	125
ПРИЛОЖЕНИЕ .....	133

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ

КА	- космический аппарат
БИНС	- бесплатформенная инерциальная навигационная система
ДТ	- двигатель торможения
ДУ	- двигательная установка
ИСК	- инерциальная система координат
МП	- мягкая посадка
НС	- навигационная система
СН	- система наведения
СУ	- система управления
СУОС	- системы управления ориентацией и стабилизации
ЭОТ	- этап основного торможения
ЭУС	- этап управляемого спуска
ЭМУС	- этап медленного управляемого спуска
ИСК	- инерциальная прямоугольная селеноцентрическая СК
ВСК	- неинерциальная вращающаяся селеноцентрическая СК
ССК	- связанная с корпусом КА СК
ФК	- фильтр Калмана
с. к. о.	- среднеквадратическое отклонение

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность работы.** Полеты к Луне являются одним из актуальных направлений развития современной космонавтики. Ряд стран, в том числе Российская Федерация, Китайская Народная Республика и другие включили лунные миссии в свои программы космической деятельности на ближайшие десятилетия и интенсивно работают над их реализацией. Формулируются новые задачи, которые планируется решать при полетах на Луну автоматических и пилотируемых космических аппаратов (КА), в том числе проведение обширных научных исследований в ранее не обследованных местах на лунной поверхности, создание лунных баз и другие задачи.

В решение задач полетов к Луне существенный вклад внесли советские и российские ученые, в том числе Охоцимский Д.Е., Егоров В.А., Сихарулидзе Ю.Г., Ивашкин В.В., Константинов М.С., Петухов В.Г., Лихачев В.Н., и многие другие. В последние годы значительные результаты в этом направлении получены учеными КНР.

Решение задач полетов к Луне в современных условиях характеризуется рядом особенностей, отличающих их от ранее реализованных миссий. К таким особенностям можно отнести:

1. Более сложные требования к выбору места посадки на этапе планирования миссии для выполнения научных программ, решаемых в миссии.

2. Необходимость и возможность оперативного уточнения конкретного места посадки в ходе посадки благодаря использованию современных средств наблюдения и интеллектуальных систем принятия решений на борту автоматических КА.

3. Возможность использования на борту КА автономных навигационных систем, основу которых составляют бесплатформенные навигационные системы (БИНС), комплексированные с другими средствами получения навигационной информации.

4. Повышенные требования к надежности и стоимости реализации миссии и другие.

Для учета этих особенностей необходимо разрабатывать и применять новые схемы реализации отдельных этапов миссии, отличающиеся от использовавшихся ранее схем, в том числе схемы реализации непосредственно мягкой посадки (МП). Под МП в данной работе будем понимать совокупность этапов управляемого движения КА с момента схода КА с селеноцентрической орбиты вокруг Луны и до момента прилунения в некоторую точку заданной области лунной поверхности.

В настоящее время основной схемой МП является посадка с селеноцентрической орбиты. Для реализации этой схемы КА, движущийся по траектории Земля-Луна, переводится на селеноцентрическую околокруговую орбиту ожидания с высотой 100 ...200 км. С этой орбиты КА переводится на эллиптическую предпосадочную орбиту с высотой периселения 15...20 км.

В окрестности точки периселения начинается этап основного торможения (ЭОТ) КА. Целью этого этапа является снижение скорости движения КА, составляющей в периселении около 2 км/с, до близкой к нулю, с помощью двигателя торможения (ДТ) КА. Программы управления вектором тяги ДТ при реализации ЭОТ могут быть различными [30, 31, 61, 64], с учетом не только их энергетической эффективности, но также простоты и точности реализации с помощью системы управления (СУ) движением КА.

Вслед за ЭОТ следует этап «вертикализации» КА, целью которого является достижение вертикальной ориентации продольной оси КА, необходимой для реализации последующих этапов управляемого спуска КА в точку посадки [30, 61, 64].

Схемы МП, при которых ЭОТ завершается зависанием КА над точкой посадки, после которого следует управляемый спуск КА в эту точку по вертикальной траектории, могут быть условно названы схемами МП «с одним зависанием».



Основным достоинством таких схем является их относительная простота. Существенным недостатком этих схем является тот факт, что при их реализации посадка КА происходит не в выбранную заранее точку на лунной поверхности, а в точку, расположенную в ближайшей окрестности надира по отношению к фактической точке зависания КА в момент окончания ЭОТ.

Эта точка может заметно отличаться от намеченной точки из-за ошибок реализации всех этапов МП с помощью СУ КА. Кроме того, точка посадки, выбранная заранее с использованием данных наблюдений с Земли или в предшествующих полетах КА, может оказаться «неудовлетворительной» при ее наблюдении «вблизи».

Учитывая указанный недостаток, одним из возможных направлений совершенствования традиционных схем реализации МП может быть переход от схемы с одним зависанием к использованию более «осторожных» схем с двумя или несколькими зависаниями КА.

При схеме с двумя зависаниями первое зависание КА после окончания ЭОТ на некоторой высоте зависания (около 2 – 3 км) позволяет с помощью современных бортовых информационных средств уточнить место посадки, а второе уже на малой высоте (около 100 – 200 м) – окончательно подтвердить сделанный выбор.

При реализации такого варианта между первым и вторым зависаниями происходит управляемый спуск КА в точку второго зависания над уточненной точкой посадки. Далее реализуются «обычные» последующие этапы управляемого спуска по вертикальной траектории. Вариант схемы с зависаниями был реализован при полете китайского КА «Чаньэ-3» в 2013 году.

Таким образом, на современном этапе развития космонавтики схемы мягкой посадки КА с зависаниями являются перспективным направлением развития полетов к Луне. Для применения таких схем необходимо решать ряд новых научно-технических задач, в том числе задачи управления движением КА на всех этапах реализации МП.

**Цель работы.** Целью диссертационной работы является повышение эффективности применения автоматически управляемых КА, совершающих МП на лунную поверхность, путем использования схемы «с зависаниями».

Для достижения указанной цели в работе решены следующие частные задачи:

1. Предложен вариант схемы МП, предусматривающий зависания КА в ходе посадки для оперативного уточнения и окончательного выбора места посадки, в котором движение КА в точки зависаний реализуется совместно с вертикализацией аппарата.

2. Сформулирована и решена задача совместной оптимизации характеристик двигательной установки (ДУ) КА и программ управления вектором тяги ДТ на ЭОТ, обеспечивающих выполнение условий «обнуления» скорости и «вертикализации» продольной оси КА в момент окончания этапа.

3. Сформулирована и решена задача расчета оптимальной программы управления вектором тяги ДУ на этапе управляемого спуска (ЭУС) КА между точками первого и второго зависаний с выполнением заданных граничных условий обнуления скорости и вертикализации КА.

4. Проанализированы варианты построения навигационной системы (НС) КА при различных составах навигационных измерений и проведено сравнение их точностных характеристик с учетом ошибок измерений, действующих на КА возмущений и алгоритма обработки измерений.

5. Предварительно сформирована структура и выбраны параметры замкнутой СУ КА. Проведен расчет характеристик точности СУ при реализации всех этапов МП с использованием разработанных алгоритмов управления и навигации.

**Объектом исследования** в работе является автоматический КА, совершающий мягкую посадку на лунную поверхность.

**Предметом исследования** являются алгоритмы управления и навигации КА, обеспечивающие мягкую посадку КА на лунную поверхность.

**Методы исследования.** Основными методами исследования, используемыми в работе, являются: механика космического полета, проектирование КА, оптимальное управление, навигация и управление движением автоматических КА, статистическая динамика.

**Научная новизна.** В работе получены следующие новые научно-технические результаты:

1. Вариант схемы МП, предусматривающий зависания КА в ходе посадки для оперативного уточнения и окончательного выбора места посадки, в котором достижение зависаний реализуется совместно с вертикализацией аппарата.

2. Методика решения задачи совместной оптимизации характеристик ДУ и программы управления движением КА на этапе основного торможения, обеспечивающих минимальный расход массы ДУ при выполнении заданных терминальных требований по обнулению скорости и вертикализации КА.

3. Методика решения задачи оптимизации движения КА на этапе управляемого спуска между зависаниями, обеспечивающей минимум расхода топлива при выполнении заданных граничных условий в начале и конце этапа.

4. Структура и алгоритм функционирования комплексированной навигационной системы КА, обеспечивающей возможность совместного оценивания состояний КА и идентификацию возмущений, являющихся случайными величинами.

5. Структура и параметры регуляторов замкнутой СУ КА, активно компенсирующей оцениваемые постоянные и медленно меняющиеся возмущения совместно с подавлением неконтролируемых возмущений, что обеспечивает реализацию всех этапов МП по предложенной схеме с удовлетворительной точностью, в том числе непосредственно прилунения КА.

**Практическая значимость работы.** Полученные в работе результаты могут быть использованы в ходе проектирования полетов автоматических КА с МП на лунную поверхность, в том числе при формировании общей схемы реализации МП, выборе оптимальных характеристик ДУ, разработке

оптимальных схем и программ управления движением на отдельных этапах посадки, при формировании облика навигационной системы и СУ движением КА в целом.

**Достоверность результатов**, полученных в работе, подтверждается имитационным моделированием отдельных алгоритмов и функционирования СУ КА в целом с учетом возмущающих воздействий, в том числе погрешностей ДУ, нецентральности гравитационного поля Луны (масконов), ошибок измерителей НС, а также сравнением результатов с результатами, полученными ранее другими авторами.

**Апробация работы.** Результаты работы докладывались на трех научно-технических конференциях: Международная молодежная научно-техническая конференция «Гагаринские чтения» в 2016 и 2017 г. г., а также Международная конференция «Авиация и космонавтика» в 2016 г. Докладу автора на секции «Анализ и синтез аэрокосмических систем» конференции «Гагаринские чтения» в МАИ (НИУ) в 2017 году было присуждено первое место и третье место на направлении «Ракетные и космические системы».

Результаты исследований автора опубликованы в 3 статьях в изданиях, входящих в перечень ВАК Минобрнауки РФ.

### **Положения, выносимые на защиту**

1. Предложен вариант схемы мягкой посадки, предусматривающий зависания КА в ходе посадки для оперативного уточнения и окончательного выбора места посадки, в котором достижение зависаний реализуется совместно с вертикализацией аппарата.

2. Разработана методика решения задачи совместной оптимизации характеристик ДУ и программы управления движением КА на этапе основного торможения, обеспечивающих минимальный расход массы ДУ КА при выполнении заданных терминальных требований по обнулению скорости и вертикализации КА.

3. Разработана методика решения задачи оптимизации движения КА на этапе управляемого спуска между зависаниями, обеспечивающей минимум

расхода топлива при выполнении заданных граничных условий в начале и конце этапа (нулевая скорость и вертикальная ориентация продольной оси).

4. Проведены исследования трех вариантов построения навигационной системы КА, в которых показано, что при реалистичных характеристиках возмущений комплексированная навигационная система, вариант построения которой рассмотрен в работе, обеспечивает необходимую точность навигации КА.

5. Сформирована структура и предварительно определены параметры регуляторов замкнутой системы управления движением КА, активно компенсирующей постоянные и медленно меняющиеся возмущения совместно с подавлением неконтролируемых возмущений. Получены результаты имитационного моделирования СУ, демонстрирующие реализуемость мягкой посадки по предложенной схеме с удовлетворительной точностью.

**Личный вклад автора.** Все результаты, представленные в работе, получены автором лично. Вклад автора состоит в формулировке проблемы в целом и частных задач исследования, разработке методик, алгоритмов и компьютерных программ, в анализе и обобщении полученных результатов, в формулировке выводов по работе.

**Структура и объем работы.** Диссертация состоит из введения, пяти глав, и заключения. Работа содержит 133 страниц, 97 иллюстраций, 11 таблиц, приложение. Список используемой литературы включает 67 наименований.

**Во введении** дано обоснование актуальности темы диссертационной работы, сформулирована цель, задачи, объект и предмет исследования, представлены сведения о научной новизне, практической значимости, апробации результатов исследования, а также основные положения, выносимые на защиту.

**Первая** глава содержит краткий обзор и анализ миссий и схем полетов автоматических и пилотируемых КА к Луне, реализованных к настоящему времени, в которых осуществлялась жесткая или мягкая посадка. Рассмотрены

различные схемы реализации мягкой посадки, в том числе схемы с одним или несколькими зависаниями. Обсуждаются преимущества и недостатки схем.

Обосновывается целесообразность использования схемы мягкой посадки с двумя зависаниями, являющейся предметом исследования в данной диссертационной работе. Рассмотрены варианты реализации данной схемы. Обсуждаются этапы реализации модифицированной схемы с зависаниями, являющейся предметом рассмотрения в данной работе.

**Вторая глава** посвящена проблеме управления движением КА на этапе основного торможения. Этот этап присутствует при всех схемах мягкой посадки. В момент завершения этапа достигается близкая к нулю или нулевая скорость движения КА, т.е. происходит первое «зависание» КА.

Излагается методика совместного выбора оптимальных проектных параметров двигательной установки и программы управления вектором тяги двигателя торможения КА, обеспечивающих нулевую скорость и вертикальную ориентацию аппарата в конце ЭОТ. Дается описание разработанного алгоритма и программы решения задачи. Представлены численные результаты, демонстрирующие работоспособность и эффективность методики. Проводится сравнение численных результатов с аналогичными результатами, полученными ранее в работах других авторов.

**В третьей главе** решается задача формирования программы управления движением КА на этапе управляемого спуска между первым и вторым зависаниями по наклонной траектории. Первое зависание в точке фактического окончания ЭОТ, на высоте около 2.4 км, длящееся около 30 сек, используется для уточнения места посадки КА с помощью бортовой аппаратуры наблюдения КА. Второе зависание происходит непосредственно над уточненной точкой посадки на высоте около 100 м и служит для окончательного подтверждения выбранной точки и одновременно для создания необходимых начальных условий для последующего вертикального спуска КА в эту точку.

В главе изложены две методики решения задачи: точная и приближенная. Необходимость разработки приближенной методики обусловлена относительно

большой трудоемкостью расчетов для определения программы управления, которые должны быть выполнены оперативно на борту КА на этапе первого зависания. Важной особенностью программ оптимального управления движением КА, определяемых с помощью обеих методик, является совместное обнуление скорости и вертикализация КА в точке второго зависания.

**Четвертая** и **пятая** главы работы содержат результаты исследований, посвященных проблеме реализации программного движения КА на всех этапах мягкой посадки с помощью СУ движением КА. Основное внимание уделено двум подсистемам в составе СУ – навигационной системе (НС) и замкнутой СУ в целом.

Применительно к НС в **главе 4** рассмотрена возможность решения задачи навигации на борту КА с помощью трех вариантов построения системы, основу которых составляет бесплатформенная навигационная система (БИНС). Рассмотрены: стандартная БИНС, БИНС с фильтром Калмана и комплексированная НС с фильтром Калмана, в которой помимо измерителей ускорений и угловых скоростей используются высотомер и доплеровский измеритель скорости КА.

При рассмотрении второго и третьего вариантов построения НС совместно с переменными состояниями КА оцениваются параметры, являющиеся случайными величинами, в том числе угловая ошибка установки двигателя торможения (ДТ), отклонение гравитационного ускорения от его значений, соответствующих модели центрального поля, и другие. Проанализирована точность навигации с учетом ошибок начальной выставки и ошибок датчиков навигационной информации. Показано, что комплексированная НС может обеспечить приемлемую точность навигации КА при рассмотренных типовых значениях ошибок применяемых навигационных приборов.

В **пятой** главе сформирована структура и предварительно выбраны параметры замкнутой СУ КА. В составе СУ выделены подсистема управления движением центра масс КА (система наведения - СН) и система управления ориентацией и стабилизации (СУОС). Сформированы регуляторы СН,

обеспечивающие совместно выполнение программ управления скоростью КА и компенсацию ошибок, обусловленных возмущениями, являющимися случайными величинами (угловой эксцентриситет тяги ДТ, масконы), значения которых оцениваются с помощью комплексированной НС. Сформирована имитационная модель и проведен статистический анализ замкнутой СУ с учетом основных возмущений и ошибок. Приведены результаты численных расчетов, демонстрирующие реализуемость предложенной в работе модифицированной схемы МП с зависаниями и приемлемую результирующую точность МП.



# ГЛАВА 1. КРАТКИЙ ОБЗОР И АНАЛИЗ МИССИЙ И СХЕМ ПОЛЕТОВ КА С ПОСАДКОЙ НА ЛУННУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

В главе 1 дается краткий обзор миссий и схем полетов автоматических и пилотируемых КА к Луне, заканчивающихся посадкой на ее поверхность. Рассмотрены различные схемы реализации мягкой посадки. Обсуждаются преимущества и недостатки схем. Обосновывается целесообразность использования схемы мягкой посадки с двумя зависаниями, являющейся предметом исследования в данной диссертационной работе. Анализируются варианты реализации данной схемы. Обсуждаются основные этапы реализации схемы мягкой посадки, рассматриваемой в данной работе.

## 1.1. Анализ полетов к Луне

Полеты к Луне являются одним из актуальных направлений развития современной космонавтики. Возрастает частота полетов, расширяется перечень решаемых научных задач, повышаются требования к точности реализации траекторий полетов, больше внимания уделяется энергетической, научной и экономической эффективности полетов.

К настоящему времени более 100 КА совершали полет к Луне, хотя примерно половина миссий оказалась неудачными.

Возможны и были реализованы различные схемы проведения исследований Луны с помощью автоматических или пилотируемых КА:

- во время пролета КА в окрестности Луны;
- с селеноцентрической орбиты;
- при прямом попадании («жесткой» посадке) КА с траектории движения от Земли к Луне;
- при жесткой посадке с селеноцентрической орбиты;
- после «мягкой» посадки КА на лунную поверхность с траектории движения от Земли к Луне или с селеноцентрической орбиты.

*Миссии с жесткой посадкой.* Пролетные траектории и траектории прямого попадания, заканчивающиеся «жесткой» посадкой, являются более

простыми по сравнению с траекториями «мягкой» посадки. По этой причине такие миссии реализовывались на начальных этапах лунных исследований, проводившихся в отдельных странах. В ряде случаев жесткая посадка фактически являлась неудачной мягкой посадкой КА.

К настоящему времени полеты к Луне, закончившиеся жесткой посадкой, были реализованы шестью странами: СССР, США, Европейский Союз, Япония, Индия, КНР. Некоторая информация об этих полетах приведена в табл. 1.1. Звездочками в таблице отмечены неудачные миссии, т.е. запланированные миссии с жесткой посадкой, в которых цель миссии по той или иной причине не была выполнена.

Таблица 1.1

Лунные миссии с жесткой посадкой КА

Страна	Миссия	Годы (год) реализации
СССР	«Луна 2, 5*, 7*, 8*, 18*»	1951 -1971
США	«Рейнджер 4*, 6*, 7, 8, 9»	1962 -1965
	«Сервейер 2*, 4*»	1966 -1967
	«Lunar Prospector»	1999
Япония	«Hiten»	1993
Европейский союз	«Smart-1»	2006
Индия	«Чандраян-1»	2008
КНР	«Чаньэ-1»	2009

**Миссии с мягкой посадкой.** К настоящему времени мягкую посадку на лунную поверхность осуществляли автоматические КА трех стран – СССР, США и КНР. Некоторая информация об этих миссиях приведена в табл. 1.2.

Таблица 1.2

Лунные миссии автоматических КА с мягкой посадкой

Страна	Миссия	Годы (год) реализации
СССР	«Луна-9, 13, 16, 17, 20, 21, 23*, 24»	1966 -1976
США	«Сервейер-1, 3, 5, 6, 7»	1966 -1968
КНР	«Чаньэ-3»	2013

Указанные в табл.1.2 советские КА «Луна-16», «Луна-20» и «Луна-24» реализовали доставку лунного грунта на Землю, а аппараты «Луна-17», «Луна-21» и «Чанъэ-3» доставили на Луну луноходы. Также в 1969 – 1972 г. г. мягкую посадку на лунную поверхность совершили 6 пилотируемых лунных модулей корабля «Аполлон» (США).

Таким образом, наиболее важными для проведения последующих лунных исследований и одновременно наиболее сложными для реализации являются миссии, которых реализуется мягкая посадка КА на лунную поверхность.

## **1.2. Траектории жесткой посадки**

Жесткую посадку на лунную поверхность можно осуществить, по крайней мере, двумя способами.

***Прямое попадание с траектории Земля-Луна.*** КА движется к Луне по траектории Земля-Луна с большой скоростью и без торможения ударяется в лунную поверхность. При этом аппарат разрушается или проникает в лунный грунт. Такие попадающие траектории являются энергетически наиболее экономичными, поскольку двигатель торможения не используется. Также прямые траектории с жесткой посадкой наиболее просты для реализации с помощью СУ КА. Возможные точки попадания ограничены видимой стороной Луны.

***Прямое попадание с селеноцентрической орбиты.*** Возможен вариант жесткой посадки, при котором КА вначале переводится на селеноцентрическую орбиту движения вокруг Луны, а затем на эллиптическую орбиту, радиус периселения которой меньше радиуса Луны (рис. 1.1). Двигаясь по этой орбите, КА попадает в Луну и может разрушиться или проникнуть в лунный грунт. Схема жесткой посадки с селеноцентрической орбиты была реализована в миссии китайского КА «Чанъэ-1» [59].

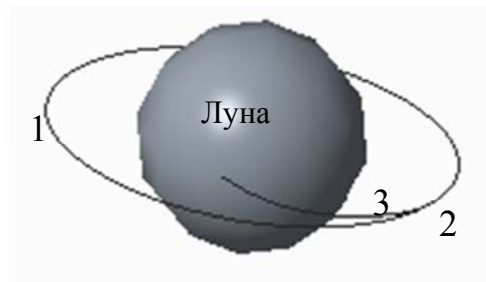


Рис. 1.1. Траектория жесткой посадки КА с селеноцентрической орбиты – селеноцентрическая орбита; 2 – торможение; 3 – попадающая траектория.

Таким образом, траектории жесткой посадки относительно просты для реализации как энергетически, так и с точки зрения управления. Но их использование позволяет решить ограниченное число целевых задач.

### 1.3. Траектории мягкой посадки

Как и жесткая посадка, мягкая посадки КА на лунную поверхность может быть реализована, по крайней мере, двумя способами.

**Мягкая посадка с траектории прямого перелета.** Если Луна располагается по нормали к траектории Земля-Луна, то скорость КА можно снизить до близкой к нулю с помощью ДТ, после чего аппарат совершит вертикальный спуск с малой скоростью на лунную поверхность. Такая «прямая» схема посадки была реализована на первых советских лунных аппаратах «Луна-9» и «Луна-16» в 1966 году. При использовании данной схемы возможные точки посадки ограничены из-за синхронного вращения Луны относительно оси ее вращения.

**Мягкая посадка с селеноцентрической орбиты.** Однако прямые схемы обладают рядом недостатков, в том числе обусловленных трудностями выполнения заданных терминальных требований с помощью СУ КА.

В настоящее время схема мягкой посадки с селеноцентрической орбиты ожидания является основной. В общем случае реализация данной схемы может быть представлена в виде трех основных этапов (рис. 1.2):

- перевод КА с околокруговой селеноцентрической орбиты на высоте  $H_{an}$  на предпосадочную эллиптическую орбиту с небольшой высотой периселения  $H_{пер}$ ;

- основное торможение, целью которого является снижение скорости движения КА до ее значения, близкого к нулю, т.е. обеспечение «зависания КА», совместно с понижением высоты орбиты до высоты «зависания»  $H_{зав}$ ;

- управляемый спуск КА из точки зависания в точку посадки по траектории спуска, близкой к вертикальной траектории.

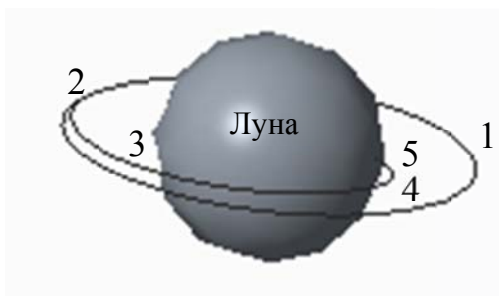


Рис. 1.2. Траектория мягкой посадки КА с селеноцентрической орбиты 1 – селеноцентрическая орбита; 2 – торможение перехода; 3 – предпосадочная эллиптическая орбита; 4 – основное торможение; 5 – управляемый спуск.

Например, на советском КА «Луна-17» ([46]), совершившем доставку модуля «Луноход-1» на лунную поверхность в 1970 году, высота орбиты ожидания  $H_{ан}$  составляла 85 км, высота периселения эллиптической орбиты  $H_{пер} = 22$  км, высота зависания  $H_{зав} = 2.2$  км.

При формировании конкретного варианта реализации трех перечисленных основных этапов МП с селеноцентрической орбиты необходимо учитывать ряд показателей эффективности ЭОТ, включая:

- массовую и энергетическую эффективность КА;
- точность и надежность реализации отдельных этапов и посадки в целом;
- целесообразность и возможность оперативного уточнения места посадки в ходе МП и другие.

Конкретные варианты МП могут быть различными в зависимости от конкретных способов реализации и характеристик указанных трех основных этапов. Такими способами и характеристиками являются:

- высота периселения  $H_{пер}$  и положение точки начала этапа основного торможения (ЭОТ) на предпосадочной эллиптической орбите;

- способ управления вектором тяги на ЭОТ с помощью двигателя торможения (ДТ), т.е. способ управления величиной и направлением тяги ДТ;
- высота, скорость и ориентация КА в момент окончания ЭОТ;
- способ выбора конкретной точки посадки в момент окончания ЭОТ;
- способ организации последующего управляемого движения КА из точки окончания ЭОТ в точку посадки и другие.

Рассмотрим более подробно возможное влияние перечисленных факторов на выбор конкретной схемы МП с учетом перечисленных выше показателей эффективности МП.

**Высота начала ЭОТ.** В работах [31] и других показано, что с точки зрения энергетической эффективности высота  $H_{пер}$  пассивной эллиптической орбиты, на которой начинается ЭОТ, должна быть минимальной. Однако при этом возрастает вероятность столкновения КА с лунными возвышенностями или горами из-за ошибок управления движением КА при реализации эллиптической предпосадочной орбиты, а также при движении КА по траектории основного торможения. Особенно велика эта вероятность при посадке КА не в пределах лунных морей, а в приполярных областях.

Анализ, проведенный в предшествующих исследованиях, показывает, что с учетом всех значимых факторов целесообразно принять  $H_{пер} \approx 15...18$  км.

**Высота зависания КА.** На выбор этой характеристики наиболее существенное влияние оказывают следующие факторы:

- как и при выборе  $H_{пер}$ , опасность столкновения с возвышенностями или горами при движении КА по «низкой» траектории ЭОТ;
- способ организации последующего управляемого движения КА от точки зависания до точки посадки.

В целом высота зависания может изменяться в интервале от 1 до 3 км.

**Управление вектором тяги ДТ на ЭОТ.** Одним из основных вариантов управления движением КА на ЭОТ является программное управление вектором тяги ДТ. Такое управление включает решение двух частных задач:

- формирование программ управления величиной и направлением вектора тяги ДТ, т.е. управление дросселированием тяги ДТ и углом тангажа, определяющим пространственную ориентацию вектора тяги;

- реализация программ управления с помощью СУ КА, в том числе подсистемой управления скоростью КА и подсистемой управления угловым движением (ориентацией) КА.

При выборе конкретного способа решения указанных двух задач необходимо учитывать все перечисленные выше показатели эффективности: массовую и энергетическую эффективность, надежность и точность реализации ЭОТ.

При решении задачи формирования программы управления вектором тяги на ЭОТ характеристики ДУ могут быть заданными или оптимизироваться. В первом случае минимизируемым критерием оптимальности программы управления ДТ может рассматриваться количество топлива, затрачиваемого на реализацию этапа. Если задача управления тягой ДТ решается как часть формирования миссии в целом, то совместно с оптимизацией программы могут оптимизироваться характеристики ДУ. В этом случае в качестве критерия оптимальности ДУ может рассматриваться относительная масса ДУ, состоящая из суммарной массы двигателя, топливных баков, вспомогательных систем и топлива, затрачиваемого на реализацию всех этапов мягкой посадки.

Возможны различные варианты управления вектора тяги ДТ на ЭОТ. Наиболее простое решение задачи торможения на ЭОТ достигается при применении ДТ с постоянной тягой и изменении угла ориентации вектора тяги по линейному закону [31]. В работе [40] представлены траектории основного торможения при мягкой посадке КА методом гравитационного разворота, формируемые путём создания с помощью ДТ постоянного реактивного (кажущегося) ускорения КА в направлении, противоположном вектору скорости аппарата.

***Управляемый спуск после ЭОТ.*** В большинстве вариантов при реализации этапов мягкой посадки, следующих за ЭОТ, вначале необходимо

осуществить «вертикализацию» КА, т.е. обеспечить разворот КА в вертикальное положение по отношению к местному горизонту.

Для выполнения этого требования в программе управления КА должен быть предусмотрен этап вертикализации КА в режиме свободного падения с максимальной угловой скоростью. При реализации данного этапа вертикальная составляющая скорости КА возрастает под действием силы тяжести Луны. Поэтому после завершения этапа вертикализации необходимо реализовать этап повторного торможения, обеспечивающий снижение вертикальной скорости КА до заданной малой величины. Далее происходит управляемый вертикальный спуск с постоянной вертикальной скоростью, обеспечиваемый использованием специальных двигателей посадки.

Этапы вертикализации и повторного торможения могут быть исключены, если при формировании программы управления вектором тяги ДТ на ЭОТ в качестве одного из терминальных условий учесть требование  $\vartheta^*(t_{end}) = 90^\circ$ .

**Управляемый спуск с зависаниями.** Управляемый спуск КА на этапах, следующих за ЭОТ, может быть реализован с одним или несколькими зависаниями. Схемы с зависаниями можно назвать «осторожными». Их главная цель – оперативно уточнить (а в случае необходимости, изменить) точку посадки в районе посадки по сравнению с заранее выбранной точкой с учетом сложившейся ситуации.

Простейшим способом управляемого движения из точки окончания ЭОТ в точку посадки является кратко описанный выше способ «вертикальной» посадки. Посадка таким способом возможна в двух вариантах:

- непосредственно в точку посадки, расположенную в надире под фактически реализованной точкой зависания с вертикализацией, т.е. осуществляя строго вертикальную посадку;

- в заранее выбранную точку путем совмещения вертикального спуска с необходимым маневром в горизонтальной плоскости.



Основным достоинством данного способа реализации ЭУС в обеих ситуациях является его относительная простота.

Точка нахождения КА в момент окончания этапа вертикализации может оказаться расположенной слишком далеко от намеченной заранее точки посадки, так что осуществление посадки в намеченную точку из этой точки будет энергетически чрезмерно затратным. Кроме того, намеченная заранее точка, при ее наблюдении «вблизи», может оказаться в каком-то смысле «неудовлетворительной».

В подобных ситуациях целесообразно после обнуления скорости и вертикализации перевести КА в режим зависания и в этом режиме оперативно определить (т.е. уточнить) новую точку посадки, а в дальнейшем осуществить посадку в эту уточненную точку.

Для надежности такое уточнение можно произвести повторно, переведя КА в режим зависания еще раз на малой высоте (100...200 м), после чего осуществить окончательный высокоточный вертикальный управляемый спуск.

Для реализации такой схемы необходимо иметь на борту КА аппаратуру и программные средства, обеспечивающие решение следующих задач:

- оперативное наблюдение (съемку) района посадки под точкой фактического зависания КА;
- автоматический выбор новой точки посадки по результатам наблюдения;
- формирование программы управляемого спуска КА из точки фактического зависания в точку второго зависания над уточненной точкой посадки, если такое (вторичное) зависание предусмотрено программой реализации ЭУС.

Высота первого зависания, при которой можно осуществить наблюдение района посадки, должна быть достаточно большой, чтобы наблюдать весь район. Кроме того, при наблюдении аппарат должен сохранять вертикальное положение, т.е. должна быть обеспечена предварительно вертикализация КА.

Режим зависания, совмещенный с вертикализацией, должен поддерживаться в течение периода времени, достаточного для выполнения указанных трех задач.

Ниже рассматриваются более детально этапы управляемого спуска, реализованные на предшествующих КА, и схема, предлагаемая и исследуемая в данной работе.

#### 1.4. Схема мягкой посадки советских КА серии «Луна»

На советских КА серии «Луна», например, на КА «Луна-16», после окончания ЭОТ ДТ выключался и осуществлялся этап вертикализации КА в режиме свободного падения аппарата.

На высоте 700 м КА включался основной ДТ и происходило повторное торможение. На высоте 20 м основной ДТ выключался и включался блок малой тяги (БМТ), тяга которого была близка к силе тяжести, так что КА совершал последующее снижение с малой скоростью.

На высоте 3.5 м БМТ выключался и происходило прилунение КА. Основные этапы мягкой посадки советских КА серии «Луна» перечислены в табл. 1.3.

Таблица 1.3

Основные этапы схемы мягкой посадки КА серии «Луна»

Этап	Высота	Характеристика этапа
1	$H_1=100$ км	Переход на орбиту $H_1 \times H_2$
2	с $H_1$ до $H_2=15$ км	Движение по эллиптической предпосадочной орбите
3	с $H_2$ до $H_3=2.1$ км	Основное торможение с постоянной тягой и линейной программой угла тангажа
4	с $H_3$ до $H_4=700$ м	Вертикализация в свободном падении
5	с $H_4$ до $H_5=20$ м	Повторное торможение с полной
6	с $H_5$ до $H_6=3.5$ м	Торможение с малой тягой
7	с $H_6$ до поверхности Луны	Прилунение

## 1.5. Схема мягкой посадки китайского КА «Чаньэ-3»

Китайский КА «Чаньэ-3» совершил мягкую посадку с зависаниями на поверхность Луны в декабре 2013 года и успешно доставил на лунную поверхность луноход «Юйту» [61, 64]. Главным отличием данного КА от его предшественников являлось то, что процесс посадки происходил с зависаниями, во время которых с помощью бортовой аппаратуры наблюдения осуществлялся «грубый» и «высокоточный» выбор места посадки. Выбор плоского места посадки в реальном времени повышает надежность посадки, предотвращая опрокидывание КА.

Двигатель торможения КА «Чаньэ-3» не выключался с момента начала ЭОТ до момента достижения высоты 4 м благодаря возможности глубокого дросселирования регулирования его тяги. Фактически аппарат зависал 3 раза. Во время первого и второго зависаний, длившихся около 30 с каждое, работала оптическая аппаратура наблюдения и с помощью специального алгоритма решалась задача выбора (уточнения) места посадки. Третье зависание происходило на малой высоте непосредственно над точкой посадки. С точки зрения общей организации процесса мягкой посадки третье зависание не играет существенной роли, поэтому схему посадки данного аппарата можно называть как схемой с тремя, так и с двумя зависаниями.

В соответствии с программой этап основного торможения данного КА завершился при достижении скорости 57 м/с. Далее был реализован этап вертикализации КА, совмещенный с его торможением, т.е. с достижением состояния зависания с нулевой скоростью в вертикальном положении КА. Во время этого (первого) зависания КА поддерживалась вертикальная ориентация КА и нулевая скорость для «грубого» выбора места посадки.

Далее осуществлялся этап управляемого спуска КА, при котором КА совершал движение по прямолинейной траектории в точку второго зависания на высоте 100 м над уточненной точкой посадки.

Процесс движения КА «Чаньэ-3» по прямолинейной траектории между первым и вторым зависаниями иллюстрирует рис. 1.3. Тяга двигателя и угол

тангажа регулируются таким образом, чтобы вектор суммарного ускорения КА, создаваемый силой тяжести и силой тяги, был постоянно направлен вдоль линии, соединяющей точки первого и второго зависаний.

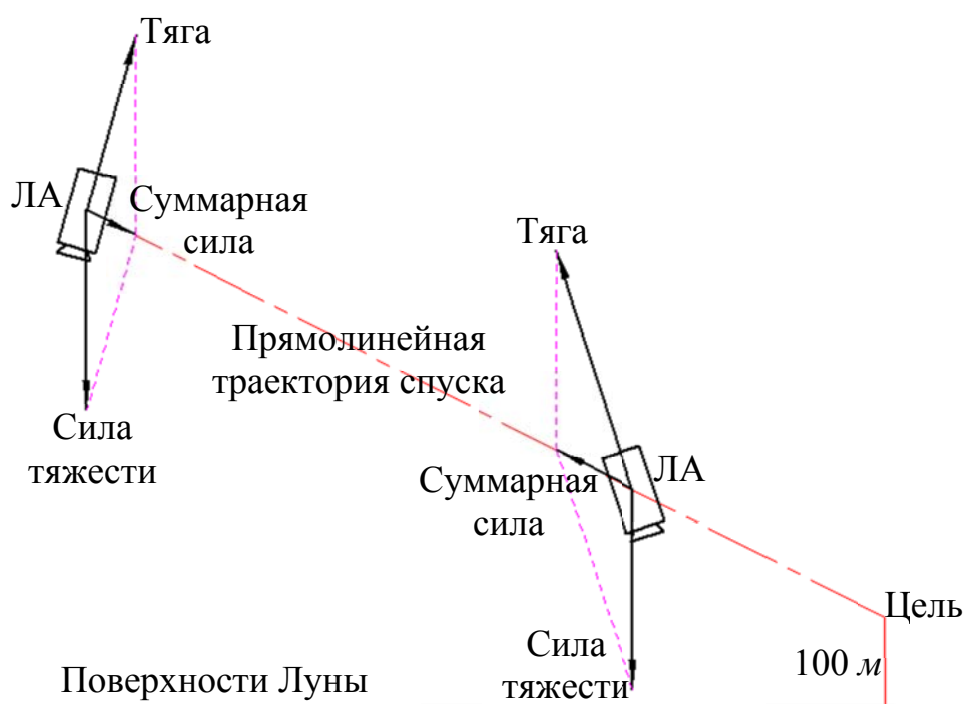


Рис. 1.3. Иллюстрация траектории этапа управляемого спуска КА «Чаньэ-3»

Из точки второго зависания на высоте около 100 м до точки третьего зависания на высоте 4 м над точкой посадки происходил медленный управляемый спуск КА с малой скоростью по траектории спуска, близкой к вертикальной. Сила тяги двигателя была близка к силе тяжести. На высоте 4 м двигатель был выключен, и произошла мягкая посадка КА на лунную поверхность.

Этапы процесса мягкой посадки КА «Чаньэ-3» указаны в табл. 1.4.

Таблица 1.4

Основные этапы мягкой посадки с зависаниями КА «Чаньэ-3»

Этап	Высота	Характеристика этапа
1.	$H_1=100$ км	Переход на орбиту $H_1 \times H_2$
2.	с $H_1$ до $H_2=15$ км	Пассивное движение по эллиптической орбите
3.	с $H_2$ до $H_3=3$ км	Основное торможение с линейной программой управления углом тангажа и постоянной тягой

4.	с $H_3$ до $H_4=2,4$ км	Вертикализация
5.	$H_4$	Первое зависание и предварительный («грубый») выбор точки посадки
6.	с $H_4$ до $H_5=100$ м	Управляемый спуск во вторую точку зависания над точкой посадки по прямолинейной траектории
7.	$H_5$	Второе зависание и окончательный («высокоточный») выбор точки посадки
8.	с $H_5$ до $H_6=4$ м	Медленный (высокоточный) спуск в третью точку зависания над точкой посадки
9.	$H_6$	Третье зависание над точкой посадки и выключение ДУ
10.	с $H_6$ до поверхности Луны	Прилунение

### 1.6. Схема мягкой посадки и задачи исследования, рассматриваемые в диссертации

Анализ показывает, что схема мягкой посадки с зависаниями, которая была реализована на КА «Чаньэ-3» и кратко описана в предыдущем подразделе, может быть усовершенствована, по крайней мере, применительно к следующим двум этапам:

- этапу основного торможения;
- этапу управляемого спуска.

Применительно к ЭОТ это усовершенствование может включать:

а) разработку методики формирования оптимальной программы управления вектором тяги ДТ, обеспечивающей совместно зависание и вертикализацию КА в момент окончания ЭОТ, что позволяет исключить отдельно реализуемые этапы вертикализации и повторного торможения КА;

б) разработку методики решения задачи совместной оптимизации программы управления вектором тяги ДТ и относительной массы ДУ по специальному критерию относительной массы ДУ, а не по классическому критерию массы топлива [41], для возможного повышения энергетической эффективности ДУ.

Решению этих двух задач посвящена вторая глава работы.

Применительно к этапу управляемого спуска после первого зависания усовершенствование может заключаться в замене прямолинейной траектории управляемого спуска между зависаниями с последующим отдельным этапом вертикализации КА, реализованной на КА «Чаньэ-3», оптимальной траекторией управляемого спуска совместно с вертикализацией КА в момент второго зависания.

Такой вариант построения траектории также может позволить повысить энергетическую эффективность управления на данном этапе и исключить отдельно реализуемый этап вертикализации КА после второго зависания КА. Как будет показано в дальнейшем, сложность реализации предлагаемой программы управления вектором тяги ДТ на ЭУС не превышает сложность реализации прямолинейной программы, применявшихся на КА «Чаньэ-3».

Основные этапы рассматриваемой в работе схемы мягкой посадки КА с двумя зависаниями с учетом предлагаемых модификаций представлены в табл. 1.5.

Таблица 1.5

Основные этапы схемы мягкой посадки, рассматриваемой в диссертации

Этап	Высота	Характеристика этапа
1	$H_1=100$ км	Переход на орбиту $H_1 \times H_2$
2	с $H_1$ до $H_2=15$ км	Пассивное движение по предпосадочной эллиптической орбите
3	с $H_2$ до $H_3=2.4$ км	Основное торможение по программе управления вектором тяги ДТ
4	$H_3$	Первое зависание и предварительный («грубый») выбор точки посадки
5	с $H_3$ до $H_4=100$ м	Управляемый спуск в точку второго зависания над точкой посадки
6	$H_4$	Второе зависание и окончательный («высокоточный») выбор точки посадки
7	с $H_4$ до $H_5=4$ м	Высокоточный медленный управляемый спуск в точку второго зависания над точкой посадки

8	$H_5$	Короткое третье зависание над точкой посадки и выключение ДУ
9	с $H_5$ до поверхности Луны	Прилунение

Разработке методик точного и приближенного решения задачи оптимального управления на ЭУС в указанной постановке посвящена третья глава работы.

При реализации любой схемы мягкой посадки, в том числе рассматриваемой в данной работе, существенную роль играет система управления движением КА, в том числе:

- состав, структура и ошибки навигационной системы (НС);
- характеристики систем управления движением центра масс и угловым движением КА;
- состав и характеристики возмущающих воздействий, действующие на КА на всех этапах реализации схемы.

Четвертая глава работы посвящена анализу вариантов построения навигационной системы КА, основанной на совместном использовании БИНС и других навигационных измерителей при реализации сформированной программы управления движением КА на всех этапах МП.

Вопросы построения замкнутой СУ КА и анализ точности ее функционирования с учетом основных возмущающих воздействий и ошибок измерительных приборов методом имитационного моделирования рассматриваются в последней, пятой главе работы.

В качестве основного упрощающего предположения, используемого в работе, является рассмотрение «плоского» движения КА. Применительно к ЭОТ используется модель центрального поля тяготения Луны, а применительно к ЭУС – модель однородного плоско-параллельного поля.

## 1.7. Заключение к главе 1

В главе 1 получены следующие основные результаты:

Проведен обзор и анализ миссий космических аппаратов к Луне, в которых посадочный модуль совершал жесткую или мягкую посадку на Лунную поверхность.

Рассмотрены возможные схемы мягкой посадки с селеноцентрической орбиты, в том числе схемы с одним и несколькими зависаниями. Отмечены преимущества и недостатки рассмотренных схем. Обоснована целесообразность реализации схемы мягкой посадки с несколькими зависаниями на современном этапе развития аэрокосмической техники.

Дано описание основных этапов варианта схемы МП с зависаниями, рассматриваемого в работе, сформулированы конкретные задачи исследования, решаемые в четырех последующих главах работы.



## **ГЛАВА 2. ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ ЛУННОГО АППАРАТА НА ЭТАПЕ ОСНОВНОГО ТОРМОЖЕНИЯ С ВЫБОРОМ ПАРАМЕТРОВ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКИ**

Во второй главе диссертации излагается методика решения задачи управления вектором тяги двигателя торможения на этапе основного торможения при реализации варианта схемы МП с зависаниями, анализируемого в работе.

Предлагаемое решение отличается от рассматривавшегося ранее «классического» решения [41] следующими двумя основными особенностями:

Оптимальная программа управления вектором тяги ДТ, т.е. ее величиной и направлением, характеризуемым углом тангажа КА, ищется совместно с выбором основной характеристики ДУ КА – относительной массы ДУ, используемой на ЭОТ.

В качестве конечного условия в момент окончания ЭОТ помимо достижения нулевой скорости КА выдвигается условие вертикальной ориентации продольной оси аппарата. Выполнение данного условия позволяет исключить дополнительные этапы вертикализации и повторного обнуления скорости КА, необходимые для обеспечения работы бортовой аппаратуры наблюдения, используемой для оперативного выбора места посадки КА.

Полученные численные результаты сравниваются с соответствующими аналогичными данными, полученными в работах других авторов.

### **2.1. Постановка задачи**

Целью данного раздела является разработка методики совместного выбора безразмерных параметров ДУ и программы управления вектором тяги на ЭОТ с учётом общей схемы реализации мягкой посадки, представленной в табл. 1.5.

Основными отличиями описываемого решения задачи от решений, приведённых в работах [30, 31, 61, 64], являются:

– рассматривается программа управления не всех этапов мягкой посадки, а только ЭОТ, но приближённо оценивается масса топлива для реализации остальных этапов посадки;

– применительно к ЭОТ задача формирования программы управления вектором тяги ДУ (как его величиной, так и направлением) решается совместно с оптимизацией безразмерных проектных параметров ДУ;

– в момент окончания ЭОТ на высоте зависания обеспечивается совместно обнуление скорости КА и вертикализация аппарата.

## 2.2. Модель движения КА на этапе основного торможения

Движение КА на ЭОТ в плоскости движения моделируется в инерциальной системе координат (ИСК). Начало системы расположено в периселении предпосадочной эллиптической орбиты, являющемся точкой начала траектории ЭОТ, ось  $y$  направлена вертикально вверх от гравитационного центра Луны, ось  $x$  – по нормали к оси  $y$  в направлении точки посадки (рис. 2.1).

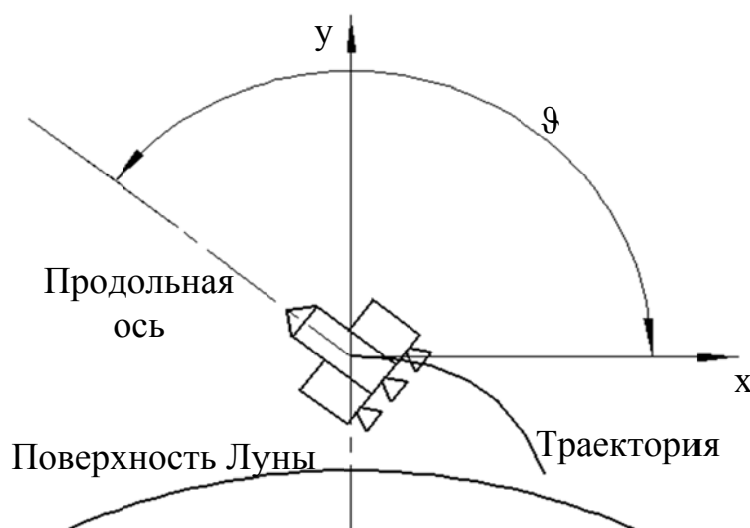


Рис. 2.1. Инерциальная система координат, используемая на ЭОТ

В предположении о том, что гравитационное поле Луны является центральным, движение КА в плоскости орбиты в проекциях на оси ИСК описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x \\ \dot{V}_x = g_x + \frac{P_x}{m} = -\frac{\mu_l x}{r^3} + a_{ДУ} \cos \vartheta \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{V}_y = g_y + \frac{P_y}{m} = -\frac{\mu_l (y + r_l + h_0)}{r^3} + a_{ДУ} \sin \vartheta \\ \dot{t}_m = p_t \end{cases} \quad (2.1)$$

где  $m$  – масса КА;

$P_x, P_y$  – составляющие тяги двигателя торможения в вакууме:

$$P_x = p_{уд} g_e \beta \cos \vartheta, P_y = p_{уд} g_e \beta \sin \vartheta;$$

$r_l$  – средний радиус Луны;

$\mu_l$  – гравитационная постоянная Луны;

$g_x, g_y$  – проекции ускорения свободного падения в окрестности Луны,

поле силы тяжести Луны центральное:

$$\begin{cases} g_x = -\frac{\mu_l}{r^2} \cdot \frac{x}{r} = -\frac{\mu_l x}{r^3} \\ g_y = -\frac{\mu_l}{r^2} \cdot \frac{y + r_l}{r} = -\frac{\mu_l (y + r_l)}{r^3} \end{cases};$$

$h_0$  – высота начала ЭОТ над средним радиусом Луны;

$\vartheta$  – угол тангажа КА относительно оси  $x$  ИСК;

$p_t(t) = \beta(t)/\beta_0$  – функция дросселирования двигателя от секундного расхода топлива;

$$t_m(t) = \int_{t_0}^t p_t dt \text{ – эквивалентное время полной работы двигателя.}$$

Для получения результатов в универсальной форме, позволяющей решать задачу применительно к относительным массам, ускорение КА,  $a_{ДУ} = P/m$ , создаваемое ДУ, записано с использованием безразмерных параметров, в том числе тяговооруженности  $n = p_{уд} \beta / m$  и параметра дросселирования двигателя  $p_t = \beta / \beta_0$ , согласно преобразованию

$$a_{\text{ДУ}} = \frac{p_e \left( \frac{\beta}{\beta_0} \right) p_{\text{уд}} g_e \beta}{m} = \frac{p_e \left( \frac{\beta}{\beta_0} \right) p_{\text{уд}} g_e \beta}{m_0 - \int_{t_0}^t \beta dt} = \frac{p_e \left( \frac{\beta}{\beta_0} \right) p_{\text{уд}} g_e \beta_0 p_t}{m_0 - \beta_0 t_m} =$$

$$= \frac{p_e(p_t) p_{\text{уд}} n_0 g_e p_t}{p_{\text{уд}} - n_0 t_m}$$

где  $m_0$  – полная масса КА;

$p_{\text{уд}}$  – номинальная удельная тяга двигателя в вакууме;

$p_e(p_t) p_{\text{уд}}$  – скорректированная удельная тяга. При  $p_t = 1$  удельная тяга – номинальная, чем ниже дросселирование, тем ниже удельная тяга;

$p_e$  – коэффициент удельной тяги. В качестве упрощенной зависимости этого коэффициента от дросселирования можно принять зависимость:

$$p_e(p_t) = 0.96 + 0.04 p_t \text{ при } 0.13 \leq p_t \leq 1;$$

$g_e$  – ускорение свободного падения на земной поверхности;

$\beta$  – секундный расход топлива;

$\beta_0$  – полный секундный расход топлива;

$n_0 = p_{\text{уд}} \beta_0 / m_0$  – начальная тяговооруженность КА.

Относительная текущая масса КА описывается соотношением

$$\mu_{\text{лфт}}(t) = \frac{m(t)}{m_0} = \frac{m_0 - \int_{t_0}^t \beta dt}{m_0} = \frac{m_0 - \beta_0 \int_{t_0}^t p_t dt}{m_0} = \frac{p_{\text{уд}} - \frac{p_{\text{уд}} \beta_0}{m_0} t_m(t)}{p_{\text{уд}}}$$

$$= \frac{p_{\text{уд}} - n_0 t_m(t)}{p_{\text{уд}}}$$

При решении задачи оптимального управления постоянно действующие или медленно меняющиеся возмущающие воздействия не учитываем, так как СУ может компенсировать их (глава 5).

### 2.3. Граничные условия

Как уже отмечалось, ЭОТ целесообразно начинать в окрестности периселения предпосадочной орбиты [30, 61, 64]. Высота перицентра  $h_0$  должна составлять около 15 км над средним радиусом Луны. При больших значениях  $h_0$  возрастают энергетические затраты на торможение КА на ЭОТ, а при меньших – увеличивается вероятность столкновения КА с возвышенностями или горами в процессе движения аппарата по траектории основного торможения. Таким образом, скорость КА  $v_0$  в момент начала ЭОТ может быть принята равной скорости в периселении предпосадочной орбиты. При исходных данных, указанных в табл. 1.5, её величина составляет

$$v_0 = \sqrt{\frac{\mu_l}{p}} \cdot (1 + e) = \sqrt{\frac{\mu_l \cdot a}{a^2 - c^2}} \cdot \left(1 - \frac{c}{a}\right) = 1692 \text{ м/с},$$

где  $a = r_l + (100 \text{ км} + 15 \text{ км})/2$  – большая полуось эллиптической орбиты;

$c = (100 \text{ км} - 15 \text{ км})/2$  – полурастояние между фокусами орбиты.

Скорость КА в конце ЭОТ  $v_{end}$  должна быть равна нулю.

Если, например, выбранная зона посадки «Чаньэ-3» находилась на высоте -2640 м ниже среднего радиусом Луны [61, 64], а конечная высота ЭОТ согласно табл. 1.5 должна составлять 2.4 км над местной поверхностью, то конечная высота ЭОТ  $h_{end} = 2400 - 2640 = -240 \text{ м}$  под средним радиусом Луны.

В момент окончания ЭОТ продольная ось ПА должна быть направлена вдоль радиуса-вектора от центра Луны к КА, т.е.

$$\tan \vartheta_{end} = \frac{r_l + h_0 + y_{end}}{x_{end}}.$$

Продольная ось КА в момент  $t_2$  должна быть ориентирована в направлении местной гравитационной вертикали, т. е. угол наклона оси КА к местному горизонту  $\Theta_{end}$  должен быть равен  $90^\circ$ . В «классическом» решении задачи [41] это условие не рассматривается.

В результате заданные граничные (начальные и конечные) условия в задаче управления аппаратом на ЭОТ записываются следующим образом

$$\text{Начальные: } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \\ v_{x0} = v_0, \\ v_{y0} = 0 \\ t_{m,0} = 0 \end{cases} \quad \text{Конечные: } \begin{cases} r_{end} = r_l + h_{end} \\ v_{x,end} = 0 \\ v_{y,end} = 0 \\ \tan \vartheta_{end} = (r_l + h_0 + y_{end})/x_{end} \end{cases} . \quad (2.2)$$

## 2.4. Анализ ДУ и критерий оптимальности

При проектировании КА всегда требуют, чтобы относительная масса полезной нагрузки (ПН) была максимальной, или наоборот, относительная масса всех прочих систем, кроме ПН, была минимальной.

В общем случае КА может иметь посадочную и взлетную ступени, но в данной работе учитываем только посадочную ступень (рис. 2.2).

При анализе движения КА можем оптимизировать лишь характеристику маршевой двигательной установки (ДУ), а характеристики прочих систем не зависят явно от движения центра масс аппарата. Поэтому объектом исследования является ДУ КА. Состав ДУ представлен на рис. 2.3.

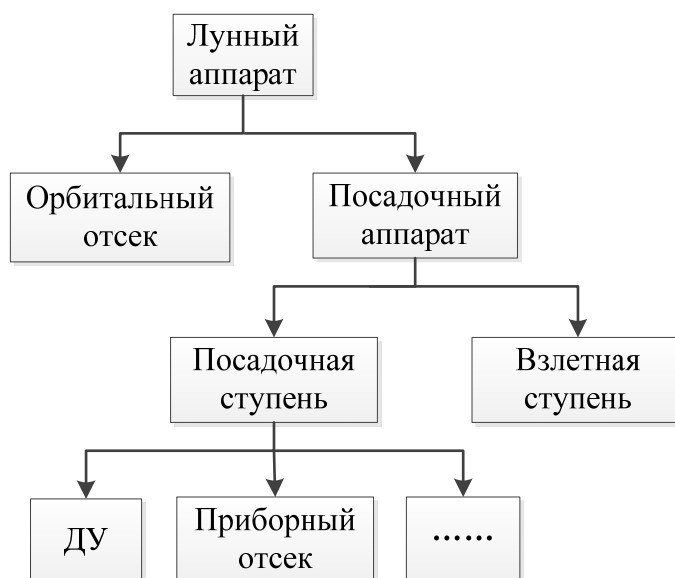


Рис. 2.2. Состав КА

Относительная масса ДУ КА, используемой на ЭОТ, складывается из относительных масс пяти основных её компонентов: двигателя  $\mu_d$ , топливных

баков  $\mu_{ТБ}$ , топлива для торможения на ЭОТ  $\mu_{Т1}$ , топлива для реализации остальных этапов  $\mu_{Т2}$ , прочих (вспомогательных) систем  $\mu_{п}$ . Поэтому при оптимизации ДУ необходимо минимизировать сумму

$$\mu_{ДУ} = \mu_{д} + \mu_{ТБ} + \mu_{Т1} + \mu_{Т2} + \mu_{п}.$$

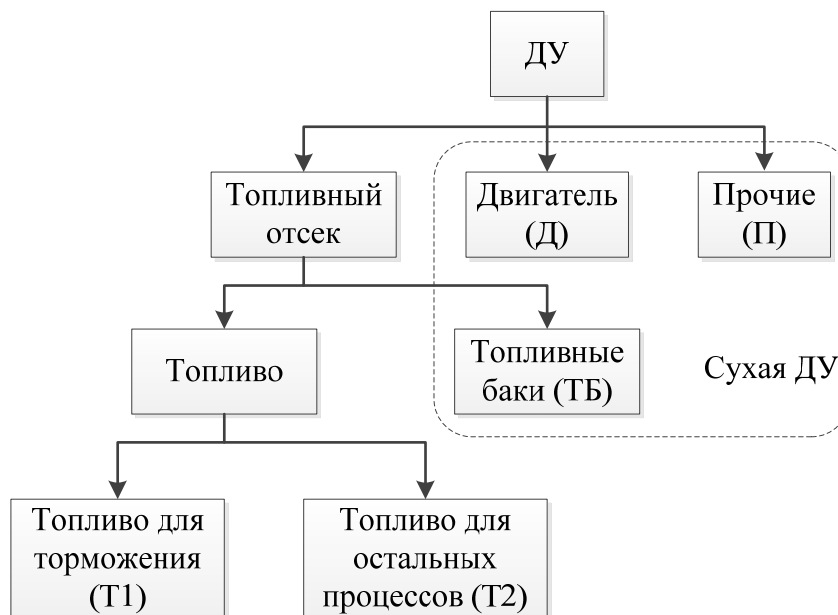


Рис. 2.3. Состав ДУ

#### 2.4.1. Относительная масса топлива на ЭОТ

Относительная масса топлива  $\mu_{Т1}$ , расходуемого на ЭОТ, пропорциональна интегралу от секундного расхода топлива  $\beta$ . Поэтому

$$\mu_{Т1} = \frac{\int_{t_0}^{t_{end}} \beta dt}{m_0} = \frac{\beta_0 \int_{t_0}^{t_{end}} p_t dt}{m_0} = \frac{P_0 t_{m,end}}{m_0 g_e p_{уд}} = \frac{n_0 t_{m,end}}{P_{уд}}. \quad (2.3)$$

т.е.  $\mu_{Т1} = \mu_{Т1}(n_0, t_{m,end}; P_{уд})$

#### 2.4.2. Оценка относительной массы топлива для остальных этапов

Топливо для осуществления этапов 1, 4 – 8, указанных в табл. 1.5, хранится в топливных баках вместе с топливом для реализации ЭОТ.

Характеристическая скорость этапа 1 (см. табл. 1.5) достаточно мала и поэтому может быть применена импульсная модель перехода. Относительная масса топлива для этого может быть вычислена в соответствии с импульсом скорости, вычисленным по формуле Циолковского. Импульс перехода с

селеноцентрической орбиты  $h_{кпыз} = 100$  км на орбиту  $h_{ано} \times h_{неп} = 100 \text{ км} \times 15 \text{ км}$  рассчитываем по формуле [26]:

$$\Delta v = \sqrt{\frac{\mu_l}{r}} - \sqrt{\frac{\mu_l}{p}} \cdot (1 - e) = \sqrt{\frac{\mu_l}{h + r_l}} - \sqrt{\frac{\mu_l \cdot a}{a^2 - c^2}} \cdot \left(1 - \frac{c}{a}\right) = 19.4 \text{ м/с}.$$

где:  $r$  – радиус начальной орбиты КА;

$\mu_l = G \cdot m_l$  – гравитационная постоянная Луны;

$p = \frac{a^2 - c^2}{a}$  – фокальный параметр орбиты;

$e = \frac{c}{a}$  – эксцентриситет орбиты;

$a = \frac{2 \cdot r_l + h + h_{\min}}{2} = r_l + \frac{h + h_{\min}}{2}$  – большая полуось орбиты;

$c = a - r_l - h_{\min} = \frac{h - h_{\min}}{2}$  – полурасстояние между фокусами орбиты.

А относительная масса топлива, которая потребуется для реализации перехода при  $p_{уд} = 308.8c$ , может быть рассчитана по формуле Циолковского

$$\mu_1 = 1 - \exp\left(-\frac{\Delta v}{g_e P_{уд}}\right) = 0.0064.$$

На этапах 4 – 8 (см. табл. 1.5) тяга двигателя может быть приближённо принята равной лунной силе тяжести, действующей на КА. Согласно работе [61, 64], совместно эти этапы могут длиться примерно  $\tau_{4,8} \approx 200c$ . Для оценки расхода топлива на этих этапах, т.е. от момента  $t_{4,0}$  начала этапа 4 до момента  $t_{8,end} = t_{4,0} + \tau_{4,8}$  окончания этапа 8, можно вместо переменной тяги  $P(t)$  рассматривать среднюю тягу

$$\begin{aligned} P_{mean} &\approx \frac{P(t_{4,0}) + P(t_{8,end})}{2} \approx \frac{\mu_{4,0} m_0 g_l + \mu_{8,end} m_0 g_l}{2} \\ &= \frac{(2 - 2\mu_1 - 2\mu_{т1} - \mu_2) m_0 g_l}{2}, \end{aligned}$$

где  $\mu_{4,0}$ ,  $\mu_{8,end}$  – относительные массы КА в моменты  $t_{4,0}$  и  $t_{8,end}$  соответственно;



$g_l$  – ускорение свободного падения на лунной поверхности.

Таким образом, относительная масса топлива для реализации этапов 4 – 8 составит

$$\mu_2 = \frac{m_2}{m_0} \approx \frac{\beta_{mean} \tau_{4,8}}{m_0} = \frac{P_{mean} \tau_{4,8}}{p_{уд} g_e m_0} = \frac{(2 - 2\mu_1 - 2\mu_{T1} - \mu_2) \tau_{4,8} g_l}{2p_{уд} g_e}$$

т.е.  $\mu_2 = \frac{2(1 - \mu_1 - \mu_{T1}) \tau_{4,8} g_l}{2p_{уд} g_e + \tau_{4,8} g_l}$

В результате суммарная относительная масса топлива для этапов 1, 4 и 5 может быть рассчитана с помощью соотношения

$$\mu_{T2} = \mu_1 + \mu_2 + \mu_G = \frac{(2 - \mu_1 - 2\mu_{T1}) \tau_{4,8} g_l + 2p_{уд} g_e \mu_1}{2p_{уд} g_e + \tau_{4,8} g_l} + \mu_G, \quad (2.4)$$

т. е.  $\mu_{T2} = \mu_{T2}(\mu_{T1}, \Delta v, \mu_G, \tau_{4,8}, p_{уд})$ ,

где  $\mu_G$  – дополнительный относительный гарантийный запас топлива. Величину этого запаса можно оценить статистически, анализируя движение КА с учётом возмущений и ошибок реализации программной траектории движения аппарата.

### 2.4.3. Относительная масса топливных баков

Относительная масса топливных баков зависит от общего количества топлива [33]:

$$\mu_{TB} \approx a_{TB} \cdot \mu_T = a_{TB} \cdot (\mu_{T1} + \mu_{T2})$$

т.е.  $\mu_{TB} = \mu_{TB}(\mu_{T1}, \mu_{T2}, a_{TB})$  (2.5)

где  $a_{TB}$  – коэффициент отношения массы топливных баков к массе топлива. Этот коэффициент зависит от технологии, перегрузок, испытываемых КА в полете, типа баков, количества баков и других факторов.

Масса ТБ состоит из двух частей: масса корпуса бака и масса прочих компонентов. Приблизительно масса корпуса топливных баков может быть вычислена в зависимости от типа бака, материала и объема топлива с помощью приведенных ниже соотношений.

В качестве компонентов топлива для ДУ ПА будем рассматривать азотный тетроксид (АТ) и монометилгидразин (ММГ). Рассматриваемые параметры компонентов топлива и топливных баков представлены в табл. 2.1.

Таблица 2.1

Исходные данные, характеризующие параметры топлива и топливных баков

	Обозначение	Единица измерений	Бак окислителя	Бак горючего
Компонент			АТ	ММГ
Соотношение компонентов по массе	$k_k$		1.65	1
Плотность топлива	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	1446	866
Тип бака			сферический	сферический
Количество баков	$n$		2	2
Средняя толщина бака	$\delta$	мм	8	5
Материал бака			алюминиевый справ	алюминиевый справ
Плотность материала	$\rho_{al}$	т/м <sup>3</sup>	2.7	2.7
Относительный объем сжатого газа (СГ) подачи	$k_{CG}$		0.05	0.05
Относительная масса прочих деталей (ПД)	$k_{ПД}$		0.25	0.25

Масса АТ и ММГ:

$$m_{AT} = \frac{k_k \cdot m_T}{k_k + 1}, \quad m_{MMG} = \frac{m_T}{k_k + 1}.$$

Объем АТ и ММГ в каждом баке:

$$v_{AT} = \frac{m_{AT}}{n_{AT} \cdot \rho_{AT}}, \quad v_{MMG} = \frac{m_{MMG}}{n_{MMG} \cdot \rho_{MMG}}.$$

Объем каждого бака АТ и ММГ с объемом сжатого газа:

$$v_{ТБ.АТ} = v_{АТ} + v_{ПГ} \approx v_{АТ} + k_{СГ} \cdot v_{ТБ.АТ} = \frac{v_{АТ}}{1 - k_{СГ}},$$

$$v_{ТБ.ММГ} = v_{ММГ} + v_{ПГ} \approx v_{ММГ} + k_{СГ} \cdot v_{ТБ.ММГ} = \frac{v_{ММГ}}{1 - k_{СГ}}.$$

Радиус каждого сферического бака:

$$r_{АТ} = \sqrt[3]{v_{ТБ.АТ} \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi}}, \quad r_{ММГ} = \sqrt[3]{v_{ТБ.ММГ} \cdot \frac{3}{4 \cdot \pi}}.$$

Площадь каждого бака:

$$s_{АТ} = 4 \cdot \pi \cdot r_{АТ}^2, \quad s_{ММГ} = 4 \cdot \pi \cdot r_{ММГ}^2.$$

Масса каждого бака:

$$\begin{aligned} m_{ТБ.АТ} &= s_{АТ} \cdot \delta_{АТ} \cdot \rho_{al} + m_{дс} = s_{АТ} \cdot \delta_{АТ} \cdot \rho_{al} + k_{ПД} \cdot m_{ТБ.АТ} \\ &= \frac{s_{АТ} \cdot \delta_{АТ} \cdot \rho_{al}}{1 - k_{ПД}}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} m_{ТБ.ММГ} &= s_{ММГ} \cdot \delta_{ММГ} \cdot \rho_{al} + m_{дс} = s_{ММГ} \cdot \delta_{ММГ} \cdot \rho_{al} + k_{ПД} \cdot m_{ТБ.ММГ} \\ &= \frac{s_{ММГ} \cdot \delta_{ММГ} \cdot \rho_{al}}{1 - k_{ПД}}. \end{aligned}$$

Суммарная масса топливных баков:

$$m_{ТБ} = n_{АТ} \cdot m_{ТБ.АТ} + n_{ММГ} \cdot m_{ТБ.ММГ}.$$

Заметим, что зависимость массы топливных баков от массы топлива нелинейная:  $m_{ТБ} \sim (m_T)^{2/3}$ .

Поэтому относительная масса топливных баков не может быть однозначной функцией относительной массы топлива:

$$\mu_{ТБ} \sim (\mu_T)^{2/3} \cdot (m_0)^{-1/3}.$$

По этой причине в данной работе использовалась приближенная линейная зависимость между массой топлива и массой топливных баков, характеризуемая коэффициентом:

$$a_{ТБ} = \frac{m_{ТБ}}{m_T} = \frac{\mu_{ТБ}}{\mu_T} \approx const.$$

Например, для посадочной ступени лунного аппарата с массой топлива 8... 8.5 т (посадочная ступень КА «Аполлон» имела массу топлива 8.21 т) имеем:

$$m_{ТБ} = 675...703\text{кг}, a_{ТБ} = 0.0844...0.0827.$$

В данной работе в качестве исходных данных рассматривались данные, приведенные в табл. 2.1.

#### 2.4.4. Относительная масса двигателя

Относительная масса двигателя является функцией полной тяги

$$\mu_D = \frac{m_D}{m_0} = \frac{\gamma_D \cdot P_0}{m_0 \cdot g_e} = \gamma_D \cdot n_0, \quad (2.6)$$

т.е.  $\mu_D = \mu_D(n_0; \gamma_D)$ ,

где:  $\gamma_D = \frac{1}{n_D} = \frac{m_D \cdot g_e}{P_0}$  – удельная масса двигателя;

$n_D$  – собственная тяговооруженность двигателя;

$m_D$  – масса двигателя;

$P_0$  – полная тяга;

$n_0 = \frac{p_{уд} \cdot \beta_0}{m_0}$  – начальная тяговооруженность КА;

$m_0$  – полная масса.

Характеристики некоторых двигателей с тягой 1 кН...30 кН приведены в Приложении. Отметим, что посадочная ступень КА «Аполлон» могла создавать тягу в диапазоне 4.7 кН ... 43.8 кН. Анализ данных, указанных в приложении, показал, что для дальнейших расчетов можно принять  $\gamma_D = 0.051$  и  $p_{y0} = 308.8$  с.

#### 2.4.5. Относительная масса прочих систем ДУ

Статистически масса прочих систем ДУ значительно меньше массы топливного отсека и массы двигателя [33]. Отношение массы прочих систем

ДУ к суммарной массе  $k_{II}$  будем рассматривать как малую константу  $k_{II}=0.1$ .

Тогда

$$\mu_{ДУ} = \mu_{T1} + \mu_{T2} + \mu_{TB} + \mu_D + \mu_{II} = \mu_{T1} + \mu_{T2} + \mu_{TB} + \mu_D + k_{II} \cdot \mu_{ДУ}$$

$$\text{т.е. } \mu_{ДУ} = \frac{\mu_{T1} + \mu_{T2} + \mu_{TB} + \mu_D}{1 - k_{II}}. \quad (2.7)$$

#### 2.4.6. Математическая формулировка критерия

Используя приведенные выше соотношения (2.3) – (2.7), получаем общее выражение для относительной массы ДУ как критерия оптимальности двигательной установки КА:

$$\begin{aligned} \mu_{ДУ} &= \mu_{T1} + \mu_{T2} + \mu_{TB} + \mu_D + \mu_{II} = \\ &= \left[ \frac{(2 - \mu_1 - \mu_{T1}) \cdot \tau_{4,8} \cdot g_l + (\mu_1 + \mu_{T1}) \cdot 2 \cdot p_{уд} \cdot g_e}{\tau_{4,8} \cdot g_l + 2 \cdot p_{уд} \cdot g_e} + \mu_{II} \right] \cdot \frac{1 + a_{TB}}{1 - k_{II}} + \frac{\gamma_D \cdot n_0}{1 - k_{II}} \end{aligned}$$

В данном критерии неизвестными являются два параметра:  $\mu_{T1}$  и  $n_0$ . Эти взаимосвязанные друг с другом параметры подлежат оптимизации совместно с решением задачи управления вектором тяги ДТ КА на ЭОТ. Такой вариант постановки задачи отличается от «классического» варианта, рассмотренного в работе [41], в котором в качестве критерия рассматривалась не относительная масса ДУ в целом, а только относительная масса топлива  $\mu_{T1}$ , расходуемого на реализацию ЭОТ.

#### 2.5. Задача оптимального управления КА на ЭОТ

Целью решения задачи оптимизации является нахождение начальной тяговооружённости  $n_0$ , а также программ управления углом тангажа  $\mathcal{G}(t)$  и дросселирования двигателя  $p_i(t)$  на ЭОТ, которые совместно обеспечивают выполнение граничных условий (2.2) и одновременно минимизируют относительную массу ДУ, т.е. обеспечивают решение оптимизационной задачи

$$\mu_{ДУ}^* = \min \mu_{ДУ}(n_0, \mathcal{G}(t), p_i(t)).$$

### 2.5.1. Анализ программы угла тангажа

Универсального метода решения задачи оптимизации в указанной постановке пока не существует. Поэтому для нахождения решения был использован модифицированный вариант «классического» решения задачи с критерием минимума расхода топлива [41].

В рамках такого решения была применена параметризация программы управления углом тангажа в виде функции

$$\tan \mathcal{G} = (a_1 - a_2 t) / (a_3 - a_4 t),$$

зависящей от четырёх параметров:  $a_1, \dots, a_4$ .

Число параметров в этом соотношении можно сократить до трёх, если учесть тот факт, что у КА, начинающего основное торможение вблизи точки перицентра предпосадочной орбиты, начальный угол тангажа  $\mathcal{G}(t=0) \neq 90^\circ$ , и поэтому  $a_3 \neq 0$  ( $\tan \mathcal{G}_0 = a_1/a_3$ ).

Поэтому, разделив дробь на  $a_3$ , получим

$$\tan \mathcal{G}(t) = \frac{a_1 - a_2 t}{a_3 - a_4 t} = \frac{a_1/a_3 - (a_2/a_3)t}{1 - (a_4/a_3)t} = \frac{c_1 - c_2 t}{1 - c_4 t}. \quad (2.8)$$

В этом случае требуемый начальный угол тангажа рассчитывается по формуле

$$\mathcal{G}_0 = \arctan \frac{a_1}{a_3} + k\pi = \arctan c_1 + k\pi.$$

Для вычисления последующих значений угла тангажа

$$\mathcal{G}(t) = \arctan(\tan \mathcal{G}) + k\pi = \arctan \left( \frac{c_1 - c_2 \cdot t}{1 - c_4 \cdot t} \right) + k\pi \quad (k = 0 \text{ или } 1)$$

удобно использовать функцию арккосинус, так как  $0 < \mathcal{G} < 180^\circ$ , т.е.

$$\mathcal{G}^*(t) = \arccos \left[ \frac{-(1 - c_4 \cdot t)}{\sqrt{(1 - c_4 \cdot t)^2 + (c_1 - c_2 \cdot t)^2}} \right].$$

Для подачи программного сигнала управления ориентацией КА в СУ угловым движением КА требуется вычислить программу управления угловым

ускорением КА. Дифференцирование программы угла тангажа приводит к получению выражения для угловой скорости:

$$\begin{aligned}
 \omega^*(t) &= \frac{d\mathcal{G}}{dt} = \frac{d\mathcal{G}}{d \tan \mathcal{G}} \cdot \frac{d \tan \mathcal{G}}{dt} = \cos^2 \mathcal{G} \cdot \frac{d}{dt} \left( \frac{c_1 - c_2 \cdot t}{1 - c_4 \cdot t} \right) = \\
 &= \frac{1}{1 + \tan^2 \mathcal{G}} \cdot \frac{-c_2 \cdot (1 - c_4 \cdot t) + c_4 \cdot (c_1 - c_2 \cdot t)}{(1 - c_4 \cdot t)^2} = \\
 &= \frac{(1 - c_4 \cdot t)^2}{(c_1 - c_2 \cdot t)^2 + (1 - c_4 \cdot t)^2} \cdot \frac{-c_2 \cdot (1 - c_4 \cdot t) + c_4 \cdot (c_1 - c_2 \cdot t)}{(1 - c_4 \cdot t)^2} = \\
 &= \frac{c_1 \cdot c_4 - c_2}{(c_1 - c_2 \cdot t)^2 + (1 - c_4 \cdot t)^2},
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

а повторное дифференцирование (2.9) – программу изменения углового ускорения аппарата:

$$\begin{aligned}
 \alpha^*(t) &= \frac{d\omega}{dt} = \frac{d}{dt} \left[ \frac{c_1 \cdot c_4 - c_2}{(c_1 - c_2 \cdot t)^2 + (1 - c_4 \cdot t)^2} \right] = \\
 &= \frac{2 \cdot (c_2 - c_1 \cdot c_4) \cdot [(c_2^2 + c_4^2) \cdot t - c_1 \cdot c_2 - c_4]}{\left[ (c_1 - c_2 \cdot t)^2 + (1 - c_4 \cdot t)^2 \right]^2}.
 \end{aligned}$$

Числитель в (2.9) является постоянной величиной. Поэтому угловая скорость не может быть нулевой, или быть всегда нулевой. Однако в момент окончания ЭОТ угловая скорость должна быть равна нулю. Поэтому в конце ЭОТ программа управления углом тангажа должна быть отработана следующим образом: в момент времени  $t_\alpha$  система стабилизации начинает ориентировать КА с максимальным допустимым угловым ускорением  $\alpha_{\max} = 1^\circ / \text{с}^2$  таким образом, чтобы в конечный момент времени  $t_2$  угловая скорость была равна нулю. Тогда конечный угол тангажа:

$$\mathcal{G}_{\text{end}} = \mathcal{G}^*(t_\alpha) + \alpha_{\max} (t_\alpha - t_2)^2 / 2.$$

Значение  $t_\alpha$  можно установить как момент пересечения программы угловой скорости (2.9) с прямой линией  $\alpha_{\max} (t - t_2)$ :

$$\omega^*(t_\alpha) = \alpha_{\max} (t_\alpha - t_2).$$

Начальная угловая скорость КА также нулевая, поэтому аналогичная отработка должна быть реализована и в начале ЭОТ.

### 2.5.2. Анализ программы дросселирования

В классическом решении оптимальная программа дросселирования имеет вид

$$p_t = \begin{cases} p_{t,\max}, & \text{если } H_p > 0 \\ p_{t,\min}, & \text{если } H_p < 0 \end{cases}$$

где  $H_p$  – функция переключения.

Знак производной функции переключения можно оценить следующим образом [41]:

$$\text{sign}(\dot{H}_p) = \text{sign}\left[(c_2^2 + c_4^2) \cdot t - c_1 \cdot c_2 - c_4\right].$$

Функция  $\dot{H}_p$  прямолинейная, а функция  $H_p$  имеет не более двух нулевых точек. На практике постоянную тягу можно рассматривать как частный случай двухуровневого варианта дросселирования (рис. 2.4). А трёхуровневый вариант плохо согласуется с последующим этапом реализации мягкой посадки, когда величина силы тяги должна быть примерно равна силе тяжести, значение которой на Луне относительно мало.

Поэтому в данной работе предлагается рассматривать *двухуровневый* вариант дросселирования тяги: вначале двигатель работает с максимальной тягой, а в конце – с минимальной ненулевой, поскольку с точки зрения надёжности выключать ДУ полностью нецелесообразно.



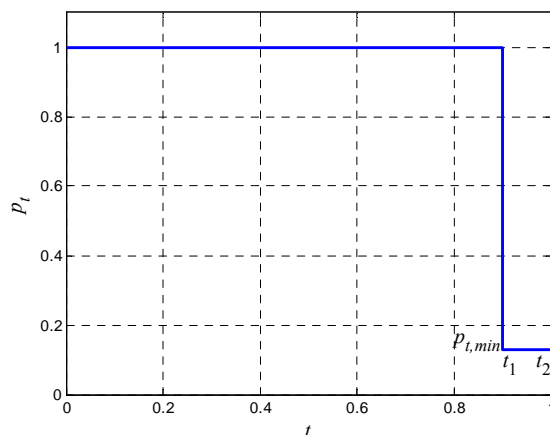


Рис. 2.4. Ступенчатая программа дросселирования тяги ДТ на ЭОТ

При двухуровневой функции дросселирования относительная масса топлива для реализации ЭОТ может быть рассчитана с помощью соотношения

$$\begin{aligned} \mu_{\tau 1} &= \beta_0 t_{m \text{ end}} / m_0 = \beta_0 p_{\text{уд}} t_2 \left[ k_{1/2} + (1 - k_{1/2}) p_{t \text{ min}} \right] / (m_0 p_{\text{уд}}) = \\ &= n_0 t_2 \left[ k_{1/2} + (1 - k_{1/2}) p_{t \text{ min}} \right] / p_{\text{уд}} \end{aligned}$$

где:  $t_2$  – полная длительность ЭОТ;

$t_{1/2} = t_1 / t_2$  – отношение времени работы двигателя с полной тягой  $t_1$  к длительности ЭОТ;

$t_1$  – момент времени выключения полной тяги;

$p_{t, \text{min}}$  – глубина дросселирования двигателя.

Отношение  $t_{1/2}$  используется вместо момента времени  $t_1$ , так как моменты  $t_1$  и  $t_2$  взаимосвязаны друг с другом ( $0 < t_1 \leq t_2$ ), причем  $t_2$  – переменная величина, в то время как  $t_{1/2}$  изменяется в фиксированном интервале  $0 < t_{1/2} \leq 1$ , что упрощает процесс решения оптимизационной задачи.

### 2.5.3. Формулировка задачи оптимального управления

Таким образом, при использовании указанных допущений для решения оптимизационной задачи требуется определить 6 неизвестных параметров:

$n_0$  – полная тяговооруженность;

$t_2, t_{1/2}$  – параметры программы управления ДУ;

$c_1, c_2, c_4$  – параметры программы управления углом тангажа.

Число дифференциальных уравнений движения КА (2.1) равно пяти, а число граничных условий (2.2) – девяти.

Для решения краевой задачи (2.1) – (2.2) мы воспользовались готовой программой **bvp5c** системы программирования MATLAB. Эта программа позволяет определить  $4 = 9$  (число граничных условий) –  $5$  (число уравнений) из 6 неизвестных параметров, т.е.  $n_0, c_1, c_2, c_4$ .

Поэтому для применения указанной программы временные параметры  $t_2$  и  $t_{1/2}$  оптимизационной задачи должны быть заданы. В предлагаемой методике эти параметры рассматриваются подлежащими оптимизации во внешнем цикле, а параметры  $n_0, c_1, c_2, c_4$  определяются на каждом шаге итерационного процесса путём решения краевой задачи.

Программа **bvp5c** разработана для решения краевых задач с использованием метода Lobatto [57], позволяющего интегрировать жёсткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений с высокой точностью. Код программы является открытым, что делает её доступной универсальной программой для решения краевых задач. Таким образом, использование указанной программы позволяет находить параметр  $n_0$  совместно с параметрами  $c_1, c_2, c_4$  автоматически.

## 2.6. Алгоритм и программа решения задачи

Автором был разработан итерационный вычислительный алгоритм, в котором предусматривается поочерёдное решение двух задач: краевой задачи для нахождения параметров управления вектором тяги  $n_0, p_t(t), \mathcal{G}(t)$  и задачи параметрической оптимизации величины относительной массы ДУ

$$\mu_{ДУ} = \mu_{T1} + \mu_{T2} + \mu_{TB} + \mu_D + \mu_{II} = \Phi(t_2, t_{1/2}, n_0(t_2, t_{1/2})).$$

На каждом шаге итерационного процесса краевая задача решается с использованием соотношения (2.3) для определения программы угла тангажа, а задача оптимизации параметров  $t_2, t_{1/2}$  – с помощью модифицированного алгоритма покоординатного спуска и метода квадратичной интерполяции.

Также была разработана компьютерная программа, реализующая алгоритм в среде программирования MATLAB.

### 2.6.1. Модификация метода покоординатного спуска

Разработанная модификация метода покоординатного спуска представляет собой вариант метода оптимизации нулевого порядка, в котором информации о производных от целевой функции не используется. Модификация заключается в дополнительном использовании поиска по суммарному направлению, формируемому на основе данных двух предыдущих шагов. Модификация позволяет повысить эффективность метода. Особенности разработанного метода иллюстрируют рис. 2.5 и рис. 2.6.

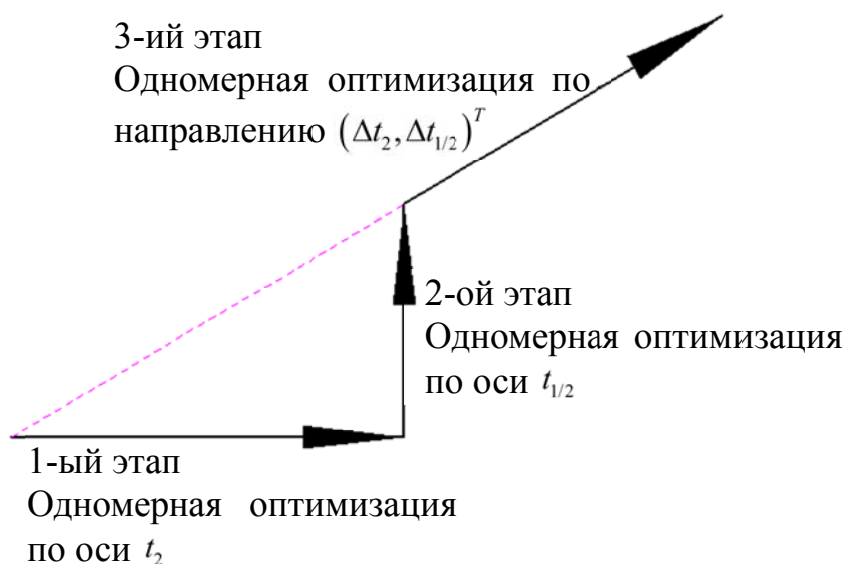


Рис. 2.5. Схема реализации модифицированного метода покоординатного спуска в одной итерации поиска

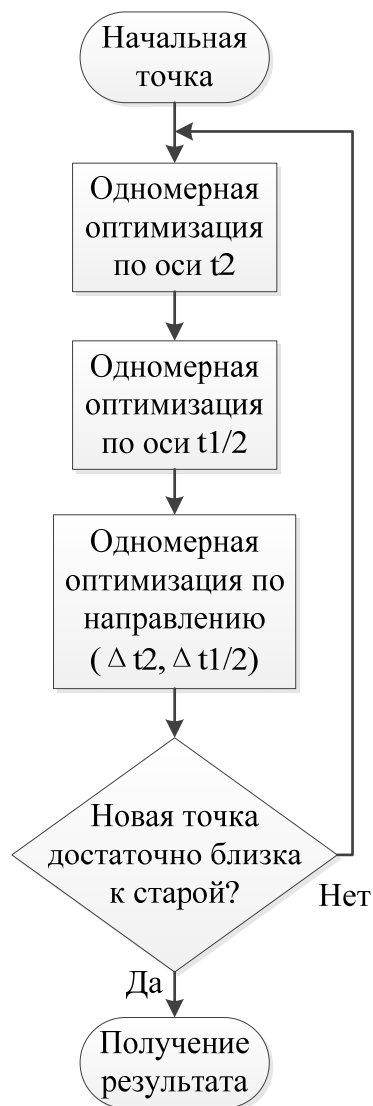


Рис. 2.6. Алгоритм модифицированного метода покоординатного спуска

### 2.6.2. Метод квадратичной интерполяции

На каждом шаге решения задачи двумерной оптимизации с использованием метода нулевого порядка необходимо решать задачи одномерного оптимизации. Для этого в работе был использован одномерный метод оптимизации нулевого порядка – метод квадратичной интерполяции. Схема и алгоритм метода квадратичной интерполяции представлены на рис. 2.7 и рис. 2.8.

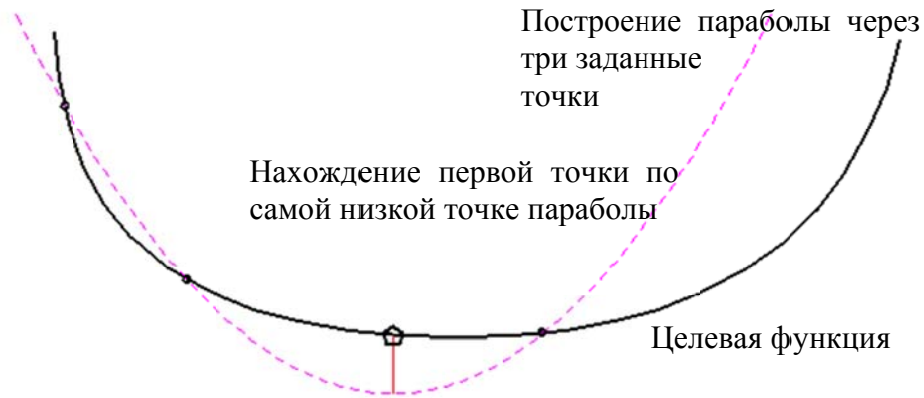


Рис. 2.7. Иллюстрация метода квадратичной интерполяции

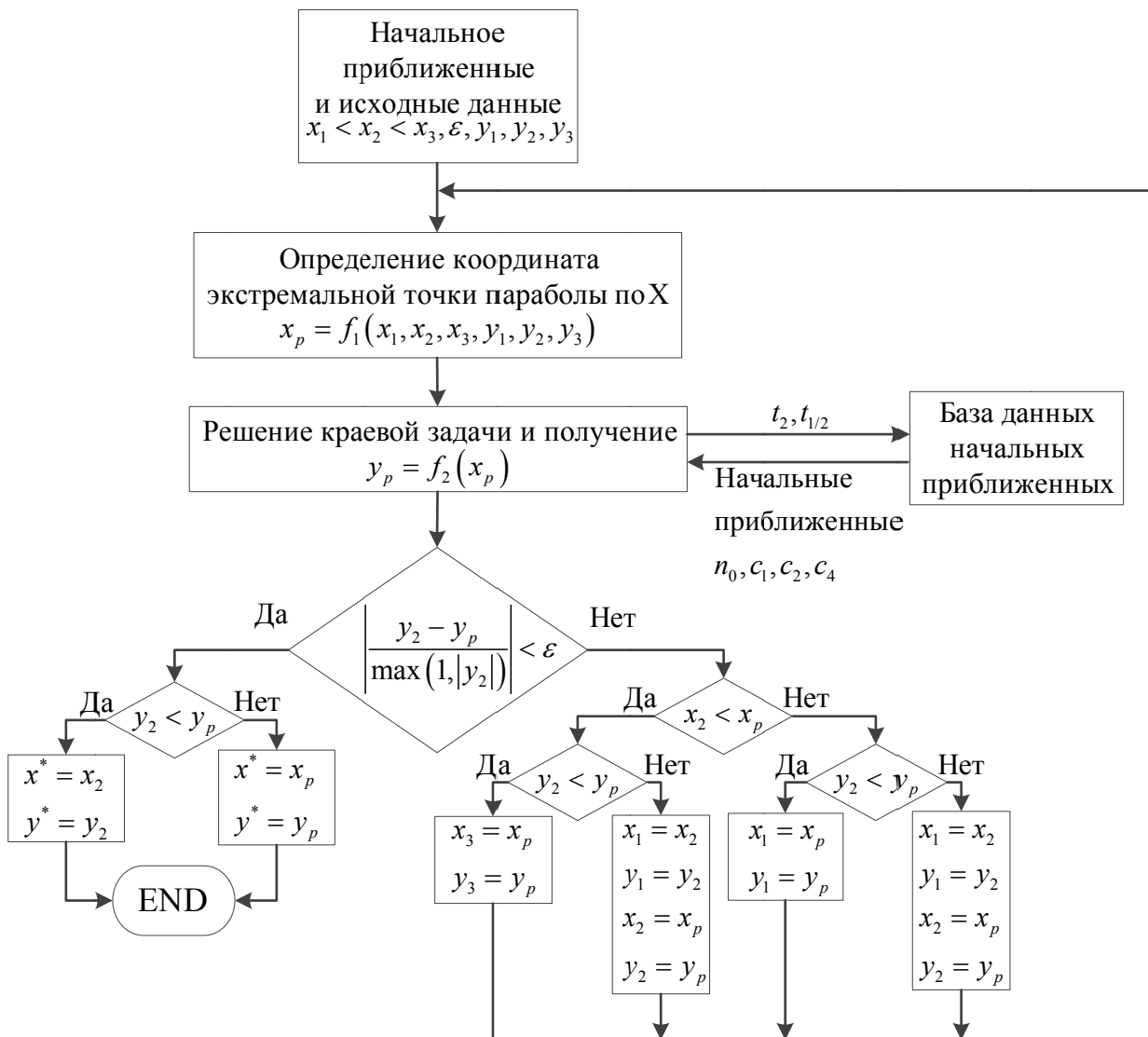


Рис. 2.8. Алгоритм реализации метода квадратичной интерполяции

На рис. 2.8:

$$x_p = \frac{1}{2} \cdot \frac{(x_2^2 - x_3^2) \cdot y_1 + (x_3^2 - x_1^2) \cdot y_2 + (x_1^2 - x_2^2) \cdot y_3}{(x_2 - x_3) \cdot y_1 + (x_3 - x_1) \cdot y_2 + (x_1 - x_2) \cdot y_3} .$$

$$y_p = f(x_p)$$

### 2.6.3. Построение базы данных начальных приближений

Для нахождения решения задачи оптимального управления движением КА совместно с оптимизацией параметров ДУ КА необходимо решать последовательность краевых задач.

Как известно, эффективность решения краевой задачи сильно зависит от выбора начального приближения. Вводить в программу начальные приближения вручную при решении последовательности краевых задач в процессе одномерных оптимизаций по параметрам КА затруднительно.

Для экономии времени начальные приближения необходимо формировать автоматически. При этом в качестве начального приближения может быть использован результат решения краевой задачи на предыдущем шаге итерационного процесса.

Но такой подход не эффективен, если шаг изменения параметров недостаточно мал. Более эффективным является подход, основанный на построении базы данных начальных приближений, позволяющей выбирать из базы очередное приближение, ближайшее к текущему вектору оптимизируемых параметров, автоматически (рис. 2.9).

Таким образом, разработка методики, обеспечивающей успешное и быстрое решение набора краевых задач при оптимизации управления движением КА, является важной вычислительной задачей. При этом задание начального приближения для наборов краевых задач является существенным компонентом этой задачи, поскольку решение оптимизационной задачи при заданном начальном приближении уже рассмотрено многими учеными, а в системе программирования Матлаб для ее решения даже построена универсальная функция **bvp5c**. Для применения указанной функции требуется

задавать начальные приближения в зависимости от текущих значений переменных состояния и параметров КА.

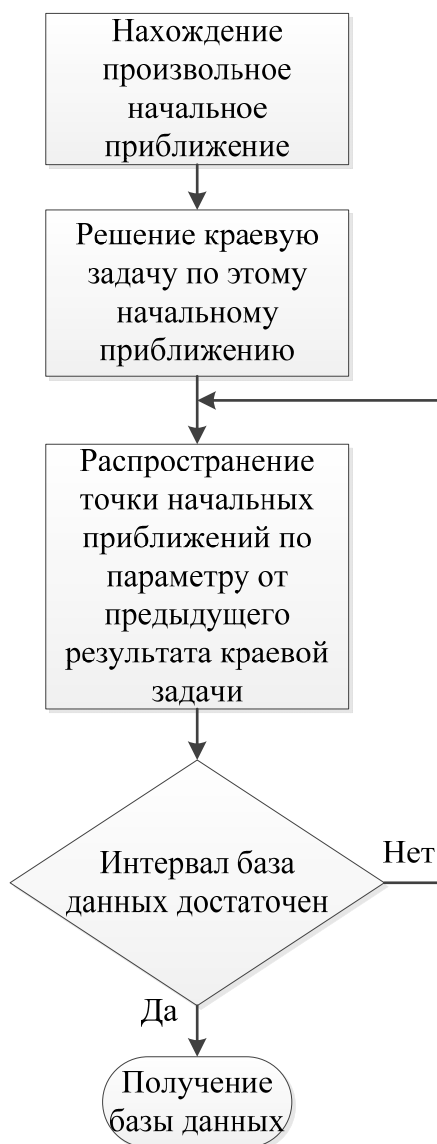


Рис. 2.9. Алгоритм построения базы данных

Предлагаемая автором методика построения базы данных заключается в следующем. Вначале задаем произвольное начальное приближение, которое обеспечивает решение некоторой краевой задачи. Затем ищем начальные приближения на сетке по параметрам в окрестности результата решения этой краевой задачи. Если некоторые параметры изменяются слабо, то распространение может производиться только по остальным параметрам, изменяющимся достаточно сильно.

Такой подход позволяет уменьшить размерность базы данных и экономить компьютерное пространство для ее хранения. Решение задачи

оптимизации по параметрам КА может начинаться с наилучшей точки, взятой из базы данных. Шаг сетки начальных приближений в базе данных по параметрам КА должен быть достаточно мал, чтобы узлы сетки не отстояли слишком далеко от глобального оптимума.

## 2.7. Результаты решения задачи и их анализ

С использованием описанной методики решения задачи оптимизации и реализующих эту методику алгоритмов и алгоритмов была разработана общая вычислительная программа. В качестве примера, демонстрирующего работоспособность и эффективность созданной методики и программы, были проведены численные расчёты при следующих исходных данных:

$$\begin{cases} p_{уд} = 308.8 \text{ с} \\ \gamma_d = 0.051 \\ a_{ТБ} = 0.12 \\ k_{п} = 0.1 \\ \mu_r = 0.02 \\ p_t \in [0.133, 1] \end{cases} \quad (2.10)$$

где:  $\gamma_d$  – удельная масса двигателя;

$a_{ТБ}$  – коэффициент отношения массы топливных баков к массе топлива;

$k_{п}$  – отношение массы прочих систем ДУ к суммарной её массе.

В результате расчётов были получены следующие оптимальные значения параметров ДУ, а также программ управления величиной и направлением вектора тяги двигателя, а именно:

Относительная масса ДУ:

$$\begin{cases} \mu_{r1}^* = 0.4464 \\ \mu_{r2}^* = 0.08243 \\ \mu_{ТБ}^* = 0.063459 \\ \mu_d^* = 0.018589 \\ \mu_{ДУ}^* = 0.67875 \end{cases} \quad (2.11)$$

Требуемая начальная тяговооруженность:  $n_0^* = 0.36687$ .



Временные параметры управления дросселированием:

$$\begin{cases} t_1^* = 376.6544c \\ t_2^* = 387.9439c \end{cases}$$

Параметры управления углом тангажа:

$$\begin{cases} c_1^* = -0.13683 \\ c_2^* = -1.3494 \times 10^{-4} \\ c_4^* = 0.002626 \end{cases}$$

$$t_\alpha = 386.2013c$$

Относительная масса ДУ заметно снижается с увеличением удельной тяги и при уменьшении удельной массы двигателя, а влияние удельной тяги значительно сильнее по сравнению с влиянием удельной массы двигателя (см. рис. 2.10). При этом требуемая начальная тяговооруженность также изменяется.

Процесс сходимости итерационного решения задачи оптимизации демонстрирует рис. 2.11. Как видно из рисунка, предложенный модифицированный метод покоординатного спуска хорошо работает. Угловая дальность ЭОТ составляет  $10.9989^\circ$  (рис. 2.12). На рис. 2.13 – 2.23 приведены графики изменения во времени параметров движения КА при реализации ЭОТ.

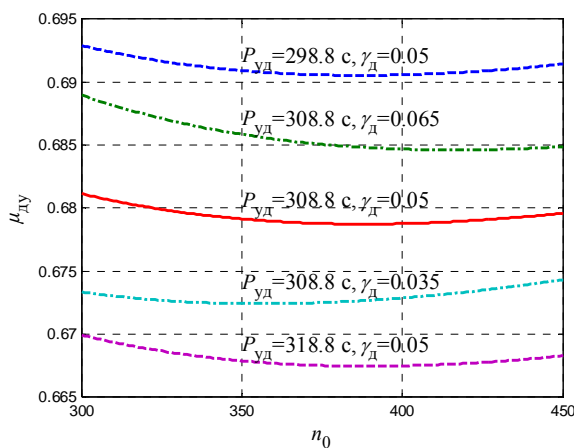


Рис. 2.10. Зависимость  $\mu_{ДУ}(n_0)$  от  $n_0$

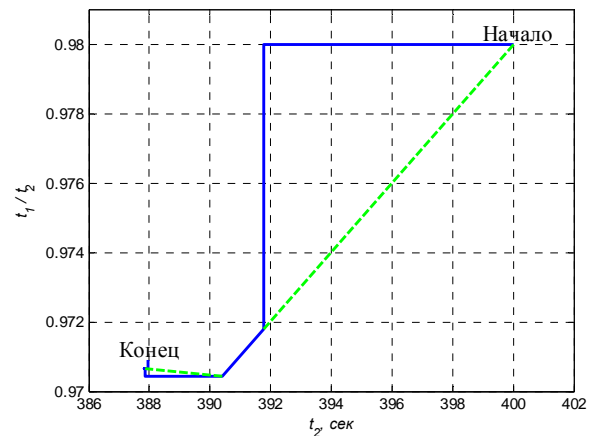


Рис. 2.11. Иллюстрация процесса сходимости итерационного решения

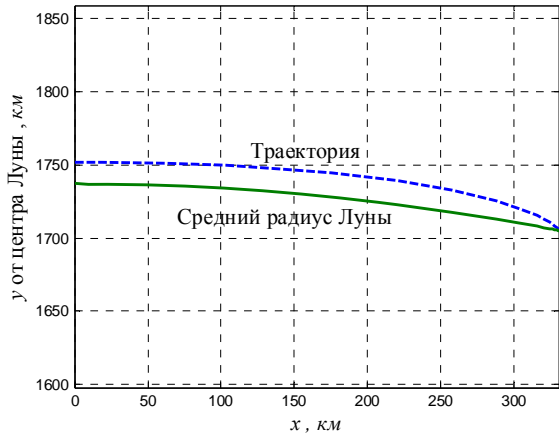


Рис. 2.12. Траектория полета КА

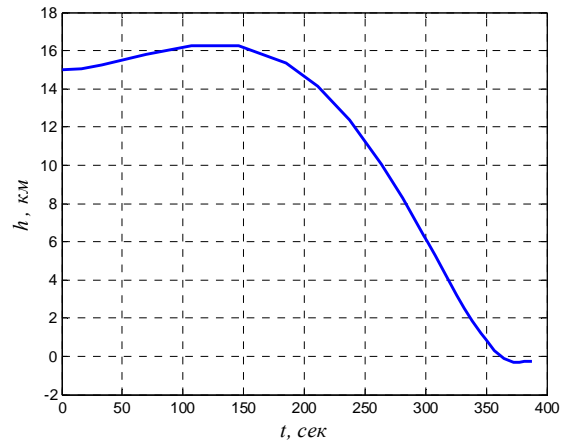


Рис. 2.13. Изменение высоты

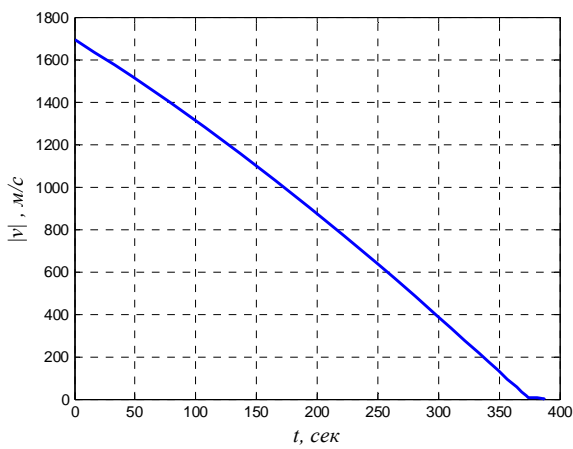


Рис. 2.14. Изменение скорости

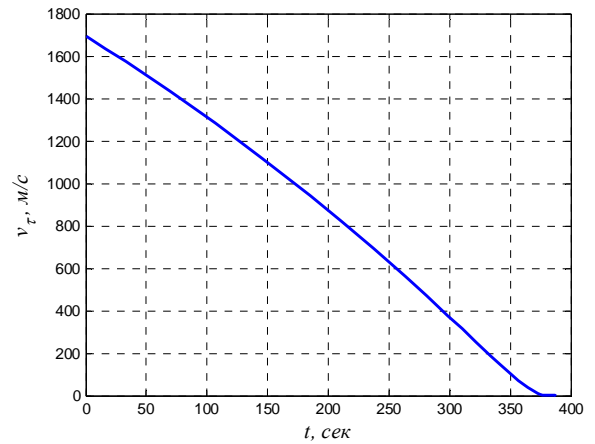


Рис. 2.15. Изменение тангенциальной скорости

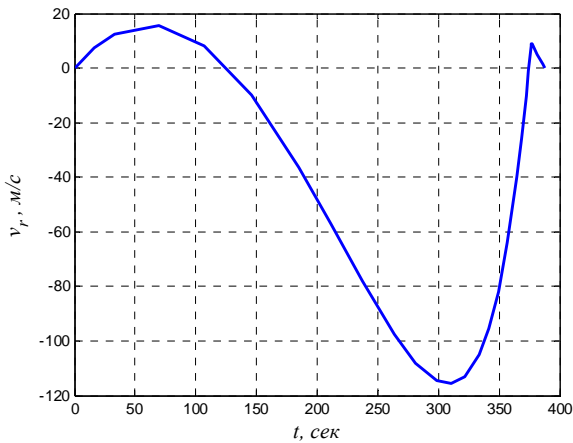


Рис. 2.16. Изменение радиальной скорости

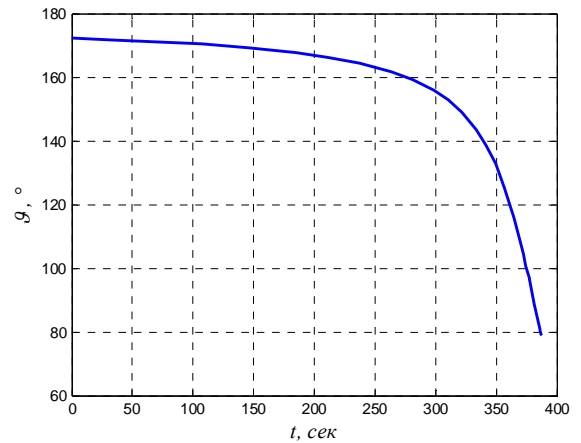


Рис. 2.17. Программа управления углом тангажа относительно ИСК

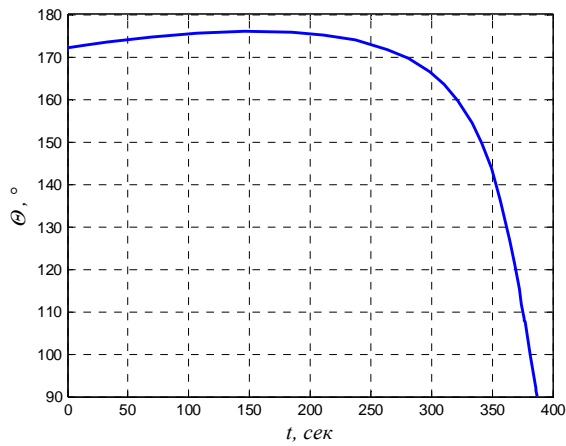


Рис. 2.18. Угол наклона продольной оси КА к местному горизонту

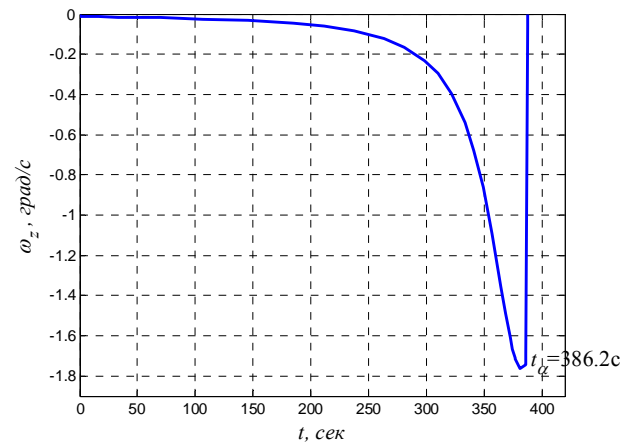


Рис. 2.19. Программа угловая скорости

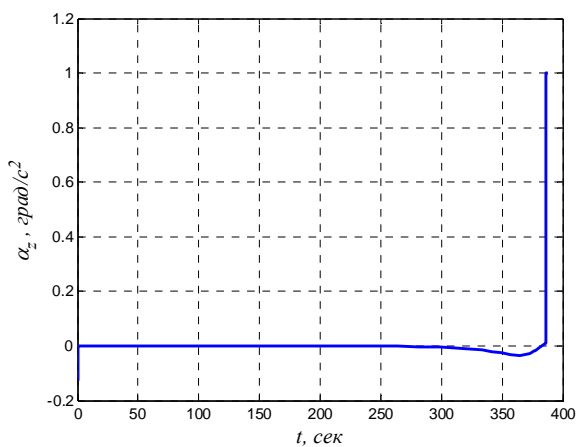


Рис. 2.20. Программа углового ускорения

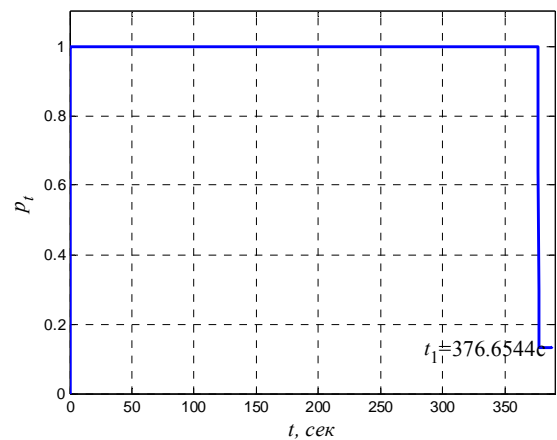


Рис. 2.21. Программа управления дросселированием

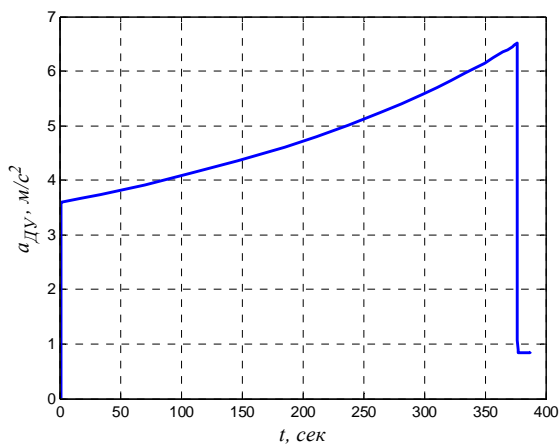


Рис. 2.22. Изменение кажущегося ускорения

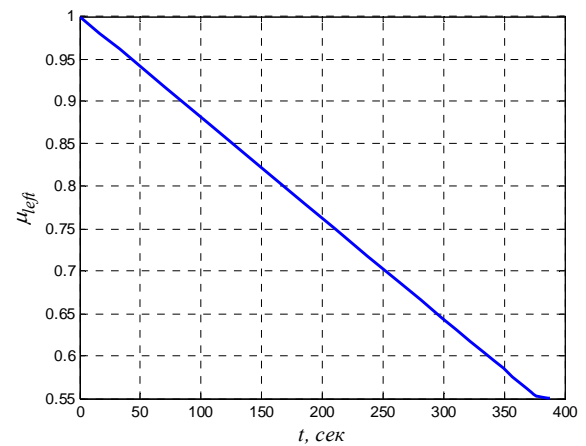


Рис. 2.23. Изменение текущей относительной массы КА

Как видно из рисунков, конечные условия, указанные в (2.2), выполняются. Требуемый начальный угол тангажа КА относительно ИСК

составляет  $\vartheta_0 = 172.208^\circ$ . В момент окончания ЭОТ, длящегося  $t_2^* = 387.9439c$ , в точке зависания на заданной высоте  $h_{end} = 2400 - 2640 = -240m$  продольная ось КА занимает вертикальное положение по отношению к плоскости местного горизонта, т. е.  $\Theta_{end} = 90^\circ$ . Угловая скорость не превышает  $|\omega|_{max} = 1.7639^\circ / c$ .

Согласно (2.11) при исходных данных (2.10) оптимальная относительная масса ДУ  $\mu_{ДУ}^*$ , соответствующая высоте периселения предпосадочной орбиты  $h_0 = 15км$ , являющейся точкой начала траектории КА на ЭОТ, составляет 0.67875. Если эту высоту понизить до 14 км, то оптимальное значение  $\mu_{ДУ}^*(h_0 = 14км)$  уменьшится до 0.6784, т. е. незначительно по сравнению с  $\mu_{ДУ}^*(h_0 = 15км)$ . Однако, в этом случае возрастает риск столкновения КА с поверхностью на возмущённых траекториях его торможения [30].

При  $p_{уд} = 320$  сек относительная масса ДУ  $\mu_{ДУ}^*$  составляет 0.6349. В работах [30, 40] она составляла около 0.6405 и 0.6750 соответственно при одинаковых параметрах сухих ДУ и с учетом последующих этапов реализации мягкой посадки.

Для сравнения: суммарная масса посадочного модуля КА «Аполлон»  $m_0 = 15.06$  т; тяга двигателя  $P = 43.8$  кН при удельной тяге  $p_{уд} = 313$  с; масса топлива  $m_T = 8.21$  т [41]. Исходя из параметров (2.11) оптимального решения применительно к КА с такой же массой, было установлено, что при указанной удельной тяге было бы целесообразно использовать двигатель с тягой  $P = 54.1824$  кН. Для реализации ЭОТ при такой же массе КА, но удельной тяге  $p_{уд} = 308.8$  с, потребная масса топлива  $m_T = 7.9642$  т.

## 2.8. Заключение к главе 2

В главе 2 получены следующие основные результаты:

Сформулирована постановка задачи о совместной оптимизации характеристик ДУ и программы управления вектором тяги ДТ на ЭОТ.

Программа предусматривает обнуление скорости КА и вертикальную ориентацию его продольной оси в момент окончания ЭОТ.

Разработаны математические модели ДУ и движения КА на ЭОТ, используемые при решении оптимизационной задачи. Разработана методика решения задачи оптимизации с использованием принципа максимума Понтрягина.

Разработаны вычислительный алгоритм и программа решения задачи оптимизации, в которых используется алгоритм направленного поиска при определении оптимальных характеристик ДУ и программа решения краевой задачи, представленная в вычислительной системе Матлаб.

Представлены результаты численных расчетов, демонстрирующие работоспособность и эффективность разработанной методики и реализующей эту методики вычислительной программы. Проведено сравнение полученных численных результатов с аналогичными результатами, полученными ранее другими авторами.

## **ГЛАВА 3. УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ КА НА ЭТАПЕ УПРАВЛЯЕМОГО СПУСКА В ТОЧКУ ВТОРОГО ЗАВИСАНИЯ**

Этап управляемого спуска служит для перемещения КА из точки первого зависания, достигнутой в результате реализации ЭОТ, в точку второго зависания на малой высоте над уточненной точкой посадки. Главной особенностью этапа являются нулевые скорости КА и вертикальная ориентация продольной оси в начальной и конечной точках траектории управляемого спуска.

### **3.1. Введение и постановка задачи**

Как указывалось выше, в современных условиях круг задач, подлежащих решению с помощью КА, совершивших мягкую посадку на поверхность Луны, расширяется. Поэтому условия реализации МП становятся более сложными из-за необходимости посадки КА на поверхность Луны не только в относительно гладких лунных морях, но также в приполярных областях со сложным рельефом поверхности (возвышенностями и горами).

В результате к традиционным требованиям, предъявляемым к КА, таким как точность посадки и вертикальная ориентация КА в момент посадки, массово-энергетическая эффективность КА, надежность реализации МП, предъявляются дополнительные требования, такие как:

- безопасность осуществления МП при наличии препятствий (возвышенностей и гор) в ходе реализации отдельных этапов МП;
- функциональная «гибкость» СУ КА, предусматривающая возможность оперативного изменения выбранной ранее точки посадки в процессе реализации МП и другие.

Для выполнения указанных дополнительных требований возникает необходимость применять более сложные схемы реализации МП, предусматривающие применение двух или нескольких последовательно выполняемых этапов торможения, каждый из которых завершается «зависанием» КА в вертикальном положении [30].

Вертикализацию КА можно обеспечить, по крайней мере, двумя способами:

- путем разворота КА относительно центра масс при его свободном падении из состояния зависания, достигнутого при торможении КА, с последующим дополнительным торможением для устранения скорости, накопившейся во время свободного падения [30];

- непосредственно на этапе торможения КА совместно с управлением вектором тяги КА [61, 64].

Первый способ позволяет использовать более простую программу управления вектором тяги двигателя торможения, хотя, возможно, является энергетически менее эффективным по сравнению со вторым способом. Кроме того, использование данного способа увеличивает общее число этапов в общей схеме реализации МП, что может быть причиной снижения надежности МП.

Второй способ сокращает общее число этапов МП, но для его применения необходимо использовать на этапе торможения более сложный алгоритм управления вектором тяги ДУ.

Методика решения задачи выполнения условий зависания и вертикализации КА в ходе реализации этапа основного торможения (ЭОТ) рассмотрена в предыдущей главе, а также в [41]. При этом оптимальные программы управления углом тангажа и тягой ДУ определялись при отсутствии ограничения на угол тангажа КА в момент начала ЭОТ. Совместно с программами оптимизировалась относительная масса ДУ в целом, состоящей из массы «сухой» ДУ и суммарного топлива, затрачиваемого на реализацию всех этапов МП.

Целью данной главы является описание методики приближенного решения задачи управления вектором тяги ДУ на этапах управляемого спуска КА (грубого и высокоточного) при выполнении заданных граничных условий (нулевая скорость и вертикальная ориентация оси КА в моменты начала и окончания этапа). В качестве минимизируемого критерия оптимальности

рассматривается суммарное количество топлива, необходимого для реализации этапа.

### 3.2. Модель движения КА на этапе управляемого спуска

Движение КА на ЭУС в плоскости движения моделируется в инерциальной системе координат (ИСК). Начало этой системы совпадает с точкой зависания КА в момент окончания предшествующего этапа, ось  $x$  направлена горизонтально в направлении точки посадки, ось  $y$  – вертикально вверх от центра Луны (рис. 3.1).

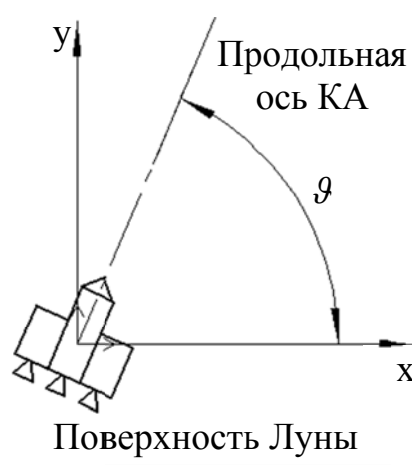


Рис. 3.1. Инерциальная система координат, используемая при решении задачи этапа управляемого спуска

При использовании предположения о том, что гравитационное поле Луны является однородным, движение КА в проекциях на оси ИСК описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x} = V_x \\ \dot{V}_x = \frac{P_x}{m} = a_{\text{ДУ}} \cdot \cos \vartheta \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{V}_y = -g_l + \frac{P_y}{m} = -g_l + a_{\text{ДУ}} \cdot \sin \vartheta \\ \dot{t}_m = p_t \\ \dot{\vartheta} = \omega_z \\ \dot{\omega}_z = \alpha_z \end{array} \right. \quad (3.1)$$

где:  $m$  – масса КА;



$P$  – тяга двигателя;

$g_l$  – ускорение свободного падения на лунной поверхности;

$m_1$  – масса КА в начале ЭУС;

$p_t$  – функция дросселирования тяги ДУ;

$a_{ДУ}$  – кажущееся ускорение КА, создаваемое ДТ (см. п. 2.2);

$$t_m = \frac{1}{\beta_1} \cdot \int_{t_0}^t \beta dt = \int_{t_0}^t p_t dt \quad - \quad \text{эквивалентное время полной работы}$$

двигателя;

$\omega_z$  – угловая скорость вращения КА относительно поперечной оси  $z_1$ ;

$\mathcal{G}$  – угол тангажа КА относительно оси  $x$  ИСК;

$\alpha_z = \dot{\omega}_z$  – угловое ускорение КА.

### 3.3. Граничные условия

В соответствии с таблицей 1.5 первый (грубый) ЭУС начинается при высоте  $H_3 \cong 2.4 \text{ км}$ , а высокоточный – на высоте  $H_4 \cong 100 \text{ м}$ . При больших значениях  $H_3$  и  $H_4$  ухудшается качество изображений зоны посадки, получаемых с помощью бортовой аппаратуры КА, а при меньших - снижается площадь наблюдения.

Компоненты скорости КА и угловая скорость аппарата в начале и в конце ЭУС равны нулю, а продольная ось КА должна быть направлена вдоль местной гравитационной вертикали, т.е.  $\mathcal{G}_{end} = \pi / 2$ .

Если, в качестве примера предположить, что выбранная точка посадки КА смещена относительно начальной точки зависания на расстояние  $x_{end} = 1.6 \text{ км}$ , то граничные (начальные и конечные) условия в задаче управления движением КА на ЭУС записываются следующим образом:

$$\text{Начальные: } \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_{x0} = 0 \\ y_0 = 0 \\ V_{y0} = 0 \\ t_{m0} = 0 \\ \mathcal{G}_0 = \pi / 2 \\ \omega_{z0} = 0 \end{cases}, \quad \text{Конечные: } \begin{cases} x_{end} = 1.6 \text{ км} \\ V_{x\ end} = 0 \\ y_{end} = -2.3 \text{ км} \\ V_{y\ end} = 0 \\ \mathcal{G}_{end} = \pi / 2 \\ \omega_{z\ end} = 0 \end{cases}.$$

### 3.4. Исходная задача оптимального управления

В качестве критерия оптимальности управления движением КА на ЭУС целесообразно рассматривать относительную массу топлива, необходимого для реализации этапа:

$$\mu_\tau = \int \beta dt / m_1 = \beta_0 \int p_t dt / m_1 = n_1 t_m (t_{end}) / p_{уд},$$

где:  $t_{end}$  – момент окончания ЭУС;

$m_1$  – масса КА в начале ЭУС;

$n_1 = p_{уд} \beta_1 / m_1$  – начальная тяговооруженность КА.

Для решения задачи можно воспользоваться принципом минимума *Понтрягина*. Системе (3.1) соответствует гамильтониан:

$$\begin{aligned} H &= \psi_1 V_x + \psi_2 \frac{n_1 g_e p_t p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} \cos \mathcal{G} + \psi_3 V_y \\ &+ \psi_4 \left( -g_l + \frac{n_1 g_e p_t p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} \sin \mathcal{G} \right) + \psi_5 p_t + \psi_6 \omega + \psi_7 \alpha \\ &= \left[ (\psi_2 \cos \mathcal{G} + \psi_4 \sin \mathcal{G}) \frac{n_1 g_e p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} + \psi_5 \right] p_t + \psi_7 \alpha - \psi_4 g_l + \psi_1 V_x + \psi_3 V_y + \psi_6 \omega \\ &= H_p p_t + \psi_7 \alpha - \psi_4 g_l + \psi_1 V_x + \psi_3 V_y + \psi_6 \omega, \end{aligned}$$

где  $H_p = (\psi_2 \cos \mathcal{G} + \psi_4 \sin \mathcal{G}) n_1 g_e p_{уд} / (p_{уд} - n_1 t_m) + \psi_5$  – функция переключения тяги ДУ.

Для анализа знака этой функции можно применить тригонометрические преобразования:

$$\begin{aligned}
 & \psi_2 \cos \mathcal{G} + \psi_4 \sin \mathcal{G} = \\
 & = \sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \left( \frac{\psi_2}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}} \cos \mathcal{G} + \frac{\psi_4}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}} \sin \mathcal{G} \right) \\
 & = \sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \left( -\cos \mathcal{G}_\psi \cos \mathcal{G} - \sin \mathcal{G}_\psi \sin \mathcal{G} \right) = -\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \cos(\mathcal{G} - \mathcal{G}_\psi) \\
 & \geq -\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2},
 \end{aligned}$$

где  $\mathcal{G}_\psi$  – вспомогательный угол, для которого:

$$\cos \mathcal{G}_\psi = -\frac{\psi_2}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}}, \quad \sin \mathcal{G}_\psi = -\frac{\psi_4}{\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2}}.$$

В результате для оценки характера изменений сопряжённых переменных можно построить сопряжённую систему уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \dot{\psi}_1 = 0 \\
 \dot{\psi}_2 = -\psi_1 \\
 \dot{\psi}_3 = 0 \\
 \dot{\psi}_4 = -\psi_3 \\
 \dot{\psi}_5 = -(\psi_2 \cos \mathcal{G} + \psi_4 \sin \mathcal{G}) \frac{g_e p_t p_{уд}}{(p_{уд}/n_1 - t_m)^2} = \sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \cos(\mathcal{G} - \mathcal{G}_\psi) \frac{g_e p_t p_{уд}}{(p_{уд}/n_1 - t_m)^2} \\
 \dot{\psi}_6 = -(-\psi_2 \sin \mathcal{G} + \psi_4 \cos \mathcal{G}) \frac{n_1 g_e p_t p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} = -\sqrt{\psi_2^2 + \psi_4^2} \sin(\mathcal{G} - \mathcal{G}_\psi) \frac{n_1 g_e p_t p_{уд}}{p_{уд} - n_1 t_m} \\
 \dot{\psi}_7 = -\psi_6
 \end{array} \right.$$

Очевидно, что первые четыре сопряжённые переменные в этой системе описываются соотношениями:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \psi_1 = c_1 \\
 \psi_2 = c_2 - c_1 t \\
 \psi_3 = c_3 \\
 \psi_4 = c_4 - c_3 t
 \end{array} \right.$$

Оптимальное управление реализуется при законах управления

$$p_t = \begin{cases} 1, & \text{если } H_p < 0 \\ p_{t.\min}, & \text{если } H_p > 0; \\ \text{особые,} & \text{если } H_p = 0 \end{cases}; \quad \alpha_z = \begin{cases} \alpha_{\max}, & \text{если } \psi_7 < 0 \\ -\alpha_{\max}, & \text{если } \psi_7 > 0 \\ \text{особые,} & \text{если } \psi_7 = 0 \end{cases}.$$

Как показано в [41], если поле тяготения является однородным, а начальные и конечные значения переменных состояния, описывающих угловое движение КА (угловую скорость  $\omega_z$  и угловое ускорение  $\alpha_z$ ), не ограничены, то оптимальную программу управления углом тангажа можно представить в виде рациональной дроби:

$$\tan \mathcal{G}^*(t) = \tan \mathcal{G}_\psi(t) = \frac{\psi_4}{\psi_2} = \frac{c_4 - c_3 t}{c_2 - c_1 t} \quad (3.2)$$

Поэтому

$$\alpha_z^* = \frac{d\omega_z^*}{dt} = \frac{d^2 \mathcal{G}^*}{dt^2} = \frac{2 \cdot (c_2 - c_1 \cdot c_4) \cdot [(c_2^2 + c_4^2) \cdot t - c_1 \cdot c_2 - c_4]}{[(c_1 - c_2 \cdot t)^2 + (1 - c_4 \cdot t)^2]^2}, \quad (3.3)$$

причем  $\alpha_{\max}$  должно быть достаточным большим, чтобы  $\alpha_z^*$  не превышало  $\pm \alpha_{\max}$ .

Следовательно,  $\psi_7 = 0$  и  $\psi_6 = 0$ . В то же время, если в какой-то момент времени реальное угловое ускорение КА  $\alpha_z$  отличается от оптимального  $\alpha_z^*$  на некоторую малую положительную величину  $\Delta\alpha$ , т.е.  $\alpha_z = \alpha_z^* + \Delta\alpha$ , то в последующий момент времени:

$$\mathcal{G} > \mathcal{G}_\psi \Rightarrow \dot{\psi}_6 < 0 \Rightarrow \dot{\psi}_7 > 0 \Rightarrow \alpha_z = -\alpha_{\max}.$$

Наоборот, малое отрицательное угловое ускорение  $\Delta\alpha$  уменьшает разность между  $\mathcal{G}$  и  $\mathcal{G}_\psi$ . В конечном итоге достигается устойчивое состояние, при котором:

$$\mathcal{G} = \mathcal{G}^* = \mathcal{G}_\psi, \quad \psi_6 = 0, \quad \psi_7 = 0, \quad \alpha_z = \alpha_z^*.$$

Таким образом, при ограниченном угле тангажа оптимальное управление реализуется при программах управления:

$$(a) p_t(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } H_p < 0 \\ p_{t,\min}, & \text{если } H_p > 0 \end{cases}; \quad (b) \alpha_z(t) = \begin{cases} \alpha_{\max}, & \text{если } \psi_7 < 0 \\ -\alpha_{\max}, & \text{если } \psi_7 > 0 \\ \alpha_z^*, & \text{если } \psi_7 = 0 \end{cases}. \quad (3.4)$$

Угол тангажа должен быть  $90^\circ$  в начале, в середине и в конце ЭУС. Но при неограниченной оптимальной программе управления углом тангажа (3.2) значение  $\mathcal{G} = 90^\circ$  можно достигнуть только в момент времени  $t = c_2/c_1$ , когда  $\tan \mathcal{G} = \tan 90^\circ = \infty$ . Поэтому в начале и в конце ЭУС угол тангажа не может быть равным  $\mathcal{G}_\psi$ , и тогда угловое ускорение будет максимальным. Поэтому соотношению (3.4)(б) для программы изменения углового ускорения КА  $\alpha_z(t)$  может быть поставлена в соответствие оптимальная программа управления углом тангажа  $\mathcal{G}(t)$ :

$$\mathcal{G}(t) = \begin{cases} \mathcal{G}_1(t) = \pi/2 - \alpha_{\max} t^2/2, & \text{если } t \leq t_{g1} \\ \mathcal{G}_2(t) = \pi/2 + \alpha_{\max} \left[ (t_{g2} - t)^2/2 - t_{g1}^2 \right], & \text{если } t_{g1} < t \leq t_{g3} \\ \mathcal{G}_3(t) = \mathcal{G}^*(t; c_1, c_2, c_3, c_4), & \text{если } t_{g3} < t \leq t_{g4} \\ \mathcal{G}_4(t) = \pi/2 - \alpha_{\max} \left[ (t_{g5} - t)^2/2 - (t_{g7} - t_{g6})^2 \right], & \text{если } t_{g4} < t \leq t_{g6} \\ \mathcal{G}_5(t) = \pi/2 + \alpha_{\max} (t_{g7} - t)^2/2, & \text{если } t_{g6} < t \leq t_{g7} \end{cases},$$

где:  $\mathcal{G}^*$  задается в соответствии с (3.2);

$t_{g1}, t_{g6}$  – моменты переключения углового ускорения;

$t_{g2}, t_{g5}$  – моменты достижения экстремума угла тангажа  $\mathcal{G}(t)$ ;

$t_{g3}$  – момент схождения  $\mathcal{G}(t)$  с  $\mathcal{G}^*(t)$ ;

$t_{g4}$  – момент расхождения  $\mathcal{G}(t)$  и  $\mathcal{G}^*(t)$ ;

$t_{g7}$  – полное время ЭУС.

Моменты  $t_{g1} \dots t_{g6}$  для типовой траектории КА на ЭУС показаны на рис.

3.2. Эти моменты определяются из условий непрерывности параметров движения КА, в том числе угла тангажа и угловой скорости вращения аппарата и других.

Например, из условий симметричности следует, что  $t_{g2} = 2t_{g1}$ , а момент  $t_{g3}$  определяется из условия непрерывности:

$$\pi/2 + \alpha_{\max} \left[ (t_{g2} - t_{g3})^2 / 2 - t_{g1}^2 \right] = \mathcal{G}^*(t_{g3}; c_1, c_2, c_3, c_4).$$

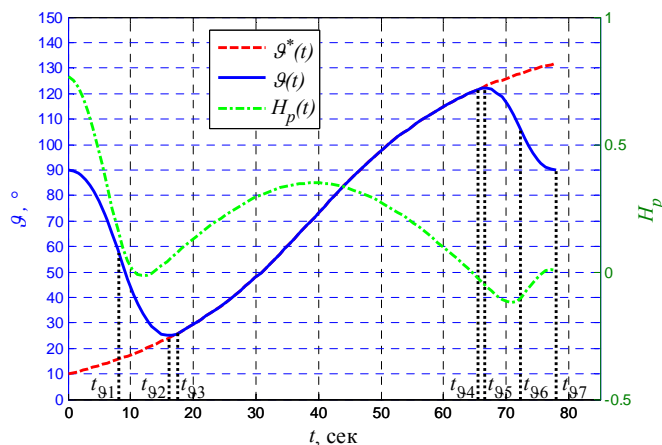


Рис. 3.2. Программа управления углом тангажа и функция переключения

Следует отметить, что в отличие от ситуации  $\psi_7 = 0$ , ситуация  $H_p = 0$  может возникать только в дискретные моменты времени, но не может длиться непрерывно, поэтому условие  $H_p = 0$  в (3.4)(a) не рассматривается.

### 3.5. Упрощение задачи оптимального управления

Для сформулированной выше задачи трудно обеспечить сходимость ее решения, поскольку константы  $c_1 \dots c_4$  влияют как на функцию переключения  $H_p(t)$ , так и на программу управления углом тангажа  $\mathcal{G}(t)$ , т.е. эти две функции взаимосвязаны друг с другом. Поэтому для обеспечения сходимости решения, повышения скорости решения и облегчения реализации полученного решения целесообразно перейти к упрощенной формулировке задачи.

Вид возможной функции переключения  $H_p(t)$  и связанной с ней программы  $\mathcal{G}(t)$  для приближенного варианта решения задачи показаны на рис. 3.2. Как видно из графиков, представленных на этом рисунке, в данном варианте тяга ДУ регулируется до максимума при  $H_p < 0$  в двух ситуациях:

а) вначале при малом угле тангажа для создания горизонтальной скорости движения КА;

б) в конце ЭУС – для обнуления скорости КА.

На интервале  $[t_{g3}, t_{g4}]$  программа управления углом тангажа  $\vartheta(t)$  содержит прямолинейный участок, так как двигатель управления угловым ускорением КА остается выключенным.

С учетом указанных особенностей решаемую задачу оптимизации предлагается решать приближенно в соответствии со следующим алгоритмом:

1. Тяга ДУ поддерживается на максимальном уровне  $P(t) = P_{\max}$  в период выполнения условия:

$$\vartheta(t) < \pi/2 - k_p (\pi/2 - \vartheta_{\min}), \quad 0 < k < 1,$$

где  $k_p$  – параметр управления, подлежащий оптимизации.

2. Вторично тяга ДУ включается до  $P(t) = P_{\max}$  при  $t > t_{g7} - t_p$ .

3. В остальные периоды времени поддерживается минимальная тяга ДУ  $P(t) = P_{\min}$ , величина которой определяется допустимой глубиной дросселирования  $p_{t,\min}$ .

4. На интервале  $t \in [t_{g3}, t_{g4}]$  двигатели управления ориентацией КА выключены, а программа управления углом тангажа  $\vartheta(t)$  является линейной функцией времени.

В целом в упрощенной постановке задача оптимального управления движением КА на ЭУС формулируется следующим образом:

1. Движение КА описывается уравнениями

$$\begin{cases} \dot{x} = V_x \\ \dot{V}_x = \frac{P_x}{m} = a_{\text{ДУ}} \cos \vartheta \\ \dot{y} = V_y \\ \dot{V}_y = -g_l + P_y / m = -g_l + a_{\text{ДУ}} \sin \vartheta \\ \dot{t}_m = p_t \end{cases} \quad (3.5)$$

2. Задача решается при заданных граничных условиях

$$\text{Начальные: } \begin{cases} x_0 = 0 \\ V_{x0} = 0 \\ y_0 = 0, \\ V_{y0} = 0 \\ t_{m0} = 0 \end{cases} \quad \text{Конечные: } \begin{cases} x_{end} = 1.6 \text{ км} \\ V_{x\ end} = 0 \\ y_{end} = -2.3 \text{ км} \\ V_{y\ end} = 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

3. Угол тангажа управляется в соответствии с программой

$$\mathcal{G}(t) = \begin{cases} \mathcal{G}_1(t) = \pi/2 - \alpha_{\max} t^2 / 2, & \text{если } t \leq t_{g1} \\ \mathcal{G}_2(t) = \pi/2 + \alpha_{\max} \left[ (t_{g2} - t)^2 / 2 - t_{g1}^2 \right], & \text{если } t_{g1} < t \leq t_{g3} \\ \mathcal{G}_3(t) = \mathcal{G}(t_{g3}) + (\mathcal{G}(t_{g4}) - \mathcal{G}(t_{g3})) \frac{t - t_{g3}}{t_{g4} - t_{g3}}, & \text{если } t_{g3} < t \leq t_{g4} , \\ \mathcal{G}_4(t) = \pi/2 - \alpha_{\max} \left[ (t_{g5} - t)^2 / 2 - (t_{g7} - t_{g6})^2 \right], & \text{если } t_{g4} < t \leq t_{g6} \\ \mathcal{G}_5(t) = \pi/2 + \alpha_{\max} (t_{g7} - t)^2 / 2, & \text{если } t_{g6} < t \leq t_{g7} \end{cases}$$

в которой моменты  $t_{g1}, t_{g3}, t_{g4}, t_{g6}$  определяются из условий непрерывности угла тангажа  $\mathcal{G}(t)$  и угловой скорости  $\omega_z(t)$ , а моменты  $t_{g2}, t_{g5}, t_{g7}$  подлежат определению в результате решения задачи оптимизации:

$$\begin{cases} \mathcal{G}_1(t_{g1}) = \mathcal{G}_2(t_{g1}), \omega_{z1}(t_{g1}) = \omega_{z2}(t_{g1}) \\ \mathcal{G}_2(t_{g3}) = \mathcal{G}_3(t_{g3}), \omega_{z2}(t_{g3}) = \omega_{z3}(t_{g3}) \\ \mathcal{G}_3(t_{g4}) = \mathcal{G}_4(t_{g4}), \omega_{z3}(t_{g4}) = \omega_{z4}(t_{g4}) \\ \mathcal{G}_4(t_{g6}) = \mathcal{G}_5(t_{g6}), \omega_{z4}(t_{g6}) = \omega_{z5}(t_{g6}) \end{cases}$$

определяемые из условий:

$$\begin{cases} t_{g1} = \frac{t_{g2}}{2} \\ t_{g3} = t_{g2} + \Delta t \\ t_{g4} = t_{g5} - \Delta t \\ t_{g6} = \frac{t_{g5} + t_{g7}}{2} \end{cases}$$

$$\text{где } \Delta t = t_{g3} - t_{g2} = \frac{t_{g5} - t_{g2} - \sqrt{(t_{g5} - t_{g2})^2 - (t_{g7} - t_{g5})^2 - t_{g2}^2}}{2}.$$

4. Тяга ДУ управляется в соответствии с программой дросселирования



$$p_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t_{p1} \leq t < t_{p2}, \text{ или } t \geq t_{p3}, \\ p_{t.\min}, & \text{в остальных случаях} \end{cases},$$

где  $t_{p1}, t_{p2}, t_{p3}$  – моменты времени переключения тяги:

$$\begin{cases} t_{p1} = t_{g2} - \sqrt{2 \cdot (1 - k_p)} \cdot t_{g1} \\ t_{p2} = \begin{cases} t_{g3} + \frac{(1 - k_p) \cdot t_{g1}^2}{\Delta t} - \frac{\Delta t}{2}, & \text{если } t_{g2} + \sqrt{2 \cdot (1 - k_p)} \cdot t_{g1} > t_{g3}, \\ t_{g2} + \sqrt{2 \cdot (1 - k_p)} \cdot t_{g1}, & \text{в остальных случаях} \end{cases} \\ t_{p3} = t_{g7} - t_p \end{cases},$$

определяемые из условий:

$$\begin{cases} \pi/2 - k_p \cdot (\pi/2 - \mathcal{G}(t_{g2})) = \mathcal{G}_2(t_{p1}) \\ \pi/2 - k_p \cdot (\pi/2 - \mathcal{G}(t_{g2})) = \begin{cases} \mathcal{G}_2(t_{p2}), & \text{если } t_{p2} < t_{g3} \\ \mathcal{G}_3(t_{p2}), & \text{если } t_{p2} \geq t_{g3} \end{cases} \\ t_{g7} = t_{p3} + t_p \end{cases},$$

причем параметры  $k_p$  и  $t_p$  также подлежат определению, а в момент времени  $t = t_{g2}$  угол тангажа является минимальным.

Конечной целью решения приближенной задачи оптимизации является нахождение значений параметров  $t_{g2}, t_{g5}, t_{g7}, k_p, t_p$ , при которых относительная масса топлива  $\mu_T$ , затрачиваемого на реализацию ЭУС при заданных граничных условиях (3.6), является минимальной.

### 3.6. Методика решения упрощенной задачи оптимального управления

Согласно (3.6) число граничных условий равно девяти, а число дифференциальных уравнений движения КА (3.5) – пяти. Для решения краевой задачи также можно воспользоваться программой Матлаб **bvp5c**, и с ее помощью определить  $4 = 9$  (число граничных условий) - 5 (число уравнений) из пяти оптимизируемых параметров. Однако для использования этой программы суммарная продолжительность ЭУС  $t_{g7}$  должна быть задана.

Поэтому в предлагаемой методике и реализующей эту методику вычислительной программе задача оптимизации решается с помощью итерационного алгоритма, в котором время  $t_{g7}$  выступает в качестве оптимизируемого параметра во внешнем цикле, а параметры  $t_{g2}$ ,  $t_{g5}$ ,  $k_p$ ,  $t_p$  определяются при каждой итерации путем решения краевой задачи с помощью программы *bvp5c*. Блок-схема алгоритма программы приведена на рис. 3.3.

В программе краевая задача решается с использованием метода *Lobatto* [57], позволяющего интегрировать жесткие системы обыкновенных дифференциальных уравнений с высокой точностью.

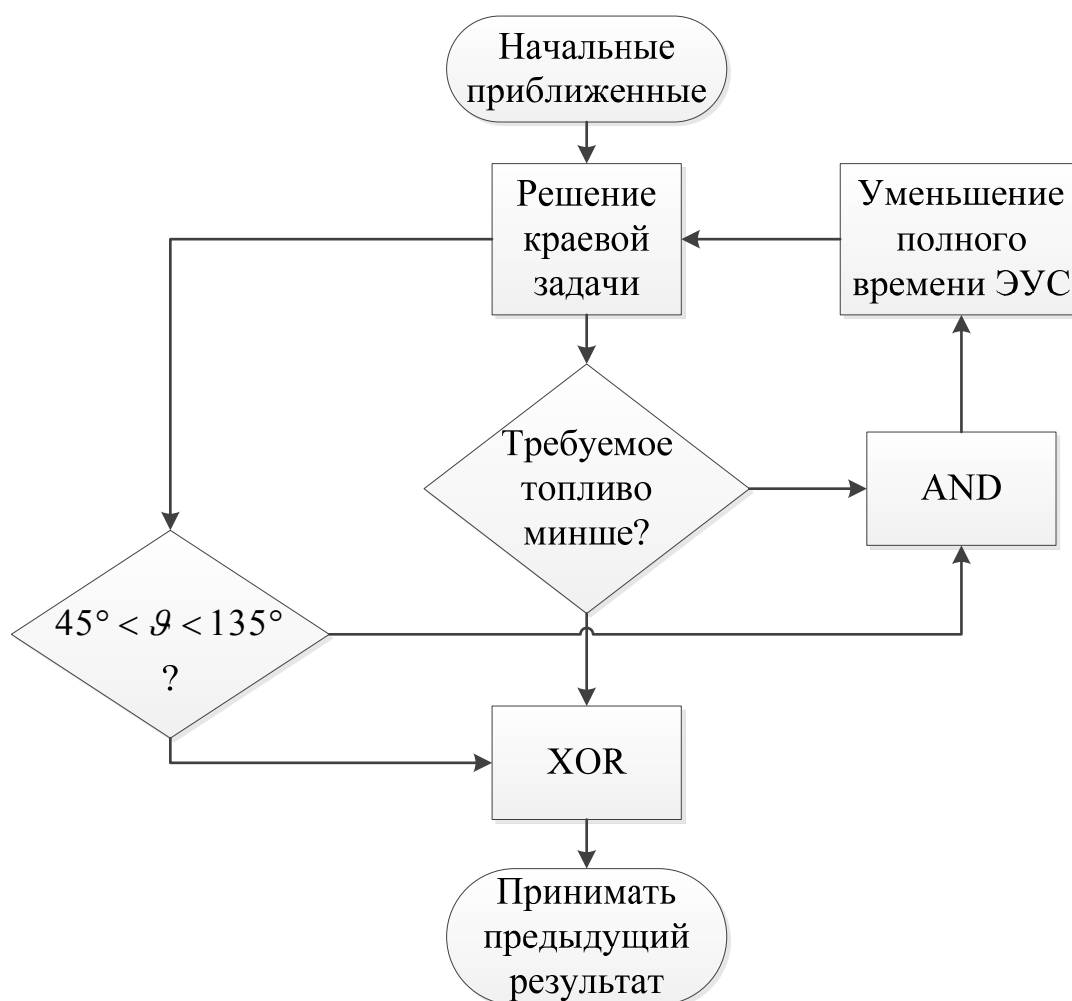


Рис. 3.3. Алгоритм решения задачи оптимизации программы управления на ЭЭС

### 3.7. Результаты решения приближенной задачи

В качестве конкретного численного примера, демонстрирующего работоспособность и эффективность разработанной методики и реализующей

эту методику вычислительной программы были проведены расчеты для варианта исходных данных, характеризуемого граничными условиями (3.6) и следующими значениями параметров КА и его ДУ:

$$p_{\text{уд}} = 308.8 \text{ с}; p_t \in [0.133, 0.6]; \alpha_{\text{max}} = 1 \text{ }^\circ/\text{с}; n_1 = 0.683; 45^\circ < \vartheta < 135^\circ.$$

Верхний уровень дросселирования может быть равен 1, но тогда период работы ДТ на верхнем уровне будет очень короткий. Поэтому на данном этапе принималось  $p_t \leq 0.6$ , т.е. тяга не превышает 0.6 от максимального уровня. Угол тангажа ограничен указанными значениями, чтобы точка посадки постоянно оставалась в поле зрения аппаратуры наблюдения КА.

Были получены следующие значения относительной массы топлива и параметров программы управления вектором тяги:

$$\begin{aligned} \mu_t^* &= 0.0524, k_p^* = 0.952, t_p^* = 21.31 \text{ с}, \\ t_{g2}^* &= 13.3 \text{ с}, t_{g5}^* = 84.0 \text{ с}, t_{g7}^* = 94 \text{ с}. \end{aligned} \quad (3.7)$$

На рис. 3.4 показана программа управления углом тангажа  $\vartheta(t)$ , а на рис. 3.5 – программа управления дросселированием тяги ДУ  $p_t(t)$ , рассчитанные при оптимальных значениях параметров (3.7).

На рис. 3.6 показана зависимость параметра  $\mu_t(t)$ , характеризующего относительную массу топлива перед началом ЭУС, необходимого для реализации ЭУС, от длительности этого этапа  $t_7$  в окрестности оптимального значения  $t_{g7}^* = 94 \text{ с}$ . График демонстрирует чувствительность критерия оптимальности к реализуемой длительности ЭУС. Количество топлива будет минимальным, если длительность ЭУС составит 84 с. Однако при этом ось КА будет наклоняться на угол, превышающий 67 град (рис. 3.7).

Профили оптимальной траектории КА над средним лунным радиусом в плоскости спуска на ЭУС показаны на рис. 3.8 – 3.10. Изменения линейной и угловой скоростей КА на оси ИСК во время ЭУС демонстрируют рис. 3.11 – 3.14. Изменения кажущегося и углового ускорения КА во время ЭУС

демонстрируют рис. 3.15 и 3.16. Как видно из графиков, все начальные и конечные условия, указанные в (3.6), полностью выполняются.

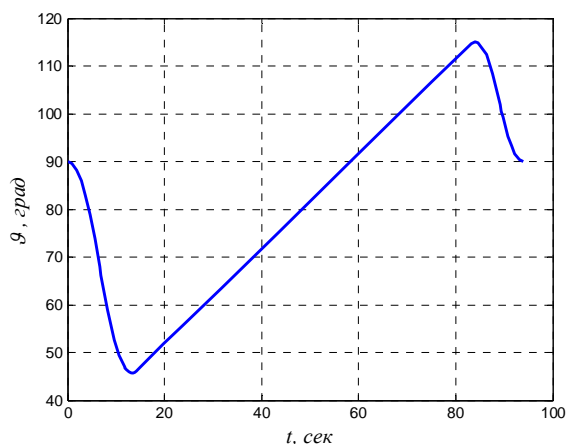


Рис. 3.4. Программа управления углом тангажа  $\vartheta(t)$

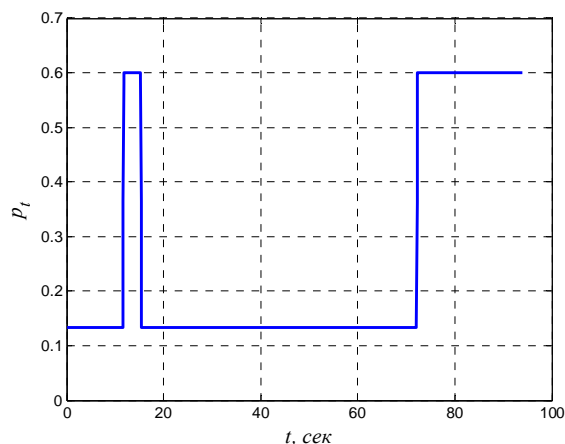


Рис. 3.5. Программа управления дросселированием тяги  $p_t(t)$

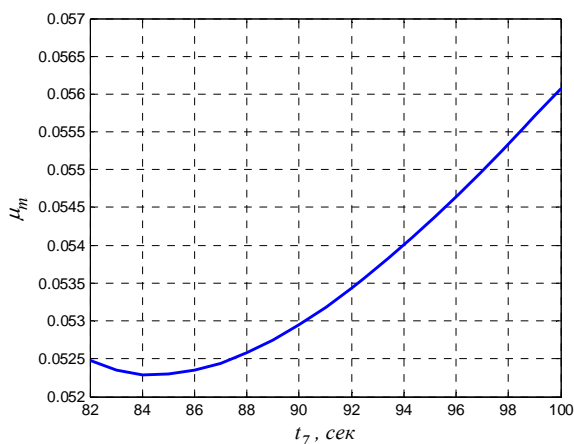


Рис. 3.6. Зависимость относительной массы расхода топлива от длительности ЭУС

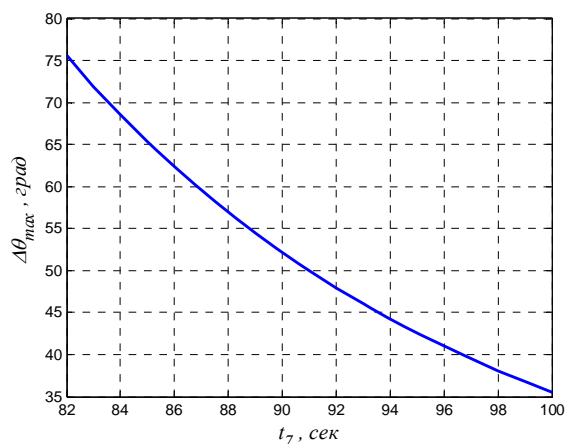


Рис. 3.7. Зависимость максимального угла наклона оси КА от длительности ЭУС

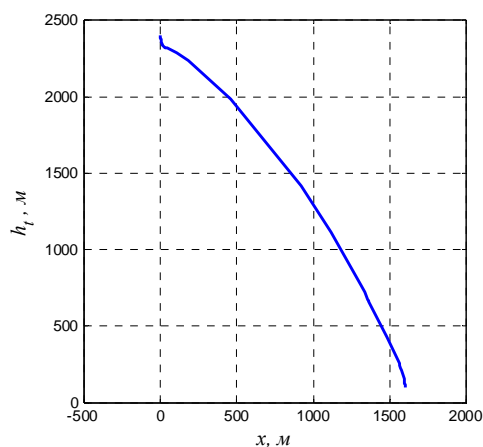


Рис. 3.8. Траектория КА на ЭУС

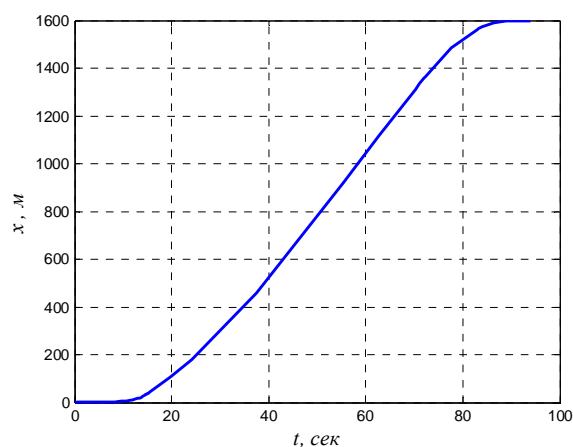


Рис. 3.9. Изменение дальности

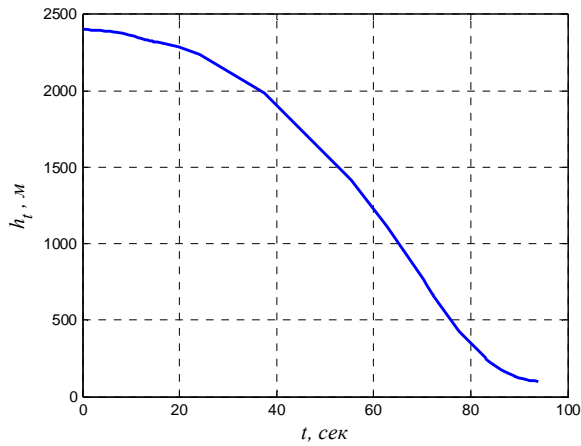


Рис. 3.10. Изменение высоты полета КА

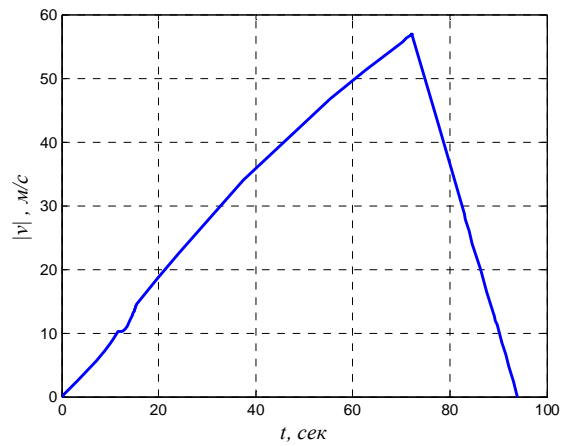


Рис. 3.11. Изменение скорости движения КА

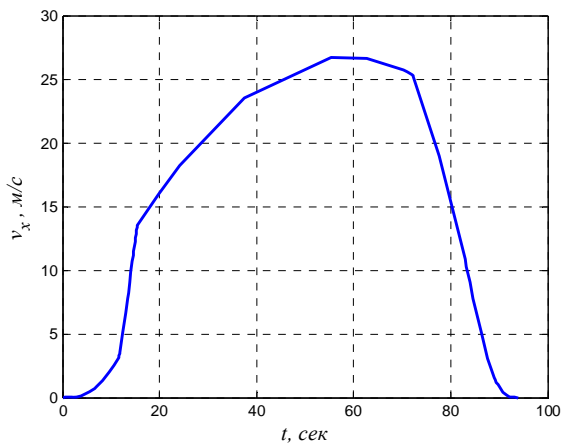


Рис. 3.12. Изменение горизонтальной составляющей скорости

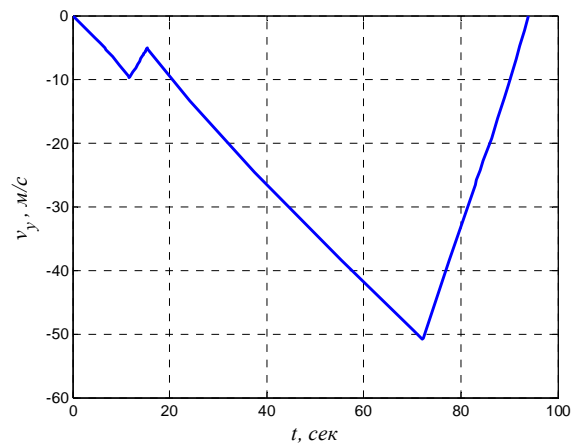


Рис. 3.13. Изменение вертикальной составляющей скорости

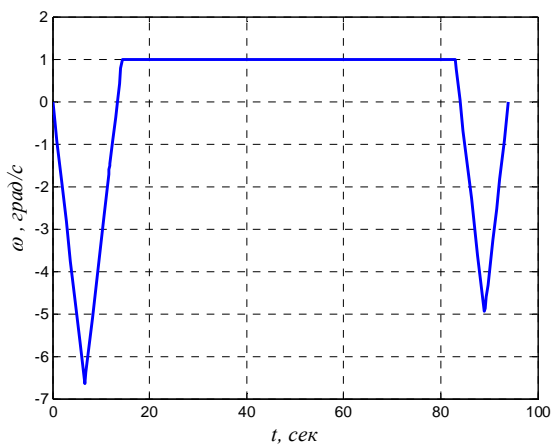


Рис. 3.14. Программа управления угловой скоростью

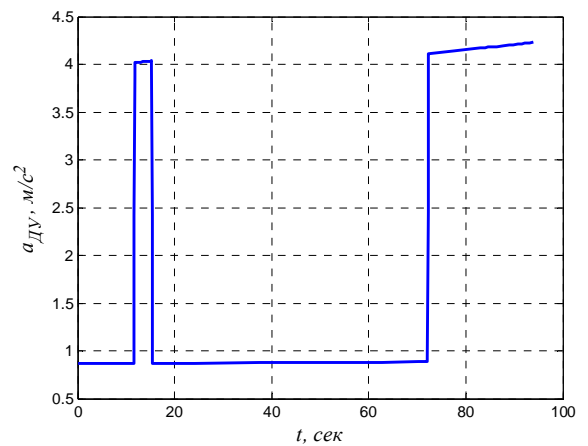


Рис. 3.15. Изменение кажущегося ускорения

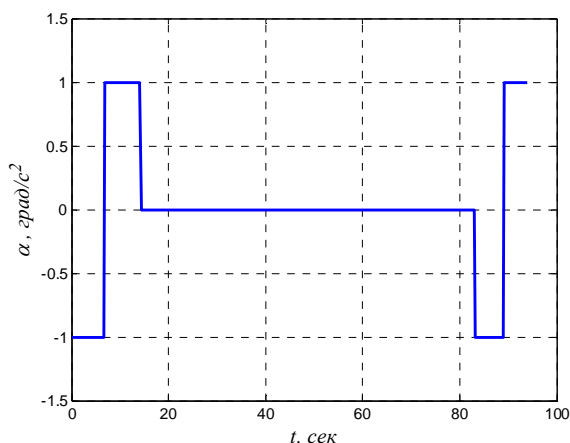


Рис. 3.16. Программа управления углового ускорения

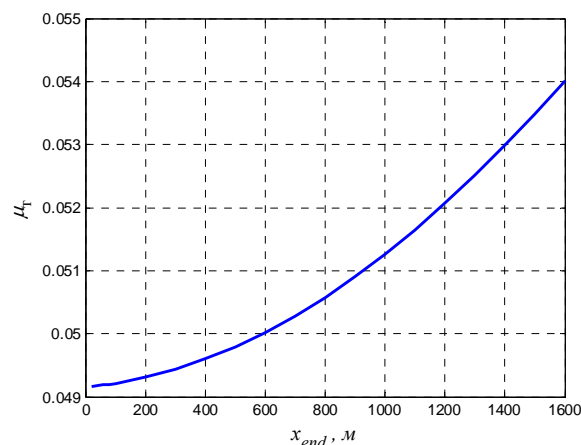


Рис. 3.17. Зависимость относительной массы топлива от радиальной дальности  $x_{end}$  между точками зависания КА в начале и в конце ЭУС

Рис. 3.17 показывает зависимость относительной массы топлива, необходимого для реализации ЭУС, от радиальной дальности  $x_{end}$  между начальной и конечной точками зависания ЛА. Количество топлива, затрачиваемого на реализацию ЭУС при целевой точке зависания, расположенной на расстоянии 1.6 км от начальной точки, возрастает по сравнению с его количеством при вертикальном спуске на 10%, причем на расстояниях  $x_{end}$ , превышающих 1200 м, зависимость  $\mu_T(x_{end})$  становится практически линейной.

### 3.8. Заключение к главе 3

В главе сформулирована и решена задача оптимизации программы управления вектором тяги ДУ на этапе управляемого спуска КА между зависаниями при реализации мягкой посадки КА на лунную поверхность в ситуациях, когда точка посадки не находится в надире по отношению к точке зависания КА, достигнутой в результате предшествующего этапа основного торможения КА.

Разработана методика приближенного решения оптимизационной задачи в виде двух программ: программы управления углом тангажа КА и программы дросселирования тяги ДУ КА. Использование этих программ обеспечивает

совместное выполнение условий зависания и вертикализации КА в конце ЭУС при минимальных затратах топлива на реализацию этапа.

Разработан вычислительный алгоритм решения задачи и составлена программа, реализующая алгоритм на ЭВМ в среде программирования Матлаб. Проведены численные расчеты, демонстрирующие эффективность предложенной методики решения задачи и реализующей ее вычислительной программы.

Методика предназначена для использования при проектировании КА, реализующего мягкую посадку КА на лунную поверхность по схеме с зависаниями, а также при формировании бортовых алгоритмов управления движением КА.

## **ГЛАВА 4. ЗАДАЧА НАВИГАЦИИ КА**

Одним из основных показателей эффективности схемы мягкой посадки является точность КА в выбранное место посадки. Требуемое значение этого показателя обеспечивается работой СУ КА. Основными источниками ошибок СУ КА являются ошибки навигационной системы, погрешности используемой модели гравитационного поля Луны, отклонения конструктивных параметров КА от их расчетных значений и другие. В данной главе анализируются три варианта построения навигационной системы (НС) КА, которые могут быть использованы при всех этапах управляемого движением КА.

### **4.1. Задача навигации**

В качестве базовой компоненты навигационной системы КА в работе рассматривалась бесплатформенная инерциальная навигационная система (БИНС).

Рассмотрены три варианта построения НС:

- «классическая» БИНС, в которой используются измерения ускорений и угловых скоростей КА, получаемые с помощью акселерометров и скоростных гироскопов;

- БИНС с обработкой измерений ускорений и угловых скоростей КА с помощью квазилинейного фильтра Калмана (ФК), т.е. БИНС+ФК;

- комплексированная НС (КНС), в которой к измерениям акселерометров и скоростных гироскопов были добавлены измерения высоты полета и скорости движения КА относительно лунной поверхности, получаемые с помощью высотомера и доплеровского измерителя скорости, а обработка расширенного вектора измерений производится с помощью квазилинейного фильтра Калмана.

### **4.2. Модель движения КА, использовавшаяся при анализе НС**

#### **4.2.1. Системы координат**

При моделировании работы указанных трех вариантов НС и СУ КА в целом использовались следующие системы координат (СК):



- инерциальная прямоугольная селеноцентрическая СК (ИСК).
- неинерциальная вращающаяся селеноцентрическая СК (ВСК);
- связанная с корпусом КА СК (ССК);

Начало ВСК находится в центре масс Луны, ось  $r$  направлена из центра Луны в центр масс КА. Ось  $\tau$  перпендикулярна оси  $r$ .

Начало ССК располагается в центре масс КА, ось  $x$  совпадает с продольной осью КА, ось  $y$  перпендикулярна к ней.

Начало ИСК также расположено в центре масс Луны, оси  $x$  и  $y$  расположены в плоскости движения КА, ось  $y$  направлена к центру зоны посадки.

ИСК используется при формировании номинальной траектории и изучении динамики КА; ВСК применяется при рассмотрении СУ КА; ССК служит для описания работы измерителей НС КА.

Уравнение перехода от проекций вектора скорости  $\vec{V}$  в ИСК к проекциям в ВСК записывается следующим образом:

$$\begin{bmatrix} V_{\tau, \text{ВСК}} \\ V_{r, \text{ВСК}} \end{bmatrix} = \frac{1}{r} \begin{bmatrix} y & -x \\ x & y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{x, \text{ИСК}} \\ V_{y, \text{ИСК}} \end{bmatrix},$$

где  $x, y$  – координаты положения КА в ИСК;

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ – расстояние между центрами КА и Луны.}$$

Уравнение перехода от проекций вектора скорости  $\vec{V}$  в ИСК к проекциям в ССК выглядит так:

$$\begin{bmatrix} V_{x, \text{ССК}} \\ V_{y, \text{ССК}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ -\sin \vartheta & \cos \vartheta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{x, \text{ИСК}} \\ V_{y, \text{ИСК}} \end{bmatrix},$$

где  $\vartheta$  – угол тангажа КА относительно оси  $x$  ИСК.

Уравнение перехода от проекций вектора скорости  $\vec{V}$  в ВСК к проекциям в ССК:

$$\begin{bmatrix} V_{x, \text{ССК}} \\ V_{y, \text{ССК}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \sin \Theta \\ -\sin \Theta & \cos \Theta \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{\tau, \text{ВСК}} \\ V_{r, \text{ВСК}} \end{bmatrix},$$

где  $\Theta$  – угол тангажа КА относительно местному горизонту.

#### 4.2.2. Уравнения движения КА

Движение КА в проекциях на оси ВСК описывается следующей системой дифференциальных уравнений [63]

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\varphi} = \frac{V_{\tau}}{r} \\ \dot{h}_r = V_r \\ \dot{V}_{\tau} = -\frac{V_{\tau} \cdot V_r}{r} + a_{\text{ДУ}} \cos(\Theta + \Delta \mathcal{G}_p) + \Delta g_{\tau} \\ \dot{V}_r = \frac{V_{\tau}^2}{r} - \frac{\mu_l}{r^2} + a_{\text{ДУ}} \sin(\Theta + \Delta \mathcal{G}_p) + \Delta g_r \\ \dot{\Theta} = \omega_z + \frac{V_{\tau}}{r} \\ \dot{\omega}_z = \alpha_z \\ \dot{t}_m = p_t \end{array} \right. \quad (4.1)$$

где:  $\varphi$  – угловая дальность полета КА;  $\varphi = 0$  когда КА находится на полуоси  $y^+$ ;

$h_r$  – высота полета КА над средним радиусом Луны;

$V_r$  – радиальная составляющая скорости;

$V_{\tau}$  – тангенциальная составляющая скорости;

$\omega_z$  – угловая скорость вращения КА относительно поперечной оси;

$t_m = \frac{1}{\beta_1} \cdot \int_{t_0}^t \beta dt = \int_{t_0}^t p_t dt$  – эквивалентное время полной работы ДТ;

$\mu_l$  – гравитационная постоянная Луны;

$p_t$  – параметр дросселирования тяги ДТ;

$a_{\text{ДУ}}$  – кажущееся ускорение КА, создаваемое ДТ (см. п. 2.2);

$\Delta \mathcal{G}_p$  – угловой эксцентриситет ДТ;

$\alpha_z$  – угловое ускорение КА;

$\Delta g_r, \Delta g_\tau$  – дополнительные составляющие гравитационного ускорения КА, обусловленные нецентральностью поля тяготения Луны (масконами).

Уравнение (4.1) может быть переписано в матрично-векторной форме:

$$\dot{x} = f(x, u, t). \quad (4.2)$$

В этом уравнении:

$$x = [x_i]_7 = [\varphi \quad h_r \quad V_r \quad V_\tau \quad \Theta \quad \omega_z \quad t_m]^T \text{ – вектор состояния КА;}$$

$u = [u_i]_5 = [p_t \quad a_\omega \quad \Delta g_\tau \quad \Delta g_r \quad \Delta \mathcal{G}_p]^T$  – вектор входных воздействий, из которых первые два (дресселирование тяги  $p_t$  и угловое ускорение  $a_\omega$ ) – управляющие переменные, а  $\Delta g_\tau, \Delta g_r, \Delta \mathcal{G}_p$  – возмущающие воздействия.

### 4.2.3. Проверка модели

Для проверки модели движения КА, описываемой уравнениями (4.1), было проведено интегрирование этих уравнений на одном витке движения КА по эллиптической орбите  $15 \times 100$  км. Уравнения интегрировались методом Рунге-Кутты с шагом 10 сек. Для сравнения точки эллиптической орбиты рассчитывались с использованием аналитического соотношения:

$$\frac{(y - c)^2}{a^2} + \frac{x^2}{b^2} = 1,$$

где:  $a = r_l + (h_{an} + h_{nep}) / 2$  – большая полуось эллиптической орбиты;

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} \text{ – малая полуось;}$$

$$c = (h_{an} - h_{nep}) / 2 \text{ – полурасстояние между фокусами;}$$

$r_l$  – средний радиус Луны.

Рис. 4.1 демонстрирует изменение величины методической ошибки численного интегрирования по времени. Как видно из рисунка, даже при столь большом шаге численного интегрирования в пределах витка ошибка интегрирования не превышает 1.3 м.

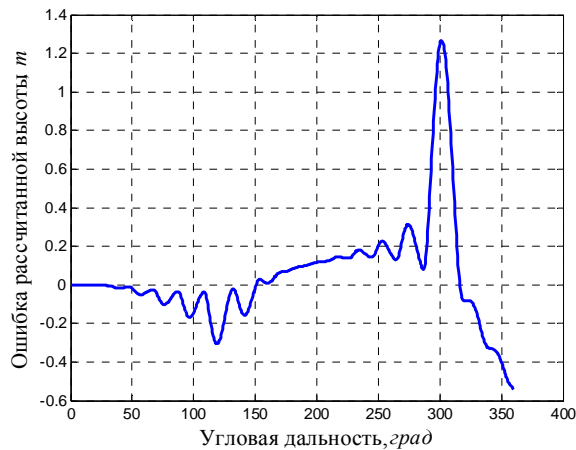


Рис. 4.1. Величина методической ошибки интегрирования уравнений (4.1)

### 4.3. Возмущения

Были рассмотрены два источника возмущений, действующих непосредственно на КА в полете: угловой эксцентриситет тяги ДТ и отклонение силы тяжести от ее значения, задаваемого моделью центрального поля тяготения, вызываемое масконами.

#### 4.3.1. Эксцентриситет тяги

Предполагалось, что угловой эксцентриситет тяги ДТ  $\Delta\vartheta_p$  является гауссовой случайной величиной с нулевым математическим ожиданием  $m_{\Delta\vartheta_p} = 0$  и заданной дисперсией  $D_{\Delta\vartheta_p} = \sigma_{\Delta\vartheta_p}^2$ .

#### 4.3.2. Масконы

Полеты к Луне показали, что гравитационное поле Луны является очень сложным и для его описания была разработана специальная модель [53].

Основу этой модели составляет добавление к модели центрального гравитационного поля дополнительных «точечных» источников силы тяжести – масконов. Масконы расположены внутри тела Луны и характеризуются тремя координатами относительно инерциальной селеноцентрической системы координат, а также потенциалом силы притяжения каждого из них.

Если программы управления движением КА при реализации МП сформированы с использованием предположения о том, что поле тяготения

Луны является центральным, то дополнительная сила тяжести, создаваемая масконом, должна рассматриваться как возмущение.

Для учета этого возмущения в работе будем предполагать, что маскон располагается в плоскости движения КА в точке с координатами  $x_{masc}, y_{masc}$  ИСК и характеризуется гравитационной постоянной маскона  $\mu_{masc}$ .

В проекциях на оси ИСК гравитационное ускорение от маскона Луны имеет вид:

$$\Delta \vec{g} = -\frac{\mu_{masc} \vec{l}}{|\vec{l}|^3} \Rightarrow \begin{cases} \Delta g_\tau = -\frac{\mu_{masc} \cdot \Delta \tau}{(\Delta \tau^2 + \Delta r^2)^{3/2}} \\ \Delta g_r = -\frac{\mu_{masc} \cdot \Delta r}{(\Delta \tau^2 + \Delta r^2)^{3/2}} \end{cases} \quad (4.3)$$

где:  $\vec{l}$  – вектор расстояния между КА и центром маскона;

$\Delta \tau = r_{masc} \cdot \sin(\varphi - \varphi_{masc})$  – тангенциальное расстояние между КА и центром маскона;

$\Delta r = r - r_{masc} \cdot \cos(\varphi - \varphi_{masc})$  – радиальное расстояние между КА и центром маскона;

$r_{masc}$  – расстояние между центрами маскона и Луны;

$\varphi_{masc}$  – угловое положение центра маскона.

Если точечный маскон находится в точке

$$\begin{bmatrix} \varphi_{masc} \\ r_{masc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 354.5^\circ \\ 0.95r_l \end{bmatrix}, \text{ или } \begin{bmatrix} x_{masc} \\ y_{masc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -158.15 \\ 1642.6 \end{bmatrix} \text{ км},$$

и на высоте 10 км над средним радиусом Луны возмущающее ускорение от маскона не превышает  $1000 \text{ mGal}$  ( $0.01 \text{ m/s}^2$ ), то маскон сильно влияет на КА на активных участках после начале ЭОТ (угловая дальность активных участках после начале ЭОТ –  $11^\circ, 349^\circ < \varphi < 360^\circ$ ), а на пассивном участке влияние слабо. Пример распределения тангенциального и радиального возмущающего ускорений, создаваемых масконом при движении КА на высоте 10 км над средним радиусом Луны, показаны на рис. 4.2 и рис. 4.3.

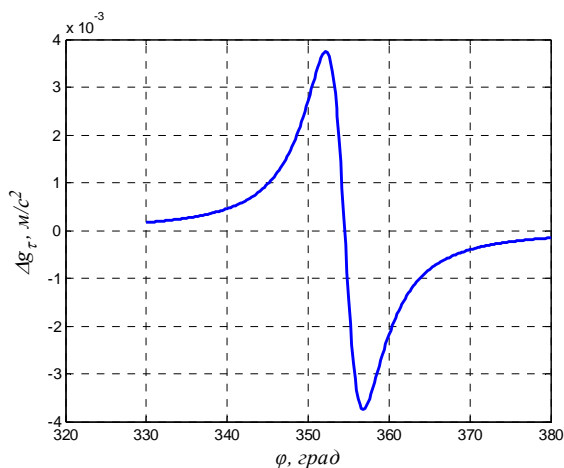


Рис. 4.2. Распределение тангенциального возмущения, создаваемого масконом

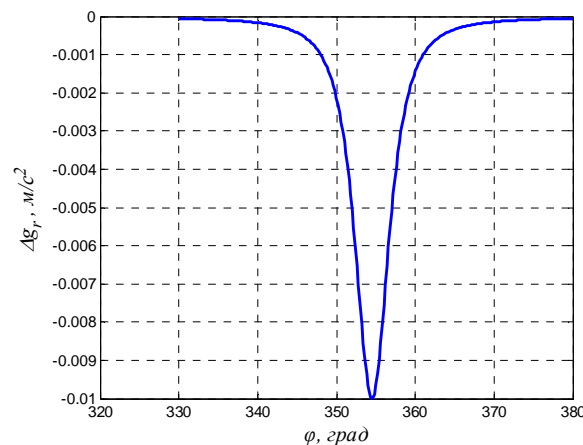


Рис. 4.3. Распределение радиального возмущения, создаваемого масконом

## 4.4. Измерения

### 4.4.1. Состав измерений

В работе были рассмотрены два варианта состава измерений, используемых для решения задачи навигации КА – базовый и расширенный.

В базовом составе рассматривались измерения проекций кажущегося ускорения КА на оси ССК, измеряемые акселерометрами, и угловой скорости вращения КА относительно поперечной оси, измеряемой с помощью скоростного гироскопа, т.е. «стандартные» измерения «стандартной» БИНС. Эти измерения являются источниками навигационной информации при рассмотрении «классического» варианта БИНС и варианта БИНС+ФК.

Таким образом, базовый вектор измерений при рассмотрении «плоской» задачи состоит из трех компонент:

$$y_{\text{баз}} = [y_{\text{баз } i}]_3 = [a_x \quad a_y \quad \omega_z]^T, \quad (4.4)$$

где  $x, y, z$  – оси ССК.

В расширенный вектор измерений к компонентам базового состава добавлены измерения высоты  $h_i$  движения КА над лунной поверхностью, получаемые с помощью высотомера, и проекции скорости движения КА на оси

связанной с КА системы координат  $[V_{x,Dop}, V_{y,Dop}]$ , получаемые с помощью доплеровского измерителя скорости. В результате расширенный вектор измерений включает пять компонент:

$$y_{расш} = [y_{расш i}]_6 = [a_x \quad a_y \quad \omega_z \quad h_t \quad V_{x,Dop} \quad V_{y,Dop}]^T, \quad (4.5)$$

где высота  $h_t$  измеряется в ВСК, а доплеровская скорость  $V_{x,Dop}, V_{y,Dop}$  – в ССК.

#### 4.4.2. Уравнения измерений

Измерения приборов НС содержат ошибки. Состав и характеристики ошибок зависят от устройства прибора. В данной работе рассматриваются только некоторые « типовые » ошибки приборов НС. Состав и характеристики типовых ошибок приборов задавались, ориентируясь на данные, приведенные в [31].

#### 4.4.3. Акселерометры

Для акселерометров в качестве типовых рассматривались две составляющие ошибок: уход нулевого сигнала и шум измерений. С учетом этих ошибок уравнение измерений акселерометра записывается следующим образом:

В этом соотношении:

$$\begin{cases} \tilde{a}_{x,acc} = a_{ду} \cdot \cos \Delta\theta_p + \Delta a_{x0} + \delta a_x(t) \\ \tilde{a}_{y,acc} = a_{ду} \cdot \sin \Delta\theta_p + \Delta a_{y0} + \delta a_y(t) \end{cases} \quad (4.6)$$

где:  $\Delta a_{x0}, \Delta a_{y0}$  – уход нуля, рассматриваемый гауссовой случайной величиной с нулевым математическим ожиданием  $m_{\Delta a_0} = 0$  и заданной дисперсией

$$D_{\Delta a_0} = \sigma_{\Delta a_0}^2 ;$$

$\delta a_{acc}(t)$  – шум в измерениях, полагаемый стационарным гауссовым случайным процессом с нулевым математическим ожиданием  $m_{\delta a_{acc}} = 0$  и заданной ковариационной функцией  $R_{\delta a_{acc}}(\tau)$ . Дисперсия  $D_{\delta a_{acc}} = \sigma_{\delta a_{acc}}^2$  и

параметры ковариационной функции считаются заданными величинами. В простейшем случае процесс  $\delta a_{acc}(t)$  можно полагать белым шумом.

#### 4.4.4. Скоростной гироскоп

Для скоростного гироскопа помимо ухода нуля  $\Delta\omega_0$  и шума измерений  $\delta\omega(t)$  рассматривалась ошибка в масштабном коэффициенте прибора  $\Delta k_\omega$ . С учетом этих трех ошибок уравнение измерений гироскопа записывается следующим образом:

$$\tilde{\omega}_{z,gyro}(t) = (1 + \Delta k_\omega)\omega_z + \Delta\omega_{z0} + \delta\omega_z(t), \quad (4.7)$$

где:  $\Delta k_\omega$  – гауссова случайная величина с нулевым математическим ожиданием  $m_{\Delta k_\omega} = 0$  и заданной дисперсией  $D_{\Delta k_\omega} = \sigma_{\Delta k_\omega}^2$ ;

$\Delta\omega_{z0}$  – гауссова случайная величина с нулевым математическим ожиданием  $m_{\Delta\omega_0} = 0$  и заданной дисперсией  $D_{\Delta\omega_0} = \sigma_{\Delta\omega_0}^2$ ;

$\delta\omega_z(t)$  – белый шум с заданной интенсивностью  $N_{\delta\omega}$ .

#### 4.4.5. Высотомер

Для повышения точности решения задачи навигации КА желательно оценивать высоту полета КА над Луной как сферическим телом, характеризуемым средним радиусом Луны. Изменение высоты рельефа лунной поверхности вдоль траектории полета и ошибки самого прибора затрудняют получение такой информации.

Простейшая модель измерений высоты движения КА над рельефом лунной поверхности с помощью высотомера может быть записана следующим образом:

$$\tilde{h}_t = h_r - h_{surf} + \delta h(t) = r - r_l + \delta h(t), \quad (4.8)$$

где:  $h_r$  – «фактическая» высота КА относительно среднего радиуса Луны;

$h_{surf}$  – высота рельефа относительно среднего радиуса Луны;

$r$  – расстояние между центрами масс КА и Луны;



$r_l$  – средний радиус Луны.

$\delta h(t)$  – инструментальная ошибка измерения высоты высотомером.

Для уменьшения ошибок измерений может использоваться карта высоты рельефа  $h_{rough}$ , составленная по результатам полетов КА вокруг Луны. Карта может быть «грубой», т.е. содержать ошибку картографирования  $\Delta h_{detail}$ .

Например, в результате сканирования рельефа поверхности Луны с помощью КА «Чанъэ-2» было достигнуто разрешение карты в интервале 1...7 м. Высота полета данного КА над средним радиусом Луны изменялась в диапазоне 100...15 км и поэтому детали рельефа были потеряны.

С учетом ошибки картографирования фактическую высоту рельефа можно записать как сумму

$$h_{surf} = h_{rough} + \Delta h_{detail},$$

а уравнение измерений высотомера (4.8) переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{h}_t &= h_r - (h_{rough} + \Delta h_{detail}) + \delta h(t) = \\ &= r - r_l - (h_{rough} + \Delta h_{detail}) + \delta h(t) \end{aligned} \quad (4.9)$$

Инструментальную ошибку высотомера  $\delta h(t)$  можно приближенно рассматривать как белый шум с интенсивностью  $N_{\delta h}$ , а при дискретных измерениях – как гауссову случайную последовательность, характеризуемую дисперсией  $D_{\delta h} = \sigma_{\delta h}^2$ .

Фрагмент деталей рельефа лунной поверхности  $\Delta h_{detail}$  приведен на рис. 4.4. При работе навигационной системы грубый рельеф является известным, поэтому при моделировании его конкретный вид не существен. При расчетах зависимость  $h_{rough}$  от угловой дальности  $\varphi$  задавалась с помощью соотношения:

$$h_{rough}(\varphi) = -2640 \cos(4\varphi), \text{ м}.$$

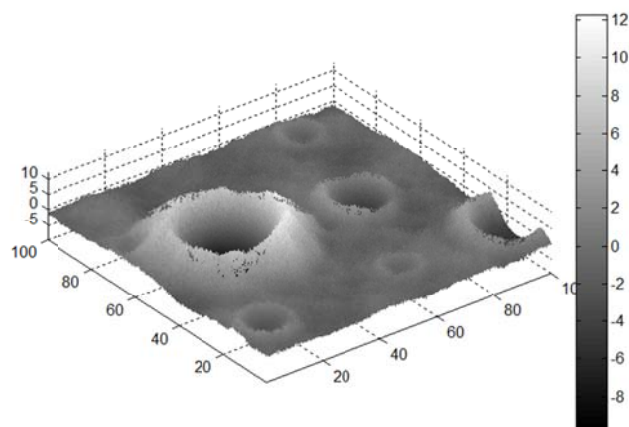


Рис. 4.4. Фрагмент подробности рельефа

Необходимо отметить, что при работе фильтра Калмана точность оценки угловой дальности и точность оценки высоты грубого рельефа влияют друг на друга.

Причиной использования ВСК для навигационной системы является то, что высотомер хорошо корректирует оценку высоты. Если использовать ИСК, то высотомер плохо корректирует оценки координат  $x$  и  $y$  одновременно.

#### 4.4.6. Доплеровский измеритель скорости

Доплеровский измеритель измеряет скорость КА относительно поверхности Луны в связанной с КА СК. Модель измерений этого прибора очень сложная. Она существенно зависит не только от технических характеристик прибора, но и от рельефа поверхности вдоль трассы движения КА.

В данной работе рассматривается упрощенная модель, в которой измеренные проекции скорости КА на оси ССК, выраженные через переменные состояния  $V_\tau$  и  $V_n$  в системе (4.1) описываются соотношениями:

$$\begin{cases} \tilde{V}_{x,\text{Dop}}(t) = V_\tau \cos \vartheta + V_r \sin \vartheta + \delta V_x(t) \\ \tilde{V}_{y,\text{Dop}}(t) = -V_\tau \sin \vartheta + V_r \cos \vartheta + \delta V_y(t) \end{cases} \quad (4.10)$$

В этих соотношениях:

$\delta V_x(t)$  и  $\delta V_y(t)$  – белые шумы с одинаковыми интенсивностями  $N_{\delta V_x} = N_{\delta V_y} = N_{\delta V}$ , некоррелированные друг с другом, или случайные последовательности с дисперсиями  $D_{\delta V}$ .

#### **4.4.7. Числовые характеристики возмущений и ошибок начальной выставки**

Для сравнительной оценки точности функционирования НС при разных вариантах ее построения необходимо задать числовые значения параметров, используемых для описания возмущений и ошибок в системе. Кроме того, ошибки навигации КА также возникают из-за ошибок задания начальных условий для интегрирования уравнений навигации, т.е. ошибок «начальной выставки» НС.

НС в любой конфигурации реализуется на борту КА в виде алгоритмов с дискретным временем. Поэтому первичное описание случайных факторов в НС в виде непрерывных случайных процессов заменяется их моделями в виде процессов с дискретным временем.

Представление возмущения в виде коррелированного по времени случайного процесса приводит к необходимости введения формирующего фильтра для каждого из таких возмущений, что дополнительно усложняет модель функционирования НС.

Поэтому в связи с отсутствием соответствующих исходных данных и с целью упрощения моделей все случайные возмущения, изменяющиеся во времени, рассматривались в работе в виде дискретных белых шумов с нулевыми математическими ожиданиями и заданными дисперсиями.

Для анализа влияния масконов на точность навигации был применен минимаксный подход: ошибки навигации, обусловленные масконами, оценивались при наибольшем значении гравитационной постоянной маскона, наблюдаемом на Луне при определенном его положении относительно трассы полета КА.

**Статистики ошибок приборов и возмущений.** В табл. 4.1 приведены значения среднеквадратических отклонений случайных ошибок для навигационных приборов, которые рассматривались при проведении численных расчетов.

Таблица 4.1

Источник и величина с.к.о. ошибки

Тип ошибки	Акселер.	Скоростн. гироскоп	Высотомер	Допл. изм. скорости	Угловой эксцентр. тяги
Размерность	м/с	град/с	м	м/с	угл. мин.
Случайная величина, $\Delta$	3.3e-4	2e-4	-	-	3
Случайный процесс, $\delta$	1.33e-4	3e-5	0.2	0.0845	-
Масштабный коэффициент	-	1.33e-4	-	-	-

Для каждого прибора данные представлены в виде двух столбцов. В первой строке каждого столбца приведены значения с.к.о. ошибок, являющихся случайными величинами, принимающих новое (случайное) значение в каждой новой реализации, но остающихся постоянными в этой реализации. Выше при описании таких ошибок использовался символ  $\Delta$ .

Во второй строке указаны с.к.о. ошибок, меняющихся случайным образом от одного дискретного момента измерения к другому. Выше такие ошибки обозначались с использованием символа  $\delta$ .

В третьей строке таблицы отдельно указано с.к.о. ошибки масштабного коэффициента скоростного гироскопа.

**Статистики ошибок начальной выставки НС.** Одним из этапов подготовки НС для ее использования при реализации МП является начальная выставка БИНС, т.е. задание начальных значений переменных состояния КА в алгоритме навигации в соответствии с фактическим состоянием КА в момент запуска НС. Для решения этой задачи используются специальные

дополнительные технические средства и алгоритмы. Тем не менее, начальная выставка реализуется с ошибками.

При использовании упрощающего предположения о том, что систематические ошибки начальной выставки отсутствуют, характеристикой ошибок начальной выставки является их ковариационная матрица  $\hat{K}_{x_0}$ . В соответствии с уравнением состояния (4.1) эта матрица имеет размерность  $7 \times 7$ . Если полагать, что случайные составляющие ошибок для всех переменных начального состояния являются некоррелированными друг с другом, то матрица  $\hat{K}_{x_0}$  становится диагональной. На главной диагонали этой матрицы расположены дисперсии ошибок начальной выставки отдельных компонент вектора  $x_0$ . Значения с.к.о. ошибок начальной выставки, использовавшиеся при расчетах в данной работе, приведены в табл. 4.2. При задании этих значений использовались данные, приведенные в [31]. Другие числовые исходные данные будут указаны ниже при описании результатов численного моделирования НС.

Таблица 4.2

С. к. о. ошибок начальной выставки НС КА

	Переменная состояния	Размерность	Значение с. к. о.
1	$\hat{\phi}_0$	град	0.133
2	$\hat{h}_{r0}$	м	333
3	$\hat{V}_{\tau 0}$	м/с	0.0845
4	$\hat{V}_{r0}$	м/с	0.0845
5	$\hat{\Theta}_0$	угл. мин.	5
6	$\hat{\omega}_{z0}$	угл. мин./с	0.036
7	$\hat{P}_{t0}$	сек	0.3

#### 4.5. БИНС

Этот вариант построения НС является простейшим и поэтому при его использовании точность навигации оказывается самой низкой. Оценки

параметров движения КА рассчитываются путем интегрирования уравнений навигации, соответствующих уравнениям состояния (4.1):

$$\begin{cases} \dot{\hat{\phi}} = \frac{\hat{V}_\tau}{\hat{r}} \\ \dot{\hat{h}}_r = \hat{V}_r \\ \dot{\hat{V}}_\tau = -\frac{\hat{V}_\tau \cdot \hat{V}_r}{\hat{r}} + \tilde{a}_{\text{ДУ}} \cos \hat{\Theta}, \\ \dot{\hat{V}}_r = \frac{\hat{V}_\tau^2}{\hat{r}} - \frac{\mu_l}{\hat{r}^2} + \tilde{a}_{\text{ДУ}} \sin \hat{\Theta} \\ \dot{\hat{\Theta}} = \tilde{\omega}_z + \frac{\hat{V}_\tau}{\hat{r}} \end{cases} \quad (4.11)$$

В этих уравнениях:

$\tilde{a}_{\text{ДУ}} = \sqrt{\tilde{a}_x^2 + \tilde{a}_y^2}$  – кажущиеся ускорения;

$\tilde{a}_x$  и  $\tilde{a}_y$  – кажущиеся ускорения, измеряемые акселерометрами в ССК;

$\tilde{\omega}_z$  – угловая скорость, измеренная скоростным гироскопом относительно поперечной оси КА.

Волна над символами в (4.11) обозначает измерения, содержащие ошибки. Крышка над символом обозначает оценку соответствующей переменной состояния.

Точность решения задачи оценивания вектора состояния КА путем интегрирования системы (4.11) зависит от:

- ошибок начальной выставки путем задания начальных значений переменных состояния  $\hat{\phi}_0$ ,  $\hat{h}_{r0}$ ,  $\hat{V}_{r0}$ ,  $\hat{V}_{\tau0}$ ,  $\hat{\Theta}_0$  в момент запуска БИНС;
- статистических характеристик ошибок измерительных приборов БИНС, т.е. акселерометров и гироскопа;
- погрешностей, вносимых влиянием масконов и угловым эксцентриситетом тяги;
- ошибок численного интегрирования уравнений.

Блок-схема имитационной модели, предназначенной для оценки эффективности данного варианта построения НС, приведена на рис. 4.5.

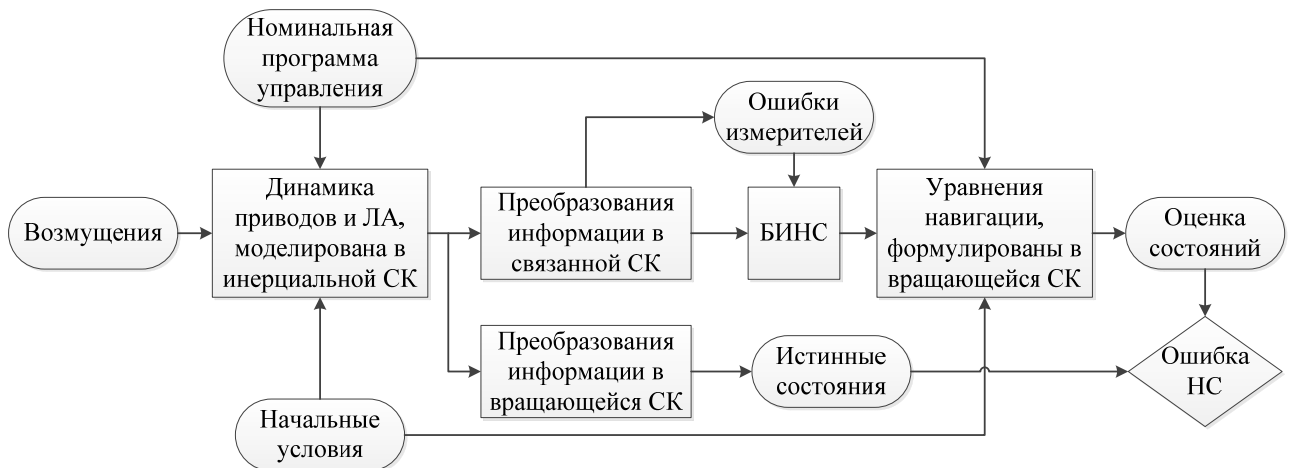


Рис. 4.5. Блок-схема имитационной модели функционирования БИНС

Имитационное моделирование данного варианта НС подтвердило предположение о ее низкой точности, поскольку такой вариант не позволяет оценивать систематические ошибки и возмущения, а также сглаживать влияние случайных ошибок измерений.

Графики ошибок оценки некоторых переменных состояния вдоль траектории КА, полученные в одной из реализаций методом имитационного моделирования БИНС, показаны на рис. 4.6 и рис. 4.7.

Особенно велики ошибки оценки высоты (более 120 км) и скорости (более 80 м/с) движения КА. Эти результаты подтверждают необходимость рассмотрения более совершенных алгоритмов навигации и использования в составе НС дополнительных измерителей.

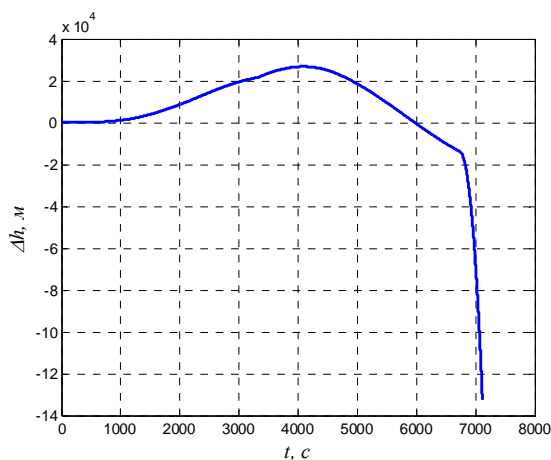


Рис. 4.6. Ошибка оценки высоты

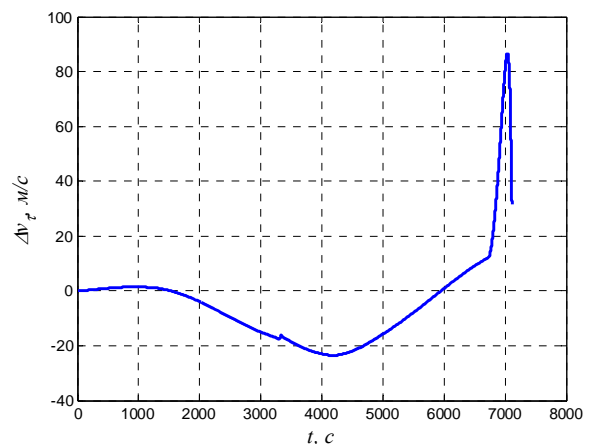


Рис. 4.7. Ошибка оценки тангенциальной скорости

## 4.6. БИНС+ФК

При использовании фильтра Калмана для обработки навигационных измерений можно существенно повысить точность навигации, поскольку появляется возможность:

- учитывать априорную информацию о начальном состоянии КА и о характеристиках случайных возмущений;
- сглаживать изменяющиеся во времени случайные ошибки измерений и возмущения, действующие на КА в полете;
- оценивать значения факторов, являющихся случайными величинами, сложившиеся в конкретном полете;
- определять текущую точность получаемых оценок переменных состояния и оцениваемых параметров путем расчета апостериорной ковариационной матрицы и др.

### 4.6.1. Формирование расширенного вектора состояния

Для совместного оценивания состояния системы и случайных факторов, являющихся случайными величинами, остающимися постоянными во времени в каждой реализации процесса, необходимо для каждого такого фактора составить формальное уравнение состояния вида:

$$\dot{x}_{\text{доп}} = 0. \quad (4.12)$$

В результате такие факторы становятся дополнительными переменными состояния, а система уравнений состояния – расширенной.

В варианте построения НС типа БИНС+ФК предусматривается использование только измерений БИНС, т.е. измерений с помощью акселерометров и скоростного гироскопа. В этом случае число дополнительных переменных состояния равно пяти:

$$x_{\text{доп}} = [x_8 \dots x_{12}]^T = [\Delta \mathcal{G}_p \quad \Delta a_{x0} \quad \Delta a_{y0} \quad \Delta \omega_{z0} \quad \Delta k_{\omega}]^T,$$

а размерность расширенного оцениваемого вектора состояния возрастает до 12.



С учетом дополнительных переменных состояния векторное уравнение расширенной системы состоит из двух систем – (4.11) и пяти скалярных уравнений вида (4.12).

#### 4.6.2. Вектор измерений

При использовании только измерений БИНС вектор измерений состоит из трех компонент. Их зависимость от переменных состояния описывается уравнениями (4.6) и (4.7).

Совместно уравнения измерений можно переписать в векторно-матричной записи:

$$\tilde{y}(t) = h(x, u, t) + \eta(t), \quad (4.13)$$

где:  $\tilde{y}(t) = [\tilde{y}_i(t)]_3 = [\tilde{a}_x(t) \quad \tilde{a}_y(t) \quad \tilde{\omega}_z(t)]^T$  – вектор измерений;

$h(x, u, t) = [h_i(x, u, t)]_3$  – матрица измерений, компоненты которой

описываются соотношениями:

$$\tilde{a}_x = a_{\text{ДУ}} \cdot \cos \Delta\theta_p + \Delta a_{x0} + \delta a_x$$

$$\tilde{a}_y = a_{\text{ДУ}} \cdot \sin \Delta\theta_p + \Delta a_{y0} + \delta a_y ;$$

$$\tilde{\omega}_z = (1 + \Delta k_\omega) \cdot \omega + \Delta \omega_{z0} + \delta \omega$$

$\eta(t) = [\eta_i(t)]_3 = [\delta a_x, \delta a_y, \delta \omega_z]^T$  – вектор ошибок измерений.

#### 4.6.3. Априорные оценки

Для запуска фильтра Калмана необходимо задать вектор априорных оценок компонент начального расширенного вектора состояния  $\hat{x}_0$  и ковариационную матрицу  $\hat{K}_{x0}$  ошибок знания этих оценок.

В задаче навигации КА при мягкой посадке вектор априорных оценок  $\hat{x}_0$  размерности 12 практически весь является нулевым вектором, кроме начальной высоты  $\hat{h}_{r0} = 100$  км, и орбитальной скорости движения КА по этой орбите  $\hat{V}_{\tau 0} = 1633.6$  м/с<sup>2</sup>.

Начальная ковариационная матрица  $\hat{K}_{x_0}$  имеет размерность  $12 \times 12$ . Если полагать, что все начальные переменные расширенного вектора состояния являются некоррелированными друг с другом, то эта матрица является диагональной с дисперсиями компонент, указанными в табл. 4.1 и 4.2.

#### 4.6.4. Алгоритм оценивания

Уравнения состояния расширенной системы и уравнения измерений (4.13) являются нелинейными. Для рекуррентного оценивания состояний такой системы можно применить квазилинейный фильтр Калмана [3]. В этом алгоритме оценки состояний прогнозируются на шагах между измерениями путем численного интегрирования нелинейных уравнений состояния, а ковариационная матрица прогнозируется с использованием линеаризованных уравнений возмущенного движения в окрестности текущего вектора оценок состояния, полученного на предыдущем шаге измерений.

Сам алгоритм квазилинейного фильтра Калмана состоит из чередующихся этапов прогноза и пересчета.

На этапе *прогноза*:

- на интервале  $\Delta t_k = [t_{k-1}, t_k]$  оценка вектора состояния  $\hat{x}_{k-1}$  в момент  $t_{k-1}$  прогнозируется в оценку  $\hat{x}_k$  перед следующим измерением путем интегрирования уравнения состояния:

$$\dot{\hat{x}}_k = f(\hat{x}_{k-1}, u_k). \quad (4.14)$$

прогнозируется ковариационная матрица ошибок оценки:

$$\hat{P}_k = F_k \hat{P}_{k-1} F_k^T + Q_k, \quad (4.15)$$

где:  $F_k = \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\hat{x}_{k-1}, u_k}$  – матрица частных производных (якобиан) от правых частей уравнений состояния, вычисленная при  $\hat{x}_{k-1}$  и векторе входов  $u_k$ ;

$Q_k$  – матрица случайных воздействий, но в данной работе случайные процессы, воздействующие на КА, не рассматриваются.

На этапе *пересчета*:

- вычисляется разность между текущим измерением  $\tilde{y}_k$  и его ожидаемым значением, рассчитанным с использованием спрогнозированной на момент  $t_k$  оценки вектора состояния  $\hat{x}_k$ :

$$\Delta\tilde{y}_k = \hat{y}_k - h(\hat{x}_k, u_k); \quad (4.16)$$

- вычисляется ковариационная матрица ошибок измерений в момент  $t_k$ :

$$S_k = H_k P_k H_k^T + R_k, \quad (4.17)$$

где:  $H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{\hat{x}_k, u_k}$  – якобиан уравнения измерений, вычисленный при  $\hat{x}_k, u_k$ ;

$R_k$  – ковариационная матрица ошибок измерений в момент  $t_k$ . Эта матрица имеет размерность  $3 \times 3$ . Если ошибки измерений  $\delta a_x, \delta a_y, \delta \omega_z$  рассматривать взаимно некоррелированными случайными величинами, то матрица  $R_k$  является диагональной матрицей, в которой на диагонали стоят дисперсии  $D_{\delta a_x}, D_{\delta a_y}, D_{\delta \omega_z}$ .

- вычисляется матрица коэффициентов Калмана:

$$K_k = P_k H_k^T S_k^{-1}; \quad (4.18)$$

- априорная оценка  $\hat{x}_k$  пересчитывается в апостериорную оценку  $\hat{x}_k$ :

$$\hat{x}_k = \hat{x}_k + K_k \Delta\tilde{y}_k; \quad (4.19)$$

- априорная ковариационная матрица  $\hat{P}_k$  пересчитывается в апостериорную матрицу  $\hat{P}_k$ :

$$\hat{P}_k = (I - K_k H_k) \hat{P}_k; \quad (4.20)$$

Совместно формулы (4.14) – (4.20) образуют рекуррентный алгоритм квазилинейного фильтра Калмана.

#### 4.6.5. Имитационная модель

Эффективность данного варианта построения НС также анализировалась методом имитационного моделирования. Блок-схема имитационной модели приведена на рис. 4.8.

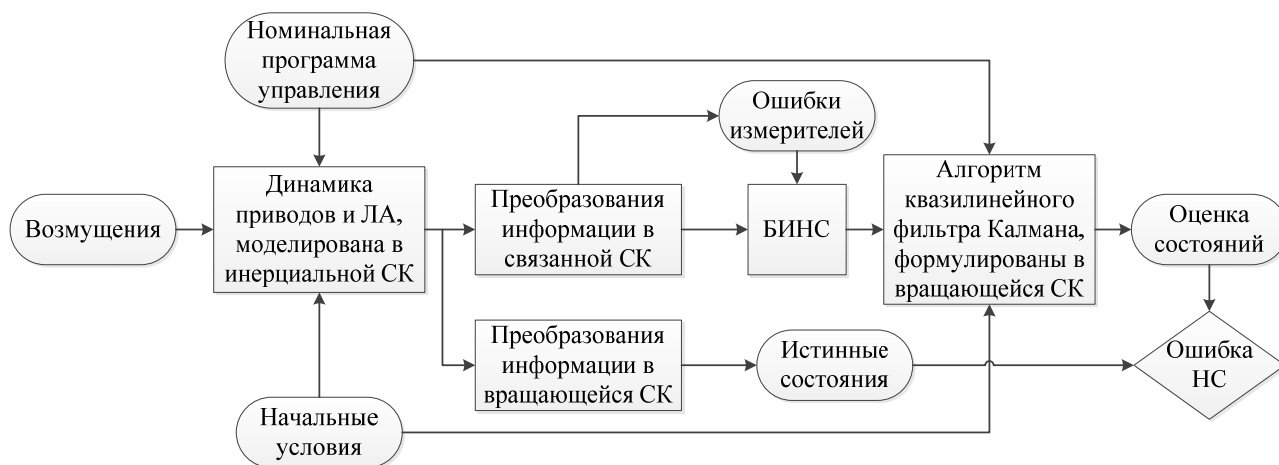


Рис. 4.8. Блок-схема имитационной модели функционирования НС типа БИНС+ФК

#### 4.6.6. Численный пример

Имитационное моделирование системы показало, что ошибки в оценках основных переменных состояния с помощью данного фильтра остаются большими (рис. 4.9 и рис. 4.10).

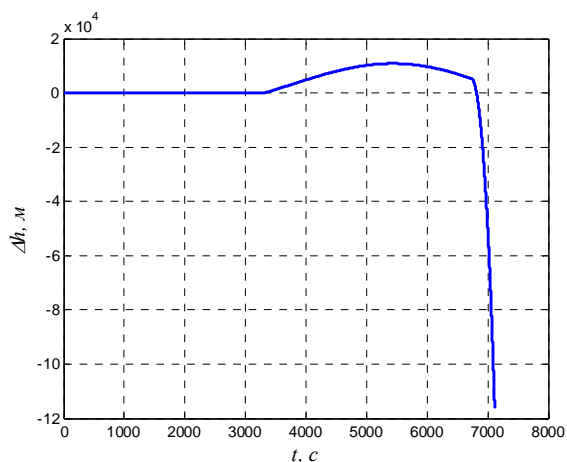


Рис. 4.9. Ошибка оценки высоты

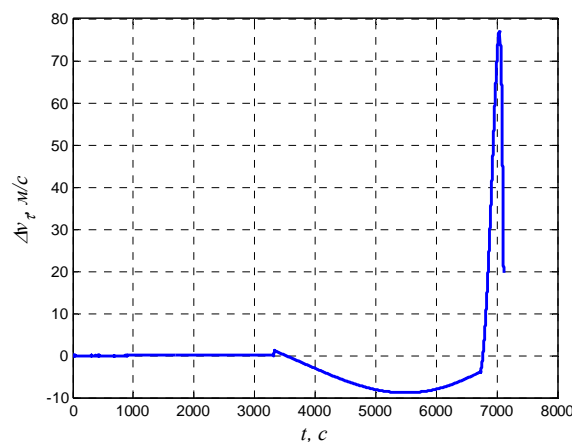


Рис. 4.10. Ошибка оценки тангенциальной скорости

На активных участках траектории ошибки навигации относительно выше, чем на пассивных участках, поскольку ошибка оценки угла тангажа КА приводит к ухудшению оценок других компонент вектора состояния КА. Тем не менее, навигация КА с использованием измерений только ускорений и угловой скорости КА не позволяет получить удовлетворительный результат.

Необходимость введения дополнительных измерений высоты и скорости КА и создание комплексированной НС становится очевидной.

#### 4.7. Комплексированная навигационная система (КНС)

Этот вариант построения НС является наиболее совершенным среди вариантов, рассмотренных в работе. В нем инерциальные измерения БИНС дополняются измерениями высоты и скорости движения КА. В число оцениваемых параметров, являющихся случайными величинами, дополнительно включаются параметры, связанные с работой высоотомера и измерителя скорости КА. Как и в предыдущем варианте компонент расширенного вектора состояния оцениваются с помощью квазилинейного фильтра Калмана.

##### 4.7.1. Имитационная модель

В отличие от предыдущего варианта НС в данном варианте для повышения точности навигации используются дополнительно высоотомер и доплеровский измеритель скорости. Особенно важно, что эти измерители позволяют оценить гравитационные возмущения, обусловленные нецентральностью поля тяготения Луны. Блок-схема имитационной модели оценки эффективности рассматриваемой комплексированной системы навигации приведена на рис. 4.11.

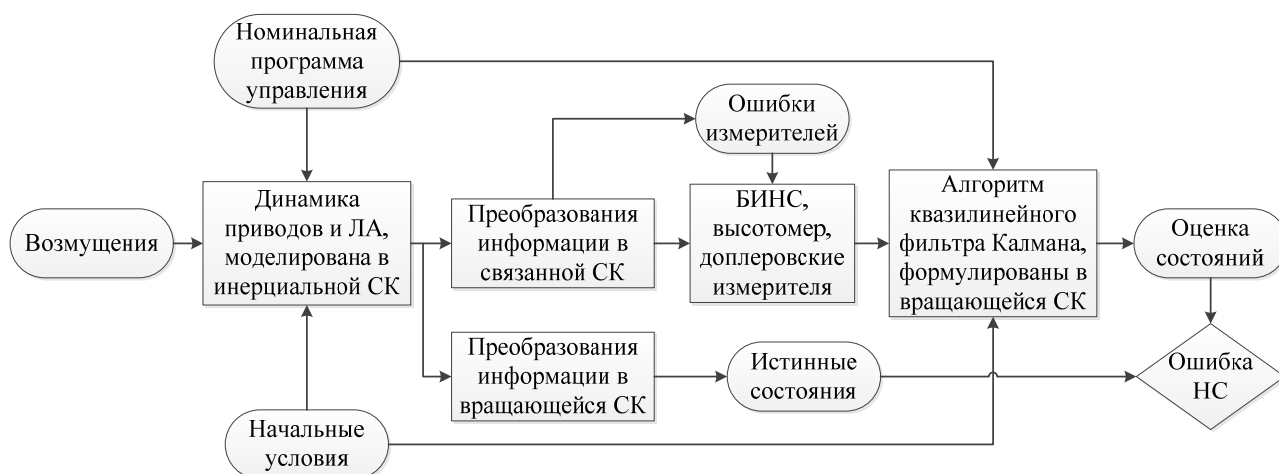


Рис. 4.11. Блок-схема имитационной модели для оценки эффективности КНС

Построение комплексированной системы включает следующие изменения в составе, структуре и алгоритме функционирования системы по сравнению с рассмотренной ранее системой БИНС+ФК.

#### 4.7.2. Дополнительные измерения и переменные состояния

При включении измерений высоты и двух составляющих скорости вектор измерений содержит 6 компонент, указанных в соотношении (4.5). Уравнения измерений, входящих в этот вектор, представлены в формулах (4.6) – (4.7) для измерителей ускорений и угловой скорости и (4.9) – (4.10) для измерителей высоты и компонент скорости КА.

При наличии дополнительных измерений в оцениваемый расширенный вектор состояния можно включить три дополнительные медленно изменяющиеся переменные состояния –  $\Delta g_\tau$ ,  $\Delta g_r$ ,  $\Delta h_{detail}$ . Тогда размерность вектора оценок – 15, и ковариационная матрица имеет размерность –  $15 \times 15$ .

Следует отметить, что с помощью НС также можно оценить угловое возмущение, фактическое дросселирование и другие величины, являющиеся случайными или медленно меняющимися величинами. Однако в данной работе мы ограничились указанными выше параметрами.

Для более детального описания изменений  $\Delta g_\tau(\varphi)$ ,  $\Delta g_r(\varphi)$ ,  $\Delta h_{detail}(\varphi)$  вдоль траектории эти величины можно представить как стационарные коррелированные функции от угловой дальности  $\varphi$  вдоль траектории движения КА:

1) если дальность КА между шагами работы НС  $\Delta l = |\varphi_k - \varphi_{k-1}| \cdot r_l$  большая, то значения  $\Delta g_\tau(\varphi)$ ,  $\Delta g_r(\varphi)$ ,  $\Delta h_{detail}(\varphi)$  можно считать случайными величинами с нулевыми математическими ожиданиями и среднеквадратическими отклонениями, которые принимаются равными одной третьей от максимальных значений, приведенных в пункте 4.3;

2) в окрестности точек зависания, где скорость движения КА близка к нулю, значения  $\Delta g_\tau(\varphi)$ ,  $\Delta g_r(\varphi)$ ,  $\Delta h_{detail}(\varphi)$  можно считать постоянными.

Простейшей дискретной моделью оценки значения  $\Delta g_\tau(\varphi)$ ,  $\Delta g_r(\varphi)$ ,  $\Delta h_{detail}(\varphi)$  для НС, реализующей указанные характеристики, является модель

$$\text{вида: } Z_k = f_z(Z_{k-1}; \varphi_k, \varphi_{k-1}) = \begin{cases} \frac{|\varphi_k - \varphi_{k-1}| \cdot r_l}{3 \cdot l_f} \cdot Z_{k-1}, & \text{если } |\varphi_k - \varphi_{k-1}| \cdot r_l < 3 \cdot l_f \\ 0, & \text{если } |\varphi_k - \varphi_{k-1}| \cdot r_l \geq 3 \cdot l_f \end{cases}.$$

где:  $Z$  – общее обозначение для  $\Delta g_\tau$ ,  $\Delta g_r$ ,  $\Delta h_{detail}$ ;

$l_f$  – постоянная дальности, например, для гравитационного возмущения  $l_{f,g} = 0.1r_l$ , и для ошибки картографирования  $l_{f,h} = 5\sigma(\Delta h_{detail})$ ;

$|\varphi_k - \varphi_{k-1}| \cdot r_l$  – дальность между шагами численного расчета.

При расширенном векторе измерений итоговая модель измерений вида (4.13) в скалярном виде записывается следующим образом:

$$Y = h(h_r, V_\tau, V_r, \Theta, t_m, \omega_z; \Delta\theta_p, \Delta a_{x0}, \Delta a_{y0}, \Delta\omega_z, \Delta k_\omega; \Delta h_{detail}; p_t) + \eta(t_k) =$$

$$= \begin{cases} \tilde{h}_t(t_k) = h_1(r, \Delta h_{detail}) + \delta h = h_r - h_{rough} - \Delta h_{detail} + \delta h(t_k) \\ \tilde{V}_{x,Dop}(t_k) = h_2(V_\tau, V_r, \Theta) + \delta V_x = V_\tau \cdot \cos \Theta + V_r \cdot \sin \Theta + \delta V_x(t_k) \\ \tilde{V}_{y,Dop}(t_k) = h_3(V_\tau, V_r, \Theta) + \delta V_y = -V_\tau \cdot \sin \Theta + V_r \cdot \cos \Theta + \delta V_y(t_k) \\ \tilde{a}_{x,acc}(t_k) = h_4(t_m, \Delta\theta_p, \Delta a_{x0}; p_t) + \delta a_x = a_{xy} \cdot \cos \Delta\theta_p + \Delta a_{x0} + \delta a_x(t_k) \\ \tilde{a}_{y,acc}(t_k) = h_5(t_m, \Delta\theta_p, \Delta a_{y0}; p_t) + \delta a_y = a_{xy} \cdot \cos \Delta\theta_p + \Delta a_{y0} + \delta a_y(t_k) \\ \tilde{\omega}_{z,gyro}(t_k) = h_6(\omega_z, \Delta\omega_{z0}, \Delta k_\omega) + \delta\omega = (1 + \Delta k_\omega) \cdot \omega_z + \Delta\omega_{z0} + \delta\omega_z(t_k) \end{cases}$$

### 4.7.3. Результаты моделирования КНС

Работа комплексированной навигационной системы в разомкнутом режиме анализировалась с помощью имитационной модели, блок-схема которой приведена на рис. 4.11.

Характеристики точности НС, в том числе трубки ошибок оценки переменных состояния КА и случайных параметров вычислялись путем статистической обработки 50 реализаций процесса движения КА. Значения случайных начальных условий и параметров, являющихся случайными величинами, разыгрывались в соответствии со значениями их с.к.о.,

указанными в табл. 4.1 и 4.2, с помощью генератора случайных чисел. Возмущения, являющиеся случайными процессами, имитировались как ступенчатые случайные процессы.

При движении КА на ЭОТ по программной траектории общее время полета составляет 348.23 сек, т.е. 5 мин 48.23 с.

В одной из реализаций оценка координаты точки начала ЭОТ, полученная с помощью НС, отклонилась от из программного значения на 98 м по высоте над средним радиусом Луны. Аналогично, из-за ошибок навигации НС указала положение КА в момент окончания ЭОТ с отклонением от истинного значения на 1.4 м по высоте.

В среднем по 50 реализациям работу НС характеризуют графики, приведенные на рис. 4.12 – 4.19 в виде трубок  $m_x \pm 3\sigma_x$  как функций времени движения КА на ЭОТ. В табл. 4.3 представлена ковариационная матрица конечных ошибок состояний. Как видно из таблицы, ошибки конечных тангенциальной и радиальной составляющих скорости коррелированы друг с другом относительно сильно.

Как видно из представленных графиков, ошибки навигации относительно малые. Навигационная система в данном варианте хорошо оценивает параметры, являющиеся случайными величинами.

Таблица 4.3

Ковариационная матрица конечных ошибок оценки переменных состояния КА

	$\Delta\varphi_{end}$	$\Delta h_{r,end}$	$\Delta V_{\tau,end}$	$\Delta V_{r,end}$	$\Delta\Theta_{end}$	$\Delta\omega_{z,end}$	$\Delta t_{m,end}$
$\Delta\varphi_{end}$	5.3e-12	3.4e-08	3.2e-08	8.4e-09	4.6e-10	3.5e-12	-2.0e-09
$\Delta h_{r,end}$	3.4e-08	6.5e-02	2.3e-04	7.9e-05	-5.1e-08	5.6e-08	-4.5e-05
$\Delta V_{\tau,end}$	3.2e-08	2.3e-04	3.8e-04	2.1e-04	5.4e-06	2.6e-08	-3.0e-05
$\Delta V_{r,end}$	8.4e-09	7.9e-05	2.1e-04	1.9e-04	3.1e-06	2.5e-09	-1.6e-05
$\Delta\Theta_{end}$	4.6e-10	-5.1e-08	5.4e-06	3.1e-06	8.0e-08	3.5e-10	-3.0e-07
$\Delta\omega_{z,end}$	3.5e-12	5.6e-08	2.6e-08	2.5e-09	3.5e-10	3.9e-12	5.1e-10
$\Delta t_{m,end}$	-2.0e-09	-4.5e-05	-3.0e-05	-1.6e-05	-3.0e-07	5.1e-10	7.6e-05



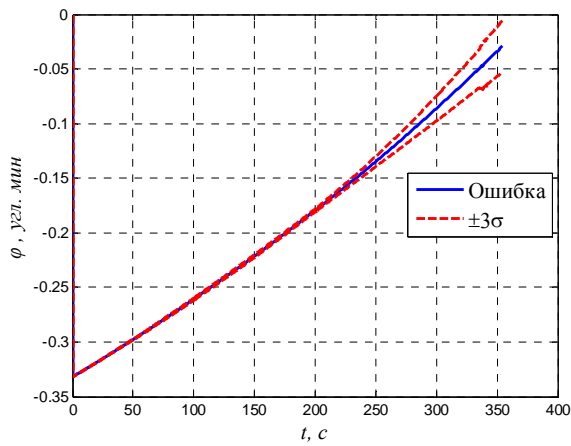


Рис. 4.12. Трубка ошибок оценки угловой дальности

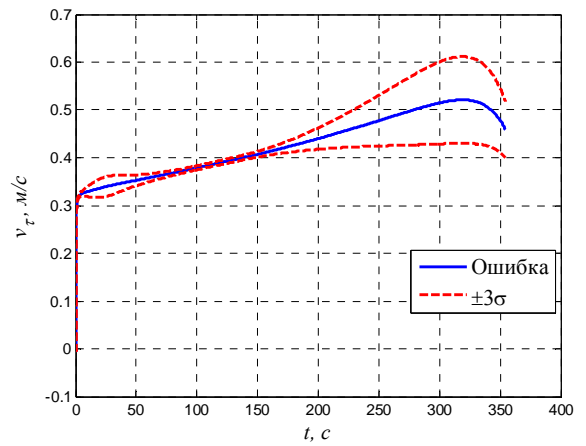


Рис. 4.13. Трубка ошибок оценки тангенциальной скорости

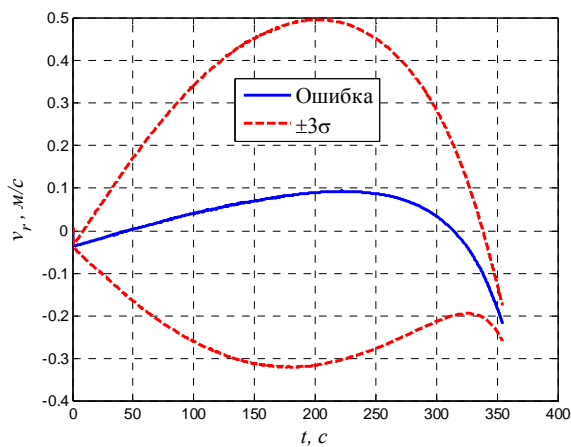


Рис. 4.14. Трубка ошибок оценки радиальной скорости

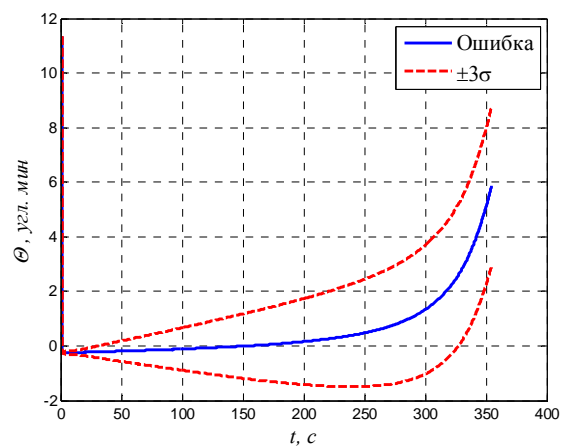


Рис. 4.15. Трубка ошибок оценки угла тангажа относительно местного горизонту

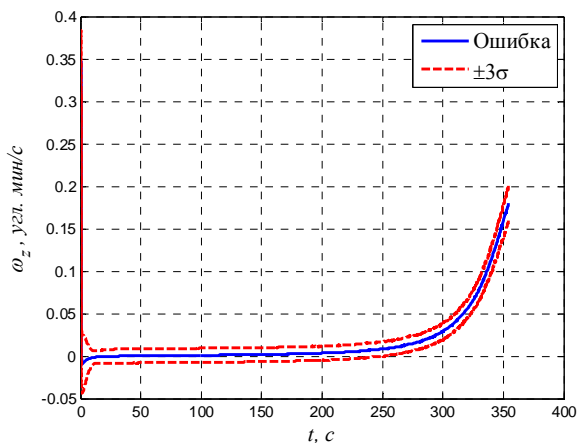


Рис. 4.16. Трубка ошибок оценки угловой скорости

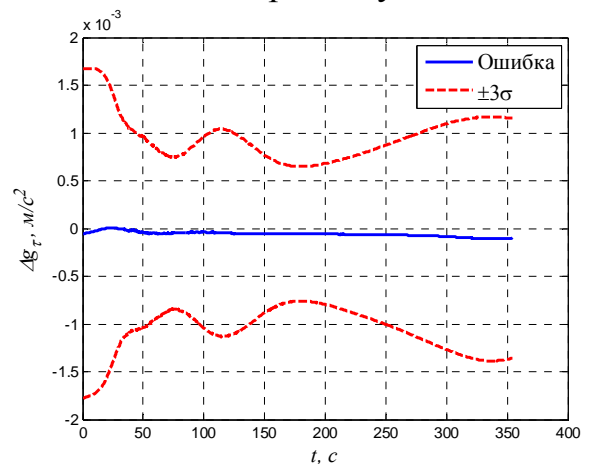


Рис. 4.17. Трубка ошибок оценки тангенциального гравитационного ускорения от маскона

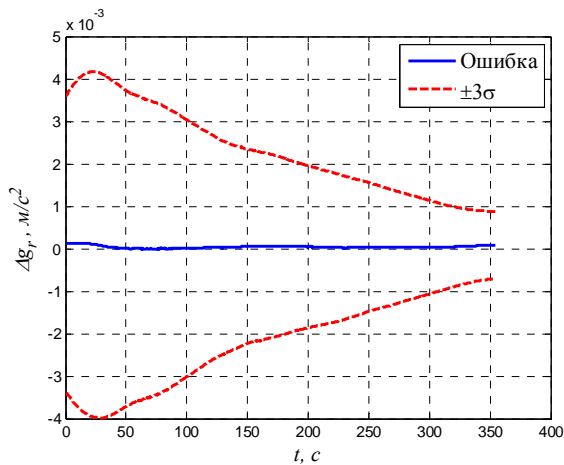


Рис. 4.18. Трубка ошибок оценки радиального гравитационного ускорения от маскона

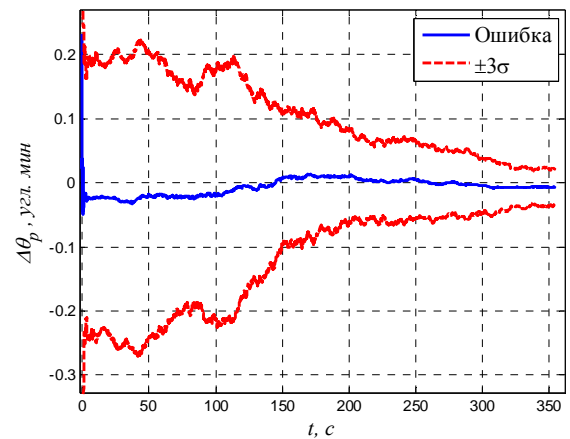


Рис. 4.19. Трубка ошибок оценки углового эксцентриситета двигателя

На рис. 4.20 – 4.29 показано изменение по времени оценок некоторых переменных состояния КА при предельных ( $+3\sigma_x$ ) отклонениях факторов, являющихся случайными величинами на ЭОТ. Как видно из рис. 4.29, НС оценивает угловой эксцентриситет двигателя только на активном участке. Оценка возмущения от маскона запаздывает относительно его истинного значения (см. рис. 4.28). Поскольку на борту КА отсутствует возможность измерить гравитационное возмущение непосредственно, система навигации может оценить это возмущение только с течением времени.

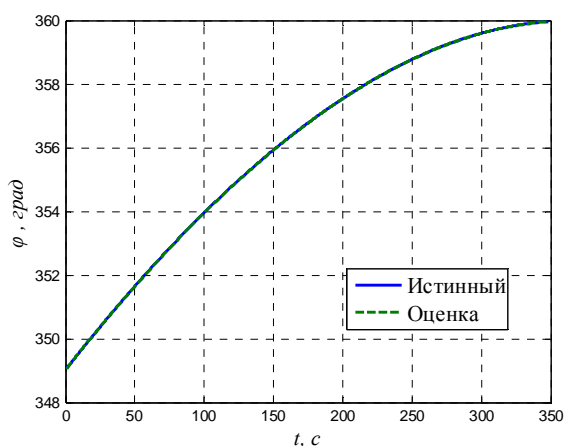


Рис. 4.20. Скользящая оценка угловой дальности

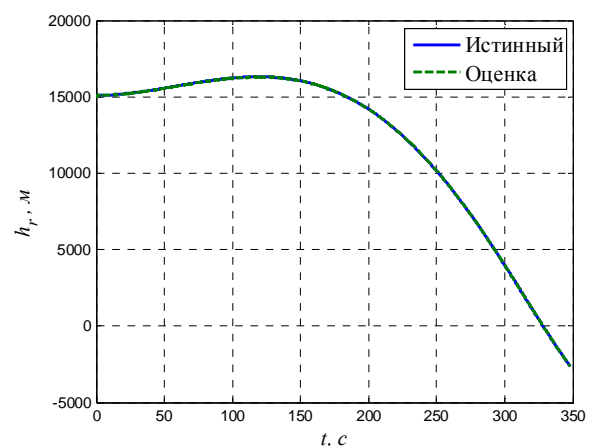


Рис. 4.21. Скользящая оценка высоты над средним радиусом Луны

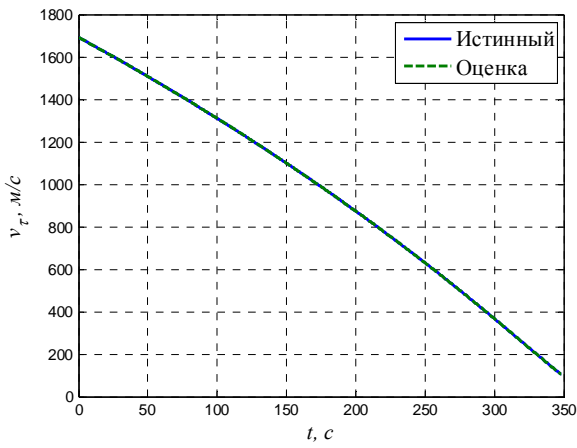


Рис. 4.22. Скользящая оценка тангенциальной скорости

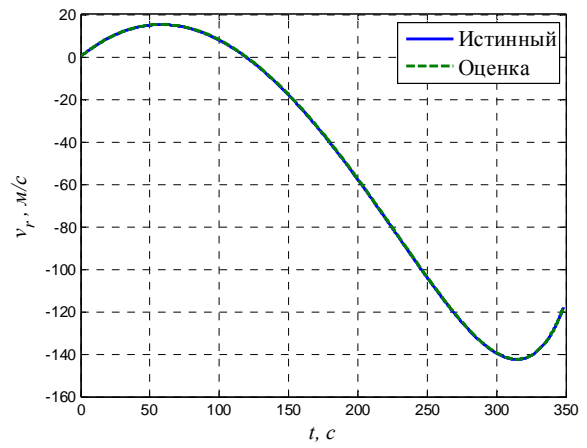


Рис. 4.23. Скользящая оценка радиальной скорости

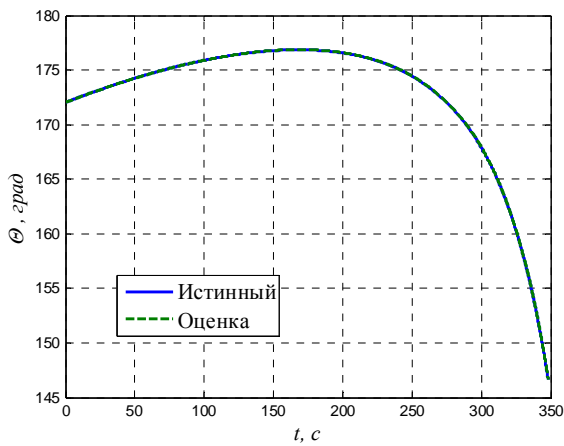


Рис. 4.24. Скользящая оценка угла тангажа к местному горизонту

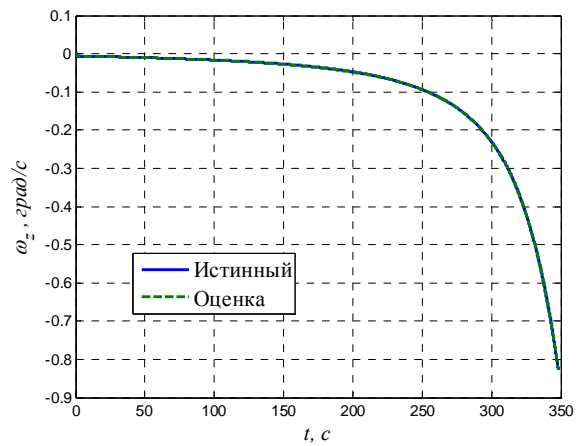


Рис. 4.25. Скользящая оценка угловой скорости

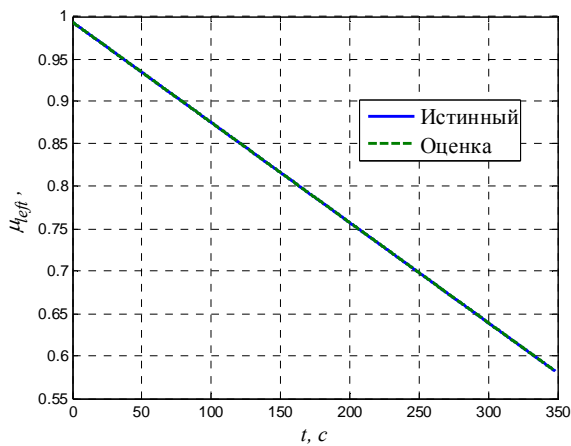


Рис. 4.26. Скользящая оценка текущей относительной массы

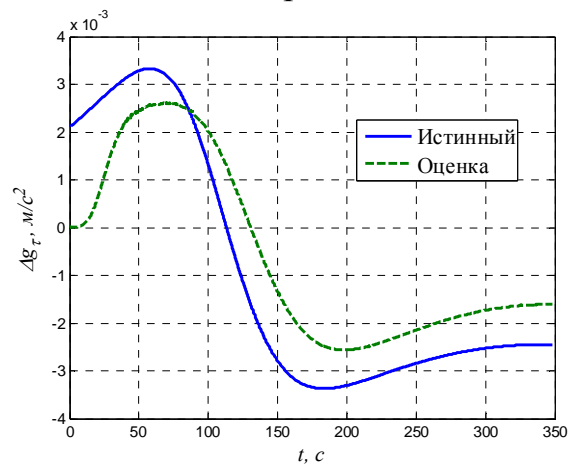


Рис. 4.27. Скользящая оценка тангенциального гравитационного ускорения от маскона

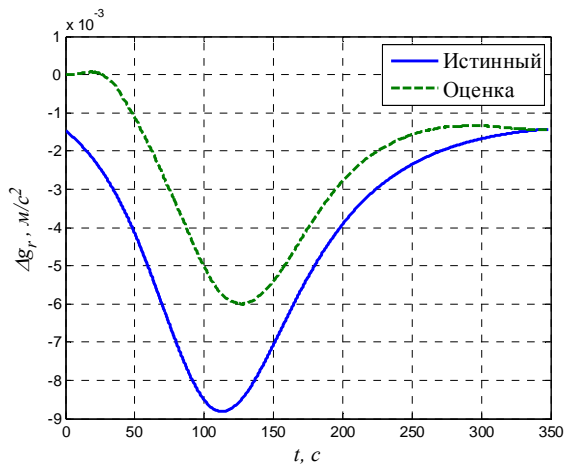


Рис. 4.28. Скользящая оценка радиального гравитационного ускорения от маскона

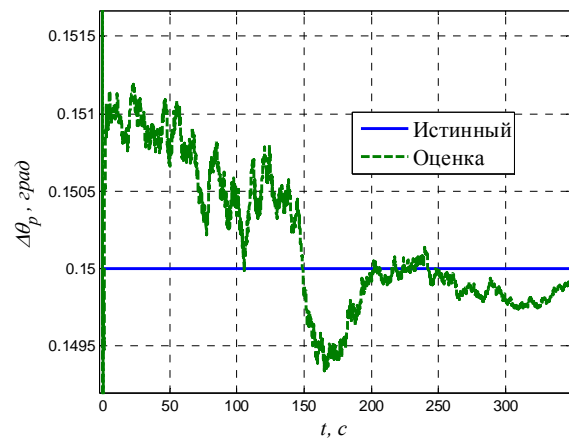


Рис. 4.29. Скользящая оценка углового эксцентриситета двигателя

#### 4.8. Заключение к главе 4

В результате проведенного анализа установлено, что вариант построения НС как комплексированной системы, содержащей дополнительные измерители плюс расширенный квазилинейный фильтр Калмана, обеспечивает значительно более высокую точность навигации при наличии неопределенностей по сравнению с двумя другими рассмотренными системами навигации. Таким образом, для совершения миссии мягкой посадки КА необходимо иметь в составе НС доплеровские измерители скорости и высотомер, а задачу навигации решать с помощью расширенного фильтра Калмана.

## ГЛАВА 5. ВОПРОСЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ КА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ СХЕМЫ МЯГКОЙ ПОСАДКИ С ЗАВИСАНИЯМИ

### 5.1. Общая структура замкнутой СУ КА

Точность посадки КА в выбранное в ходе полета место посадки является вторым по значимости (после массово-энергетической эффективности) показателем эффективности применяемой схемы МП. Значение этого показателя зависит от структуры выбранной схемы полета и программ управления движением КА на отдельных этапах, состава и структуры замкнутой СУ, реализующей применяемую схему, от возмущений, действующих на КА и компоненты СУ в полете, и других факторов.

СУ КА, совершающего мягкую посадку, как и СУ любого автоматически управляемого КА, состоит из трех подсистем (рис. 5.1):

- системы наведения (СН), обеспечивающей управление движением центра масс КА путем изменения величины и направления тяги двигателя торможения;
- системы управления ориентацией и стабилизации (СУОС), обеспечивающей управление угловым движением КА, в том числе направлением тяги ДТ;
- навигационной системы (НС), обеспечивающей получение информации о текущих параметрах движения КА, используемой в двух других подсистемах.

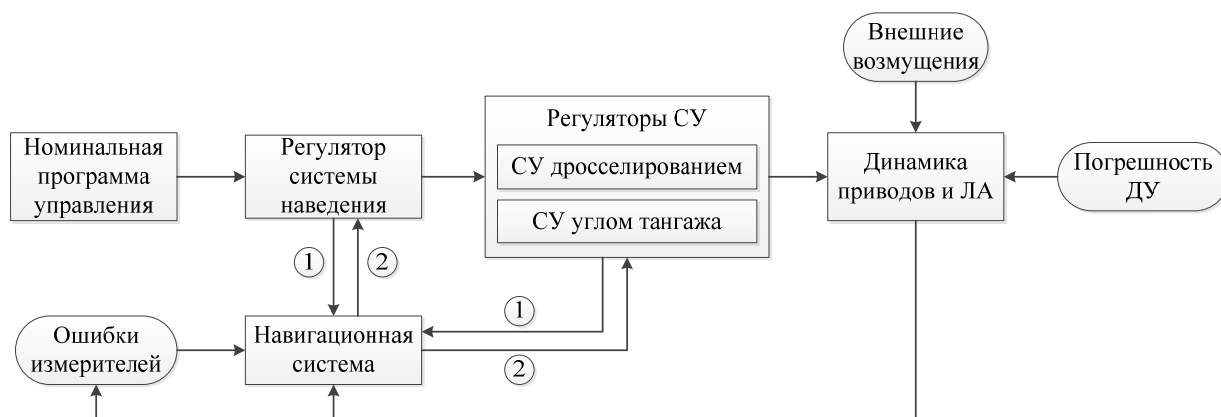


Рис. 5.1. Функциональная схема замкнутой СУ движением КА  
(1) Информация об управляемых силах и моментах; (2) Оценки переменных состояния КА.

Точность исполнения программ управления движением КА с помощью СУ зависит от следующих основных факторов:

- структуры и параметров подсистем СУ, в том числе массово-инерционных характеристик КА как объекта управления, динамических свойств исполнительных устройств СУ, управляющих величиной тяги ДТ и ориентацией КА в пространстве, регуляторов СН и СУОС, измерительных устройств и алгоритма функционирования НС;

- внешних возмущений, действующих на сам КА и измерительные устройства НС в полете, в том числе отклонение фактической силы тяжести, действующей на КА, от ее значения, использовавшегося при формировании программ управления движением КА;

- ошибок измерительных приборов НС;

- методических ошибок расчета команд управления в регуляторах СН и СУОС, а также погрешностей решения задачи навигации в НС и других.

В работах [30, 31] проведен достаточно детальный анализ влияния различных источников ошибок в работе СУ КА из числа перечисленных выше, указаны типовые значения числовых характеристик различных типов и выявлена относительная значимость этих ошибок.

В данной главе рассматриваются вопросы реализации управляемого движения КА при МП с помощью замкнутой СУ. Рассмотрение этих вопросов позволяет оценить предварительно конечную точность реализации МП с учетом ошибок НС и других возмущений, в том числе углового эксцентриситета тяги ДТ, нецентральности гравитационного поля Луны, обусловленного масконами.

## **5.2. Регуляторы наведения и управления**

### **5.2.1. Регулятор наведения**

Чтобы КА двигался в соответствии с номинальной программой, СУ КА должна активно подавлять (компенсировать) возмущающие воздействия, действующие на аппарат в полете. Поэтому требуемое ускорение КА,

вычисляемое в регуляторе системы наведения (СН), состоит из трех ускорений: программного кажущегося ускорения; ускорения, компенсирующего возмущения, являющиеся случайными величинами, значения которых оценены (идентифицированы) навигационной системой, ускорения обратной связи:

$$a_{\tau, \text{ДУ}}(t) = a_{\tau, \text{ДУ}, \text{prog}}(t) - \Delta \hat{g}_{\tau}(t) + a_{\tau, \text{PD}}(\Delta v_{\tau}),$$

$$a_{r, \text{ДУ}}(t) = a_{r, \text{ДУ}, \text{prog}}(t) - \Delta \hat{g}_r(t) + a_{r, \text{PD}}(\Delta h, \Delta v_r),$$

$$|a_{\text{ДУ}}(t)| = \sqrt{a_{\tau, \text{ДУ}}^2 + a_{r, \text{ДУ}}^2},$$

$$\Theta_{\text{ДУ}}(t) = \text{arccot} \left( \frac{a_{r, \text{ДУ}}}{a_{\tau, \text{ДУ}}} \right),$$

где:  $a_{\tau, \text{ДУ}, \text{prog}}(t), a_{r, \text{ДУ}, \text{prog}}(t)$  – программные тангенциальное и радиальное кажущиеся ускорения, которые должны быть созданы ДТ;

$a_{\tau, \text{D}}(\Delta l(t), \Delta v_{\tau}(t)) = P_{\tau} \cdot \Delta l(t) + D_{\tau} \cdot \Delta v_{\tau}(t)$  – требуемое дополнительное тангенциальное ускорение, компенсирующее ошибки по дальности и по скорости. В данной работе ограничение по дальности не рассматривается, поскольку фактическая точка посадки выбирается и уточняется при зависаниях;

$a_{r, \text{PD}}(\Delta h(t), \Delta v_r(t)) = P_r \cdot \Delta h(t) + D_r \cdot \Delta v_r(t)$  – требуемое дополнительное радиальное ускорение, компенсирующее отклонения  $\Delta h$  и  $\Delta v_r$  от их номинальных значений, формируемых регулятором СН. В качестве регуляторов СН в работе рассматривались пропорционально-дифференциальные регуляторы, т.е. регуляторы типа PD, с параметрами  $P_{\tau}, D_{\tau}; P_h, D_h$ .

В результате решения задачи синтеза регуляторов были определены следующие их значения:  $P_r = P_{\tau} = 1, D_r = D_{\tau} = 0.25$ .

$\Delta \hat{g}_{\tau}(t), \Delta \hat{g}_r(t)$  – оценки тангенциальной и радиальной составляющих гравитационного возмущения, т.е. отклонения фактического гравитационного ускорения, действующего на КА, от его модельного значения, рассматривавшегося при формировании программы управления вектором тяги КА;

$\Delta l(t) = l_{prog}(t) - \hat{l}_r(t)$  – разность между программным значением дальности и ее значением, получаемой с помощью НС;

$\Delta h(t) = h_{prog}(t) - \hat{h}_r(t)$  – разность между программным значением высоты и ее значением, получаемой с помощью НС;

$\Delta v_r(t) = v_{r,prog}(t) - \hat{v}_r(t)$  – разность программным значением радиальной составляющей скорости и ее оценкой, получаемой с помощью НС;

$\Delta v_\tau(t) = v_{\tau,programme}(t) - \hat{v}_\tau(t)$  – разность между программным значением тангенциальной составляющей скорости и ее значением, получаемым с помощью НС;

При реализации ЭОТ ограничение по дальности движения КА не рассматривалось, поскольку при первом зависании предусматривается сканирование рельефа поверхности и возможен выбор нового места посадки. Поэтому на ЭОТ отклонение  $\Delta l(t)$  в законе наведения не учитывается.

В целях безопасности угол тангажа к местному горизонту всегда должен быть положительным, т.е.  $\Theta_{ДУ} \in (0, 180^\circ)$ . Иными словами, с момента начала ЭОТ тяга ДТ должна быть направлена вверх.

### 5.2.2. Регуляторы вектора тяги на ЭОТ

Регуляторы наведения регулирует величину (т.е. реализуют дросселирование) тяги двигателя и угол тангажа, обеспечивая создание текущего вектора ускорения КА в соответствии с его требуемым (программным) значением.

Регулятор дросселирования тяги ДТ формирует команды управления требуемым кажущимся ускорением ЛА в соответствии с соотношениями:

$$\alpha(t) = \alpha_{prog}(t) - \Delta \hat{\alpha} + \alpha_{PD}(\Delta \theta, \Delta \omega, \Delta \hat{\theta}_p),$$

$$p_t = \frac{|a_{ДУ}(t)|}{a_{ДУ, \max}},$$



где:  $\alpha_{PD}(\Delta\Theta(t), \Delta\omega(t); \Delta\hat{\theta}_p) = P_z \cdot (\Delta\Theta(t) + \Delta\hat{\theta}_p) + D_z \cdot \Delta\omega(t)$  – требуемое дополнительное угловое ускорение. В данной работе для его формирования был использован PD-регулятор. Предварительно были выбраны следующие значения параметров регулятора:  $P_z = 0.6$ ,  $D_z = 0.09$ ;

$\Delta\hat{\Theta}(t) = \Theta_{ДУ}(t) - \hat{\Theta}(t)$  – разность между требуемым значением угла тангажа, определяющим требуемое (программное) направление вектора тяги, формируемым регулятором наведения, и оценкой этого угла, получаемой из НС;

$\Delta\hat{\theta}_p$  – оценка углового эксцентриситета тяги;

$\Delta\hat{\alpha}$  – оценка углового возмущения, возникающего на активных участках из-за линейного эксцентриситета тяги;

$\Delta\omega(t) = \omega_{programme}(t) - \hat{\omega}(t)$  – разность между программным значением угловой скорости и ее значением, получаемой с помощью НС;

$a_{ДУ, \max} = \frac{n_0 \cdot g_{earth}}{\hat{\mu}(t)}$  – максимальное кажущееся ускорение, создаваемое ДТ;

$n_0$  – начальная тяговооруженность;

$\hat{\mu}(t)$  – оценка текущей относительной массы, вычисленная с помощью НС.

Регулятор управления углом тангажа генерирует команды с учетом следующие факторов:

- угловой ошибки установки двигателя, оцениваемой НС;
- возмущающего углового ускорения;
- угловой ошибки между программным значением вектора ускорения и его значением, формируемым СН, т.е. реализуется обратная связь;
- ошибки в угловой скорости как разности между номинальным значением угловой скорости и ее оценкой, формируемой в НС.

Необходимо отметить, что НС и СУОС работают вдоль всей траектории движения КА, а СН и регулятор дросселирования тяги ДТ включаются только на активных участках.

### 5.3. Регуляторы СУ на других этапах

Регуляторы на других этапах МП были близки по характеристикам к регуляторам, используемым на КА «Чанъэ-3».

#### 5.3.1. Переход на промежуточную орбиту

При указанных значениях параметров начальной и переходной орбит получаем  $\Delta v = 19.4$  м/с (согласно пункту 2.4.2).

В начале перехода тяга должна быть направлена против вектора скорости КА. При переходе дросселирование не должно быть максимальным, чтобы сохранялась возможность регулирования тяги. При дросселировании, составляющем  $2/3$  от максимальной тяги, ДТ создает кажущееся ускорение  $2.4$  м/с<sup>2</sup>. Для создания указанного значения  $\Delta v$  с учетом длительностей включения и выключения ДТ он должен работать в течение  $8.14$  с.

К моменту начала ЭОТ КА должен быть повернут на угол тангажа  $\theta = 183.2^\circ$  относительно ИСК с помощью регуляторов СН и СУОС КА.

#### 5.3.2. Зависания

На этапах зависания (этапы 4 и 6 в табл. 1.5) сила тяги ДТ, задаваемая СН, должна быть направлена против силы тяжести, и модули этих двух сил должны быть равны друг другу, т.е.

$$\vec{a}_{ду} = -\vec{g}_l.$$

#### 5.3.3. Этап медленного управляемого спуска (ЭМУС)

На этапе медленного управляемого спуска (ЭМУС), т.е. на этапе 7 в табл. 1.5, КА медленно снижается к точке посадки на высоте  $4$  м над поверхностью Луны. Точка выбрана при высокоточном сканировании рельефа как окончательное место посадки. Процедура формирования программы управления на этом этапе соответствует описанной выше в главе 3 для ЭУС.

На ЭМУС ускорение и скорость должны быть ограничены. Например, суммарное ускорение не должно превышать  $0.5$  м/с<sup>2</sup>, а скорость –  $7$  м/с. Если окончательно выбранная точка посадки находится строго под точкой второго

зависания, то КА поддерживает вертикальную ориентацию, а двигатель создает кажущееся ускорение, составляющее  $a_1 = g_l - 0.5 = 1.125 \text{ м/с}^2$  в течение 13.86 с, а затем  $a_2 = g_l + 0.5 = 2.125 \text{ м/с}^2$  до момента 27.71 с. Изменение вертикальной скорости по времени приведено ниже на рис. 5.25.

#### 5.4. Общая имитационная модель СУ

В соответствии с материалами, изложенными в предшествующих главах, а также выше в данной главе, были разработаны имитационная модель функционирования замкнутой системы управления движением КА в плоскости спуска и реализующая эту модель вычислительная программа.

Формирование программы и проведение расчетов осуществлялись с учетом следующей информации.

1. Граничные условия задавались согласно п. 1.6;
2. Проектные параметры КА задавались согласно п. 2.7;
3. Номинальные программы управления углом тангажа и дросселированием тяги на ЭОТ задавались согласно п. 2.7;
4. Номинальные программы управления углом тангажа и дросселированием на ЭУС задавались согласно п. 3.7;
5. Системы координат и уравнения перехода между ними задавались согласно п. 4.2;
6. Модель динамики КА задавалась согласно п. 3.2;
7. Модель движения КА для решения задачи навигации задавалась согласно п. 4.2;
8. Модель возмущений задавалась согласно п. 4.3;
9. Модель измерений задавалась согласно п. 4.4;
10. Модель навигационной системы задавалась согласно п. 4.7;
11. Работа замкнутой СУ моделировалась согласно п. 5.1;
12. Работа регуляторов СУ моделировалась согласно п. 5.2.

Первому включению ДТ для перехода на эллиптическую орбиту предшествует этап 0 ожидания на круговой орбите заданной длительности

1542.3 с (движение КА начинается с полуоси  $x^+$  ИСК, т.е.  $\varphi_0 = 90^\circ$ , рис. 5.2). На данном этапе уже работают НС и СУОС. Предполагается, что к моменту начала данного этапа начальная выставка навигационной системы уже закончена.

### 5.5. Численные результаты

Циклограмма всего процесса МП приведена в табл. 5.1. В момент контакта с поверхностью Луны радиальная скорость КА составила 3.89 м/с и тангенциальной – 0.077 м/с.

Таблица 5.1

Элементы циклограммы реализации МП, рассчитанной в численном примере

Этап	Название этапа	Момент начала этапа (сек)	Длительность этапа (сек)
0	Ожидание на круговой орбите	0	1542.3163
1	Переход на эллиптическую орбиту	1542.3163	8.1398
2	Пассивное движение и ориентация	1550.4561	3411.3439
3	Основное торможение	4961.8	390.8625
4	Первое зависание	5352.6625	30.0063
5	Управляемый спуск	5382.6687	94.0313
6	Второе зависание	5476.7	30.0217
7	Медленный спуск	5506.7217	27.8568
8	Короткое зависание и выключение ДУ	5534.5784	5.0
9	Прилунение	5539.5784	2.4382

На рис. 5.2 – 5.25 приведены графики, иллюстрирующие процесс функционирования замкнутой системы, рассчитанные при предельных ( $+3\sigma$ ) отклонениях возмущений, являющихся случайными величинами, при трех вариантах реализации программ управления:

- 1) *номинальная* программа;
- 2) программа, реализуемая в *разомкнутой* системе в присутствии случайных ошибок;

3) программа, исполненная в управляемом движении с помощью замкнутой СУ.

Реальная бортовая СУ работает с постоянным малым шагом, но для анализа ее эффективности методом имитационного моделирования с целью экономии компьютерного времени моделирование проводилось с переменным шагом (рис. 5.4).

На рис. 5.5 – рис. 5.9 приведены результаты решения задач навигации и наведения на ЭОТ применительно к номинальному (программному) движению КА, в разомкнутой и в замкнутой СУ. В разомкнутой системе КА падает на Луну и ЭОТ не завершается.

Моделирования движения КА при действии случайных возмущений методом уравнения моментов ([3]) было установлено, что с.к.о. высоты в момент окончания ЭОТ составляет около 2.53 км, т.е. управление КА по разомкнутой схеме не обеспечивает мягкую посадку. Это указывает на необходимость использования замкнутой СУ движением КА.

Графики в программном движении и реализуемые в управляемом движении с помощью замкнутой СУ практически совпадают, благодаря эффективной работе НС (рис. 5.10 – рис. 5.12) и регуляторов (рис. 5.13 – рис. 5.25). Если при втором зависании было выбрано место посадки, горизонтальное смещение которого от точки зависания составляет -3 м (рис. 5.22), то на этапе медленного управляемого спуска СУ обеспечивает смещение КА в эту точку, поскольку смещение достаточно мало, и формирование номинальной программы управления смещением не требуется.

Для реализации управляемого движения на всей траектории МП в «худшей» реализации требуется дополнительный запас относительной массы топлива, составляющий 0.00368. Для КА с массой 15.06 т это составляет 55.23 кг, а суммарная масса топлива составляет 7.66 т, что незначительно отличается от ее оценки, полученной при оптимизации проектных параметров в п. 2.7 работы.

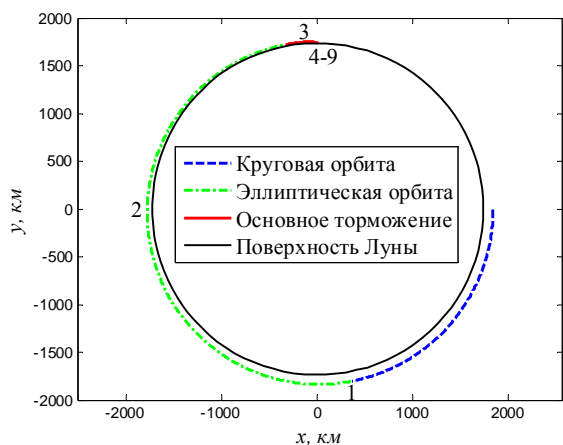


Рис. 5.2. Траектория МП КА

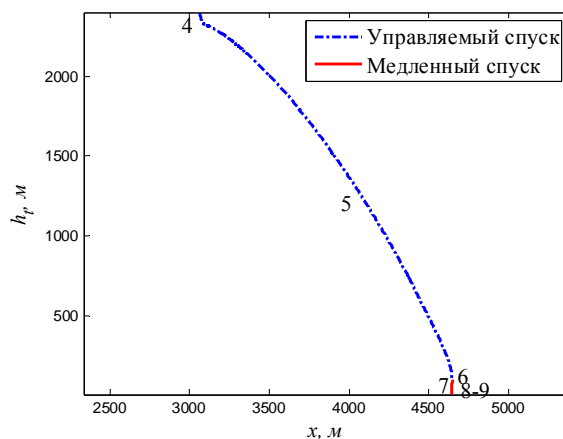


Рис. 5.3. Траектория МП КА после ЭОТ

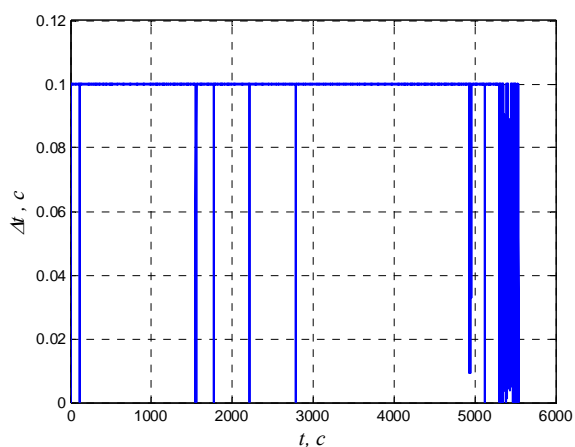


Рис. 5.4. Шаг интегрирования при моделировании

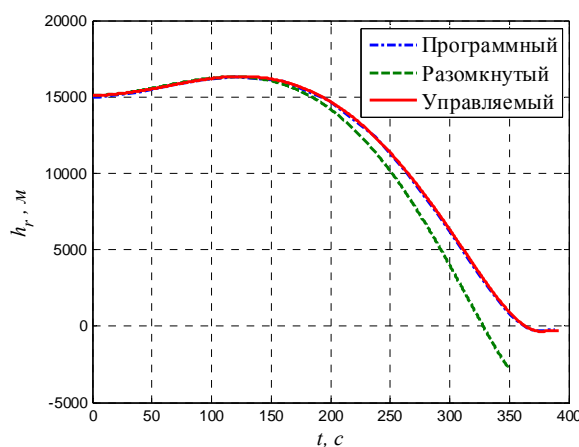


Рис. 5.5. Изменение высоты над средним радиусом Луны на ЭОТ

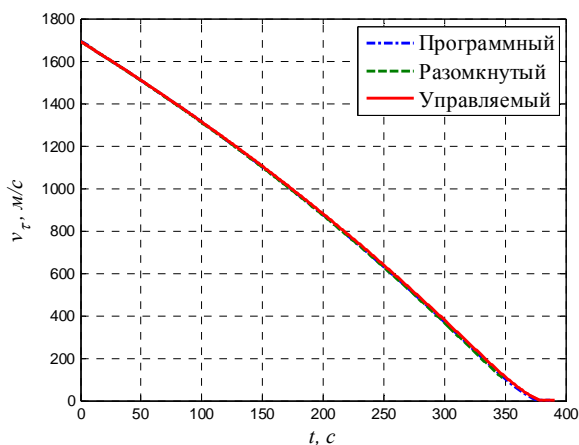


Рис. 5.6. Изменение тангенциальной скорости на ЭОТ

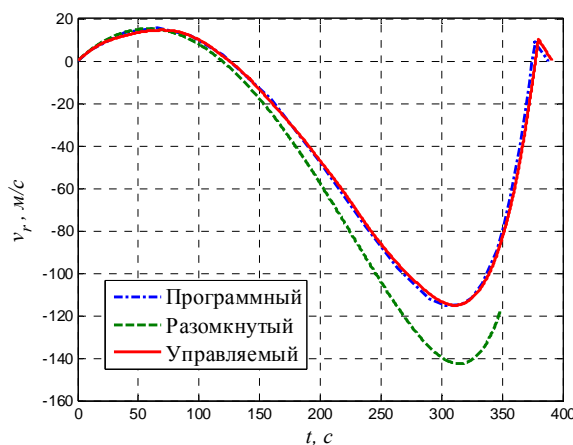


Рис. 5.7. Изменение радиальной скорости на ЭОТ

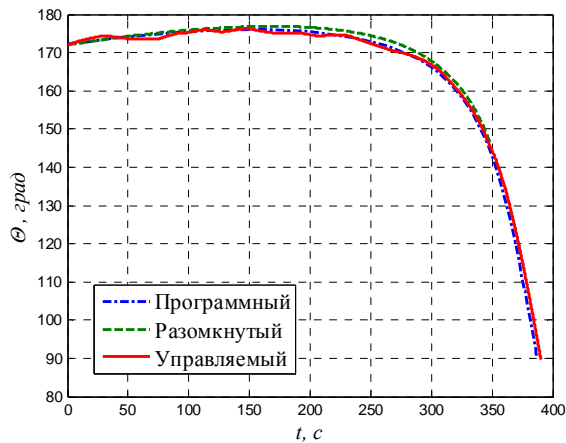


Рис. 5.8. Изменение угла тангажа относительно местного горизонта на ЭОТ

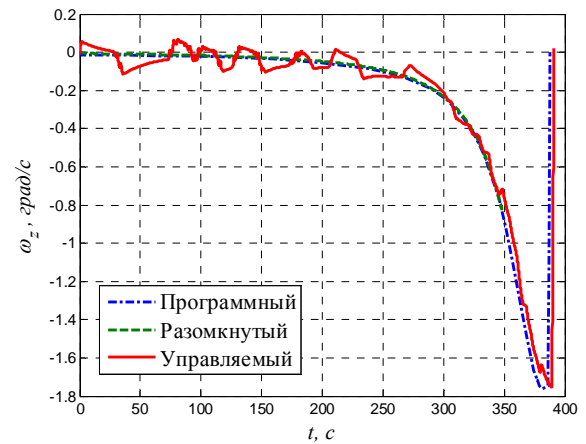


Рис. 5.9. Изменение угловой скорости на ЭОТ

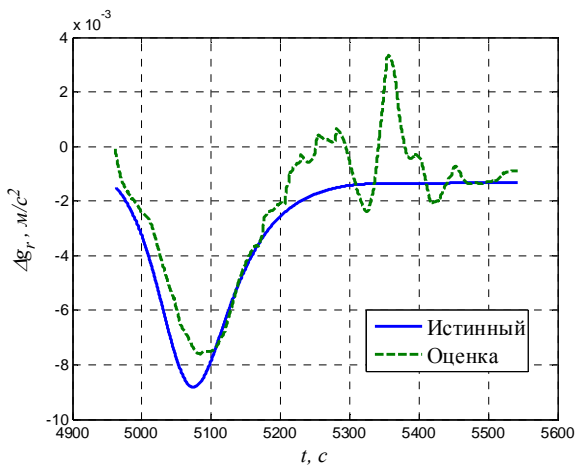


Рис. 5.10. Оценка радиального гравитационного возмущения для регулятора наведения

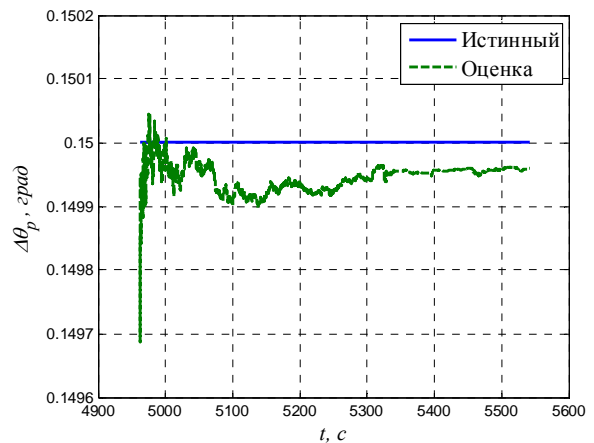


Рис. 5.11. Оценка углового эксцентриситета тяги для регулятора управления углом тангажа

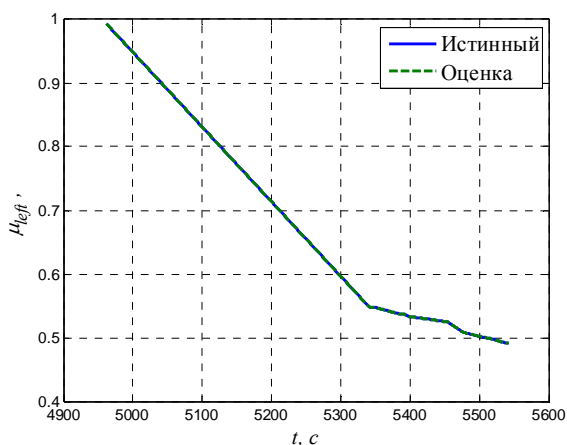


Рис. 5.12. Оценка текущей относительной массы КА для регулятора наведения

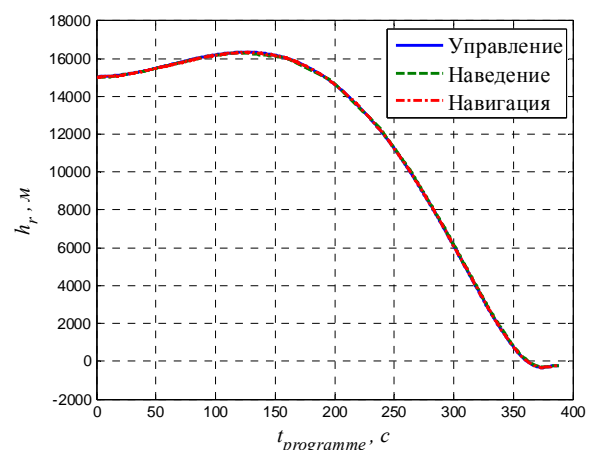


Рис. 5.13. Управление высотой над средним радиусом Луны на ЭОТ

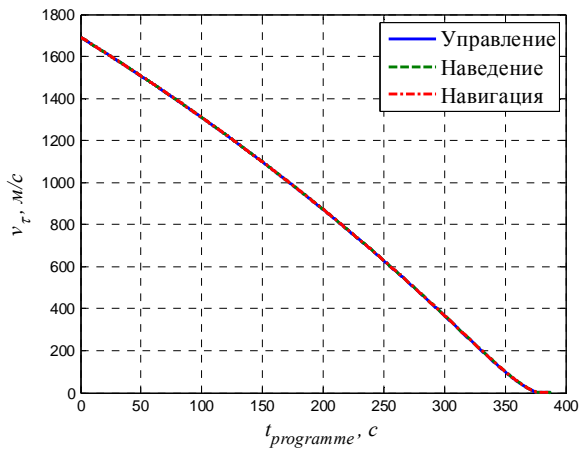


Рис. 5.14. Управление тангенциальной скоростью на ЭОТ

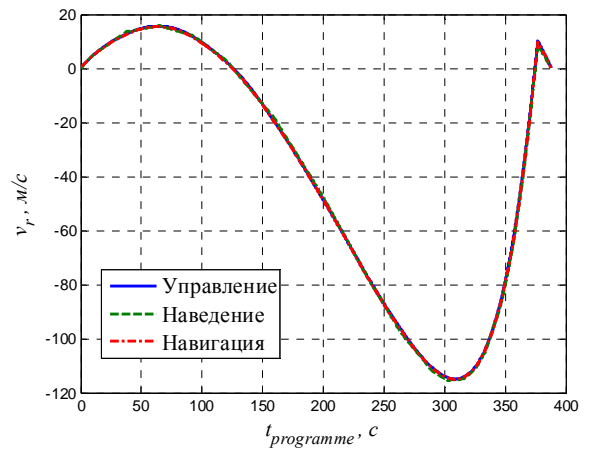


Рис. 5.15. Управление радиальной скоростью на ЭОТ

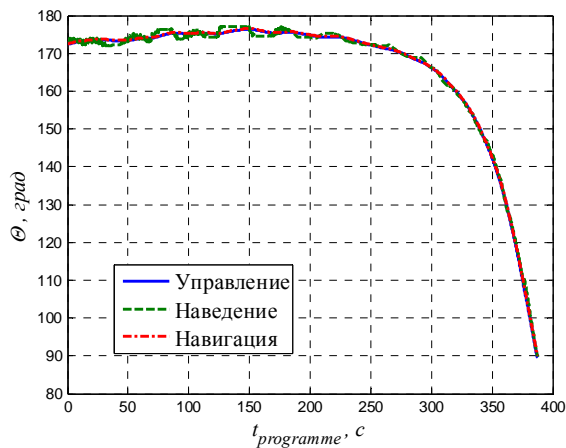


Рис. 5.16. Управление углом тангажа относительно местного горизонта на ЭОТ

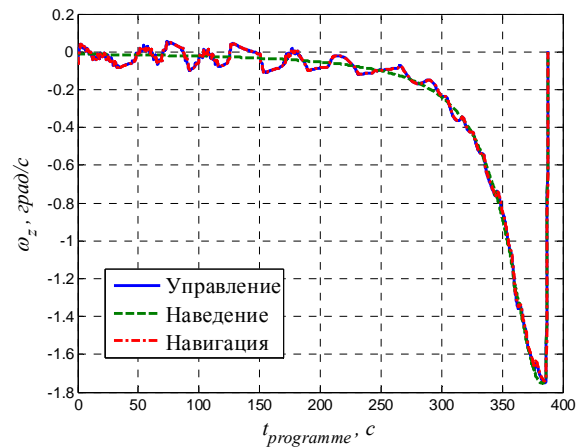


Рис. 5.17. Управление угловой скоростью на ЭОТ

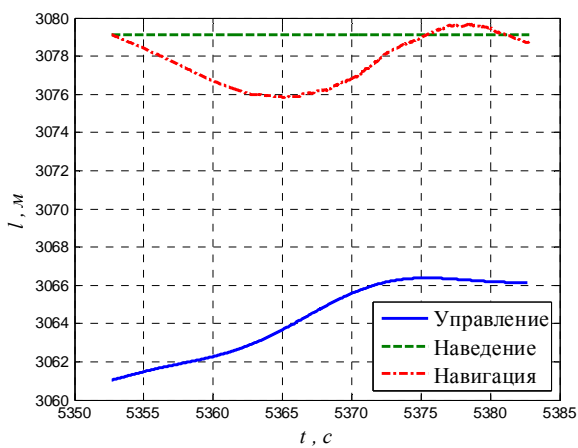


Рис. 5.18. Управление дальностью на этапе первого зависания

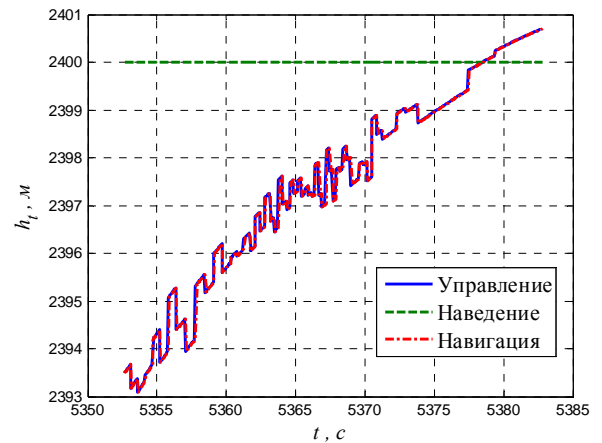


Рис. 5.19. Управление высотой на этапе первого зависания



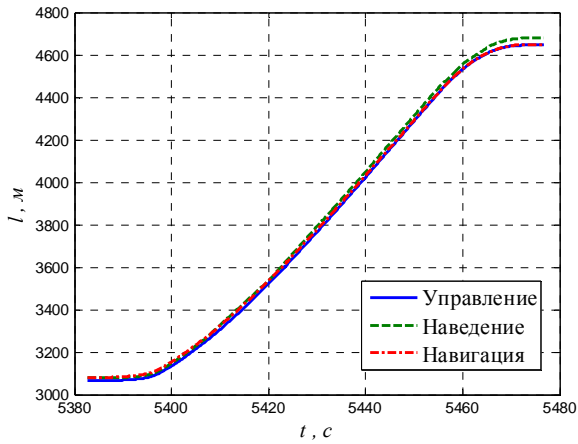


Рис. 5.20. Управление дальностью на ЭУС

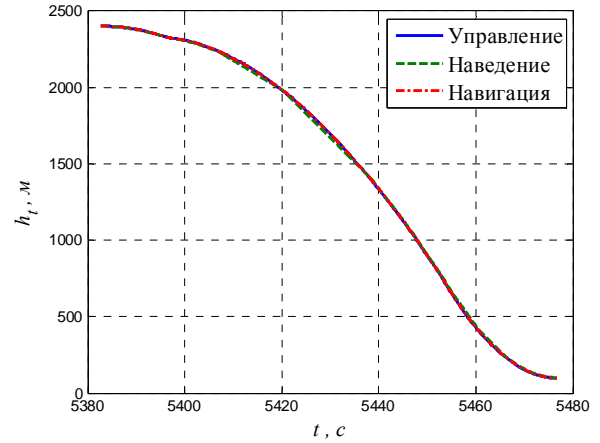


Рис. 5.21. Управление высотой на ЭУС

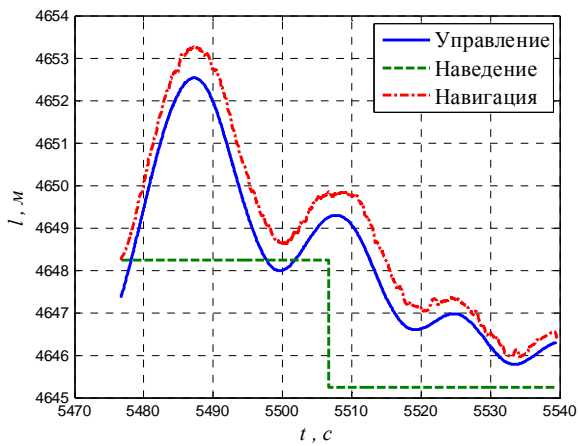


Рис. 5.22. Управление дальностью после второго зависания до выключения двигателя

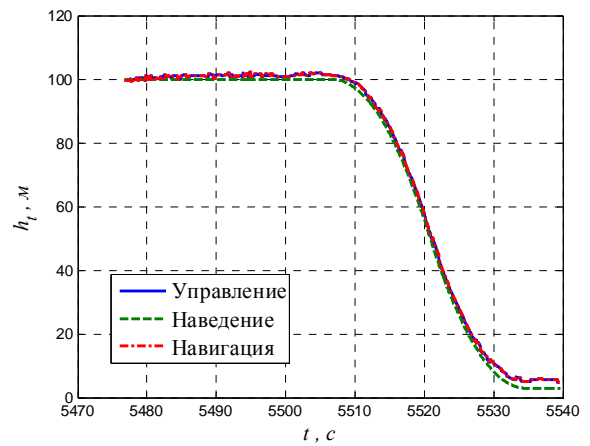


Рис. 5.23. Управление высотой после второго зависания до выключения двигателя

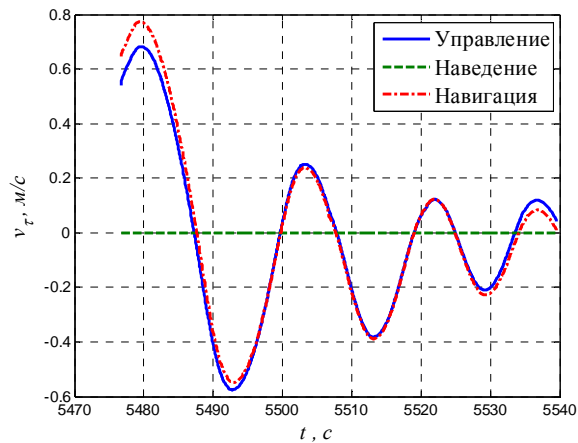


Рис. 5.24. Управление тангенциальной скоростью после второго зависания до выключения двигателя

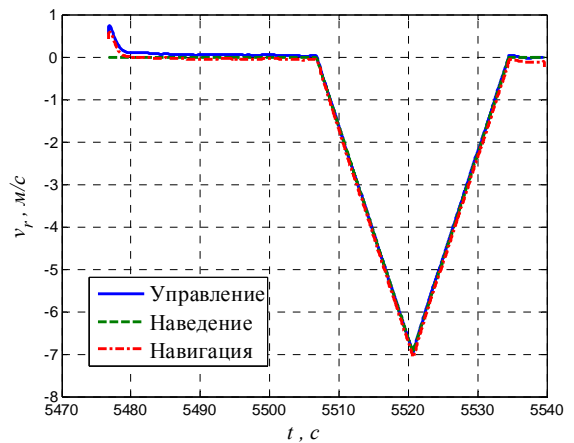


Рис. 5.25. Управление радиальной скоростью после второго зависания до выключения двигателя

## 5.6. Заключение к главе 5

Как показывают материалы, представленные в данной главе, в том числе результаты имитационного моделирования замкнутой системы управления движением КА на всех этапах МП, разработанные алгоритмы наведения и стабилизации ЛА в составе замкнутой СУ позволяют корректировать траекторию движения КА на активных участках мягкой посадки. Предложенная методика управления является достаточно универсальной и может быть рекомендована для применения при реализации мягкой посадки по рассматриваемой схеме с зависаниями на всех относительно плоских районах поверхности Луны.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ К РАБОТЕ

В работе получены следующие основные результаты:

1. Предложена новая концепция реализации мягкой посадки автоматического КА на поверхность Луны по схеме с зависаниями, позволяющая уточнять (выбирать) место посадки непосредственно в ходе посадки, отличающаяся от предложенной ранее аналогичной схемы совмещением основного торможения с вертикализацией на этапе основного торможения, а также совмещением торможения и вертикализации на этапе управляемого спуска КА.

2. Сформулирована и решена задача о совместной оптимизации характеристик ДУ и программы управления вектором тяги ДТ на этапе основного торможения, обеспечивающей обнуление скорости КА и вертикальную ориентацию его продольной оси в момент окончания этапа.

3. Сформулирована и решена задача оптимизации программы управления вектором тяги двигателя торможения на этапе управляемого спуска КА между зависаниями в ситуациях, когда точка посадки не находится в надире по отношению к точке первого зависания КА, достигнутой в результате предшествующего этапа торможения КА, с выполнением условий зависания и вертикализации в начале и в конце этапа.

4. Исследованы варианты построения навигационной системы КА. Показано, что при реалистичном составе и характеристиках возмущений комплексированная навигационная система, в которой

- дополнительно к стандартным измерениям БИНС используются измерения высотомера и доплеровских измерителей скорости КА;
- совместно с переменными состояниями КА в полете идентифицируются возмущения, являющиеся постоянными случайными величинами или медленно меняющимися процессами,
- оценивание компонент расширенного вектора состояния осуществляется с помощью квазилинейного фильтра Калмана,

обеспечивается удовлетворительная точность решения задачи навигации на борту КА при посадке по предложенной схеме.

5. Предварительно сформирована структура и выбраны параметры регуляторов замкнутой системы управления движением КА на всех этапах МП, активно компенсирующей постоянные и медленно меняющиеся возмущения совместно с подавлением действия неконтролируемых возмущений. Проведено имитационное моделирование системы, показавшее, что сформированная система обеспечивает удовлетворительную точность реализации всех этапов посадки, в том числе непосредственно точность прилунения КА.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Багров А.В., Дмитриев А.О., Леонов В.А. и др. Система глобального позиционирования для Луны на основе активных световых маяков. – Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2017. № 4. С. 5-10.
2. Бобронников В.Т., Кадочникова А.Р. Алгоритм комплексирования бесплатформенной инерциальной навигационной системы и магнитометрической системы для решения задачи навигации летательных аппаратов. Труды МАИ, 2013, № 71: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=47073>
3. Бобронников В.Т., Козорез Д.А., Красильщиков М.Н. и др. Статистическая динамика и оптимизация управления летательных аппаратов. – М.: Альянс, 2013. – 468 с.
4. Бобронников В.Т., Хуан Ичун. Анализ полетов к Луне. – Научно-технический сборник Поволжья, 2015, №4, с. 45 – 50.
5. Бобронников В.Т., Хуан Ичун. Оптимальное управление движением лунного аппарата на этапе основного торможения с выбором параметров двигательной установки. – Космонавтика и ракетостроение, 2016, № 6, с. 27 – 35.
6. Болкунов А.И., Сердюков А.И., Игнатович Е.И. и др. Выбор орбитальной группировки для лунной информационно-навигационной обеспечивающей системы. – Полёт. 2012. № 3. С. 52-59.
7. Борзых С.В., Воронин В.В., Щиблев Ю.Н. Подход к расчёту динамики мягкой посадки лунного модуля. – Космонавтика и ракетостроение, 2017, № 4, с. 27 – 33.
8. Бубеев Ю.А., Гущин В.И., Боритко Я.С. К проекту освоения Луны: некоторые инженерно-психологические и медицинские проблемы. – Космическая техника и технологии, 2015, № 3(10), с. 68 – 80.

9. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В. Анализ оптимального трехимпульсного перехода на орбиту искусственного спутника Луны. – Инженерный журнал: наука и инновации. 2016. Вып. 3. С. 1-18.
10. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Лю В. Анализ оптимальных манёвров разгона и торможения космического аппарата при его полёте к Луне. – Космонавтика и ракетостроение, 2015, вып. 1(80), с. 37 – 47.
11. Гордиенко Е.С., Ивашкин В.В., Симонов А.В. Анализ устойчивости орбит искусственных спутников Луны и выбор конфигурации лунной навигационной спутниковой системы. – Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина, 2016. №4. С. 40 – 54.
12. Горячев А.В., Смотряев С.А., Вернигора Л.В. и др. Особенности конструкции световых маяков для лунных посадочных станций. – Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2013. № 2. С. 31-34.
13. Гордиенко Е.С., Худорожков П.А. К вопросу выбора рациональной траектории полёта к Луне. – Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2016. № 1. С. 15-25.
14. Долгополов В.П., Ефанов В.В., Зайцева О.Н., Зеленый Л.М. и др. Перспективные космические аппараты для фундаментальных и прикладных исследований Луны. – Космонавтика и ракетостроение. 2011. Т. 3, № 64. С. 52-63.
15. Егоров В. А. Пространственная задача достижения Луны. – М.: Наука, 1965. –224 с.
16. Ефанов В. В., Долгополов В. П. Луна. От исследования к освоению (к 50-летию космических аппаратов «ЛУНА-9» и «ЛУНА-10»). – Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина, 2016. №4. С. 3 – 8.
17. Ефанов В.В., Мартынов М.Б., Пичхадзе К.М. Космические роботы для научных исследований. – Наука в России. 2012. № 1. С. 4-14.
18. Ефанов В.В., Хартов В.В. Пятьдесят лет космической деятельности НПО имени С.А. Лавочкина. – К.Э. Циолковский и этапы развития космонавтики: материалы 50-х научных чтений памяти К.Э. Циолковского /

- Отв. за выпуск Н.А. Абакулова, Г.А. Сергеева, Л.Н. Канукова. 2015. С. 27-31.
19. Иванов М.А., Абдрахимов А.М., Базилевский А.Т. и др. Геологический контекст потенциального места посадки экспедиции Луна-Глоб. – *Астрономический Вестник*. 2014. Т. 48, № 6. С. 423-435.
  20. Иванов М.А., Маров М.Я., Базилевский А.Т. и др. Кратер Богуславский на Луне: выбор места посадки для спускаемого аппарата миссии «ЛУНА-ГЛОБ». – *Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина*, 2017. №.2. С. 44 – 51.
  21. Ивашкин В.В. Лунные слабоэнергетические «обходные» траектории космического аппарата. *Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики. Материалы V Всероссийской Научной конференции*, Томск, 3–5 октября 2006 г. Изд-во Томского Гос. ун-та, 2006 г. С. 440–441.
  22. Ивашкин В.В. Лунные траектории КА. VI Всерос. научная конф. «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», посвящ. 40 – летию НИИ ПММ ТГУ. – Томск, 30 сент. – 2 окт. 2008 г. ИПМ им. Келдыша РАН, Эл. библ.: [http://www.Keldysh.ru/papers/2008/source/article/Tomsk\\_08.pdf](http://www.Keldysh.ru/papers/2008/source/article/Tomsk_08.pdf), –36 с.
  23. Ивашкин В.В. О траекториях полета точки от Луны к Земле с гравитационным освобождением от лунного притяжения. – *ДАН*. 2004. Том 398. №.3. С. 340–342.
  24. Ивашкин В.В., Петухов В.Г. Траектории перелета с малой тягой между орбитами спутников Земли и Луны при использовании орбиты захвата Луной. – *Препринт ИПМ им. М. В. Келдыша РАН*. № 81. 32 с.
  25. Казмерчук П.В., Мартынов М.Б., Москатиный И.В. и др. Космический аппарат «ЛУНА-25» – основа новых исследований Луны. – *Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина*, 2016. №.4. С. 9 – 19.
  26. Константинов М.С., Каменков Е.Ф., Перелыгин Б.П. и др. *Механика космического полета*. – М.: Машиностроение, 1989. – 408 с.

27. Константинов М.С., Петухов В.Г., Тейн М. Оптимизация траекторий гелиоцентрических перелетов. – М.: Издательство МАИ, 2015. – 260 с.
28. Крайнов А.М., Воронцов В.А. Результаты формирования схемно-технических решений перспективного космического аппарата для доставки и функционирования лунохода. Труды МАИ, 2015. № 82: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=58632>
29. Левантовский В.И. Механика космического полета в элементарном изложении. – М.: Наука, 1974. – 488 с.
30. Лихачев В.Н., Сихарулидзе Ю.Г., Федотов В.П. Заключительные этапы торможения и методика расчета параметров управления движением КА, совершающего мягкую посадку на Луну. – Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина, 2013. №.1. С 3 – 10.
31. Лихачев В.Н., Сихарулидзе Ю.Г., Федотов В.П. Этап основного торможения для выполнения мягкой посадки на поверхность Луны как один из видов коррекции траектории. – Вестник ФГУП «НПО им. С.А. Лавочкина», 2012, № 5, с. 27 – 33.
32. Малышев В.В., Старков А.В., Титков М.А. Анализ динамики имитационной посадки полноразмерного макета посадочного модуля на поверхность Луны. – Космонавтика и ракетостроение, 2015, вып. 1(80), с. 14 – 20.
33. Матвеев Ю.А., Ламзин В.А., Ламзин В.В. Разработка конструктивно-компоновочной схемы космического аппарата мониторинга окружающей среды. М.: Изд-во МАИ, 2006.
34. Мишин В.П., Безвербый В.К., Панкратов Б.М. и др. Основы проектирования летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1985.
35. Муртазин Р.Ф. Транспортная космическая система нового поколения для обеспечения лунных экспедиций. – Космонавтика и ракетостроение, 2017, № 2, с. 55 – 63.
36. Новоселов А.С. Разработка и исследование алгоритмов управляемого движения космического аппарата при спуске на поверхность Луны. – Лесной вестник, 2015, №3, с. 101 – 108.



37. Петухов В.Т. Оптимизация межпланетных траекторий космических аппаратов с идеально регулируемым двигателем методом продолжения. Космические исследования. 2008. Т.46, № 3, с. 224 – 237.
38. Пичхадзе К.М., Ефанов В.В., Мартынов М.Б. Создание автоматических космических комплексов для научных исследований Луны: вчера, сегодня, завтра (к 45-летию космической деятельности НПО имени С.А. Лавочкина). – Полёт. 2010. № 11. С. 3-8.
39. Пономарев В. М. Теория управления движением космических аппаратов. – М.: Наука, 1965. –456 с.
40. Сапрыкин О.А., Соболевский В.Г., Фролов Р.С. Баллистическое решение задачи мягкой посадки космического аппарата на поверхность Луны при его спуске с круговой орбиты искусственного спутника. – Космонавтика и ракетостроение, 2014, вып. 1(74), с. 50 – 58.
41. Сихарулидзе Ю.Г. Баллистика и наведение летательных аппаратов. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний. 2014. 407 с.
42. Соловьев В.А., Лысенко Л.Н., Любинский В.Е. Управление космическими полетами. Части 1 – 2. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. Часть 1 – 476 с., часть 2 – 426 с.
43. Старовойтов Е.И., Зубов Н.Е. Применение лазерного высотомера в качестве резервного измерителя при сближении космических аппаратов на окололунной орбите. – Космическая техника и технологии, 2015, № 3(10), с. 60 – 67.
44. Тучин А.Г. Баллистико-навигационное проектирование полётов к Луне, планетам и малым телам солнечной системы: дис. д-ра физ.-мат. наук: 01.02.01, – М., 2010. – 238 с.
45. Хартов В.В., Ефанов В.В., Мартынов М.Б. и др. Космические аппараты для исследования Луны. – История развития отечественных автоматических космических аппаратов. М.: Издательский дом «Столичная энциклопедия», 2015. С. 155-180.

46. Хартов В.В., Зеленый Л.М., Долгополов В.П. и др. Новые российские лунные автоматические космические комплексы (К 45-летию космической деятельности НПО им. С.А. Лавочкина и 40-летию КА «ЛУНА-16» и КА «ЛУНА-17»). – Вестник ФГУП НПО им. С.А. Лавочкина. 2010. № 4. С. 5-12.
47. Хартов В.В. От исследования к освоению ресурсов Луны. Вчера и завтра (к 50-летию космической деятельности НПО имени С.А. Лавочкина). – Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2015. № 3. С. 8-13.
48. Хартов В.В., Романов В.М., Пичхадзе К.М. Вся жизнь Главного конструктора научных автоматических космических комплексов – Георгия Николаевича Бабакина. – Вестник НПО им. С.А. Лавочкина. 2014. № 4. С. 3-9.
49. Хуан Ичун. Оптимальное управление маневром лунного аппарата на выбранную точку мягкой посадки между зависаниями. – Труды МАИ, 2016, №4: <http://trudymai.ru/published.php?ID=74747>.
50. Ширенин А.М., Мазурова Е.М., Багров А.В. Построение высокоточной селенодезической системы координат на физической поверхности Луны с помощью светодиодных маяков, расположенных на ее поверхности. – Космические исследования. 2016. Т. 54, № 6. С. 493-498.
51. Antonio Elipe, Martín Lara. Frozen orbits about the moon. Journal of guidance, control, and dynamics. 2003. Vol.26. №.2. P.238–243.
52. Dong Guangliang, Fan Min, Li Peijia et al. Chang'e-2 lunar probe orbit determination and support. Journal of astronautics (in Chinese). 2013. Vol.34. №.4. P.457–463.
53. DU Jin-Song, LIANG Qing, CHEN Chao et al. Deep structure and impact evolution of lunar mascon basins (in Chinese). – Geological science and technology information, 2010, vol.29, №.5, pp. 134 – 142.
54. Han Jingqing. Active disturbance rejection control technique (in Chinese). The technique for estimation and compensating the uncertainties. –Beijing: National Defence Industry Press. 2016. 358 p.

55. Jack O. Burns et al. A Lunar L2-Farside Exploration and Science Mission Concept with the Orion Multi-Purpose Crew Vehicle and a Teleoperated Lander/Rover. – *Advances in Space Research*, 2013, № 52, pp. 306 – 320.
56. Khartov V.V., Dolgoplov V.P., Efanov V.V., et al. New Russian lunar unmanned space complexes. – *Solar System Research*. 2011. Vol. 45, № 7. P. 690-696.
57. Kierzenka J., Lawrence F., Shampine A. BVP Solver based on Residual Control and the MATLAB PSE. *ACM TOMS*, 2011, vol. 27, No. 3, p.p. 299-316.
58. Liu Lin, Wang Xin. On the orbit dynamics of lunar satellite (in Chinese). *Progress in astronomy*. 2003. Vol.21. №.4. P.281–288.
59. Ma Maoli, Zheng Weiming, Li Jinling et al. Accurate determination of impact epoch and coordinate of Chang'e-1 satellite on the moon (in Chinese). *Journal of astronautics*. 2011. Vol.32. №.3. P.477–481.
60. Standish E.M. JPL Planetary and Lunar Ephemerides. DE405/LE405. JPL Interface memorandum IOM 312. 1998. F-98-048.
61. Sun Z.Z., Zhang T.X., Zhang H. et al. The Technical Design and Achievements of Chang' E-3 Probe (in Chinese). – *Sci Sin Tech*, 2014, v. 44, pp. 331 – 343, doi: 10.1360/092014-37.
62. Wang Dayi, Huang Xiangyu. GNC system scheme for lunar soft landing spacecraft (in Chinese). – *Advances in space Research*. 2008. Vol.42. №.2. P.379–385.
63. WANG Jie, LI Junfeng, CUI Naigang et al. Genetic algorithm optimization of lunar probe soft-landing trajectories (in Chinese). – *Tsinghua Univ (Sci & Tech)*, 2003, vol.43, №.8, pp 1056-1059.
64. Zhang H.H., Liang J., Huang X.Y. et al. Autonomous hazard avoidance control for Chang'E-3 soft landing (in Chinese). *Sci Sin Tech*, 2014, vol. 44, 559-568, doi: 10.1360/092014-51.
65. ZHOU Dan-hong, YANG Shen-yuan, YANG Nan. Error analysis of speed conversion to Doppler speed radar (in Chinese). – *Journal of Harbin Engineering University*, 2007, vol.28, №.1, pp. 93 – 96.

66. Zhou Wenyan, Yang Weilian. Orbit design for Chang'e-2 lunar orbiter (in Chinese). – Spacecraft engineering. 2010. Vol.19. №.5. P.24–28.
67. Zong Hong, Wang Shuyi, Han Dong et al. Orbit maneuver control during cislunar-transfer phase for CE-1 spacecraft (in Chinese). – Aerospace control and application. 2008. Vol.34. №.1. P.44–50.

## ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица П. 1

Характеристики типических двигателей

Величина	Обозначение	Единица	Aest-us	OM S	Trans-tar	XLR-132	R-40A	TQ S	C5.9 8M	C5.9 2	17Д 61	РД-858	РД-868
Масса	$m_d$	кг	111	118	76	54	10.25	-	95	75	-	53	203
Тяга в вакууме	$P_0$	кН	29	26.7	16.680	16.7	3.87	2.5	19.62	19.6	2.943	20.1	23.25
Тяговооруженность	-	-	26.641	23.073	22.380	31.536	38.501	-	21.060	26.649	-	38.672	11.679
Удельная масса	$\gamma_d$	-	0.038	0.043	0.045	0.032	0.026	-	0.047	0.038	-	0.026	0.086
Удельная тяга в вакууме	$P_{y0}$	с	324	316	328	340	306	300	326	327	326	315	325
Окислитель	-	-	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ	АТ
Горючее	-	-	ММГ	ММГ	ММГ	ММГ	ММГ	ММГ	НДМГ	НДМГ	НДМГ	НДМГ	НДМГ
Соотношение компонентов	-	-	2.05	1.65	1.8	1.96	1.6	1.65	2	2	-	2.03	2.2
Возможность многократного включения ДУ	-	-	-	-	-	-	-	-	8	25	50	есть	есть