

На правах рукописи



ДАНГ КУАНГ ЗАНГ

**НЕСТАЦИОНАРНЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ В УПРУГО-
ПОРИСТОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ**

01.02.04 – Механика деформируемого твердого тела

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2014

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном образовательном учреждении высшего профессионального образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель: доктор физико-математических наук, профессор

Тарлаковский Дмитрий Валентинович

Официальные оппоненты:

Игумнов Леонид Александрович

доктор физико-математических наук, профессор,
директор института механики при
Нижегородском государственном университете
имени Н.И. Лобачевского

Данилин Александр Николаевич

доктор физико-математических наук, старший научный сотрудник,
ведущий научный сотрудник Федерального
государственного бюджетного учреждения
Институт прикладной механики РАН

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение
высшего профессионального образования
«Московский Государственный Технический
Университет имени Н.Э. Баумана»

Защита состоится «25» февраля 2015 г. в 15⁰⁰ часов на заседании диссертационного совета Д 212.125.05 в ФГБОУ ВПО Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), по адресу: 125993, г. Москва, ГСП-3, Волоколамское шоссе, дом 4.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Московского авиационного института (национального исследовательского университета)

Автореферат разослан 25 декабря 2014г.

Ученый секретарь
диссертационного совета



Г.В.Федотенков

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. В настоящее время нестационарные задачи для упруго-пористой среды мало исследованы. Имеется ряд работ посвященных плоским задачам и их численно-аналитическим решениям. В то же время аналитические исследования нестационарных осесимметричных задач практически отсутствуют.

Актуальность этих задач продиктована насущными запросами практики (посадка различных летательных аппаратов на грунт, откачка подземных вод, нефти и газа, строительство земляных плотин, устойчивость откосов, подземное строительство, и др.) и необходимостью дальнейшего развития общей теории многокомпонентных сред, включающей вопросы построения математических моделей и обоснования аналитических и численных методов решения конкретных краевых задач.

Таким образом, тема диссертации актуальна не только с фундаментальной, но с практической точки зрения.

Целью работы являются постановка задач о распространении осесимметричных нестационарных волн в упруго-пористом полупространстве и построение их аналитических решений.

Научная новизна диссертационной работы заключается в следующем:

- построены решения новых осесимметричных нестационарных задач о действии на упруго-пористое полупространство нестационарных поверхностных нагрузок;
- впервые построены интегральные представления решений этих задач с ядрами в виде нестационарных поверхностных функций влияния;
- получен явный вид ядер этих представлений.

Практическое значение работы заключается в построении точных решений задач о распространении осесимметричных нестационарных волн в упруго-пористом полупространстве. Они могут быть использованы для оценки точности численных и приближенных решений, а также в различных областях новой

техники, в том числе при проектировании объектов ракетно-космических объектов в части прогнозирования процесса их посадки на грунт.

Достоверность и обоснованность полученных результатов подтверждается использованием в постановке задач апробированной модели упруго-пористой среды Био, применением строгого математического аппарата, а также построением решений на основе известных результатов для плоских задач.

Апробация работы и публикации. Результаты диссертационной работы докладывались на

- на семинарах кафедры «Соппротивление материалов, динамика и прочность машин» Московского авиационного института (Москва, 2012-2014г.);
- IX Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 2012 г.);
- Украинско-Российском научном семинаре «Нестационарные процессы деформирования элементов конструкций, обусловленные воздействием полей различной физической природы» (Львов, 2012 г.);
- IV Всероссийском симпозиуме «Механика композиционных материалов и конструкций», (Москва, ИПРИМ РАН, 2012 г.);
- - Московской молодежной научно-практической конференции «Инновация в авиации и космонавтике -2013» (Москва, 2013 г.);
- Ломоносовских чтениях (Москва, МГУ имени М.В. Ломоносова, 2013, 2014 г.);
- XIX и XX Международных симпозиумах «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошной сред» им. А.Г. Горшкова (Москва, 2013, 2014 г.г.);
- 2-й Всероссийской научной конференции «Механика наноструктурированных материалов и систем» (Москва, ИПРИМ РАН, 2013 г.);

- Международном научном семинаре «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы» (Москва, МАИ, 2014).

Объём и структура работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 91 наименование, и содержит 117 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность научных исследований, изложенных в диссертации, а также сформулированы цель и задачи, определена научная новизна, практическая и теоретическая ценность диссертационной работы.

В первой главе дан аналитический обзор современных научных исследований в области волновых процессов в упруго-пористых средах. Указано, что вопросы исследования волн в упруго-пористых средах рассматривали Био М.А., Абдуллаев С.А., Балуева А.В., Дмитриев В.Л., Гафурбаев С.М., Горшков А.Г., Егоров А.Г., Зайцев А.Н., Игумнов Л.А., Костерин А.В., Михайлов Д.Н., Наримов Ш., Николаевский В.Н., Салиев А.А., Саатов Я.У., Скворцов Э.В., Соатов А.С., Тарлаковский Д.В., Трофимчук А.Н., Aramaki Gunji., Berryman James G., Carcione J.M., Chin Raymond C.Y., Diebels S., Dziecielski R., Ehlers W., Gajo A., Garg N.R., Kumar R., Miglani A., Mongiovi L., Quiroga-Goode G., Thigpen Lewis, Van der Kogel., Zhang Wenfei, Yasuhara Kazuya и др.

Здесь же приводятся основные соотношения модели Био для упруго-пористой среды, насыщенной жидкостью. Вводятся цилиндрическая r, z, θ ($-\pi < \theta \leq \pi$) и прямоугольная декартова $Oxyz$ системы координат, связанные между собой стандартным образом. Для описания симметричного относительно оси Oz движения среды используются следующие безразмерные величины (штрихи соответствуют безразмерным величинам; далее они опущены):

$$\begin{aligned}
r' &= \frac{r}{L}, \quad x' = \frac{x}{L}, \quad y' = \frac{y}{L}, \quad z' = \frac{z}{L}, \quad u' = \frac{u}{L}, \quad w' = \frac{w}{L}, \quad U' = \frac{U}{L}, \quad W' = \frac{W}{L}, \quad \tau = \frac{c_1 t}{L}, \quad \sigma' = \frac{\sigma}{N}, \\
\sigma'_{\alpha\beta} &= \frac{\sigma_{\alpha\beta}}{N}, \quad \{\alpha, \beta\} = \{r, z, \theta\}, \quad \varphi_j = \frac{\varphi_j}{L^2} \quad (j=1,2), \quad \psi' = \frac{\Psi}{L^2}, \quad (k=1,2,3), \quad \eta_1 = \frac{A}{H}, \\
\eta_2 &= \frac{Q}{H}, \quad \eta_3 = \frac{R}{H}, \quad \gamma_k = \frac{c_1}{c_k}, \quad c_k^2 = \frac{P + Q\beta_k}{\rho_{11} + \rho_{12}\beta_k} \quad (k=1,2), \quad c_3^2 = \frac{N}{\rho_{11} + \beta_3\rho_{12}}, \quad \beta_3 = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}, \\
P &= A + 2N, \quad H = P + 2Q + R,
\end{aligned}$$

где L - некоторый линейный размер; u и U - радиальные, а w и W - нормальные к плоскости $z = 0$ перемещения скелета и жидкости в порах; t - время; $\sigma_{\alpha\beta}$ и σ - напряжения в скелете и давление в жидкости; φ_1 , φ_2 и ψ - скалярные потенциалы и ненулевая компонента векторного потенциала перемещений; A и N - упругие постоянные скелета; R - давление, которое должно быть приложено к жидкости, для того чтобы заполнить пористый объем (при этом общий объем остается неизменным); Q - величина сцепления между твердыми и жидкими компонентами при деформации; $\rho_{11} = (1 - \beta_0)\rho_s - \rho_{12}$; $\rho_{22} = \beta_0\rho_f - \rho_{12}$; β_0 - пористость среды; ρ_{12} - коэффициент динамической связи между твёрдыми и жидкими компонентами; ρ_s и ρ_f - плотности твёрдого и жидкого компонента соответственно; c_1, c_3 и c_2 - скорости распространения возмущений в скелете и жидкости; числа β_1 и β_2 - корни уравнения

$$(\rho_{22}Q - \rho_{12}P)\beta^2 + (\rho_{22}P - \rho_{11}R)\beta + \rho_{12}P - \rho_{11}Q = 0.$$

Движение среды описывается уравнениями (точками обозначено дифференцирование по τ ; $k=1,2$)

$$\Delta\varphi_k = \gamma_k^2 \ddot{\varphi}_k, \quad \Delta\Psi - r^{-2}\Psi = \gamma_3^2 \ddot{\Psi}. \quad (1)$$

Перемещения, потенциалы и компоненты напряженно-деформированного состояния связаны между собой так (e_{ij} и ε_{ij} - компоненты тензоров деформаций в скелете и жидкости):

$$u = \frac{\partial(\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial r} - \frac{\partial\psi}{\partial z}, w = \frac{\partial(\varphi_1 + \varphi_2)}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r},$$

$$U = \frac{\partial(\beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_2)}{\partial r} - \beta_3 \frac{\partial\psi}{\partial z}, W = \beta_1 \frac{\partial(\beta_1\varphi_1 + \beta_2\varphi_2)}{\partial z} + \frac{\beta_3}{r} \frac{\partial(r\psi)}{\partial r};$$

$$e_{rr} = \frac{\partial u}{\partial r}, e_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z} \right), e_{\theta\theta} = \frac{u}{r}, e_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}, \varepsilon_{rr} = \frac{\partial U}{\partial r}, \varepsilon_{rz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial W}{\partial r} + \frac{\partial U}{\partial z} \right),$$

$$\varepsilon_{\theta\theta} = \frac{U}{r}, \varepsilon_{zz} = \frac{\partial W}{\partial z}, e = e_{rr} + e_{\theta\theta} + e_{zz}, \varepsilon = \varepsilon_{rr} + \varepsilon_{\theta\theta} + \varepsilon_{zz};$$

$$\sigma_{rr} = 2 \frac{\partial u}{\partial r} + (\eta_1 e + \eta_2 \varepsilon), \sigma_{zz} = 2 \frac{\partial w}{\partial z} + (\eta_1 e + \eta_2 \varepsilon),$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2 \frac{u}{r} + (\eta_1 e + \eta_2 \varepsilon), \sigma_{rz} = \frac{\partial w}{\partial r} + \frac{\partial u}{\partial z}, \sigma = \eta_2 e + \eta_3 \varepsilon.$$

Полагается, что в полупространстве $z \geq 0$ компоненты напряженно-деформированного состояния ограничены, а на его границе которой задан один из видов поверхностных возмущений:

- *первый тип* (кинематические возмущения)

$$u|_{z=0} = u_0(x, \tau), w|_{z=0} = W|_{z=0} = w_0(x, \tau);$$

- *второй тип* (силовые возмущения)

$$\sigma_{rz}|_{z=0} = Q(r, \tau), \sigma_{zz}|_{z=0} = (1 - \beta_0)P(r, \tau), \sigma|_{z=0} = \beta_0 P(r, \tau);$$

- *третий тип* (касательные кинематические и нормальные силовые возмущения)

$$w|_{z=0} = W|_{z=0} = w_0(x, \tau), \sigma_{rz}|_{z=0} = S(x, \tau);$$

- *четвертый тип* (касательные силовые и нормальные кинематические возмущения)

$$u|_{z=0} = u_0(x, \tau), \sigma_{zz}|_{z=0} = (1 - \beta_0)P(x, \tau), \sigma|_{z=0} = \beta_0 P(x, \tau).$$

В момент времени $\tau = 0$ возмущения отсутствуют:

$$\varphi_k|_{\tau=0} = \psi|_{\tau=0} = \dot{\varphi}_k|_{\tau=0} = \dot{\psi}|_{\tau=0} = 0 \quad (k=1,2).$$

Вводятся поверхностные функции влияния, под которыми понимаются ограниченные решения задач (1) - (4), (9) ($\alpha = \{u, w, U, W, zz, rz, \sigma\}$; j - номер типа граничных условий)

$$G_{u\alpha}^{(j)} = u, G_{w\alpha}^{(j)} = w, G_{U\alpha}^{(j)} = U, G_{W\alpha}^{(j)} = W, G_{zz\alpha}^{(j)} = \sigma_{zz}, G_{rz\alpha}^{(j)} = \sigma_{rz}, G_{\sigma\alpha}^{(j)} = \sigma,$$

с одним из граничных условий (5) - (8), в которых стоящие в правых частях функции заменены дельта-функцией Дирака $\delta(x, y, \tau)$.

С их использованием решения задач с граничными условиями (5) - (8) записываются в интегральном виде (здесь приводятся представления только для первого типа; звездочки соответствуют сверткам по времени и координатам x, y ;

$$r = \sqrt{x^2 + y^2});$$

$$\begin{aligned} u(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{uu}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{uw}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{uW}^{(1)}(r, z, \tau)], \\ w(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{wu}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{ww}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{wW}^{(1)}(r, z, \tau)], \\ U(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{Uu}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{Uw}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{UW}^{(1)}(r, z, \tau)], \\ W(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{Wu}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{Ww}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{WW}^{(1)}(r, z, \tau)]; \\ \sigma_{zz}(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{zzu}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{zzw}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{zzW}^{(1)}(r, z, \tau)], \\ \sigma_{rz}(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{rzu}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{rzw}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{rzW}^{(1)}(r, z, \tau)], \\ \sigma(r, z, \tau) &= u_0(r, \tau) *** G_{\sigma u}^{(1)}(r, z, \tau) + w_0(r, \tau) *** [G_{\sigma w}^{(1)}(r, z, \tau) + G_{\sigma W}^{(1)}(r, z, \tau)]. \end{aligned}$$

В второй главе рассматривается распространение волн в упруго-пористом полупространстве под действием поверхностных возмущений первого типа. Для решения применяются интегральные преобразования Ханкеля по радиусу r и Лапласа по времени τ . Найдены изображения всех соответствующих поверхностных функций влияния. Например, функции $G_{zzu}^{(1)HL}, G_{rzu}^{(1)HL}$ имеют следующий вид (индексы «L» и «H» указывают на соответствующие изображения; s и q - параметры этих преобразований):

$$G_{zzu}^{(1)HL} = \sigma_{zz}^{HL} = \sum_{j=1}^3 \sigma_{zzj}^{HL}(q, s) E_j(q, z, s), G_{rzu}^{(1)HL} = \sigma_{rz}^{HL} = \sum_{j=1}^3 \sigma_{rzj}^{HL}(q, s) E_j(q, z, s), \quad (10)$$

Здесь ($l = 1, 2$)

$$\begin{aligned} \sigma_{zzl}^{HL} &= (-1)^{3-l} \beta_{(3-l)3} \frac{qk_{3-l}(q^2, s^2)\kappa_l(q^2, s^2)}{2\pi R(q^2, s^2)}, \quad \sigma_{zz3}^{HL} = -\beta_{21} \frac{qk_1(q^2, s^2)k_2(q^2, s^2)k_3(q^2, s^2)}{\pi R(q^2, s^2)}, \\ \sigma_{rzl}^{HL} &= (-1)^{3-l} \beta_{(3-l)3} \frac{q^2 k_{(3-l)}(q^2, s^2)k_l(q^2, s^2)}{\pi R(q^2, s^2)}, \quad \sigma_{rz3}^{HL} = -\beta_{21} \frac{k_1(q^2, s^2)k_2(q^2, s^2)\kappa_3(q^2, s^2)}{2\pi R(q^2, s^2)}, \end{aligned}$$

где

$$E_j(q, z, s) = e^{-k_j(q^2, s^2)z}, \quad k_j(q, s) = \sqrt{q^2 + \gamma_j^2 s^2} \quad \operatorname{Re} \sqrt{\cdot} > 0,$$

$$R(q, s) = q \left[(\beta_1 - \beta_3) k_1(q, s) + (\beta_3 - \beta_2) k_2(q, s) \right] + (\beta_2 - \beta_1) k_1(q, s) k_2(q, s) k_3(q, s),$$

$$\kappa_i(q, s) = 2q + (2 + \lambda_{12i}) \gamma_i^2 s, \quad \kappa_3(q, s) = 2q + \gamma_3^2 s, \quad \beta_{ij} = \beta_i - \beta_j \quad (i, j = 1, 2, 3).$$

Их оригиналы на поверхности полупространства определяются с использованием утверждений о связи плоской и осесимметричной задач и имеют следующий вид:

$$G_{0rzu}^{(1)}(r, \tau) = G_{rzu}^{(1)} \Big|_{z=0} = 2C_1 \int_0^r \frac{\Gamma_{13,1}(x, \tau)}{(r^2 - x^2)^{3/2}} dx, \quad G_{0zzu}^{(1)}(r, \tau) = G_{zzu}^{(1)} \Big|_{z=0} = 2C_2 \int_0^r \frac{x \Gamma_{33,1}(x, \tau)}{(r^2 - x^2)^{3/2}} dx, \quad (11)$$

$$C_1 = C_2 = -\eta_1 / 2,$$

Здесь

$$\Gamma_{13,1}(x, \tau) = \sigma_{13}^{(2)}(x, \tau) \left[H(|x| - \tau/\gamma_2) - H(|x| - \tau/\gamma_3) \right] +$$

$$+ \sigma_{13}^{(1)}(x, \tau) \left[H(|x| - \tau/\gamma_3) - H(|x| - \tau/\gamma_1) \right],$$

$$\Gamma_{33,1}(x, \tau) = \sigma_{33}^{(2)}(x, \tau) \left[H(\tau - \gamma_3|x|) - H(\tau - \gamma_2|x|) \right] +$$

$$+ \sigma_{33}^{(1)}(x, \tau) \left[H(\tau - \gamma_1|x|) - H(\tau - \gamma_3|x|) \right],$$

где $H(x)$ - функция Хевисайда, а функции $\sigma_{13}^{(i)}(x, \tau)$ и $\sigma_{33}^{(i)}(x, \tau)$ берутся из известного решения плоской задачи.

В развернутом виде соотношения (11) записываются так:

$$G_{0rzu}^{(1)}(r, \tau) = 2rC_1 \left\{ J \left[\sigma_{13}^{(1)}(x, \tau); \tau/\gamma_3, r \right] \left[H(\tau - \gamma_1 r) - H(\tau - \gamma_3 r) \right] + \right.$$

$$+ J \left[\sigma_{13}^{(1)}(x, \tau); \tau/\gamma_3, \tau/\gamma_1 \right] H(\gamma_1 r - \tau) +$$

$$+ J \left[\sigma_{13}^{(2)}(x, \tau); \tau/\gamma_2, r \right] \left[H(\tau - \gamma_3 r) - H(\tau - \gamma_2 r) \right] +$$

$$\left. + J \left[\sigma_{13}^{(2)}(x, \tau); \tau/\gamma_2, \tau/\gamma_3 \right] H(\gamma_3 r - \tau) \right\}; \quad (12)$$

$$G_{0zzu}^{(1)} = 2C_2 \left\{ J \left[x \sigma_{33}^{(1)}(x, \tau); \tau/\gamma_3, r \right] \left[H(\tau - r\gamma_1) - H(\tau - r\gamma_3) \right] + \right.$$

$$+ J \left[x \sigma_{33}^{(1)}(x, \tau); \tau/\gamma_3, \tau/\gamma_1 \right] H(\gamma_1 r - \tau) +$$

$$+ J \left[x \sigma_{33}^{(2)}(x, \tau); \tau/\gamma_2, r \right] \left[H(\tau - r\gamma_3) - H(\tau - r\gamma_2) \right] +$$

$$\left. + J \left[x \sigma_{33}^{(2)}(x, \tau); \tau/\gamma_2, \tau/\gamma_3 \right] H(\gamma_3 r - \tau) \right\}. \quad (13)$$

Интегралы в этих равенствах понимаются в смысле их регуляризованных значений:

$$J[f(x, \tau); a, r] = \int_a^r \frac{f(x, \tau) - f(r, \tau)}{(r^2 - x^2)^{3/2}} dx - \frac{af(r, \tau)}{r^2 \sqrt{r^2 - a^2}},$$

$$J[xf(x, \tau); a, r] = \int_a^r \frac{x[f(x, \tau) - f(r, \tau)]}{(r^2 - x^2)^{3/2}} dx - \frac{f(r, \tau)}{\sqrt{r^2 - a^2}}.$$

На рис. 1, 2 приведены результаты расчетов по формулам вида (12) и (13). Сплошные кривые соответствуют моменту времени $\tau = 0,15$, точечные - $\tau = 0,3$, а пунктирные - $\tau = 0,45$. Разрывы второго рода на графиках имеют место в точках, соответствующих поверхностным волнам типа Рэлея.

Здесь и далее принимается, что полупространство заполнено песчаником, поры которого насыщены керосином, который характеризуется следующими безразмерными параметрами:

$$\beta_0 = 0,3; \beta_1 = 0,8757; \beta_2 = -10,3287; \beta_3 = 0,0088; \gamma_1 = 1; \gamma_2 = 2,1612; \gamma_3 = 1,963;$$

$$\eta_1 = 0,055099; \eta_2 = 0,889802; \eta_3 = 0,651991; \eta_4 = 1,485214.$$

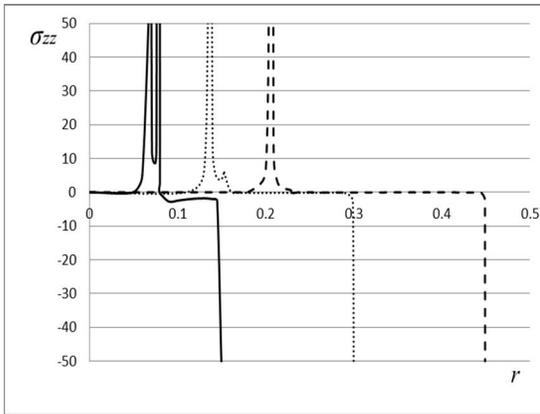


Рис. 1.

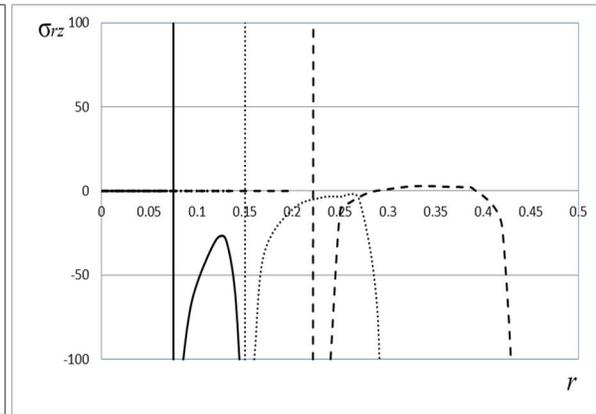


Рис. 2.

В третьей главе рассматриваются осесимметричные нестационарные волны в упруго-пористом полупространстве под действием поверхностных силовых возмущений (второй тип граничных условий). Найдены изображения всех соответствующих поверхностных функций влияния. Например, функции $G_{u\sigma}^{(2)HL}$, $G_{w\sigma}^{(2)HL}$ имеют следующий вид:

$$G_{u\sigma}^{(2)HL} = u^{HL} = \sum_{j=1}^3 u_j^{HL}(q, s) E_j(q, z, s), \quad G_{w\sigma}^{(2)HL} = w^{HL} = \sum_{j=1}^3 w_j^{HL}(q, s) E_j(q, z, s). \quad (14)$$

Здесь

$$u_l^{HL} = (-1)^{3-l} q \frac{\kappa_{3-l}(q^2, s^2) \kappa_3(q^2, s^2) - 4q^2 k_{3-l}(q^2, s^2) k_3(q^2, s^2)}{2\pi s^2 R_1(q^2, s^2)} \quad (l=1, 2),$$

$$u_3^{HL} = -q k_3(q^2, s^2) \frac{\kappa_1(q^2, s^2) k_2(q^2, s^2) - \kappa_2(q^2, s^2) k_1(q^2, s^2)}{\pi s^2 R_1(q^2, s^2)},$$

$$w_1^{HL} = (-1)^{3-l} k_l(q^2, s^2) \frac{\kappa_{3-l}(q^2, s^2) \kappa_3(q^2, s^2) - 4q^2 k_{3-l}(q^2, s^2) k_3(q^2, s^2)}{2\pi s^2 R_1(q^2, s^2)},$$

$$w_3^{HL} = -q^2 \frac{\kappa_1(q^2, s^2) k_2(q^2, s^2) - \kappa_2(q^2, s^2) k_1(q^2, s^2)}{\pi s^2 R_1(q^2, s^2)},$$

где

$$R_1(q, s) = -\lambda_{231} \gamma_1^2 \left[\kappa_2(q^2, s^2) \kappa_3(q^2, s^2) - 4q^2 k_2(q^2, s^2) k_3(q^2, s^2) \right] -$$

$$-\lambda_{232} \gamma_2^2 \left[4q^2 k_1(q^2, s^2) k_3(q^2, s^2) - \kappa_1(q^2, s^2) \kappa_3(q^2, s^2) \right],$$

$$\lambda_{23l} = \eta_2 + \beta_l \eta_3 \quad (l=1, 2).$$

Их оригиналы на поверхности полупространства находятся аналогично главе 2 и имеют следующий вид:

$$G_{0u\sigma}(r, \tau) = G_{u\sigma}^{(2)} \Big|_{z=0} = \frac{\eta_1}{\pi r} \tilde{\Gamma}_{u,2}^{(2)}(r, \tau) - \frac{\eta_1 r}{\pi} \sum_{k=1}^3 I \left[\tilde{u}^{(k)}(x, \tau); r, \tau/\gamma_k \right] H(\tau - \gamma_k r),$$

$$G_{0w\sigma}(r, \tau) = G_{w\sigma}^{(2)} \Big|_{z=0} = \frac{\eta_1 r}{\pi} \sum_{k=1}^3 I \left[x \tilde{w}^{(k)}(x, \tau); r, \tau/\gamma_k \right] H(\tau - \gamma_k r), \quad (15)$$

$$\tilde{\Gamma}_{u,2}^{(2)}(x, \tau) = \sum_{k=1}^3 \tilde{u}^{(k)}(x, \tau) H(\tau - \gamma_k |x|),$$

где функции $\tilde{u}^{(j)}(x, \tau)$, $\tilde{w}^{(j)}(x, \tau)$ определяются из известного решения для плоской задачи.

Интегралы в (15) понимаются в смысле их регуляризованных значений:

$$I[f(x, \tau); r, a] = \int_r^a \frac{f(x, \tau) - f(r, \tau)}{(x^2 - r^2)^{3/2}} dx - \frac{af(r, \tau)}{r^2 \sqrt{a^2 - r^2}},$$

$$I[xf(x, \tau); r, a] = \int_r^a \frac{x[f(x, \tau) - f(r, \tau)]}{(x^2 - r^2)^{3/2}} dx - \frac{f(r, \tau)}{\sqrt{a^2 - r^2}}.$$

На рис. 3, 4 приведены полученные с использованием формул (15) графики зависимостей функций $u = \tilde{G}_{0u\sigma}(r, \tau)$, $w = \tilde{G}_{0w\sigma}(r, \tau)$, $U = \tilde{G}_{0U\sigma}(r, \tau)$, $W = \tilde{G}_{0W\sigma}(r, \tau)$ от координат r при различных значениях времени. Сплошные кривые соответствуют моменту времени $\tau = 0,15$, точечные - $\tau = 0,3$, а пунктирные - $\tau = 0,45$.

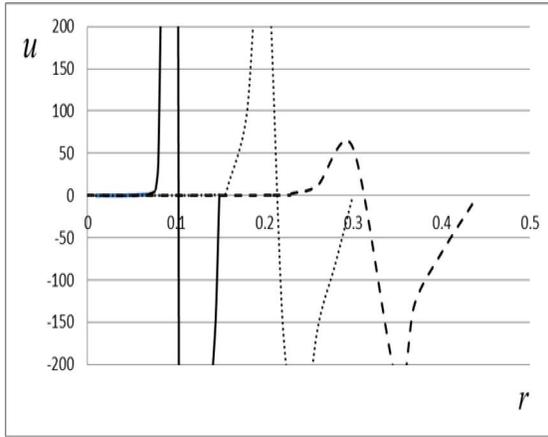


Рис. 3.

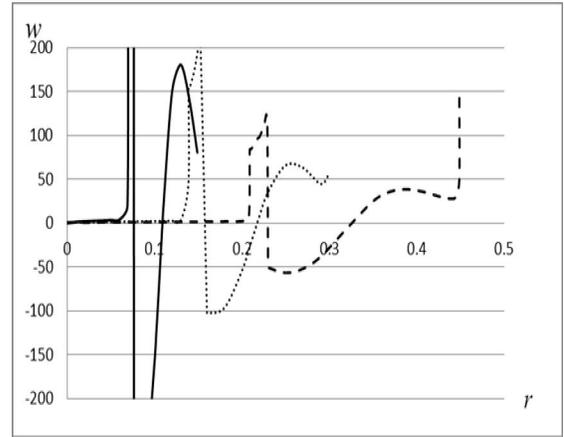


Рис. 4.

В четвертой главе рассматриваются волны в упруго-пористом полупространстве под действием смешанных возмущений (третий тип граничных условий). Получены изображения всех функций влияния, имеющие вид, аналогичный (10) и (14) (здесь указаны только две из них):

$$G_{uw}^{(3)HL} = u^{HL} = \sum_{j=1}^3 u_j^{HL}(q, s) E_j(q, z, s), G_{ww}^{(3)HL} = w^{HL} = \sum_{j=1}^3 w_j^{HL}(q, s) E_j(q, z, s),$$

где

$$u_l^{HL} = (-1)^{3-l} q \frac{2\beta_{3(3-l)} q^2 - \beta_{3-l} \gamma_3^2 s^2}{2\pi \beta_{12} \gamma_3^2 s^2 k_l(q^2, s^2)}, u_3^{HL} = -\frac{q k_3(q^2, s^2)}{\pi \gamma_3^2 s^2},$$

$$w_l^{HL} = (-1)^{3-l} \frac{2\beta_{3(3-l)} q^2 - \beta_{3-l} \gamma_3^2 s^2}{2\pi \beta_{12} \gamma_3^2 s^2} \quad (l=1, 2), w_3^{HL} = -\frac{q^2}{\pi \gamma_3^2 s^2}.$$

Структура этих изображений позволяет вычислить их оригиналы аналитически последовательным обращением преобразований Лапласа и Ханкеля с применением их свойств ($j = 1, 2, 3$):

$$\begin{aligned} \left[u_j^{HL} E_j(q, z, s) \right]^{H_1^{-1}L^{-1}} &= u_{jr}(r, \tau, z) + u_{js}(r, \tau, z), \\ \left[w_j^{HL} E_j(q, z, s) \right]^{H_0^{-1}L^{-1}} &= w_{jr}(r, \tau, z) + w_{js}(r, \tau, z), \end{aligned}$$

где, например,

$$\begin{aligned} u_r(r, \tau, z) &= \frac{3(-1)^{3-l} \beta_{3(3-l)}}{\pi \beta_{12} \gamma_3^2 r_3^6} \tau r (4z^2 - r^2) H(\tau - \gamma_l r_3), \\ u_{ls}(r, \tau, z) &= \frac{(-1)^{3-l} r}{2\pi \beta_{12} \gamma_3^2 r_3^5} \left\{ \left[4\beta_{3(3-l)} \gamma_l (2z^2 - r^2) - \beta_{3-l} \gamma_3^2 r_3^2 \right] \delta(\tau - \gamma_l r_3) - \right. \\ &\quad \left. - \left[2\beta_{3(3-l)} \gamma_l r^3 + \beta_{3-l} \gamma_3^2 r_3^2 \right] r_3 \delta'(\tau - \gamma_l r_3) \right\} (l = 1, 2), \\ u_{3s}(r, \tau, z) &= -\frac{r}{\pi r_3^5} \left[(5z^2 - 3r^2) \delta(\tau - \gamma_3 r_3) + \gamma_3 r_3 z^2 \delta'(\tau - \gamma_3 r_3) \right], \\ u_{3r}(r, \tau, z) &= -\frac{3r\tau(4z^2 - r^2)}{\pi \gamma_3^2 r_3^6} H(\tau - \gamma_3 r_3), \quad r_3 = \sqrt{r^2 + z^2}. \end{aligned}$$

При этом функции влияния представлены в виде регулярных и сингулярных составляющих (соответственно первое и второе слагаемое), например,

$$\begin{aligned} G_{uw}^{(3)}(r, \tau, z) &= u_r(r, \tau, z) + u_s(r, \tau, z), \\ u_r(r, \tau, z) &= \sum_{j=1}^3 u_{jr}(r, \tau, z), \quad u_s(r, \tau, z) = \sum_{j=1}^3 u_{js}(r, \tau, z). \end{aligned} \quad (16)$$

На рис. 5 – 8 приведены построенные по формулам вида (16) графики зависимостей регулярных составляющих функций влияния от координаты z при $r = 0,3$ при различных значениях времени: Сплошные кривые соответствуют моменту времени $\tau = 0.7$, точечные - $\tau = 0.8$, а пунктирные - $\tau = 0.9$. Разрывы на графиках имеют место в точках $r_3 = \tau/\gamma_k$ ($k = 1, 2, 3$), определяющих фронты волн в скелете и жидкости.

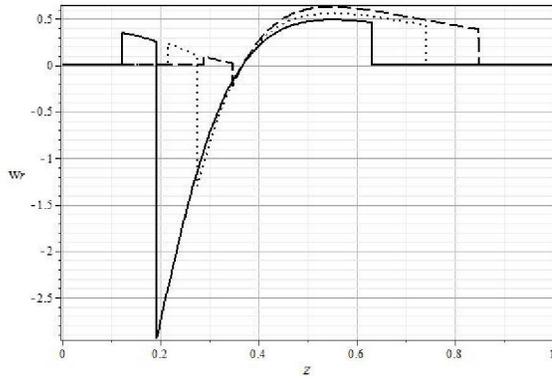


Рис. 5.

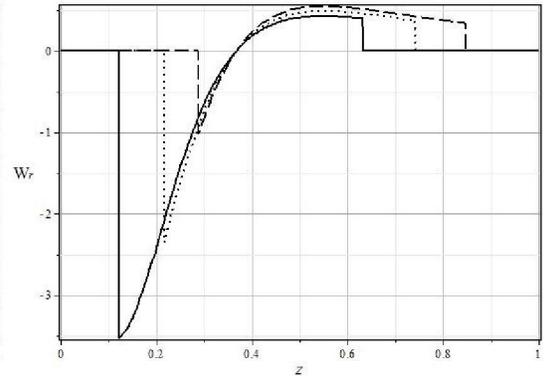


Рис. 6.

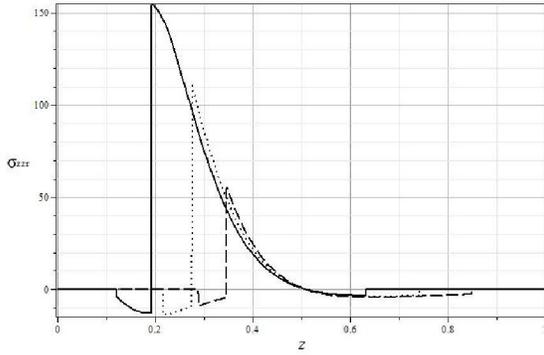


Рис. 7.

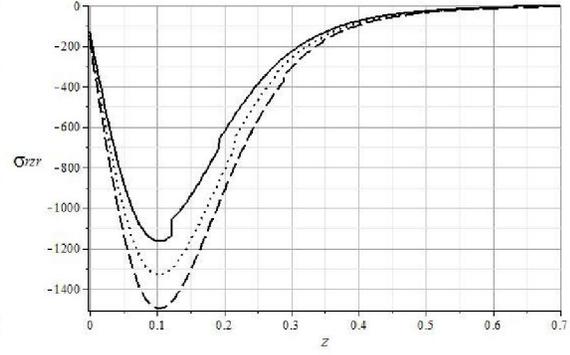


Рис. 8.

В пятой главе рассмотрены волны в упруго-пористом полупространстве под действием касательных силовых и нормальных кинематических возмущения смешанных возмущений (четвертый тип граничных условий). Из всех построенных изображений функций влияние здесь приведем две:

$$G_{u\sigma}^{(4)HL} = u^{HL} = \sum_{j=1}^3 u_j^{HL}(q, s) E_j(q, z, s), \quad G_{w\sigma}^{(4)HL} = w^{HL} = \sum_{j=1}^3 w_j^{HL}(q, s) E_j(q, z, s),$$

где

$$u_j^{HL}(q, s, z) = A_j q s^{-2} \quad (j=1, 2, 3), \quad w_3^{HL}(q, s, z) = \frac{A_3 q^2}{s^2 k_3(q, s)}, \quad A_3 = \frac{a_3}{2\pi m \gamma_1^2 \gamma_2^2},$$

$$w_l^{HL}(q, s, z) = A_l s^{-2} k_l(q^2, s^2), \quad A_l = -\frac{a_l}{2\pi m \gamma_l^2} \quad (l=1, 2),$$

$$a_1 = \beta_0 (2 + \lambda_{122}) - (1 - \beta_0) \lambda_{232}, \quad a_2 = (1 - \beta_0) \lambda_{231} - \beta_0 (2 + \lambda_{121}),$$

$$a_3 = a_1 \gamma_2^2 + a_2 \gamma_1^2, \quad m = (2 + \lambda_{122}) \lambda_{231} - (2 + \lambda_{121}) \lambda_{232}, \quad \lambda_{122} = \eta_1 + \beta_2 \eta_2.$$

В этом случае оригиналы также вычисляются аналитически последовательным обращением преобразований, и они записываются так (указаны только две функции):

$$G_{uv}^{(4)}(r, \tau, z) = u_r(r, \tau, z) + u_s(r, \tau, z), G_{ww}^{(4)}(r, \tau, z) = w_r(r, \tau, z) + w_s(r, \tau, z). \quad (17)$$

Здесь регулярные и сингулярные слагаемые имеют вид (16), где, например,

$$u_{jr}(x, \tau, z) = 3A_j \frac{\tau r z}{r_3^5} H(\tau - \gamma_j r_3), u_{js}(x, \tau, z) = A_j \gamma_j^2 \frac{r z}{r_3^3} \delta(\tau - \gamma_j r_3).$$

На рис. 9 - 12 приведены построенные по формулам вида (17) графики зависимостей регулярных составляющих функций влияния в зависимости от координаты z при $r = 0,3$. Сплошные кривые соответствуют моменту времени $\tau = 0,4$, точечные - $\tau = 0,5$, а пунктирные - $\tau = 0,6$.

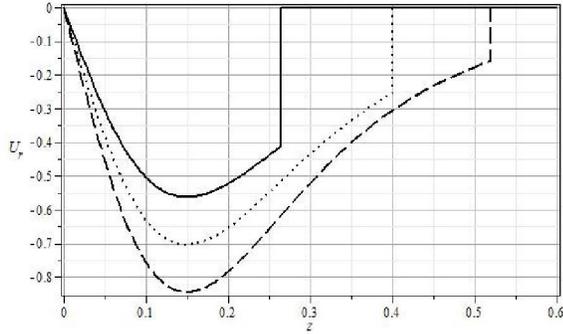
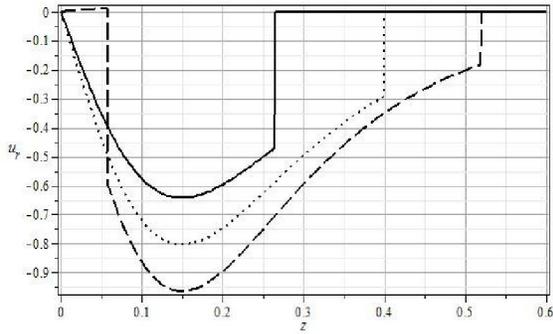


Рис. 9

Рис. 10

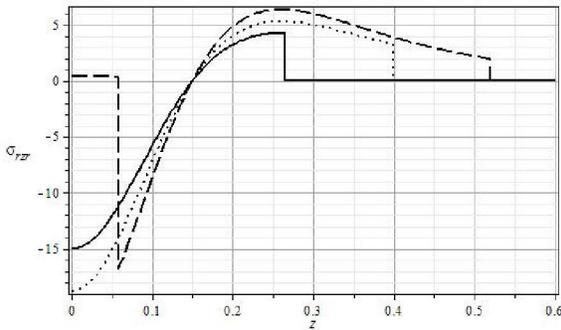


Рис. 11

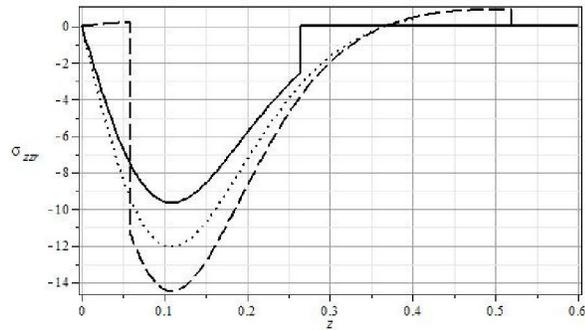


Рис. 12

Здесь так же, как и в главе 4, разрывы на графиках имеют место в точках, $r_3 = \tau/\gamma_k$ ($k = 1, 2, 3$), определяющих фронты волн в скелете и жидкости.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Построены интегральные представления решения осесимметричной задачи о распространении нестационарных поверхностных возмущений в упруго-пористом полупространстве.

2. Дана классификация всех ядер интегральных представлений (поверхностных функций влияния) и найдены их изображения в пространстве интегральных преобразований Лапласа и Ханкеля.

3. Оригиналы функций влияния для двух групп найдены с использованием связи осесимметричной и плоской задач.

4. Показано, что оригиналы функций влияния для двух других групп могут быть построены с помощью последовательного обращения преобразований. Найдены их явные выражения.

СПИСОК ОПУБЛИКОВАННЫХ РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

В рецензируемых научных изданиях и журналах:

1. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Действие на границы упруго-пористого полупространства с касательной диафрагмой нестационарной нормальной осесимметричной нагрузки // Механика композиционных материалов и конструкций – 2014, Т. 20, № 1. - С 148-158.

2. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Распространение осесимметричных поверхностных возмущений в упруго-пористом полупространстве // Электронный журнал “Труды МАИ”, 2014, №76, <http://www.mai.ru/science/trudy>

В других научных изданиях и журналах:

1. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Осесимметричные нестационарные колебания упруго-пористого полупространства под действием поверхностного возмущения // Труды IX Всероссийской научной конференции «Нелинейные колебания механических систем» (Нижний Новгород, 24–29 сентября 2012 г.) - Нижний Новгород: Издательский дом «Наш дом», 2012. – С. 314-319.

2. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Упруго-пористое полупространство под действием осесимметричного нестационарного поверхностного кинематического возмущения // Нестационарные процессы деформирования элементов

конструкций, обусловленные воздействием полей различной физической природы. – Львов: ИППММ им. Я.С. Подстригача. – 2012.- С.51–55.

3. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Упруго-пористое полупространство под действием нестационарной нормальной силы // Тезисы докладов IV Всерос. симпоз. «Механика композиционных материалов и конструкций», 4-6 декабря 2012 г. – М.: ИПРИМ РАН, 2012. – С. 33.

4. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Распространение осесимметричных нестационарных возмущений в упруго-пористой плуплоскости под действием поверхностных касательных напряжений // Сб. тезисов докладов Московской молодежной научно-практической конференции «Инновация в авиации и космонавтике – 2013», 16-18 апреля 2013 года. – М.: ООО «Принт-салон», 2013. – С. 280-281.

5. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Распространение нестационарных возмущений в упруго-пористой полуплоскости по действием поверхностной нормальной силы // Научная конференция «Ломоносовские чтения-2013». – М.: МГУ им. М.В. Ломоносова. - С. 128-129.

6. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Действие на упруго-пористое полупространство осесимметричной нестационарной поверхностной нагрузки // Материалы XIX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошной сред» им. А.Г. Горшкова. Т.2. - М.: ООО «ТР-принт», 2013. - С 21-22.

7. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Упруго-пористое полупространство под действием осесимметричного нестационарного нормального перемещения его границы // 2-я Всероссийская научная конференция «Механика наноструктурированных материалов и систем». Т.1., 2014 – М.: ООО «Сам Полиграфист». - С. 70-77.

8. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Осесимметричная задача о действии нестационарных поверхностных касательных перемещений на упруго-пористое полупространство // Материалы XX Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы конструкций и сплошной сред» им. А.Г. Горшкова – 2014. - С. 16-17.

9. Тарлаковский Д.В., Данг Куанг Занг. Исследование процесса распространения осесимметричных поверхностных возмущений в упруго-пористом полупространстве с использованием связи с плоской задачей // Ломоносовские чтения. Тезисы докладов научной конференции. Секция механики. 14–23 апреля 2014 г., Москва, МГУ имени М. В. Ломоносова. – М.: Издательство Московского университета, 2014. - С. 131.
10. Данг Куанг Занг, Тарлаковский Д.В. Упруго- пористое полупространство под действием осесимметричного нестационарного нормального перемещения его границы // 2-я Всероссийская научная конференция «Механика наноструктурированных материалов и систем» - ИПРИМ РАН - 2013.– С. 27-28.