

МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(национальный исследовательский университет)

На правах рукописи



ЛАРИНА Елена Владимировна

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ
ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА ОСНОВЕ ДВУХ И
ТРЕХПАРАМЕТРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ**

Специальность 01.02.05
Механика жидкости, газа и плазмы.

Диссертация на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
Кандидат физико-математических наук
Крюков Игорь Анатольевич

Москва
2014

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	4
ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА	16
1.1. Система осредненных по Фавру уравнений переноса массы, импульса и энергии	16
1.2. Модели турбулентности	19
1.3. Модификации уравнения для неравновесной турбулентной вязкости	29
1.4. Постановка граничных условий	32
1.5. Релаксационная модель в задаче затухания однородной изотропной турбулентности	37
1.6. Численное моделирование задачи о взаимодействии однородной изотропной турбулентности с ударной волной с использованием параметрических моделей турбулентности	42
1.7. Численное моделирование течения в недорасширенной сверхзвуковой струе, экспериментально исследованной в работе Seiner, Norum, 1979 [152].	53
1.8. Выводы к главе 1.	57
ГЛАВА 2. ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ РАСЧЕТНЫХ СЕТКАХ	59
2.1. Математическая модель	59
2.2. Численный метод	59
2.3. Численные результаты	61
2.4. Расчет течения в модели ГПВРД	66
2.5. Численное моделирование сверхзвуковой турбулентной струи на основе LES подхода	69
2.6. Выводы к главе 2.	72
ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СОПЛАХ С ОТРЫВОМ ПОТОКА ОТ СТЕНКИ	73
3.1. Настройка параметров модели турбулентности в ходе численного моделирования течения внутри плоского сопла и сравнение с экспериментальными результатами С.А. Hunter [111]:	73

3.2. Течение внутри осесимметричного сопла с толстой стенкой R. Stark, G. Hagemann [164].....	84
3.3. Течение в осесимметричных конических и профилированных соплах.....	87
3.4. Выводы к главе 3.....	93
ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ СЖИМАЮЩЕГО УГЛА И ДВУМЕРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ВОЗДУХОЗАБОРНИКЕ.....	96
4.1. Сверхзвуковое турбулентное течение вблизи сжимающего угла.....	97
4.2. Сверхзвуковое турбулентное течение вблизи двумерной ступеньки с наклонной наветренной гранью.....	104
4.3. Гиперзвуковое турбулентное течение вблизи сжимающего угла.....	105
4.4. Сверхзвуковое и гиперзвуковое течение в воздухозаборнике.....	110
4.5. Выводы к главе 4.....	117
ГЛАВА 5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ПРОТЕКАЮЩИХ ВО ВНУТРЕННИХ ПОЛОСТЯХ ЛА ПРИ ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С ВНЕШНИМ ПОТОКОМ.....	118
5.1. Течение в прямоугольной каверне.....	118
5.2. Исследование обтекания прямоугольной каверны с плоской крышкой и окном в двухмерном приближении.....	133
5.3. Исследование обтекания прямоугольной каверны с крышкой в виде дуги окружности и окном в двухмерном приближении.....	140
5.4. Выводы к главе 5.....	145
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	146
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	150

ВВЕДЕНИЕ.

Актуальность работы. Большинство реальных сверхзвуковых и гиперзвуковых течений, представляющих практический интерес, сопровождается такими явлениями, как ударные волны, волны разрежения, пограничные слои или слои смешения. Такие течения являются турбулентными или становятся таковыми, начиная с некоторого момента времени. Необходимость проведения моделирования сверхзвуковых турбулентных течений возникает при проектировании двигательных установок ракетной техники, самолетов военной и бизнес-авиации, при исследовании спуска капсул космических аппаратов при прохождении плотных слоев атмосферы. Поэтому актуальной задачей в настоящее время остается выбор модели турбулентности для повышения точности моделирования сверхзвуковых течений. Развивающиеся в настоящее время вихреразрешающие методы (LES, DES, RANS-LES, MILES и др.), являются вычислительно затратными и в большинстве случаев не подходят для массового практического применения в инженерных приложениях, хотя и позволяют получать результаты с хорошей точностью. Альтернативой вихреразрешающим методам по-прежнему остаются различные RANS модели, тем более, что вихреразрешающие подходы зачастую требуют начального приближения, получаемого с помощью RANS моделей.

Выбор подходящих моделей турбулентности из класса RANS моделей осложняется их огромным разнообразием. Среди моделей турбулентности существует целый класс одно- и двухпараметрических моделей, большая часть констант которых настраивалась на канонические течения и описывает их достаточно точно. Но в представляющих интерес ситуациях течений с большими градиентами параметров, например, с градиентами давления, данные модели турбулентности приводят к значительным погрешностям предсказания средних параметров течения. Наличие местных больших градиентов в течении существенно сказываются на течении вниз по потоку и его параметрах, поэтому для моделей турбулентности важен правильный учет предыстории течения. Помимо различных стационарных сверхзвуковых течений с большими градиентами, правильный учет предыстории течения, в том числе правильный учет различных неравновесных эффектов, связанных с турбулентностью, может быть важен при моделировании различных

нестационарных сжимаемых течений, например, течений в кавернах. Течения в кавернах являются достаточно актуальной задачей в силу того, что каверны используются на поверхностях теплообменных устройств, встречаются на различных видах обтекаемых поверхностей частей летательных аппаратов в виде выемок, полостей.

Модели напряжений Рейнольдса специально предназначены для подробного учета предыстории течения, но они не лишены эмпиризма, содержат большое количество дополнительных уравнений, что существенно увеличивает время счета, могут приводить к нефизичным решениям из-за нарушения условий реализуемости, добавляют жесткость системе уравнений, что для инженерных течений является неприемлемым. Другой класс моделей, предназначенный для дополнительного учета предыстории течения по сравнению с двухпараметрическими моделями - класс трехпараметрических моделей. Одна из таких моделей, так называемая "lag" модель турбулентности (или по-другому $k-\omega-\mu_t$ модель турбулентности), специально предназначена для моделирования высокоскоростных течений с большими градиентами давления, что отражено в ряде работ из литературы. Указанная модель состоит из релаксационного уравнения для турбулентной вязкости, в котором для определения временного масштаба и равновесной вязкости используется двухпараметрическая $k-\omega$ модель Wilcox (1994). Данная модель является вычислительно экономичной, поэтому в текущем исследовании основное внимание будет уделено моделированию сверхзвуковых течений с использованием указанной $k-\omega-\mu_t$ модели турбулентности и ее модификаций.

Цель работы.

Разработать, верифицировать и применить трехпараметрические релаксационные модели турбулентной вязкости для моделирования высокоскоростных сжимаемых течений, сравнить их с другими трехпараметрическими и двухпараметрическими моделями турбулентной вязкости.

Задачи исследования. Для достижения цели были поставлены и решены следующие задачи:

Реализация и разработка модификации трехпараметрической релаксационной $k-\omega-\mu_t$ модели турбулентной вязкости, построенной на основе нескольких вариантов

двухпараметрических моделей турбулентности, апробированных ранее на задачах моделирования высокоскоростных отрывных течений в соплах и высокоскоростных течений в струях.

- Реализация релаксационной $k-\omega-\mu_t$ модели турбулентной вязкости [137] и разработка модификации данной модели с учетом дополнительных временных масштабов времени неравновесности, турбулентного давления и вязких эффектов.
- Разработка и реализация трехпараметрической релаксационной $k-\varepsilon-\mu_t$ модели турбулентной вязкости, построенной на основе нескольких вариантов двухпараметрических $k-\varepsilon$ моделей турбулентности, таких как "стандартная" $k-\varepsilon$ модель [120], $k-\varepsilon$ модель Chen [90], RNG $k-\varepsilon$ модель [178].
- Исследование применимости исходной $k-\omega-\mu_t$ модели и модифицированных релаксационных моделей турбулентной вязкости для расчета сверхзвуковых и гиперзвуковых двумерных течений (отрывных течений в соплах, сверхзвукового течения в струе, сверхзвукового и гиперзвукового обтекания сжимающего угла).
- Разработка программного комплекса расчета трехмерных турбулентных течений на неструктурированных сетках.
- Проверка работоспособности предлагаемого программного комплекса расчета трехмерных турбулентных течений.
- Применение параметрических моделей турбулентности для расчета высокоскоростного двумерного течения в воздухозаборнике и нестационарного течения внутри мелкой каверны.

Методы исследования. В работе используется метод численного моделирования. В качестве рабочих тел в исследовании выступают воздух, рассматриваемый как «однокомпонентный» идеальный газ, или азот. Математическая модель состоит из системы осредненных по Фавру уравнений переноса массы, импульса, энергии и турбулентных величин. Для решения уравнений математической модели выбран обобщенный метод Годунова второго (для трехмерных уравнений) и более (для двумерных уравнений) порядка точности по пространству и времени, в котором решение задачи о распаде разрыва реализовано с помощью точного и различных приближенных решателей. Второй и более порядок точности по

пространству достигается применением процедуры восстановления, второй порядок точности по времени достигается использованием двухшагового метода Рунге-Кутты. Среди используемых моделей турбулентности есть низкорейнольдсовые (требующие разрешения пограничных слоев вплоть до вязкого подслоя) и высокорейнольдсовые (требующие разрешения пограничных слоев до логарифмического подслоя) модели. Для последних граничные условия на твердых поверхностях ставятся на основе пристеночных функций с учетом градиента давления, предназначенных для расчетов течений с отрывами.

Достоверность результатов исследования обусловлена сравнением результатов с аналитическими решениями, экспериментальными результатами, предложенными для верификации моделей турбулентности и расчетными результатами других авторов, контролем точности вычислений.

Научная новизна диссертационной работы состоит в том, что:

- впервые предложена модификация трехпараметрической модели $k-\omega-\mu_t$ турбулентности с учетом сжимаемости, неравновесных эффектов и турбулентного давления, позволяющие улучшать предсказание положения системы скачков уплотнения и статического давления в недорасширенной сверхзвуковой струе по сравнению с исходной $k-\omega-\mu_t$ моделью [137], предсказание положения отрыва и восстановления статического давления при перерасширенном режиме течений в плоских и осесимметричных соплах;
- впервые получена простая трехпараметрическая релаксационная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель турбулентности и исследована ее применимость для расчетов сверхзвуковых и гиперзвуковых турбулентных двумерных течений с отрывами и течения в недорасширенной сверхзвуковой струе. Показано, что данная модель является одной из лучших RANS моделей турбулентности для указанных классов течений.

Практическая значимость исследования состоит в том, что его результаты позволяют:

- проводить численное моделирование двумерных и трехмерных высокоскоростных сжимаемых течений в элементах двигательных установок летательных аппаратов на основе полученных моделей турбулентности,
- показана применимость трехпараметрических релаксационных $k-\omega-\mu_t$, $k-\varepsilon-\mu_t$ моделей турбулентности и $k-\omega-\mu_t$ моделей с учетом временного масштаба неравновесности,

турбулентного давления и вязких эффектов для расчета высокоскоростных сжимаемых течений

- исследована роль геометрических факторов, таких как наличие плоских и криволинейных крышек, расположение “окон” в крышках на режимы течения, возникающие в мелкой каверне.

Представление результатов работы. Основные результаты исследований докладывались на VII, VIII, IX, X международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ-2008, NPNJ-2010, NPNJ-2012, NPNJ-2014), XVI, XVII, XVIII международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС-2009, ВМСППС-2011, ВМСППС-2013), 4-ой Всероссийской школе-семинаре "Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем" (АФМ-2010), X Всероссийском съезде по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (2011), 5-ой Всероссийской школе-семинаре "Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем" (АФМ-2011), IX Международном Симпозиуме по радиационной плазмодинамике (РПД-2012), XIII международной школе-семинаре «Модели и методы аэродинамики» (ММА-2013), 29-th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences (ICAS-2014).

Публикации. Основные научные результаты работы опубликованы в 10 печатных работах, в том числе в 3 статьях в изданиях, определенных ВАК РФ для публикации материалов диссертаций.

Личный вклад автора.

Автором выполнена вся работа по решению уравнений моделей турбулентности и постановке граничных условий для турбулентных величин в трехмерном коде расчета на неструктурированных сетках, модификации двумерного кода для использования трехпараметрических релаксационных моделей турбулентности, анализ влияния релаксационного уравнения для турбулентной вязкости в задаче затухания однородной изотропной турбулентности. Автор принимал непосредственное участие в формулировке предлагаемых моделей турбулентности, в разработке трехмерного программного комплекса расчета течений на неструктурированных сетках, в проведении всех вычислительных экспериментов, в том числе постановке начальных и граничных условий, соответствующих экспериментальному описанию, построению

и модификации сеток, проведении расчетов и обработке их результатов, исследованиях сходимости, применимости моделей турбулентности, поиске литературы и подготовке публикаций по теме диссертационной работы.

На защиту выносятся:

- 1) трехпараметрическая k - ε - μ_t модель турбулентности, включающая уравнения стандартной k - ε модели турбулентности и дополнительное релаксационное уравнение для турбулентной вязкости, позволяющая повысить точность прогноза отрыва турбулентного пограничного слоя в соплах, при обтекании сжимающего угла,
- 2) результаты исследования существенных свойств моделей турбулентности, оказывающих наибольшее влияние на средние параметры турбулентности в задаче о взаимодействии однородной изотропной турбулентности со стационарной ударной волной,
- 3) результаты численного моделирования отрывных течений с использованием предложенных трехпараметрических моделей турбулентности в соплах [111, 164, 57], недорасширенной сверхзвуковой струе [152], отрывного течения вблизи сжимающего угла [155, 10, 93], широко используемых для верификации различных моделей турбулентности,
- 4) результаты численного моделирования сверхзвукового двумерного течения в воздухозаборнике [107],
- 5) результаты численного исследования методов управления параметрами колебательного режима течения вязкого газа в открытой мелкой каверне с помощью геометрического фактора.

Структура работы. Работа состоит из введения, 5 глав, заключения, списка использованных источников, включающего 184 наименования. Работа содержит 140 иллюстраций. Номера рисунков и формул состоят из номера главы и текущего номера внутри главы, например, (1.13) – формула 13 из главы 1. Объем работы составляет 165 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении обосновывается актуальность темы диссертации, сформулирована цель диссертации, показана научная новизна и практическая значимость полученных

результатов, представлены положения, выносимые на защиту. Дан краткий обзор литературы по существующим RANS-моделям турбулентности.

В первой главе содержится описание математической модели, включающей трехпараметрическую $k-\omega-\mu_t$ модель турбулентности и ее модификаций, и результаты численных и аналитических исследований данной модели на примере течений вдали от стенок.

В разделе 1.1 описана часть математической модели турбулентного течения идеального газа, включающая систему осредненных по Фавру уравнений переноса массы, импульса и энергии.

В разделе 1.2 представлены используемые двухпараметрические $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ модели турбулентности и релаксационное уравнение для турбулентной вязкости.

В разделе 1.3 предложены четыре варианта его модификации с учетом возможного влияния неравновесности, турбулентного давления, вязких эффектов и на основе масштаба времени и равновесной турбулентной вязкости $k-\varepsilon$ модели.

В разделе 1.4 кратко изложены используемые граничные условия.

В разделе 1.5 для понимания смысла неравновесной турбулентной вязкости рассмотрено влияние на значение турбулентной вязкости релаксационного уравнения в задаче затухания однородной изотропной турбулентности.

В разделе 1.6 для анализа возможностей моделей турбулентности прогнозировать средние параметры турбулентности в задачах с ударными волнами представлены результаты численного исследования взаимодействия затухающей турбулентности со стационарной ударной волной.

В разделе 1.7. Приведены результаты численного моделирования течения в недорасширенной сверхзвуковой струе, экспериментально исследованной в [152], полученные с применением разработанных трехпараметрических моделей турбулентности и их сравнение с результатами, полученными с исходной трехпараметрической моделью и двухпараметрическими $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ моделями турбулентности.

В разделе 1.8 содержатся выводы по главе 1.

Во второй главе представлено описание программного комплекса расчета пространственных турбулентных течений на неструктурированных сетках и приведены результаты тестирования данного программного комплекса.

В разделе 2.1 кратко представленная в главе 1 система уравнений представлена в векторной форме, более удобной с точки зрения использования численных схем.

В разделе 2.2 кратко описан используемый численный метод.

В разделе 2.3 представлены результаты тестирования, полученные в процессе моделирования течений в двугранном угле [77], недорасширенной сверхзвуковой струе, обтекания спускаемого аппарата Fire II, в дозвуковом пограничном слое на плоской пластине, и вблизи модели волнолета [87].

В разделе 2.4 представлена картина течения вблизи модели ГПВРД.

В разделе 2.4 содержатся результаты численного моделирования сверхзвуковой турбулентной струи на основе LES подхода без дополнительной генерации искусственной турбулентности во входной плоскости.

В разделе 2.6 содержатся выводы по главе 2.

В третьей главе приводятся настройка предложенных моделей турбулентности на основе сверхзвукового отрывного течения внутри плоского сопла и результаты численного моделирования отрывных течений в соплах для случаев плоского и осесимметричных профилированного и конических сопел.

В разделе 3.1 представлены результаты настройки параметров предложенных модификаций трехпараметрических моделей турбулентности и результаты численного моделирования течения внутри плоского сопла [111].

В разделе 3.2 описаны результаты численного моделирования течения внутри осесимметричного сопла с толстой стенкой, предложенного для тестирования моделей турбулентности в ходе европейской конференции по аэрокосмическим наукам [164] с использованием трехпараметрических $k-\omega-\mu_t$ и $k-\varepsilon-\mu_t$ моделей турбулентности.

В разделе 3.3 содержатся результаты численного моделирования течения внутри нескольких вариантов осесимметричных сопел из работы [57] и сравнение различных

вариантов рассматриваемых двухпараметрических и трехпараметрических моделей турбулентности, в том числе из числа предложенных.

В разделе 3.4 содержатся выводы по главе 3.

В четвертой главе рассматриваются численное моделирование сверхзвуковых и гиперзвуковых течений вблизи сжимающих углов и в воздухозаборниках.

В разделе 4.1 представлены результаты численного моделирования сверхзвукового турбулентного течения вблизи сжимающего угла [155] с использованием двухпараметрических и трехпараметрических моделей турбулентности.

В разделе 4.2 приводятся результаты моделирования сверхзвукового турбулентного течения вблизи двумерной ступеньки с наклонной наветренной гранью [10].

В разделе 4.3 содержатся результаты численного моделирования гиперзвукового турбулентного течения вблизи сжимающего угла.

В разделе 4.4 представлены результаты моделирования сверхзвукового [107] и гиперзвукового [127] течения в воздухозаборнике. Сверхзвуковое течение рассмотрено с использованием $k-\omega-\mu_t$ и $k-\varepsilon-\mu_t$ моделей турбулентности, а гиперзвуковое с использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели.

В разделе 4.5 содержатся выводы по главе 4.

В пятой главе результаты проведенного численного моделирования обтекания каверн до-трансзвуковым потоком воздуха.

В разделе 5.1 представлены три варианта двумерных дозвуковых течений в прямоугольной каверне, в том числе течений, описанных в [84, 83], и сравнение на одном из вариантов результатов двумерного и трехмерного моделирования.

В разделе 5.2 представлены результаты исследования обтекания прямоугольной каверны с плоской крышкой и окном в двумерном приближении.

В разделе 5.3 содержится численное исследование обтекания прямоугольной каверны с крышкой в виде дуги окружности и окном в двумерном приближении.

В разделе 5.4 содержатся выводы по главе 5.

В заключении сформулированы основные полученные результаты.

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Выбор подходящих моделей турбулентности из класса RANS моделей осложняется их огромным разнообразием. Среди моделей турбулентности существует целый класс одно- и двухпараметрических моделей, большая часть констант которых настраивалась на канонические течения и описывает их достаточно точно. К таким течениям, например, относятся затухание однородной изотропной турбулентности за решеткой, несжимаемый дозвуковой пограничный слой на плоской пластине, однородный сдвиговый слой, развитое турбулентное течение в канале. Поэтому двухпараметрические модели легко справляются с такими течениями. Трудности возникают в течениях с большими градиентами параметров, например, с градиентами давления, а именно такие ситуации возникают при наличии ударных волн, пограничных слоев и слоев смешения. В пристеночных течениях ситуации больших градиентов связаны с отрывом потока от стенок, а в сверхзвуковых струйных течениях с взаимодействием ударных волн и слоев смешения. Описанные ситуации существенно сказываются на дальнейшем течении и его параметрах, поэтому для моделей турбулентности важен правильный учет предыстории течения. Безусловно, одно- и двухпараметрические модели учитывают предысторию течения, но зачастую с большими погрешностями. Правильный учет предыстории возможен с точки зрения моделей напряжений Рейнольдса. Данный класс моделей (например, [7, 163, 118, 161, 162, 151, 156, 69]) характеризуется способностью описывать сдвиг главных осей напряжений Рейнольдса относительно тензора скоростей деформации. К достоинствам моделей можно отнести возможность введения времени реакции напряжений Рейнольдса на изменение в значениях тензора скоростей деформации внутри жидкой частицы, что во многих ситуациях способствует повышению точности. Тем не менее, модели напряжений Рейнольдса не лишены эмпиризма, содержат большое количество дополнительных уравнений, что существенно увеличивает время счета, могут приводить к нефизичным решениям из-за нарушения условий реализуемости, и добавляют жесткость системе уравнений, что для инженерных течений является неприемлемым.

Компромисс между двумя данными подходами в рамках RANS-моделей турбулентности может быть получен несколькими способами. И хотя сохранить

полностью достоинства моделей напряжений Рейнольдса представляется затруднительным, кратко охарактеризуем каждый из этих подходов.

Первый подход заключается в непосредственном моделировании турбулентной вязкости, включая все эффекты, связанные с напряжениями Рейнольдса (порождение, диссипация, перераспределение и диффузия), что реализуется в однопараметрических моделях [13, 159, 160, 89, 97]. Следует отметить, что модель [13] в классе параметрических моделей турбулентной вязкости является лучшей моделью для расчета струйных течений, однако она требует расчета вторых производных, что затрудняет численную реализацию модели.

Другой подход заключается во введении нелинейных алгебраических зависимостей в модель турбулентных напряжений Рейнольдса от тензоров скоростей деформации и тензора завихренности [144, 142, 99, 94, 171]. Громоздкие выражения для многочисленных тензорных произведений приводят к излишним затратам, и могут приводить к отсутствию реализуемости напряжений Рейнольдса.

Третий подход заключается в моделировании динамики некоторой физической скалярной величины, являющейся мерой смещения главных осей тензоров напряжений Рейнольдса и скоростей деформации [144]. Идея является интересной, но ее реализация, в конечном счете, приводит к модификации выражения для турбулентной вязкости и фактическому переопределению с помощью введенной меры второго параметра, используемого в любой двухпараметрической модели. Основная направленность данной модели заключается в улучшении моделирования нестационарных течений, в то время как в текущем исследовании рассматривались по большей части стационарные картины течения.

Четвертый подход заключается в составлении моделей турбулентности под заданный класс течений (например, [14, 54, 16, 15]). Данный подход является неудобным в использовании.

Пятый подход заключается в существенном упрощении моделей напряжений Рейнольдса и избавлении от большинства нелинейных членов [123] с использованием релаксационного уравнения для каждой компоненты напряжений Рейнольдса. Однако такой подход не избавляет от необходимости доопределить временной масштаб, для чего используются двухпараметрические модели турбулентности. Кроме того, модель турбулентности состоит в таком случае из 8 уравнений (6 для

напряжений и 2 по базовой модели турбулентности для определения временного масштаба).

И наконец, шестой подход, которому в текущем исследовании было уделено внимание. Он заключается во введении дополнительного дифференциального «релаксационного» уравнения для турбулентной вязкости. Модели данного класса аналогичны с моделями [109, 88, 96] для течений типа пограничного слоя, но не моделируют напряжения сдвига, а рассматривают «релаксацию» турбулентной вязкости к некоторому равновесному значению. Первой из такого класса моделей появилась *lag* модель [137], предназначенная для учета неравновесных эффектов, возникающих в сверхзвуковых течениях в областях с большими градиентами давления. Для моделирования неравновесных эффектов к $k-\omega$ модели [176]) добавляется третье уравнение для турбулентной вязкости. Эта модель вводит временную задержку в реакции турбулентной вязкости на быстрые изменения средних параметров течения. При этом турбулентная вязкость жидкой частицы меняется вдоль линии тока так, что стремится принять свое равновесное состояние. Скорость сходимости к равновесному значению определяется дополнительным масштабом времени (аналогичным «масштабу памяти» в модели [109]), принятым в данной модели обратно пропорциональным частоте турбулентных пульсаций. Данная модель не содержит диффузионного члена, что приводит к зависимости турбулентной вязкости только от вязкости данной жидкой частицы в предыдущие моменты времени и от равновесного значения вязкости в текущей точке. Так как равновесное значение определяется по хорошо настроенной на канонические течения модели, то следует ожидать, что *lag* модель будет хорошо описывать такие виды течений. Кроме того, *lag* модель не требует знания расстояния до стенки и является вычислительно простой, легко реализуемой, не требующей задания сложных граничных условий. В силу перечисленных достоинств *lag* модель представляет определенный интерес для исследования.

ГЛАВА 1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ГАЗА

Моделируется сжимаемый стационарный турбулентный поток однофазного однокомпонентного вязкого теплопроводного газа в рамках модели сплошной среды без учета силы тяжести. Математическая модель состоит из системы осредненных уравнений, включающей законы сохранения массы, импульса, энергии и средних параметров турбулентного течения, таких как кинетическая энергия турбулентности k , диссипация кинетической энергии турбулентности ε или частота турбулентных пульсаций ω , турбулентная вязкость μ_t . Используя нестационарные уравнения, будем искать стационарное решение методом установления. В силу сжимаемости рассматриваемых течений используется осреднение по Фавру (за исключением давления и плотности, для которых проводится осреднение по Рейнольдсу). При этом принимается гипотеза эргодичности течений, заключающаяся в том, что осреднение всех рассматриваемых по ансамблю эквивалентно осреднению этих величин по времени.

Величина f , осредненная по Рейнольдсу определяется как

$$\bar{f} = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} f dt,$$

где период осреднения Δt существенно превышает время турбулентных пульсаций. При осреднении по Фавру величины f , или осреднении с весовой функцией (плотностью), осредненная величина определяется по формуле $\langle f \rangle = \frac{\overline{\rho f}}{\bar{\rho}}$. Тогда мгновенное значение величины f есть сумма средней и пульсационной составляющей $f = \langle f \rangle + f''$. В дальнейшем чертой сверху будет обозначено осреднение по Рейнольдсу, а угловыми скобками осреднение по Фавру.

1.1. Система осредненных по Фавру уравнений переноса массы, импульса и энергии

Система осредненных по Фавру уравнений [61] может быть выписана в следующей форме:

1). Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho} \langle \vec{u} \rangle) = 0 \quad (1.1)$$

2). Закон сохранения количества движения

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \langle \vec{u} \rangle)}{\partial t} + \text{Div}(\bar{\rho} \langle \vec{u} \rangle \langle \vec{u} \rangle) = -\text{grad}(\hat{p}) + \text{Div}(\hat{\tau}) \quad (1.2)$$

3). Закон сохранения полной энергии

$$\frac{\partial (\langle e \rangle)}{\partial t} + \text{div}(\langle \vec{u} \rangle (\langle e \rangle + \bar{p})) = \text{div}(\langle \vec{u} \rangle \cdot \hat{\tau}) + \text{div}(\langle \vec{Q} \rangle) \quad (1.3)$$

Здесь среднее давление подчиняется уравнению состояния идеального газа

$$\bar{p} = \frac{R}{m} \bar{\rho} \langle T \rangle, \text{ полная энергия } \langle e \rangle = \frac{\bar{p}}{\gamma - 1} + \frac{1}{2} \bar{\rho} \langle \vec{u} \rangle \cdot \langle \vec{u} \rangle.$$

Для вектора теплового потока предполагается выполненным закон Фурье

$$\langle \vec{Q} \rangle = \lambda_e \text{grad}(\langle T \rangle). \text{ Коэффициенты переноса определяются следующим образом:}$$

эффективная вязкость турбулентности $\mu_e = \mu + \mu_T$, эффективная

теплопроводность $\lambda_e = \frac{\lambda}{\text{Pr}} + \frac{\lambda_T}{\text{Pr}_T}$. Для нахождения ламинарной вязкости

используется гладкое сопряжение формулы Сазерленда [165] и линейной функции вида

$$\mu = \mu(T) = \begin{cases} \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{T_0 + C}{T + C}, & T > C, \\ \mu_0 \frac{T_0 + C}{2\sqrt{CT_0}} \frac{T}{T_0}, & T \leq C, \end{cases}$$

позволяющее корректировать точность формулы Сазерленда при низких температурах. Для воздуха $C = 106.667$ и $T_0 = 273$. Для нахождения ламинарной теплопроводности используется гипотеза подобия вязкости и теплопроводности

$\lambda = \frac{C_p}{\text{Pr}} \mu$, где C_p - теплоемкости при постоянном давлении, задающаяся постоянной

в силу использования модели идеального газа, Pr – число Прандтля, предполагаемое равным 0.7.

Средний тензор вязких напряжений складывается из ламинарной и турбулентной частей $\hat{\tau} = \hat{\tau}_{lam} + \hat{\tau}_{turb}$. Ламинарная часть соответствует модели ньютоновской жидкости $\hat{\tau}_{lam} = 2\mu\langle S \rangle - \frac{2}{3}(\mu - \mu')div(\overline{u})I$, где I - единичный тензор второго ранга, $\langle S \rangle$ - средний тензор скоростей деформации, μ - коэффициент сдвиговой вязкости, μ' - коэффициент объемной вязкости, который в данной работе полагается равным нулю. Турбулентная часть (напряжения Рейнольдса) определяется из гипотезы Буссинеска, в соответствии с которой напряжения Рейнольдса пропорциональны градиентам средней скорости

$$\hat{\tau}_{turbij} \equiv -\bar{\rho}\langle u_i''u_j'' \rangle = \mu_t \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \langle u_k \rangle}{\partial x_k} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (1.4)$$

где μ_t - турбулентная вязкость, $k \equiv \langle u_i''u_i'' \rangle / 2$ - кинетическая энергия турбулентности, δ_{ij} - символ Кронекера. Использование повторных индексов предполагает суммирование.

Коэффициент турбулентной теплопроводности полагается подобной турбулентной вязкости и задается турбулентным числом Прандтля по формуле $\lambda_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$, где турбулентное число Прандтля считается равным 0.9.

В двумерном случае осредненные уравнения (1.1-1.3) можно записать в следующую систему

$$\begin{aligned} \frac{\partial(r\bar{\rho})}{\partial t} + \frac{\partial(r\bar{\rho}\langle u \rangle)}{\partial x} + \frac{\partial(r\bar{\rho}\langle v \rangle)}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial(r\bar{\rho}\langle u \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial\left(r\left(\bar{\rho}\langle u \rangle^2 + \bar{p}\right)\right)}{\partial x} + \frac{\partial(r\bar{\rho}\langle u \rangle\langle v \rangle)}{\partial y} &= \frac{\partial\tau_{11}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{12}}{\partial y}, \\ \frac{\partial(r\bar{\rho}\langle v \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(r\bar{\rho}\langle u \rangle\langle v \rangle)}{\partial x} + \frac{\partial\left(r\left(\bar{\rho}\langle v \rangle^2 + \bar{p}\right)\right)}{\partial y} &= \alpha p - \alpha\tau_{33} + \frac{\partial\tau_{12}}{\partial x} + \frac{\partial\tau_{22}}{\partial y}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial(r\langle e \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(r\langle u \rangle(\langle e \rangle + \bar{p}))}{\partial x} + \frac{\partial(r\langle v \rangle(\langle e \rangle + \bar{p}))}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial(r(q_1 + u\tau_{11} + v\tau_{12}))}{\partial x} + \frac{\partial(r(q_2 + u\tau_{12} + v\tau_{22}))}{\partial y}, \end{aligned}$$

где скорость имеет компоненты $\langle \bar{u} \rangle = (u \ v \ w)^T$, вектор потока тепла $\langle \bar{Q} \rangle = (q_1 \ q_2 \ q_3)^T$. В плоском случае $r = 1$, $\alpha = 0$ течение не зависит от координаты z , компоненты скорости w и теплового потока q_3 в этом направлении можно считать нулевыми. В осесимметричном случае $r = y$, $\alpha = 1$ в цилиндрической системе координат радиус-вектор $\vec{r} = (x \ y \ \varphi)^T$, где φ - угловая координата, x – продольная координата, y - радиальная координата, компоненты векторов скорости и теплового потока не зависят от угловой координаты, u , q_1 - скорость и тепловой поток вдоль продольной координаты, v , q_2 - скорость и тепловой поток в направлении радиуса y , и нулевые скорость и тепловой поток $w = 0$, $q_3 = 0$ в направлении координаты φ . В таком случае в уравнения входит напряжения:

$$\tau_{11} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} - \left(\frac{2}{3}\mu - \mu' \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right), \quad \tau_{22} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} - \left(\frac{2}{3}\mu - \mu' \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right), \quad \tau_{33} = 2\mu \frac{v}{y} - \left(\frac{2}{3}\mu - \mu' \right) \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{v}{y} \right),$$

а формулы для касательных напряжений аналогичны соответствующим формулам в декартовых координатах.

1.2. Модели турбулентности

Для описания характеристик турбулентности будем использовать различные варианты k - ε моделей и k - ω модель турбулентности. В частности в работе [20] описан один из наиболее удачных вариантов k - ε модели для расчетов отрывных турбулентных течений в соплах и струях, основанный на сочетании k - ε модели Chen [90] с учетом сжимаемой диссипации по [149] и пристеночных функций с учетом градиента давления.

Уравнения k - ε модели турбулентности [120], записанные для нестационарного течения сжимаемого газа имеют вид:

$$\frac{\partial \bar{\rho}k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho}\langle u_i \rangle k}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_i} \right) + P_k - \bar{\rho}(\varepsilon_s + \varepsilon_d), \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial \bar{\rho} \varepsilon_s}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \langle u_i \rangle \varepsilon_s}{\partial x_i} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right) + c_{\varepsilon 1} P_k \frac{\varepsilon_s}{k} - c_{\varepsilon 2} \bar{\rho} \frac{\varepsilon_s^2}{k}, \quad (1.7)$$

где k – кинетическая энергия турбулентности, σ_k и σ_ε – турбулентные числа Прандтля для k и ε , ε_s – соленоидальная диссипация кинетической энергии турбулентности, ε_d – сжимаемая диссипация, S_k, S_ε – дополнительные источниковые члены, а производство кинетической энергии турбулентности определяется по формуле:

$$P_k = -\bar{\rho} \langle \overline{u'' u''} \rangle \cdot \text{grad}(\langle \bar{u} \rangle) = \hat{\tau}_{turbij} \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j}. \quad (1.8)$$

Диссипация кинетической энергии турбулентности может быть записана как сумма двух составляющих – соленоидальной и сжимаемой частей:

$$\varepsilon = \nu \left\langle \left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j''}{\partial x_i} \right) \frac{\partial u_i''}{\partial x_j} \right\rangle - \frac{2}{3} \nu \left\langle \left(\frac{\partial u_k''}{\partial x_k} \right)^2 \right\rangle = \nu \langle \omega_i'' \omega_i'' \rangle + \frac{4}{3} \nu \left\langle \left(\frac{\partial u_i''}{\partial x_i} \right)^2 \right\rangle = \varepsilon_s + \varepsilon_d,$$

где $\omega_i'' = \varepsilon_{ijk} \frac{\partial u_j''}{\partial x_k}$ – компоненты вектора завихренности, ε_{ijk} – символ Леви-Чивиты.

Коэффициент турбулентной вязкости в k - ε модели имеет следующий вид

$$\mu_t = c_\mu f_\mu \frac{\bar{\rho} k^2}{\varepsilon_s} \quad (1.9)$$

где значения постоянной c_μ и функции $f_\mu \in [0,1]$ задаются по-разному в различных вариантах k - ε модели.

В двумерном случае уравнения k - ε модели (1.6-1.7) принимают вид:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial r \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial r \bar{\rho} \langle u \rangle k}{\partial x} + \frac{\partial r \bar{\rho} \langle v \rangle k}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(r D_k \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r D_k \frac{\partial k}{\partial y} \right) + r P_k - r \bar{\rho} (\varepsilon_s + \varepsilon_d), \\ & \frac{\partial r \bar{\rho} \varepsilon_s}{\partial t} + \frac{\partial r \bar{\rho} \langle u \rangle \varepsilon_s}{\partial x} + \frac{\partial r \bar{\rho} \langle v \rangle \varepsilon_s}{\partial y} = \\ & = \frac{\partial}{\partial x} \left(r D_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r D_\varepsilon \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right) + c_{\varepsilon 1} r P_k \frac{\varepsilon_s}{k} - c_{\varepsilon 2} r \bar{\rho} \frac{\varepsilon_s^2}{k}, \end{aligned}$$

где производство кинетической энергии турбулентности есть

$$P_k = \mu_T \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \alpha \left(\frac{v}{y} \right)^2 \right] + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right\}$$

где $r = 1$ и $\alpha = 0$ для плоского случая, $r = y$ и $\alpha = 1$ для осесимметричного случая.

Уравнения k - ω модели в тензорной форме [174,176]:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}k)}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\langle \vec{u} \rangle k) = \text{div} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_k} \right) \text{grad}(k) \right) + P_k - \bar{\rho}(\varepsilon_S + \varepsilon_d), \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\bar{\rho}\omega)}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\langle \vec{u} \rangle \omega) &= \text{div} \left(\left(\mu + \frac{\mu_T}{\sigma_\omega} \right) \text{grad}(\omega) \right) + \\ &+ c_{\omega 1} f_1 P_k \frac{\omega}{k} - c_{\varepsilon 2} f_2 \bar{\rho} \omega^2, \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\varepsilon_s = c_\varepsilon k \omega.$$

В двумерном случае уравнения (1.10-1.11) становятся

$$\begin{aligned} \frac{\partial r \bar{\rho} k}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \langle u \rangle r k}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \langle v \rangle r k}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(r \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r \left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y} \right) + \\ &+ r P_k - \bar{\rho} r (\varepsilon_s + \varepsilon_d), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial r \bar{\rho} \omega}{\partial t} + \frac{\partial \bar{\rho} \langle u \rangle r \omega}{\partial x} + \frac{\partial \bar{\rho} \langle v \rangle r \omega}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x} \left(r D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(r D_\omega \frac{\partial \omega}{\partial y} \right) + \\ &+ c_{1\omega} r P_k \frac{\omega}{k} - c_{2\omega} r \bar{\rho} \omega^2. \end{aligned}$$

Выражение для производства то же, что и в случае k - ε модели (1.8). Коэффициент турбулентной вязкости в терминах k - ω модели определен следующим образом

$$\mu_t = c_\mu \frac{\bar{\rho} k}{\omega}. \quad (1.12)$$

k - ω модель содержит набор эмпирических постоянных $[c_\mu, c_\varepsilon, c_{1\omega}, c_{2\omega}, \sigma_k, \sigma_\omega]$.

Наборы эмпирических постоянных и функций рассматриваемых k - ε и k - ω моделей турбулентности

Низкорейнольдсовая k - ω модели Wilcox [176] содержит следующий набор функций, с учетом турбулентного числа Рейнольдса $Re_t = \frac{\rho k}{\mu \omega}$ для демпфирования кинетической энергии и вязкости у стенки:

$$c_\mu = f_\mu, \quad f_\mu = \frac{c_\mu^0 + \frac{\text{Re}_t}{R_\mu}}{1 + \frac{\text{Re}_t}{R_\mu}},$$

$$c_\varepsilon = \frac{9}{100} \left(\frac{c_\varepsilon^0 + \left(\frac{\text{Re}_t}{R_\varepsilon}\right)^4}{1 + \left(\frac{\text{Re}_t}{R_\varepsilon}\right)^4} \right), \quad c_{\omega 1} = \frac{5}{9} \left(\frac{1}{f_\mu} \frac{c_{\omega 1}^0 + \frac{\text{Re}_t}{R_1}}{1 + \frac{\text{Re}_t}{R_1}} \right),$$

$$c_{\omega 2} = \frac{3}{40}, \quad \sigma_k = 2, \sigma_\omega = 2, \quad R_\mu = 6, R_\varepsilon = 8, R_1 = 2.7.$$

Для «стандартной» модели k - ε [120] имеет место следующий набор эмпирических постоянных

$$c_\mu = 0.09, \quad f_\mu = 1, \quad c_{1\varepsilon} = 1.44, \quad c_{2\varepsilon} = 1.92, \quad \sigma_k = 1.0, \quad \sigma_\varepsilon = 1.3.$$

В текущем исследовании кроме стандартной k - ε модели применяются k - ε модели турбулентности с учетом неравновесности. Турбулентность находится в «равновесии», когда порождение приближенно равно диссипации, т.е. $\lambda = P_k / \bar{\rho} \varepsilon_s \approx 1$. Наличие узких зон с большими градиентами приводит к резкому увеличению производства кинетической энергии при относительно низком уровне диссипации, откуда возникает необходимость учета неравновесности, то есть отношения производства к диссипации. В этом случае нарушается предположение о прямой пропорциональности между порождением кинетической энергии турбулентности и «порождением» диссипации энергии турбулентности. Для учета такой ситуации разработан целый ряд k - ε моделей турбулентности.

В работе [91] предложено добавить в уравнение для ε_s дополнительный член, который объединяется с членом "порождения" скорости диссипации, т.е.

$$c_{\varepsilon 1} = c_{\varepsilon 1} + c_{\varepsilon 3} \lambda,$$

и изменить значения некоторых других констант стандартной k - ε модели на следующие

$$c_{\varepsilon 1} = 1.15, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.9, \tag{1.13}$$

$$\sigma_k = 0.75, \quad \sigma_\varepsilon = 1.15, \quad c_{\varepsilon 3} = 0.25. \tag{1.14}$$

Для целого ряда течений эта модель позволила заметно улучшить результаты расчетов по сравнению со стандартной k - ε моделью, но в работах отмечается [105, 166], что использование данной модели может приводить и к ухудшению результатов в связи с нелинейностью зависимости реального отклонения от равновесия от параметра λ . Поэтому в [105] предложены другие постоянные в уравнении для ε :

$$c_{\varepsilon 1}=1.35, c_{\varepsilon 3}=0.05,$$

что приводит к существенно более слабой зависимости от λ , а в работе [166] недостаток модели (1.13-1.14) компенсируется с помощью аналогичной зависимости от λ члена, описывающего "диссипацию" скорости диссипации, т.е.

$$c_{\varepsilon 2} = c_{\varepsilon 2} + c_{\varepsilon 4} \lambda, \quad (1.15)$$

где $c_{\varepsilon 2}=1.45$, $c_{\varepsilon 4}=0.45$. Использование соотношения (1.15) напрямую привело бы к неправильному поведению диссипации при затухании турбулентности, поэтому необходимо ограничить это соотношение снизу

$$c_{\varepsilon 2} = \max(0, c_{\varepsilon 2} + c_{\varepsilon 4} \lambda)$$

Другая модель со слабой линейной зависимостью от λ дана в работе [112] и содержит следующий набор констант:

$$c_{\varepsilon 1} = 1.43, c_{\varepsilon 2} = 1.92, \sigma_k = 1.0, \sigma_\varepsilon = 1.3, c_{\varepsilon 3} = 0.05.$$

В модели [90], вводится дробно рациональная зависимость от соответствующего параметра

$$c_{\varepsilon 1} = c_{\varepsilon 1} \left(1 + \frac{c_{\varepsilon 3}}{c_{\varepsilon 1}} \frac{\lambda - 1}{\lambda + 1} \right).$$

В этой модели используются коэффициенты стандартной k - ε модели. Значение $c_{\varepsilon 3}=0.3$.

В работе [178] получен вариант k - ε модели турбулентности, позволяющий заметно лучше учесть неравновесные эффекты и называющийся RNG модель. В уравнение для скорости диссипации добавляется дополнительный член, объединяющийся с членом "порождения" скорости диссипации

$$c_{\varepsilon 1} = c_{\varepsilon 1} \left(1 - \eta \frac{1 - \eta / \eta_0}{1 + \beta \eta^3} \right),$$

где $\eta = \sqrt{P_k / c_\mu \bar{\rho} \varepsilon_s}$, $\eta_0=4.38$, $\beta=0.012$. Коэффициенты модели, полученные на основе ренормгрупповой теории турбулентности, имеют вид

$$c_{\varepsilon 1} = 1.42, c_{\varepsilon 2} = 1.68, \sigma_k = \sigma_\varepsilon = 0.7179, c_\mu = 0.084.$$

Вариант RNG модели, предложенный в документации к пакету FIDAP, содержит следующий набор коэффициентов, полученных путем численной оптимизации:

$$c_{\varepsilon 1} = 1.45, c_{\varepsilon 2} = 1.83, \sigma_k = 0.8, \sigma_\varepsilon = 1.15, c_\mu = 0.0865.$$

Значения величин η_0 и β могут быть получены для данной модели через остальные коэффициенты в предположении $\kappa=0.41$ (как указано в документации). Тогда $\eta_0=4.62$, $\beta=0.169$, что и используется в текущем исследовании.

Вариант учета неравновесности, модифицирующий турбулентную вязкость, был предложен в работе [134] и представляется формулой:

$$c_\mu = 0.09 f_\mu, \quad f_\mu = \min(1, \zeta / \eta),$$

где $\eta = \sqrt{S_{ij} S_{ij}}$, $\zeta = \sqrt{W_{ij} W_{ij}}$ - инварианты тензора скоростей деформации

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} + \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right) \text{ и тензора завихренности } W_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_j} - \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_i} \right).$$

Модификация k - ε модели [104], предназначенная для описания свободных сдвиговых течений при малых турбулентных числах Рейнольдса $Re_t = \rho k^2 / (\mu \varepsilon)$, увеличивает диссипацию при малых значениях Re_t за счет изменения коэффициентов $c_{\varepsilon 1}$ и $c_{\varepsilon 2}$ по формуле:

$$c_{\varepsilon 1} = 1.5, \quad c_{\varepsilon 2} = 1.9 \left(1 - \frac{2}{9} \exp(-Re_t / 36) \right).$$

Различные варианты низкорейнольдсовых моделей используют различные нелинейные зависимости от чисел Рейнольдса для демпфирования турбулентности вблизи стенки. Одна из моделей, использованных в текущем исследовании относится к низкорейнольдсовому варианту k - ε модели и предложена в [108]. Значения постоянных и функций в этой модели следующие:

$$\begin{aligned}
c_\mu &= 0.09 f_\mu, & f_\mu &= \frac{(1 - \exp(-0.0066 R_y))^2}{1 + \frac{500}{\text{Re}_t} \exp(-0.0055 R_y)}, \\
c_{\varepsilon 1} &= 1.44 f_1, & f_1 &= 1 + (0.05 / f_\mu)^2, \\
c_{\varepsilon 2} &= 1.92 f_2, & f_2 &= 1 - 0.03 \frac{\exp(-R_t^2)}{1 - 0.7 \exp(-R_y)}, \\
\sigma_k &= 1, & \sigma_\varepsilon &= 1.3,
\end{aligned}$$

где число Рейнольдса $R_y = \rho \sqrt{k} y / \mu$.

Еще один вариант низкорейнольдсовой k - ε модели был предложен в [116] и содержит следующий набор функций:

$$\begin{aligned}
c_\mu &= 0.09 f_\mu, & f_\mu &= \left(1 - \exp(-0.0165 R_y)\right)^2 \left(1 + \frac{20.5}{\text{Re}_t}\right), \\
c_{\varepsilon 1} &= 1.44 f_1, & f_1 &= 1 + (0.05 / f_\mu)^3, \\
c_{\varepsilon 2} &= 1.92 f_2, & f_2 &= 1 - \exp(-R_t^2) \\
\sigma_k &= 1, & \sigma_\varepsilon &= 1.3.
\end{aligned}$$

Учет сжимаемости

Сверхзвуковые течения характеризуются сжимаемостью и наличием узких зон больших градиентов параметров. При осреднении уравнений Навье-Стокса появляются три члена (сжимаемая диссипация, работа сил давления и турбулентный поток массы), не учитываемые в несжимаемом случае, но способные повлиять на результаты в сверхзвуковых течениях. Из результатов прямого численного моделирования известно, что наиболее существенное по величине влияние из трех величин оказывает сжимаемая диссипация.

В настоящей работе для учета сжимаемости используется несколько моделей сжимаемой диссипации, приведенных в литературе и коррекция турбулентной вязкости в зависимости от турбулентного числа Маха.

В соответствии с подходом статьи [149] на основе асимптотического анализа и результатов прямого численного моделирования сжимаемая диссипация моделируется следующим образом:

$$\varepsilon_d = \alpha_1 M_t^2 \varepsilon_s, \quad (1.16)$$

где $M_t = \sqrt{2k/a}$ - турбулентное число Маха, $\alpha_1=1$. В той же статье предложена и модификация турбулентной вязкости:

$$f_\mu = \frac{1}{1 + M_t}.$$

В работе [95] предложена модификация модели (1.16) для расчета струйных течений:

$$\varepsilon_d = (\alpha_1 \tilde{M}_t^2 + \alpha_2 \tilde{M}_t^4) \varepsilon_s,$$

где $\alpha_1 = 1$; $\alpha_2 = 60$; $\tilde{M}_t = \max(0, M_t - M_{to})$; $M_{to} = 0.1$.

Другая модификация модели (1.16), использованная в [175], предполагает большее значение коэффициента в зависимости сжимаемой диссипации от соленоидальной:

$$\varepsilon_d = \alpha_1 \bar{M}_t^2 \varepsilon_s,$$

где $\alpha_1 = 1.5$.

В процессе моделирования слоев смешения предложена модель [184], в которой линейная зависимость от квадрата турбулентного числа Маха в выражении заменено на экспоненциальное и уменьшено значение коэффициента:

$$\varepsilon_d = \alpha_1 \left(1 - \exp \left(- \frac{\gamma + 1}{2} \left(\frac{\bar{M}_t}{\Lambda} \right)^2 \right) \right) \varepsilon_s \quad \alpha_1 = 0.75.$$

В работе [12] представлен вариант учета сжимаемости, модифицирующий турбулентную вязкость и учитывающий сжимаемую диссипацию:

$$\alpha_1 = 0.29,$$

$$f_\mu = \frac{1}{1 + 0.29 M_t}.$$

Дробно-рациональный вариант зависимости турбулентной вязкости от турбулентного числа Маха для учета сжимаемости предложен в работе [92]:

$$f_\mu = \frac{1 + C_{c1} M_t^2}{(1 + C_{c2} M_t^2)^2},$$

где постоянные $C_{c1} = 4.2$ и $C_{c2} = 3.25$.

Обеспечение физичности решений, получаемых параметрическими моделями турбулентности

Проблема моделирования турбулентных течений, состоящая в невозможности построения точной замкнутой модели для тензора напряжений Рейнольдса, приводит к появлению множества различных вариантов упрощенных моделей. При этом сам тензор напряжений Рейнольдса обладает рядом свойств, следующих из физических соображений. При использовании упрощенных моделей для получения решений необходимо обеспечивать, чтобы данные свойства не нарушались. Нелинейность моделей турбулентности препятствует автоматическому выполнению данных свойств и приводит к необходимости предусматривать их выполнение в дополнении к решению самих уравнений модели. К таким свойствам относятся положительность турбулентных величин (кинетической энергии турбулентности, диссипации кинетической энергии, турбулентной вязкости, частоты турбулентных пульсаций), и сформулированные в работе [151] условия «реализуемости» напряжений Рейнольдса.

В работе [151] приведены условия, накладываемые на напряжения Рейнольдса:

$$\hat{\tau}_{turb\alpha\beta} \geq 0 \text{ при } \alpha = \beta$$

(в данной формуле суммирование отсутствует)

$$\hat{\tau}_{turb\alpha\beta}^2 \leq \hat{\tau}_{turb\alpha\alpha} \hat{\tau}_{turb\beta\beta} \text{ при } \alpha \neq \beta$$

и доказывається необходимость выполнения дополнительного условия:

$$\det(\hat{\tau}_{turb}) \geq 0 \text{ при } \alpha \neq \beta$$

Нарушение условия реализуемости, возникающее из-за использования гипотезы Буссинеска (1.4), может приводить к отрицательным значениям нормальных напряжений и, следовательно, к аномальному росту кинетической энергии турбулентности в застойных зонах или вблизи зон больших градиентов скорости. Эмпирически было установлено, что в двухпараметрических моделях турбулентности необходимо вводить ограничение на производство кинетической энергии турбулентности

$$P_k / \bar{\rho} \varepsilon_s < P_{max}, \quad (1.17)$$

где P_{max} - некоторая константа. Такой ограничитель использовался во многих работах (например, в [100] при $P_{max} = 10$) на этапе установления для ускорения сходимости к

стационарному решению. Явно такой ограничитель был введен как часть модели турбулентности в SST модели [132], что привело к заметному улучшению результатов, особенно при расчете отрывных течений. В работе [114] было показано, что явное использование такого ограничителя в k-ε модели приводит к улучшению результатов и область значений величины $P_{\max} \in [10,50]$ приводит к физически реализуемым решениям, независимых от выбора значения P_{\max} .

Из формулы (1.8) видно, что порождение кинетической энергии турбулентности пропорционально тензору напряжений Рейнольдса. Поэтому неравновесность турбулентности довольно близко связана с реализуемостью напряжений Рейнольдса. В работе [140] показано, что ограничение вида (1.17) возникает из условий реализуемости напряжений Рейнольдса, и получено значение $P_{\max} = 4/(3c_\mu) \approx 14.8$. В настоящем исследовании в большинстве расчетов использовалось значение $P_{\max} = 15$.

Использование параметрических моделей турбулентности иногда может приводить к аномальному поведению турбулентных параметров, например, в застойных зонах или в области больших градиентов скорости, в силу чего вводятся специальные меры для избегания подобных проблем. Прежде всего, необходимо избегать возникновения очень малых или нефизичных отрицательных значений k, ε или ω. В текущем исследовании используются ограничители на турбулентные параметры:

$$k = \max(k, A_k k_{\max}),$$

где k_{\max} - максимальное значение k по всей расчетной области, A_k - малое число,

$$\varepsilon = \max(\varepsilon, \frac{1}{VR_{MAX}} c_\mu \rho \frac{k^2}{\mu}). \quad (1.18)$$

При этом необходимо (во избежание нефизичного поведения турбулентной вязкости при больших числах Рейнольдса) выполнение неравенства

$$A_\varepsilon < \frac{1}{(R_T)_{\max} c_\mu},$$

где $(R_T)_{\max}$ - максимальное турбулентное число Рейнольдса по всей расчетной области.

Уравнение для неравновесной турбулентной вязкости

Предложенная в [137] $k-\omega-\mu_t$ модель, называемая Lag моделью, состоит из уравнения (1.10) для k , уравнения (1.11) для ω и дифференциального уравнения для турбулентной вязкости:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \frac{1}{\tau} (\mu_{tE} - \mu_t), \quad (1.19)$$

где μ_{tE} - равновесная турбулентная вязкость, определяемая по формуле (1.12) для $k-\omega$ модели, μ_t - неравновесная турбулентная вязкость, c_τ - постоянная модели. В случае $k-\omega$ модели авторы [137] предложили в качестве времени релаксации τ использовать временной масштаб турбулентности $\tau=1/\omega$ и получили путем численной оптимизации, что $c_\tau=0.35$. В текущем исследовании Lag модель и её модификации используется с постоянными и функциями (1.23).

Выражение (1.12) для турбулентной вязкости описывает мгновенную реакцию на изменение локальных скоростей деформации, в то же время уравнение (1.19) моделирует отставание значений напряжений Рейнольдса во времени и пространстве (предысторию течения). Наличие в правой части выражения (1.19) источникового члена вида $c_\tau (\mu_{tE} - \mu_t) / \tau$ позволяет решению «настраиваться» с течением времени на локальное равновесное значение, поэтому уравнение (1.19) является релаксационным, а параметр τ есть время релаксации. Дополнительное уравнение, таким образом, является простым, содержащим лишь невязкий конвективный оператор и источник, не требует знания расстояния до стенки, в отличие от других уравнений турбулентной вязкости, например, модели [159].

1.3. Модификации уравнения для неравновесной турбулентной вязкости

В основе модификации [34, 36, 41] лежит предположение, что релаксационные процессы в турбулентных течениях могут иметь различную физическую природу и, следовательно, различные времена релаксации. В сверхзвуковых соплах отрыву предшествует ударная волна, т.е. непосредственно перед отрывом располагается зона высоких градиентов параметров среднего течения и параметров турбулентности. За счет больших градиентов средней скорости появляется значительное порождение кинетической энергии турбулентности, которое может заметно превышать

диссипацию энергии турбулентности, что можно учесть за счет дополнительного временного масштаба, связанного с отношением порождения к диссипации кинетической энергии турбулентности. Наличие больших градиентов кинетической энергии турбулентности соответствует большим градиентам "турбулентного давления" в осредненных уравнениях баланса импульса. Это тоже можно учесть путем модификации времени релаксации в уравнении для неравновесной вязкости за счет временного масштаба, связанного с градиентом кинетической энергии турбулентности. Так как в потоке возникает отрыв пограничного слоя, можно предположить, что при этом могут быть важны вязкие эффекты. Т.е. для модификации времени релаксации используется также временной масштаб с учетом турбулентного числа Рейнольдса. Вариант такой модификации был предложен и в исходной $k-\omega-\mu_t$ модели [137].

При учете неравновесности турбулентности в качестве масштаба времени целесообразно взять масштаб $P_k / (\rho k \omega^2)$, характеризующий отклонение течения от равновесия, то есть того состояния течения, в котором порождение турбулентной энергии близко к ее диссипации. Когда течение равновесное, данный масштаб должен быть равен 1, и в таком случае для описания течения достаточно интегрального временного масштаба турбулентности. Новый временной масштаб определим как линейную комбинацию базового временного масштаба из уравнения (1.19) и масштаба времени, характеризующего неравновесность турбулентности. С учетом сказанного получаем релаксационное уравнение в следующей форме:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \frac{1}{\tau_1} \max \left(c_3, \frac{\tilde{\lambda}}{(1 + c_{\tau 2}(\tilde{\lambda} - 1))} \right) (\mu_{tE} - \mu_t), \quad (1.20)$$

где $\tilde{\lambda} = \max(\lambda, 1)$, $\lambda = P_k / (\rho \varepsilon)$ и введено ограничение на дополнительное время

релаксации $c_3 = 0.001$. В случае модификации $k-\omega-\mu_t$ модели $\frac{1}{\tau_1} = \omega$, $\lambda = P_k / (\rho k \omega)$.

В двумерном случае:

$$\frac{\partial r \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial r \langle u \rangle \mu_t}{\partial y} + \frac{\partial r \langle v \rangle \mu_t}{\partial y} = c_\tau \frac{1}{\tau_1} r \max \left(c_3, \frac{\tilde{\lambda}}{(1 + c_{\tau 2}(\tilde{\lambda} - 1))} \right) (\mu_{tE} - \mu_t).$$

Введем также масштаб времени, чувствительный к значительному перепаду кинетической энергии турбулентности. Исходя из соображений размерности, получаем временной масштаб $\tau_2 = \sqrt{k}/\|\nabla k\|$. Релаксационное уравнение примет вид:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \frac{1}{\tau_1} \max \left(c_3, \frac{1}{\left(1 + c_{\tau 2} \|\nabla k\| / \left(\frac{1}{\tau_1} \sqrt{k} \right) \right)} \right) (\mu_{tE} - \mu_t). \quad (1.21)$$

В двумерном случае имеем:

$$\frac{\partial r \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial r \langle u \rangle \mu_t}{\partial y} + \frac{\partial r \langle v \rangle \mu_t}{\partial y} = c_\tau \frac{1}{\tau_1} r \max \left(c_3, \frac{1}{\left(1 + c_{\tau 2} \|\nabla k\| / \left(\frac{1}{\tau_1} \sqrt{k} \right) \right)} \right) (\mu_{tE} - \mu_t).$$

Другим способом влияния на время релаксации является использование турбулентного числа Рейнольдса. В пограничном слое это число может быть достаточно мало, и его величина может сказаться на прогнозе точки отрыва. В таком случае релаксационное уравнение принимает следующий вид:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \frac{1}{\tau_1} \max \left(c_3, \frac{1}{\left(1 + c_{\tau 2} / \sqrt{\text{Re}_t} \right)} \right) (\mu_{tE} - \mu_t). \quad (1.22)$$

В двумерном случае получаем:

$$\frac{\partial r \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial r \langle u \rangle \mu_t}{\partial y} + \frac{\partial r \langle v \rangle \mu_t}{\partial y} = c_\tau \frac{1}{\tau_1} r \max \left(c_3, \frac{1}{\left(1 + c_{\tau 2} / \sqrt{\text{Re}_t} \right)} \right) (\mu_{tE} - \mu_t).$$

Использованный в $k-\omega-\mu_t$ модели вариант учета предыстории течения на основе дополнительного уравнения для неравновесной турбулентной вязкости можно применить к большинству двухпараметрических моделей турбулентности. В текущем исследовании на основе данного подхода построена трехпараметрическая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель [34, 36, 41]. В этом случае в качестве базовой модели принимается модель, состоящая из двух уравнений: (1.6) – уравнение для k , (1.7) – уравнение для ε , использующая коэффициенты (1.24), а для определения времени релаксации – турбулентный масштаб времени $\tau = \varepsilon/k$. Дополнительное релаксационное уравнение $k-\varepsilon-\mu_t$ модели имеет вид:

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \frac{\varepsilon}{k} (\mu_{tE} - \mu_t), \quad (1.23)$$

где μ_{tE} - равновесная турбулентная вязкость, определяется по формуле (1.9).

В двумерном случае релаксационное уравнение становится:

$$\frac{\partial r \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial r \langle u \rangle \mu_t}{\partial y} + \frac{\partial r \langle v \rangle \mu_t}{\partial y} = c_\tau \frac{\varepsilon}{k} r (\mu_{tE} - \mu_t).$$

1.4. Постановка граничных условий.

Опишем граничные условия, используемые в текущем исследовании для решения осредненных уравнений Навье-Стокса: условия на стенке с проскальзыванием и прилипанием, условия входного и выходного потока (на входной и выходной границе) и условия симметрии относительно плоскости. Для постановки граничных условий в текущем исследовании используется метод фиктивных ячеек, заключающийся в том, что для каждой приграничной ячейки вводятся дополнительные фиктивные ячейки. В фиктивных ячейках на каждом шаге по времени определяются значения необходимого числа параметров, и далее на границе области с использованием приграничных и фиктивных ячеек решается задача Римана о распаде разрыва для определения потоков через границу.

Граничные условия на стенке.

Наличие стенки предполагает отсутствие протекания через границу, то есть равенство нуля нормальной составляющей скорости течения через границу. Невязкая стенка, то есть стенка с проскальзыванием, реализуется переносом касательной скорости из приграничной ячейки в виртуальную ячейку. Вязкая стенка реализует условие прилипания, то есть касательная скорость переносится с обратным знаком. В силу адиабатичности температура в фиктивной ячейке приравнивается к температуре в приграничной ячейке, тем самым достигается нулевой поток тепла.

Условия входного потока.

Условия входного потока описывают ситуацию, в которой вектор скорости направлен внутрь области, то есть

$$(\vec{u}, \vec{n}) < 0.$$

Такие условия реализуются при сверхзвуковом и дозвуковом течении по-разному. При сверхзвуковом режиме втекания все характеристики системы

уравнений переноса массы, импульса и энергии являются отходящие (то есть с течением времени попадают в область расчета). Поэтому задаются плотность ρ_{in} , давление p_{in} и скорость $(u_{in} \ v_{in} \ w_{in})^T$. Заданные значения и определяют параметры в виртуальной ячейке. Параметры в виртуальной ячейке:

$$\rho_v = \rho_{in}, \ u_v = u_{in}, \ v_v = v_{in}, \ w_v = w_{in}, \ p_v = p_{in},$$

где индексы in – условие в набегающем потоке, v - значение неизвестной в виртуальной ячейке.

Для дозвукового потока имеем две отходящие характеристики, поэтому нужно задавать две неизвестные на границе, например плотность ρ_{in} и скорость $(u_{in} \ v_{in} \ w_{in})^T$. В таком случае в виртуальной ячейке:

$$\rho_v = \rho_{in}, \ u_v = u_{in}, \ v_v = v_{in}, \ w_v = w_{in}, \ p_v = p_{\infty},$$

где индекс ∞ обозначает соответствующее значение невозмущенного потока.

Условия выходного потока.

Условия выходного потока описывают ситуацию, в которой вектор скорости направлен из области, то есть

$$(\langle \vec{u}, \vec{n} \rangle) > 0.$$

Для сверхзвукового потока нет отходящих характеристик, и информация извне не передается в область, нет необходимости задавать неизвестные на границе. В виртуальной ячейке:

$$\rho_v = \rho_{\infty}, \ u_v = u_1, \ v_v = v_1, \ w_v = w_1, \ p_v = p_{\infty},$$

где индекс 1 означает значение в приграничной ячейке.

Для дозвукового потока имеется одна отходящая характеристика и нужно задавать одну неизвестную, например, давление p_{∞} . В таком случае в виртуальной ячейке:

$$\rho_v = \rho_1, \ u_v = u_1, \ v_v = v_1, \ w_v = w_1, \ p_v = p_{\infty}.$$

Температуру в виртуальной ячейке доопределяем для нахождения тепловых потоков из уравнения идеального газа по значениям плотности и давления в виртуальной ячейке.

Периодические граничные условия.

Для двух границ одинаковой формы Γ_1 и Γ_2 , имеющих приграничные и виртуальные ячейки, индексируемые $1, V_1$ и $2, V_2$ соответственно, можно поставить периодические граничные условия. Для некоторого параметра, обозначенного $[\bullet]$, эти условия представляются в виде

$$[\bullet]_{V_1} = [\bullet]_2, [\bullet]_{V_2} = [\bullet]_1.$$

Граничные условия моделей турбулентности.

Рассмотрим граничные условия для кинетической энергии турбулентности k , диссипации кинетической энергии турбулентности ε и удельной диссипации кинетической энергии ω .

Значение параметров низкорейнольдсовых модели на стенке следующие:

$$k_{wall} = 0 \text{ или } k_v = -k_1,$$
$$\omega_{wall} = \frac{60\nu_1}{c(n)^2}, \text{ или } \varepsilon_{wall} = \frac{4\nu_1 k_1}{(n)^2} - \varepsilon_1,$$

где n - расстояние от середины пристеночной ячейки до стенки. Для высокорейнольдсовых моделей значения в пристеночных ячейках не задаются и для определения потоков турбулентных величин через грани ячейки используется процедура, использующая информацию о трении на стенке, определяемую по методу пристеночных функций с учетом градиента давления.

На входной границе условия

$$k_v = k_{in}, \omega_v = \omega_{in} \text{ или } \varepsilon_v = \varepsilon_{in}.$$

На выходной и симметричной границе используются условия

$$\nabla_n k = 0, \nabla_n \omega = 0 \text{ или } \nabla_n \varepsilon = 0.$$

Значение параметров k - ε модели на стенке рассчитываются на основе метода пристеночных функций для высокорейнольдсовых моделей или с помощью модельного уравнения для низкорейнольдсовых моделей.

В моделях с релаксационным уравнением для турбулентной вязкости используются следующие граничные условия. На стенке ставится нулевая турбулентная вязкость $\tilde{\nu}_{t\,wall} = 0$. На границах с развитой турбулентностью и симметричной границе турбулентная вязкость пропорциональна значению

турбулентной вязкости в невозмущенной области, что реализуется путем приравнивания значения в виртуальной ячейке к значению в приграничной ячейке $\tilde{V}_{t_v} = \tilde{V}_{t_1}$. На входной границе турбулентная вязкость определяется по заданным k и ω или ε по формуле для равновесной турбулентной вязкости.

Учет градиента давления в методе пристеночных функций для k - ε модели турбулентности

В несжимаемом турбулентном пограничном слое поведение многих величин хорошо описывается в пристеночных координатах, когда в качестве масштабов скорости и длины выбраны величины

$$u_\tau = \sqrt{|\tau_w|/\rho}, \quad y_\tau = \mu/(\rho u_\tau).$$

С использованием этих масштабов можно выписать следующие безразмерные величины

$$u^+ = \frac{u}{u_\tau}, \quad y^+ = \frac{y}{y_\tau}, \quad k^+ = \frac{k}{u_\tau^2}, \quad \varepsilon^+ = \frac{\nu \varepsilon}{u_\tau^4}, \quad p^+ = -\frac{\nu}{\rho u_\tau^3} \frac{dp}{dx}.$$

Для частичного учета влияния на течение в пристеночном слое градиента давления в закон стенки можно включить дополнительный член в виде "линейной функции следа" Уайта [173]:

$$WF = 0.6 p^+ y^+.$$

Например, логарифмический закон стенки будет иметь вид

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln(E y^+) + WF.$$

Более точная зависимость скорости от градиента давления в пограничном слое получена в работе [141]

$$\frac{q}{u_\tau} = \frac{1}{\kappa} \left(\ln \left(\frac{4(1 + \Delta_\tau y^+)^{1/2} - 1}{\Delta_\tau (1 + \Delta_\tau y^+)^{1/2} + 1} \right) + 2 \left((1 + \Delta_\tau y^+)^{1/2} - 1 \right) \right) + B + 3.7 p^+,$$

где q – модуль скорости; $\Delta_\tau = p^+ / 2$ – параметр, характеризующий градиент касательного напряжения. Значения констант: $\kappa=0.418$, $B=5.45$.

Похожее выражение получено в [27] из уравнений пограничного слоя

$$u^+ = \frac{1}{\kappa} \left(\ln \left(\frac{4(1+p^+ y^+)^{1/2} - 1}{p^+ (1+p^+ y^+)^{1/2} + 1} \right) + 2 \left((1+p^+ y^+)^{1/2} - 1 \right) \right) + B,$$

где κ и B должны быть функциями p^+ . Конкретный вид этих функций в работе не приводится, даются только асимптотические значения при $p^+ \rightarrow \infty$.

Для положительного градиента давления в [135] предполагая линейное распределение τ вдоль пограничного слоя получено следующее соотношение для закона стенки

$$u^+ = \frac{1}{\kappa^*} \left(3(t - t_s) + \ln \left(\frac{t_s + 1}{t_s - 1} \frac{t - 1}{t + 1} \right) \right),$$

где

$$t = \sqrt{\frac{1 + 2\tau^+}{3}}, \quad \tau^+ = 1 + \alpha y^+, \quad \alpha = \frac{\mu}{\rho^{1/2} \tau_w^{3/2}} \frac{d\tau_w}{dy}, \quad \kappa^* = 0.4 \frac{1 + 1.5\alpha}{1 + \alpha},$$

t_s – параметр смещения, определяемый из условия $t = t_s$ в некоторой точке $y = y_s$ внутри подслоя. Для t_s предложено следующее выражение

$$t_s = \sqrt{1 + 2\alpha y_s^+ / 3}, \quad y_s^+ \approx e^{-\kappa B},$$

где $\kappa = 0.4$ и $B = 5.5$ – параметры логарифмического закона.

В работе [90] показано, что для лучшего асимптотического поведения u^+ при $\alpha \rightarrow \infty$ определение y_s необходимо модифицировать

$$y_s^+ \approx e^{-\kappa B} / (1 + \alpha^n)$$

где n должно быть минимальным, но больше $1/3$. В частности в [90] использовано значение $n = 0.34$.

Определение α содержит значение $d\tau_w/dy$. При положительном градиенте давления эта производная заменяется на dp/dy . В результате получим

$$\alpha = \max \left(\frac{\mu}{\rho^{1/2} \tau_w^{3/2}} \frac{dp}{dy}, 0 \right).$$

1.5. Релаксационная модель в задаче затухания однородной изотропной турбулентности.

С целью понять смысл неравновесной турбулентной вязкости необходимо рассмотреть влияние на турбулентную вязкость релаксационного уравнения в простом случае. Для этого рассмотрим задачу затухания однородной изотропной турбулентности.

Система уравнений и начальные условия в данной задаче Коши:

$$\begin{cases} \frac{dk}{dt} = -\varepsilon, \\ \frac{d\varepsilon}{dt} = -c_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{k} \\ \frac{dv_t}{dt} = c_{\tau} \frac{\varepsilon}{k} (\alpha v_{te} - v_t) \\ v_{te} = c_{\mu} \frac{k^2}{\varepsilon}, \end{cases}$$

$$k(0) = k_0, \varepsilon(0) = \varepsilon_0, v_t(0) = v_{te0} + \Omega.$$

Первые два уравнения в системе можно решить независимо от остальных. В результате имеем

$$k = \frac{k_0}{(1 + \lambda t)^n}, \varepsilon = \frac{\varepsilon_0}{(1 + \lambda t)^{n+1}},$$

где $n = \frac{1}{c_{\varepsilon 2} - 1}$, $\lambda = \frac{\varepsilon_0}{nk_0}$. В таком случае равновесная турбулентная вязкость, масштаб

времени и уравнение для турбулентной вязкости становятся:

$$v_{te} = c_{\mu} \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} (1 + \lambda t)^{1-n},$$

$$\tau = \frac{k}{c_{\tau} \varepsilon} = \frac{k_0}{c_{\tau} \varepsilon_0} (1 + \lambda t),$$

$$\frac{dv_t}{dt} = c_{\tau} \frac{\varepsilon}{k} (\alpha v_{te} - v_t) = c_{\tau} \frac{\varepsilon_0}{k_0} (1 + \lambda t)^{-1} \left(\alpha c_{\mu} \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} (1 + \lambda t)^{1-n} - v_t \right).$$

Решаем однородное уравнение $\frac{dv_t}{dt} = -c_{\tau} \frac{\varepsilon_0}{k_0} (1 + \lambda t)^{-1} v_t$, получаем $v_t = C_1 (1 + \lambda t)^{-c_{\tau} n}$, где

$C_1 = const$. Затем решаем неоднородное уравнение, предположив вид решения $v_t(t) = C_1(t) \cdot (1 + \lambda t)^{-c_{\tau} n}$. Получаем

$$\frac{\lambda(C_1(t) - C_2)}{c_\tau \alpha c_\mu k_0} = \frac{(1 + \lambda t)^p}{p},$$

где $p = 1 - n \cdot (1 - c_\tau)$, $C_2 = const$. Турбулентная вязкость становится равной

$$v_t(t) = C_2 \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + \frac{c_\tau \alpha c_\mu n k_0^2}{\varepsilon_0} \cdot \frac{(1 + \lambda t)^{p - c_\tau n}}{p} = C_2 \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + \frac{c_\tau \alpha c_\mu n k_0^2}{\varepsilon_0} \cdot \frac{(1 + \lambda t)^{1 - n}}{1 - n + n c_\tau}.$$

Положив $\alpha = \frac{p}{c_\tau n}$, окончательно получаем общий вид решения

$$v_t(t) = C_2 \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + \frac{c_\mu k_0^2}{\varepsilon_0} \cdot (1 + \lambda t)^{1 - n}.$$

Из начального условия решением задачи Коши для неравновесной вязкости будет

$$v_t(t) = \Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + \frac{c_\mu k_0^2}{\varepsilon_0} \cdot (1 + \lambda t)^{1 - n}.$$

Таким образом, к значению равновесной турбулентной вязкости добавляется дополнительный член, равный $\Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n}$, где $\Omega = const$, определяемая начальным условием.

Рассмотрим три ситуации: неравновесная вязкость равна, больше и меньше равновесной вязкости в начальный момент времени в выделенной рассматриваемой жидкой частице.

Если предположить, что начальная турбулентная вязкость равна равновесной вязкости, то из этого условия $v_t(0) = v_{te0} = c_\mu \frac{k_0^2}{\varepsilon_0}$ получаем

$$v_t(0) = \Omega + \frac{c_\mu k_0^2}{\varepsilon_0} = \frac{c_\mu k_0^2}{\varepsilon_0},$$

откуда $\Omega = 0$. В таком случае $v_t(t) = v_{te}(t)$, то есть релаксационное уравнение не изменяет решения, полученного по к-ε модели, настроенной на данный тестовый случай.

Если предположить, что начальная турбулентная вязкость больше равновесной вязкости, то из этого условия $v_t(0) = v_{te0} + \Omega = c_\mu \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} + \Omega$, где $\Omega > 0$ получаем

$$v_t(t) = \Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + \frac{c_\mu k_0^2}{\varepsilon_0} \cdot (1 + \lambda t)^{1-n} = \Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + v_{te}(t).$$

В таком случае решение асимптотически стремится сверху к равновесному значению $v_{te}(t)$ и через некоторое время τ_1 незначительно отличается от равновесного значения.

Оценим время τ_1 , которое необходимо, чтобы начальное «возмущение» вязкости уменьшилось в $1/\beta$ раз (β мало). Неравновесная турбулентная вязкость будет равна $v_t(t) = \Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + v_{te}(t)$, значит $\beta = (1 + \lambda \tau_1)^{-c_\tau n}$, или

$$\tau_1 = \frac{1 - \beta^{1/(n c_\tau)}}{\lambda \beta^{1/(n c_\tau)}} \approx \left(\lambda \beta^{1/(n c_\tau)} \right)^{-1}.$$

Для иллюстрации смысла коэффициента c_τ в задаче затухания однородной изотропной турбулентности рассмотрим случай затухания с безразмерными параметрами ([102]) $k_0 = 1.5$, $\varepsilon_0 = 60$ и коэффициентами к-ε модели турбулентности $c_{\varepsilon 2} = 1.92$, $c_\mu = 0.09$, начальное «возмущение» вязкости $\Omega = 0.0017$. На рис. 1.1 изображено значение равновесной и неравновесной вязкости и их разница. Видно, что разница со временем убывает до положительной величины, близкой к нулю. Как быстро происходит затухание этой разницы, нелинейно зависит от значения параметра c_τ . Для данного примера при возмущение вязкости в 50 раз ($\beta = 0.02$) происходит за безразмерное время $\tau_1 \approx 3.3$ (см. рис. 1.2,1.3). Очевидно, что чем больше параметр c_τ , тем меньше времени нужно для того, чтобы начальное возмущение уменьшилось в $1/\beta$ раз.

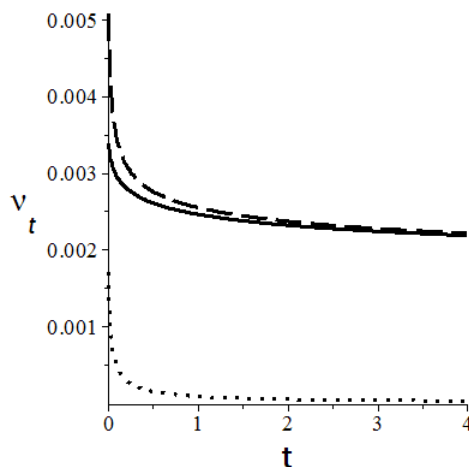


Рис. 1.1. Значение неравновесной и равновесной вязкости по k - ε - μ_t модели, и их разность в задаче затухания турбулентности в зависимости от времени с начальным возмущением $\Omega = 0.0017$. Сплошная линия – равновесная вязкость, штриховая – неравновесная вязкость, пунктир – разность неравновесной и равновесной вязкости. Все параметры приведены в безразмерной форме.

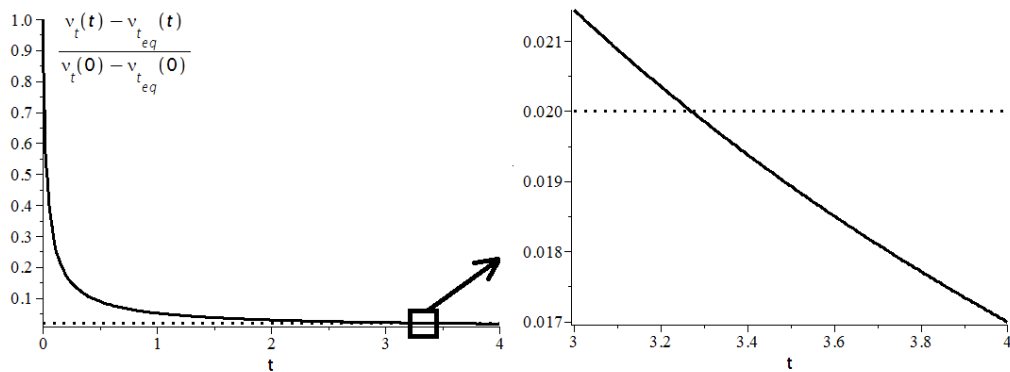


Рис. 1.2. Значение отношения разности неравновесной и равновесной вязкости к своему начальному значению в задаче затухания турбулентности в зависимости от постоянной времени. Сплошная линия – отношение разности неравновесной и равновесной вязкости, пунктир – величина $\beta = 0.02$.

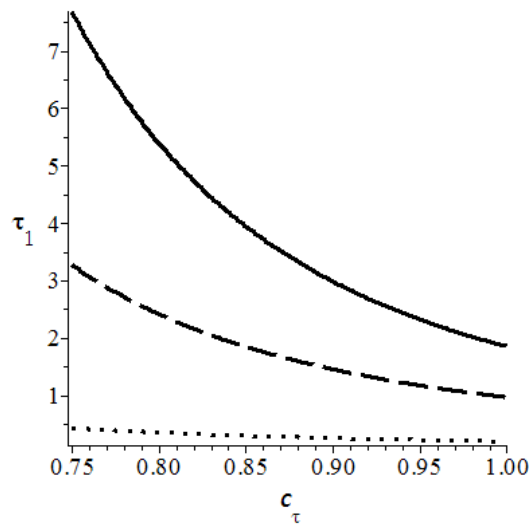


Рис. 1.3. Значение времени восстановления турбулентной вязкости до значения, близкого к равновесному, в зависимости от постоянной c_τ . Сплошная, штриховая и пунктирная линии соответствуют значениям $\beta = 0.01, 0.02, 0.1$.

Если предположить, что начальная турбулентная вязкость меньше равновесной вязкости, то из этого условия $v_t(0) = v_{te0} - \Omega = c_\mu \frac{k_0^2}{\varepsilon_0} - \Omega$, где $0 < \Omega < v_{te0}$, получаем

$$v_t(t) = -\Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + \frac{c_\mu k_0^2}{\varepsilon_0} \cdot (1 + \lambda t)^{1-n} = -\Omega \cdot (1 + \lambda t)^{-c_\tau n} + v_{te}(t).$$

В таком случае решение асимптотически стремится снизу к равновесному значению $\nu_{te}(t)$ и через некоторое время τ_1 незначительно отличается от равновесного значения, причем имеют место оценки времени «восстановления» из предыдущего случая. Данный случай будет возникать при взаимодействии турбулентности с ударной волной, если рассматривать затухание турбулентности после прохождения ударной волны. Учитывая результаты работы [75], о том, что турбулентная вязкость не растет при прохождении ударной волны, полученное поведение неравновесной турбулентной вязкости на ударной волне более соответствует реальности по сравнению с равновесной вязкостью. Кроме того, если учесть, что модели турбулентности зачастую приводят к завышенному уровню кинетической энергии за ударной волной, то уменьшенное значение вязкости за ударной волной может быть более адекватным реальным течениям.

На рис. 1.4 представлен пример затухания в случае меньшей неравновесной вязкости со значением начального «возмущения» $\Omega = -0.001$.

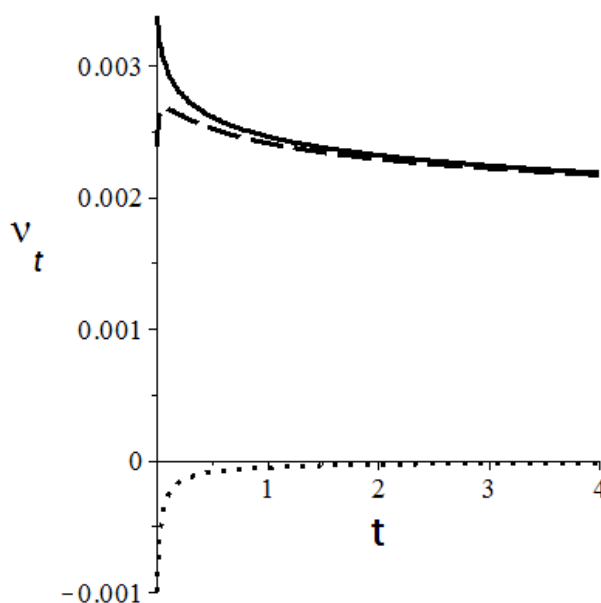


Рис. 1.4. Значение неравновесной и равновесной вязкости по k - ε - μ_t модели, и их разность в задаче затухания турбулентности в зависимости от времени с отрицательным начальным возмущением $\Omega = -0.001$. Сплошная линия – равновесная вязкость, штриховая – неравновесная вязкость, пунктир – разность неравновесной и равновесной вязкости. Все параметры приведены в безразмерной форме.

Для lag-модели (1.19) на основе k - ω модели (1.10, 1.11) в задаче затухания однородной изотропной турбулентности можно из задачи Коши

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dk}{dt} = -c_\varepsilon k \omega, \\ \frac{d\omega}{dt} = -c_{\omega 2} \omega^2 \\ \frac{dv_t}{dt} = c_\tau \frac{1}{\omega} (\alpha v_{te} - v_t) \\ v_{te} = c_\mu \frac{k}{\omega}, \end{array} \right. \quad k(0) = k_0, \omega(0) = \omega_0, v_t(0) = v_{te0} + \Omega.$$

получить решение с аналогичным предыдущему случаю смыслом вида:

$$k = k_0 (1 + \omega_0 c_{\omega 2} t)^{-\chi}, \quad \omega = \frac{\omega_0}{(1 + \omega_0 c_{\omega 2} t)},$$

$$v_t(t) = \Omega \cdot (1 + \omega_0 c_{\omega 2} t)^{-\chi_2} + v_{te}(t), \quad v_{te} = c_\mu \frac{k_0}{\omega_0} (1 + \omega_0 c_{\omega 2} t)^{1-\chi}$$

где показатели степени $\chi = \frac{C_\varepsilon}{C_{\omega 2}}$, $\chi_2 = \frac{C_\tau}{C_{\omega 2}}$ и коэффициент $\alpha = \frac{c_{\omega 2}}{c_\tau (c_\tau - c_\varepsilon + c_{\omega 2})} \approx 0.64$,

что значительно меньше коэффициента α в случае использования релаксационного уравнения совместно с k- ε моделью. Значение α показывает, насколько асимптотическое значение при больших временах t отличается от значения, получаемого по двухпараметрической модели. Тем не менее, в дальнейшем предполагается выбирать коэффициент $\alpha = 1$ во всех рассматриваемых моделях.

1.6. Численное моделирование задачи о взаимодействии однородной изотропной турбулентности с ударной волной с использованием параметрических моделей турбулентности.

Рассмотрим задачу взаимодействия однородной изотропной турбулентности со стационарной ударной волной [33, 34, 35] с целью выяснить, какие параметры RANS моделей турбулентности влияют на результаты использования моделей, и какие модели точнее других RANS-моделей справляются с описанием поведения средних параметров турбулентности, а, следовательно, более всего пригодны при моделировании высокоскоростных сжимаемых течений с ударными волнами. Задача заключается в следующем: турбулентный поток, движущийся слева направо, взаимодействует со стационарной ударной волной, находящейся в плоскости $x=2$ (для числа набегающего потока Маха 1.29) и $x=3$ (для числа Маха 1.5). Иллюстрация поставленной задачи приведена на рис. 1.5.

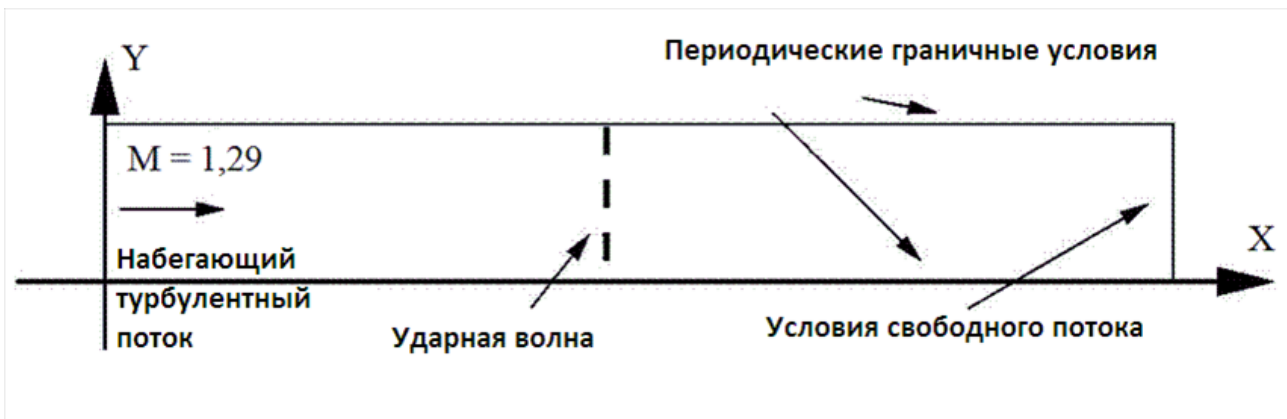


Рис.1.5. Задача о взаимодействии турбулентности с ударной волной.

Данное течение исследовано с помощью прямого численного моделирования в работах [128, 129] и с использованием стандартной $k-\varepsilon$ модели в [158]. Еще раньше в работе [75] установлено, что при прохождении ударной волны возрастание турбулентных пульсаций не сопровождается ростом турбулентной вязкости. Параметры исследуемого течения взяты из работы [158]. Фиксированы турбулентное число Маха $M_t=0.14$ и число Рейнольдса на основе микромасштаба Тейлора $Re_\lambda=19.1$. Число Маха вверх по течению до ударной волны $M_t=1.29$. Безразмерные параметры входной турбулентности $k_{in}=0.0098$ и $\varepsilon_{in}=0.0013$. Из статей [158, 128] можно понять, что параметры основного потока соответствуют работе [155] и могут быть получены следующим образом. Экспериментальные данные течения вблизи сжимающего угла [155] вне пограничного слоя пересчитываются так, чтобы рассматривать косую стационарную ударную волну как стационарную нормальную к потоку ударную, то есть с сохранением только нормальной составляющей скорости. Для определения угла между ударной волной и наклонной частью стенки проведен простой расчет по теории обтекания идеальным газом клина 8 градусов, в результате которого получен искомый угол косой ударной волны и давление за ней. В результате для прямого скачка получаем скорость набегающего потока 266.09 м/с ($M_t=1.29$). Температура набегающего потока $T=106\text{K}$, плотность набегающего потока 0.7568 кг/м^3 , ламинарная вязкость набегающего потока $7,111 \text{ кг/(м}\cdot\text{с)}$, рабочий газ – воздух ($\gamma=1.4$). Расчеты с числом Маха 1.5 проводились с данными параметрами за исключением числа Маха и скорости набегающего потока.

В расчетах используются расчетная область: 6×0.1 характерных длин и равномерная по каждому направлению расчетная сетка 500×5 .

На рис. 1.6. показано сравнение рассчитанного распределения кинетической энергии турбулентности k с использованием стандартной k - ε модели с результатами прямого численного моделирования [128] (кружочки) и с результатами [158] (пунктирная линия). Ось абсцисс – это координата вдоль по потоку, обезразмеренная на масштаб длины. В работе [158] предложено определять масштаб из условия $Re=750$, что предполагается и в текущем исследовании.

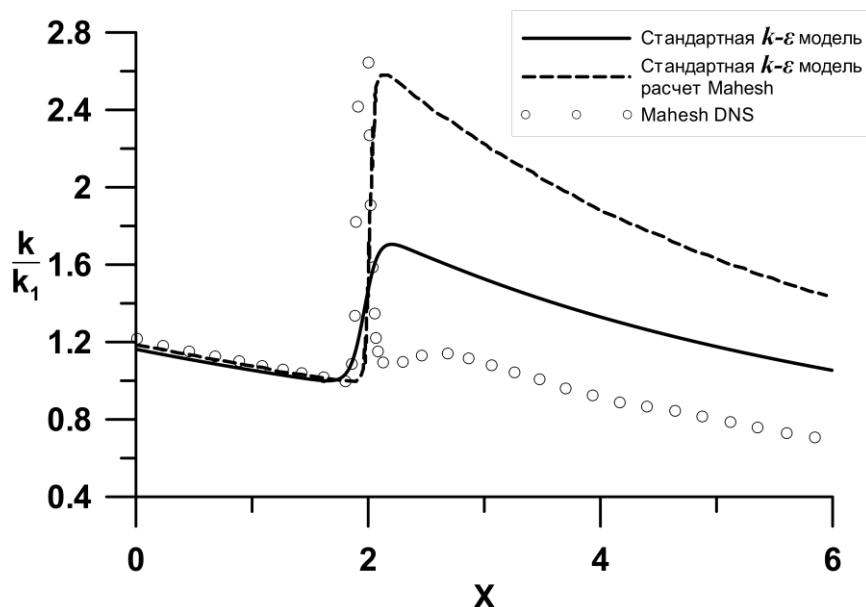


Рис. 1.6. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Сравнение расчета по стандартной модели с результатами [158] и DNS.

Кинетическая энергия турбулентности на большинстве иллюстраций обезразмерена значением кинетической энергии турбулентности непосредственно перед ударной волной (k_1). Видно, что согласованный расчет параметров среднего течения и характеристик турбулентности даёт заметно лучшее совпадение с результатами прямого численного моделирования по поведению кинетической энергии турбулентности за ударной волной в целом. В тоже время в текущем исследовании, как и в [158; 169], не удалось полностью воспроизвести поведение кинетической энергии турбулентности, полученное в результате прямого численного моделирования, - резкий рост k на фронте ударной волны с последующим резким падением (практически до уровня перед ударной волной) и уже после этого выход на затухание турбулентности в равномерном потоке.

Известно [17, 31], что в случае сверхзвуковых турбулентных течений учет влияния сжимаемости, неравновесности турбулентности (когда $P_k \neq \rho \varepsilon$) и

соблюдение условия реализуемости напряжений Рейнольдса существенно улучшают качество получаемых численных результатов. В данной задаче численные эксперименты показали (см. рис. 1.7), что учет влияния сжимаемости с помощью разных моделей не привел к результатам, заметно отличающимся от результатов стандартной модели.

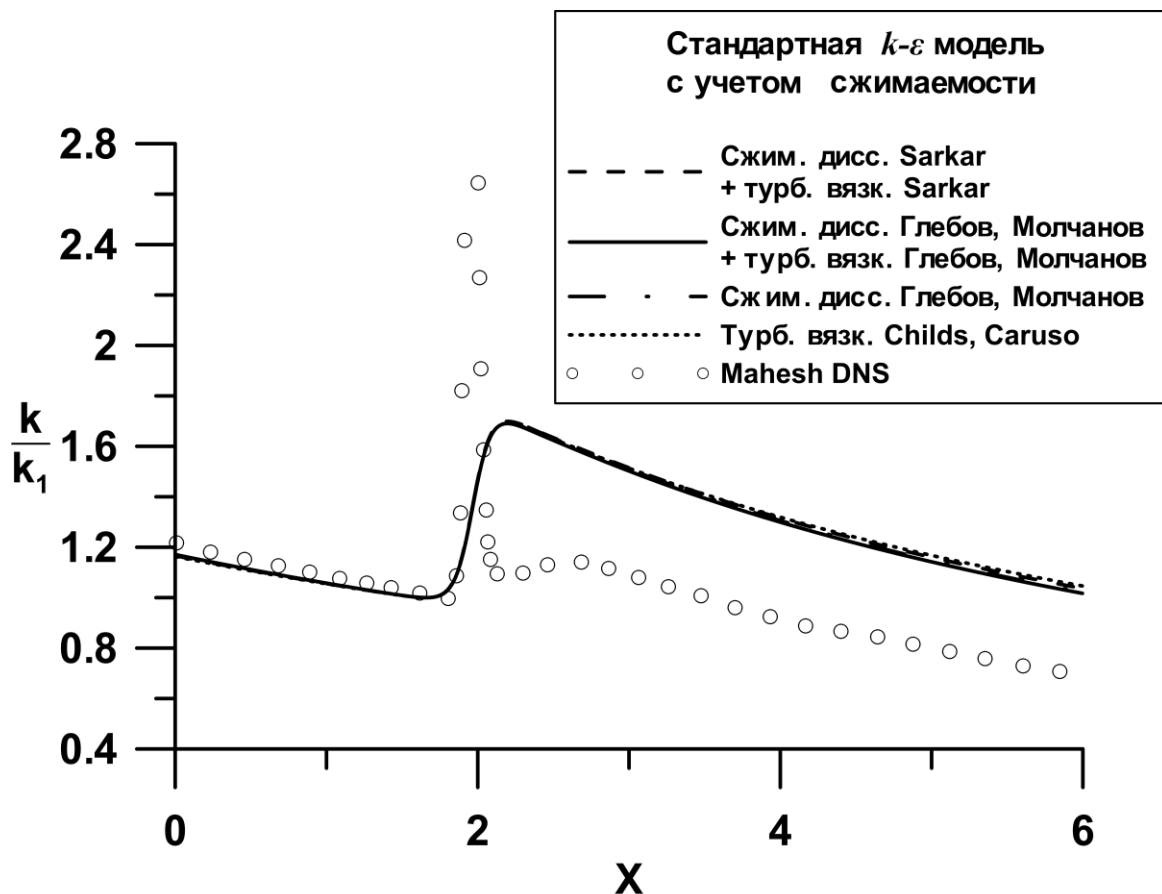


Рис. 1.7. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Сравнение моделей учета сжимаемости [149], [12], [92].

Вблизи ударной волны за счет резкого изменения градиентов скоростей происходит повышенная генерация кинетической энергии турбулентности, превышающей диссипацию. Следовательно, это ситуация, где параметр $\lambda = P_k / \bar{\rho} \varepsilon_s$ существенно превышает единицу и срабатывают модели неравновесности турбулентности (рис. 1.8).

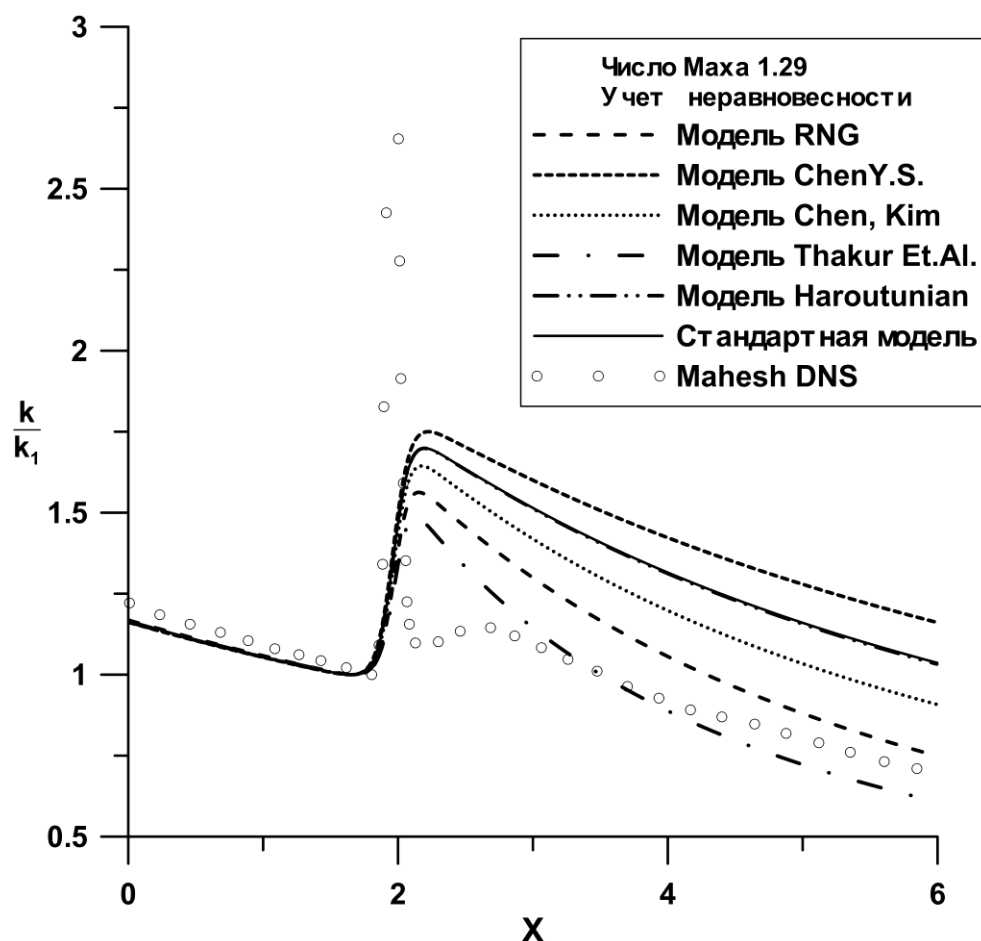


Рис. 1.8. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Сравнение различных моделей учета неравновесности в k - ϵ модели: RNG [178], Chen [90], Chen, Kim [91], Thakur et.al. [166], Haroutunian [105], стандартная [120].

Среди различных вариантов k - ϵ моделей наилучшее совпадение по значению кинетической энергии за ударной волной дают модели Thakur et.al. и RNG. В тоже время, следует отметить, что эти модели приводят к высокому темпу затухания кинетической энергии турбулентности (и, следовательно, завышают уровень диссипации за ударной волной). Возможно, что при дальнейшем счете при $x > 6$ расхождение с результатами прямого численного моделирования у этих двух моделей значительно вырастет по сравнению с другими моделями учета неравновесности. Модель Chen, напротив, приводит к завышенному уровню кинетической энергии турбулентности даже по сравнению со стандартной моделью, но темп затухания хорошо согласуется с наблюдаемым в DNS.

Ограничитель на соотношение порождение к диссипации кинетической энергии турбулентности оказывает (1.17) существенное влияние на рост и затухание кинетической энергии турбулентности (рис. 1.9). С уменьшением этого параметра

уменьшается возрастание уровня кинетической энергии турбулентности на ударной волне, что легко предсказуемо из смысла ограничения (1.17). При $P_{max} > 20$ влияние этого параметра уже не заметно. Это говорит о том, что при данной интенсивности ударной волны максимальное значение отношения порождения кинетической энергии турбулентности к диссипации близко к 20.

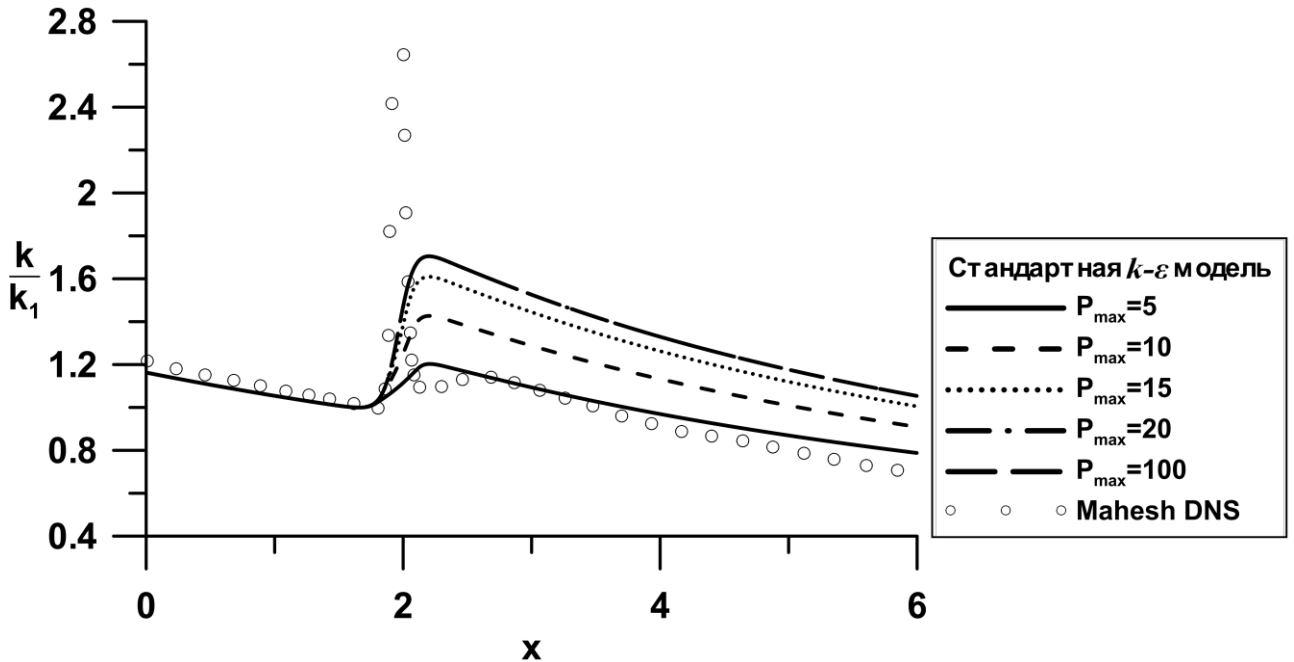
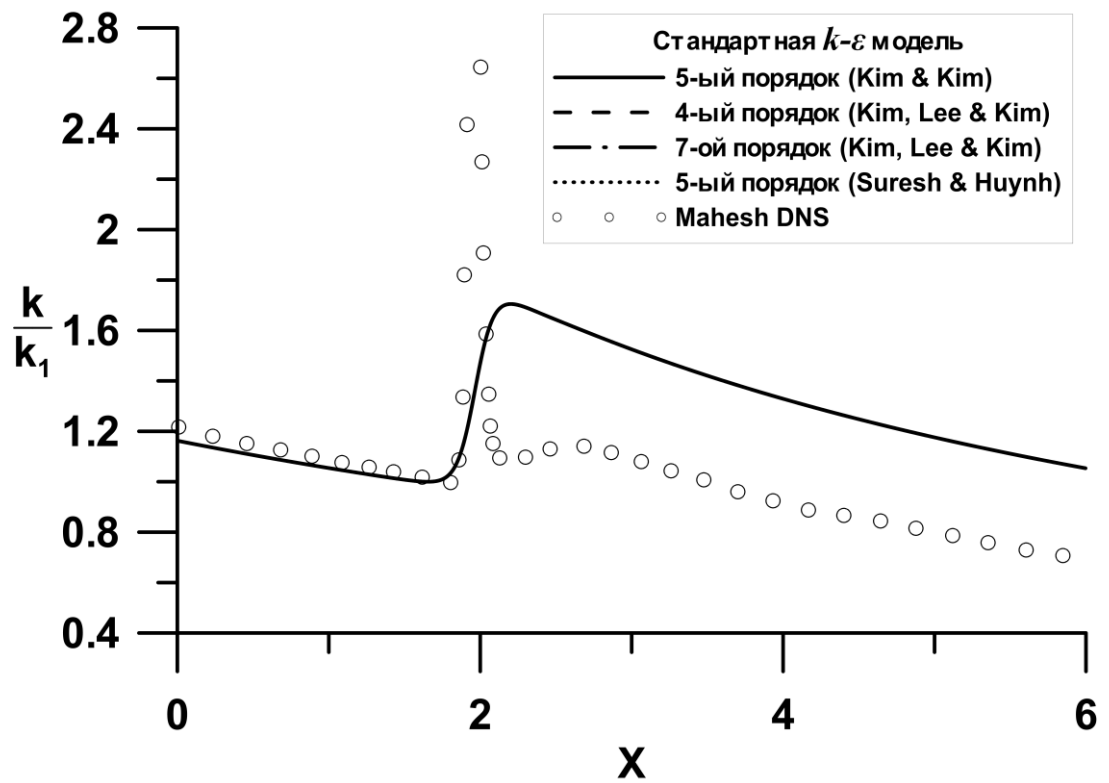
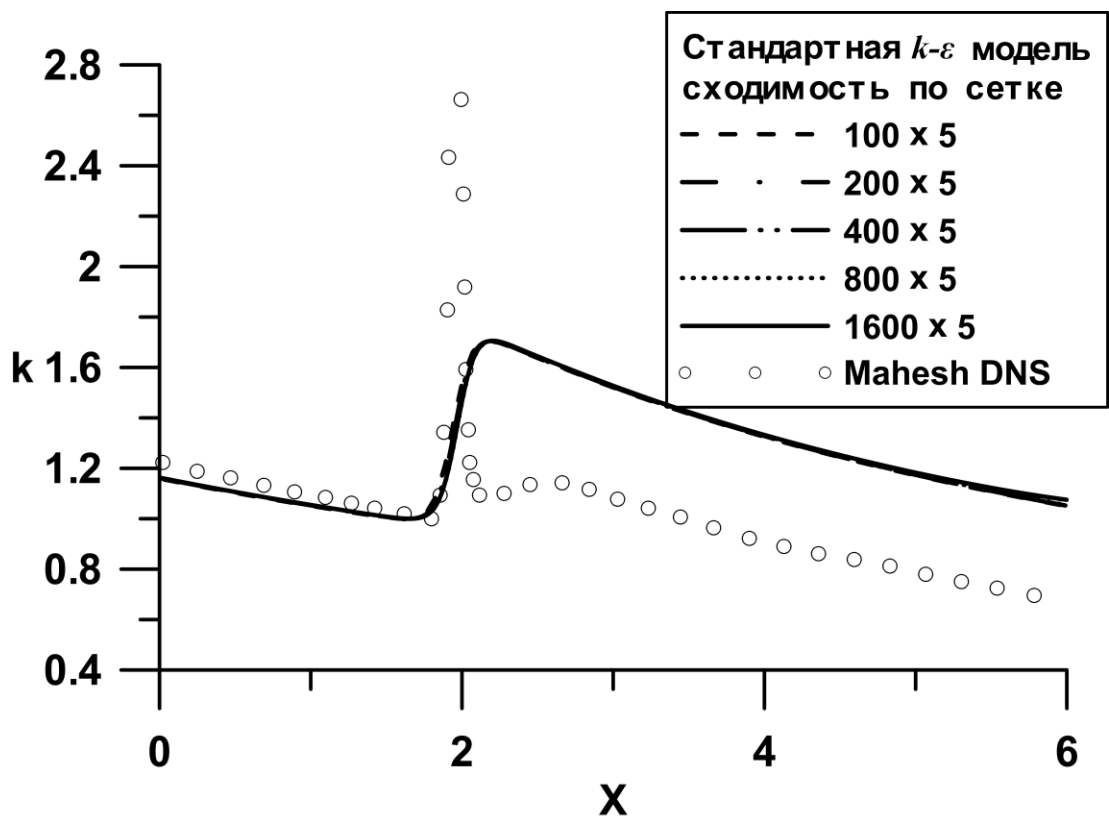


Рис. 1.9. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Влияние постоянной P_{max} в ограничителе (1.17).

На результаты численного моделирования рассматриваемого течения не влияют значения ограничений (1.18), ни сеточное разрешение (рис. 1.10,б), ни порядок выбираемого восстановления на грани ячейки (рис.1.10,а), что исследовано на стандартной k-ε модели и можно предполагать справедливым для других моделей турбулентности.



(a) Влияния процедуры восстановления.



(б) Исследование сходимости по сетке.

Рис. 1.10. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Расчет по стандартной k - ε модели [120].

Для $k-\omega$ модели турбулентности (рис.1.11), как и $k-\varepsilon$ модели, учет сжимаемой диссипации в данной задаче не оказывает влияния на взаимодействие и затухание турбулентности. Релаксационное уравнение в силу малости диффузионных членов в уравнениях для кинетической энергии турбулентности и скорости диссипации по отношению к членам генерации и разрушения, не отражается в значениях кинетической энергии турбулентности и диссипации на ударной волне и за ней (рис.1.11). Однако турбулентная вязкость при добавлении релаксационного уравнения (любого из 1.19-1.23) будет вести себя так, как описано в 1.4 текущего исследования. Скорость затухания кинетической энергии турбулентности за ударной волной для $k-\omega$ модели и трехпараметрических моделей согласуется с результатами DNS.

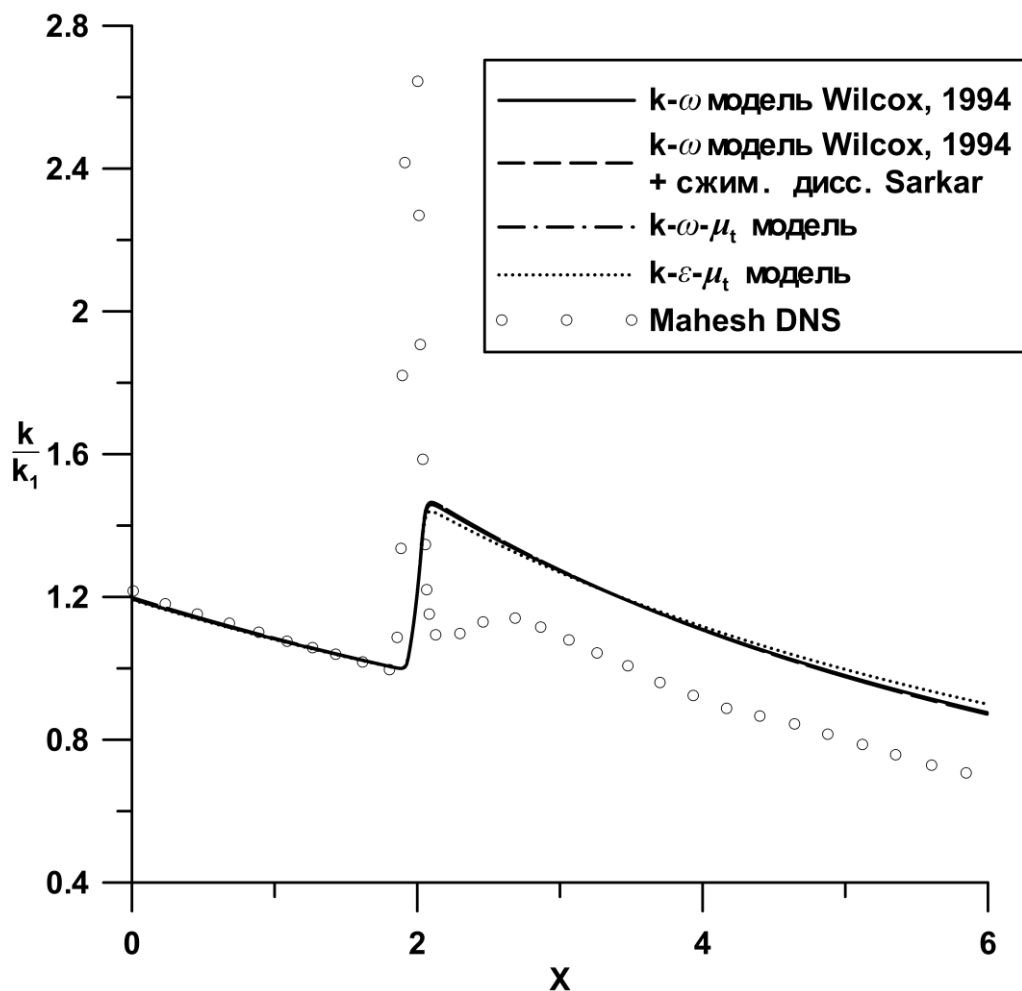


Рис. 1.11. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Расчет по $k-\omega$ модели со сжимаемостью [149] и без учета сжимаемости, и релаксационным моделям (1.19), (1.23).

По линейной теории рост кинетической энергии турбулентности за ударной волной зависит от числа Маха набегающего потока, но с увеличением числа Маха выходит на свое асимптотическое значение. В пределах значений числа Маха до 3 результаты DNS согласуются с результатами линейной теории [158].

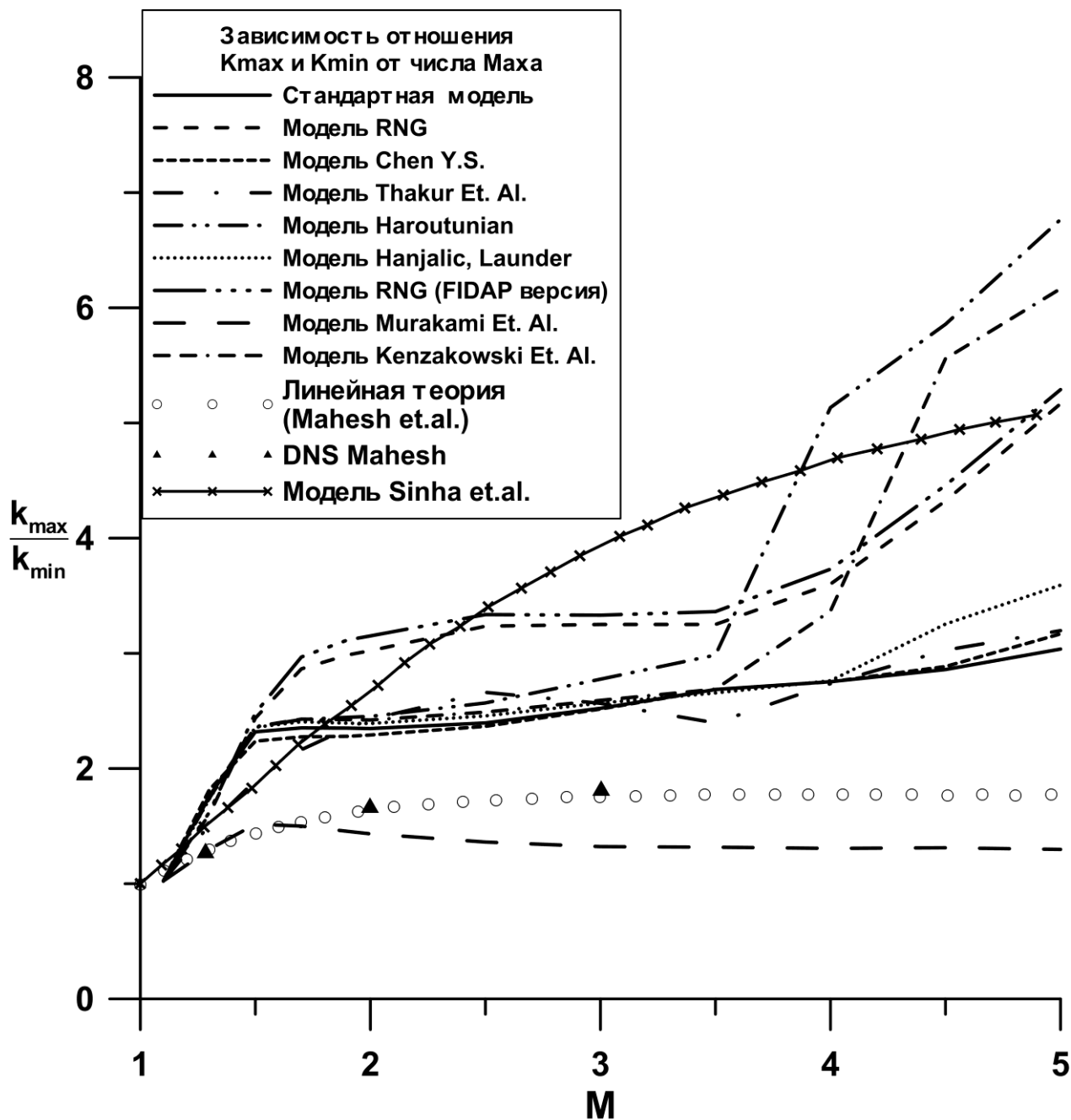


Рис. 1.12. Отношение кинетической энергии турбулентности после (k_{max}) и до (k_{min}) ударной волной в зависимости от числа Маха для различных вариантов k - ϵ модели: RNG [178], Chen [90], Thakur et.al. [166], Haroutunian [105], Hanjalic, Launder [104], RNG (FIDAP), Murakami Et.Al. [134], Kenzakowski Et.Al.[112], стандартная [120]. Результаты DNS, линейной теории и модели Sinha et.al. заимствованы из ([158, 128, 129]).

Все варианты k - ϵ моделей турбулентности значительно завышают значение кинетической энергии турбулентности за ударной волной (рис. 1.12), что согласуется

диссипации на ударной волне становится занижен по сравнению с линейной теорией для таких моделей как стандартная, Chen, Hanjalic & Launder. Расхождение с линейной теорией в уровне диссипации для таких моделей как RNG, RNG-FIDAP, Thakur et.al. происходит уже при числе Маха большем единицы, причем величина расхождения составляет два порядка. Расхождение в уровне диссипации на два порядка по сравнению с линейной теорией для моделей Haroutunian, Kenzakowski Et.Al. начинается с числа Маха 3.5. Исключением является модель Murakami Et.Al., которая при числах Маха более 1.5 занижает и кинетическую энергию турбулентности, и диссипацию.

С ростом числа Маха соотношение порождения и диссипации меняется, поэтому с ростом числа Маха необходимо обеспечивать рост ограничения в (1.17). На рис. 1.14 приведены результаты расчетов по стандартной модели турбулентности с использованием различных значений ограничения (1.17). Видно, что рассматриваемый параметр модели в данном случае влияет сильнее, чем в случае меньшего числа Маха. При значении ограничения $P_{max}=5$, приводившем в предыдущем случае к небольшому различию в затухании турбулентности за ударной волной, при $M=1.5$ приводит к существенно заниженному значению кинетической энергии турбулентности. При $P_{max}>20$ влияние этого параметра все еще заметно, в отличие от случая $M=1.29$.

Модели неравновесности в случае $M=1.5$ (рис. 1.15) проявляют себя в соответствии с приведенной ранее картиной (рис. 1.12, 1.13). Модели RNG, Thakur et.al. многократно завышают уровень диссипации, что приводит к быстрому затуханию кинетической энергии турбулентности. Видно, что в данном случае наиболее адекватно затухание за ударной волной предсказывают модели Chen, Chen&Kim и Haroutunian.

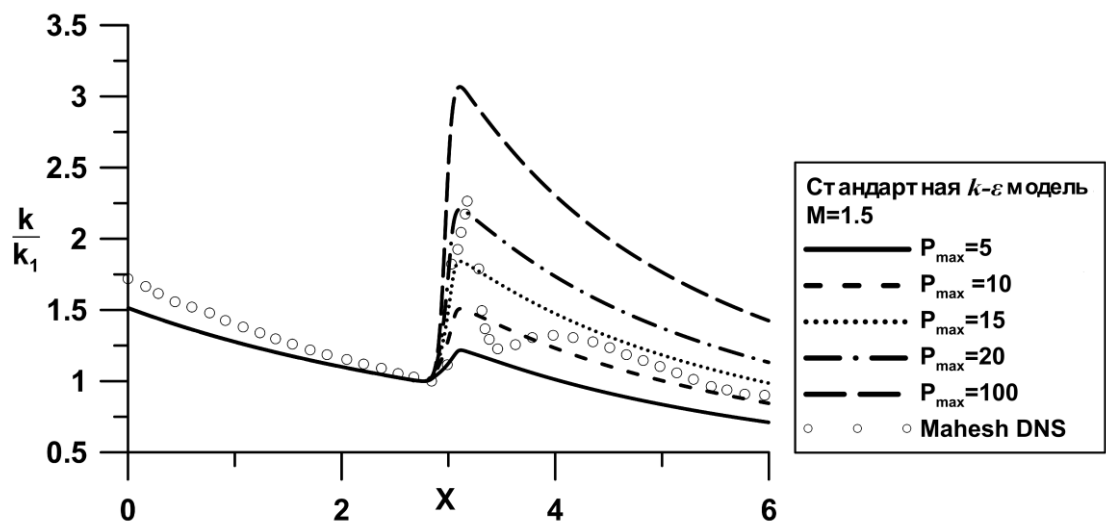


Рис. 1.14. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.5$. Влияние постоянной P_{max} в ограничителе (1.17).

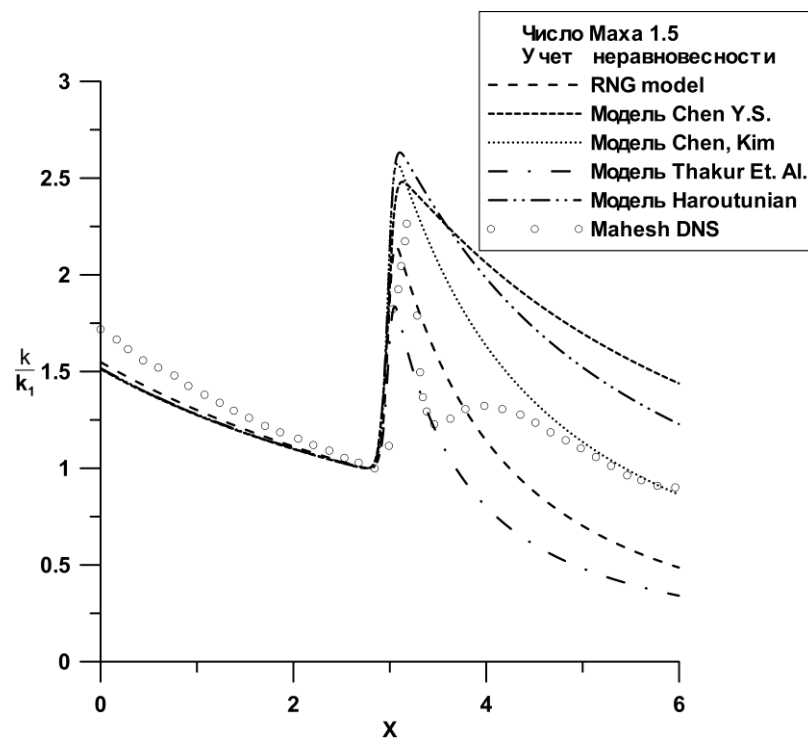


Рис. 1.15. Распределение кинетической энергии турбулентности при $M_1=1.29$. Сравнение различных моделей учета неравновесности в k - ϵ модели: RNG [178], Chen [90], Chen, Kim [91], Thakur et.al.[166], Haroutunian [105], стандартная [120].

1.7. Численное моделирование течения в недорасширенной сверхзвуковой струе, экспериментально исследованной в работе Seiner, Norum, 1979 [152].

Проблемами моделирования турбулентных струй занимаются целые коллективы исследователей. В частности, в развитие теории и методов расчета и

измерения турбулентных струйных течений большой вклад внесли Абрамович Г.Н. [1], Секундов А.Н. [13, 43], Сафронов А.В. [72, 74, 73], Молчанов А.М. [59,60], Любимов [55,56], Запрягаев В.И.[181,28], Панасенко А.В. [42], Шур М.Л.[82], Стрелец М.Х. [82], и другие, но работы в данном направлении продолжаются. Дело в том, что сверхзвуковые струйные течения, как и отрывные пристеночные течения, обладают рядом особенностей, препятствующих успешному моделированию с использованием большинства параметрических моделей. При истечении струи область газа, наиболее близкая к невозмущенному течению начинает смешиваться с невозмущенным потоком, разрастаясь в размерах. Слой смешения, начиная с некоторого момента, становится областью развитого турбулентного течения. С другой стороны, течение в сверхзвуковой струе происходит таким образом, чтобы давление струи и давление в окружающей среде выравниваются. Так как истекает нерасчетная сверхзвуковая струя, то такое выравнивание происходит через систему скачков и волн разрежения. Идеальное течение такой струи хорошо исследовано, но реальная картина течения зависит от взаимодействия ударных волн с турбулентным слоем смешения, что необходимо моделировать с использованием моделей турбулентности. Среди работ, посвященных данному вопросу можно упомянуть работу [74], где исследуются возможности моделей турбулентной вязкости для расчета средних параметров горячих сверхзвуковых струй, истекающих в затопленное пространство. Среди рассмотренных моделей однопараметрические (несколько вариантов модели Секундова и модель Spalart-Allmaras) и двухпараметрические модели турбулентности $k-\nu_t$ (Секундова), «стандартная» $k-\varepsilon$ с поправками на сжимаемость и $k-\omega$ модель Wilcox D.C. В данной статье подтверждается, что в расчетах сверхзвуковых струй удовлетворительное соответствие получается только по однопараметрической модели Секундова, а также по модели Прандтля. О том, что однопараметрическая модель Секундова способна воспроизводить струйные течения лучше любых других RANS моделей без изменения констант модели под специальный рассматриваемый случай давно известно в литературе ([13]). Среди последних работ, где рассматривается данная модель можно привести работы ([7, 78]). Тем не менее, сверхзвуковая струя по-прежнему остается хорошим тестом для моделей турбулентности и рассматривается в

текущем исследовании в применении к трехпараметрическим моделям и их сравнению с двухпараметрическими моделями.

Рассмотрим [36, 38, 41] течение в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе [152] с нерасчетностью $n=P_0/P_a=1.45$, числом Маха на срезе сопла $M=2$, температурой 163^0K . Окружающая среда – воздух с нормальными условиями ($\gamma=1.4$, $T_a=263^0\text{K}$, $P_a=1102387.14\text{Па}$). Радиус выходного сечения сопла $R_a=1$.

Расчетная область: $39R_a \times 8R_a$, равномерная по каждому направлению сетка 195×80 . На нижней границе ставятся условия симметрии, на верхней, правой и верхней части левой границы – условия свободного потока. Нижняя часть левой границы (при $y < 1$) моделируется условиями фиксированного входного потока.

Для рассматриваемой струи характерно наличие довольно сложной ударно-волновой структуры с несколькими "бочками" (рис. 1.16). На рисунках X_* – радиус выходного сечения сопла, P_a – статическое давление затопленного пространства.

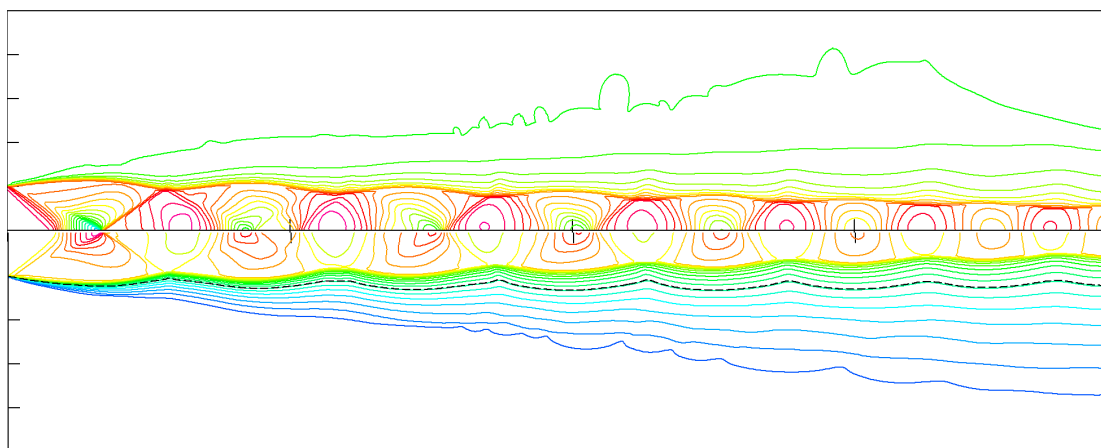


Рис. 1. 16. Изолинии логарифма плотности (вверху) и числа Маха (снизу) из расчета по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23).

Проверка сходимости по сетке показывает, что на сетке размером 195×80 для данного течения сходимость можно считать достигнутой. С изменением разрешения по продольному и поперечному направлению происходит незначительный рост максимальных значений статического давления на оси струи. Предполагаем, что и для других моделей турбулентности на данной сетке достигнута сходимость.

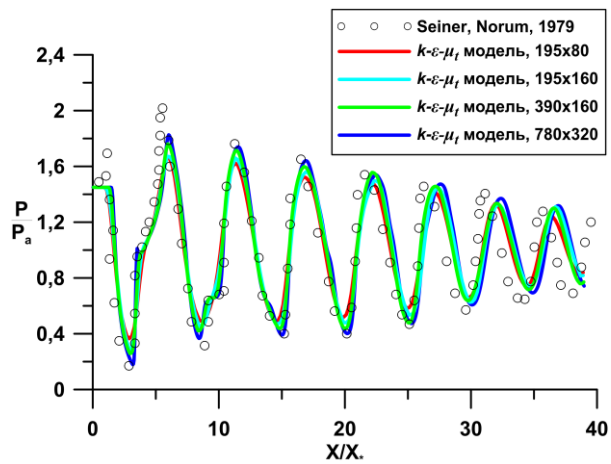


Рис. 1.17. Проверка сходимости по сетке для $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1.23); кривые – расчет, символы - эксперимент [152].

Две первые бочки воспроизводятся всеми моделями одинаково. Видно, что и «стандартная» модель [120] (рис. 1.18), и $k-\omega$ модель [176] (рис. 1.19), не позволяют достаточно точно рассчитать дальние бочки струи. Добавление к модели релаксационного уравнения улучшает ситуацию по предсказанию статического давления в дальних бочках, что справедливо и для $k-\omega-\mu_t$ модели [137] и для $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1.23). Учет зависимостей времени релаксации от дополнительных временных масштабов (1.20), (1.21), (1.22) позволяет улучшить предсказание максимумов и минимумов статического давления по сравнению с моделью [137], при этом прирост амплитуды сопровождается смещением пиков статического давления ближе к экспериментальным значениям. Для данных моделей в расчете использовались значения параметра $C_{\tau 2}=5$, $C_{\tau 2}=1$, $C_{\tau 2}=3$ соответственно.

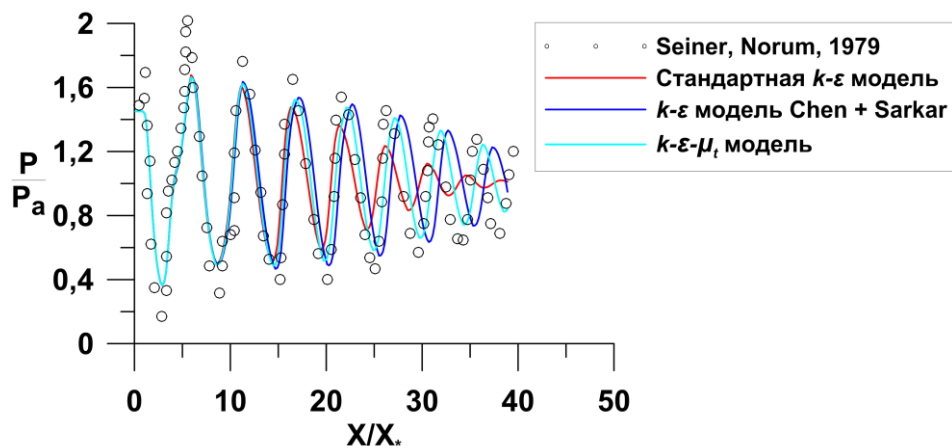


Рис. 1. 18. Распределение статического давления вдоль оси струи: сплошные линии соответствуют расчетам (голубая - $k-\epsilon-\mu_t$ модель (1.23), красная - «стандартная» $k-\epsilon$ модель [120], синяя - $k-\epsilon$ модель Chen [90]); символы - эксперименту [152].

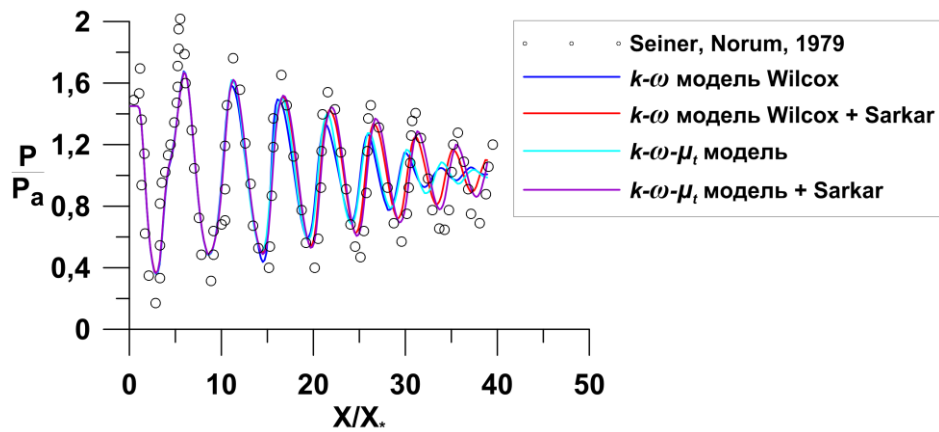


Рис. 1.19. Распределение статического давления вдоль оси струи. Сплошные линии соответствуют расчетам (синяя - $k-\omega$ модель Wilcox [176], голубая – $k-\omega-\mu_t$ модель [137], красная – $k-\omega$ модель Wilcox [176] со сжимаемой диссипацией Sarkar [149], фиолетовая - $k-\omega-\mu_t$ модель [137] со сжимаемой диссипацией Sarkar [149]), символы - эксперименту [152].

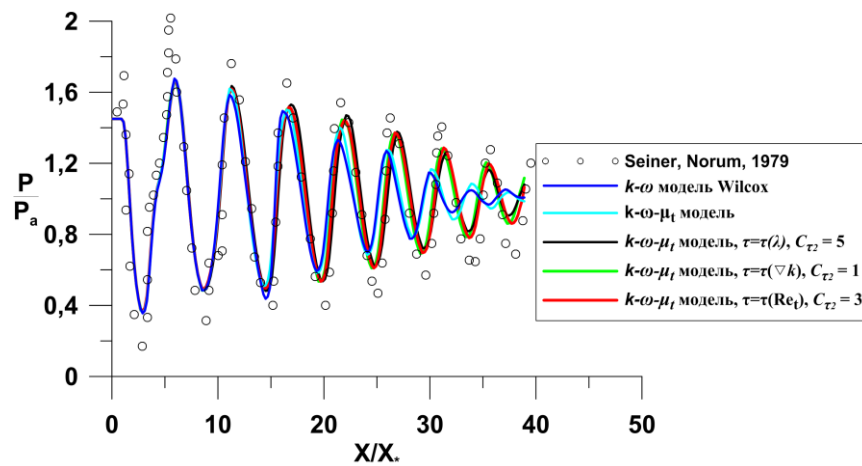


Рис. 1.20. Распределение статического давления вдоль оси струи. Сплошные линии соответствуют расчетам (синяя - $k-\omega$ модель Wilcox [176], голубая – $k-\omega-\mu_t$ модель [137], черная – $k-\omega-\mu_t$ модель (1.20) с коэффициентом 5, зеленая - $k-\omega-\mu_t$ модель (1.21) с коэффициентом 1, красная - $k-\omega-\mu_t$ модель (1.22) с коэффициентом 3), символы - эксперименту [152].

Выводы по главе 1.

1. Рассмотрена трехпараметрическая $k-\omega-\mu_t$ модель турбулентности. Предложено учитывать зависимость времени релаксации в уравнении для неравновесной турбулентной вязкости от различных масштабов времени, характерных для различных процессов в турбулентных потоках. В качестве примера рассмотрены характерные масштабы времени вязких эффектов, неравновесности турбулентности и градиента турбулентного давления. Предложена возможная зависимость времени релаксации от перечисленных выше масштабов времени.

2. Разработана трехпараметрическая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель турбулентности.

3. Исследовано поведение неравновесной турбулентной вязкости в случае затухания однородной изотропной турбулентности. Показано, что в рассматриваемом течении неравновесная турбулентная вязкость монотонно стремится к равновесной при любом начальном отклонении от равновесия.

4. Исследована задача взаимодействия затухающей турбулентности с ударной волной. Рассмотрены двухпараметрические (различные варианты k - ε модели, k - ω модель) и трехпараметрические релаксационные модели турбулентности и показано:

а) рассмотренные модели турбулентности не способны правильно предсказать резкое возрастание и падение турбулентности вблизи ударной волны,

б) на правильное предсказание поведения кинетической энергии турбулентности на некотором расстоянии от ударной волны оказывается влияние учета неравновесности в модели турбулентности; лучше всего проявляют себя модели Chen [90], Chen, Kim [91] и Haroutunian [105],

в) для правильного предсказания поведения энергии турбулентности при помощи стандартной модели турбулентности и предложенной k - ε - μ_t моделью важно использовать условие реализуемости напряжений Рейнольдса. При этом значение константы в этом условии должно быть близко к теоретическому P_{\max} принадлежит интервалу [10,15] ([100]).

5. Рассмотрено течение в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе. Показано, что предложенные модификации k - ω - μ_t модели позволяют управлять положением системы скачков уплотнения в рассмотренной струе по сравнению с исходной k - ω - μ_t моделью.

6. Продемонстрировано, что предложенная k - ε - μ_t модель позволяет заметно улучшить точность предсказания характеристик смещения в струе и положения системы скачков уплотнения.

ГЛАВА 2. ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС РАСЧЕТА ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ РАСЧЕТНЫХ СЕТКАХ

2.1. Основные уравнения

Для численного моделирования газодинамических процессов в высокоскоростных вязких течениях [32], предположим, что течение описывается сжимаемыми осредненными по Фавру законы сохранения массы, импульса и энергии (1.1-1.3), которые в векторной форме принимают вид:

$$\partial_t U + \nabla \cdot \vec{F}^c - \nabla \cdot \vec{F}^v = S,$$

при соответствующих начальных и граничных условиях. В этих уравнениях вектор $U = (\bar{\rho}, \bar{\rho}\langle u_1 \rangle, \bar{\rho}\langle u_2 \rangle, \bar{\rho}\langle u_3 \rangle, \langle e \rangle)^T$ представляет собой вектор консервативных переменных, $\langle \vec{u} \rangle = (\langle u_1 \rangle, \langle u_2 \rangle, \langle u_3 \rangle) \in R^3$ - вектор скорости в декартовой системе координат. $\vec{F}^c(U)$ - это конвективные потоки $\vec{F}^v(U)$ - вязкие потоки и $S(U)$ - обобщенный источниковый член:

$$\vec{F}_i^c = \begin{pmatrix} \bar{\rho}\langle u_i \rangle \\ \bar{\rho}\langle u_i \rangle\langle u_1 \rangle + \bar{p}\delta_{i1} \\ \bar{\rho}\langle u_i \rangle\langle u_2 \rangle + \bar{p}\delta_{i2} \\ \bar{\rho}\langle u_i \rangle\langle u_3 \rangle + \bar{p}\delta_{i3} \\ \langle u_i \rangle(\langle e \rangle + \bar{p}) \end{pmatrix}, \quad \vec{F}_i^v = \begin{pmatrix} 0 \\ \hat{\tau}_{i1} \\ \hat{\tau}_{i2} \\ \hat{\tau}_{i3} \\ \langle u_j \rangle \hat{\tau}_{ij} + \lambda \partial_i T \end{pmatrix}, \quad i = 1, 2, 3.$$

где обозначения соответствуют обозначениям главы 1, а ∂_i соответствует частной производной по координате x_i .

2.2. Численный метод

Используемый численный метод является вариантом метода контрольного объема и может рассматриваться как вариант метода Годунова. При предположении о постоянном распределении параметров внутри ячеек (контрольных объемов) метод имеет только первый порядок точности по пространству. Для достижения второго

порядка точности используется кусочно-линейное восстановление [86]. Например, векторы переменных слева и справа от грани ячейки, которая разделяет соседние ячейки с номерами i и j можно определить следующим образом

$$\begin{aligned} q_L &= q_i + \nabla q_i \cdot \vec{r}_L \\ q_R &= q_j + \nabla q_j \cdot \vec{r}_R \end{aligned}$$

где q представляет собой некоторую скалярную переменную, ∇q - градиент данной переменной и \vec{r} это вектор, проходящий из центра ячейки в центр грани.

Невязкие потоки могут быть рассчитаны при помощи различных вариантов точного или приближенного решения задачи Римана. В используемом программном комплексе реализовано большинство популярных решателей задачи. В данной работе применялись в основном AUSM (advective upstream splitting method) [122] (в текущей главе) и точный решатель задачи Римана о распаде произвольного разрыва [22]. Метод AUSM расчета невязких потоков достаточно экономичен и пригоден для расчета вязких течений.

Градиенты, необходимые для линейного восстановления, могут быть вычислены либо при помощи теоремы Грина-Гаусса, либо при помощи метода наименьших квадратов. Метод с использованием Грина-Гаусса [86] позволяет получить точное значение градиента линейной функции только для тетраэдральных ячеек и, следовательно, не подходит в случае неструктурированных сеток с ячейками другой формы. Поэтому по умолчанию в данной работе использовался метод взвешенных наименьших квадратов для восстановления.

Хорошо известно, что восстановления второго или более высокого порядка требуют использования ограничителей для подавления ложных осцилляций решения в областях больших градиентов. В рассматриваемом программном комплексе реализованы ограничители Barth и Jespersen [86], Venkatakrishnan [170] и Michalak и Ollivier-Gooch [133].

Градиенты скорости и температуры на гранях ячеек, необходимые для расчета вязких потоков, вычисляются как среднее по рассчитанным в центрах ячеек градиентам по методу Грина-Гаусса или методу наименьших квадратов, описанным выше:

$$\nabla q_{ij} \cdot \vec{n} = \frac{1}{2} (\nabla q_i + \nabla q_j) \cdot \vec{n}.$$

Однако, в [106] было показано, что такой подход может приводить к рассогласованию решения на четырехугольных или шестигранных сетках. Следующая модифицированная формула [172] применяется для уменьшения ошибки рассогласования метода:

$$\nabla q_{ij} \cdot \vec{n} = \frac{q_j - q_i}{\|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|} \alpha_{ij} + \frac{1}{2} (\nabla q_i + \nabla q_j) \cdot (\vec{n} - \alpha_{ij} \vec{s}),$$

где \vec{n} - нормаль к грани ячейки, \vec{s} - нормализованный вектор, соединяющий центры ячеек, $\|\vec{r}_j - \vec{r}_i\|$ это расстояние между центрами ячеек i и j и α_{ij} - это скалярное произведение $\alpha_{ij} = \vec{s} \cdot \vec{n}$. Напомним, что градиент ∇q_i в ячейке i вычисляется либо при помощи теоремы Грина-Гаусса или по методу наименьших квадратов.

Для дискретизации по времени возможно использование явных методов Рунге-Кутты второго или третьего порядка точности [157]. Шаг по времени вычисляется с учетом невязкого и вязкого ограничений на размер шага.

2.3. Численные результаты

Для обеспечения высокой точности и надежности получаемых результатов необходимо провести подробное тестирование разработанного программного комплекса. В данном параграфе представлены результаты решения некоторых тестовых задач, использованных для верификации разработанного программного комплекса.

В качестве первого тестового варианта рассмотрим расчет сверхзвукового ($M=2.9$) течения воздуха ($\gamma=1.4$) в двугранном угле, образованном двумя пересекающимися под прямым углом клиньями с углом 9.49 градуса [77]. Использовалась расчетная сетка нерегулярная расчетная сетка, состоящая из шестигранников. Расчетная сетка содержала 128000 ячеек, что соответствует регулярной сетке из 80x40x40 ячеек. Получено хорошее соответствие расчетных и экспериментальных [77] результатов. На рис. 2.1 показаны распределения плотности в нескольких поперечных сечениях и изоповерхности плотности.

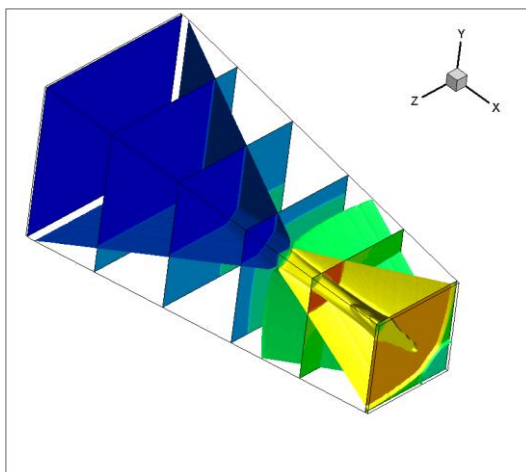


Рис. 2.1. Поперечные распределения и изоповерхности плотности.

В качестве второго тестового варианта рассмотрим расчет недорасширенной ($n=1.5$), сверхзвуковой ($M=3$) струи воздуха ($\gamma=1.4$), вытекающей из круглого сопла. Расчет проводился на четверти расчетной области. Использовалась расчетная сетка, состоящая из шестигранников (вблизи оси – шестигранники, а вдали – призмы). Сетка содержала 976000 ячеек. На рис. 2.2 показаны изоповерхности числа Маха и линии тока, начинающиеся вблизи среза сопла. Видно хорошее разрешение особенностей течения и сохранение осевой симметрии вдоль оси струи. Результаты хорошо совпадают с результатами расчета струи в [29].

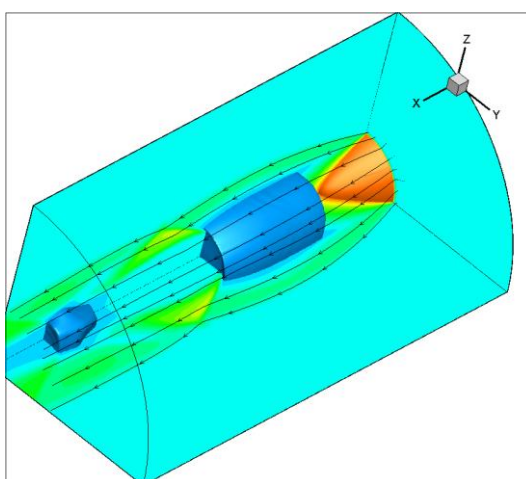


Рис. 2.2. Изоповерхности числа Маха и линии тока для течения в струе.

В качестве третьего тестового варианта рассмотрим обтекание спускаемого аппарата Fire II под разными углами атаки. Число Маха набегающего потока равно $M=6$. Угол атаки менялся от 0° до 30° . В силу симметрии течения расчет проводился в полупространстве $Z>0$. Использовалась нерегулярная сетка из 43300 тетраэдров. На

рис. 2.3 показаны распределения числа Маха и расчетная сетка в плоскости $Z=0$ для различных углов атаки: 0° , 10° , 20° и 30° .

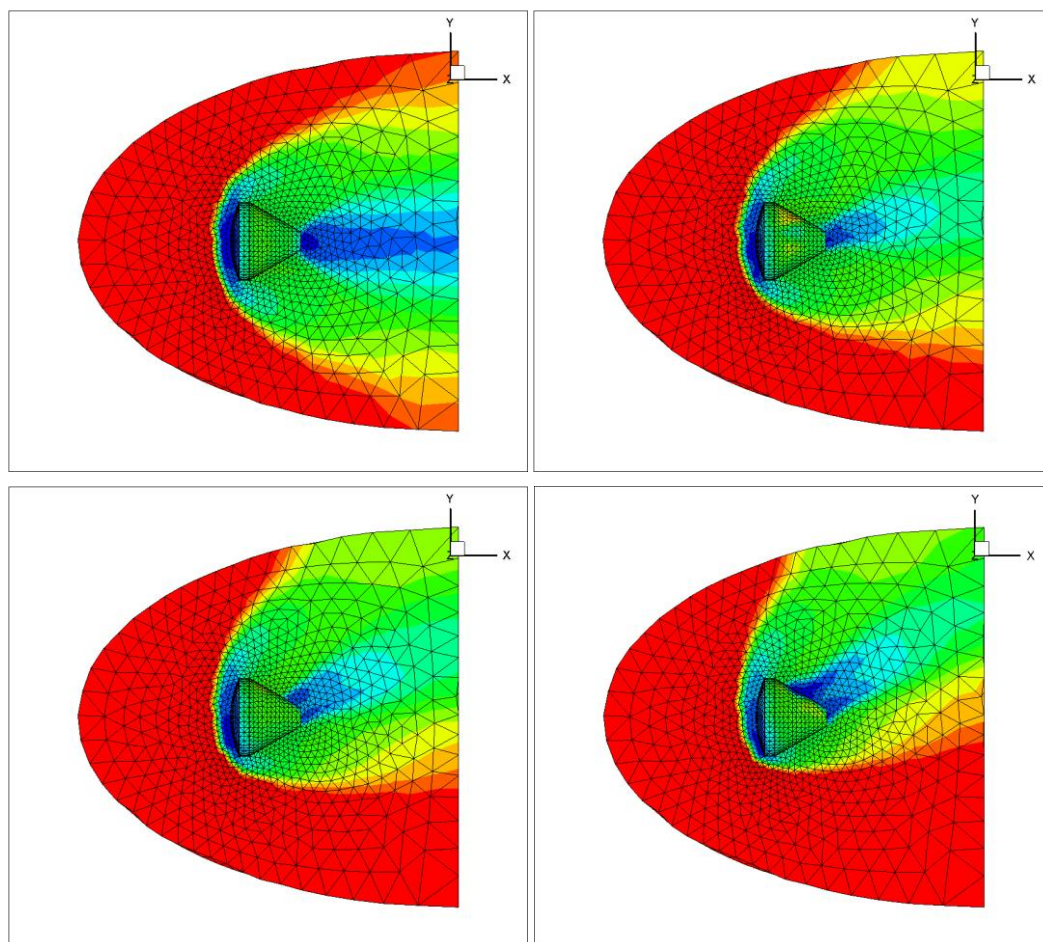


Рис. 3. Обтекание спускаемого аппарата Fire II. Распределение числа Маха и расчетная сетка в плоскости $Z=0$.

В качестве следующего тестового варианта рассмотрим течение в пограничном слое плоской пластины. Это течение хорошо изучено и для него известно автомодельное решение. Поток, набегающий на плоскую пластину, имеет число Маха $M=0.5$, температуру равную 300°K и число Рейнольдса равное 1000. Предполагалось, что стенка изотермическая и её температура равна 300°K . Длина расчетной области равнялась 1.5, начало пластины располагалось при $x=0.2$. Расчетная сетка состояла из 7500 шестигранных ячеек. На рис. 2.4 показано сравнение рассчитанных распределений продольной скорости и температуры (сплошные линии) с автомодельным решением (символы). Рассчитанные распределения брались на расстоянии $x=0.2$ (красная линия), $x=0.5$ (зеленая линия), $x=0.8$ (синяя линия) $x=1.1$ (голубая) от передней кромки пластины. Видно хорошее соответствие рассчитанных

распределений с автомодельным решением. Только распределение температуры в самом первом сечении заметно отличается от автомодельного вблизи границы пограничного слоя. Это связано с влиянием передней кромки пластины, которое не учитывается в автомодельном решении.

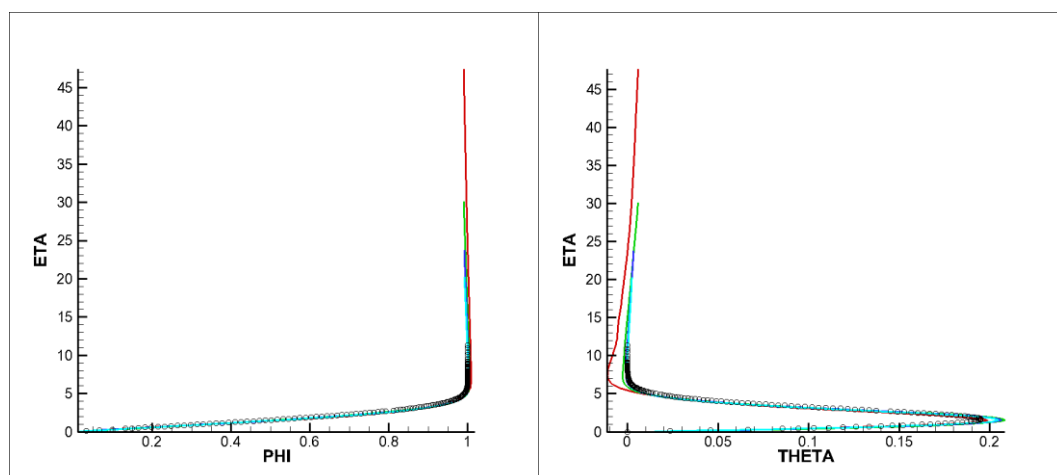


Рис. 2.4. Распределения продольной скорости и температуры в автомодельных координатах для нескольких поперечных сечений.

В качестве следующего тестового варианта рассмотрим гиперзвуковое течение около волнолета (waverider). Волнолет – это модельный летательный аппарат, поверхность которого спроектирована таким образом, чтобы использовать собственную головную ударную волну для увеличения подъёмной силы и уменьшения сопротивления [87]. Практическое применение эта идея может иметь только при гиперзвуковых скоростях, когда ударная волна проходит вблизи корпуса летательного аппарата. В этом случае возможно заметно увеличить давление вблизи нижней поверхности, т.е. увеличить силу давления, действующую снизу на поверхность ГЛА.

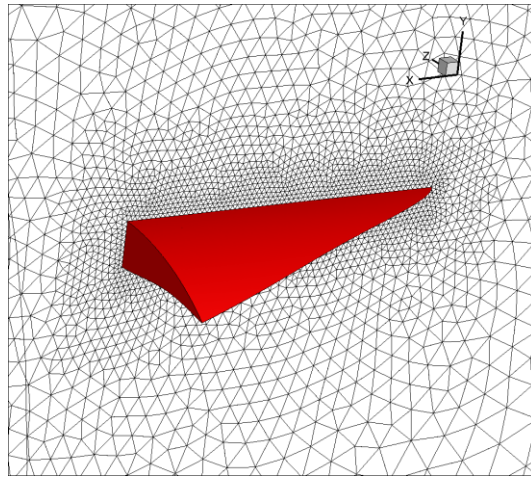


Рис. 2.5. Внешний вид волнолета и фрагмент расчетной сетки.

На рис. 2.5 показаны внешний вид волнолета и фрагмент расчетной сетки в плоскости симметрии. В расчете использовалась сетка из 1132470 тетраэдров со сгущением к поверхности ГЛА. Число Маха набегающего потока равнялось $M=6$. Расчеты проводились для двух углов атаки 3° и 6° . На рис. 2.6 показаны изоповерхности давления для углов атаки 3° и 6° . Кроме того, на рис. 2.7 показаны изолинии давления в плоскости симметрии и в нескольких поперечных сечениях. На рисунках хорошо видно образование довольно компактной зоны повышенного давления под аппаратом. Ударная волна проходит довольно близко к нижней поверхности.

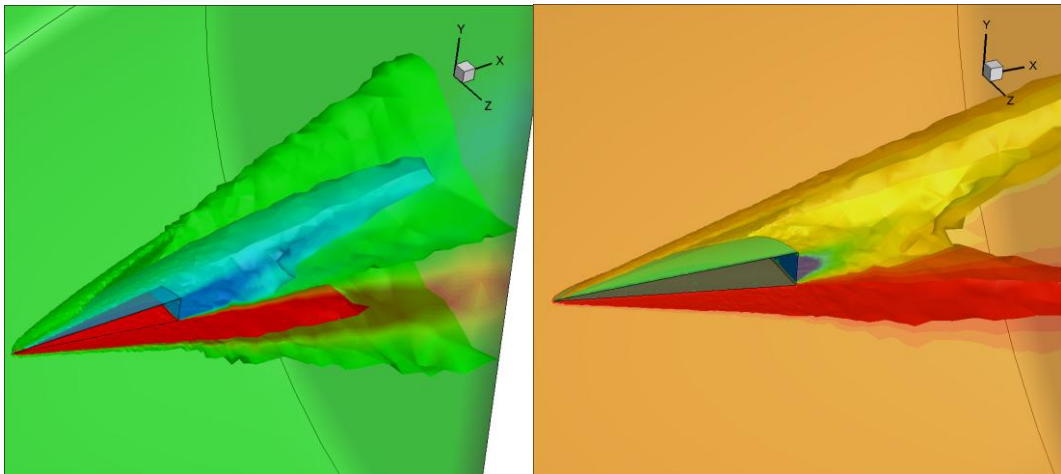


Рис. 2.6. Изоповерхности давления для углов атаки 3° и 6° .

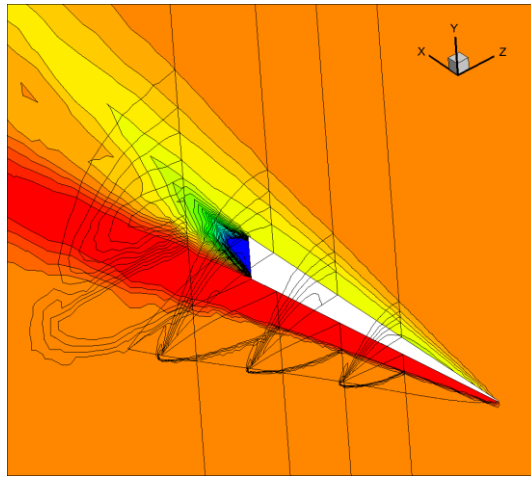


Рис. 2.7. Изолинии давления в нескольких сечениях для угла атаки 6° .

2.4. Расчет течения в модели ГПВРД

Расчетные исследования проведены с помощью разработанного выше программного комплекса для модели ГПВРД, экспериментально исследованной в однодиафрагменной аэродинамической ударной трубе ГУАТ ИПМех РАН [44, 45, 113]. Течение в тестовой камере рассматривается отдельно, начиная с небольшого расстояния от сопла. Расчетная область схематически показана на рис. 2.8. Течение за срезом сопла (на входной границе) предполагается равномерным в поперечном направлении. Числа Маха набегающего потока определяется по экспериментальным данным. В результате входные параметры, задаваемые на входной границе в численном моделировании, равны: число Маха равно 7.0 или 4.5 (рассматриваются два квази стационарных режима), температура - 100 К, значение коэффициента вязкости равно коэффициенту вязкости воздуха при входной температуре.

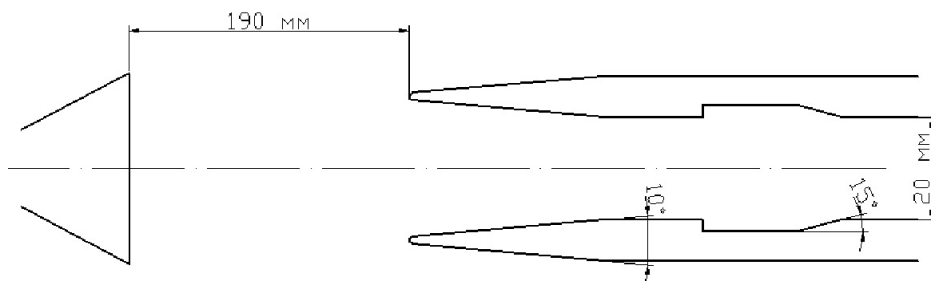


Рис.2.8. Расчетная область.

Для рассматриваемой модели ГПВРД построена расчетная сетка, которая по построению является трехмерной, но содержит только один слой ячеек в направлении оси z и в дальнейшем эта сетка будет рассматриваться как двумерная. Сетка для

рассматриваемой модели одержит 363500 треугольных или четырехугольных ячеек с минимальным размером ячейки 2.0×10^{-4} м вблизи твердых поверхностей. Сеточный генератор Gmsh [101] был использован для создания сетки. Полученная расчетная сетка показана на рис. 2.9.

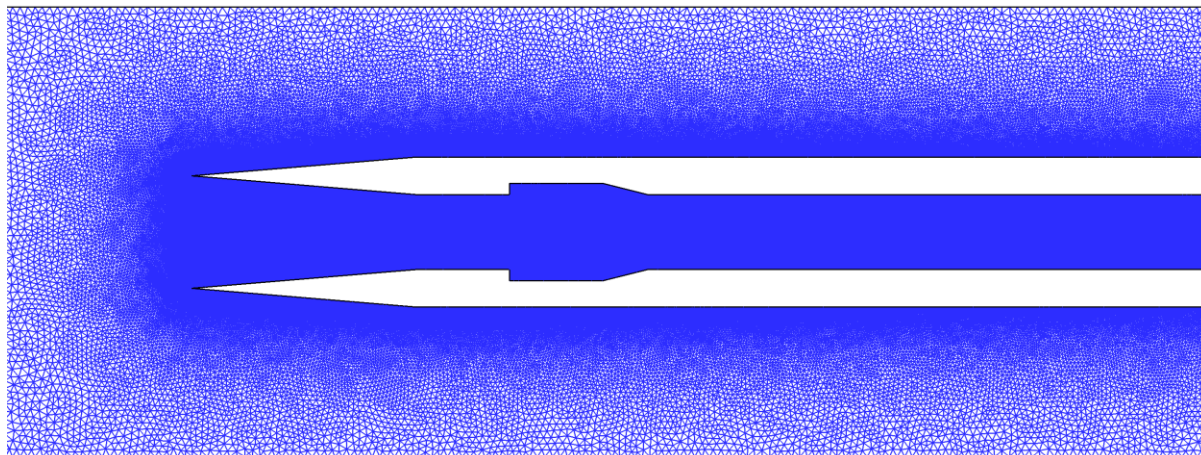


Рис.2.9. Расчетная сетка для модели ГПВРД с острой кромкой.

Все расчеты проводились в полной расчетной области без предположений о симметрии течения. С одной стороны, это использовалось как дополнительная проверка качества решения, а с другой стороны, в дальнейшем предполагается исследовать эффекты неоднородности профиля входного потока и небольшого угла атаки.

Для расчета градиентов физических переменных в центрах ячеек использовался метод наименьших квадратов [86] с ограничителем Michalak и Ollivier-Gooch [133]. Расчеты проводились методом Рунге-Кутты второго порядка [157] с числом Куранта 0.5.

Рис. 2.10-2.11 показывают сравнение результатов расчётов с экспериментальными данными. Верхняя половина каждого рисунка содержит экспериментальную Шлирен фотографию, а нижняя часть – изолинии рассчитанного модуля градиента плотности. Для лучшего сравнения при построении изолиний использовалась обратная палитра оттенков серого цвета

Рис. 2.10 соответствует первой квази-стационарной фазе течения около модели с острой кромкой. Численное моделирование проводилось для числа Маха набегающего потока 7.0. Из сравнения можно видеть, что зоны высоких градиентов плотности хорошо соответствуют друг другу.

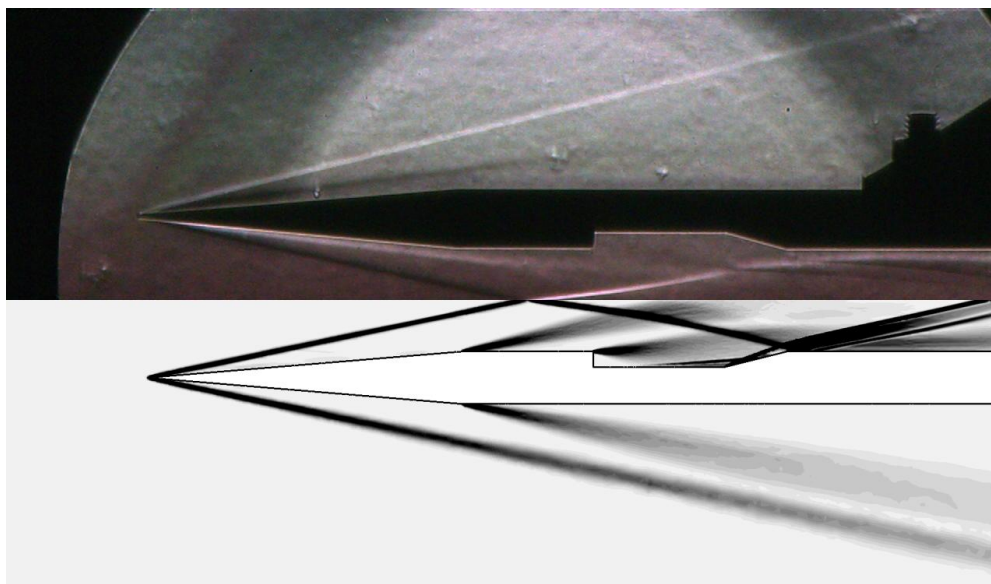


Рис.2.10. Сравнение эксперимента и расчета для модели ГПВРД с острой кромкой при $M=7.0$.

Сравнение экспериментальной Шлирен фотографии с результатами численного моделирования второй квази-стационарной фазы течения около модели с острой кромкой показано на рис 2.11. Похоже, что на экспериментальной фотографии разрешение деталей течения внутри модели хуже, чем в предыдущем случае. Это ясно видно для внутренней области сразу за каверной. Это можно объяснить тем, что для меньших чисел Маха градиенты плотности меньше и разрешение экспериментального оборудования недостаточно для визуализации таких градиентов плотности.

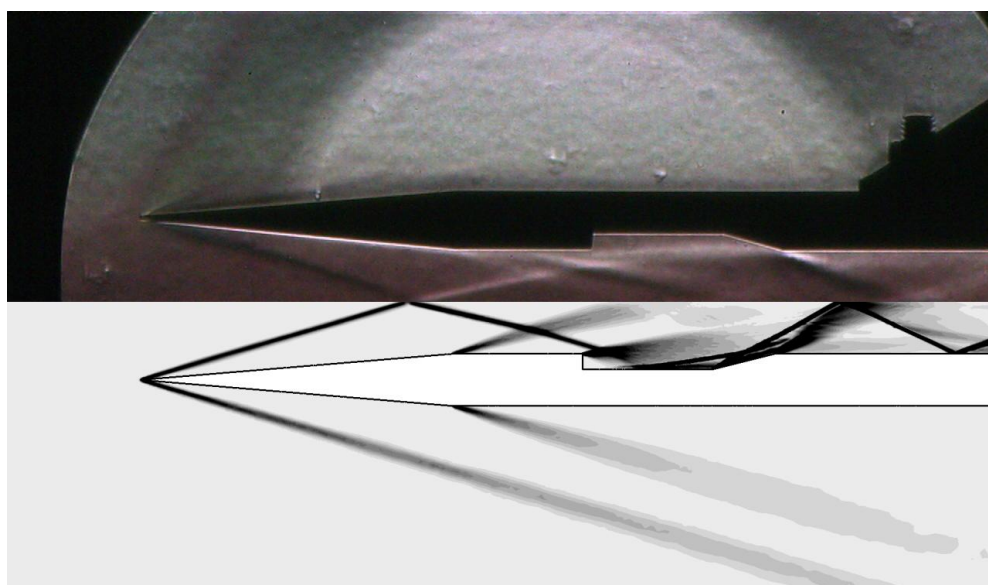


Рис.2.11. Сравнение эксперимента и расчета для модели ГПВРД с острой кромкой при $M=4.5$.

2.5. Численное моделирование сверхзвуковой турбулентной струи на основе LES подхода.

Для демонстрации возможностей разработанного программного комплекса рассмотрим результаты численного моделирования недорасширенной сверхзвуковой турбулентной струи [152] с использованием LES подхода. В первой главе диссертации приведены результаты численного моделирования данного течения на основе RANS подхода в двумерной постановке. Это позволяет использовать для сравнения как и экспериментальные данные, так и приведенные в Главе 1 численные результаты.

Рассматривается течение в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе [152] с нерасчетностью $n=P_0/P_a=1.45$, числом Маха на срезе сопла $M=2$, температурой 163^0K . Окружающая среда – воздух с нормальными условиями ($\gamma=1.4$, $T_a=263^0\text{K}$, $P_a=1102387.14\text{Па}$). Радиус выходного сечения сопла $R_a=1$. В отличие от RANS подхода численное моделирование на основе LES подхода должно выполняться в полной трехмерной постановке. Поэтому расчетная область представляет собой цилиндр длиной $39R_a$ и радиусом $8R_a$. Построенная для этой области расчетная сетка состоит из 3300000 призм и шестигранников. Расчетная сетка показана на рис. 2.12. Видно, что внутри $R_a<1$ используется более подробная призматическая сетка, которая переходит в квази-структурированную шестигранную сетку за пределами этого радиуса, что позволяет эффективно разредить сетку к внешней границе. Отметим сразу, что построенная расчетная сетка не обладает достаточной подробностью для адекватного применения LES подхода, т.е. для моделирования вихрей всех масштабов за исключением самых маленьких, диссипативных. Однако в данном случае можно предположить, что для достаточно точного получения осредненных параметров течения этого разрешения должно хватить.

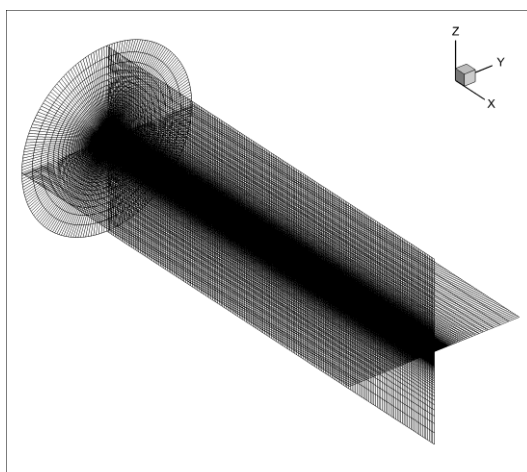


Рис.2.12. Расчетная сетка для сверхзвуковой струи.

На рис. 2.12 показано осредненное по 20000 шагам по времени поле давления. На рисунке струя истекает слева на право. Видно, что четко сформировалась структура струи, характерная для RANS расчетов. Только вблизи выходной границы видна некоторая неоднородность течения, говорящая о том, что для осреднения взят недостаточно длинный интервал времени.

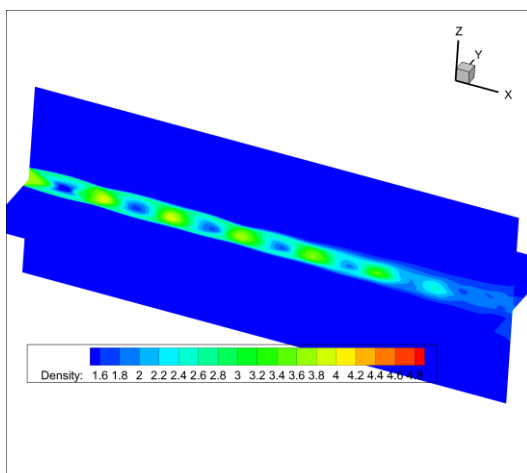


Рис.2.13. Осредненное поле плотности в струе.

Для сравнения на рис. 2.14 приведено мгновенное поле завихренности, соответствующее последнему моменту времени на рис. 2.13. В данном расчете не задавалась искусственная «турбулизация» течения на входе. Поэтому развитие турбулентности начинается примерно со второй бочки струи, что хорошо видно по мгновенному полю завихренности.

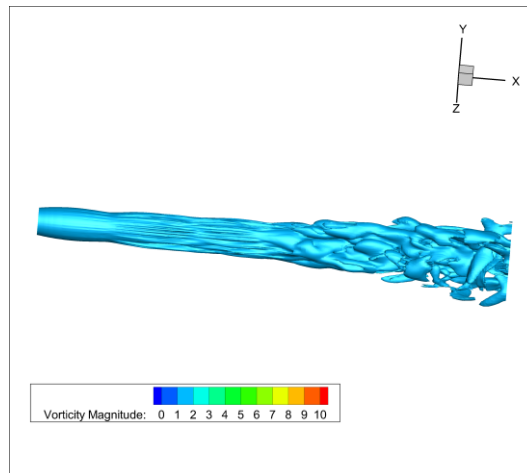


Рис.2.14. Изоповерхности модуля завихренности в струе.

Сравнение полученных на основе LES подхода результатов с экспериментальными данными дано на рис. 2.15. На этом рисунке показаны распределения давления вдоль оси струи. Точки соответствуют экспериментальным данным, а сплошная линия – результатам расчета. Все обозначения на этом рисунке соответствуют обозначениям на рис. 1.17 - 1.19.

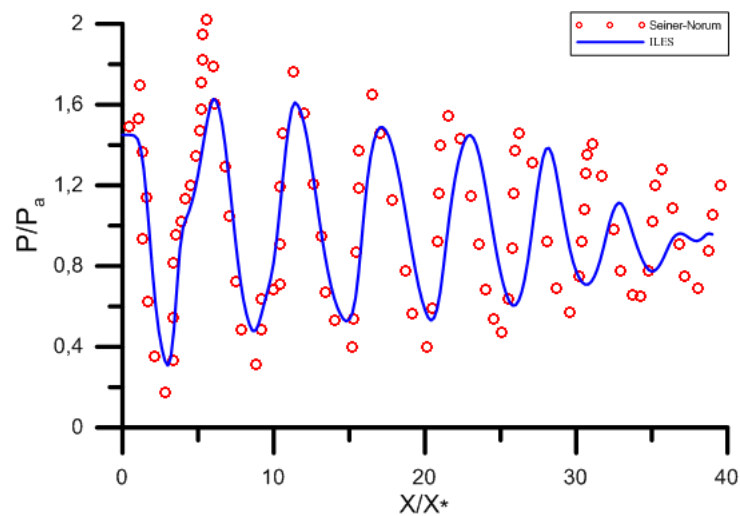


Рис.2.15. Распределение среднего давления вдоль оси струи.

Видно (рис. 2.15), что разработанный программный комплекс позволяет получать вполне приемлимые результаты по среднему давлению даже на такой достаточно грубой сетке. Точность полученных результатов заметно выше результатов с использованием «стандартной» $k-\epsilon$ модели (рис. 1.18) и вполне сопоставима с точностью большинства более «продвинутых» RANS моделей, исследованных в параграфе 1.7.

Выводы по главе 2.

1. Разработан программный комплекс расчета пространственных турбулентных течений в областях сложной геометрической формы. Программный комплекс использует неструктурированные гибридные расчетные сетки и имеет второй порядок точности по пространству и времени на гладких решениях.

2. Показана работоспособность разработанного программного комплекса при расчете высокоскоростных течений на различных неструктурированных расчетных сетках как для гладких течений, так и для течений со сложной структурой газодинамических разрывов.

3. Выполнено сравнение рассчитанных полей плотности с экспериментальными результатами по гиперзвуковому обтеканию модели тракта ГПВРД. Показано, что удается хорошо воспроизвести структуру течения внутри этой модели.

4. Проведено численное моделирование на основе LES подхода течения в недорасширенной сверхзвуковой струе. Получено вполне удовлетворительное соответствие между экспериментальными данными и результатами численных расчетов.

ГЛАВА 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ТЕЧЕНИЙ В СОПЛАХ С ОТРЫВОМ ПОТОКА ОТ СТЕНКИ

Течения в соплах подвергались исследованиям в огромном количестве работ, в том числе и в работах известных ученых, таких как, Абрамович Г. Н. [2], Пирумов У.Г. [67, 68], Стернин Л.Е. [76], Глушко Г.С. [18, 19], Крюков И.А.[18, 19], Иванов И.Э.[18, 19], Шустов С.А. [6], Крайко А.Н.[46] и другие.

В текущем исследовании течения в сверхзвуковых соплах в перерасширенном режиме используются как достаточно сложные течения, пригодные для тестирования предложенных моделей турбулентности и сопоставления с результатами, получаемыми с использованием двухпараметрических моделей.

3.1. Настройка параметров модели турбулентности в ходе численного моделирования течения внутри плоского сопла и сравнение с экспериментальными результатами С.А. Hunter [111].

Рассмотрим [49, 36, 38, 41] стационарное двумерное отрывное турбулентное течение в плоском сопле Лавая, экспериментально исследованное в работе [111]. Экспериментальные измерения проводились в диапазоне перепадов давления от 1.255 до 8.95. При перепаде 8.95 и выше отрыва пограничного слоя от стенки внутри сопла не происходит, и поток срывается с кромки сопла. При уменьшении перепада давления с некоторого момента происходит отрыв пограничного слоя от стенки внутри сопла и в дальнейшем точка отрыва смещается глубже внутрь сопла. Поэтому исследуется несколько вариантов отношений n давления газа на входе в сопло к давлению в окружающем пространстве: 2.0, 2.4, 3.0, 3.4, 5.4. Температура струи равна 294.45°К. Рабочее тело воздух ($\gamma=1.4$). Предполагалось, что на вход сопла газ поступает с равномерным распределением параметров и с минимальным уровнем турбулентности $\mu_t=0.1\mu$.

Геометрия сопла следующая. Геометрическая степень расширения сопла A_e/A_{th} равна 1.797. (A_e — площадь выходного сечения сопла; A_{th} — площадь критического сечения сопла). Половина угла наклона сужающейся части сопла составляет 27.29 градуса, половина угла раствора расширяющейся части составляет 11.01 градуса. Радиус скругления сужающейся части $R_1=2R$, радиус скругления

околозвуковой части контура $R_2=0.625R$, где $R=0.0137\text{м}$ половина величины критического сечения сопла. Сверхзвуковая и дозвуковая части сопла одинаковы по длине ($L=0.0578\text{м}$).

Расчет проводился в области, содержащей внутреннюю и наружную часть сопла. Расчетная область и изолинии числа Маха отражены на рис.3.1, где масштабы длин обезразмерены на характерный масштаб $L_{ref} = R$. Будем обозначать P_a – давление в окружающем пространстве, X_* - продольную координату критического сечения сопла. На верхней границе, правой границе и левой границе выше контура сопла задавались условия свободного выходного потока. На нижней границе ставились условия симметрии. Левая граница ниже контура сопла – условия входного дозвукового потока, на линии контура – условия адиабатической стенки с прилипанием.

Структурированная сетка размером 200×150 имеет сгущение к твердым стенкам в вертикальном направлении и критическому сечению и срезу сопла в горизонтальном направлении. На течение внутри сопла приходится 140×120 ячеек. На стенку отведено 10 ячеек в продольном направлении. Часть расчетной сетки с соплом изображена на рис. 3.2.

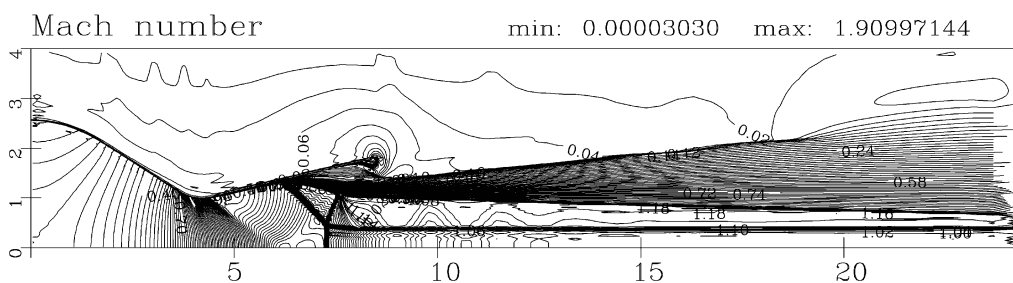


Рис.3.1. Изолинии числа Маха (расчет) в плоском сопле, экспериментально исследованном в [111].

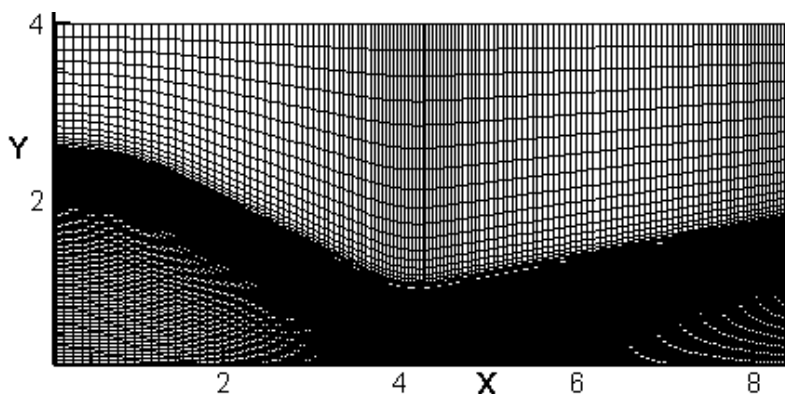


Рис. 3.2. Часть расчетной сетки с соплом.

В описании эксперимента [111] оценка погрешности экспериментальных данных указана менее 1% для отношения P/P_a , что является сомнительным, по крайней мере, вблизи ударных волн. Тем не менее, максимальная относительная разница между расчетными значениями статического давления и экспериментальными данными для $k-\varepsilon$ и $k-\omega$ моделей составляет 12.9% и 12.8% соответственно для случая $n=2.4$, при котором в эксперименте наблюдалась стационарная картина со значительной протяженностью отрыва. Эти величины не есть погрешности расчетов, так как экспериментальные данные также содержат погрешности, но могут указывать, что при высокой точности экспериментальных измерений расчетные данные, скорее всего, выходят за пределы погрешностей эксперимента.

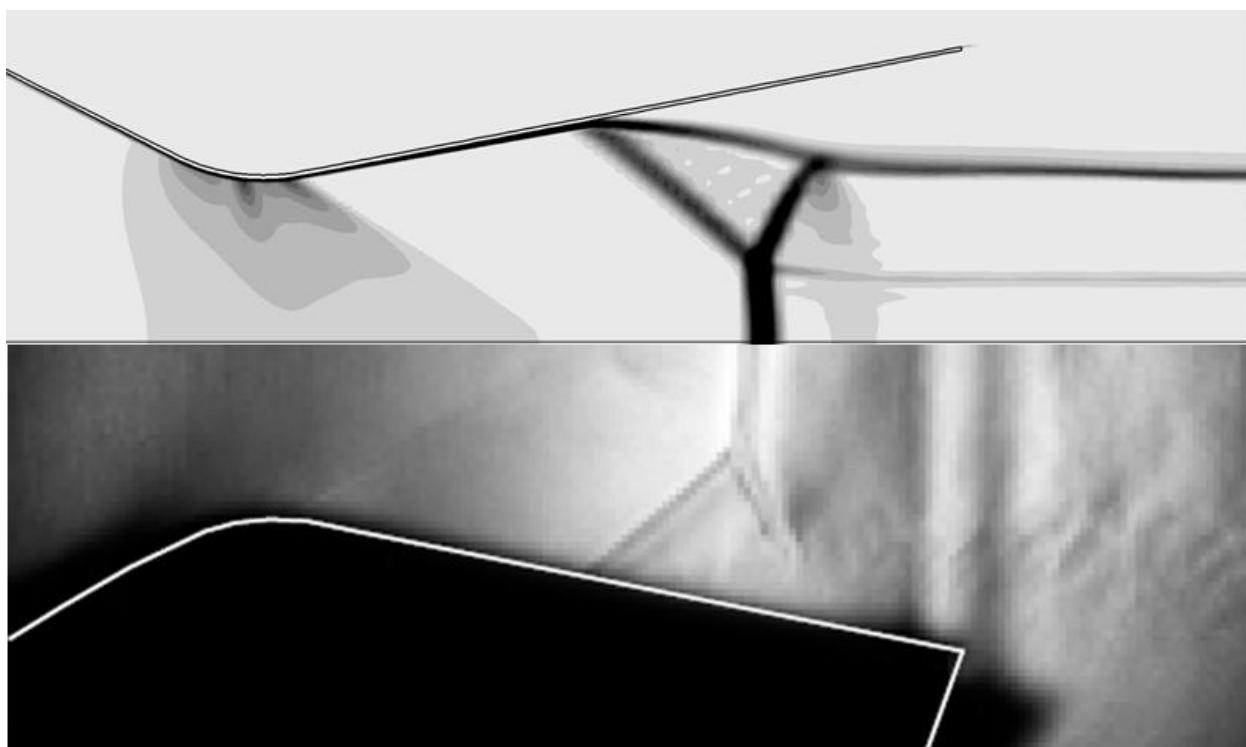


Рис. 3.3. Картина течения для случая $n=2.4$: совмещение расчета по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели со сжимаемостью [149] (верхняя картина, показан градиент плотности) и экспериментальной шпирен-фотографии из эксперимента [111].

Для выбора диапазона постоянных релаксационных моделей рассмотрим случай $n=2.4$. Можно утверждать, что релаксационное уравнение (1.19) позволяет улучшать точность расчета отрыва в сопле по сравнению с $k-\omega$ моделью Wilcox, так как максимум отношения разницы расчетного и экспериментального значения в данном случае составляет не более 6.8%. Дополнительный учет отклонения от равновесия при оценке времени релаксации (1.20) позволяет изменить точность

расчета по сравнению с исходной $k-\omega-\mu_t$ моделью Olsen, Coakley. В диапазоне значений $C_{\tau 2}$ от 1 до 10 соответствующее отношение составляет не более 3-4%. При дальнейшем увеличении коэффициента за счет более раннего отрыва точностью начинает падать. На рис. 3.4 показано статическое давление для рассмотренного случая с указанными моделями.

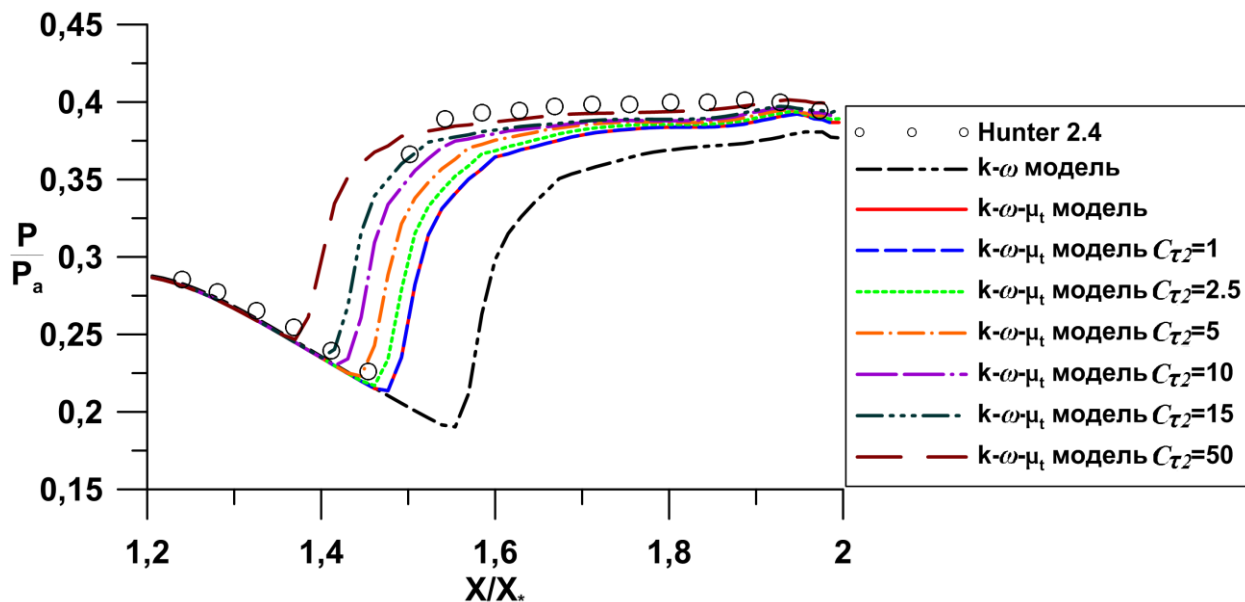


Рис. 3.4. Влияние отношения порождения кинетической энергии турбулентности к скорости диссипации на распределение статического давления вдоль стенки плоского сопла при $n=2.4$. Приведены: $k-\omega-\mu_t$ модель [137] – сплошная линия; штрих-штрих-пунктир-пунктир - $k-\omega$ модель [176]; остальные кривые - $k-\omega-\mu_t$ модель (1.20) с коэффициентом $C_{\tau 2}$ в диапазоне [1;50]; эксперимент - символы [111].

Попробуем дополнительно привлечь модель сжимаемой диссипации Sarkar [149]. Тогда оказывается, что максимальная относительная разница между расчетными значениями статического давления и экспериментальными данными $k-\omega$ модели составляет 10.6%, а по релаксационной $k-\omega-\mu_t$ модели 2.2%. В таком случае дополнительный учет отклонения от равновесия при оценке времени релаксации (1.20) позволяет изменить точность расчета по сравнению с исходной $k-\omega-\mu_t$ моделью, но теперь далеко не всегда в лучшую сторону. В диапазоне значений $C_{\tau 2}$ от 1 до 1.5 соответствующее отношение составляет не более 2%, при $C_{\tau 2}=2.5$ получаем 3%, при дальнейшем увеличении коэффициента за счет более раннего отрыва точностью начинает значительно падать. На рис. 3.5 показано статическое давление для рассмотренного случая с указанными моделями.

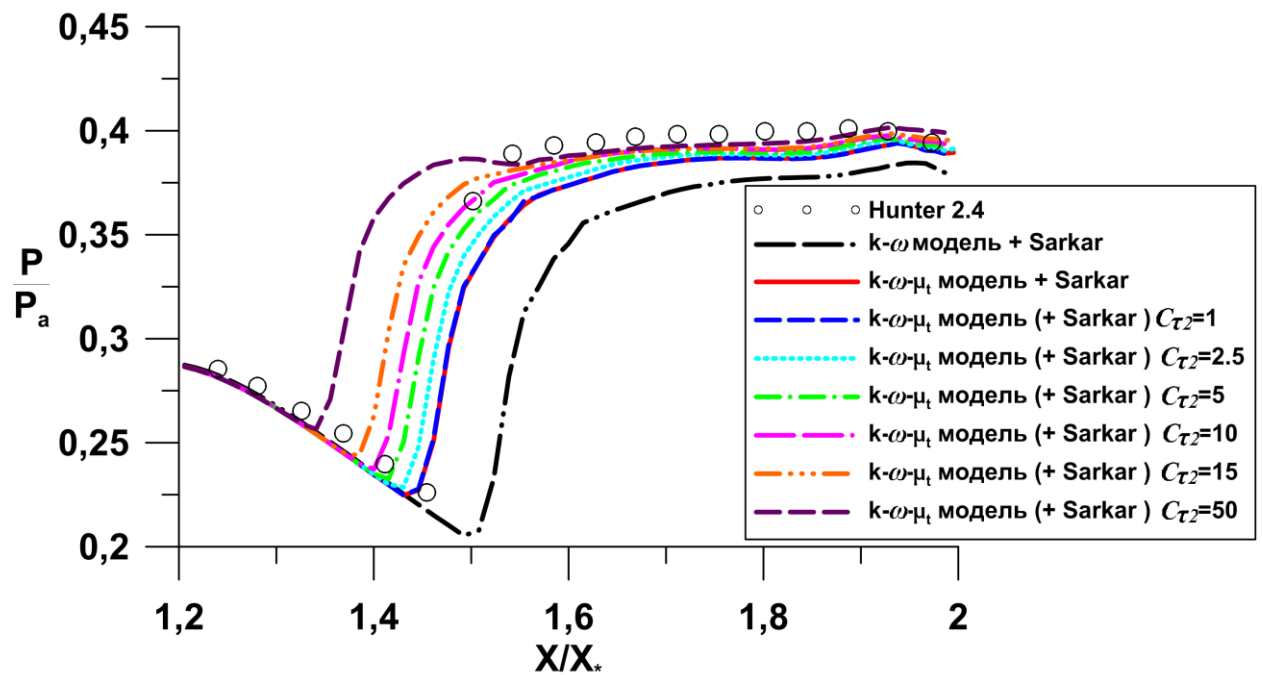


Рис. 3.5. Влияние учета сжимаемой диссипации по модели [149] совместно с отношением порождения кинетической энергии турбулентности к скорости диссипации на распределение статического давления вдоль стенки плоского сопла при $n=2.4$. Приведены: $k-\omega-\mu_t$ модель [137] – сплошная линия; штрих-штрих-пунктир-пунктир - $k-\omega$ модель [176]; остальные кривые - $k-\omega-\mu_t$ модель (1.20) с коэффициентом C_{T2} в диапазоне [1;50]; эксперимент - символы [111].

Следовательно, для течения внутри плоского сопла можно рекомендовать использовать либо исходную Lag-модель, но добавлять модель сжимаемой диссипации, либо учитывать дополнительное время релаксации. В последнем случае диапазон коэффициентов, при которых решение мало чувствительно к значению коэффициента составляет [1;10] для уравнения с учетом отклонения от равновесия (1.20).

Сравнение по положению, величине диска Маха и наклонам падающего и отраженного скачка показывает, что выводы, сделанные по отношению сравнению статических давлений, оказываются справедливы и для картины течения в целом. Размер диска Маха преуменьшают по сравнению с экспериментом все рассматриваемые модели, и все модели предсказывают одинаковый наклон падающей косой ударной волны. Положение диска Маха в случае $k-\omega$ модели оказывается значительно дальше по течению (рис.3.6). Ситуацию несколько улучшает учет сжимаемости в $k-\omega$ модели, но при этом уменьшается величина диска Маха.

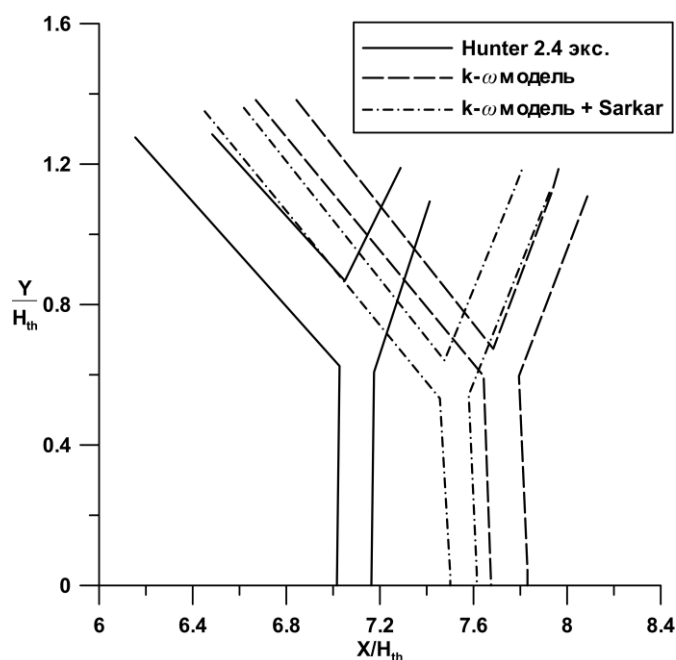


Рис. 3.6. Положение и длина скачков: сравнение расчета по $k-\omega$ модели [176] без учета сжимаемости (штрих), с учетом сжимаемости [149] (штрих-пунктир) с экспериментальными данными [111] (сплошная линия).

Добавление релаксационного уравнения к $k-\omega$ модели приводит к незначительному уменьшению размера диска Маха и сдвигу его положения ближе к экспериментальному (рис.3.7а). Учет сжимаемости в $k-\omega-\mu_t$ модели еще более приближает диск Маха к экспериментальному положению, но величина по-прежнему остается заниженной. Можно показать, что учет неравновесности по формуле (1.20) приводит к положению, наклонам и длинам ударных волн совпадающими со случаем $k-\omega-\mu_t$ модели (1.20) со сжимаемой диссипацией [149]. Дополнительный учет и сжимаемости, и неравновесности приводит к дальнейшему смещению положения падающей косо́й волны (при неизменном угле падения) вверх по потоку (рис. 3.7б), с одновременным уменьшением величины диска Маха и смещением его положения ближе к экспериментальному. Дальнейшее увеличение времени релаксации приводит к более раннему отрыву и более раннему положению диска Маха и значительно преуменьшенному размеру диска Маха.

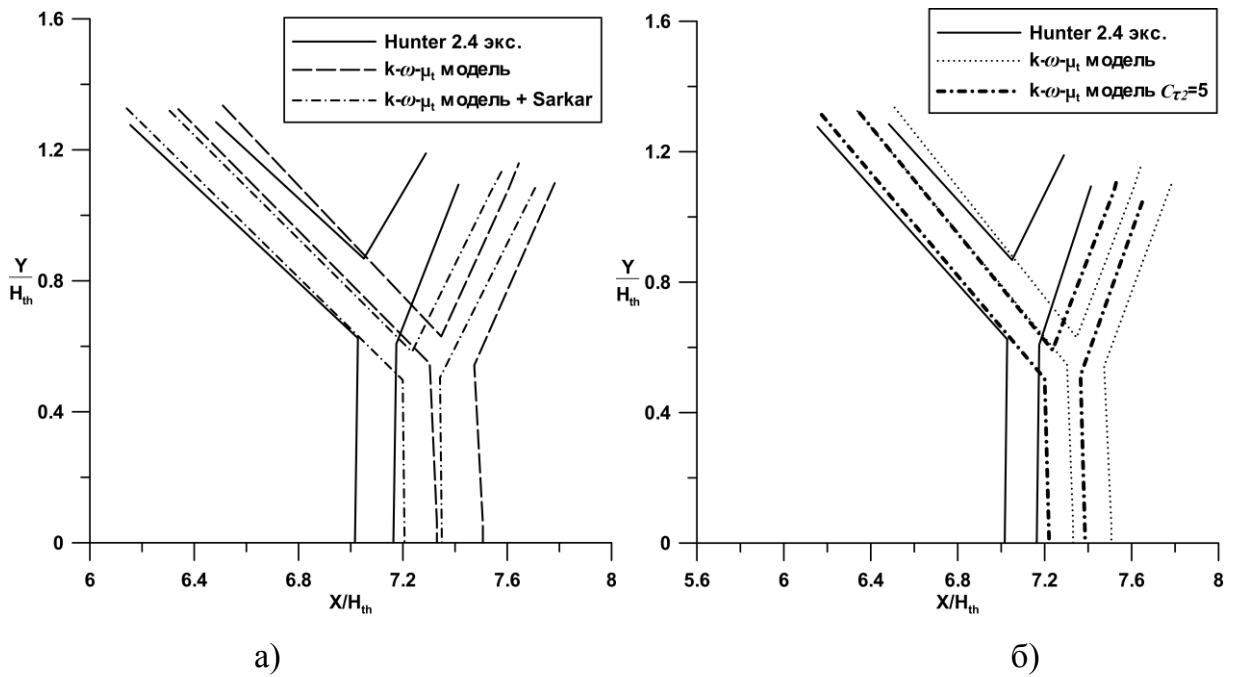


Рис. 3.7. Сравнение расчетных и экспериментальных (сплошная линия) данных [111] по положению и длине скачков: а) расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели [137] без учета сжимаемости (штрих), с учетом сжимаемости [149] (штрих-пунктир); б) расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели [137] без учета сжимаемости (пунктир), по $k-\omega-\mu_t$ модели с учетом неравновесности (1.20) без учета сжимаемости (штрих-пунктир).

Релаксационные уравнения (1.21) и (1.22) приводят к сдвигу точки отрыва ближе по направлению ко входному сечению сопла (рис. 3.8 и 3.9).

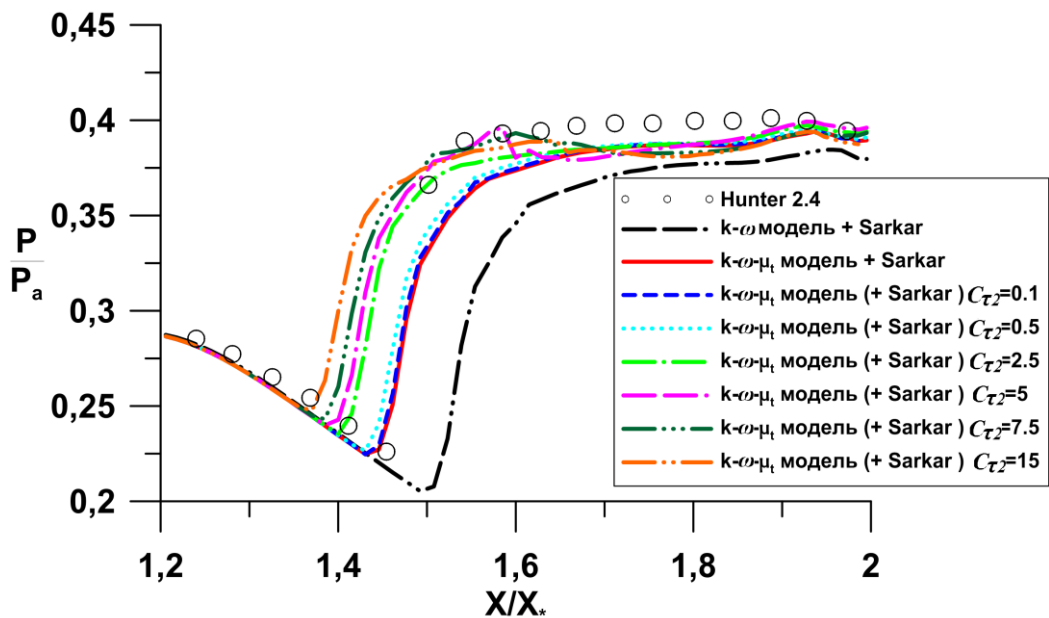


Рис. 3.8. Влияние времени релаксации с учетом градиента кинетической энергии турбулентности на распределение статического давления вдоль стенки плоского сопла с использованием сжимаемой диссипации [149]. Расчет: сплошная линия – $k-\omega-\mu_t$ модель (1.21); штрих – $k-\omega-\mu_t$ модель [137], штрих-пунктир – $k-\omega$ модель [176], эксперимент – символы [111].

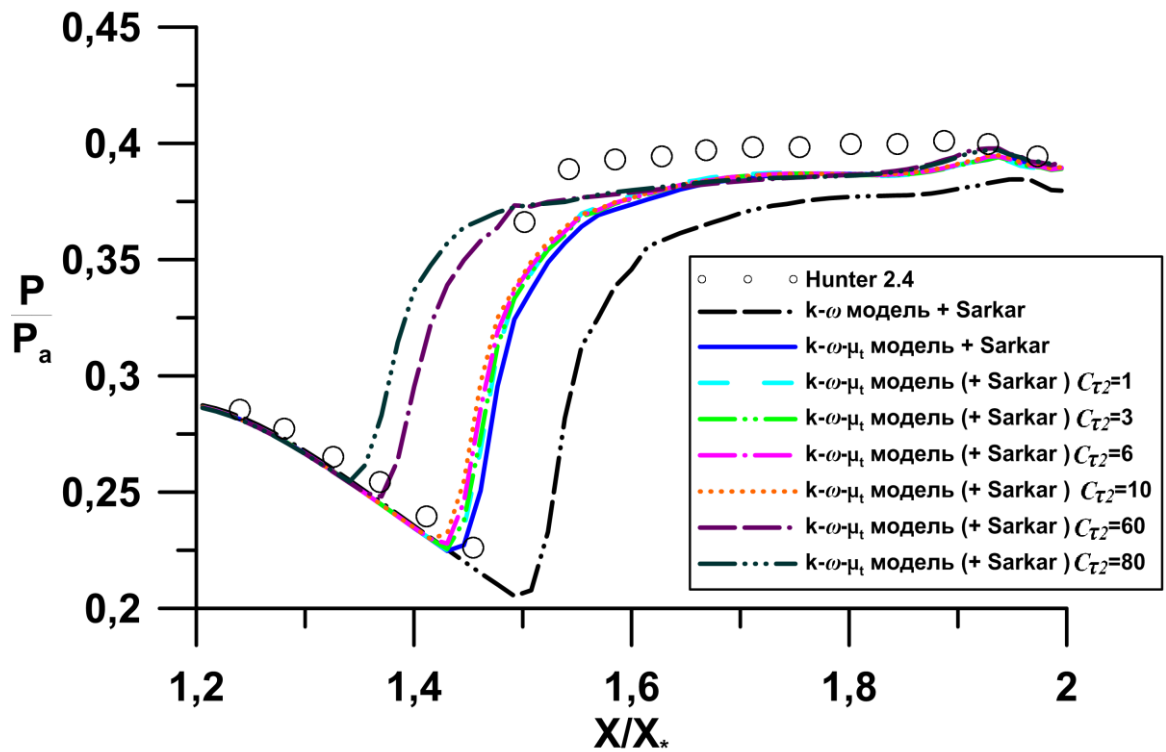


Рис. 3.9. Влияние времени релаксации с учетом вязких эффектов на распределение статического давления вдоль стенки плоского сопла с использованием сжимаемой диссипации [149]. Расчет: сплошная линия – $k-\omega-\mu_t$ модель (1.22); штрих – $k-\omega-\mu_t$ модель [137], штрих-пунктир – $k-\omega$ модель [176], эксперимент – символы [111].

Варианты зависимости времени релаксации от отклонения от равновесия, градиента кинетической энергии турбулентности и вязких эффектов (1.20), (1.21), (1.22) были применены для расчетов течения внутри плоского сопла [111] с другими значениями отношения статических давлений n (рис. 3.10 а-в). Так как при этом использовалась модель сжимаемости [149], то отличие от модели $k-\omega-\mu_t$ [137] незначительное, но вывод, сделанный для случая $n=2.4$, подтверждается и в случаях других значений n . Постоянные $C_{\tau 2}$, используемые в расчетах, равны 5, 1.5 и 30 соответственно. Кроме того, было проведено моделирование (рис.3.10 г) со временем релаксации на основе одновременной зависимости от предложенных временных масштабов (коэффициенты $c_{\tau 2}^1 = c_{\tau 2}^2 = c_{\tau 2}^3 = 1$):

$$\frac{\partial \mu_t}{\partial t} + \frac{\partial \langle u_i \rangle \mu_t}{\partial x_i} = c_\tau \omega \max \left(c_3, \frac{\lambda}{\left(1 + c_{\tau 2}^1 (\lambda - 1)\right) \left(1 + c_{\tau 2}^2 \|\nabla k\| / (\omega \sqrt{k})\right) \left(1 + c_{\tau 2}^3 / \sqrt{\text{Re}_t}\right)} \right) (\mu_{tE} - \mu_t). \quad (3.1)$$

Одновременный учет трех масштабов времени привел к смещению положения отрыва по направлению к торцу сопла для всех отношений n , поэтому больше рассмотренный вариант не применялся.

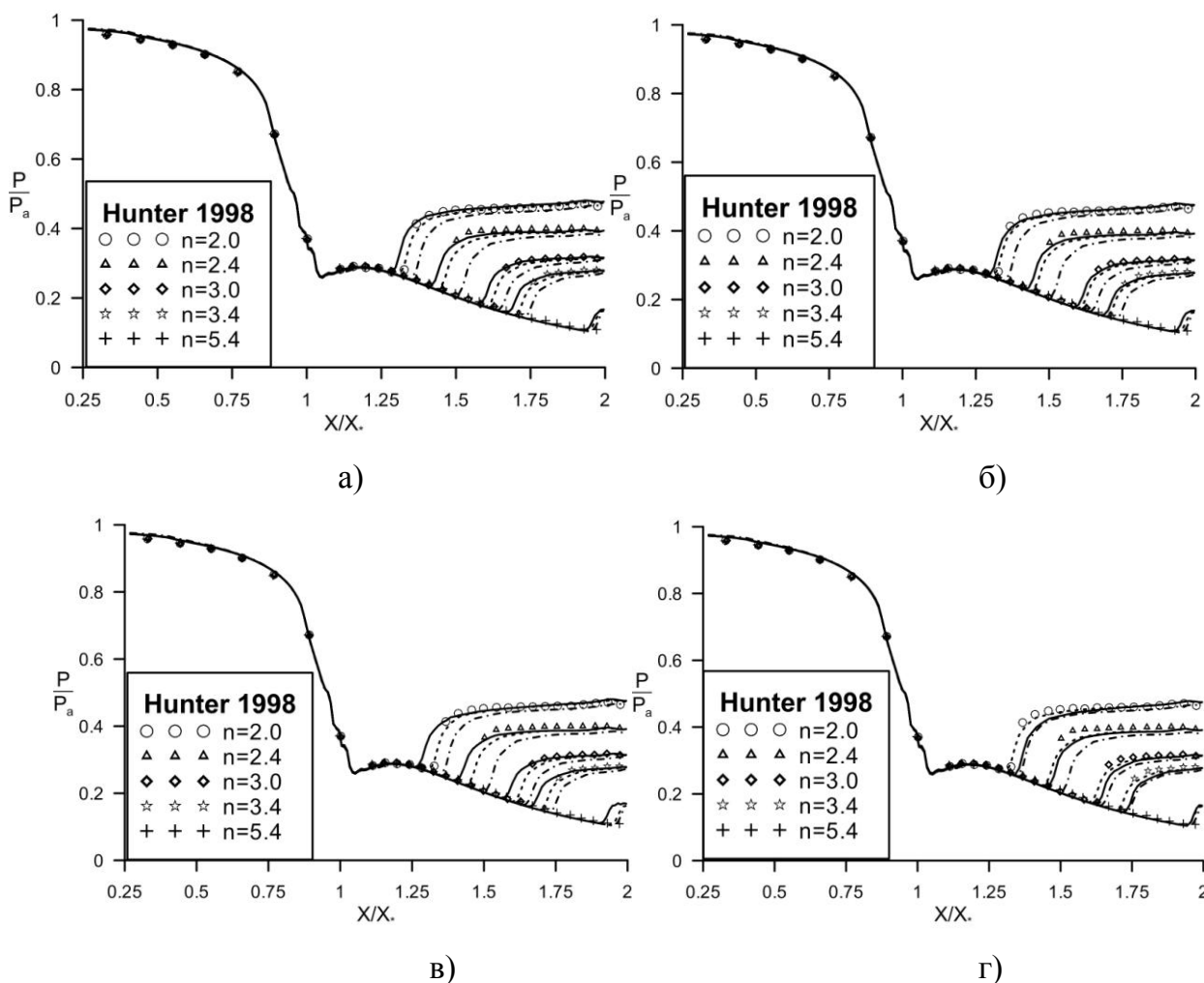


Рис. 3.10. Влияние различных зависимостей времени релаксации турбулентной вязкости на распределение статического давления вдоль стенки сопла. Эксперимент [111]-символы, расчет: штрих - $k-\omega-\mu_t$ модель [137], штрих-пунктир - $k-\omega$ модель [176], сплошная линия - а) $k-\omega-\mu_t$ модель (1.20); б) $k-\omega-\mu_t$ модель (1.21); в) $k-\omega-\mu_t$ модель (1.22); г) $k-\omega-\mu_t$ модель (3.1).

Для выбора постоянной C_τ предлагаемой $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23) течение внутри плоского сопла в случае $n=2.4$. Независимо от выбора модели, используемой при нахождении равновесного значения турбулентной вязкости, при увеличении данного параметра будет происходить более поздний отрыв от стенки сопла (по сравнению с используемой двухпараметрической моделью). В соответствии с проведенным численным моделированием (рис. 3.11) для «стандартной» $k-\varepsilon$ модели без учета сжимаемости параметр C_τ следует выбирать из диапазона $[0.5, 1]$, а с учетом сжимаемости [149] из диапазона $[0.75, 1.5]$. Для уменьшения зависимости от учета

сжимаемой диссипации, выберем постоянную C_τ равной 0.75. Расчеты показывают (рис. 3.11), что для данного течения с выбранной постоянной C_τ для определения равновесной вязкости можно использовать не только «стандартную» $k-\varepsilon$ модель [120], но и высокорейнольдсовую $k-\varepsilon$ модель Chen [90] или низкорейнольдсовую $k-\varepsilon$ модель Lam, Brehmhorst [116].

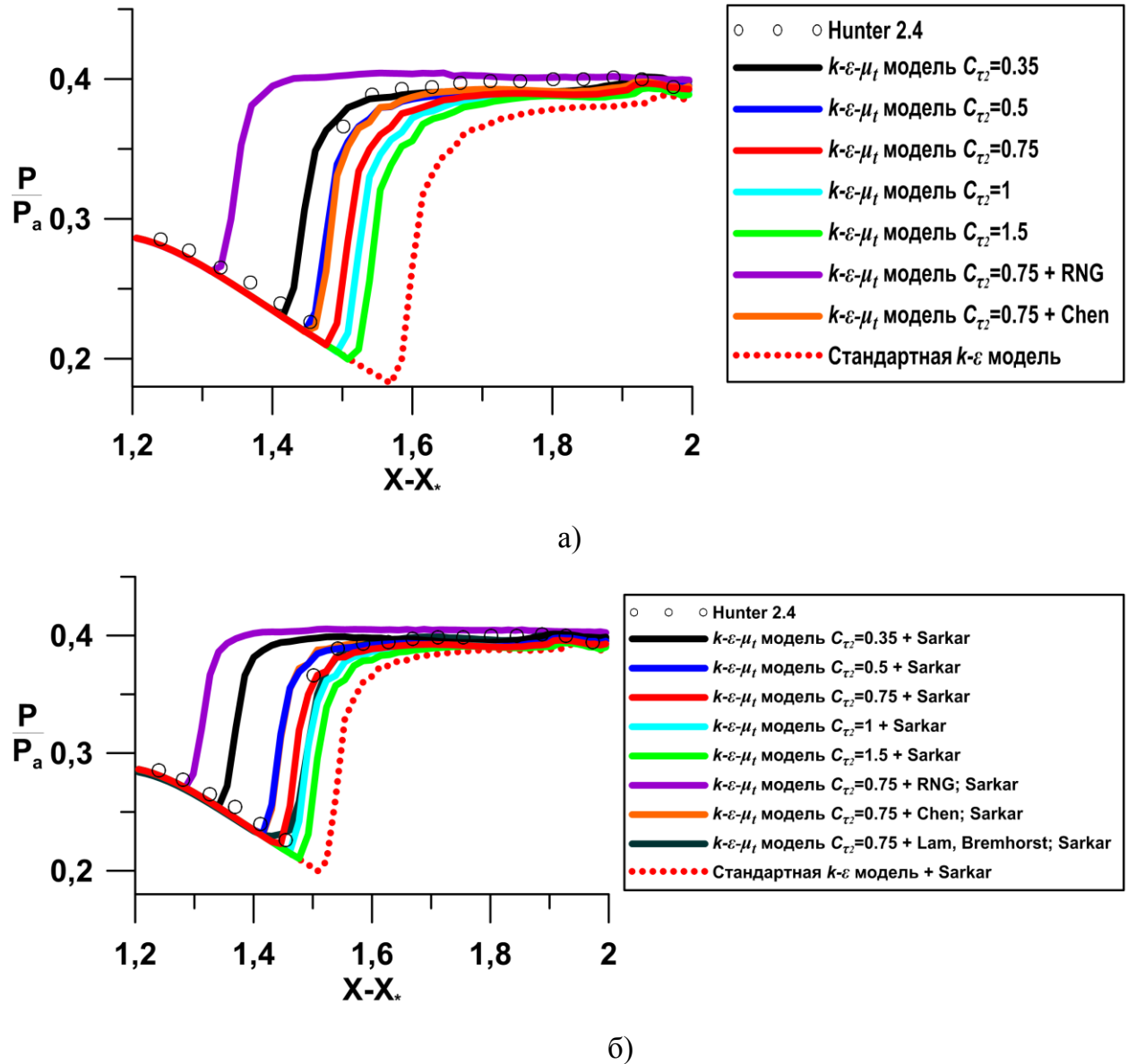


Рис. 3.11. Подбор постоянной модели (1.23). Символы - эксперимент [111], кривые: стандартная $k-\varepsilon$ модель [120], $k-\varepsilon-\mu_t$ модель (1.23) и $k-\varepsilon-\mu_t$ модель (1.23) с учетом неравновесности по [178] и [90]. А) без учета сжимаемости, постоянная C_τ из отрезка [0.35;1.5]; б) с учетом сжимаемой диссипации [149], постоянная C_τ из отрезка [0.25;1.5] и дополнительно низкорейнольдсовая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель (1.23) с учетом неравновесности по [116].

Добавление релаксационного уравнения (1.23) к $k-\varepsilon$ модели приводит к незначительному уменьшению размера диска Маха (рис.3.12) и сдвигу его положения ближе к экспериментальному. Учет сжимаемости в $k-\varepsilon-\mu_t$ модели немного приближает

диск Маха к экспериментальному положению, но величина по-прежнему остается заниженной (что справедливо и для «стандартной» $k-\varepsilon$ модели [120]).

Для других значений n (рис. 3.12) численное моделирование с использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели не меняет ситуацию по сравнению со случаем $n=2.4$. Видно, что выбранное значение постоянной C_τ позволяет хорошо предсказать положение точки отрыва и распределение давления вблизи отрыва. Расчет с перепадом давления на входе и выходе в сопло 1.255 не является стационарным и на рис. 3.4 приведено мгновенное значение статического давления. Разница между значением восстановленного давления после точки отрыва в эксперименте и расчетах не превышает 3%.

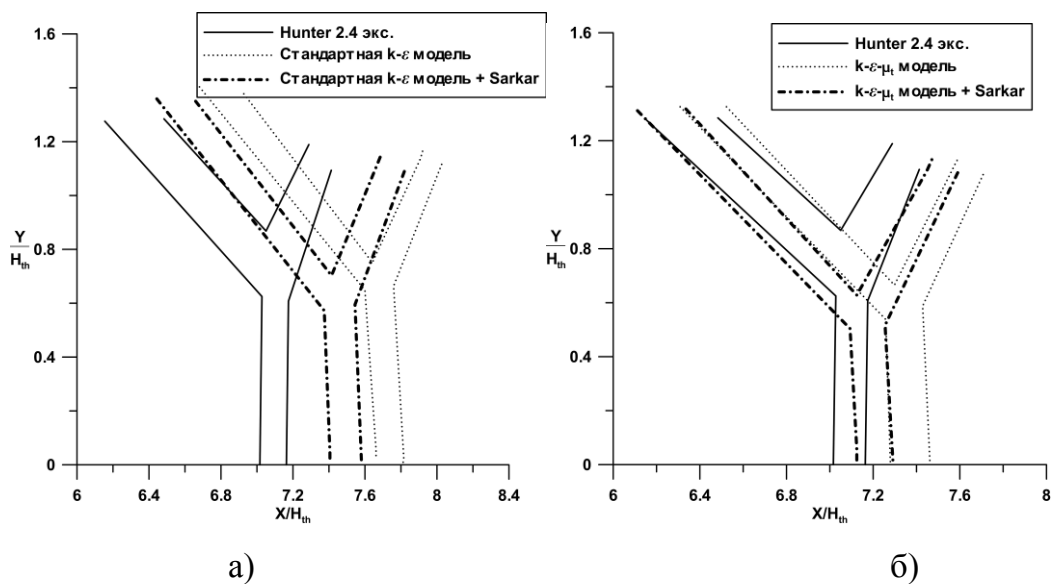


Рис. 3.12. Сравнение данных численного моделирования и экспериментальных данных [111] (сплошная линия) в случае течения внутри плоского сопла с $n=2.4$ по положению и длине скачков. Расчеты: а) по $k-\varepsilon$ модели [120] без учета сжимаемости (пунктир) и с учетом сжимаемости [149] (штрих-пунктир); б) по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23) без учета сжимаемости (пунктир) и с учетом сжимаемости [149] (штрих-пунктир).

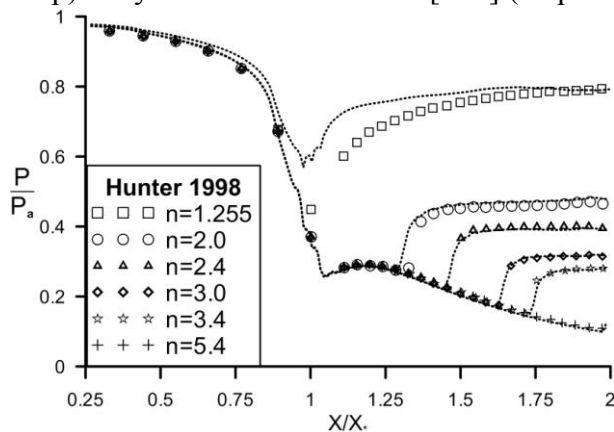


Рис. 3.13. Распределение статического давления вдоль стенки сопла для различных перепадов давления: пунктир - расчет по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23), символы - эксперимент [111].

Рис. 3.14 дает представление о поле турбулентной вязкости. Для сравнения с $k-\varepsilon-\mu_t$ моделью выбрана $k-\omega$ модель. Параметры набегающей турбулентности: кинетическая энергия турбулентности $k=0.1182 \text{ м}^2/\text{с}^2$, отношение турбулентной и ламинарной вязкости $\mu_t/\mu=1$ (входные значения ε или ω рассчитываются по формуле для равновесной вязкости (2.3) или (2.4) соответственно). В большей части внутренней области отношение турбулентной и ламинарной вязкости остается одного порядка с входным значением. Вблизи стенки за счет сдвигового характера течения это отношение увеличивается. Значительный рост этого отношения происходит на кривой ударной волне вблизи отрыва и в слое смешения внешнего и истекающего из сопла потоков. Моделирование данного течения при больших параметрах (на 1, 2, 3 порядка) набегающей турбулентности показало, что положение отрывов и ударно-волновая структура течения не изменяются.

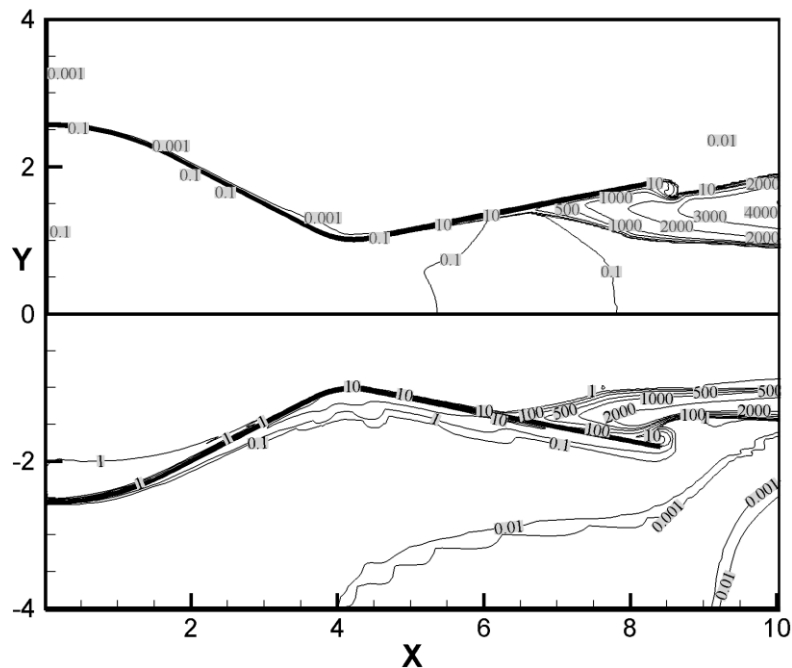


Рис. 3.14. Отношение турбулентной и ламинарной вязкости: сверху расчет по $k-\omega$ модели (1.23), снизу - расчет по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели; эксперимент [111].

3.2. Течение внутри осесимметричного сопла с толстой стенкой R. Stark, G. Hagemann [164].

Применим полученные модели для моделирования течений в осесимметричных соплах. Рассмотрим турбулентного течения внутри сопла, предложенного в качестве тестового варианта для моделей турбулентности на европейской конференции по аэрокосмическим наукам [164]. Характерной

особенностью этого варианта является большая относительная толщина стенки сопла. На торце сопла и вблизи кромки формируется вихри, искривляющие линии тока затекающего в область отрыва газа, что существенно сказывается на восстановлении давления за отрывом и положении точки отрыва.

Параметры, использованные в численном моделировании, следующие. Величина критического сечения сопла $R^*=0.010\text{м}$, X_* - координата критического сечения сопла (в эксперименте), толщина стенки равна 0.0115м , сопло профилировано на значение числа Маха 5.15, достигаемого при расчетном режиме течения. В окружающем сопло пространстве задавались нормальные условия (давление $P_a=102387.14\text{Па}$, $T_a=293^\circ\text{К}$) и в качестве рабочей среды использовался воздух ($\gamma=1.4$). А на входе в сопло давление равнялось 25.25 атм. и температура 283°К . Использовалась расчетная сетка 240×240 с адаптацией к стенке. Как требуется, для моделирования с использованием низкорейнольдсовых моделей сетка была более густой вблизи стенки по сравнению с высокорейнольдсовыми моделями. Для высокорейнольдсовых моделей значение y^+ в пристеночной ячейке в расчетной области было в диапазоне $[17,100]$. Исследование, проведенное при сгущении сетки, показало, что модели на используемых сетках достигли сходимости.

Изолинии числа Маха и линии тока, построенные по численному решению на основе $k-\varepsilon-\mu_t$ модели, показаны на рис.3.15. В отличие от работы [164], на довольно грубой сетке в полученном решении отсутствует вихрь за диском Маха, что свидетельствует о достаточном разрешении.

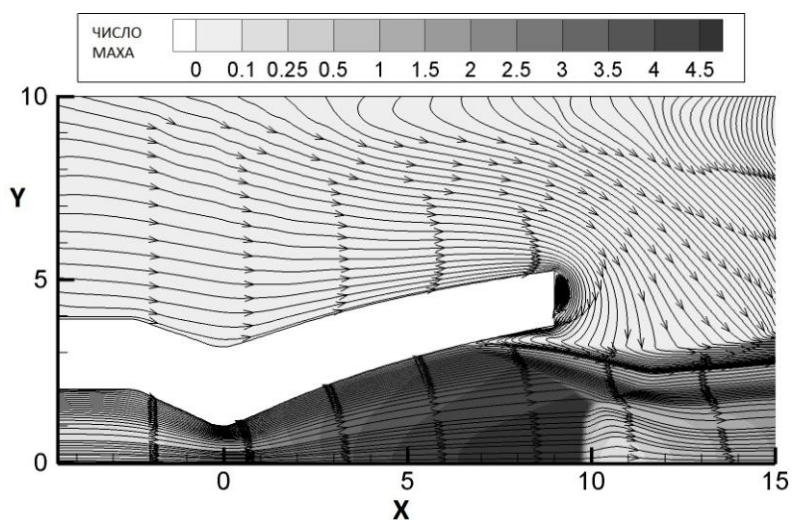


Рис. 3.15. Распределение числа Маха и линии тока в сопле и струе [17]. Расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели на сетке 240×240 . Критическое сечение в плоскости $X=0$.

Предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель и $k-\omega-\mu_t$ модель [137] без учета сжимаемости позволяют вполне удовлетворительно получить положение отрыва ударно-волновую конфигурацию в данном случае (рис. 3.16, 3.17). Причем $k-\varepsilon-\mu_t$ модель слишком резко восстанавливает давление за отрывом по сравнению с $k-\omega-\mu_t$ моделью. Учет сжимаемости по [149] для всех рассмотренных моделей приводило к более раннему отрыву, причем расхождение с экспериментом более значительное, чем в случае плоского сопла. Так как для плоского сопла с использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели сжимаемость сказывается в пределах погрешности эксперимента, то можно для данной модели сжимаемость не учитывать, что выбрано при проведении численного моделирования в других главах текущего исследования.

На рис. 3.17 показана форма падающей ударной волны, прямой ударной волны (диска Маха) и отраженной ударной волны, полученные с помощью наиболее удачных вариантов расчета, а именно по $k-\varepsilon-\mu_t$ и $k-\omega-\mu_t$ моделям в сравнении экспериментом. Положение диска Маха достаточно точно предсказано $k-\omega-\mu_t$ моделью, но его длина существенно меньше экспериментальной (около 30% от экспериментальной длины диска). Диск Маха, предсказанный $k-\varepsilon-\mu_t$ моделью, возникает выше по потоку по сравнению с экспериментальным, но длина меньше экспериментальной не более чем на 6%.

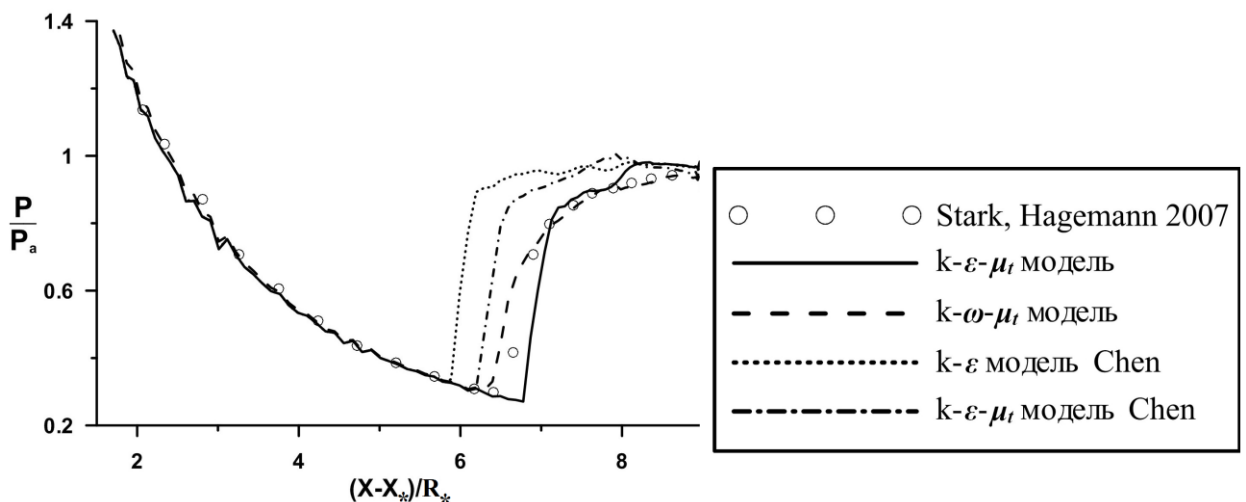


Рис. 3.16. Распределение статического давления вдоль стенки сопла в следующих расчетах: сплошная линия – по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23), штрих - по $k-\omega-\mu_t$ модели [137], штрих-пунктир – по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели, построенной на основе $k-\varepsilon$ модели Chen [90] и формуле (1.23), пунктир – по $k-\varepsilon$ модели Chen [90]; символы - эксперимент [164].

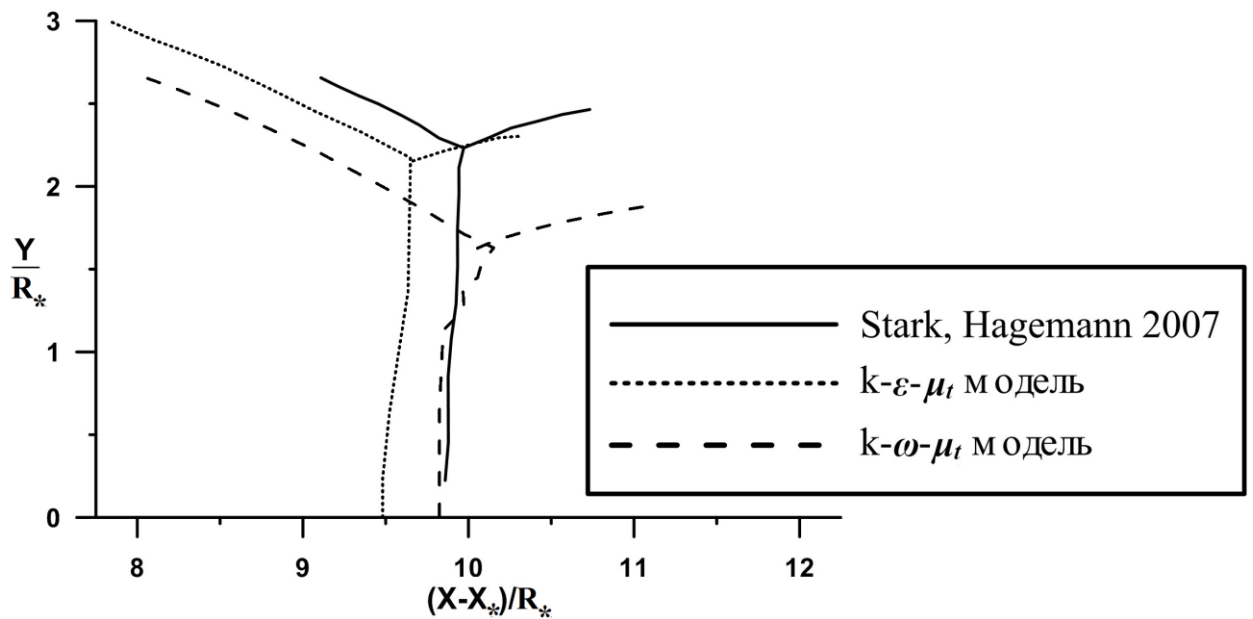


Рис. 3.17. Тройная конфигурация – диск Маха, косая ударная волна и «отраженная» ударная волна (контактный разрыв не показан): сплошная линия – эксперимент [164], штрих – расчет по $k-\omega-\mu_t$ модели, пунктир – по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели.

3.3. Течение в осесимметричных конических и профилированных соплах.

Рассмотрим течения в осесимметричных соплах, параметры и экспериментальные данные для которых приведены в [57]. В указанной работе рассматривались конические сопла с разными углами раствора и профилированное сопло. Численное моделирование рассматриваемых течений можно найти в [21]. В текущем исследовании данные течения рассматриваются с использованием других моделей турбулентности, а также с лучшей моделью, приведенной в [21].

Рассматриваемые сопла имели одинаковый радиус критического сечения $R_* = 0.005$ м и дозвуковую часть, состоявшую из цилиндрического и конического участка со следующими параметрами: радиус цилиндрического участка $4.4R_*$, скругление между конической и цилиндрической частью радиуса $1.26R_*$, угол наклона конической части 45° и скругление при переходе из дозвуковой конической части сопел в трансзвуковую часть радиусом $2R_*$. Все эксперименты проводились при одинаковых параметрах потока на входе в сопла (статическое давление 36 атм.), а для достижения рассматриваемых далее отношений n статического давления на входе в сопло к статическому давлению на выходе менялось давление в затопленном пространстве. В рассматриваемых экспериментах рабочее тело было воздухом. При проведении численного моделирования на нижней границе расчетной области

ставились условия симметрии, на правой и верхней границе условия свободного потока, стенка полагалась адиабатической. Левая граница расчетной области состояла из трех частей: на нижней части задавался входной поток, на стенку сопла приходилось 4 ячейки в поперечном направлении, на оставшейся верхней части полагались условия свободного потока.

В качестве первого случая рассматривается короткое и сильно расширяющееся сопло с конической сверхзвуковой частью длиной $L=0.0265$ м и половиной угла раствора сверхзвуковой части 22.5° . Для указанного сопла отношение площади среза сопла к площади горла 10.24. В расчете использовалось контур сопла с угловой точкой в области стыка транзвуковой и сверхзвуковой частей. Расчетная сетка внутри сопла составляла 180×120 ячеек со сгущениями к критическому сечению, срезу и стенкам сопла. Общий размер сетки составлял 200×150 ячеек.

В данном случае реализуется течение со значительной протяженностью отрыва и образованием свободной струи внутри сопла (перерасширенный режим), Маховским типом отражения косоугольной ударной волны, образующей при натекании сверхзвукового потока на отрывную зону (рис. 3.18). По модулю градиента плотности видны падающая и отраженная ударные волны, диск Маха, контактный разрыв позади тройной точки и граница внешнего слоя смешения.

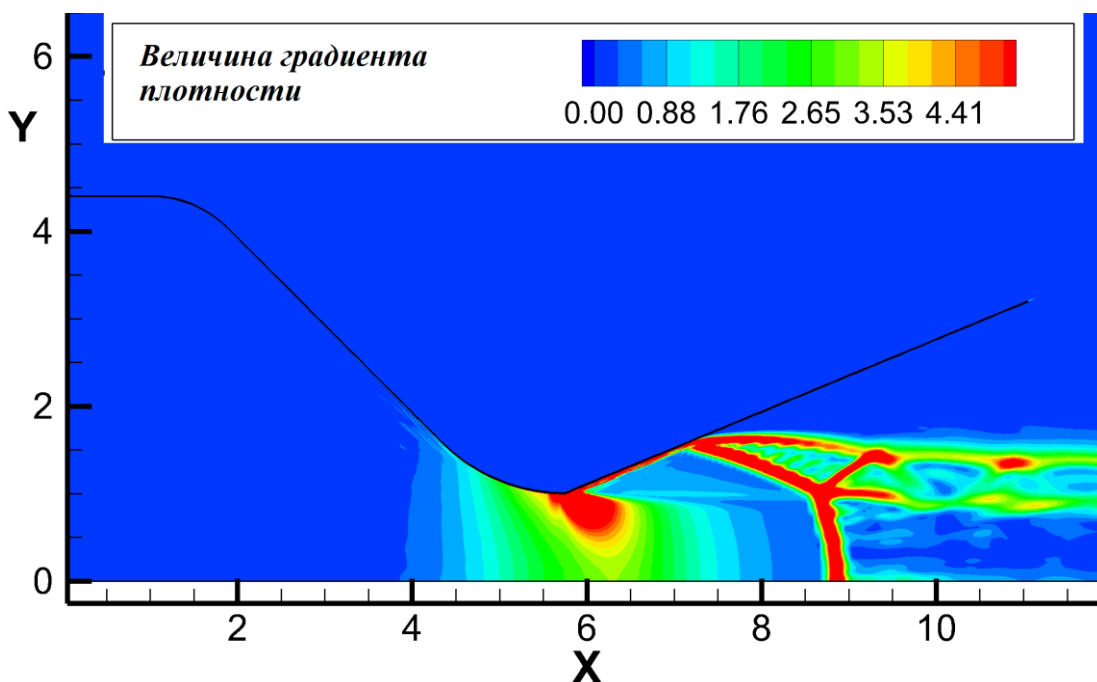


Рис. 3.18. Картина течения внутри осесимметричного сопла со сверхзвуковой конической частью с полууглом раствора 22.5 градуса. Поле модуля градиента плотности из расчета по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23) со сжимаемой диссипацией [149].

Сравнение результатов численного моделирования по значению статического давления (рис. 3.19) показывает, что $k-\varepsilon-\mu_t$ модель (1.23) и $k-\varepsilon$ модель Chen [90] с учетом сжимаемости по [149] лучше других рассмотренных моделей предсказывают положение отрыва. Расхождение в точке отрыва и конфигурации течения для данных моделей незначительное для трех рассмотренных отношений давлений на входе и выходе в сопло. Восстановление давления для данных моделей происходит достаточно быстро - со скоростью, хорошо согласующейся с экспериментальными данными. Учет сжимаемости по [149], аналогично случаю плоского сопла, приводит к улучшению точности для низкорейнольдсовых моделей $k-\omega$ [176] и $k-\omega-\mu_t$ [137]. Безотносительно к учету сжимаемости $k-\omega-\mu_t$ модель [137] приводит к более раннему положению отрыва по сравнению с базовой $k-\omega$ моделью [176]. Для рассмотренных низкорейнольдсовых моделей восстановление до давления окружающего пространства происходит чуть дальше, чем для приведенных высокорейнольдсовых моделей. Учет времени релаксации по моделям (1.21), (1.22) приводит к улучшению результатов (на рисунке не представлен), но с использованными в эксперименте с плоским соплом малыми значениями параметра $C_{\tau 2}$ улучшение оказывается не столь значительным и требуется увеличение $C_{\tau 2}$. Учет времени релаксации по модели (1.20) не приводится на рисунках в связи с тем, что в данном случае он не сказывается на результатах. Судя по различию в результатах для данных моделей между плоским и осесимметричным случаем можно предположить, что данные модели в недостаточной степени учитывают различие систем координат и нуждаются в корректировке на осесимметричность. Под обозначениями X_* и P_a следует понимать положение критического сечения и статическое давление в невозмущенном затопленном пространстве.

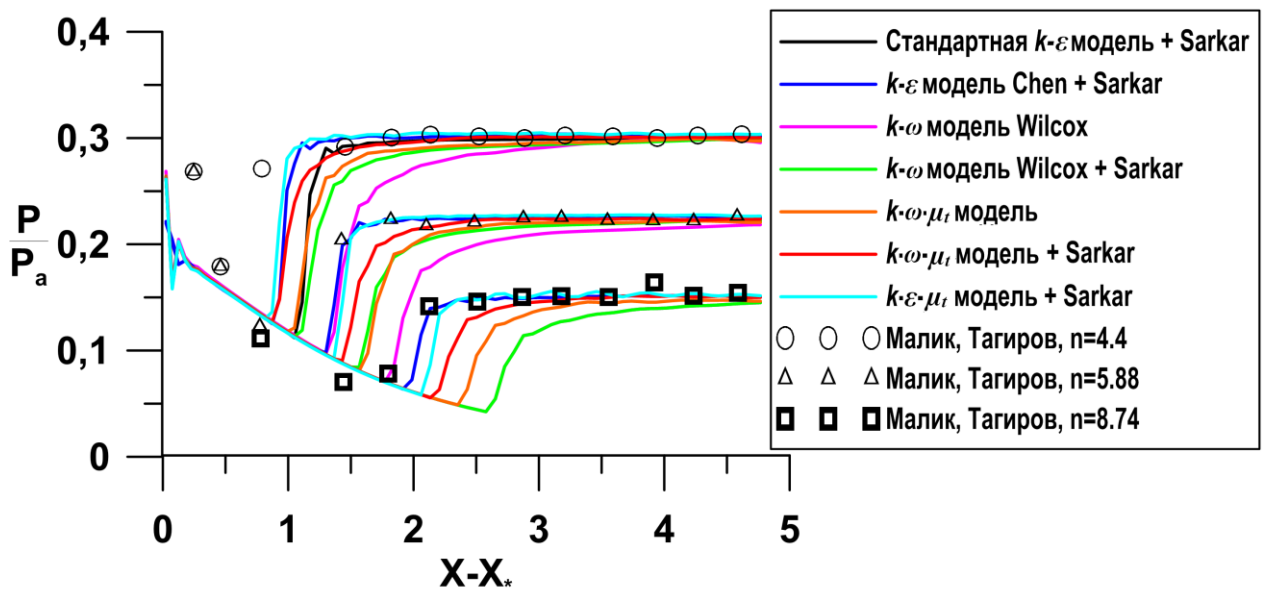


Рис. 3.19. Распределение статического давления вдоль осесимметричного сопла со сверхзвуковой конической частью с полууглом раствора 22.5 градуса. Символы соответствуют экспериментальным данным из статьи [57], линии – расчетам с использованием различных моделей турбулентности.

Как указано в работе [21], при проведении численного моделирования течений в узких конических соплах возникают трудности, связанные с близостью границы струи к стенке сопла. Это объясняется «размазыванием» контактных разрывов за счет схемной вязкости и приводит к неправильному восстановлению давления за отрывом [21]. Тем не менее, проведенное в текущем исследовании численное моделирование показывает, что релаксационная модель (1.23) справляется с данным видом течения на уровне лучшей модели турбулентности, указанной в работе [21]. Картина течения (рис.3.20) показывает, что и в данном случае формируется свободная струя, в которой четко видно два отражения косых ударных волн маховского типа с образованием характерных для данного типа отражения контактных разрывов позади тройных точек, а также нижнюю границу внешнего слоя смешения.

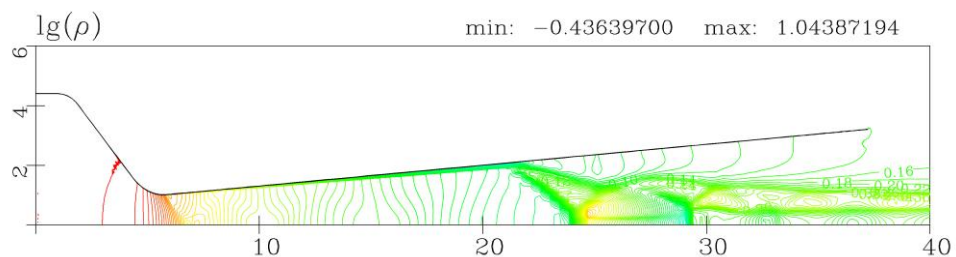


Рис. 3.20. Картина течения внутри осесимметричного сопла со сверхзвуковой конической частью с полууглом раствора 4 градуса. Поле модуля градиента плотности из расчета по $k-\epsilon-\mu_t$ модели (1.23) со сжимаемой диссипацией [149].

Экспериментальное распределение статического давления [57] говорит о том, что восстановление давления в рассматриваемом случае происходит вплоть до кромки сопла (рис.3.21). Проведенные расчеты для всех рассмотренных моделей завышают статическое давление вдоль стенки сопла на участке за отрывом потока от стенки и занижают длину отрывной области (рис.3.20, 3.21). Результаты подтверждают вывод о том, что для улучшения точности в рассматриваемом течении необходимо использовать большие значения параметра $C_{\tau 2}$ по сравнению со случаем плоского сопла. Аналогичный вывод можно сделать и для моделей (1.21) и (1.22), так как при проведении численного моделирования было установлено (на рисунках не отображено), что коэффициенты данных моделей, выбранные в случае плоского сопла, приводят к незначительному смещению точки отрыва.

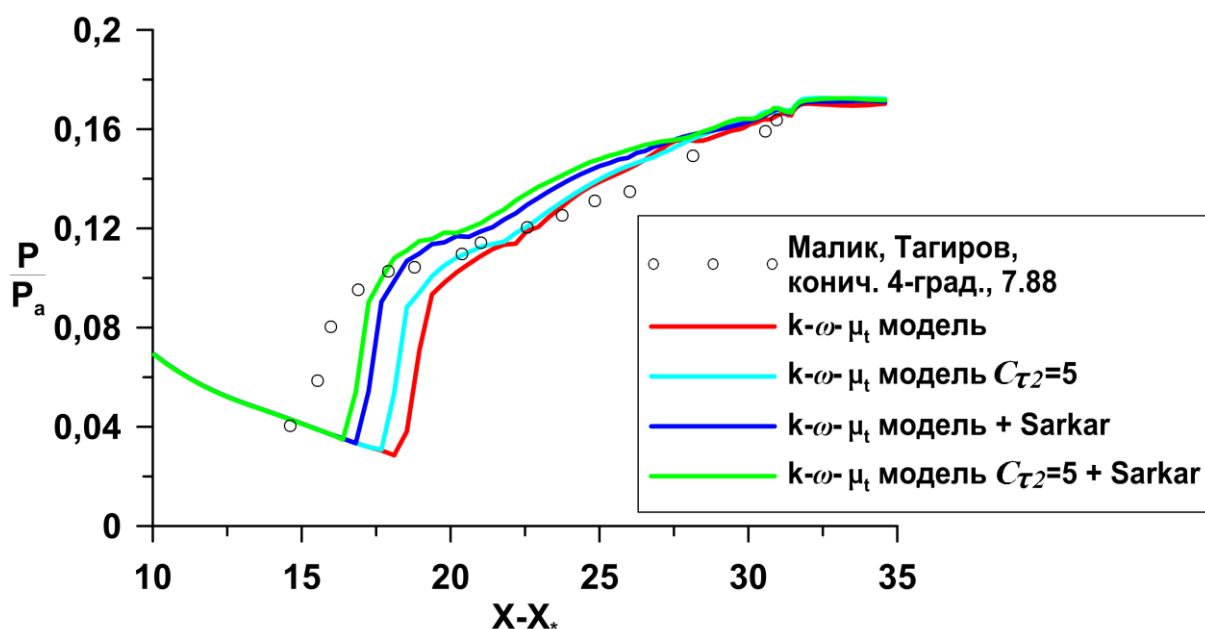


Рис. 3.21. Распределение статического давления вдоль осесимметричного сопла со сверхзвуковой конической частью с полууглом раствора 4 градуса. Символы соответствуют экспериментальным данным из статьи [57], линии – расчетам с использованием $k-\omega-\mu_t$ модели [137] и $k-\omega-\mu_t$ модели (1.20) с постоянной $C_{\tau 2}=5$ без учета сжимаемости и со сжимаемой диссипацией [149].

Сравнение статического давления вдоль стенки сопла для других моделей турбулентности показывает, что различие между $k-\varepsilon$ моделью Chen [90] и $k-\varepsilon-\mu_t$ моделью незначительное. Напомним, что $k-\varepsilon-\mu_t$ модель построена на основе «стандартной» $k-\varepsilon$ модели, также как и $k-\varepsilon$ модель Chen основана на «стандартной» $k-\varepsilon$ модели. По результатам работы [21] известно, что $k-\varepsilon$ модель Chen повышает точность «стандартной» $k-\varepsilon$ модели и оказывается в рассматриваемом классе течений

лучшей моделью турбулентной вязкости. Таким образом, очевидно, что предлагаемое в текущем исследовании релаксационное уравнение (1.23) позволяет повысить точность «стандартной» $k-\varepsilon$ модели лучше многих других моделей турбулентной вязкости. Учет сжимаемой диссипации привел к лучшему соответствию экспериментальным данным для $k-\omega$ и $k-\omega-\mu_t$ моделей (рис. 3.21, 3.22), а безотносительно к сжимаемой диссипации $k-\omega-\mu_t$ модель оказалась точнее $k-\omega$ модели.

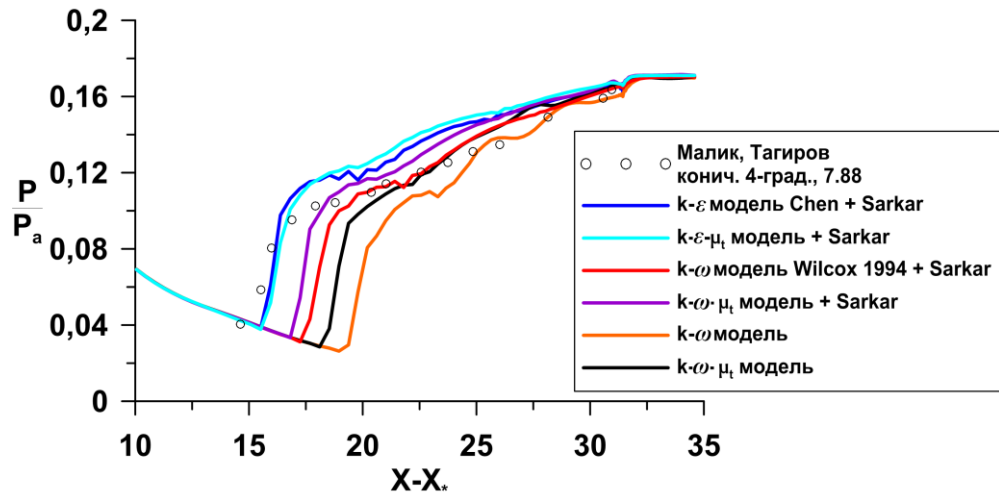


Рис. 3.22. Распределение статического давления вдоль осесимметричного сопла со сверхзвуковой конической частью с полууглом раствора 4 градуса. Символы соответствуют экспериментальным данным из статьи [57], линии – расчетам с использованием различных моделей турбулентности.

И последний тестовый случай касается профилированного сопла, спроектированного так, что в расчетном режиме течения воздуха по всему срезу сопла число Маха равно 4. Приведенные в текущем исследовании поле чисел Маха (рис. 3.23) и распределение статического давления вдоль стенки сопла (рис. 3.24) показывают, что релаксационные модели позволяют повышать точность предсказания точки отрыва и для рассматриваемого течения.

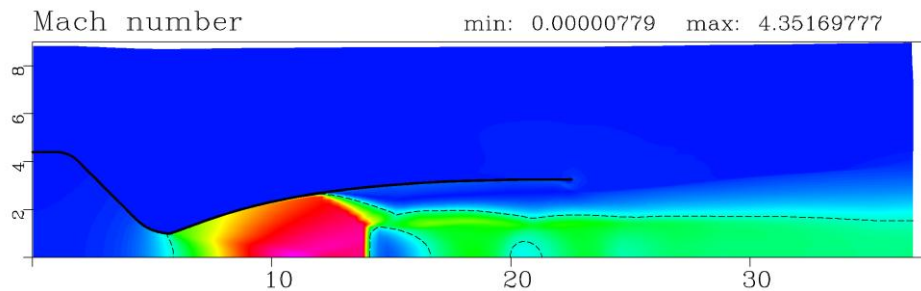


Рис. 3.23. Картина течения внутри осесимметричного сопла со сверхзвуковой профилированной частью. Поле модуля градиента плотности из расчета по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23) со сжимаемой диссипацией [149].

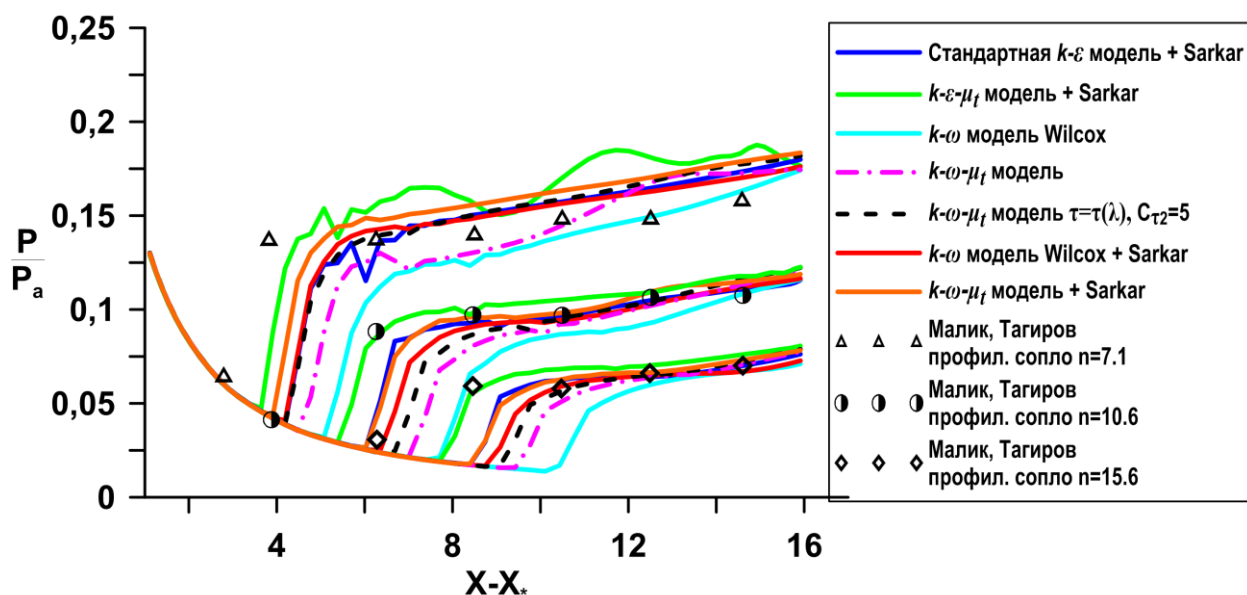


Рис. 3.24. Распределение статического давления вдоль осесимметричного сопла со сверхзвуковой профилированной частью. Символы соответствуют экспериментальным данным из статьи [57], линии – расчетам с использованием различных моделей турбулентности.

Таким образом, на примере осесимметричных конических и профилированных сопел с острой кромкой из работы [57] можно сделать следующий вывод. Рассматриваемые релаксационные модели (1.20), (1.21), (1.22), (1.23) и [137] и учет сжимаемой диссипации [149] позволяют улучшать предсказание положение отрыва для данного класса течений по сравнению с базовой двухпараметрической моделью и по сравнению с моделями без учета сжимаемой диссипации. Однако, коэффициенты $C_{\tau 2}$ моделей (1.20), (1.21), (1.22), выбранные на основе результатов моделирования течения внутри плоского сопла, оказались непригодны для течений в осесимметричных соплах (и должны быть больше). Вероятной причиной указанного несоответствия является недостаточный учет перехода от декартовой системы координат в цилиндрическую при построении трех вариантов дополнительного времени релаксации. Модель (1.23) не нуждается в дополнительных корректировках для данного случая.

Выводы по главе 3.

1. Рассмотрено течение внутри плоского сопла в режиме перерасширения. Для одного выбранного значения отношения $n=2.4$ давления на входе и выходе в сопло получены неизвестные коэффициенты в предложенных трехпараметрических $k-\omega-\mu_t$ моделях турбулентности с учетом зависимости времени релаксации в уравнении для

неравновесной турбулентной вязкости от характерных масштабов времени неравновесности турбулентности, градиента турбулентного давления и вязких эффектов. На основе полученного коэффициента проведено численное моделирование течения внутри плоского сопла для предложенных моделей при $n=2.0, 2.4, 3.0, 3.4, 5.4$. Сравнение результатов проведенного моделирования с экспериментальными данными показывает, что полученные модели улучшают предсказание точки отрыва по сравнению с $k-\omega$ моделью [176].

2. В ходе численного моделирования течения внутри плоского сопла в режиме перерасширения для $n=2.4$ получен неизвестный коэффициент в предложенной трехпараметрической $k-\varepsilon-\mu_t$ модели турбулентности. На основе полученного коэффициента проведено численное моделирование течения внутри плоского сопла для предложенных моделей при $n=2.0, 2.4, 3.0, 3.4, 5.4$. Сравнение результатов проведенного моделирования с экспериментальными данными показывает, что рассматриваемая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель улучшает или не ухудшает предсказание положения отрыва по сравнению со всеми рассмотренными моделями, в том числе и по сравнению с лучшей моделью турбулентной вязкости для рассматриваемого типа течения из работы [21].

3. Проведено численное моделирование течения внутри осесимметричного сопла с толстой стенкой, предложенного для тестирования моделей турбулентности на европейской конференции по аэрокосмическим наукам [164]. Показано, что использование $k-\varepsilon-\mu_t$ модели и $k-\omega-\mu_t$ модели без учета сжимаемости позволяет получить положение отрыва, близкое к наблюдаемому в эксперименте.

4. Рассмотрено течение внутри осесимметричных сопел с одинаковой дозвуковой частью и тремя различными сверхзвуковыми участками: два сопла с конической частью и полууглами раствора 4° и 22.5° соответственно и профилированной частью ([57; 21]). Показано следующее:

а) предложенные трехпараметрические релаксационные модели и учет сжимаемой диссипации [149] позволяют улучшать предсказание положения отрыва для рассмотренных течений по сравнению с базовой двухпараметрической моделью и по сравнению с моделями без учета сжимаемой диссипации;

б) коэффициенты предложенных вариантов $k-\omega-\mu_t$ моделей, выбранные на основе результатов моделирования течения внутри плоского сопла, оказались непригодны для течений в осесимметричных соплах;

в) предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель не нуждается в дополнительных корректировках для рассмотренных случаев.

ГЛАВА 4. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ ВБЛИЗИ СЖИМАЮЩЕГО УГЛА И ДВУМЕРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ВОЗДУХОЗАБОРНИКЕ.

Теория взаимодействия пограничного слоя в сверхзвуковом и гиперзвуковом потоке является достаточно разработанной областью благодаря трудам таких ученых как Черный Г.Г. [79], Нейланд В.Я. [62, 63, 64, 65, 66], Липатов И.И. [51, 52, 53], Боголепов В.В. [8, 9]. Тем не менее, указанная задача продолжает привлекать внимание в силу неточностей большинства вычислительных моделей при описании такого рода течений. Простейшим представителем подобного рода течений является течение вблизи сжимающего угла. В данном течении на простой геометрии проявляются основные свойства сверхзвуковых течений: возникновение ударных волн и их взаимодействие с пограничным слоем, приводящее к отрыву и появлению сложной картины течения. Ряд экспериментов, проведенных для исследования течения вблизи сжимающего угла, включен в обзор [155] и рекомендован для тестирования моделей турбулентности, предназначенных для высокоскоростных течений. Основные элементы структуры течения были описаны в работе [182] и продолжают исследоваться различными методами ([125, 85, 148, 80, 65, 66]). В соответствии с [182] к основным элементам относятся: усиление турбулентности ударными волнами в пограничном слое и во внешнем потоке, подавление турбулентности в веере волн разрежения, формирование нового пограничного слоя вблизи стенки в присоединенном течении, формирование вихрей Тейлора-Гёртлера, обратный переход в области отрыва вследствие благоприятного градиента давления и уменьшения локального числа Рейнольдса в обратном течении. В работе [10] было показано, что некоторые RANS модели, несмотря на нестационарные трехмерные эффекты, присущие данным течениям, могут адекватно предсказывать длины отрывов, газодинамическую структуру, статическое давление и коэффициент трения при сверхзвуковом обтекании двумерных ступенек. В работе [148] сказано, что существует проблема в прогнозировании течения вблизи сжимающего угла для гиперзвуковых течений рядом RANS моделей турбулентности. Поэтому решено исследовать поведение двухпараметрических и особенно трехпараметрических

моделей турбулентности [39, 40, 37, 117] для сверхзвуковых и гиперзвукового случаев, и рассмотреть более сложное двумерное течение – сверхзвуковое и гиперзвуковое течение в воздухозаборнике.

4.1. Сверхзвуковое турбулентное течение вблизи сжимающего угла.

В первом рассматриваемом случае [155] экспериментально исследовались четыре значения угла наклонной поверхности: 8° , 16° , 20° , 24° . Параметры набегающего потока: число Маха набегающего потока 2.85, число Рейнольдса на 1 м длины 7.3×10^7 , давление торможения 6.8 атм., температура торможения 268°К. На стенке задавались адиабатические граничные условия, толщина потери импульса при $x = -50.8$ мм равна 0.12 ($x=0$ соответствует положению угла). Расчет проводился для углов 16° , 20° , 24° , а длина пластины определялась по толщине потери импульса. Использовалась сетка 600×150 ячеек со сгущением к стенке. Горизонтальная пластина в данном течении имеет длину 136.7 см от края пластины и 138.7 см от начала расчетной области.

В отличие от отрывных течений в соплах, рассмотренных ранее, в данном случае реализуется ограниченный отрыв. Неправильный учет предыстории течения может приводить к значительным ошибкам в прогнозе средних параметров течения за отрывом, что в результате сказывается и на отрывной области. За областью отрыва слой смешения, обтекающий отрывной пузырь, присоединяется к стенке. Вслед за присоединением слоя на стенке начинает образовываться пограничный слой («релаксирующий» пограничный слой), параметры которого отличаются от параметров классического пограничного слоя. Процесс восстановления течения до классического обтекания с нулевым градиентом давления протекает в течение заметного периода времени. С другой стороны, параметры присоединившегося течения, в частности, статическое давление, непосредственно сказываются на размере и протяженности отрывного пузыря. В сверхзвуковых течениях отрывы сопровождаются образованием ударных волн различной интенсивности вблизи точек отрыва и присоединения, что сказывается на параметрах, с которыми слой смешения переходит в релаксирующий пограничный слой. В подверженном воздействию волн сжатия слое смешения резко увеличиваются параметры турбулентности, в том числе и временные масштабы (то есть масштабы времени передачи энергии вихрей в

процессе каскада). Поэтому правильное предсказание параметров турбулентности важно для получения средних гидродинамических и тепловых характеристик потока.

На рис. 4.1 дана качественная картина течения вблизи угла при достаточно большой величине угла: набегающий пограничный слой отрывается от пластины, образуется отрывной пузырь, присоединяющийся на наклонной части. От точек отрыва и присоединения отрывного пузыря отходят порожденные кривизной пузыря веера волн сжатия, сливающиеся в некоторой точке вдали от стенки с косою ударной волной, порожденной самим сжимающим углом.

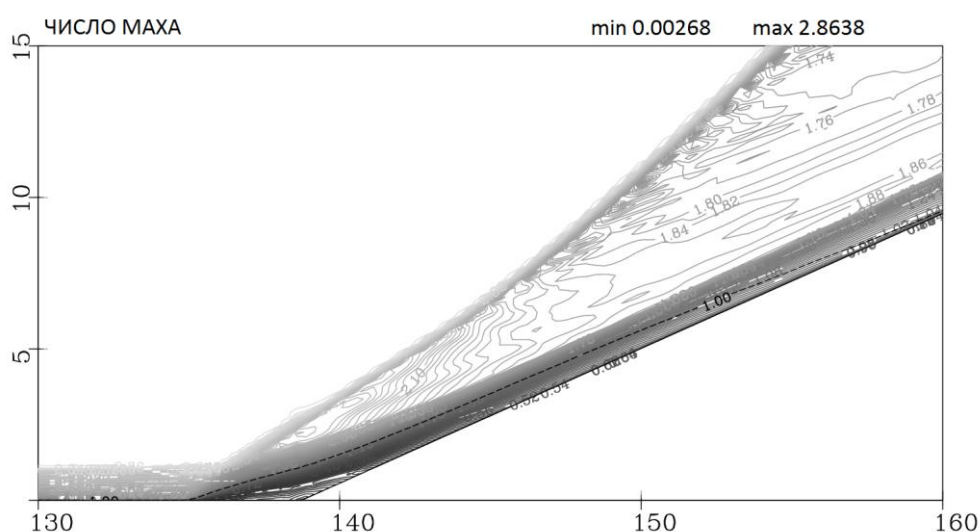


Рис.4.1. Поле числа Маха при обтекании сжимающего угла 24° [155].

В случае полностью присоединенного течения все модели турбулентности дают хорошее совпадение с экспериментальными данными по уровню статического давления на пластине, скорости восстановления давления и значению восстановленного давления. На рис. 4.2 показаны результаты расчетов на основе различных $k-\varepsilon$ моделей с учетом сжимаемости, $k-\omega$ и трехпараметрической модели. Видно, что в данном случае статическое давление, полученное по трехпараметрической модели (1.23), мало отличается от давления, полученного по базовой двухпараметрической «стандартной» $k-\varepsilon$ модели, для которой характерно чуть более быстрое восстановление давления по сравнению с $k-\omega$ моделью. При моделировании обтекания угла 20° наиболее точные результаты и по положению отрыва, и по наклону распределения давления до его полного восстановления дают RNG [178] и $k-\varepsilon$ модели Chen, Kim [91] (см. рис 4.3).

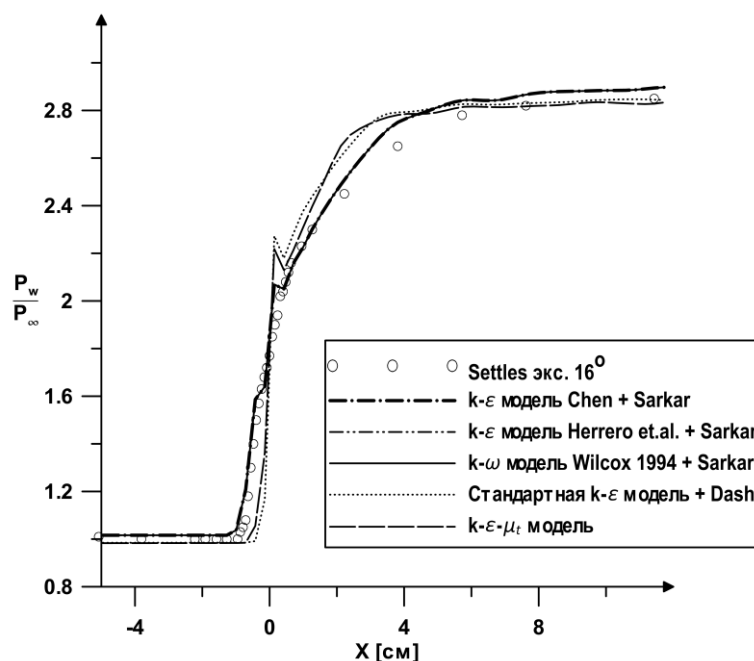


Рис. 4.2. Распределение статического давления вдоль стенки, сжимающий угол 16° [155].

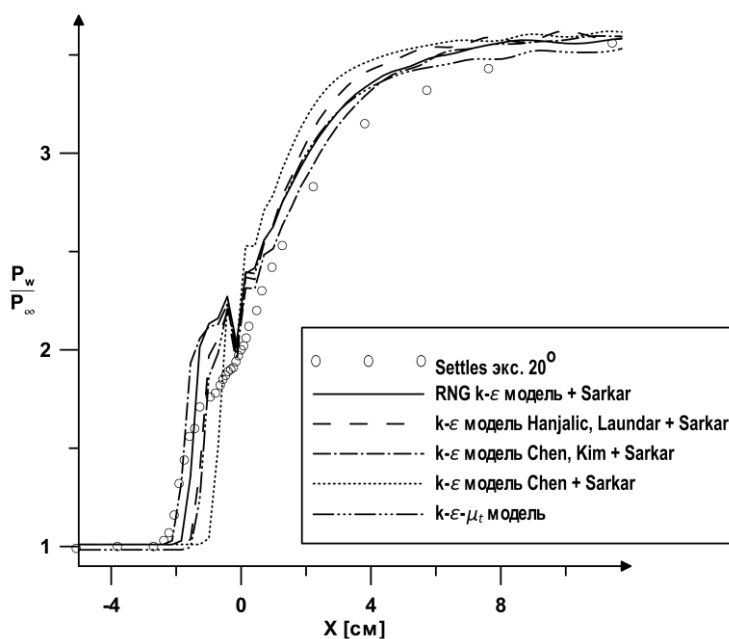


Рис. 4.3. Распределение статического давления вдоль стенки, сжимающий угол 20° [155].

Случай развитого отрывного течения с углом 24° приведен на рис. 4.4, где показаны результаты расчета с использованием трехпараметрических моделей. Видно, что данные модели турбулентности не лишены недостатков двухпараметрических моделей, но позволяют получать хорошее совпадение по длине отрывной зоны и уровню давления за отрывом. Восстановленное давление больше экспериментального, но оно согласуется со значением для невязкого случая.

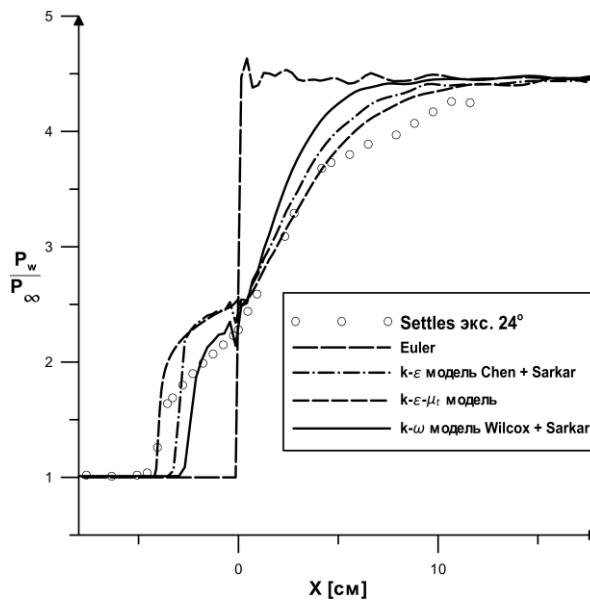


Рис. 4.4. Распределение статического давления вдоль стенки, сжимающий угол 24° [155], расчет по различным моделям турбулентности.

Сгущение сетки в продольном направлении (рис. 4.5) сказывается на положении отрыва и наклоне распределения давления на наклонной поверхности угла. Чем более густая сетка в продольном направлении, тем больше размер отрывной области. В данном случае для k - ϵ модели Chen [90] проводилось исследование влияния параметров набегающей турбулентности, значения постоянных, ограничивающих уровень диссипации и уровень неравновесности (то есть отношения порождения к диссипации), используемых ограничителей, используемого решателя задачи Римана, которое показало (на данных рисунках не приводится), что их влияние пренебрежимо мало.

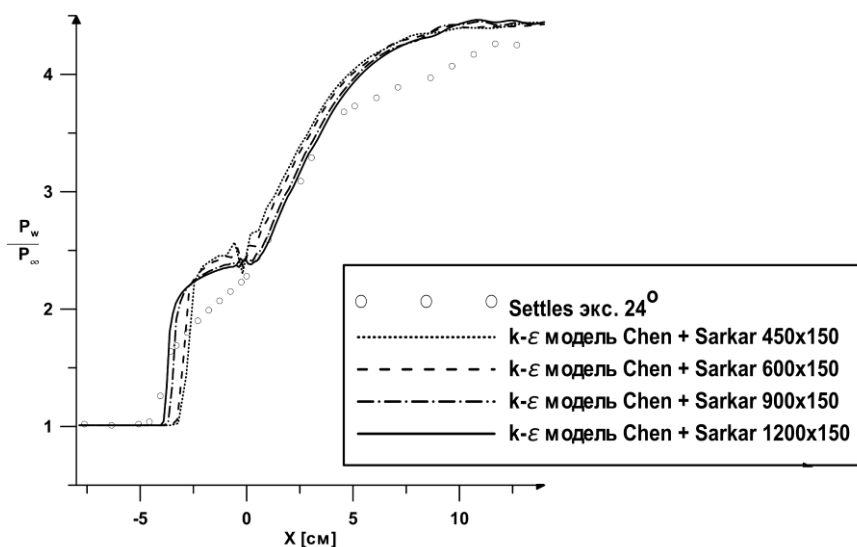


Рис. 4.5. Влияние сгущения сетки в продольном направлении на статическое давление вдоль стенки, 24° [155], k - ϵ модель Chen.

Сетки для показанных результатов с использованием высокорейнольдсовых моделей выбраны таким образом, чтобы безразмерное расстояние до стенки соответствовало логарифмическому подслою в большей части течения, в том числе и после присоединения слоя смешения. Безразмерное расстояние до стенки в первой пристеночной ячейке, полученное в ходе численного моделирования с использованием высокорейнольдсовых моделей представлено на рис. 4.6.

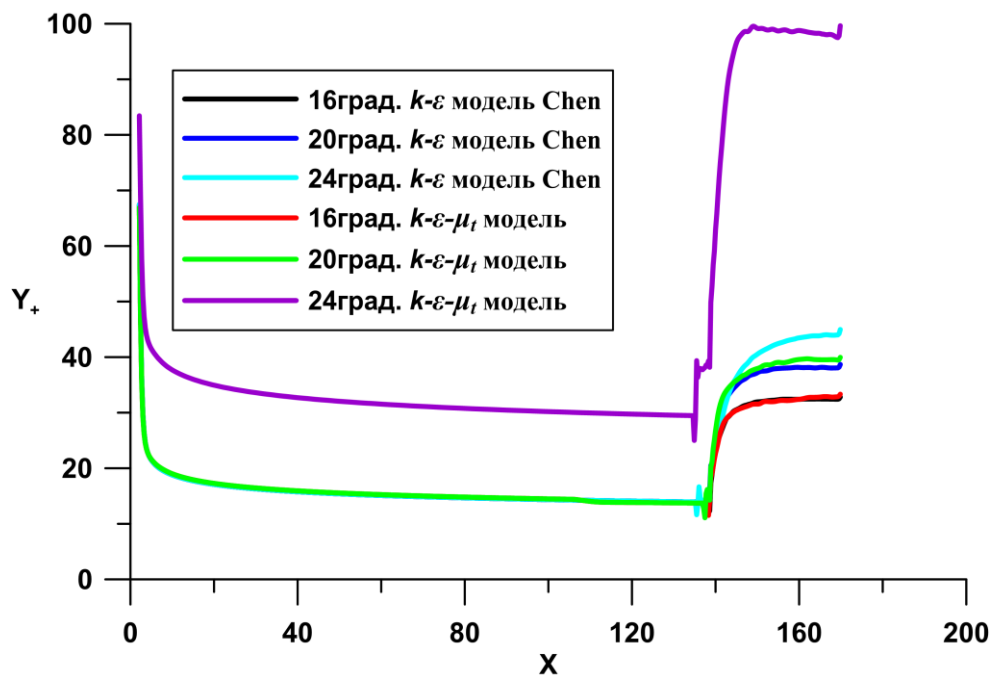


Рис. 4.6. Безразмерное расстояние до стенки при моделировании с использованием высокорейнольдсовых моделей.

Учет сжимаемой диссипации (рис. 4.7) существенно сказывается на положении отрыва и скорости восстановления давления на наклонной поверхности угла. Наилучшим образом проявили себя модели сжимаемой диссипации Sarkar [149], Dash [95], что согласуется с выводами работы [20], где данные модели сжимаемой диссипации отмечены как лучшие для сверхзвуковых струй и отрывных течений в соплах. В данном случае для $k-\varepsilon$ модели Chen [90] проводилось исследование влияния параметров набегающей турбулентности, значения постоянных, ограничивающих уровень диссипации и уровень неравновесности (то есть отношения порождения к диссипации), используемых ограничителей, используемого решателя задачи Римана, которое показало (на данных рисунках не приводится) что их влияние пренебрежимо мало.

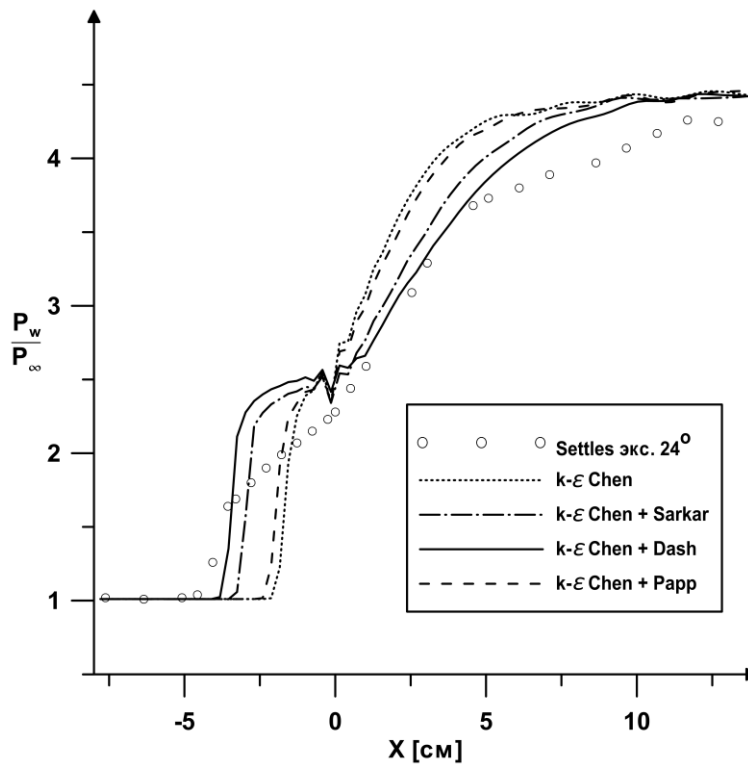


Рис. 4.7. Влияние модели сжимаемой диссипации на статическое давление вдоль стенки, 24° [155], $k-\epsilon$ модель Chen.

Сравнение статического давления вдоль нормали к стенке, полученного по наилучшей высокорейнольдсовой $k-\epsilon$ модели Chen, которая даёт наиболее приемлемые результаты, и трехпараметрической $k-\epsilon-\mu_t$ модели, приводится на рис. 4.8. Видно, что результаты моделирования довольно заметно отличаются от экспериментальных данных, как внутри области отрыва, так и после присоединения течения.

Давление вблизи стенки завышено для обеих моделей почти во всех точках вблизи отрыва, где проводились измерения, за исключением точки $x=-0.0305\text{м}$, что может быть связано с запаздыванием отрыва. Трехпараметрическая модель в области отрыва (графики от $x=-0.0305\text{м}$ до $x=0.0102\text{м}$) удовлетворительно воспроизводит положение области с наибольшим градиентом давления по сравнению с $k-\epsilon$ моделью Chen; и после точки присоединения трехпараметрическая модель несколько снижает точность, но остается точнее двухпараметрической модели.

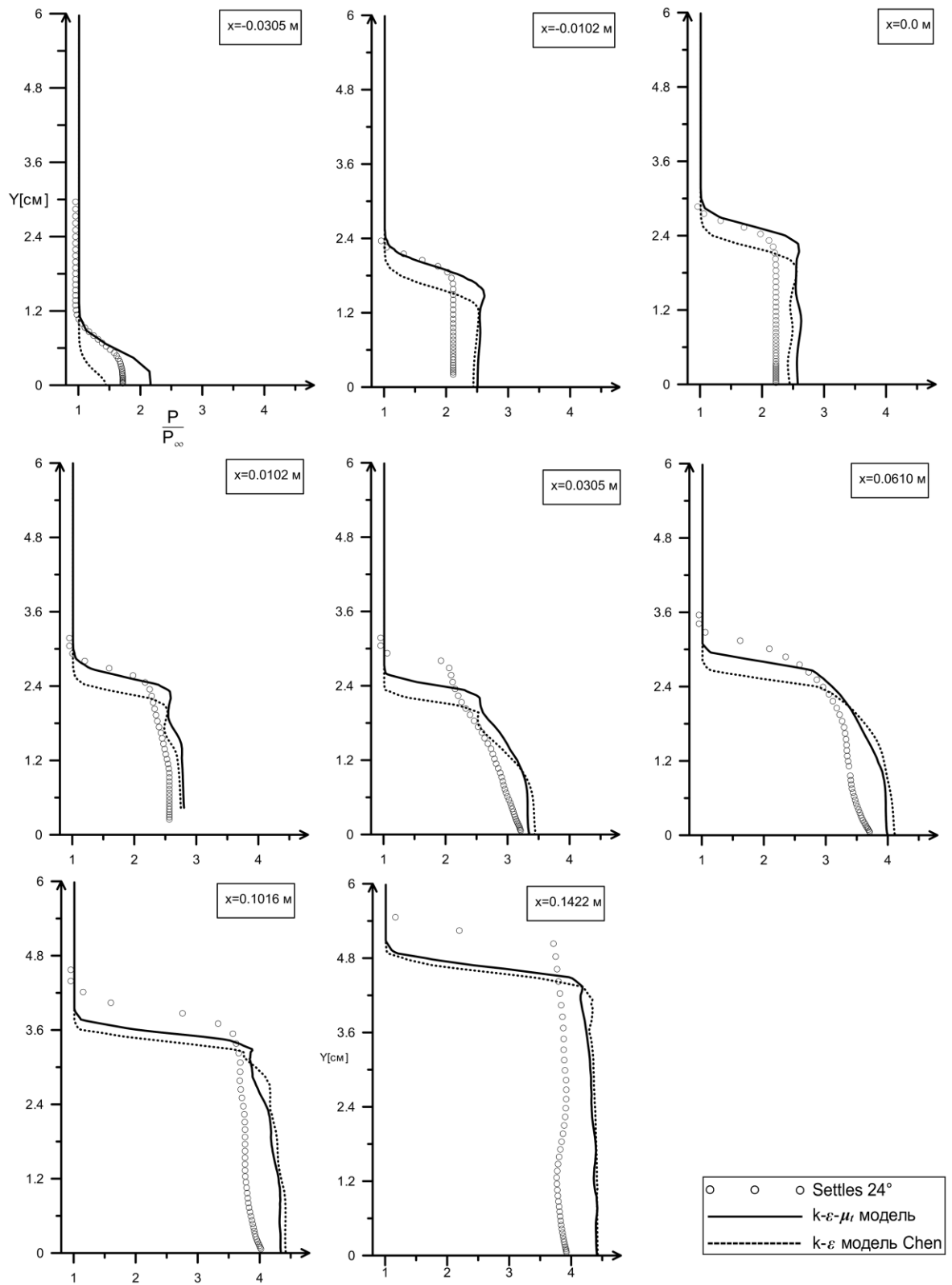


Рис. 4.8. Распределение статического давления вдоль нормали к стенке, $k-\epsilon$ модель Chen и $k-\epsilon-\mu_t$ модель.

4.2. Сверхзвуковое турбулентное течение вблизи двумерной ступеньки с наклонной наветренной гранью.

Рассмотрим другой вариант сверхзвукового течения, содержащего сжимающий угол ([10; 154]). Геометрия, использованная в текущем моделировании состоит из горизонтальной пластины, параллельная набегающему потоку, последующей небольшой наклонной части с углом 25° , продолжающейся параллельной к набегающему потоку пластиной, создающей локальное разрежение потока. Длина наклонной части в данном варианте составляла 3.22 см. В расчете использовались адиабатические граничные условия на стенке. Число Маха набегающего потока 2.88, число Рейнольдса на 1 м длины 3.24×10^7 , давление торможения $4,22 \text{ кг/см}^2$, температура торможения 294 К, рабочее тело - воздух. На входной границе ставились условия равномерного сверхзвукового потока, на верхней границе ставились условия свободного входа, а на задней границе неотражающие граничные условия.

На рис. 4.9 показано сравнение статического давления для трехпараметрических релаксационных моделей. Видно, что низкорейнольдсовая $k-\omega-\mu_t$ модель [137] в данном случае точнее предсказала скачок статического давления, положение отрыва в отличие от высокорейнольдсовой $k-\varepsilon-\mu_t$ модели, значительно (порядка 25%) занижающей рост давления и предсказывающей более ранний отрыв, чем в эксперименте. На рис. 4.10 показано статическое давление поперек потока вблизи отрыва, полученное по $k-\omega-\mu_t$ модели, отнесенное к своему локальному значению вблизи стенки.

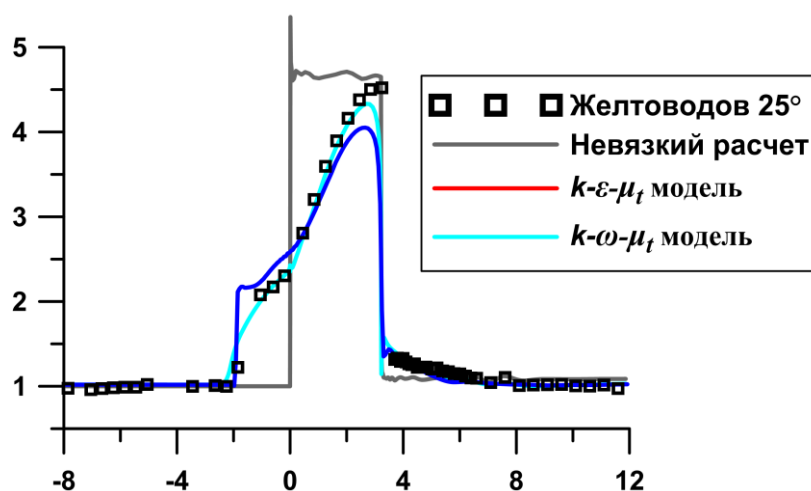


Рис. 4.9. Статическое давление вдоль стенки сопла. Расчет по модели – красная кривая, по модели - синяя кривая, эксперимент [10] – символы.

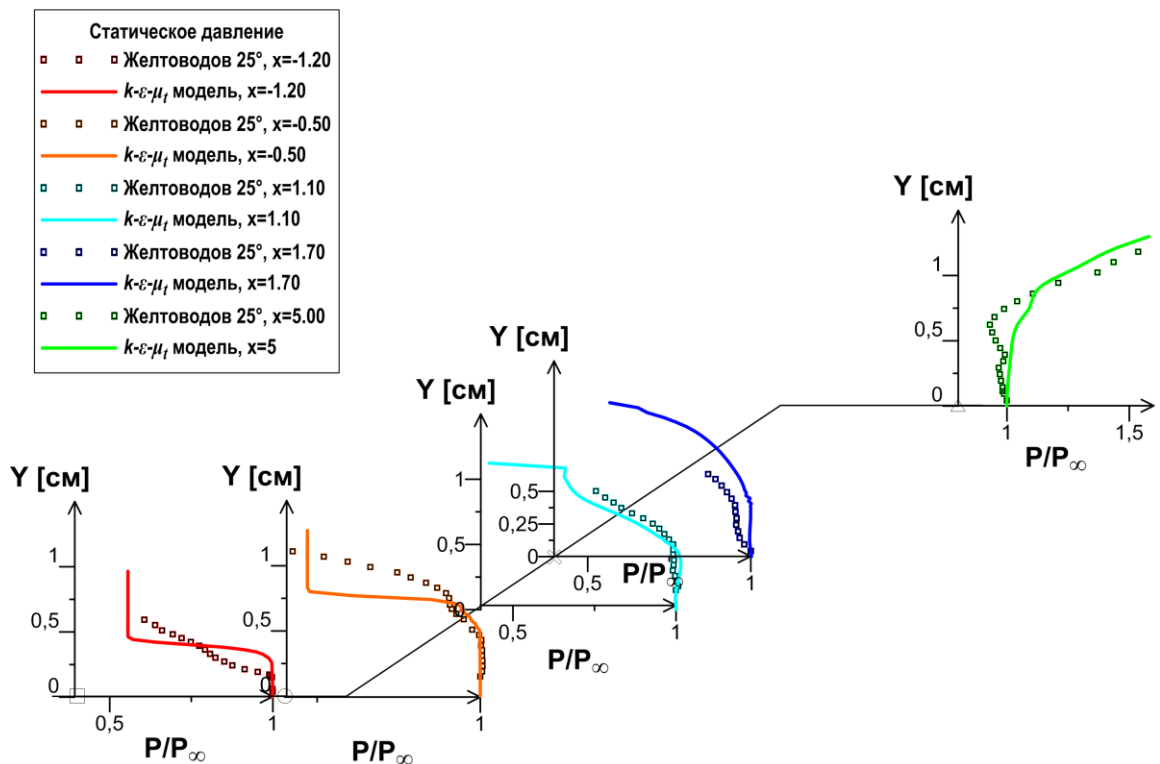


Рис. 4.10. Статическое давление вблизи отрыва. Символы соответствуют эксперименту [10]. Результаты расчета получены с применением $k-\omega-\mu_t$ модели [137] (символы соответствуют эксперименту).

4.3. Гиперзвуковое турбулентное течение вблизи сжимающего угла.

В третьем расчетном случае используются данные работ [98, 93], в которых исследовались четыре значения углов наклонной поверхности: 15° , 30° , 34° , 38° . В работе [98] представлены результаты измерения статического давления, а в работе [93] тепловых потоков. Параметры течения: число Маха набегающего потока 9.22, число Рейнольдса на 1 м длины 4.7×10^5 , температура торможения 1070°K , $T_\infty = 64.5^\circ\text{K}$, изотермическая стенка с температурой 295°K , рабочее тело - азот. Длина пластины до угла равна 56 см (от начала расчетной области до угла 58 см). Расчеты проводились для углов 15° , 38° на сетке 300×100 ячеек со сгущением к стенке.

Безотрывное течение (рис. 4.11) большинство рассмотренных моделей турбулентности описывают достаточно точно. Отрывное течение представляет большой интерес с точки зрения проверки моделей турбулентности. В [148] отмечалось, что область взаимодействия близка к точке перехода и это приводит к сильной зависимости длины области отрыва от числа Рейнольдса по сравнению с равновесными турбулентными пограничными слоями, которые требуют, чтобы

области между точкой перехода и областью взаимодействия была порядка 50-100 толщин пограничного слоя.

На рис. 4.12-4.13 приведена качественная картина течения в форме полей чисел Маха и логарифма статического давления, полученные в случае угла 38° с использованием трехпараметрической модели. Звуковая линия столь близка к стенке, что в данном масштабе едва заметна, в отличие от сверхзвукового случая (рис. 4.1), где от области отрыва и по большей части наклонной плоскости она хорошо видна (пунктир). Косая ударная волна, порождаемая в точке отрыва, сильно прижимаются к отрывному пузырю и не визуалью плохо различима. Слияние веерообразных волн сжатия и ударной волны происходит близко к стенке, что приводит к большим градиентам давления вблизи стенки.

В соответствии с терминологией работы [26] отрыв вблизи угла 38° можно отнести к развитому отрыву, где сформировалось «плато» давления, то есть изобарическое течение внутри отрывного пузыря на горизонтальной пластине.

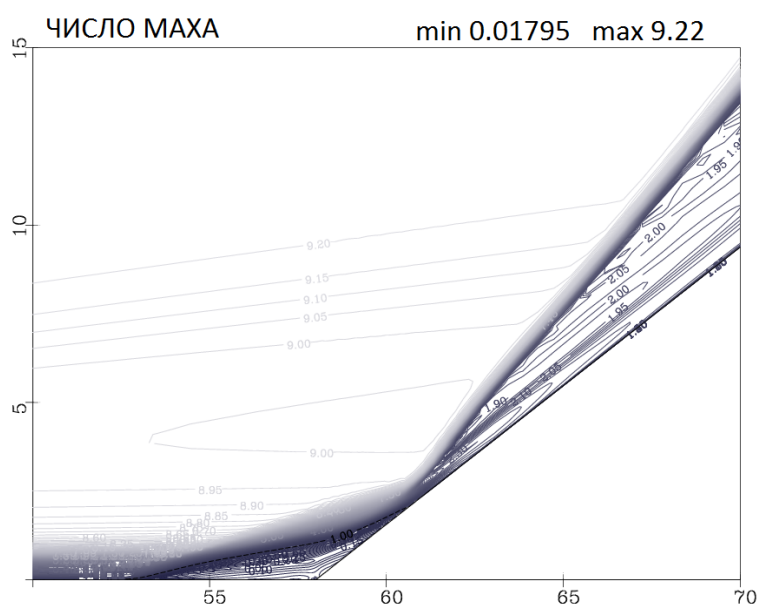


Рис. 4.12. Поле числа Маха [98, 93], k - ϵ - μ_t модель.

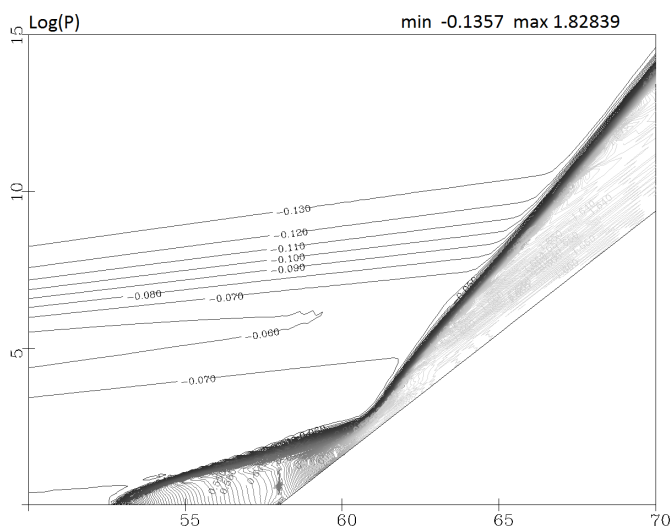


Рис. 4.13. Поле логарифма статического давления [98, 93], $k-\varepsilon-\mu_t$ модель.

На рис. 4.14 приведены распределения статического давления, полученные с использованием $k-\omega$ модели Wilcox [176] со сжимаемой диссипацией Dash [95] и $k-\varepsilon$ модели для низких чисел Рейнольдса Herrero J. [108] со сжимаемой диссипацией Sarkar. Видно, что и уровни давления, и градиент давления согласуются с экспериментом, но длина отрывной области довольно значительно завышена. Следует отметить, что большинство исследовавшихся низкорейнольдсовых моделей турбулентности приводят к высокой чувствительности течения к некоторым особенностям моделей, в частности, к учету сжимаемой диссипации.

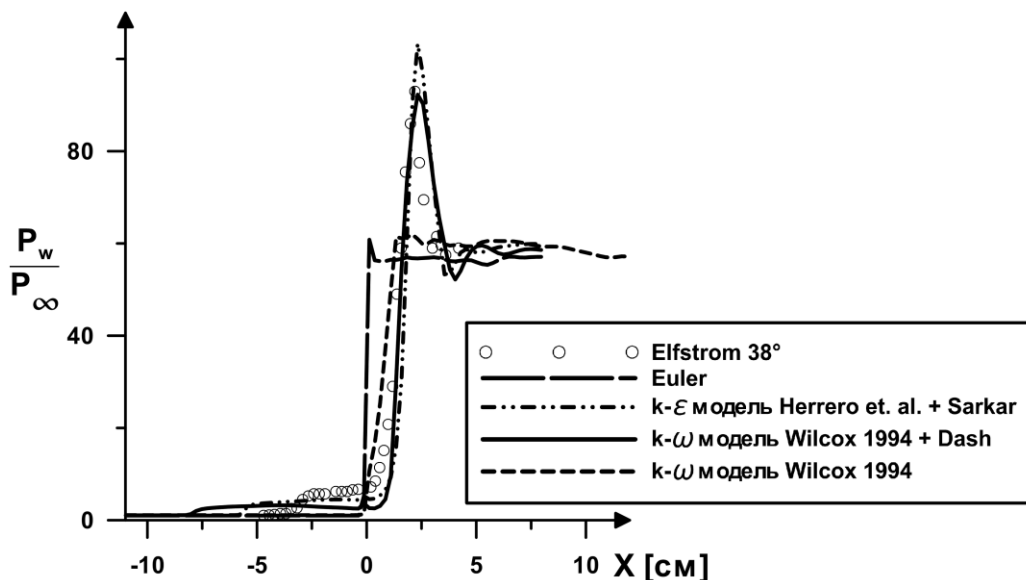


Рис. 4.14. Статическое давление вдоль стенки 38°, [98, 93], низкорейнольдсовые модели.

Для гиперзвукового течения градиенты, присущие течению, приводят к появлению областей сильного сжатия потока. В таких областях появляется особенная

необходимость сгущения расчетной сетки по сравнению со случаями меньших чисел Маха, так как иначе часть течения попадет в логарифмический подслой, а часть в вязкий. Данные рассуждения относятся к моделированию с использованием высокорейнольдсовых моделей турбулентности. В рассматриваемом случае возникла необходимость адаптации сетки в окрестности отрыва, а именно дополнительное сгущение вблизи точки присоединения. На рис. 4.15 показаны распределения y^+ в первой ячейке сетки для двух вариантов сетки, в первом из которых поперечный размер пристеночной ячейки $\Delta y_{min}=0.006$ постоянный по всей области, а во втором размер ячейки $\Delta y_{min}=0.04$ постоянный на пластине и постепенно уменьшается приблизительно в 10 раз вплоть до точки присоединения. Второй вариант сетки позволяет обеспечить приемлемое значение y^+ в первой ячейке сетки в интересующей области – области присоединения слоя смешения, обтекающего отрывную область, к стенке и позволяет незначительно уменьшать y^+ на пластине.

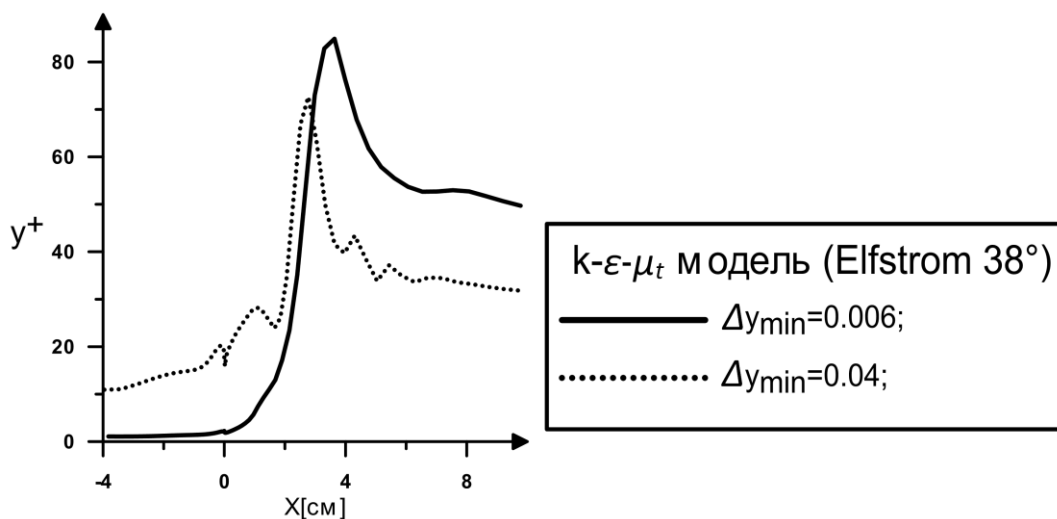


Рис. 4.15. Распределение безразмерного расстояния до стенки y^+ , [98, 93], $k-\varepsilon-\mu_t$ модель, два варианта сетки. Сплошная кривая соответствует сетке без дополнительной адаптации к значению y^+ (первая ячейка постоянной высоты); пунктир – сетке с переменной высотой пристеночной ячейки.

На рис. 4.16 представлено статическое давление, рассчитанное по высокорейнольдсовым моделям турбулентности. Видно, что трехпараметрической $k-\varepsilon-\mu_t$ модель достаточно точно предсказывает значение давления в отрывном пузыре, приводит к более раннему отрыву и более позднему скачку давления, в то время как $k-\varepsilon$ модель Chen [90], напротив, приводит к позднему отрыву и занижает значение скачка давления (рис. 4.16). Сочетание данных моделей, в отличие от течения внутри плоского сопла, в данном случае не приводит к улучшению результатов. По

сравнению со «стандартной» $k-\varepsilon$ моделью предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель значительно лучше предсказывает точку отрыва потока от стенки, и восстановление давления за отрывом.

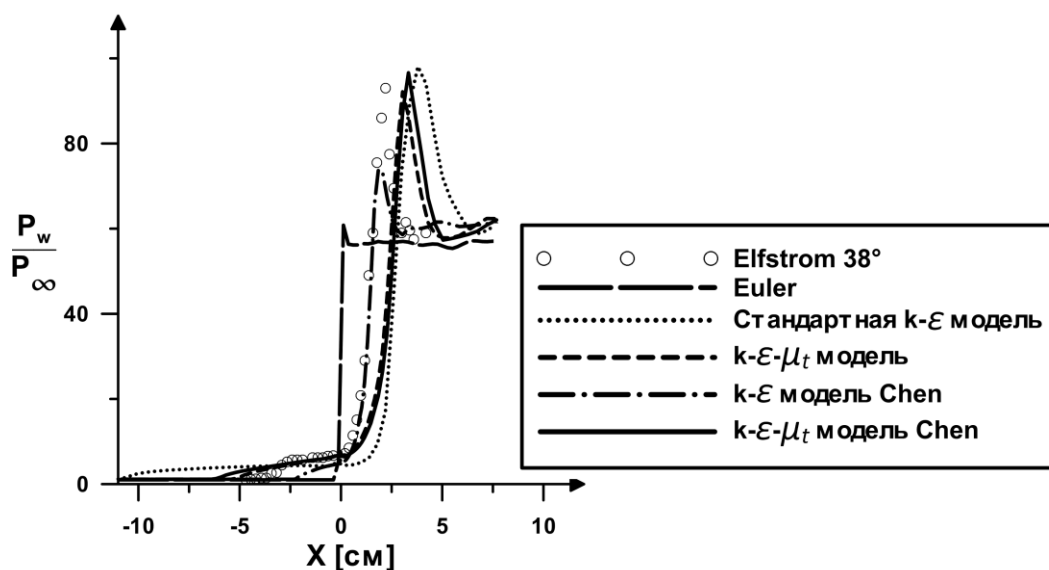


Рис. 4.16. Статическое давление вдоль стенки 38° [98, 93], высокорейнольдсовые модели.

Таким образом, проведенное численное моделирование показало, что для получения средних параметров течения в случае сверхзвукового и гиперзвукового течения вблизи сжимающего угла достаточно использовать двух и трехпараметрические модели турбулентности. Низкорейнольдсовые модели трудно использовать в случае гиперзвукового обтекания, так как требования к размеру пристеночной ячейки приводят к значительному времени счета с использованием явных схем. Для низкорейнольдсовых моделей необходимо учитывать сжимаемую диссипацию. Среди рассмотренных вариантов низкорейнольдсовых моделей как в случае сверхзвукового, так и в случае гиперзвукового обтекания сжимающего угла лучшими оказались предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель без учета сжимаемости и $k-\varepsilon$ модель Chen с учетом сжимаемости. При проведении численного моделирования гиперзвукового течения с использованием высокорейнольдсовых моделей потребовалась дополнительная адаптация сетки к значению безразмерного расстояния до стенки в пристеночной ячейке.

4.4. Сверхзвуковое и гиперзвуковое течение в воздухозаборнике.

Течение в сжимающем угле имеет непосредственное отношение к сверхзвуковым и гиперзвуковым течениям в воздухозаборнике. Поэтому после применения трехпараметрических $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23) и $k-\omega-\mu_t$ модели к течению в сжимающем угле решено смоделировать течения в воздухозаборниках из литературы. Несмотря на огромное количество работ по данной тематике, найти статьи с полностью описанными экспериментальными данными не удалось. Из рассмотренных статей нашлось две работы ([107, 127]), имеющие дело с двумерными течениями в воздухозаборниках, содержащими относительно полный набор экспериментальных данных и рассмотренные в текущем исследовании. Для данных тестовых вариантов проведено численное моделирование течения, выполненное с помощью трехмерного кода на сетках, состоящих из нескольких псевдоструктурированных блоков в двумерной постановке (с одной ячейкой в направлении Z и условиями симметрии на соответствующих границах).

Сверхзвуковое течение в воздухозаборнике [107].

Проведенное численное моделирование основано на данных статьи [107]. Выбран один вариант геометрии воздухозаборника, представленный на рис. 4.17, на котором изображена геометрия расчетной области. Число Маха набегающего потока составляет 2.5, температура торможения 295 К, давление торможения 5.6 бар, число Рейнольдса на единицу длины $5,07 \cdot 10^7$, рабочее тело – воздух ($\gamma = 1.4$).

При проведении численного моделирования геометрия расчетной области выбиралась из соображения, что в случае запираания течения в воздухозаборнике не происходило запираание всего канала. Стенки воздухозаборника принимались адиабатическими и на них ставились условия прилипания. Остальные стенки канала считались стенками с проскальзыванием. На все трех частях правой границы ставились условия выходного потока, причем на верхней и нижней части давление принималось равным $0.9695 \cdot P_{in}$, где P_{in} - давление набегающего потока (так как сопло на выходе в эксперименте поддерживает разрежение в камере для предотвращения запираания течения внутри установки). В средней выходной части расчетной области (на выходе из канала воздухозаборника) принималось давление

$1.31 \cdot P_{in}$, что было принято из представленных экспериментальных значений (приближенно, так как течение на выходе из канала не является равномерным).

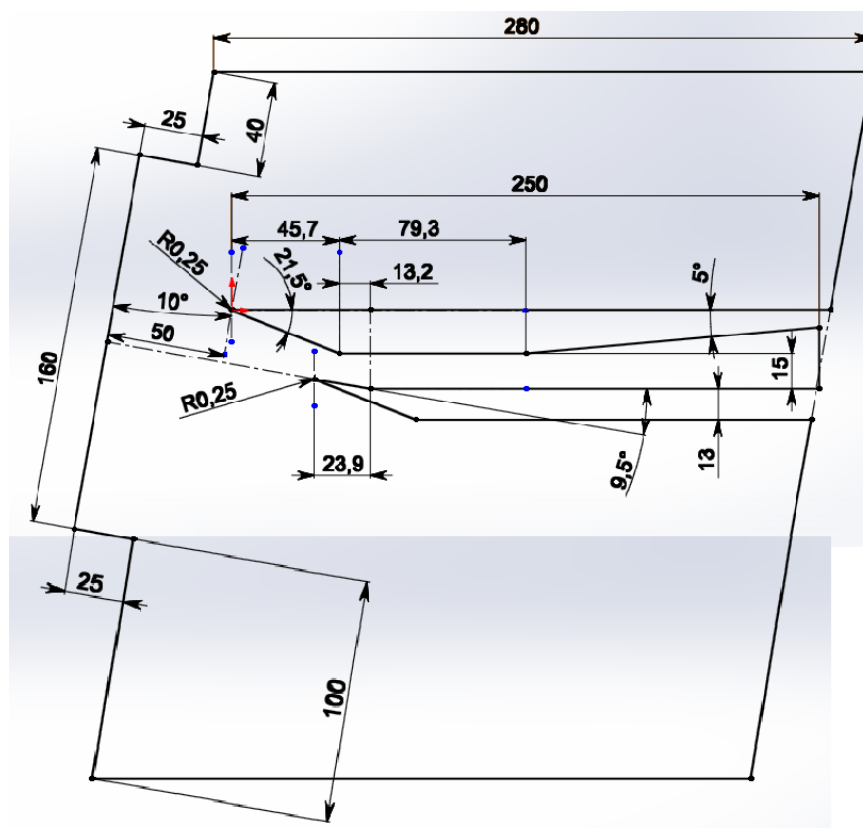


Рис. 4.17. Эскиз расчетной области, размеры даны в мм.

Угол атаки набегающего потока, указанный в эксперименте, составляет 10° . По идеальной теории обтекания клина и приведенных в эксперименте данных получается значение угла атаки 8° , поэтому в ходе численного моделирования было принято решение использовать значение угла атаки 8° . При моделировании использовались скругленные кромки.

Расчетная сетка содержала 64800 расчетных ячеек со сгущением (различным для для $k-\omega-\mu_t$ и $k-\varepsilon-\mu_t$ моделей) к стенкам внутренней части воздухозаборника и кромкам (рис. 4.18).

Картина течения, представленная полем модуля градиента плотности, показывает сложную ударно-волновую структуру (рис. 4.19). Использование скругления у носика привело к появлению отошедших головных ударных волн у кромок. Как и указано в эксперименте, ударная волна от первой кромки не попадает в точности на кромку нижнего контура воздухозаборника. Поэтому нижняя кромка обтекается потоком с меньшим числом Маха и большим давлением сравнению с параметрами набегающего

потока. Образовавшаяся на нижней кромке ударная волна попадает внутрь канала и взаимодействует с веером волн разрежения, идущего от тупого угла верхней части воздухозаборника. За веером волн разрежения на верхней кромки под воздействием падающей ударной волны образуется отрыв пограничного слоя, и падающая ударная волна от кромки нижней части воздухозаборника отражается от границы области отрыва. Возникает и ударная волна, идущая от точки присоединения на верхней части воздухозаборника. Хорошо виден скачок, порождаемый углом сжатия нижней части воздухозаборника. Все перечисленные волны отражаются от границ пограничного слоя и образуют сложную ударно-волновую картину внутри канала (рис. 4.21). Поле числа Маха (рис. 4.20) показывает, что на верхней части воздухозаборника образуется ощутимый отрыв, и далее после присоединения реализуется безотрывное обтекание. За исключением пристеночной области и области отрыва, всюду в канале реализуется сверхзвуковое течение.

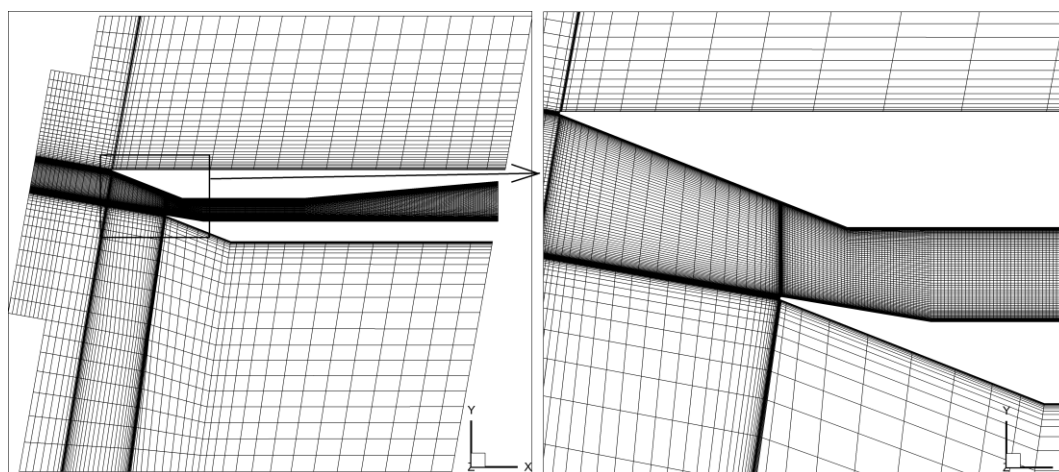


Рис. 4.18. Расчетная сетка со сгущениями к кромкам и стенкам.

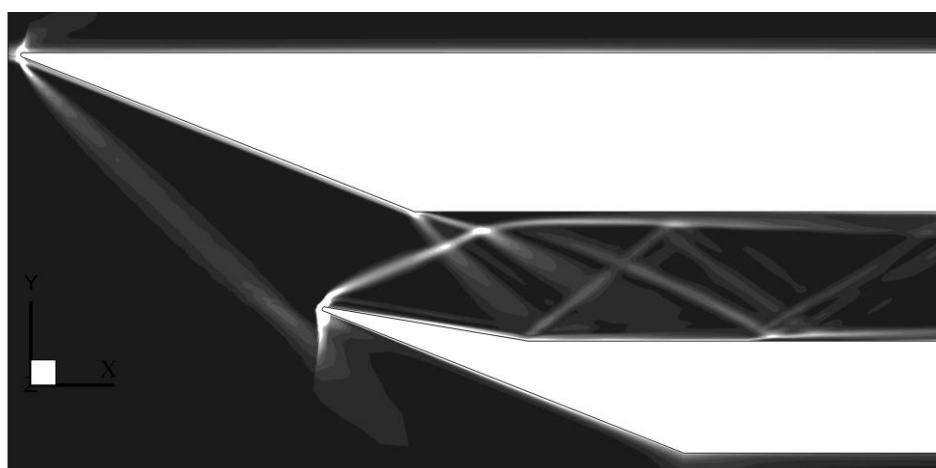


Рис. 4.19. Модуль градиента плотности в расчете с использованием $k-\omega-\mu_t$ модели [137].

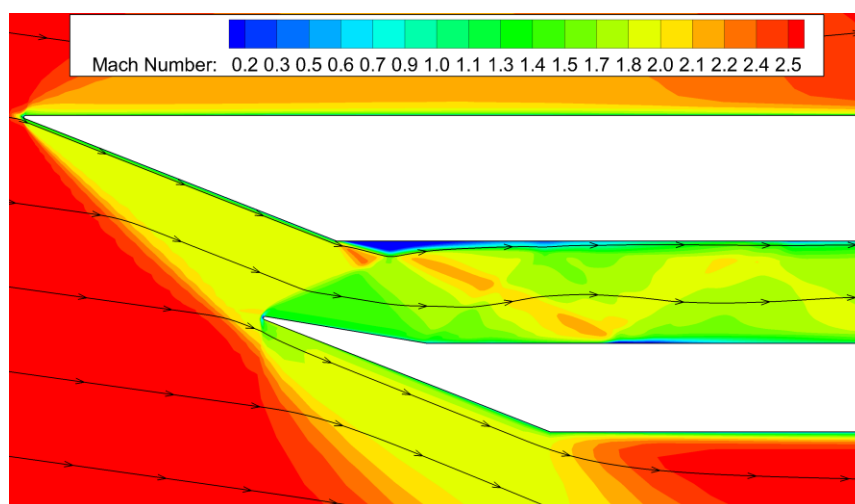


Рис. 4.20. Поле числа Маха в расчете с использованием $k-\omega-\mu_t$ модели [137].

Сравнение шлирен-фотографии с результатами численного моделирования показывает (рис. 4.21), что картина течения воспроизведена с хорошей точностью и не происходит расхождения по положению отраженных скачков на протяжении всего течения в канале. Сравнение производится по $k-\omega-\mu_t$ модели, но и аналогичное сопоставление результатов по $k-\varepsilon-\mu_t$ модели показывает, что картина течения не уступает результатам по $k-\omega-\mu_t$ модели.

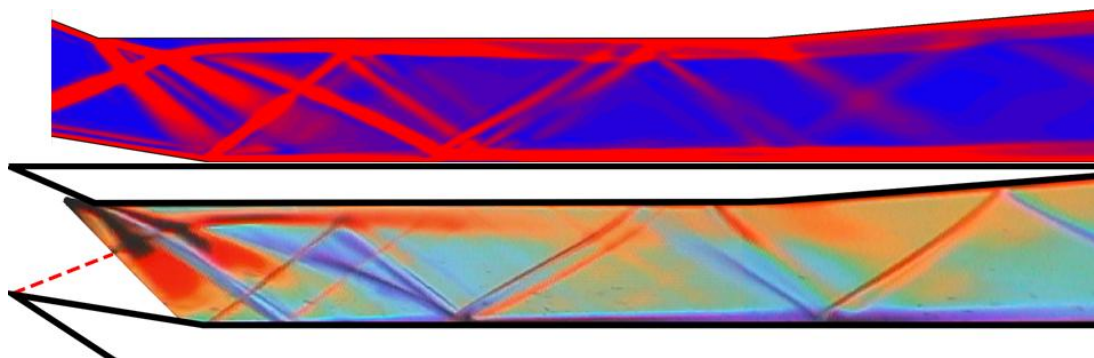


Рис. 4.21. Сравнение цветной шлирен-фотографии внутри канала из эксперимента [107] и поля модуля градиента плотности расчета с использованием $k-\omega-\mu_t$ модели [137].

Статическое давление на верхней (рис. 4.22 а) и нижней (рис. 4.22 б) поверхностях воздухозаборника указывает на количественное соответствие экспериментальным данным в пределах погрешности как для $k-\varepsilon-\mu_t$, так и для $k-\omega-\mu_t$ моделей. Видно, что давление на наклонной части нижней поверхности в 1.3 раза превосходит максимальное значение давления в канале, так как на данном участке течения происходит самое сильное сжатие потока.

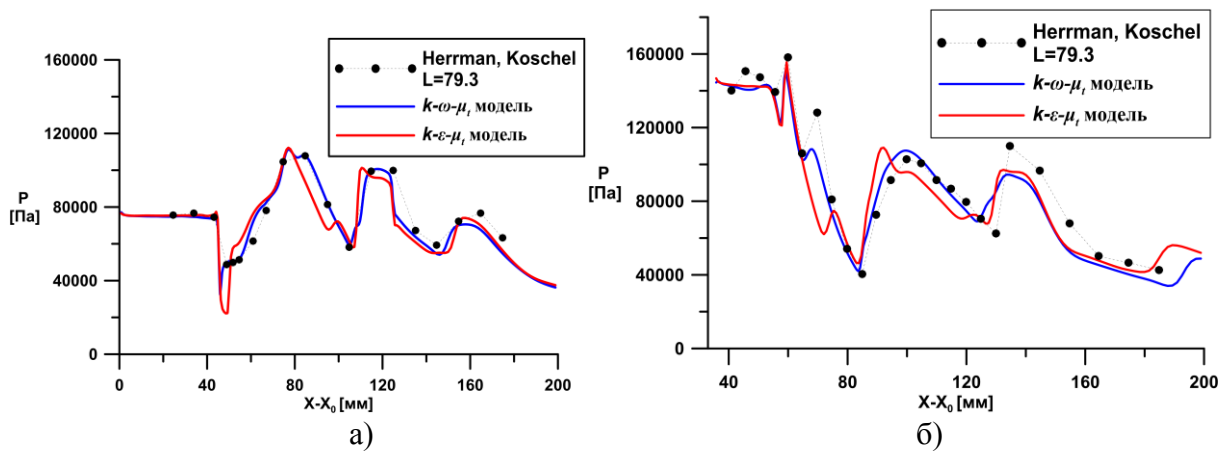


Рис. 4.22. Распределение статического давления а) по верхней поверхности (гапр); б) по нижней поверхности воздухозаборника.

Безразмерное расстояние до стенки в первой пристеночной ячейке в проведенном численном моделировании (рис. 4.23) показывает, что высокорейнольдсовая и низкорейнольдсовая модели на указанных сетках соответствуют требуемым ограничениям и результатам моделирования можно верить. Как видно, в области сильного сжатия безразмерное расстояние до стенки несколько больше, чем внутри канала, потому для больших чисел Маха в данной области требуется большее сгущение к стенке.

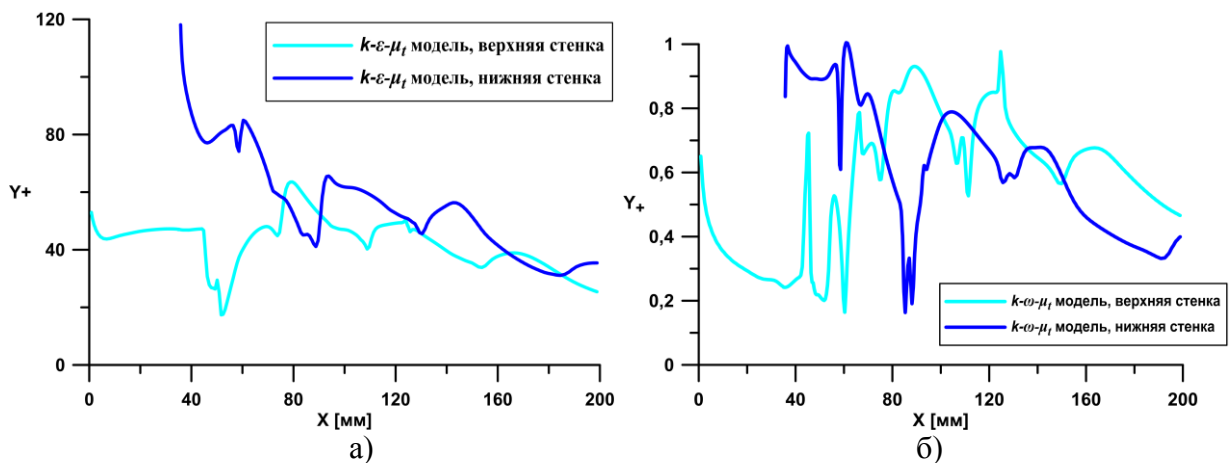


Рис. 4.23. Распределение безразмерного расстояния до стенки при моделировании течения с использованием а) высокорейнольдсовой $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23); б) низкорейнольдсовой $k-\omega-\mu_t$ модели (1.23).

Гиперзвуковое течение в воздухозаборнике [127]

В процессе моделирования гиперзвукового течения работы [127] было установлено, что, несмотря на выводы авторов эксперимента о стационарности течения, представленное течение является нестационарным. Более того, после тщательного рассмотрения приводимых авторами [127] экспериментальных данных

был сделан вывод о том, что в течении имеет место нестационарный отрыв пограничного слоя, движущийся с течением времени к носику воздухозаборника и не достигающий до него только потому, что течение в ударной трубе имеет жесткие ограничения по времени. Судя по приводимым авторами значениям статического давления, экспериментальные данные не соответствуют значениям, получаемым по идеальной теории и в реальности в случае стационарного течения должно быть значительно больше. Тем не менее, численное моделирование было проведено и получены качественные результаты, касающиеся ударно-волновой структуры рассматриваемого течения.

Параметры набегающего потока следующие. Число Маха набегающего потока составляет 7.9, давление набегающего потока 250 Па, температура набегающего потока 149.1 К, давление торможения 22.5 бар, число Рейнольдса на единицу длины $1,13 \cdot 10^6$, рабочее тело – воздух ($\gamma = 1.4$).

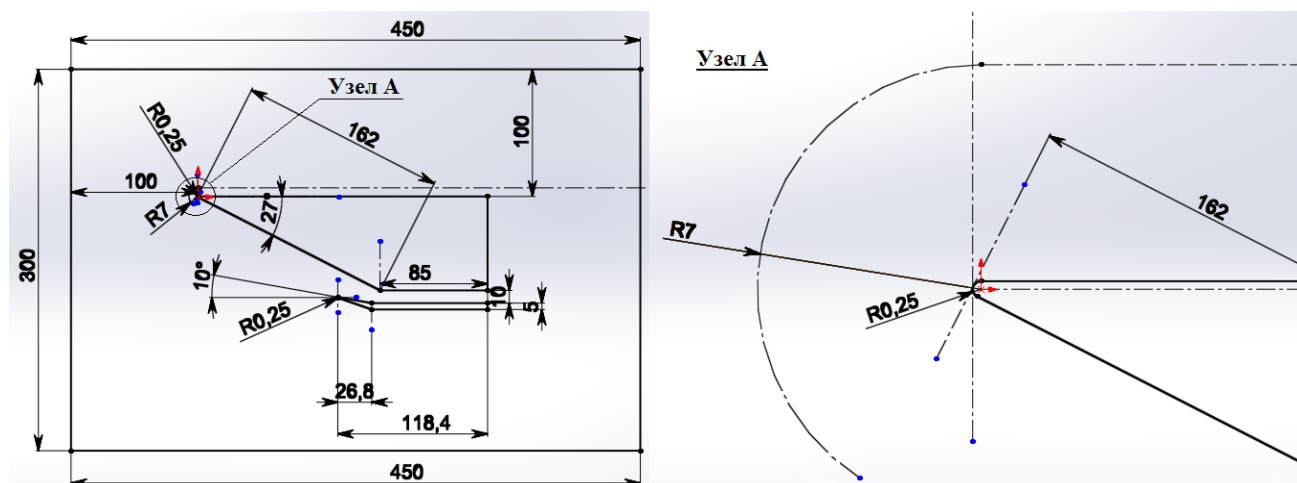
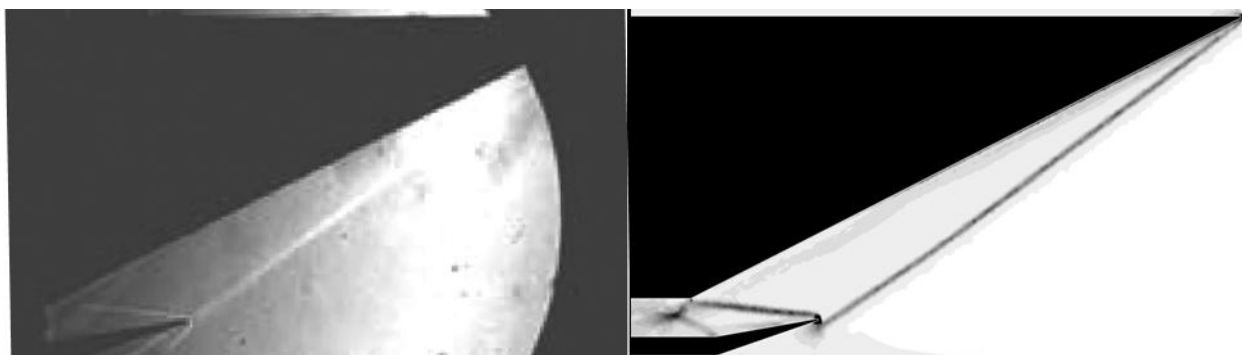


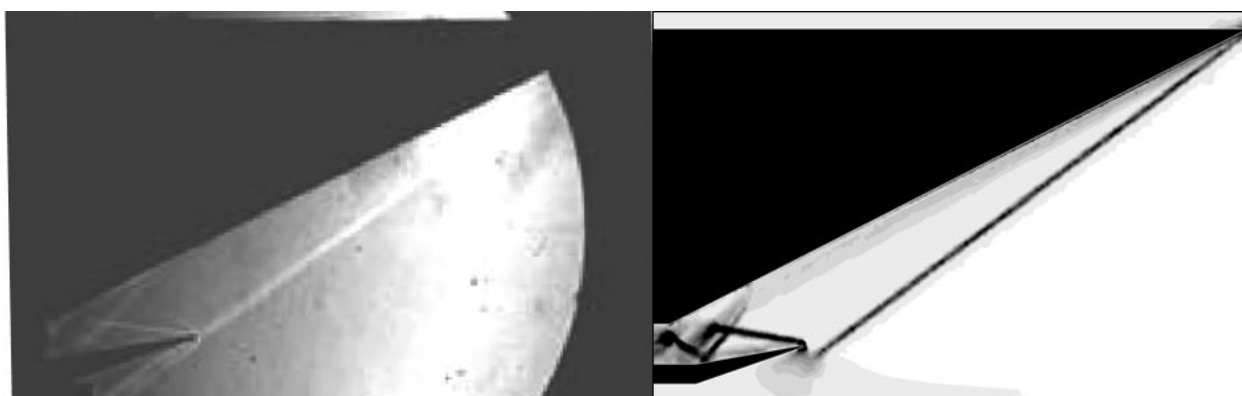
Рис. 4.26. Эскиз расчетной области, размеры даны в мм.

Сравнение шпирен-фотографий с данными, полученными в расчете с использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели иллюстрирует процесс развития течения (рис. 4.27). При запуске течения формируется косая ударная волна от носика верхней части (рис. 4.27. а) На носике нижней части также видна ударная волна, падающая на тупой угол. Затем под воздействием градиентов давления возникает отрыв пограничного слоя от наклонной части воздухозаборника (рис. 4.27 б). При обтекании отрывной области, служащей дополнительным препятствием для сверхзвукового потока, возникает косая ударная волна, взаимодействующая с ударной волной, идущей от носика. С течением времени (рис. 4.27 в) протяженность отрыва растет, и ударная волна сдвигается ближе

к кромке верхней части воздухозаборника. При дальнейшем развитии течения область отрыва будет занимать большую часть течения, и составлять существенное препятствие для сверхзвукового потока, приведет к запираанию данного воздухозаборника.



а)



б)



в)

Рис. 4.27. Сравнение шлирен-фотографии течения вблизи воздухозаборника из эксперимента [127] и поля модуля градиента плотности расчета с использованием $k-\varepsilon-\mu_t$ модели (1.23) в три различных момента времени (500, 600, 1500 мкс).

Таким образом, проведенное численное моделирование течений в воздухозаборниках продемонстрировало, что релаксационные модели ($k-\varepsilon-\mu_t$ (1.23) и $k-\omega-\mu_t$ [137]) турбулентности могут быть успешно применены для сложных

конфигураций течения, включающих взаимодействия ударных волн с пограничными слоями.

Выводы по главе 4.

1. Рассмотрена задача моделирования взаимодействия ударных волн с пограничным слоем в случаях сверхзвукового и гиперзвукового обтекания сжимающего угла. Показано, что с использованием рассмотренных двухпараметрических и трехпараметрических моделей можно получить приемлемое соответствие между экспериментальными и расчетными значениями длины отрывной зоны и значения восстановленного статического давления. Получено, что среди рассмотренных моделей наиболее удачными для моделирования указанного течения являются высокорейнольдсовы модели: двухпараметрическая $k-\varepsilon$ модель Chen [90] с моделью сжимаемой диссипации Sarkar [149] и трехпараметрическая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель без учета сжимаемой диссипации. Показано, что при проведении численного моделирования гиперзвукового течения с использованием высокорейнольдсовых моделей требуется дополнительная адаптация сетки к значению безразмерного расстояния до стенки в пристеночной ячейке.

2. Рассмотрена задача моделирования сверхзвукового и гиперзвукового течения в воздухозаборнике. Показано, что с использованием выбранных трехпараметрических моделей можно получить приемлемое соответствие для ударно-волновой картины сверхзвукового течения в канале (воздухозаборника) и статического давления между экспериментальными и расчетными значениями. Положение и протяженность отрывной области проведенного численного моделирования соответствует эксперименту.

5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ В ПРЯМОУГОЛЬНОЙ КАВЕРНЕ ПРИ ОБТЕКАНИИ ВНЕШНИМ ПОТОКОМ.

Целью данного раздела работы является проведение численного исследования автоколебательных режимов течения в прямоугольной каверне и способов управления параметрами течения в полостях путем изменения геометрии при возможном использовании различных устройств, воздействующих на режим течения [50]. Математическая модель и численный алгоритм должны позволять воспроизводить основные характеристики нестационарного течения, возникающего в полости при взаимодействии потока окружающей среды с внутренним пространством полости. Выполняются расчеты нестационарного турбулентного течения в двумерной (2D) (по большей части) и трехмерной (3D) постановках.

В настоящее время опубликовано значительное количество данных по теоретическому [3,179,119], экспериментальному [58,136,11,5] и численному [131,119,150,23,4,70] изучению течения в прямоугольных кавернах, например [84,83] и выемках в осесимметричных телах [81,24,25]. Однако до сих пор остаются не проясненными некоторые проблемы, а именно: явление смены резонансных частот, топология трехмерного вихревого движения в каверне, не изучены способы управления течением в каверне [126,71].

5.1. Моделирование течения в прямоугольной каверне

Данное тестирование представляет собой численный расчет обтекания до, трансзвуковым потоком газа прямоугольной открытой мелкой каверны $1 < L/D < 8$, где L - длина каверны, D - глубина каверны и сопоставление численных результатов с полуаналитической теорией Росситера. Рассматриваемая задача имеет интерес, как с точки зрения фундаментальной науки, так и приобрела новый интерес в прикладной науке - аэроакустике. Явления, возникающие при течении вязкого газа внутри прямоугольной каверны помещенной в поток воздуха, находятся в фокусе научных исследований в настоящее время благодаря важности технологий малозаметности и аэродинамической эффективности для летательных аппаратов пятого поколения как пилотируемых, так и беспилотных. Эти аппараты проектируются таким образом, что

полезный груз располагается не на внешних подвесках как раньше, а во внутренних полостях аппарата внутри корпуса закрытых створками люков во время пассивной фазы полета. Когда полезная нагрузка сбрасывается, створки люков открываются и внешний поток воздуха, обтекающий аппарат, взаимодействует с открытой полостью, что служит причиной возникновения некоторых нежелательных эффектов (автоколебательные режимы изменения давления и наличие резонансных частот с высокой интенсивностью) приводящих к усталостным разрушениям конструкции. Похожая ситуация возникает при функционировании астрономических телескопов и других оптических устройств, размещаемых на борту крупных самолетов [150].

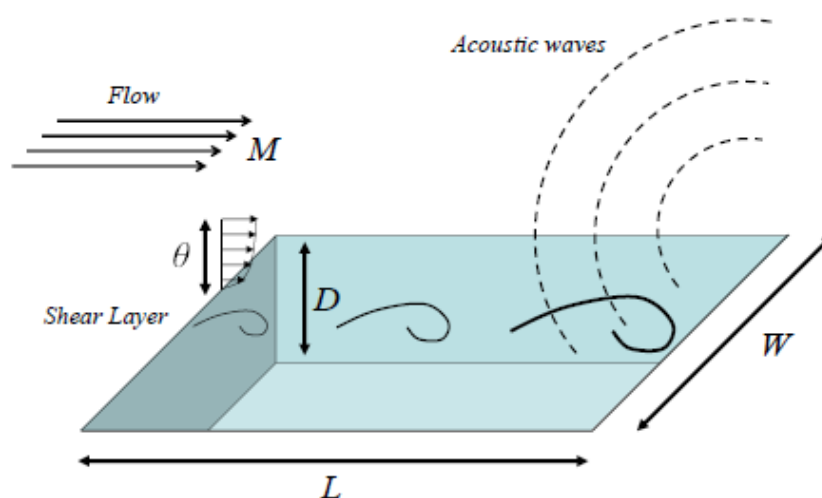


Рис. 5.1. Схема газодинамического течения в тестовой задаче.

Газодинамические течения в рассматриваемых прямоугольных кавернах (полостях) разделяются на два основных типа в зависимости от отношения (L/D) длины каверны L к глубине D . “Открытые” течения (рис.5.2) которые реализуются для каверн с $L/D < 7-9$ и для которых характерны сильные осцилляции давления внутри полости, вибрации, высокий уровень шума (170 Дб) и тепловых потоков [131,146,119,168].

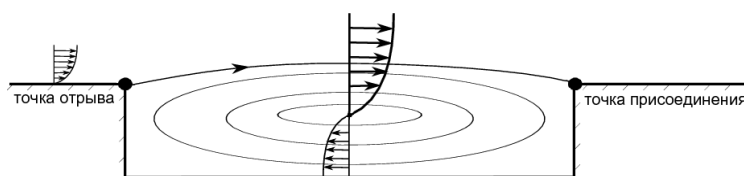


Рис. 5.2. Открытое дозвуковое течение в каверне.

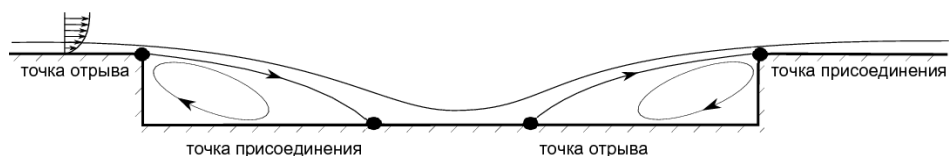


Рис. 5.3. Закрытое дозвуковое течение.

“Закрытые” течения (рис.5.3), реализующиеся для каверн с $L/D > 10-14$ можно рассматривать как квазистационарные, при этом распределение давления вдоль “пола” каверны характеризуется большим продольным градиентом. Обтекание каверны с геометрическими параметрами в диапазоне $8 < L/D < 11$ описывается как “переходное” течение и представляет собой комбинацию свойств “открытого” и “закрытого” типов течений (рис.5.4, 5.5). С точки зрения режима течения набегающего потока течения в каверне делятся на дозвуковые $M_\infty < 1$ и сверхзвуковые $M_\infty > 1$. С точки зрения геометрии области, каверны можно разделить на глубокие $L/D < 1$ и мелкие $L/D > 1$, трехмерные $L/W > 1$ и двухмерные $L/W < 1$, где W - ширина каверны (рис. 5.1).

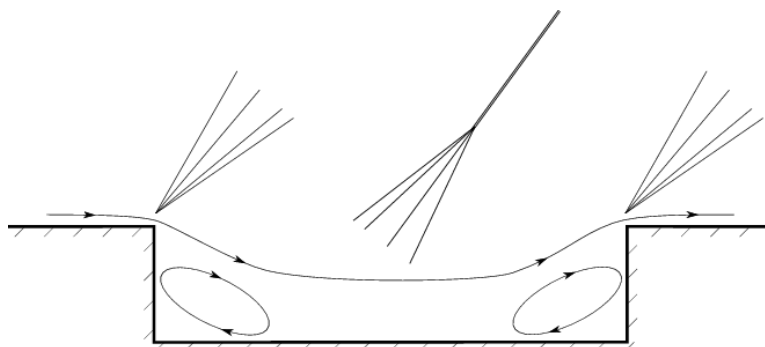


Рис. 5.4. Переходное открытое сверхзвуковое течение.

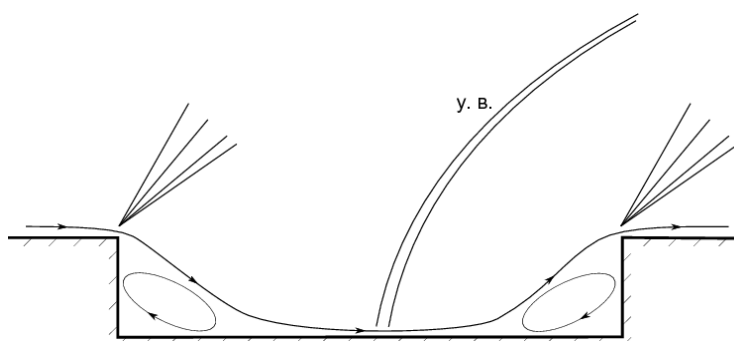


Рис. 5.5. Переходное закрытое сверхзвуковое течение.

С учетом того, что по исследованию открытых течений в мелких кавернах:

- 1) в настоящее время публикуется большое количество численных работ (подходы с использованием осредненных по Рейнольдсу/Фавру уравнений Навье-Стокса (RANS), моделирования крупных вихрей (LES) и комбинированного подхода (DES)) и экспериментальных работ (дренирование стенок + датчики давления, сажомаслянная визуализация, цифровая трассерная визуализация [84,110] (PIV - Particle Image Velocimetry));
- 2) существует широко используемая полуэмпирическая теория (Росситер [147]), было принято решение в качестве тестового варианта рассматривать вариант “открытого” дозвукового течения в мелкой каверне.

В рассматриваемом диапазоне отношений длины каверны к глубине $L/D < 7$ автоколебательный режим течения в каверне формируется за счет обратной связи между вихревой дорожкой, образующейся на передней кромке каверны, и акустическим полем, генерируемым в точке задней кромки. Впервые механизм этого взаимодействия описал Росситер в [147], где был рассмотрен контур обратной связи, посредством которого акустические волны формируются на задней по потоку стенке каверны (точка В рис. 1.6) из-за взаимодействия с этой стенкой вихревой дорожки, сходящей с передней стенки (точка В рис. 5.6), при этом происходит синхронизация процессов происходящих вблизи точек передней и задней кромки. В результате в [147] получена полуэмпирическая формула, используемая для предсказания частоты данной моды колебаний для данной геометрии каверны.

Модифицированная для больших скоростей звука в каверне формула Росситера:

$$f = \frac{U_\infty}{L} \frac{(m - \alpha)}{M_\infty [1 + (\gamma - 1)/2 M_\infty^2]^{-1/2} + 1/K}, \quad (5.1)$$

где a – эмпирический коэффициент, характеризующий сдвиг фаз между неустойчивостью в сдвиговом слое и распространяющимися против течения волнами давления, $\alpha = 0.062 \frac{L}{D}$, K – эмпирическая постоянная, определяемая сдвиговым слоем и скоростью свободного течения, M_∞ - число Маха набегающего потока, m – номер моды. Для тонких пограничных слоев $K=0.57$.

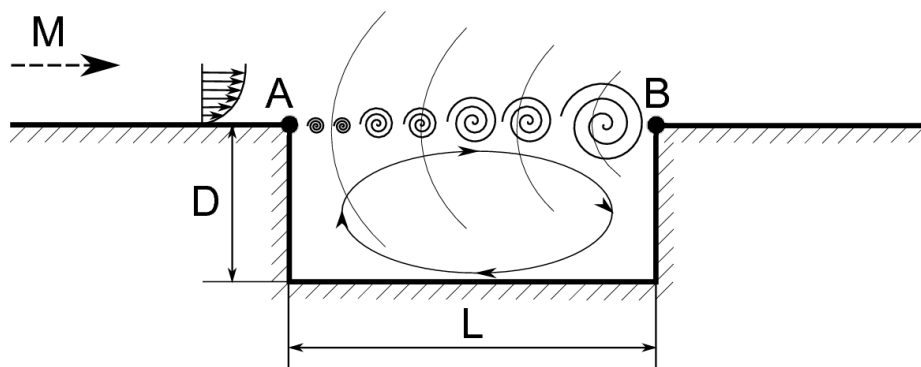


Рис. 5.6. Схема возникновения резонансных частот Росситера в открытой мелкой каверне.

В первом тестовом варианте проведены численные исследования течения воздуха с $M=0.85$ в каверне из работы [84], которая имеет размеры $L=0.16$ м, $D=0.032$ м, и ширину $W=0.08$ м, $L/D=5$, $L/W=2$. Экспериментальная установка в [84] состоит из аэродинамической трубы соединенной через диффузор с камерой высокого давления и другим концом с атмосферой. Воздух поступает через левый конец в диффузор, ускоряется, расширяется и достигает требуемого числа Маха, которое остается практически постоянным в аэродинамической трубе (канале постоянной ширины).

Во втором тестовом варианте проведены численные исследования течения воздуха с $M=0.85$ в каверне из работы [83], которая имеет размеры $L=0.508$ м, $D=0.1016$ м, и ширину $W=0.101608$ м, $L/D=5$, $L/W=5$. Экспериментальная установка в [83] состоит из аэродинамической трубы соединенной через диффузор с атмосферой и другим концом с вакуумной камерой. Экспериментальные данные в работах [84,83] хорошо соответствуют результатам полуэмпирической теории Росситера [147] (то есть дискретные тона в спектрах измеренных пульсаций давления совпадают с точностью 5-10% с первыми росситеровскими модами) и собственным расчетам авторов проведенным по 3D моделям (RANS и LES).

Третий тестовый вариант имеет геометрию первого, набегающий поток с параметрами (скорость, давление, плотность) как у второго варианта.

Первый и второй варианты рассчитывались с помощью двумерного алгоритма, третий – как двумерным, так и трехмерным алгоритмами. Для двумерных расчетов использовалась структурированная расчетная сетка с адаптацией (сгущением) к твердым границам области приведенная на рис. 1.7. В тестовых расчетах использовались расчетные сетки разной величины: 400×200 , 600×300 , 800×400 ячеек

(при этом на самую каверну приходилось 240x200 ячеек на максимально подробной сетке).

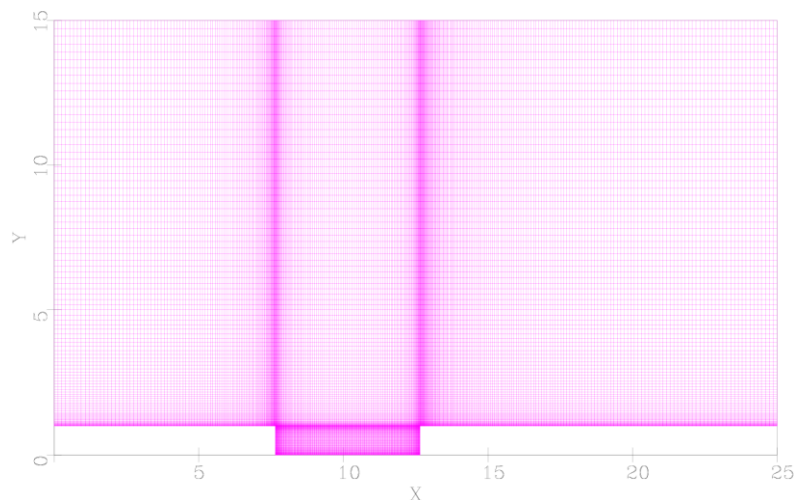


Рис. 5.7. Расчетная сетка для двумерного расчета прямоугольной каверны

В численных расчетах процесс установления проводился в три этапа: на первом этапе расчет проводился с локальным шагом по времени до момента выхода основных возмущений от начальных данных за пределы расчетной области, на втором - расчет проводится с локальным шагом до установления устойчивого автоколебательного режима течения, на третьем проводилась запись показаний числовых датчиков давления, расположенных в критических точках расчетной области.

Численные результаты. Тест №1.

Результаты 2D расчетов течения в прямоугольной мелкой каверне (Тест №1) приведены на рис. 5.8 -5.10, где показано поле чисел Маха, поле векторов скорости и поле кинетической энергии турбулентности в расчетной области. На рис. 5.8 представлено поле плотности в этой задаче в другой момент времени. Внутри каверны хорошо видно циркуляционное движение, вихревая пелена сходящая с передней кромки (точка А, рис.5.1) и волны сжатия распространяющиеся от задней кромки (точка В, рис.5.1) против основного потока.

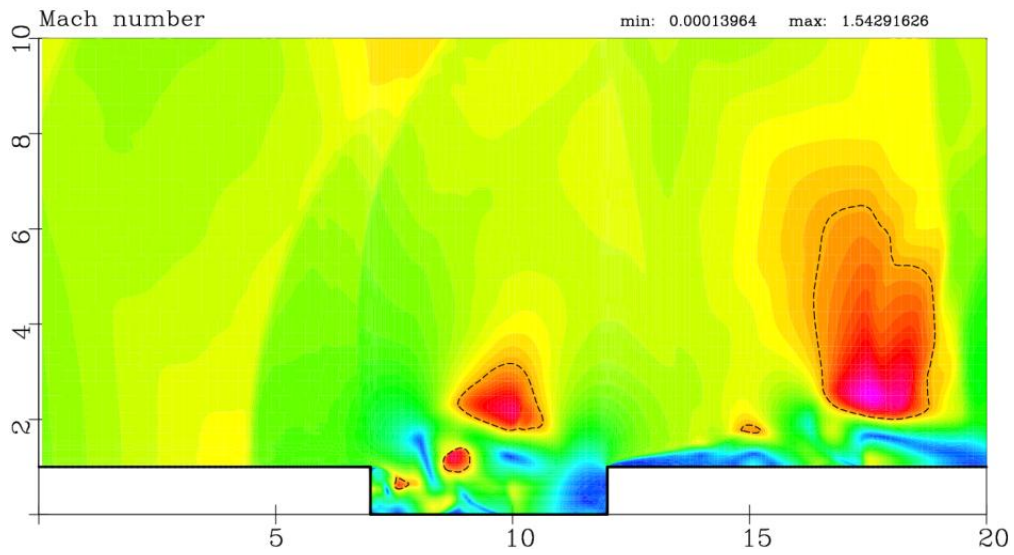


Рис. 5.8. Поле чисел Маха в тесте №1

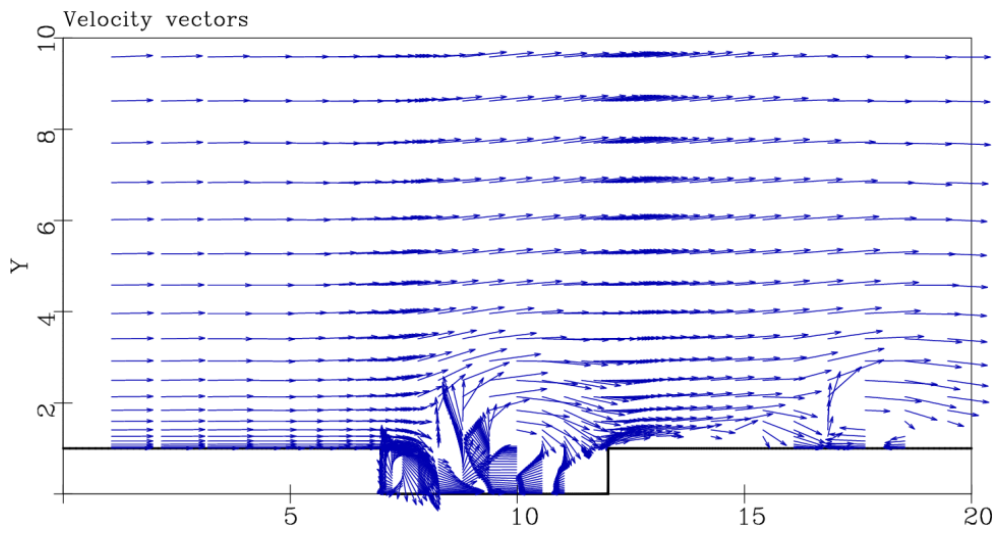


Рис. 5.9. Поле векторов скорости в тесте №1

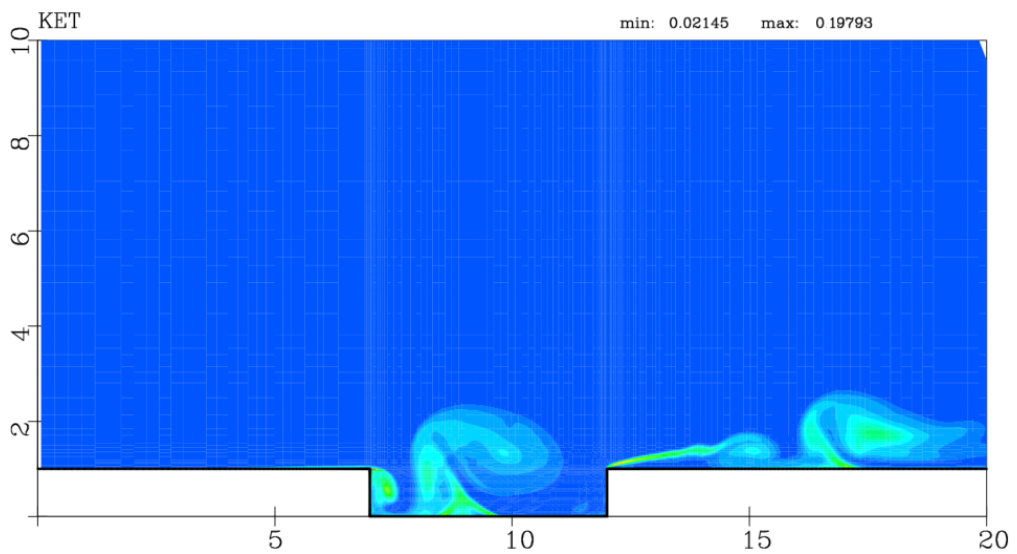


Рис. 5.10 Кинетическая энергия турбулентности в тесте №1.

На рис. 5.12-5.14 представлены фрагменты показаний числовых датчиков давления, расположенных вблизи передней кромки (точки А рис. 5.6 на вертикальной стенке), середине отрезка соединяющего точки А и В и задней кромки (точки В рис. 5.6 на вертикальной стенке). На оси абсцисс нанесено время в секундах, а на оси ординат статическое давление в паскалях. На рис. 5.15 приведены спектральная функция и спектр уровней звукового давления рассчитанного по данным приведенным на рис. 5.11, то есть около передней кромки. Программа обработки (спектрального анализа) результатов численных экспериментов не учитывала переходную область до $0 < t < 0.015$ сек.

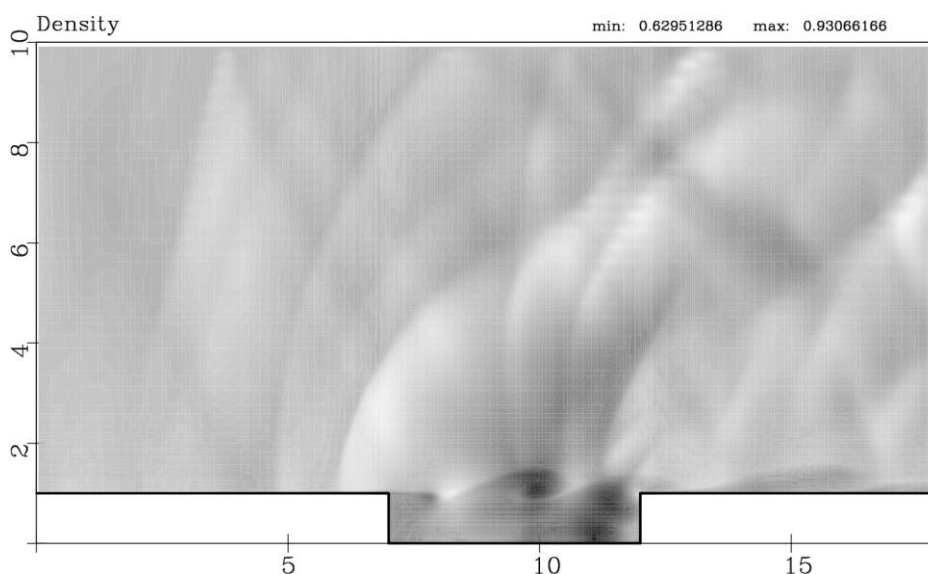


Рис. 5.11. Поле плотности в тесте №1

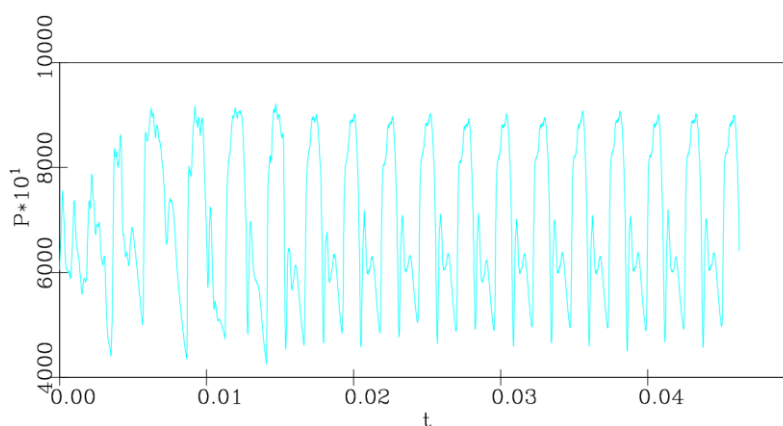


Рис. 5.12. Показания числового датчика давления, расположенного около передней кромки (точки А рис. 5.6) на вертикальной стенке (зависимость статического давления от времени).

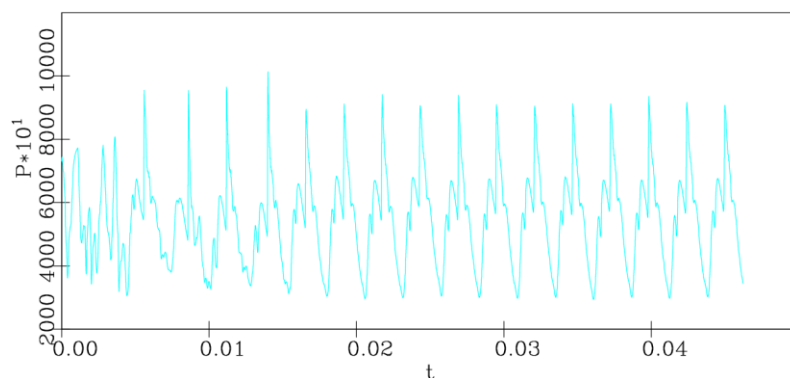


Рис. 5.13. Показания числового датчика давления, расположенного в середине верхнего сечения каверны (середине отрезка между точки А и В рис. 5.6) (зависимость статического давления от времени).

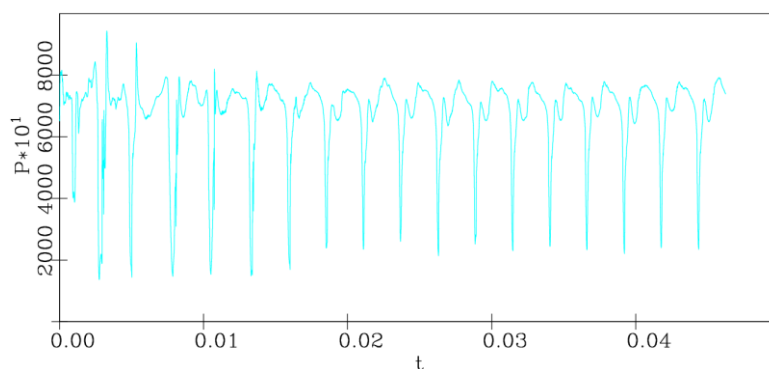


Рис. 5.14 Показания числового датчика давления, расположенного около задней кромки (точки В рис. 5.6) на вертикальной стенке (зависимость статического давления от времени).

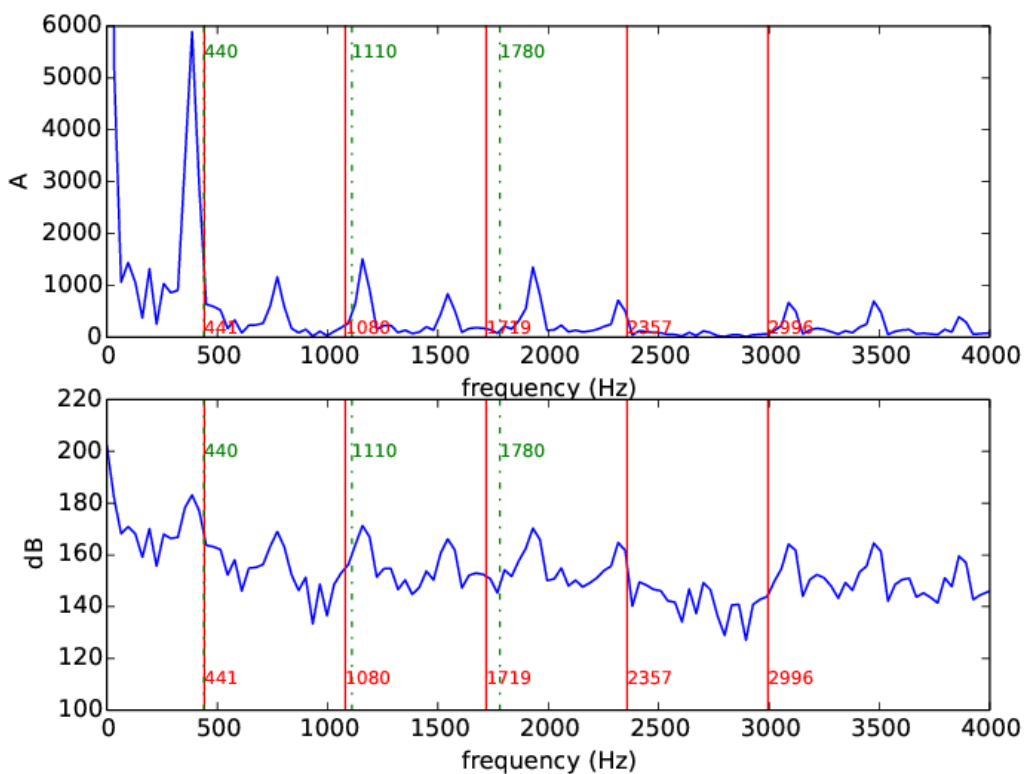


Рис. 5.15. Спектральные характеристики сигналов датчика давления.

На рис. 5.15 вертикальные красные сплошные линии соответствуют первым четырем модам Росситера, пунктирные зеленые – модам в спектрах экспериментальных данных, кривая – расчетный спектр. Видно достаточно хорошее (в пределах 10%) совпадение расчетных первых дискретных тонов с модами Росситера.

Численные результаты. Тест №2.

Результаты 2D расчетов течения в прямоугольной мелкой каверне (Тест №2) приведены на рис. 5.16 - 5.19, где показано поле чисел Маха, поле векторов скорости, траектории движения жидких частиц и поле кинетической энергии турбулентности в расчетной области.

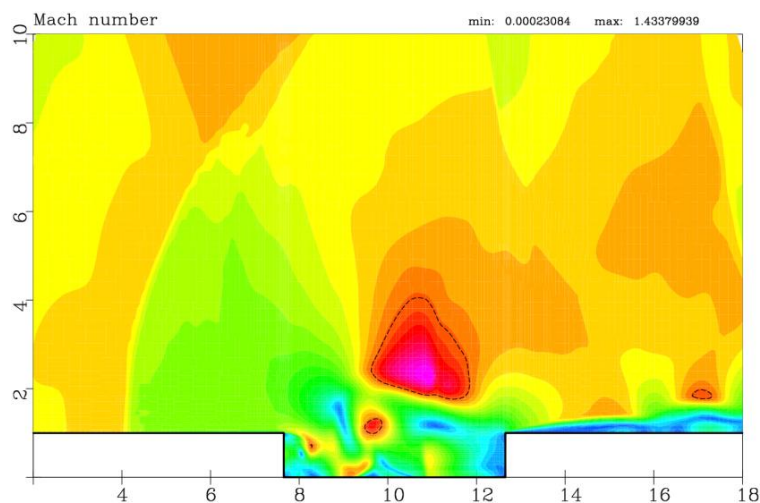


Рис. 5.16. Поле чисел Маха в тесте №2.

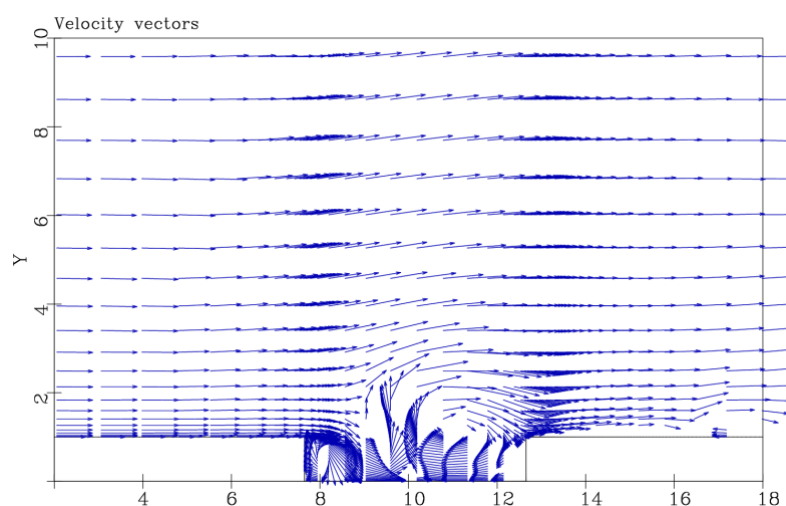


Рис. 5.17. Поле векторов скорости в тесте №2.

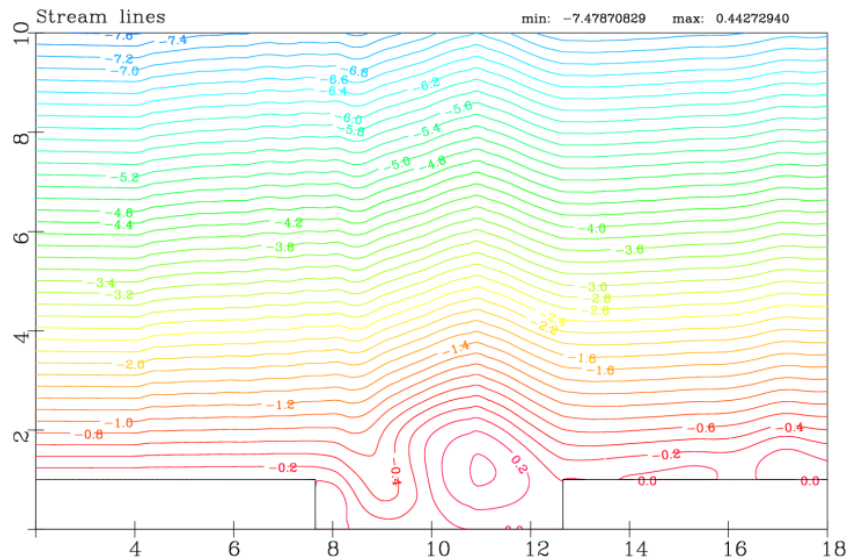


Рис. 5.18. Траектории движения жидких частиц в тесте №2.

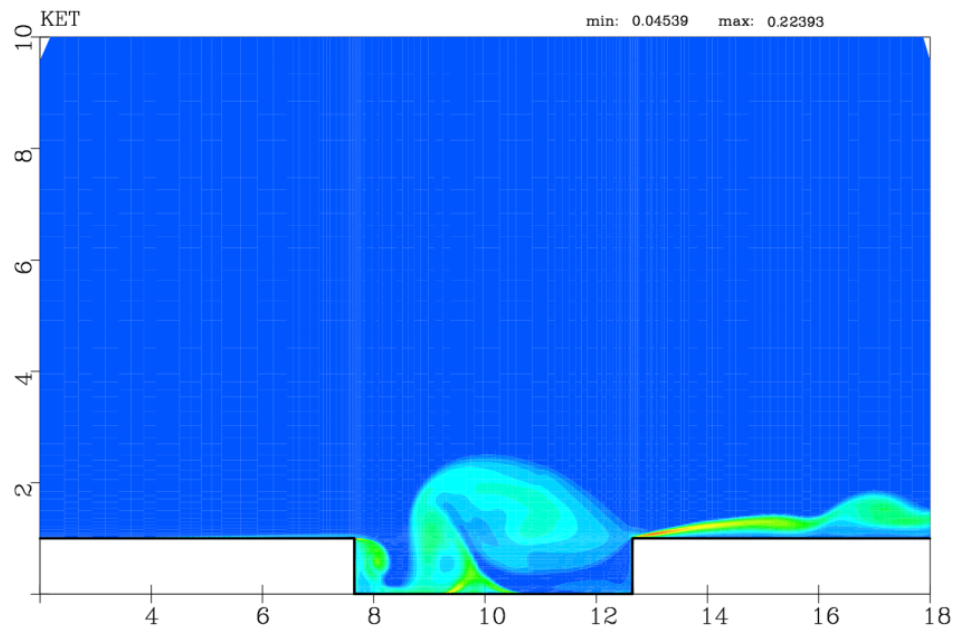


Рис. 5.19. Кинетическая энергия турбулентности в тесте №2.

На рис. 5.20-5.22 представлены фрагменты показаний числовых датчиков давления, расположенных вблизи передней кромки (точки А рис. 1.6 на вертикальной стенке), середине отрезка соединяющего точки А и В и задней кромки (точки В рис. 5.6 на вертикальной стенке). На рис. 5.23 приведены спектральная функция и спектр уровней звукового давления рассчитанного по данным на рис. 5.20, то есть около передней кромки.

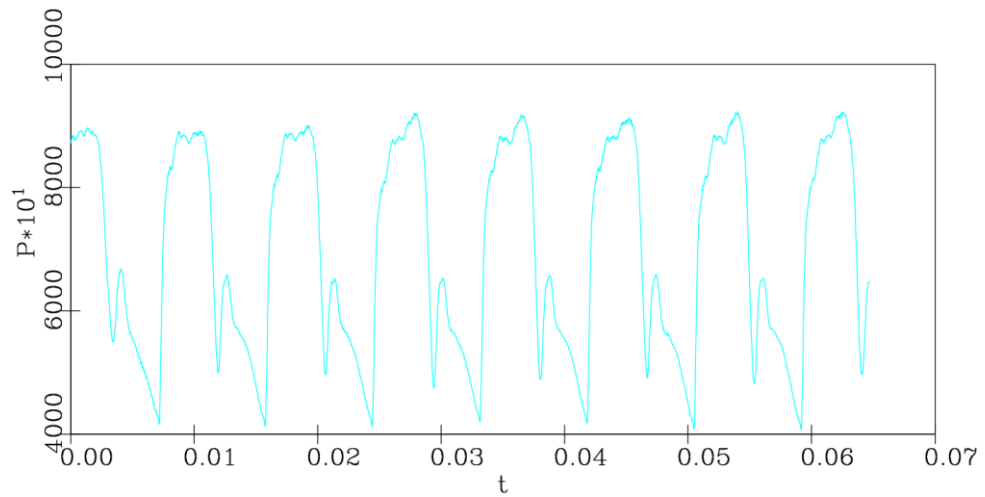


Рис. 5.20 Показания числового датчика давления, расположенного около передней кромки (точки А рис. 1.6) на вертикальной стенке (зависимость статического давления от времени).

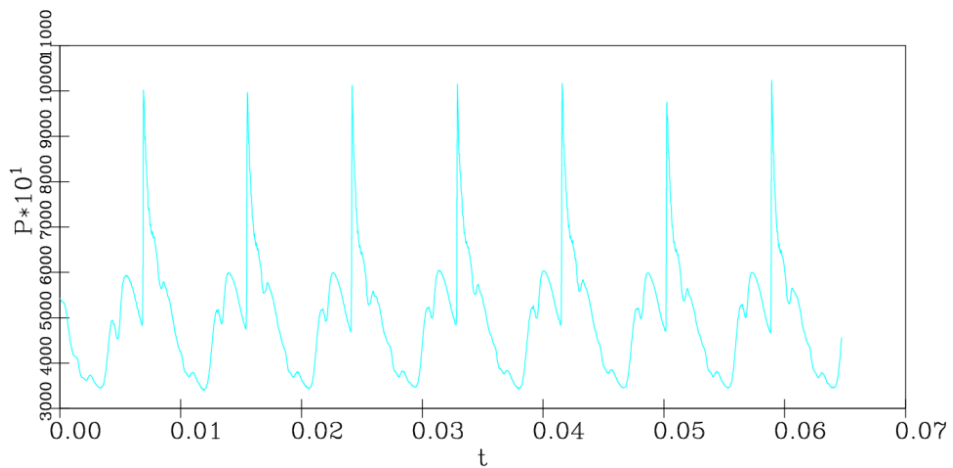


Рис. 5.21 Показания числового датчика давления, расположенного в середине верхнего сечения каверны (середине отрезка между точки А и В рис. 5.6) (зависимость статического давления от времени).

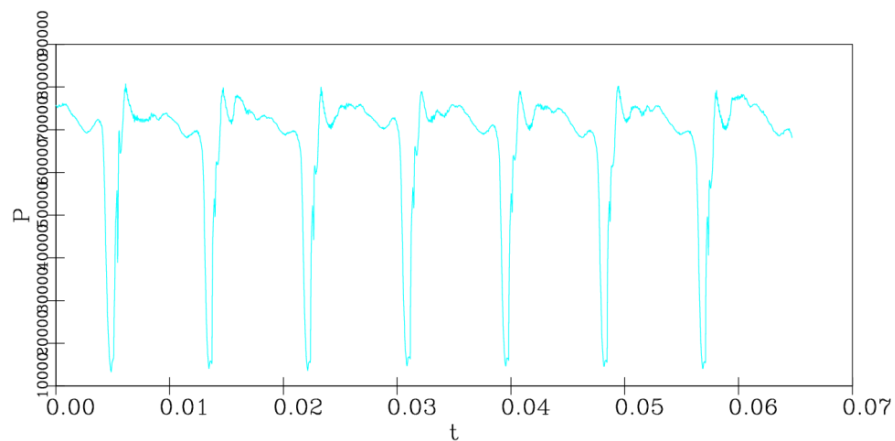


Рис. 5.22. Показания числового датчика давления, расположенного около задней кромки (точки В рис. 5.6) на вертикальной стенке (зависимость статического давления от времени).

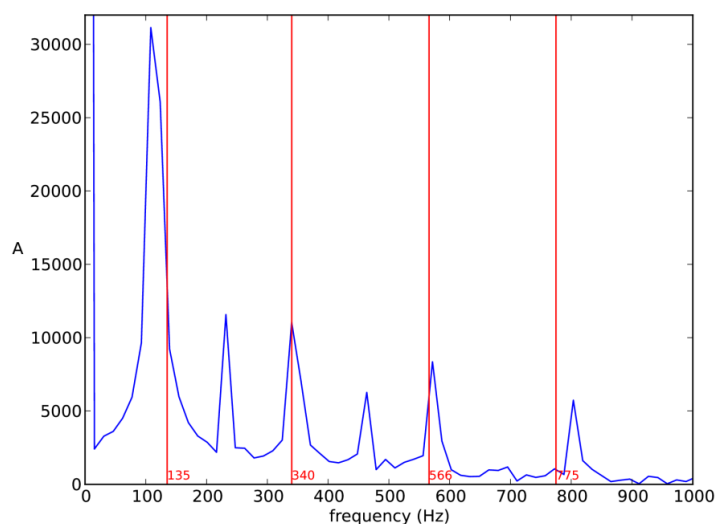


Рис. 5.23. Спектр пульсаций давления вблизи точки А (рис. 5.6).

На рис. 5.23 вертикальные красные сплошные линии соответствуют первым четырем модам Росситера, рассчитанным для данной задачи, кривая – расчетный спектр. Видно достаточно хорошее (в пределах 10%) совпадение расчетных первых четырех дискретных тонов с модами Росситера.

В целом по результатам первых двух тестов можно сделать вывод о том, что 2D модель позволяет получать параметры пульсационного течения в прямоугольной каверне с достаточной для практических целей точностью, несмотря на то, что каверны, рассматриваемые в тестах №1 и №2, относятся к классу трехмерных $L/D=2$ и 5.

Численные результаты. Тест №3.

Численное решение теста №3 имело целью сопоставление результатов 2D и 3D моделирования. Расчетная сетка для пространственных расчетов приведена на рис. 5.24 (а) и состояла из порядка миллиона расчетных ячеек. Сама сетка является нерегулярной (неструктурированной) адаптированной (сжатой) к жестким границам области, но по виду похожа на декартовую, прямоугольную сетку и состоит из шестигранных параллелепипедов. Данная сетка позволяет при необходимом сжатии получать хорошее разрешение пограничного слоя, что очень важно для правильного воспроизведения параметров схождения вихрей с передней кромки в задаче об обтекании каверны. Рассчитывалась как полная область, включающая всю каверну, так и половина расчетной области, начиная от продольной плоскости симметрии ($z=0$). Ниже приводятся результаты расчета половины области с учетом симметрии.

На рис.5.24 (б)-(е) визуализированы поля статического давления, плотности, завихренности $\nabla \times \langle \vec{u} \rangle$, где $\langle \vec{u} \rangle$ - средняя скорость потока, чисел Маха и турбулентной вязкости.

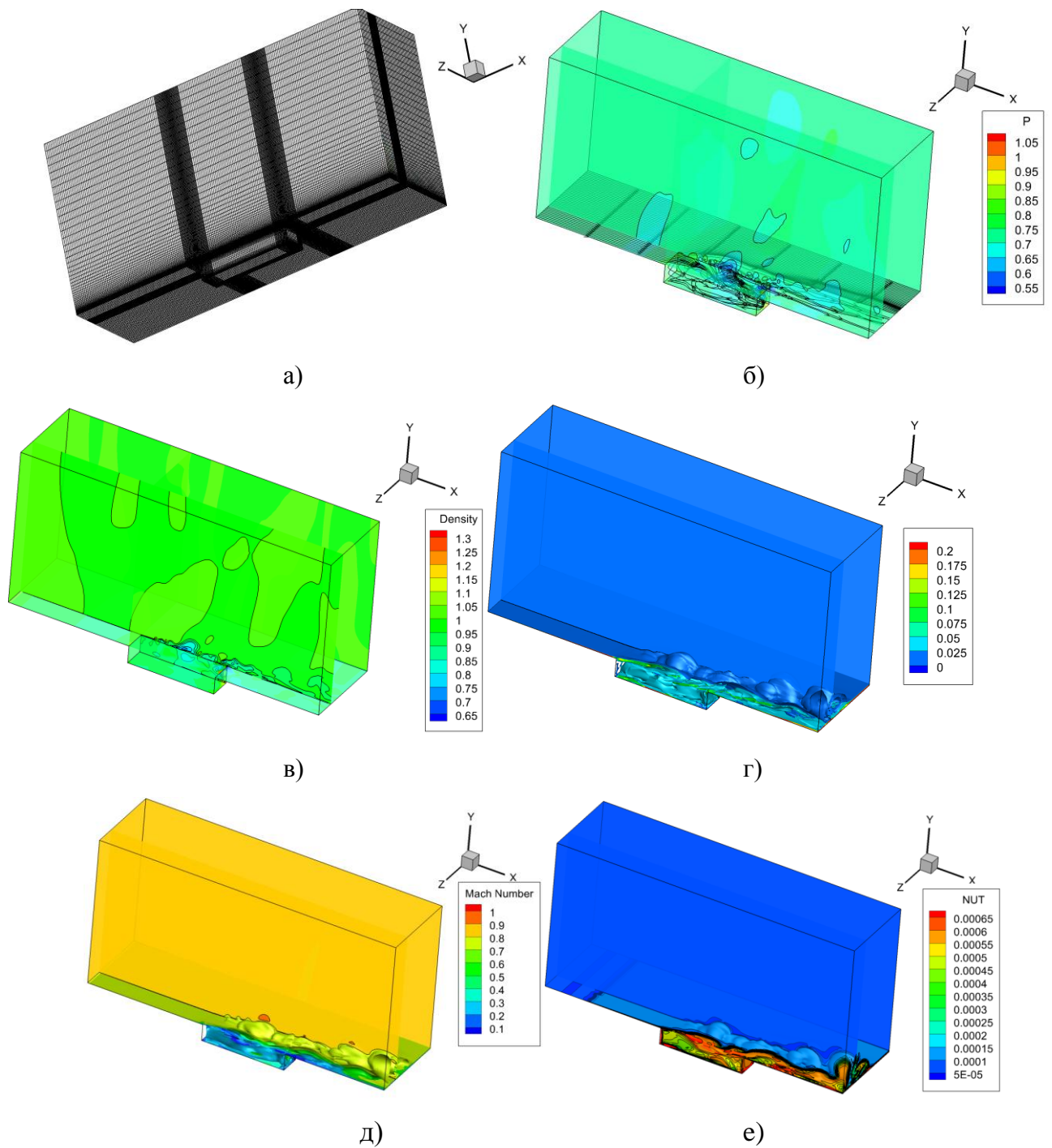


Рис. 5.24. а) Трехмерная расчетная сетка, б) поле статического давления и траектории жидких частиц, в) поле плотности, г) поле завихренности, д) поле числа Маха, е) поле турбулентной вязкости в прямоугольной камере.

На рис. 5.25 и рис. 5.26 показаны спектральные функции пульсаций скорости в каверне, измеренные в середине каверны. При этом наблюдается удовлетворительное согласование 2D и 3D расчетов по первым двум дискретным тонам.

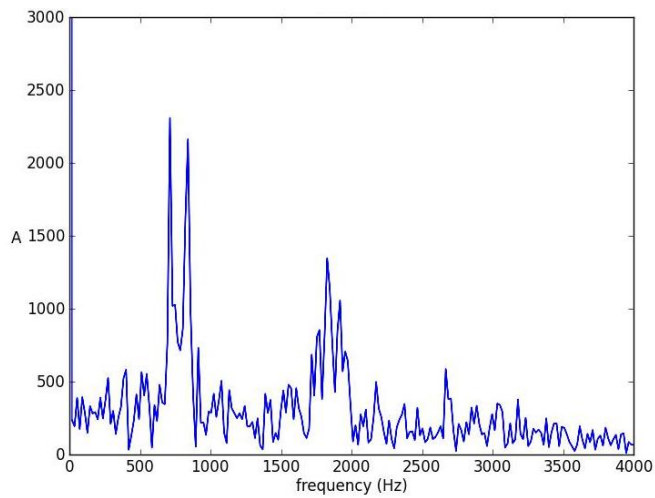


Рис. 5.25. Спектральная функция 2D расчета.

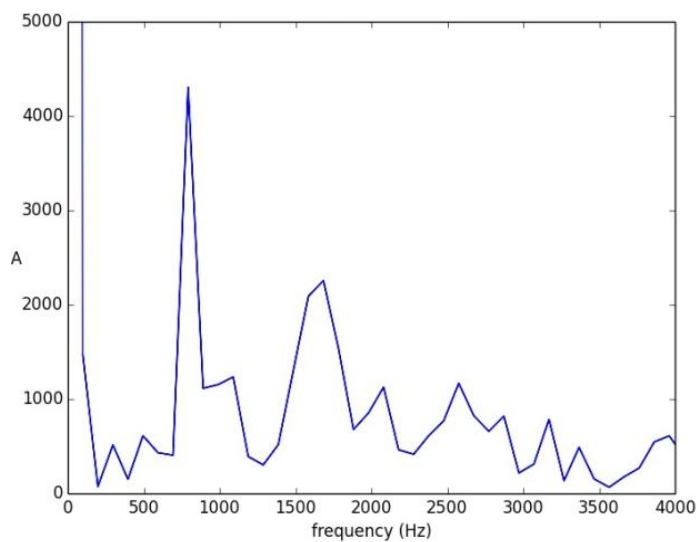


Рис. 5.26. Спектральная функция 3D расчета.

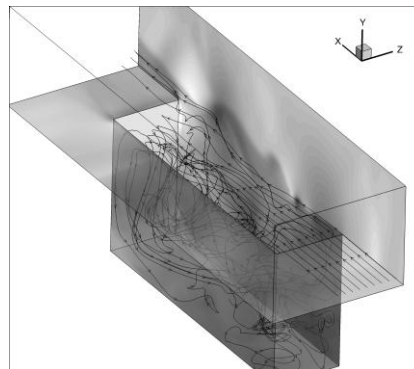


Рис. 5.27. Траектории жидких частиц в прямоугольной мелкой каверне и поле плотности.

На рис. 5.27 представлены результаты численных 3D расчетов обтекания прямоугольной каверны (с учетом плоскости симметрии области), показаны траектории движения частиц газа в каверне, первоначально двигающихся вдоль плоской стенки в набегающем потоке и поле плотности в один из моментов времени. Можно наблюдать, что пространственное течение имеет очень сложную структуру, которая включает в себя циркуляционные области не только в продольном, но и в поперечных направлениях. В связи с этим резонансные частоты в конвективно-акустическом механизме обратной связи могут определяться не только параметром L/D , но и параметром L/W .

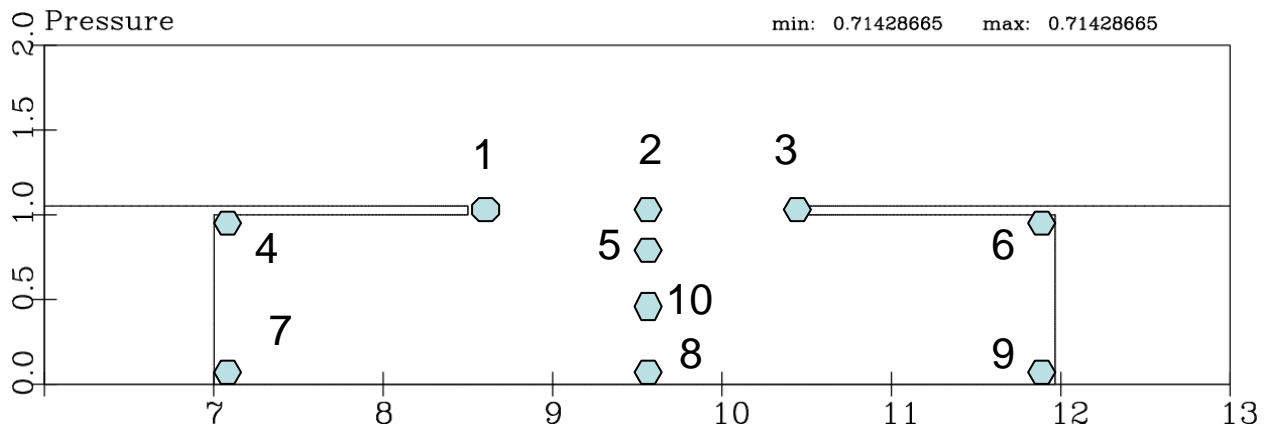
5.2. Исследование обтекания прямоугольной каверны с плоской крышкой и окном в двухмерном приближении.

Для определения влияния плоской защитной крышки на параметры пульсационного течения в прямоугольной каверне были проведены расчеты обтекания каверны с крышкой и разными значениями размера “окна” в крышке H . В качестве расчетного случая использовался вариант 2 из раздела 5.1. Размер окна варьировался в диапазоне $2*D$, $3*D$, $4*D$. Толщина стенки окна равнялась $0.05*D$, где D – глубина каверны. На рис. 5.28 а) показаны места расположения числовых датчиков. Для вариантов б) и в) рис. 5.28 расположение датчиков давления аналогично случаю а) рис. 5.32. датчиков давления, в которых записывались в файл функции давления от времени.

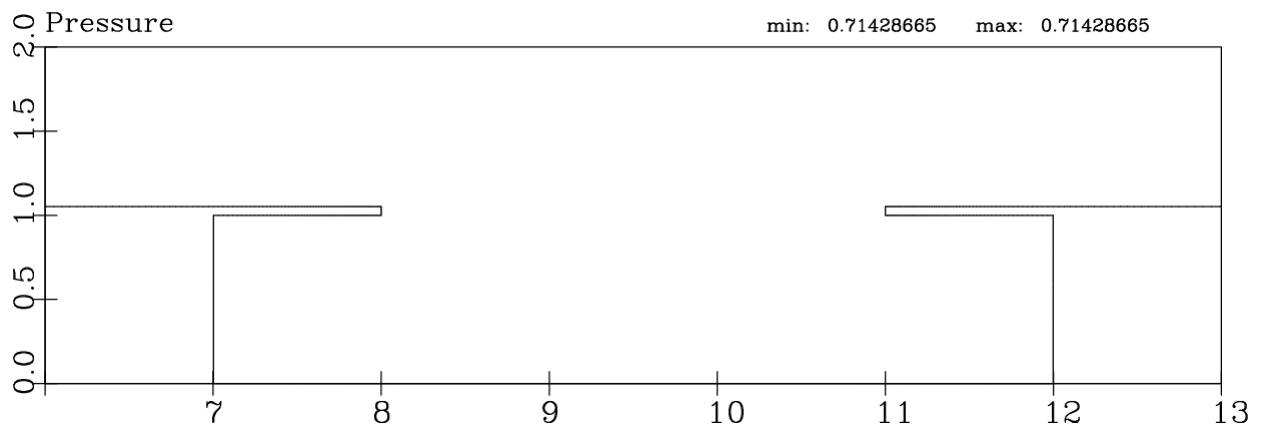
Результаты расчетов показаны на рис. 5.29 – 5.33, где показаны изолинии полей чисел Маха, полей давления, поля векторов скорости и изолинии полей кинетической энергии турбулентности.

На рис. 5.29, 5.35 и 5.39 представлены фрагменты расчетных сеток для каждого рассматриваемого варианта.

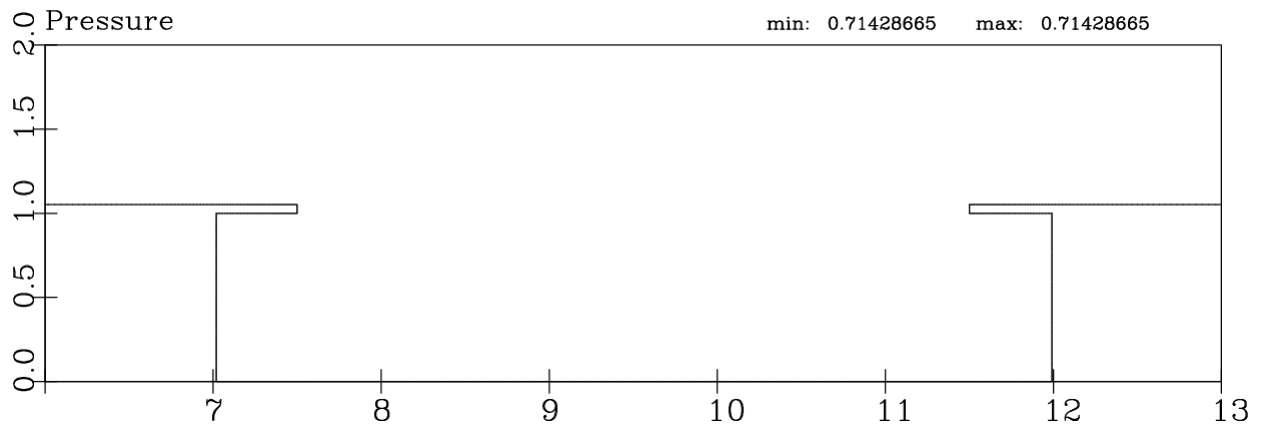
На рис. 5.34, 5.38, 5.42 приведены спектральные функции пульсаций давления в числовом датчике давления №1 для каждого варианта длины окна ($2*D$ - а); $3*D$ - б); $4*D$ - в). Красные вертикальные линии на этих рисунках - дискретные тона Росситера, посчитанные по формуле (5.7) для случая прямоугольной каверны без крышки.



а)



б)



в)

Рис. 5.28. Фрагменты расчетных областей при исследовании влияния плоской крышки с окном длины H . а) $H=2*D$; б) $H=3*D$; в) $H=4*D$.

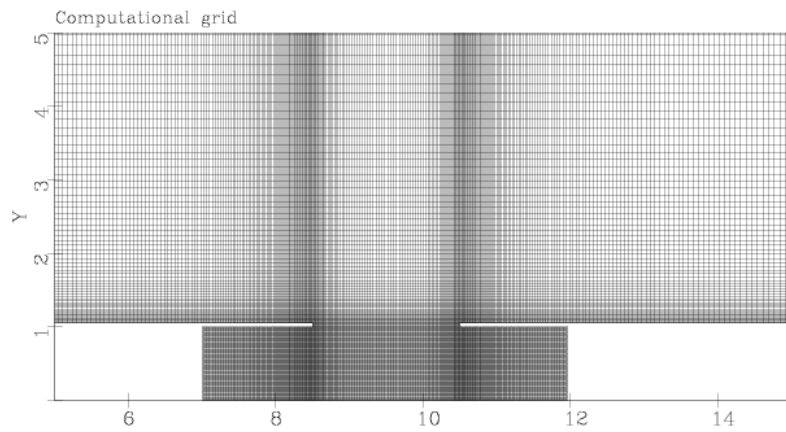


Рис. 5.29. Фрагмент расчетной области и расчетной сетки для каверны с плоской крышкой и “окном” длиной $2*D$.

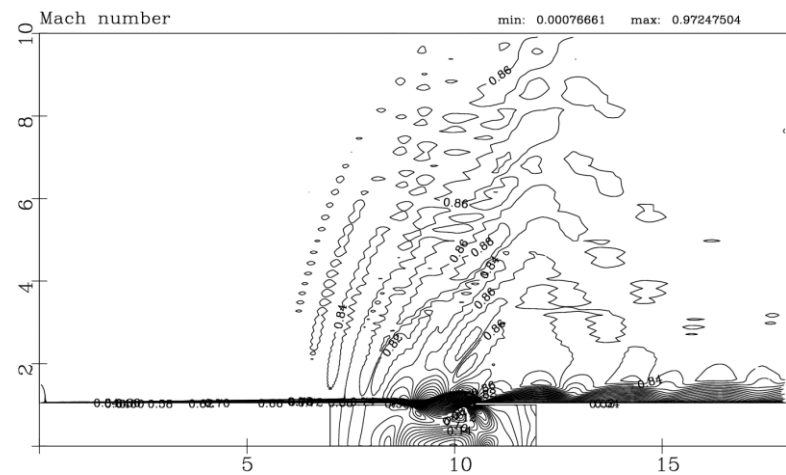


Рис. 5.30. Поле чисел Маха при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $2*D$).

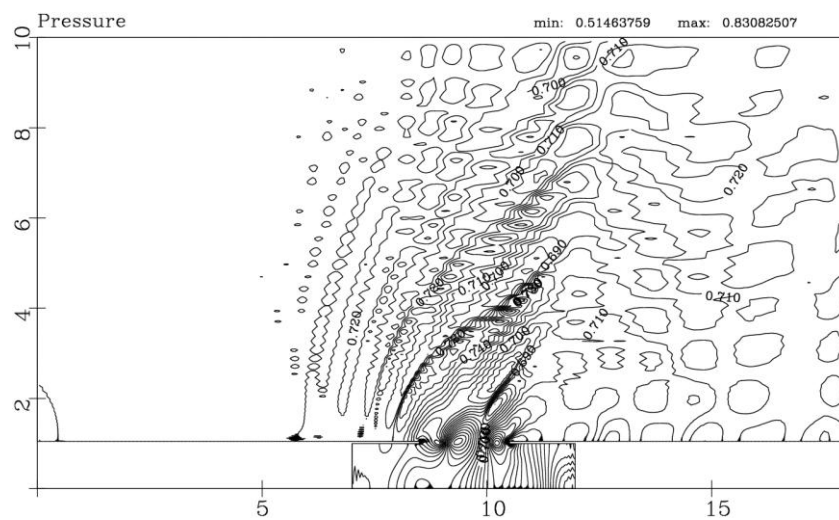


Рис. 5.31. Поле давления при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $2*D$).

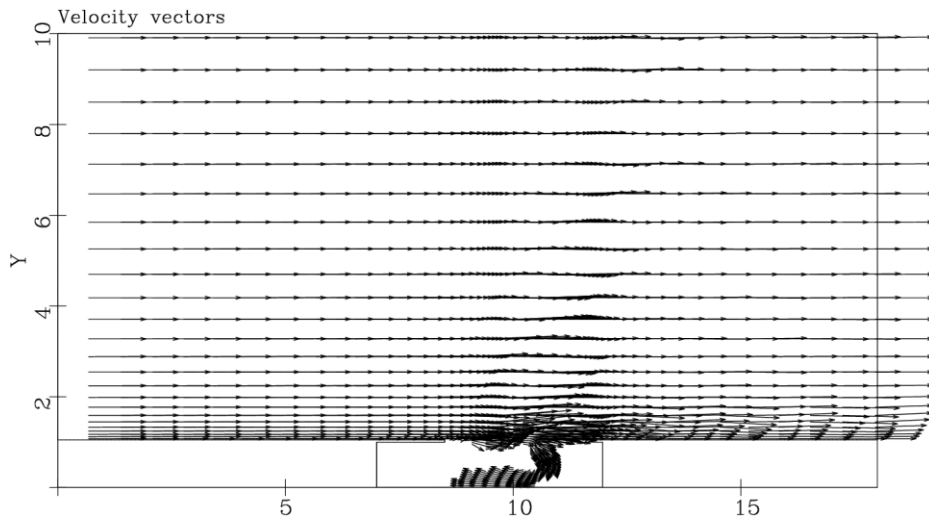


Рис. 5.32. Поле векторов скорости при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $2 \cdot D$).

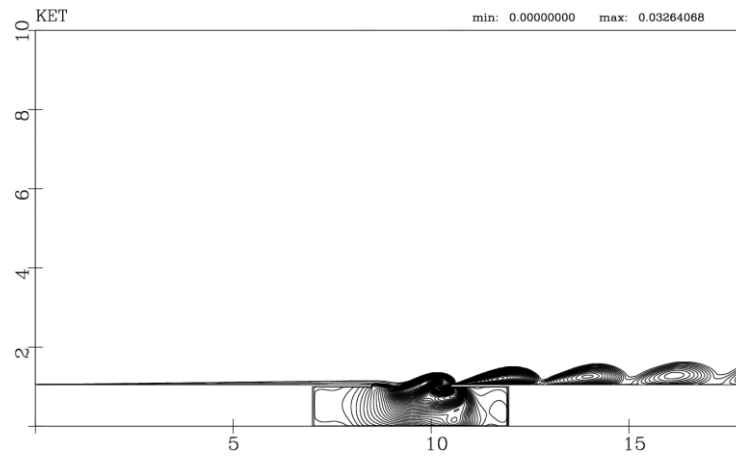


Рис. 5.33. Поле кинетической энергии турбулентности при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $2 \cdot D$).

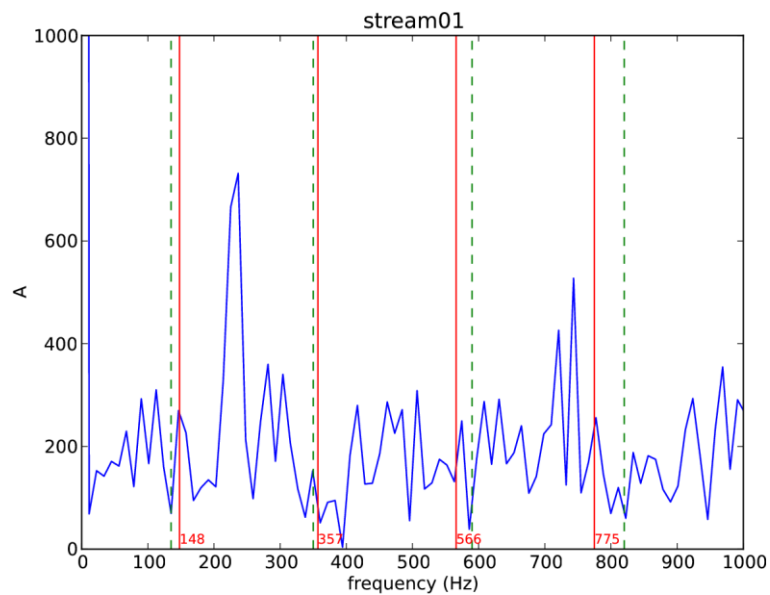


Рис. 5.34. Спектральная функция пульсаций давления в численном датчике давления №1 в варианте а).

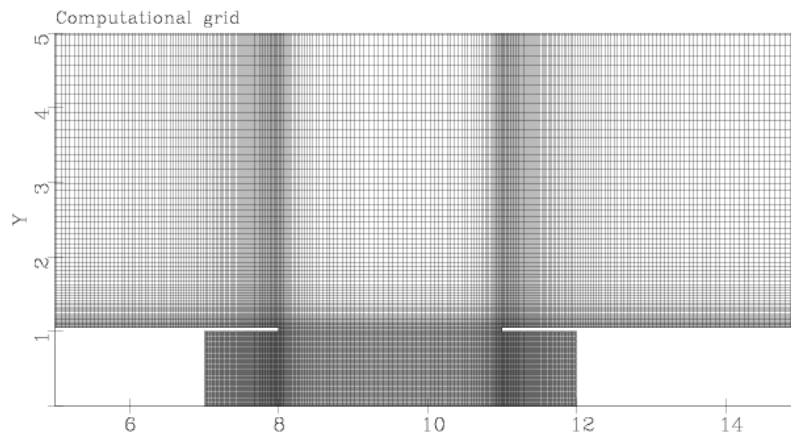


Рис. 5.35. Фрагмент расчетной области и расчетной сетки для каверны с плоской крышкой и “окном” длиной $3 \cdot D$.

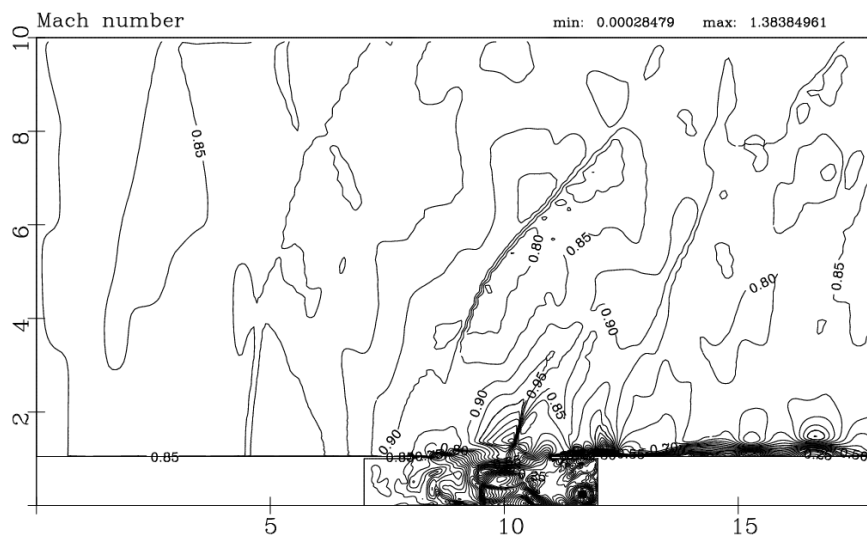


Рис. 5.36. Поле числа Маха при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $3 \cdot D$).

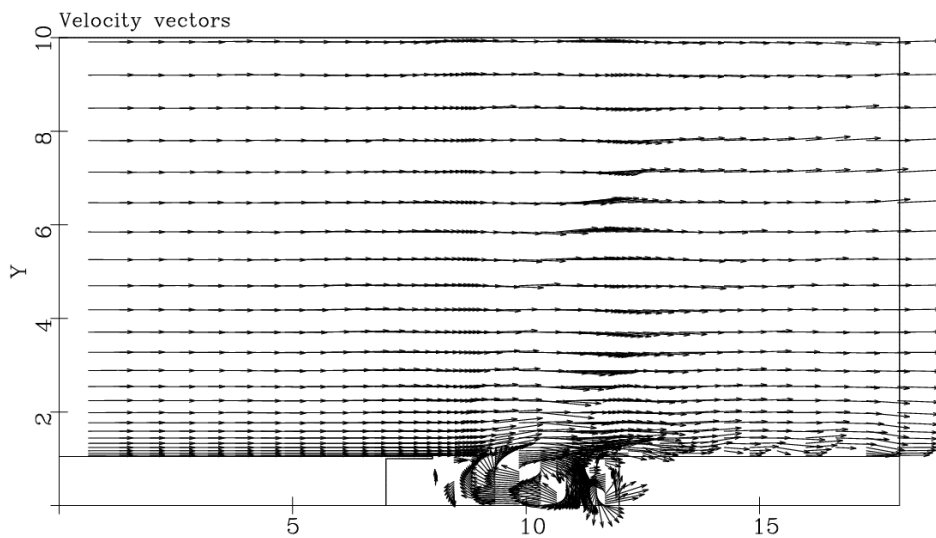


Рис. 5.37. Поле векторов скорости при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $3 \cdot D$).

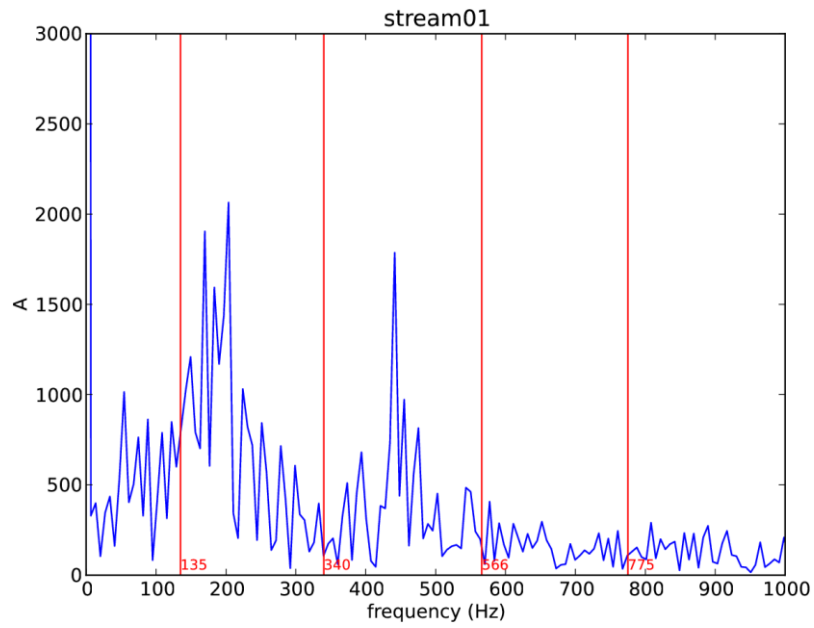


Рис. 5.38. Спектральная функция пульсаций давления в численном датчике давления №1 в варианте б).

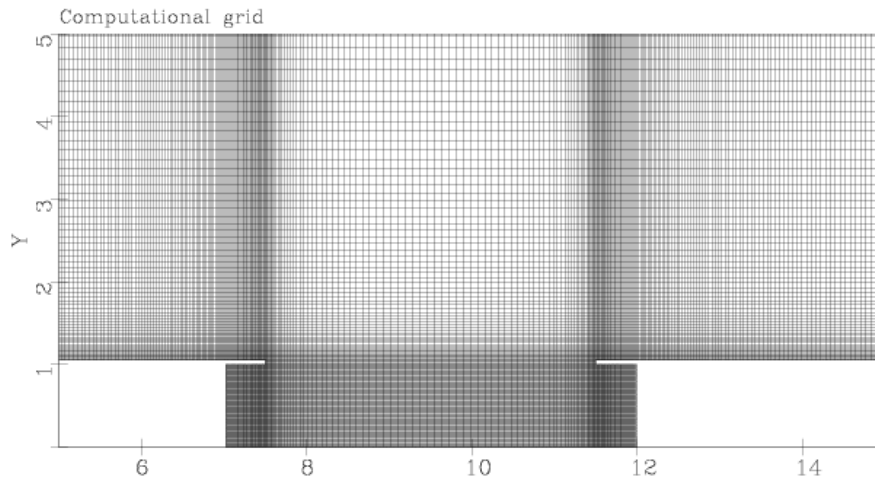


Рис. 5.39. Фрагмент расчетной области и расчетной сетки для каверны с плоской крышкой и “окном” длиной $4 \cdot D$.

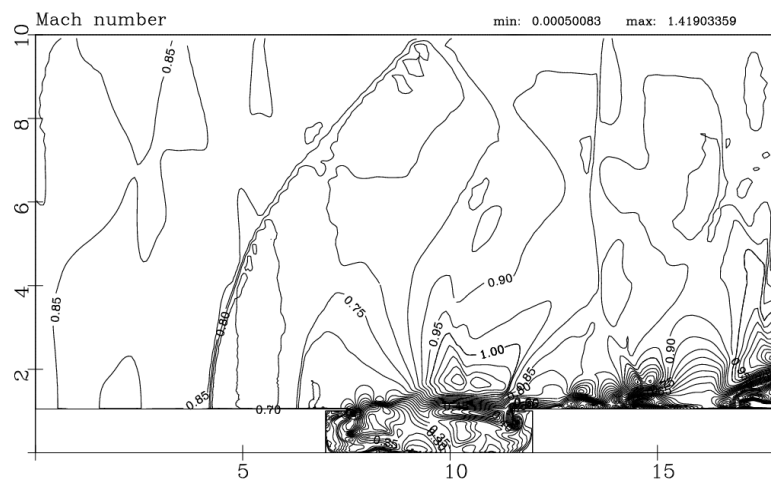


Рис. 5.40. Поле чисел Маха при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $4 \cdot D$).

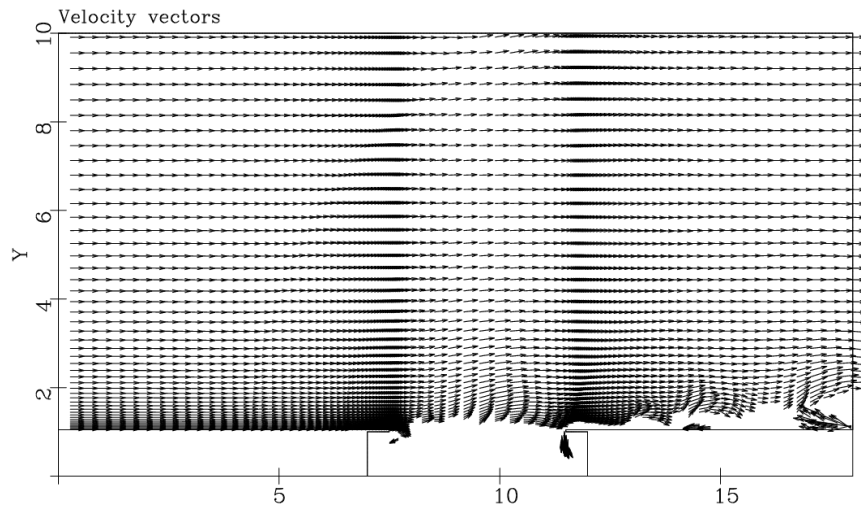


Рис. 5.41. Поле векторов скорости при обтекании каверны с плоской крышкой (длина “окна” $4 \cdot D$).

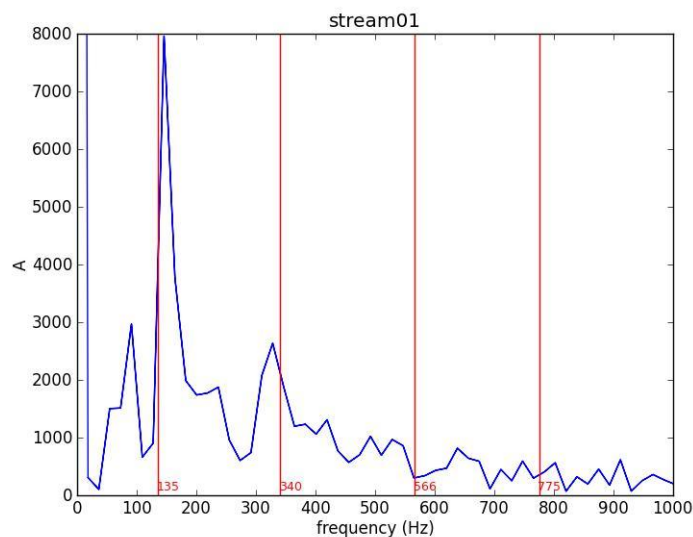


Рис. 5.42. Спектральная функция пульсаций давления в численном датчике давления №1 в варианте в).

Анализ результатов расчетов показывает, что для каждого расчетного случая в спектральной функции присутствует дискретные тона. Для малого окна $H=2 \cdot D$, когда большая часть каверны изолирована от внешнего потока крышкой, первая резонансная частота смещена в область больших частот по сравнению с первым тоном Росситера. Это определяется меньшим расстоянием между передней и задней кромками окна крышки по сравнению с передней и задней кромками открытой каверны. По мере увеличения длины окна $H=3 \cdot D$ первые две резонансные частота смещаются влево в сторону частот Росситера (рис. 5.34). И в случае самой большой длины окна $H=4 \cdot D$, когда каверна с крышкой практически близка к открытой каверне, резонансные частоты практически совпадают с частотами Росситера (рис. 5.42). Сила

сигнала (амплитуда дискретного тона спектральной функции рис. 5.34, 5.38, 5.42) увеличивается по мере "открытия" окна, возрастая в 2.5 - 4.0 раза. Это согласуется с физическими представлениями о том, что чем более изолирована область каверны от внешнего высокоскоростного потока, тем меньше поток массы внутрь каверны попадает через окно и тем меньше уровень пульсаций параметров внутри каверны.

5.3. Исследование обтекания прямоугольной каверны с крышкой в виде дуги окружности и окном в двухмерном приближении.

Для определения влияния защитной крышки в виде дуги окружности на параметры пульсационного течения в прямоугольной каверне были проведены расчеты обтекания каверны с крышкой в виде дуги окружности и разными положениями "окна" в крышке. В качестве базового расчетного случая использовался вариант 2 из подраздела 5.1. Размер окна был $H=2*D$. положение окна рассматривалось в двух вариантах: в первом (переднее положение) окно расположено симметрично относительно боковых стенок каверны (рис. 5.47), во втором (заднее положение) окно смещено назад по потоку (рис. 5.60). Толщина стенки крышки равнялась $0.1*D$, где D – глубина каверны. Радиус дуги окружности надстройки над каверной выбирался таким образом, чтобы высота надстройки (без окна) равнялась $1.6*D$ от пола каверны. Числовые датчики давления, в которых записывались в файл функции давления от времени, располагались аналогично рис. 5.28 а).

Результаты расчетов каверны с крышкой в виде дуги окружности и окном в переднем положении показаны на рис. 5.44 – 5.47, где показаны изолинии полей чисел Маха, полей давления, поля векторов скорости и изолинии полей кинетической энергии турбулентности. Результаты расчетов каверны с крышкой в виде дуги окружности и окном в заднем положении показаны на рис. 5.50 – 5.53.

На рис. 5.43, 5.49 представлены фрагменты расчетных сеток для каждого варианта переднего и заднего расположения окна.

На рис. 5.48 и 5.54 приведены спектральные функции пульсаций давления в числовом датчике давления №1 для каждого варианта положения окна (переднем и заднем). Красные вертикальные линии на этих рисунках - дискретные тона Росситера, посчитанные по формуле (5.7) для случая прямоугольной каверны без крышки.

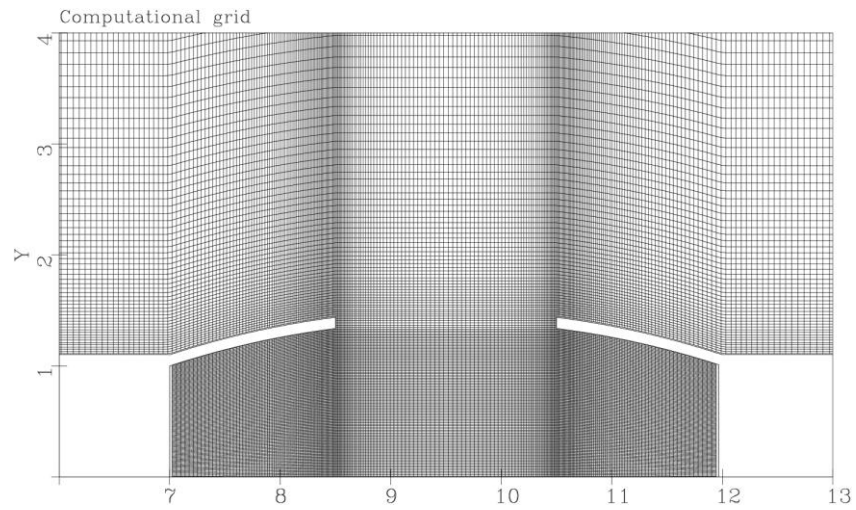


Рис. 5.43. Фрагмент расчетной области и расчетной сетки для каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в переднем положении.

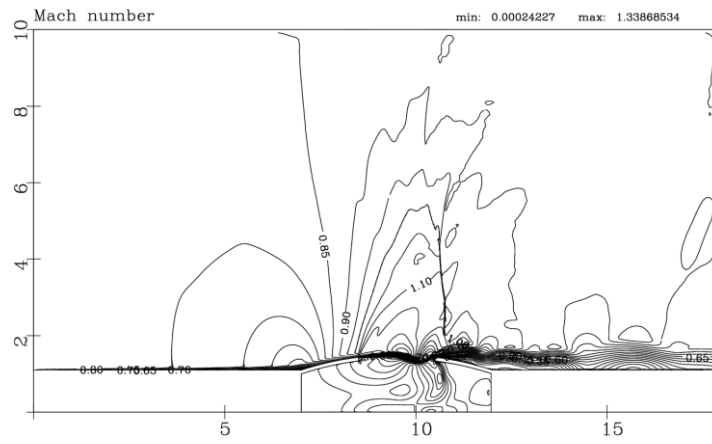


Рис. 5.44. Поле числа Маха при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в переднем положении.

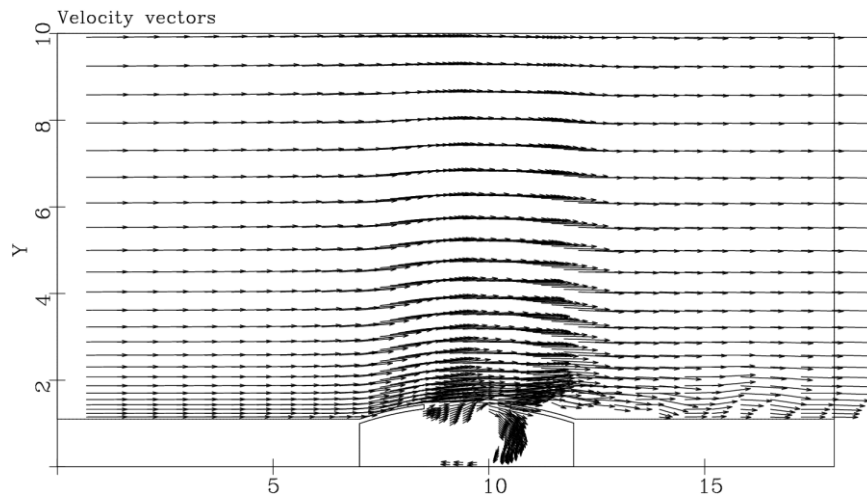


Рис. 5.45. Поле векторов скорости при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в переднем положении.

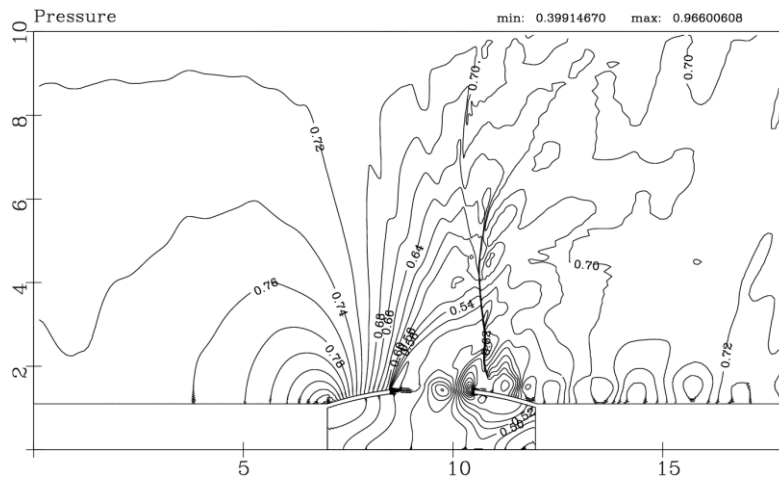


Рис. 5.46. Поле давления при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в переднем положении.

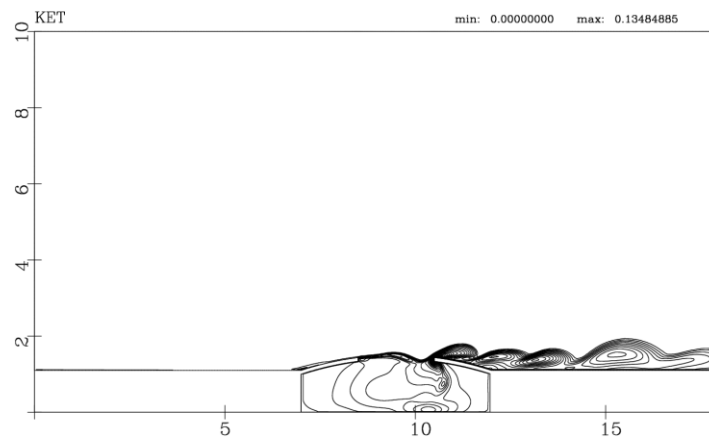


Рис. 5.47. Поле кинетической энергии турбулентности при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в переднем положении.

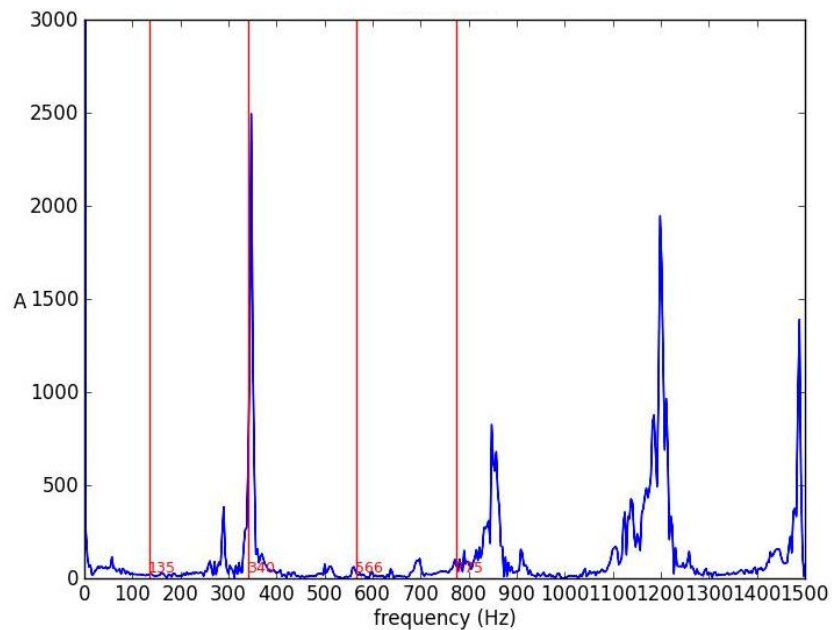


Рис. 5.48. Спектральная функция пульсаций давления в датчике №1 при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в переднем положении.

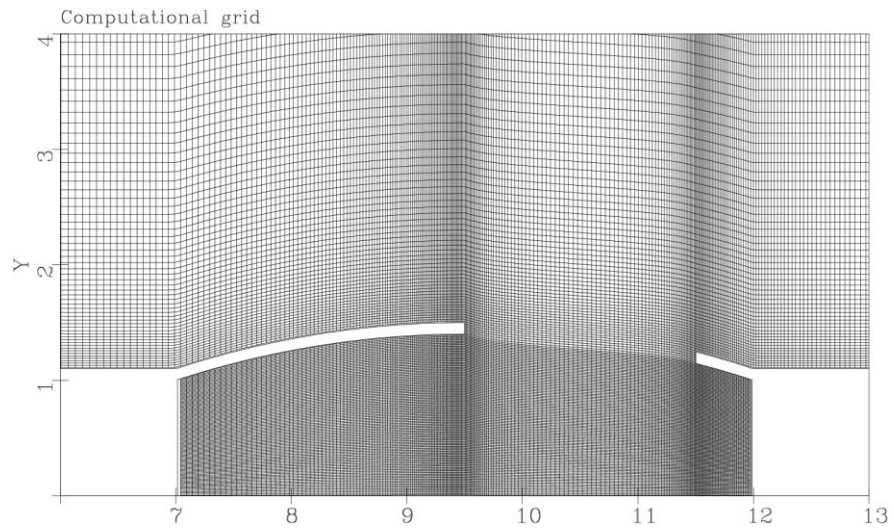


Рис. 5.49. Фрагмент расчетной области и расчетной сетки для каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в заднем положении.

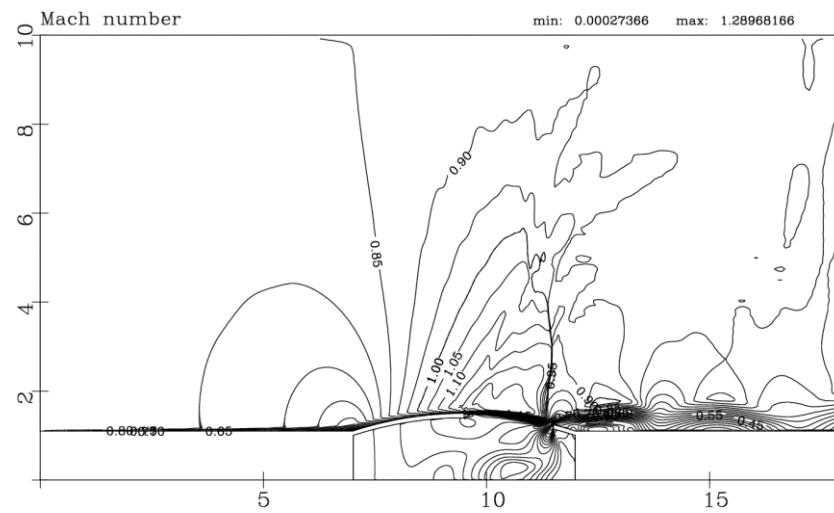


Рис. 5.50. Поле числа Маха при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в заднем положении.

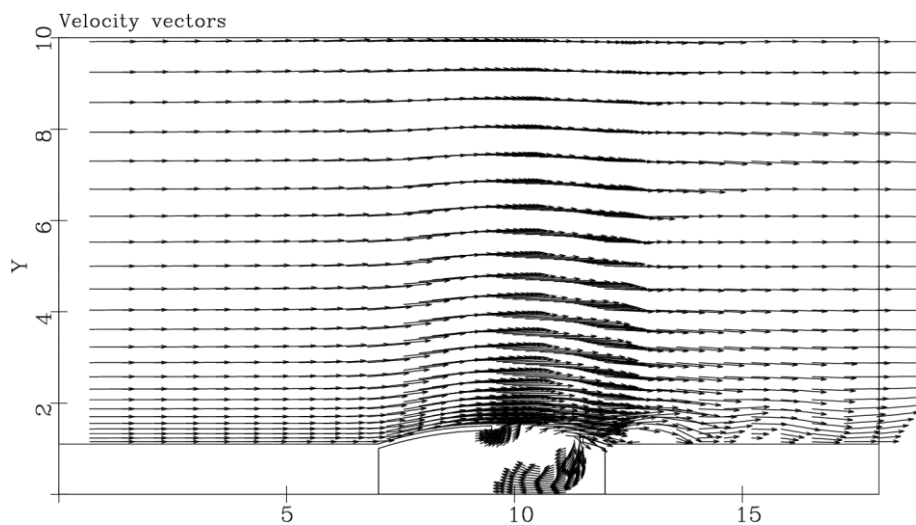


Рис. 5.51. Поле векторов скорости при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в заднем положении.

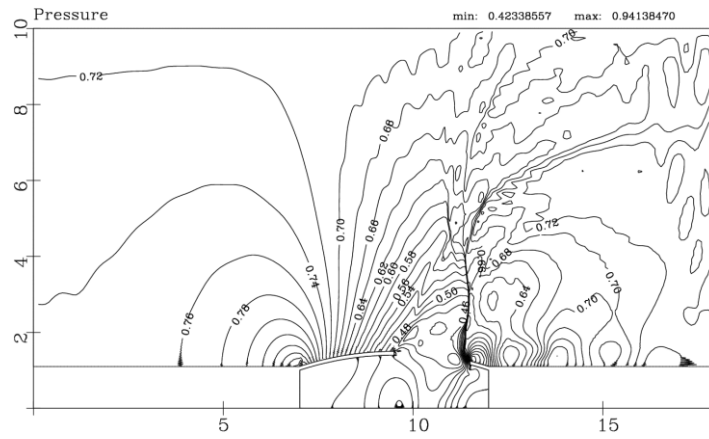


Рис. 5.52. Поле давлений при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в заднем положении.

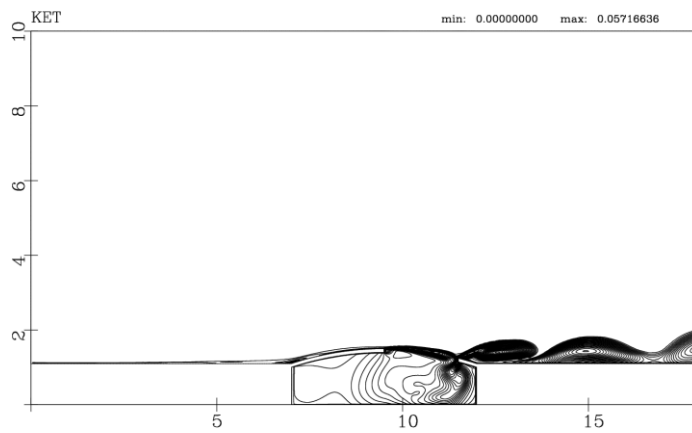


Рис. 5.53. Поле кинетической энергии турбулентности при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в заднем положении.

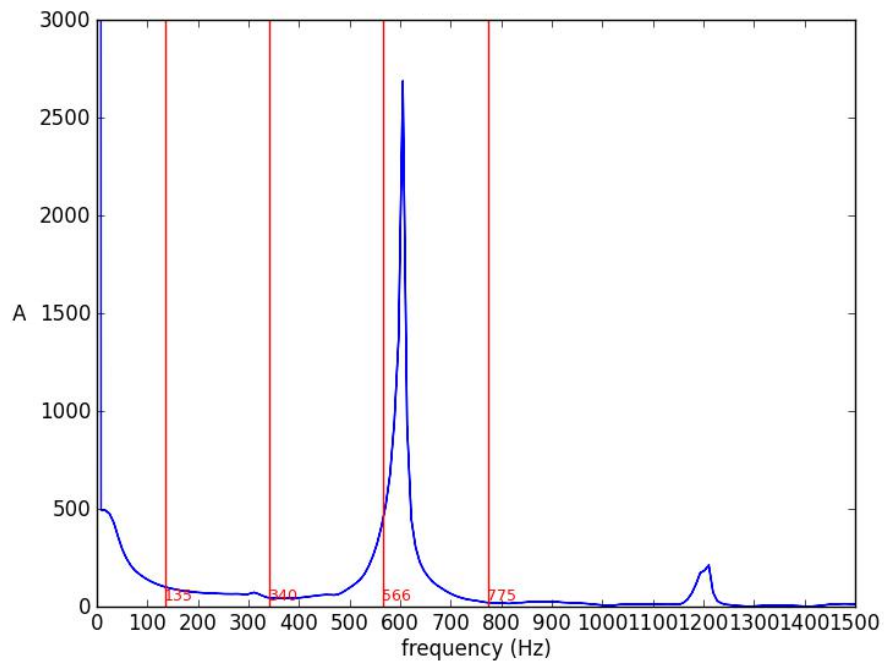


Рис. 5.54. Спектральная функция пульсаций давления в датчике №1 при обтекании каверны с крышкой в виде дуги окружности и “окном” длиной $2 \cdot D$ в заднем положении.

Анализ результатов расчетов показывает, что для случая переднего расположения окна в спектральной функции присутствует несколько дискретных тонов. Дискретный тон с наибольшей амплитудой совпадает со второй частотой Росситера (возможно совпадение случайно), смещение окна в заднее положение приводит к повышению частоты первого резонансного тона (почти совпадает с третьим дискретным тоном Росситера) и общему снижению мощности сигнала на резонансных частотах. Следует отметить, что варианты с плоской стенкой и стенкой в виде дуги окружности имели разную толщину стенки $0.05 \cdot D$ и $0.1 \cdot D$ соответственно. Поэтому в данный момент оценить чистое влияние радиуса надстройки по сравнению с случаем плоской стенки не представляется возможным.

Выводы к главе 5

1. Проведено численное моделирование двумерного течения в прямоугольной мелкой каверне (тест № 1, 2, 3) и применение программного комплекса расчета пространственных турбулентных течений на неструктурированных расчетных сетках на основе моделирования трехмерного течения в прямоугольной мелкой каверне (тест № 3).
2. Показано, что в двумерном случае спектральные характеристики, полученные в ходе численного моделирования с точностью до 10% соответствуют полуэмпирической теории Росситера для мелких и открытых каверн и экспериментальным данным (тест №1 и №2). Показано, что двухмерный и трехмерный алгоритмы дают близкие результаты по спектральным параметрам в плоскости симметрии ($z=0$).
3. Проведены численные исследования обтекания до-транс звуковым потоком вязкого газа мелкой открытой каверны оборудованной а) плоской крышкой с симметричным расположением окна, б) с цилиндрической крышкой передним и задним расположением выводного окна. Установлены уровни пульсаций давления в разных характерных точках внутри мелкой каверны.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Рассмотрена трехпараметрическая $k-\omega-\mu_t$ модель турбулентности. Предложено учитывать зависимость времени релаксации в уравнении для неравновесной турбулентной вязкости от различных масштабов времени, характерных для различных процессов в турбулентных потоках. В качестве примера рассмотрены характерные масштабы времени вязких эффектов, неравновесности турбулентности и градиента турбулентного давления. Предложена возможная зависимость времени релаксации от перечисленных выше масштабов времени.

2. Разработана трехпараметрическая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель турбулентности.

3. Исследовано поведение неравновесной турбулентной вязкости в случае затухания однородной изотропной турбулентности. Показано, что в рассматриваемом течении неравновесная турбулентная вязкость монотонно стремится к равновесной при любом начальном отклонении от равновесия.

4. Исследована задача взаимодействия затухающей турбулентности с ударной волной. Рассмотрены двухпараметрические (различные варианты $k-\varepsilon$ модели, $k-\omega$ модель) и трехпараметрические релаксационные модели турбулентности и показано:

а) рассмотренные модели турбулентности не способны правильно предсказать резкое возрастание и падение турбулентности вблизи ударной волны,

б) на правильное предсказание поведения кинетической энергии турбулентности на некотором расстоянии от ударной волны оказывается влияние учет неравновесности в модели турбулентности; лучше всего проявляют себя модели Chen [90], Chen, Kim [91] и Haroutunian [105],

в) для правильного предсказания поведения энергии турбулентности при помощи стандартной модели турбулентности и предложенной $k-\varepsilon-\mu_t$ моделью важно использовать условие реализуемости напряжений Рейнольдса. При этом значение константы в этом условии должно быть близко к теоретическому P_{\max} принадлежит интервалу [10,15] ([100]).

5. Рассмотрено течение в сверхзвуковой недорасширенной турбулентной струе. Показано, что предложенные модификации $k-\omega-\mu_t$ модели позволяют управлять положением системы скачков уплотнения в рассмотренной струе по сравнению с исходной $k-\omega-\mu_t$ моделью.

6. Продемонстрировано, что предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель позволяет заметно улучшить точность предсказания характеристик смещения в струе и положения системы скачков уплотнения.

7. Разработан программный комплекс расчета пространственных турбулентных течений в областях сложной геометрической формы. Программный комплекс использует неструктурированные гибридные расчетные сетки и имеет второй порядок точности по пространству и времени на гладких решениях.

8. Показана работоспособность разработанного программного комплекса при расчете высокоскоростных течений на различных неструктурированных расчетных сетках как для гладких течений, так и для течений со сложной структурой газодинамических разрывов.

9. Выполнено сравнение рассчитанных полей плотности с экспериментальными результатами по гиперзвуковому обтеканию модели тракта ГПВРД. Показано, что удается хорошо воспроизвести структуру течения внутри этой модели.

10. Проведено численное моделирование на основе LES подхода течения в недорасширенной сверхзвуковой струе. Получено вполне удовлетворительное соответствие между экспериментальными данными и результатами численных расчетов.

11. Рассмотрено течение внутри плоского сопла в режиме перерасширения. Для одного выбранного значения отношения $n=2.4$ давления на входе и выходе из сопла получены неизвестные коэффициенты в предложенных трехпараметрических $k-\omega-\mu_t$ моделях турбулентности с учетом зависимости времени релаксации в уравнении для неравновесной турбулентной вязкости от характерных масштабов времени неравновесности турбулентности, градиента турбулентного давления и вязких эффектов. На основе полученного коэффициента проведено численное моделирование течения внутри плоского сопла для предложенных моделей при $n=2.0, 2.4, 3.0, 3.4, 5.4$. Сравнение результатов проведенного моделирования с экспериментальными данными показывает, что полученные модели улучшают предсказание точки отрыва по сравнению с $k-\omega$ моделью [176].

12. В ходе численного моделирования течения внутри плоского сопла в режиме перерасширения для $n=2.4$ получен неизвестный коэффициент в

предложенной трехпараметрической $k-\varepsilon-\mu_t$ модели турбулентности. На основе полученного коэффициента проведено численное моделирование течения внутри плоского сопла для предложенных моделей при $n=2.0, 2.4, 3.0, 3.4, 5.4$. Сравнение результатов проведенного моделирования с экспериментальными данными показывает, что рассматриваемая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель улучшает или не ухудшает предсказание положения отрыва по сравнению со всеми рассмотренными моделями, в том числе и по сравнению с лучшей моделью турбулентной вязкости для рассматриваемого типа течения из работы [21].

13. Проведено численное моделирование течения внутри осесимметричного сопла с толстой стенкой, предложенного для тестирования моделей турбулентности на европейской конференции по аэрокосмическим наукам [164]. Показано, что использование $k-\varepsilon-\mu_t$ модели и $k-\omega-\mu_t$ модели без учета сжимаемости позволяет получить положение отрыва, близкое к наблюдаемому в эксперименте.

14. Рассмотрено течение внутри осесимметричных сопел с одинаковой дозвуковой частью и тремя различными сверхзвуковыми участками: два сопла с конической частью и полууглами раствора 4° и 22.5° соответственно и профилированной частью ([57; 21]). Показано следующее:

а) предложенные трехпараметрические релаксационные модели и учет сжимаемой диссипации [149] позволяют улучшать предсказание положения отрыва для рассмотренных течений по сравнению с базовой двухпараметрической моделью и по сравнению с моделями без учета сжимаемой диссипации;

б) коэффициенты предложенных вариантов $k-\omega-\mu_t$ моделей, выбранные на основе результатов моделирования течения внутри плоского сопла, оказались непригодны для течений в осесимметричных соплах;

в) предложенная $k-\varepsilon-\mu_t$ модель не нуждается в дополнительных корректировках для рассмотренных случаев.

15. Рассмотрена задача моделирования взаимодействия ударных волн с пограничным слоем в случаях сверхзвукового и гиперзвукового обтекания сжимающего угла. Показано, что с использованием рассмотренных двухпараметрических и трехпараметрических моделей можно получить приемлемое соответствие между экспериментальными и расчетными значениями длины отрывной зоны и значения восстановленного статического давления. Получено, что среди

рассмотренных моделей наиболее удачными для моделирования указанного течения являются высокорейнольдсовы модели: двухпараметрическая $k-\varepsilon$ модель Chen [90] с моделью сжимаемой диссипации Sarkar [149] и трехпараметрическая $k-\varepsilon-\mu_t$ модель без учета сжимаемой диссипации. Показано, что при проведении численного моделирования гиперзвукового течения с использованием высокорейнольдсовых моделей требуется дополнительная адаптация сетки к значению безразмерного расстояния до стенки в пристеночной ячейке.

16. Рассмотрена задача моделирования сверхзвукового и гиперзвукового течения в воздухозаборнике. Показано, что с использованием выбранных трехпараметрических моделей можно получить приемлемое соответствие для ударно-волновой картины сверхзвукового течения в канале (воздухозаборника) и статического давления между экспериментальными и расчетными значениями. Положение и протяженность отрывной области проведенного численного моделирования соответствует эксперименту.

17. Выполнено численные исследования обтекания до-транс звуковым потоком вязкого газа мелкой открытой каверны оборудованной а) плоской крышкой с симметричным расположением окна, б) с цилиндрической крышкой передним и задним расположением выводного окна. Установлены уровни пульсаций давления в разных характерных точках внутри каверны.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Абрамович Г.Н. Теория турбулентных струй. — М.: Физматгиз, 1960. — 630 с.
2. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика: учебн. рук-во для втузов в 2 ч./ Г. Н. Абрамович. – М.:Наука.1991.– 600 с.
3. Антонов А.Н., Купцов В.М., Комаров В.В. Пульсации давления при струйных и отрывных течениях. М. Машиностроение, 1990, 272 с.
4. М. А. Антонов, И. А. Граур, Л. В. Косарев, Б. Н. Четверушкин, Численное моделирование пульсаций давления в трехмерных выемках. // Матем. моделирование, 1996, том 8, № 5, с.76–90.
5. Антонов А.Н., Филиппов К.Н., Пульсации давления в выемке, обтекаемой дозвуковым или сверхзвуковым потоком газа. // Прикладная механика и техническая физика. 1989. N 4. с. 84-89.
6. Безменова Н. В., Шустов С. А., Иванов И. Э., Пирумов У. Г., Кулябин К. П. Моделирование газодинамических и теплообменных процессов в ЖРДМТ // Матем. моделирование, 13:6 (2001), 5–10.
7. Берч С.Ф., Лебедев А.Б., Любимов Д.А., Секундов А.Н. Моделирование трехмерных струйных и погранслойных течений. // Изв. РАН. МЖГ. – 2001. – №5. – С.48-63.
8. Боголепов В.В. Расчет взаимодействия сверхзвукового пограничного слоя с тонким препятствием. // Уч. зап. ЦАГИ, 1974, т.5, 6, с.30-38.
9. Боголепов В.В., Нейланд В.Я. Исследование локальных возмущений вязких сверхзвуковых течений. Сб. Аэромеханика, М.:Наука, 1976, с.104-118.
10. Борисов А.В., Желтоводов А.А., Максимов А.И., Федорова Н.Н., Шпак С.И. Экспериментальное и численное исследование сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в окрестности двумерных препятствий // Механика Жидкости и Газа, 1999, N 2, с. 26-37.
11. Богатырев В.Я., Мухин В.А., Экспериментальное исследование течения в мелкой и глубокой кавернах. // Прикладная механика и техническая физика. 1984. N 3. С. 70-74.

12. Глебов Г.А., Молчанов А.М. Модель турбулентности для расчета высокоскоростных реагирующих струй. // Исследование теплообмена в летательных аппаратах. Сборник статей. Москва. МАИ, 1982, С.6-11.
13. Гуляев А.Н., Козлов В.Е., Секундов А.Н. К созданию универсальной однопараметрической модели для турбулентной вязкости // Изв. РАН. МЖГ. 1993. №4. С. 69-81.
14. Глушко Г.С., Некоторые особенности турбулентных течений несжимаемой жидкости с поперечным сдвигом // Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, 4, 128-136.
15. Глушко Г.С., Крюков И.А. Коэффициенты турбулентного переноса с учетом пульсаций плотности // Изв. РАН. МЖГ. 2001. № 1. С. 46-56.
16. Глушко Г. С., Крюков И. А. Влияние градиента энергии турбулентности и обтекаемой твердой поверхности на турбулентный процесс переноса импульса // Изв. РАН. МЖГ. 2003. № 4. С. 66-77.
17. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений. Препринт №793. М:ИПМех РАН. 2005. 36 с.
18. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А., Терехов И.В. Численное моделирование отрывных течений в соплах, Препринт ИПМ РАН, 815, 2006, 40.
19. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование отрывных течений в соплах, М:ИПМех РАН, препринт 815, 2006, 40 с.
20. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Моделирование турбулентности в сверхзвуковых струйных течениях. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Т.9, 2010, www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-023.pdf
21. Глушко Г.С., Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное моделирование отрывных течений в соплах. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Т.9, 2010, www.chemphys.edu.ru/pdf/2010-01-12-024.pdf
22. С.К. Годунов. Численное решение многомерных задач газовой динамики. Москва, «Наука», 1976.
23. Граур И.А., Елизарова Т.Г., Четверушкин Б.Н., Численное моделирование обтекания каверн сверхзвуковым потоком вязкого сжимаемого газа. // Инженерно-физический журнал. 1991.Т. 61, N 4. С. 570-577.

24. Гувернюк С.В., Зубков А.Ф., Симоненко М.М., Швец А.И. Экспериментальное исследование трехмерного сверхзвукового обтекания осесимметричного тела с кольцевой каверной. // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 4. С. 136-142.
25. Гувернюк С., Зубков А., Симоненко М. О наблюдении аэродинамического гистерезиса при сверхзвуковом обтекании кольцевой каверны на осесимметричном теле. // Успехи механики сплошных сред. Сборник докладов Международной конференции, приуроченной к 75-летию академика В.А. Левина. — ООО "Мегапринт" Иркутск, 2014. С.163–168.
26. Желтоводов А. А. Закономерности развития и возможности численного моделирования сверхзвуковых турбулентных отрывных течений // Авиационно-космическая техника и технология . - 2012. - № 5. - С. 95–107.
27. Зайчик Л.И. Пристеночные функции для моделирования турбулентного течения и теплообмена // Теплофизика высоких температур, 1997, **35**, 3, 391-396.
28. Запрягаев В.И., Солотчин А.В., Киселев Н.П. Исследование структуры сверхзвуковой струи при изменении геометрии входного участка сопла // ПМТФ. — 2002. — Т. 43, №4. — С. 58-64.
29. Иванов И.Э., Крюков И.А. Квазимонотонный метод повышенного порядка точности для расчета внутренних и струйных течений невязкого газа // Математическое моделирование, 1996, 8, 6, 47-55.
30. Иванов И.Э., Крюков И.А. Численное исследование турбулентных течений с ограниченным и свободным отрывом в профилированных соплах // Вестник Московского авиационного института, 2009, т. 16, № 7, с. 23-30.
31. Иванов И.Э., Крюков И.А., Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование РАН, 2009, т. 21, № 12, с. 103-121.
32. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Численное моделирование вязких пространственных течений: Материалы XVI международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2009). Алушта, 2009 г., с. 339-342.
33. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Исследование взаимодействия турбулентности с ударными волнами на основе двухпараметрических моделей: Материалы

VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2010), 2010, с. 48-49.

34. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Математическое моделирование взаимодействия турбулентности с ударными волнами. Вестник МАИ, т. 18, №1, 2011, с. 21-26.

35. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Влияние учета неравновесности турбулентности на численное моделирование взаимодействия турбулентности с ударными волнами: 4-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем». Сборник научных трудов, Москва, 2011г., с. 59-62.

36. Крюков И.А., Ларина Е.В., Иванов И.Э. Численное моделирование турбулентных течений в соплах и струях на основе трехпараметрической модели турбулентности: Материалы XVII международной конференции ВМСППС'2011, Алушта, 2011 г., с. 565-567.

37. И.Э. Иванов, И.А. Крюков, Ларина Е.В. Моделирование турбулентности при взаимодействии ударных волн с пограничными слоями в гиперзвуковых течениях: IX Международный Симпозиум по радиационной плазмодинамике: Сборник научных трудов, М.:НИЦ "Инженер", 2012, с. 56-61, ISBN 978-5-7013-0144-1.

38. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Численное моделирование высокоскоростных течений на основе трехпараметрической модели турбулентности: Материалы IX международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2012). Алушта, 2012 г., с. 43-45.

39. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Численное моделирование отрывных сверхзвуковых и гиперзвуковых течений вблизи сжимающего угла: Материалы XVIII международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013). Алушта, 2013 г., с. 598-600.

40. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Исследование моделей турбулентности для численного моделирования сверхзвукового и гиперзвукового отрывного обтекания сжимающего угла: Материалы XIII школы-семинара "Модели и методы аэродинамики" (ММА'2013). Евпатория, 2013 г., с. 123-125.

41. Иванов И.Э., Крюков И.А., Ларина Е.В. Влияние времени релаксации турбулентной вязкости на моделирование течений в соплах и струях // Изв. РАН. МЖГ. 2014. № 5. С. 149-159.

42. Исаев С. А., Липницкий Ю. М., Баранов П. А., Панасенко А. В., Усачов А. Е. Моделирование турбулентной сверхзвуковой недорасширенной струи, истекающей в затопленное пространство, с помощью модели переноса сдвиговых напряжений // ИФЖ. 2012. Т. 85, № 6, С. 1253–1267.

43. Козлов В.Е., Секундов А.Н., Смирнова И.П. Модели турбулентности для описания течения в струе сжимаемого газа // Изв. АН СССР, МЖГ. 1986. №6.

44. Котов М.А., Рулева Л.Б., Солодовников С.И., Суржигов С.Т. Экспериментальные исследования обтекания моделей в гиперзвуковой ударной аэродинамической трубе // 5-я Всероссийская школа-семинар «Аэрофизика и физическая механика классических и квантовых систем»: Сборник научных трудов, М:ИПМех РАН, 2012, стр. 110-115.

45. Котов М.А., Кузенов В.В., Рулева Л.Б., Суржигов С.Т. Одномерное компьютерное моделирование газодинамических процессов в аэродинамической ударной трубе ГУАТ ИПМех РАН // 9 Международный симпозиум по радиационной плазмодинамике РПД-2012, 8-11 декабря: Сб. научн. трудов - М., Изд-во ООО Научно-издательский центр «Инженер» – 2012, стр. 26-33.

46. Крайко А. Н., Тилляева Н. И., Щербаков С. А. Метод расчёта течений идеального газа в плоских и осесимметричных соплах с изломами контура// Ж. вычисл. матем. и матем. физ., 26:11 (1986), 1679–1694.

47. Крюков И.А. Исследование ламинарных и турбулентных течений с большими градиентами параметров. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, 2003 г.

48. Крюков И.А. Расчет сверхзвуковых турбулентных течений // Вестник Московского авиационного института, 2009, т. 16, № 2, с. 101-108.

49. Крюков И.А., Глушко Г.С., Ларина Е.В. Некоторые особенности моделирования турбулентности в высокоскоростных течениях. Вестник Нижегородского университета им. Лобачевского, № 4, часть 3, Нижний Новгород, 2011 г., с. 902-903.

50. Ларина Е.В., Крюков И.А., Шушаков А., Иванов И.Э. Численное исследование течения вязкого газа в прямоугольной мелкой каверне: Материалы X международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014). Алушта, 2014 г., с. 40-43.

51. Липатов И.И. Пространственное обтекание малой неровности в режиме слабого гиперзвукового взаимодействия // Учен. записки ЦАГИ. 1980. Т. 11, № 2.
52. Липатов И.И., Нейланд В.Я. К теории нестационарного отрыва и взаимодействия ламинарного пограничного слоя // Учен. записки ЦАГИ. 1987. Т. 18, № 1. С. 36–49.
53. Липатов И. И. Процессы торможения сверхзвуковых течений в каналах. // Изв. Сарат. ун-та. Нов. сер. Сер. Математика. Механика. Информатика, **8:3** (2008), 49–56 <http://mi.mathnet.ru/isu120>
54. В.Г. Лущик, А.Е. Якубенко. Сверхзвуковой пограничный слой на пластине. Сравнение расчета с экспериментом // Изв. РАН. МЖГ. 1998. № 6. С. 64-78.
55. Любимов Д. А. Исследование с помощью комбинированного RANS/ILES-метода влияния геометрии сопла и режима истечения на характеристики турбулентности выхлопных струй. // ТВТ, 47:3, 2009, С. 412–422.
56. Любимов Д. А. Разработка и применение метода высокого разрешения для расчета струйных течений методом моделирования крупных вихрей. // Теплофизика высоких температур. 2012. Т. 50. № 3. С. 450-466.
57. Малик Т.И., Тагиров Р.К. Полуэмпирический метод расчета турбулентного отрывного течения в коническом сопле Лавалья на режиме перерасширения. // Изв. АН СССР, Мех. жидк. газа, 1988, 6, 60-66.
58. Миронов Д.С., Лебига В.А., Зиновьев В.Н., Пак А.Ю. Исследование пульсаций, генерируемых мелкой каверной при обтекании сжимаемым дозвуковым потоком. // Сборник трудов XXIII семинара по струйным, отрывным и нестационарным течениям с международным участием 26–29 июня 2012 г., Томск; Изд-во Томского политехнического университета, 2012.-С.430, с.268-263.
59. Молчанов А. М. Расчет сверхзвуковых неизобарических струй с поправками на сжимаемость в модели турбулентности // Вестник МАИ. Т. 16, № 1, 2010 . С. 38–48.
60. Молчанов А.М. Численный метод расчета сверхзвуковых турбулентных струй. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Т.10, 2010, www.chemphys.edu.ru/pdf/2009-12-14-001.pdf
61. Монин А.С., Яглом А.М., Статистическая гидромеханика. Часть 1, М.: Наука, 1965.

62. Нейланд В.Я. Асимптотические задачи вязких сверхзвуковых течений. // Тр. ЦАГИ, 1974, вып.1529.
63. Нейланд В.Я. Асимптотическая теория отрыва и взаимодействия пограничного слоя со сверхзвуковым потоком газа. // Усп. Мех., 1981, т.4, вып.2, с.3-62.
64. Нейланд В.Я. Асимптотическая теория взаимодействия и отрыва пограничного слоя в сверхзвуковом потоке газа. // Механика и научно-технический прогресс., т.2, М.: Наука, 1987, с.128-145.
65. Нейланд В.Я., Соколов Л.А., Шведченко В.В. Влияние температурного фактора на структуру отрывного течения в сверхзвуковом потоке газа // Изв. РАН. МЖГ. 2008, № 5, с.39-51.
66. Нейланд В.Я., Соколов Л.А., Шведченко В.В. Структура отрывного течения при обтекании угла сжатия сверхзвуковым потоком и различных значениях температурного фактора. // Успехи механики сплошных сред : к 70-летию академика В.А.Левина: сб.научн.тр. Владивосток. 2009, с.540-562.
67. Пирумов У.Г. Обратная задача теории сопла. М.: Машиностроение, 1988
68. Пирумов У.Г., Росляков Г.С. Газовая динамика сопел. М.: Наука, 1990
69. Трошин А.И. Модель турбулентности с переменными коэффициентами для расчетов слоев смешения и струй // Изв. РАН. МЖГ. 2012. № 3. С. 39-48.
70. Савельев А. Д. Численное моделирование обтекания протяженных выемок сверхзвуковым потоком. // Ученые Записки ЦАГИ, 2011, Том XLII, №3, с. 60-72.
71. Савельев А. Д. О влиянии задней кромки каверны на интенсивность пульсаций потока. // Известия РАН, Мех.жидк.газа, 2001, №3, с. 79-89.
72. Сафронов А.В. Метод расчета струй продуктов сгорания при старте. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. 2006 год, том 4. www.chemphys.edu.ru/media/files/2006-10-23-001.pdf
73. Сафронов А.В., Хотулёв В.А. Результаты экспериментальных исследований сверхзвуковых холодных и горячих струйных течений, истекающих в затопленное пространство// Физико-химическая кинетика в газовой динамике.–2008. –Том 6.– <http://chemphys.edu.ru/pdf/2008-10-20-001.pdf> .

74. Сафронов А.В. О применимости моделей турбулентной вязкости для расчета сверхзвуковых струйных течений // Физико-химическая кинетика в газовой динамике, Т.13, 2012, <http://chemphys.edu.ru/media/files/2012-07-12-001.pdf>
75. Секундов А.Н. Турбулентность в сверхзвуковом потоке и её взаимодействие со скачком уплотнения // Изв. РАН. МЖГ. 1974. №2. С. 8-16.
76. Стернин Л.Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. // М.: Машиностроение, 1974. 212 с.
77. Уэст, Коркети Структура течения при сверхзвуковом обтекании угла между пересекающимися клиньями в случае больших чисел Рейнольдса // Ракетная техника и космонавтика, 1972, т.10, №5, с.115-121.
78. Чепрасов С. А. Разработка модели турбулентности и исследование особенностей моделирования течения и шума струй со скачками уплотнения на основе методов RANS и LES. Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук, Москва, 2014. – 93с.
79. Черный Г.Г. Течение газа с большой сверхзвуковой скоростью. М.: Физматгиз. 1959.
80. Шведченко В.В. О вторичном отрыве при сверхзвуковом обтекании угла сжатия // Ученые записки ЦАГИ, 2009. Т.40, № 5, с. 53-68.
81. А.И. Швец. Экспериментальное исследование течения в выемке на осесимметричном теле. // Прикладная механика и техническая физика. 2001. Т. 42, N-2, с. 88-95.
82. Шур М.Л., Спаларт Ф.Р., Стрелец М.Х. Расчет шума сложных струй на основе первых принципов // Математическое моделирование, 2007, т. 27, N 7, с. 5-26.
83. Afridi U.Z., Master Thesis. Numerical Simulation of turbulent flow Over a Cavity. Department of Appl. Math., Division of Fluid Dynamic, Chalmers Univ. of technology, Gottingen Sweden, 2012.
84. Atvars K., Knowles K., Ritchie S.A., Lawson N.J. Experimental and computational investigation of an 'open' transonic cavity flow. Proc. IMechE. Vol 223, Part G: J.Aerospace Engineering. 2009. p.357-367.
85. Babinsky H., Harvey J.K., Shock wave-boundary-layer interactions. Cambridge Aerospace Series, 2011. [ISBN 980-0-521-84852-7]

86. Barth T.J., Jespersen D.C. The design and application of upwind schemes on unstructured meshes // AIAA Paper No. 1989-0366, Jun 1989.
87. Bowcutt, Kevin G., Anderson, John D., Jr., and Capriotti, Diego. Viscous Optimized Hypersonic Waveriders // AIAA Paper 87-0272, 1987.
88. Bultjes P.J.H. Memory effects in turbulent flows, PhD Thesis, Delft, 1977.
89. Catris S., Aupoix B. Density Corrections for Turbulence Models. Aerospace Science and Technology, Vol. 4, 2000, pp. 1-11.
90. Chen Y.S., Applications of a new wall function to turbulent flow computations. // AIAA Pap. 86-0438, 1986.
91. Chen Y.S., Kim S.W., Computation of turbulent flows using an extended k- ϵ turbulence closure model, NASA Contractor Report 179204, 1987.
92. Childs R.E., Caruso S.C. On the accuracy of turbulent base flow predictions. // AIAA Pap. 87-1439, 1987.
93. Coleman G. T., Stollery J. L. Heat transfer from hypersonic turbulent flow at a wedge compression corner // J. Fluid Mech., 1972, 56, 4, 741-752.
94. Craft T.J., Launder B.E., Suga K. Development and application of a cubic eddy viscosity model of turbulence. // Int. J. Num. Meth. In Fluids, 17, 108-115, 1996.
95. Dash S.M., Kenzakowski D.C., Seiner J.M., Bhat T.R.S., Recent advances in jet flow field simulation. Part I – Steady flow. // AIAA Pap. 93-4390, 1993.
96. Dyban E., Fridman E. Relaxation process modeling in a turbulent boundary layer with nonzero free stream turbulence. // Mathematical Problems in Engineering, V. 3, №3, pp. 255-265, 1997.
97. Edwards J. R., Chandra S. Comparison of Eddy Viscosity-Transport Turbulence Models for Three-Dimensional, Shock-Separated Flowfields. // AIAA J., Vol. 34, No. 4, 1996, pp. 756-763.
98. Elfstrom G.M. Turbulent Hypersonic Flow at a Wedge-Compression Corner // J. Fluid Mech., 1972, 53, 113-127.
99. Gatski T.B., Speziale C.G. On explicit algebraic stress models for complex turbulent flows. // Journal of Fluid Mech., 254, 59-78, 1993.
100. Gerolymos G.A., Implicit multiple grid solution of the compressible Navier-Stokes equations using k- ϵ turbulence closure. // AIAA J., 1990, 28, 10, 1707-1717.

101. Geuzaine C., Remacle J.-F. Gmsh: a three-dimensional finite element mesh generator with built-in pre- and post-processing facilities // *Int. J. for Numerical Methods in Eng.*, Vol. 79, 2009, No. 11, pp. 1309-1331.
102. Jamme, J.-B. Cazalbou, F. Torres, P. Chassaing. Direct numerical simulation of the interaction between a shock wave and various types of isotropic turbulence. // *Flow, Turbul. Combust.*, 2002, 68, 227-268.
103. Jongen T., Gatski T.B., A new approach to characterizing the equilibrium states of the Reynolds stress anisotropy in homogeneous turbulence. // *Theor. Comp. Fluid Dynamics*, 1998, 11, 31-47.
104. Hanjalic K., Launder B.E. A Reynolds-stress model of turbulence and its application to thin shear flows. // *J. Fluid Mech.*, 1972, 52, 609-638.
105. Haroutunian V., Simulation of vortex shedding past a square prism using three two-equation turbulence models. // *Sixth Int. Symp. on CFD (Lake Tahoe, Nevada)*, vol. 1, 1995, 408-414.
106. Haselbacher A., Blazek J. Accurate and efficient discretization of Navier – Stokes equations on mixed grids // *AIAA J.*, Vol. 38, No. 11, 2000, pp. 2094–2102.
107. Herrmann C.D., Koschel W.W. Experimental investigation of the internal compression of a hypersonic intake. // *38th AIAA/ASME/SAE/ASEE Joint Propulsion Conference & Exhibit. 7-10 July 2002, Indianapolis, Indiana. AIAA-2002-4130.*
108. Herrero J., Grau F.X., Grifoll J., Gilart F. A new wall k - ϵ formulation for high Prandtl number heat transfer // *Int. J. Heat and Mass Transfer*, 1991, 34, 3, 711-721.
109. Hinze J.O. Memory effects in turbulence // *ZAMM*. 1976. V. 56. №10. P. 403-415.
110. Hiroyuki Hirahara, Masaaki Kawahashi, Maksud Uddin Khan, Kerry Hourigan. Experimental investigation of fluid dynamic instability in a transonic cavity flow. // *Experimental Thermal and Fluid Science*. V. 31, 2007, pp. 333–347.
111. Hunter C.A. Experimental, theoretical, and computational investigation of separated nozzle flows. // *AIAA Paper 98-3107*, 1998.
112. Kenzakowski D.C., Kannepalli C., Brinckman K.W., Computational studies supporting concepts for supersonic jet noise reduction. // *AIAA Pap.* 2004-0518, 2004.
113. M.A. Kotov, I.A. Kryukov, L.B. Ruleva, S.I. Solodovnikov, S.T. Surzhikov. Experimental Investigation Of An Aerodynamic Flow Of Geometrical Models In

Hypersonic Aerodynamic Shock Tube. // AIAA Wind Tunnel and Flight Testing Aero II, San Diego, June 24-27 2013.

114. Kral L.D., Mani M., Ladd J.A., Application of turbulence models for aerodynamic and propulsion flowfields. // AIAA J., 1996, 34, 11, 2291–2298.

115. Lakehal D., Thiele F. Sensitivity of Turbulent Shedding Flows Past Cylinders to Non-linear Stress-Strain Relations and Reynolds Stress Models. // Computers & Fluids, No. 30, 2001.

116. Lam C.K.G., Bremhorst K.A. A modified form of the k- ϵ model for predicting wall turbulence. // Trans. ASME, J.Fluids Engng., 1981, 103, 456-460.

117. Larina E.V., Kryukov I.A., Ivanov I.E.. Numerical simulation of high-speed separation flow in the aerospace propulsion systems.ICAS 2014 Proceedings (29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences), 2014г, ISBN: 3-932182-80-4.

118. Launder B. E., Reece G. J., Rodi W. Progress in the Development of a Reynolds-Stress Turbulent Closure. // J. of Fluid Mechanics, Vol. 68(3), pp. 537-566, 1975.

119. S.J. Lawson, G.N. Barakos Review of numerical simulations for high-speed, turbulent cavity flows. // Progress in Aerospace Sciences. V.47, 2011, pp. 186–216 .

120. Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Computer Meth. Appl. Mech. Engn., 1974, 3, 3, 269-289.

121. Lee J., Sloan M.L., Paynter G.C. Lag model for turbulent boundary layers over rough bleed surfaces // J. of Propulsion and Power. 1994. V. 10. № 4. P. 562–568.

122. Liou M.S., Steffen C.J.Jr. A New Flux Splitting Scheme. // J. of Computational Physics, Vol. 107, 1993, pp. 23-39.

123. Lillard R.P., Olsen M.E., Oliver A.B., Blaisdell G.A. et al. The lagRST Model: a Turbulence Model for Non-Equilibrium Flows. // AIAA Pap. № 2012-444. 2012. 37 p.

124. Lillard R.P. Turbulence modeling for shock wave/turbulent boundary layer interactions, PhD Thesis, Purdue University, 2011.

125. M. Loginov, N. Adams, and A. Zheltovodov. Large-eddy simulation of shockwave/turbulent-boundary-layer interaction. // J. Flui. Mech, 565 (2006), 135–69.

126. Louis N. Cattafesta III, Qi Song, David R. Williams, Clarence W. Rowley, Farrukh S. Alvi . Active control of flow-induced cavity oscillations. // Progress in Aerospace Sciences. V.44, 2008, pp. 479–502.

127. Mahapatra D., Jagadeesh G. Studies on unsteady shock interactions near a generic scramjet inlet. // AIAA J., Vol. 47, No. 9, September 2009, DOI: 10.2514/1.41954.
128. K. Mahesh, S. K. Lele, P. Moin, The influence of entropy fluctuations on the interaction of turbulence with a shock wave. // J. Fluid Mech., 1997, 334, 353-379.
129. K. Mahesh, P. Moin, S. K. Lele, The interaction of a shock wave with a turbulent shear flow. // Thermosciences Division, Department of Mechanical Engineering, Stanford University, Report No. TF-69, Stanford, CA, 1996.
130. Martin M. P. Preliminary DNS Database of Hypersonic Turbulent Boundary Layers. // AIAA Pap. 2003-3726, 2003.
131. Mendonça F., Allen R., de Charentenay J., Kirkham D. CFD prediction of narrowband and broadband cavity acoustics at $M=0.85$. // AIAA Pap. 2003-33032003, American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003.
132. Menter F.R., Zonal two-equation $k-\omega$ models for aerodynamics flow // AIAA Pap. 93-2906, 1993.
133. Michalak C., Ollivier-Gooch C. Accuracy preserving limiter for the high-order accurate solution of the Euler equations // J. of Computational Physics, Vol. 228, 2012, pp. 8693-9711.
134. Murakami S., Mochida A., Kondo K., Ishida Y., Tsuchiya M. Development of new $k-\varepsilon$ model for flow and pressure fields around bluff body // J. Wind Eng. Ind. Aerodyn., 1998, 67&68, 169-182.
135. Nakayama A., Koyama H., A wall law for turbulent boundary layers in adverse pressure gradients // AIAA J., 1984, **22**, 10, 1386-1389.
136. C. Ozalp, A. Pinarbasi, B. Sahin Experimental measurement of flow past cavities of different shapes // Experimental Thermal and Fluid Science. V. 34, 2010, pp. 505–515.
137. M.E. Olsen, T. J. Coakley. The Lag Model, a Turbulence Model for Non Equilibrium Flows // AIAA Pap., 2001-2664, 2001, 11p.
138. M. E. Olsen, T. J. Coakley, and R. P. Lillard. The lag model applied to high speed flows // 43rd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Nevada, January 2005. AIAA 2005-0101.

139. Papp Jr.W.J., Maher M.H., Baker R.F. Use of shredded tires in the subbase layers of asphalt pavements // ASTM STP 1275, Testing Soil Mixed with Waste or Recycled Materials, 1997, 286–298.
140. Park C.H., Park S.O. On the limiters of two-equation turbulence models // Int. J. Comput. Fluid Dyn., 2005, 19, 1, 79–86.
141. Patel V.C., A united view of the law of the wall using mixing length theory // Aeronautical Quarterly, 1973, **24**, 55-70.
142. Pope S.B. A more general effective-viscosity hypothesis // Journal of Fluid Mech., 72, 331-340, 1975.
143. Pruett C. D., Chang C-L Spatial Direct Numerical Simulation of High-Speed Boundary- Layer Flows Part II: Transition on a Cone in Mach 8 Flow // Theor. Comput. Fluid Dyn., 1995, 7, 397-424.
144. Revell A.J., Benhamadouche S., Craft T., Laurence D. A stress-strain lag eddy viscosity model for unsteady mean flow // Int. J. of Heat and Fluid Flow. 2006. V. 27. №5. P. 821-830.
145. Reyhner T.A. Finite difference solutions of the compressible turbulent boundary layer equations. Proc. of Comp. of Turbulent Boundary Layers. Stanford Conference. 1968. V. 1. P. 375–383.
146. Rockwell D. and Naudascher E. Review – self-sustaining oscillations of flow past cavities // J. Fluids Eng. Vol. 100, 1978, pp. 152-65.
147. Rossiter J.E. Wind tunnel experiments on the flow over rectangular cavities at subsonic and transonic speeds. Technical report N ARC R&M 3438. Aeronautical Research Council , UK, 1964.
148. Roy C. J., Blottner F. G. Review and Assessment of Turbulence Models for Hypersonic Flows: 2D/Axisymmetric Cases // AIAA Pap. 2006-0713, 2006.
149. S.Sarkar, G. Erlebacher, M.Y. Hussaini, H.O. Kreiss. The analysis and modeling of dilatational terms in compressible turbulence // J. Fluid Mech, 1991, V. 227, P. 473-493.
150. Schmid S., Lutz T., Kramer E. Numerical Simulation of Flow field Around the Stratospheric Observatory for Infrared Astronomy. Note on Numerical fluid mechanics and multidisciplinary design. Vol. 96, New results in Numerical and Experimental Fluid Mechanics VI, NNFM 96, Springer 2007, pp. 364-371.

151. Schumann, U. Realizability of reynolds-stress turbulence models // *Physics of Fluids* 20: pp. 721–725, 1977.
152. Seiner J.M., Norum T.D. Experiments of shock associated noise on supersonic jets // *AIAA Pap.* 79-1526, 1979.
153. Seiner J.M., Norum T.D. Aerodynamic aspects of shock containing jet plumes // *AIAA Pap.* 80-0965, 1980.
154. Settles G.S., Dodson L.J. Hypersonic Shock/Boundary-Layer Interaction Database // *NASA Contractor Report* 177577, 1991.
155. Settles G.S., Fitzpatrick T.J., Bogdonoff S.M. Detailed Study of Attached and Separated Compression Corner Flowfield in High Reynolds Number Supersonic Flow // *AIAA J.*, 1979, 17, 6.
156. Shih T. S., Lumley J. L. Modelling of pressure correlation terms in reynolds-stress and scalar flux equations. Technical Report FDA-85-3, Cornell University, Ithaca, N.Y., 1985.
157. Shu C.-W., Osher S., Efficient Implementation of Essentially Non-Oscillatory Shock-Capturing Schemes II // *J. of Comput. Phys.*, Vol. 83, 1989, pp. 32–78.
158. Sinha, K. Mahesh, G.V. Candler. Modeling shock unsteadiness in shock turbulence interaction // *Phys. Fluids*, 2003, 15, 2290-2297.
159. Spalart P. R., Allmaras S. R. A One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows. *Recherche Aerospatiale*, No. 1, 1994, pp. 5-21.
160. Spalart P. R., Rumsey, C. L. Effective Inflow Conditions for Turbulence Models in Aerodynamic Calculations // *AIAA Journal*, Vol. 45, No. 10, 2007, pp. 2544-2553.
161. Speziale, C. G. Modelling the pressure gradient-velocity correlation of turbulence // *Phys. of Fluids*, 28, pp. 69–71, 1985.
162. Speziale, C. G. Second-order closure models for rotating turbulent flows // *Quarterly of Applied Mathematics*, 45, pp. 721–733, 1987.
163. Speziale, C.G., Sarkar, S., Gatski, T.B. Modeling the Pressure-Strain Correlation of Turbulence: an Invariant Dynamical Systems Approach // *Journal of Fluid Mechanics*, Vol. 227, pp. 245-272, 1991.

164. Stark R., Hagemann G. Current status of numerical flow prediction for separated nozzle flows. In: 2nd European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS), 2007, Brussels, Belgium.
165. Sutherland W. The viscosity of gases and molecular force. *Philosophical Magazine*, S., 1893, 5, 36, pp. 507-531.
166. Thakur S.S., Wright J.A., Shyy W., Liu J., Ouyang, H., Vu T., Development of pressure-based composite multigrid methods for complex fluid flows // *Prog. Aerospace Sci.*, 1996, 32, 4, 313-373.
167. E.F. Toro. *Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics*. Springer, 2009.
168. Unalms O.H., Clemens N.T. Dolling D.S. Cavity Oscillation Mechanisms in High-Speed Flows // *AIAA J.* 2004, Vol. 42, N 10, pp. 2035-2041.
169. V.K. Veera, K. Sinha, Modeling the effect of upstream temperature fluctuations on shock/homogeneous turbulence interaction // *Phys. Fluids*, 2009, 21, 025101.
170. Venkatakrishnan V. Convergence to Steady State Solutions of the Euler Equations on Unstructured Grids with Limiters // *J. of Comput. Phys.*, Vol. 118, 1995, pp.120-130.
171. Wallin S., Johansson A.V. An explicit algebraic Reynolds stress model for incompressible and compressible turbulent flows // *J. of Fluid Mech.*, 403, 89-132, 2000.
172. Weiss J.M., Maruszewski J.P., Smith W.A. Implicit solution of preconditioned Navier–Stokes equations using algebraic multigrid // *AIAA J.*, Vol. 37, No. 1, 1999, pp. 29–36.
173. White F.M., *Viscous fluid flow*, N.Y.:McGraw-Hill, 1974, 523.
174. Wilcox D.C. Reassessment of the scale-determining equation for advanced turbulence models // *AIAA J.*, 1988, 26, 11, 1299-1310.
175. Wilcox D.C., Dilatation dissipation corrections for advanced turbulence models // *AIAA J.*, 1992, 30, 11, 2639-2646.
176. Wilcox D. C. *Turbulence Modeling for CFD* // DCW Industries, Inc., Griffin Printing, Glendale, California, 1994.
177. Xiao Q., Tsai H.-M., Liu F. Computation of Turbulent Separated Nozzle Flow by a Lag Model // *J. Propulsion and Power*. 2005. V. 21. № 2. P. 368-371.

178. Yakhot V., Orszag S.A., Thangam S., Gatski T.B., Speziale C.G., Development of turbulence models for shear flows by a double expansion technique // *Phys. Fluids A*, 1992, 4, 7, 1510-1520.
179. D. Yang, J. Li, J. Liu, Yi Zhang, Y. Li Analysis on Physical Mechanism of Sound Generation inside Cavities Based on Acoustic Analogy Method // *Open Journal of Fluid Dynamics*, 2013, 3, 23-31.
180. Yoshizawa A., Abe H., Matsuo Y., Fujiwara H., Mizobuchi Y. A Reynolds-averaged turbulence modeling approach using three transport equations for the turbulent viscosity, kinetic energy, and dissipation rate // *Physics of Fluids (1994-present)*, V.24, Is.7, 075109 (2012), DOI:<http://dx.doi.org/10.1063/1.4733397>
181. Zapryagaev V.I., Kudryavtsev A.N., Lokotko A.V., An experimental and numerical study of a supersonic jet shockwave structure // *West East High Speed Flow Fields 2002*, CIMNE, Barcelona, Spain, 2002, 6 pp.
182. Zheltovodov A. A. Some advances in research of shock wave turbulent boundary layer interactions // *AIAA Paper 2006-0496* (2006).
183. Zheltovodov A.A., Maksimov A.I., Schülein E., Knight D.D., Thivet F., Gaitonde D.V., Schmisser J.D. Experimental and computational studies of crossing-shock-wave / turbulent-boundary-layer interactions. *Proceedings of International Conference RDAMM-2001*, 2001, Vol. 6, Pt. 2, pp. 153-162.
184. Zeman O., Dilatation dissipation: the concept and application in modeling compressible mixing layer // *Phys. Fluids A*, 1990, 2, 178-188.