ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ УНИТАРНОЕ ПРЕДПРИЯТИЕ РОССИЙСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ЯДЕРНЫЙ ЦЕНТР ВСЕРОССИЙСКИЙ НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ИНСТИТУТ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ (ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»)

На правах рукописи

Ялозо Андрей Владимирович

Методы одномерного, трехмерного и гибридного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах летательных аппаратов

Специальность 05.13.18 —

«Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физико-математических наук Козелков Андрей Сергеевич

Оглавление

Введен	ие	4
Глава 1	1. Методика гибридного 1D-3D моделирования инженерных	
	гидросистем	2
1.1	Метод одномерного моделирования гидросистем,	
	обеспечивающий неявную связь расход-давление на уровне	
	общей СЛАУ	.3
1.2	Метод моделирования трехмерных течений вязкой несжимаемой	
	жидкости с использованием алгоритма SIMPLE	60
1.3	Метод и алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей	\$7
1.4	Заключение	1
Глава 2	2. Ускорения расчетов в трехмерной постановке на базе	
	многосеточных технологий	3
2.1	Обзор применения многосеточных технологий	4
2.2	Особенности параллельной реализации многосеточного метода 4	6
2.3	Алгоритм «каскадного сбора глобального уровня»	;3
2.4	Тестирование технологии ускорения расчетов	;5
2.5	Заключение	55
Глава З	3. Программный комплекс «FlowDesigner»	57
3.1	Организация интерфейса программного комплекса	58
3.2	Особенности программной реализации комплекса	'9
3.3	Верификация программного комплекса на задачах	
	моделирования инженерных гидросистем)1
3.4	Заключение)4
Глава 4	4. Внедрение программного комплекса «FlowDesigner» в	
	моделирование инженерных гидросистем самолетов 10)6
4.1	Топливная система самолета и ее назначение)7
4.2	Моделирование отдельных подсистем топливной системы 10)9
4.3	Моделирование топливной системы маневренного самолета 11	.7
4.4	Моделирование работы гидравлического стенда	2
4.5	Заключение	26

 Заключение
 128

 Публикации автора по теме диссертации
 130

 Список литературы
 136

 Приложение А. Свидетельства о государственной регистрации
 136

 Приложение Б. Акт о внедрении программного комплекса «FlowDesigner»
 148

Введение

Неотъемлемой частью современных технологий проектирования, конструирования и эксплуатации различных видов инженерных гидросистем является математическое моделирование. Внедрение методов математического моделирования в цикл проектирования таких систем позволяет принципиально улучшить не только их потребительские свойства, но и технико-экономические характеристики, а также сократить сроки и стоимость разработки [1; 2]. В ряде случаев проведение натурных испытаний в необходимом объеме, с целью проверки и оптимизации выбранных технических решений и подтверждения заданных характеристик, в том числе в аварийных ситуациях, невозможно по финансовым, временным, техническим и другим параметрам. В этих условиях математическое моделирование, по существу, является единственным инструментом отработки гидросистем.

В области математического моделирования инженерных гидросистем можно выделить два подхода. Первый подход – одномерное (1D) моделирование гидросистем различного назначения, основанное на использовании методов теории гидравлических цепей (ТГЦ) [3] и оперирующее интегральными балансами потоков. Определение потерь удельной энергии (гидравлических потерь) на участках гидравлических систем при таком подходе основано на использовании эмпирических формул. Как правило, данные системы представляют собой сеть разветвленных трубопроводов сложной структуры и достаточной протяженности. Примерами таких гидросистем являются системы, обеспечивающие транспортировку и подачу потребителям воды, газа, нефти, топливные и гидравлические системы летательных аппаратов, системы кондиционирования и пр. Несмотря на разнообразие гидросистем, отличающихся назначением, структурой, гидравлическими и размерными характеристиками, все они содержат однотипные элементы: трубопроводы, различные виды насосов, аккумулирующие емкости и разнообразные регулирующие устройства. Создание и модернизация таких систем, состоящих из тысяч элементов, требуют проведения многократных расчетов с целью оценки гидравлических параметров, характеризующих распределение расходов и давления во всех элементах системы. Задачам расчета гидросистем посвящены многочисленные исследования и к настоящему времени в этой области накоплен значительный научно-методический и практический опыт (см., например, [3–10]). Численные методы моделирования

4

таких задач базируются на различных способах решения систем нелинейных алгебраических уравнений, основанных на законах сохранения массового баланса и импульса. Однако имеющиеся методы и алгоритмы требуют постоянного развития для обеспечения их применимости в современной автомобильной, авиационной и энергетической промышленности ввиду стремительного роста размерности и сложности построения реальных систем; возрастающей насыщенности элементами с существенно нелинейными характеристиками. Зачастую при моделировании реальных промышленных гидросистем сталкиваются с проблемами сходимости итерационного процесса [11]. Кроме того, моделирование специализированных гидросистем часто связано с необходимостью моделирования уникальных агрегатов, численное воспроизведение алгоритмов работы которых напрямую определяет точность итогового результата. Поэтому актуальной является задача разработки методов и алгоритмов моделирования систем разветвленных трубопроводов, ориентированных на расчеты промышленных гидросистем произвольной топологии, обеспечивающих устойчивый итерационный процесс и универсальный механизм математического и алгоритмического описания произвольных гидравлических элементов.

Второй подход математического моделирования инженерных гидросистем – трехмерное (3D) моделирование турбулентных гидродинамических течений в объектах сложной геометрической конфигурации. К таким объектам относятся промышленные изделия, такие как ракеты, реакторы, турбины, корабельные установки и др. Математическое моделирование гидродинамических течений в таких изделиях осуществляется с целью точной оценки технических характеристик [12–14], учитывающих взаимовлияние различных физических процессов и позволяющих максимально точно воспроизвести трехмерную картину течения. В настоящее время для решения таких задач достигнутый уровень развития вычислительной техники позволяет использовать полную трехмерную систему уравнений Навье-Стокса [15-17], что может потребовать использования сеточных моделей, содержащих миллионы расчетных ячеек, и огромного вычислительного поля, состоящего из десятков тысяч процессорных ядер. При этом календарное время счета может быть достаточно существенным [17–19]. Актуальной проблемой для такого класса задач является разработка алгоритмов ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений и их эффективная параллельная реализация на супер-ЭВМ петафлопсного класса.

5

Однако существуют задачи, решение которых с применением только одного из описанных подходов является невозможным. Например, гидросистемы, содержащие элементы с неизвестными эмпирическими характеристиками либо участки, на которых важно получить детализированные по пространству результаты. Такого вида задачи часто встречаются при моделировании гидродинамических течений в автомобильной, авиационной и энергетической промышленности [20-24], и во многих случаях требуют проведения значительного количества расчетов с целью многокритериальной многодисциплинарной оптимизации разрабатываемых образцов техники. Оптимальным подходом для такого класса задач является построение гибридных моделей, сочетающих в себе трехмерное численное моделирование и полуэмпирическую оценку в одномерном приближении. При таком подходе задача целиком решается в одномерном приближении с использованием ТГЦ, при этом выделяются один или несколько участков, гидродинамические характеристики которых оцениваются с помощью численного решения уравнений Навье-Стокса в трехмерной постановке. Такой подход позволяет получить распределение интегральных характеристик по всей системе при относительно небольших вычислительных затратах. При этом на критически важных участках сохраняется возможность получения детализированных по пространству результатов при помощи трехмерного математического моделирования. Детальное исследование воздействия гидродинамического потока на отдельные элементы конструкции позволяет определить потенциально проблемные места и заранее принять меры по обеспечению их надежности и оптимальной работоспособности.

В настоящее время существует ряд готовых инструментов моделирования одномерных течений с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей. Наиболее известными являются коммерческие программные комплексы «Flowmaster» фирмы MentorGraphics (США) [25], «Amesim» фирмы Siemens Inc. (США) [26], «Simulink» [27], являющееся приложением к пакету Matlab [28], и отечественных программный комплекс SimInTech [29]. Представленные программы успешно используются для расчета гибридных моделей [20–22; 24; 30]. Однако в большинстве случаев в качестве исходных задач рассматриваются отдельные фрагменты либо сильно упрощенные модели гидросистем, количество элементов в которых не превышает нескольких десятков. Для расчета гибридных моделей конечному пользователю приходится самостоятельно реализовывать интерфейсы связи между отдельными программными комплексами,

6

изучая наборы функций и структур, предоставляемых конкретным программным комплексом для реализации внешнего взаимодействия [20; 22–24]. Кроме того, большинство существующих программных комплексов имеют закрытую монолитную архитектуру, значительно затрудняющую адаптацию под особенности и состав оборудования конкретных гидросистем, и не являются кроссплатформенными, т.е. привязаны к определенной операционной системе. Поэтому актуальной является задача разработки отечественного кроссплатформенного программного комплекса одномерного моделирования гидросистем на основе надежных и эффективных методов и алгоритмов, обеспечивающих устойчивый итерационный процесс при моделировании систем произвольной топологии с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей, его верификация и внедрение для решения промышленно-ориентированных задач.

Из всех приведенных фактов вытекает актуальность исследований, выполненных в настоящей диссертации.

Целью данной диссертации является разработка математических методов, алгоритмов и программного комплекса для моделирования инженерных гидросистем с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей, а также его верификация и внедрение для решения промышленно-ориентированных задач.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

- Разработать методику гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах, обеспечивающую устойчивый итерационный процесс при расчете промышленных гидросистем произвольной топологии.
- 2. Разработать технологию ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений на базе многосеточного метода.
- 3. На основе разработанной методики реализовать кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner» для моделирования инженерных гидросистем с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей.
- 4. Провести верификацию разработанных методов, алгоритмов и программ.
- Выполнить апробацию и внедрение разработанного программного обеспечения в практическую деятельность для решения промышленноориентированных задач авиастроения.

Методы исследования и степень достоверности результатов. При выполнении работы использованы математические модели, основанные на фундаментальных законах сохранения массы, импульса и энергии в потоке жидкости или газа. Исследование разработанных методов и алгоритмов осуществляется путем сопоставления результатов моделирования с «эталонными» данными. В качестве подобных данных в некоторых случаях выступают полученные аналитические решения задач либо экспериментальные данные других авторов. Достоверность основных результатов работы подтверждена корректным использованием математического аппарата, численным моделированием, результатами верификации и практического использования разработанного программного комплекса.

Научная новизна и основные положения, выносимые на защиту. Научная новизна диссертационной работы определяется полученными оригинальными результатами, которые подтверждены серией вычислительных экспериментов, и получением новых научных результатов при моделировании инженерных гидросистем.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений, основанная на итерационной процедуре обмена общими граничными условиями между разномасштабными областями с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области.
- Многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» для ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений в высокопараллельном режиме.
- Кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner» одномерного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах с возможностью совместного с ПП ЛОГОС расчета гибридных 1D-3D моделей.
- 4. Минимальный базис задач верификации и результаты верификации разработанных методов и алгоритмов.
- 5. Результаты численного моделирования промышленно-ориентированных задач авиастроения и внедрение разработанного программного комплекса «FlowDesigner» в практическую деятельность по разработке перспективных образцов летательных аппаратов.

Практическая значимость. Разработанный программный комплекс «FlowDesigner» для моделирования инженерных гидросистем [31—38] введен в опытную эксплуатацию в ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого». В частности, с помощью данного программного комплекса были проведены расчетные исследования как отдельных подсистем, так и полномасштабных моделей топливных систем объектов СУ-57 и Охотник-Б на различных режимах полета. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися в ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» аналитическими и экспериментальными данными. Имеющиеся функциональные возможности позволяют успешно применять программный комплекс «FlowDesigner» для имитационного моделирования работы топливных систем самолетов. Планируется его дальнейшее использование при разработке перспективных образцов летательных аппаратов, разрабатываемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого».

Представленный в диссертации многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» [39—43] может быть применен для ускорения трехмерного моделирования процессов гидродинамики. Непосредственно автором данный метод был реализован в пакете программ «ЛОГОС» (далее – ПП ЛОГОС) – отечественном программном обеспечении для инженерного анализа [18; 44—48]. Уже в настоящее время ПП ЛОГОС используется более чем на 20 предприятиях России для решения промышленных задач таких отраслей промышленности как авиастроение, атомная энергетика, ракетно-космическая отрасль, автомобилестроение, судостроение и др.

Полученные результаты использовались в следующих российских промышленных и исследовательских проектах:

- совместный проект ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» и филиала ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» по договору №4808-5-96/2014 от 30.07.2014
 «Численное исследование причин кавитации (УПВК) в линиях всасывания насосов гидросистем самолетов типа СУ 30МКИ и 10В»;
- РФФИ проект офи_м, № 13-0712079: «Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач газо– и гидродинамики в индустриальных приложениях», и проект №16-01-00267 «Развитие вычислительных технологий, направленных на решение фундаментальных задач и прогнозирование последствий астероидно-кометного воздействия на водную среду (2016-2018 гг.)»;

- ГК 14.514.12.0002 с Министерством образования РФ: «Численное исследование нестационарных отрывных турбулентных течений и генерируемых ими акустических полей для нужд авиационной промышленности»;
- проект «Развитие суперкомпьютеров и грид-технологий» (2010-2012 гг.), одобренный на заседании Комиссии при Президенте Российской Федерации по модернизации и технологическому развитию экономики;
- федеральная целевая программа «Ядерные энерготехнологии нового поколения на период 2010-2015 годов и на перспективу до 2020 года»;
- проект «Разработка отечественного программного обеспечения», утвержденный постановлением Правительства Российской Федерации №993 от 30.09.2016.
- задание № 5.5176.2017/8.9 в рамках базовой части государственного задания в сфере научной деятельности.

Данные проекты выполнялись при активном участии диссертанта. Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации по государственной поддержке научных исследований молодых российских ученых-докторов наук МД-4874.2018.9. Разделы 1.2, 1.3 и 3.3 диссертационного исследования выполнены в рамках Соглашения 14.577.21.0268 от 26.09.2017, финансируемого Министерством науки и высшего образования РФ (уникальный идентификатор проекта RFMEFI57717X0268).

Апробация работы. Основные результаты диссертации были представлены на всероссийских и международных конференциях, таких как: XXV Международная научно-техническая конференция «Информационные системы и технологии. ИСТ-2019» (г. Нижний Новгород, 2019 г.), Международная научно-техническая конференция «International Conference on Aerospace System Science and Engineering 2018», (г. Москва, 2018 г.), Шестой национальный суперкомпьютерный форум (г. Переславль-Залесский, 2017 г.), Первая Всероссийская Конференция с международным участием «Цифровые средства производства инженерного анализа» (г. Тула, 2017 г.), Всероссийская молодежная научноинновационная школа «Математика и математическое моделирование» (г. Саров, 2010 г., 2017 г.), Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование» (г. Саров, 2012 г., 2014 г., 2016 г.), Всероссийская конференция «Теоретические основы и конструирование численных алгоритмов для решения задач математической физики» (п. Абрау-Дюрсо, 2016 г.), конференция «XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики» (г. Казань, 2015 г.), Международная конференция, посвященная 90-летию со дня рождения академика Г.И. Марчука (г. Новосибирск, 2015 г.), научно-техническая конференция «Молодежь в науке» (г. Саров, 2012 г., 2014 г.), Третий национальный суперкомпьютерный форум (г. Переславль-Залесский, 2014 г.), «Суперкомпьютерные технологии в промышленности» (ФГУП «Крыловский государственный научный центр», г. Санкт-Петербург 2014 г.), а также на совместных семинарах Института теоретической и математической физики ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» и ФГБОУ ВО «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)».

Личный вклад. Научным руководителем сформулирована задача диссертационного исследования. Совместно с научным руководителем сформулированы цели диссертационного исследования. Под руководством научного руководителя разработана методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. На основе разработанной методики при определяющем участии автора разработан программный комплекс «FlowDesigner» одномерного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах с возможностью совместного с ПП ЛОГОС расчета гибридных 1D-3D моделей. Автором лично разработан и реализован в рамках ПП ЛОГОС многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» для ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений в высокопараллельном режиме. С соавторами проведена верификация и адаптация разработанного программного обеспечения для решения промышленно-ориентированных задач авиастроения.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 28 публикациях: 9 статей в журналах, включенных в список ВАК (7 из которых входят в индекс цитирования SCOPUS и/или Web of Science), 12 работ в трудах конференций. Получено 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 153 страницы, включая 82 рисунка и 11 таблиц. Список литературы содержит 106 наименований.

Глава 1. Методика гибридного 1D-3D моделирования инженерных гидросистем

В настоящее время задачи промышленности диктуют необходимость численного расчета все более и более сложных конструктивных изделий, состоящих из десятков сборных элементов, в самые короткие сроки моделирующих разномасштабные и сопряженные физические процессы.

К таким изделиям относятся и различные виды инженерных гидросистем, содержащие одновременно сеть разветвленных трубопроводов достаточной протяженности и элементы со сложной геометрической конфигурацией. Примерами таких гидросистем являются системы сбора и подготовки нефти и газа, водо- и газоснабжения, топливные и гидравлические системы летательных аппаратов, системы кондиционирования и др. Расчет таких систем целиком с применением прямых методов трехмерного численного моделирования не представляется возможным ввиду значительных геометрических размеров таких систем. В тоже время, наличие элементов со сложной геометрической конфигурацией не позволяет выполнить моделирование таких систем с помощью одномерных методик, оперирующих эмпирическими свойствами элементов, поскольку эмпирические данные, характеризующие свойства таких элементов, зачастую, отсутствуют.

Проблема моделирования подобного класса задач, диктует переход на изучение конкретного элемента или группы элементов гидросистемы, которые должны моделироваться напрямую. Оптимальным подходом для такого класса задач является гибридное 1D-3D моделирование, когда задача целиком решается в одномерном приближении, при этом выделяются один или несколько элементов, гидродинамические характеристики которых оцениваются с помощью методов трехмерного численного моделирования. Использование гибридных моделей позволяет получить распределение интегральных характеристик по всей системе при относительно небольших вычислительных затратах. При этом на критически важных элементах сохраняется возможность получения детализированных по пространству результатов. Гибридное 1D-3D моделирование широко применяется для решения задач в различных областях промышленности. Так, отдельные фрагменты системы жидкостного охлаждения легкового автомобиля в [21; 22] моделируется в связанной постановке с целью оптимизации отдельных компонентов. В работах [20; 23] такой подход используется для моделирования кровеносной системы человека с учетом различных патологии. В работе [24]

на примере моделирование части системы охлаждения реактивного двигателя показано, что точность итогового результата гибридной модели сопоставима с полностью трехмерной постановкой, при этом использование гибридной модели позволило существенно ускорить общее время решения задачи.

В данной главе представлена методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. Численный метод расчета одномерной модели сводится к решению серии СЛАУ с разреженной матрицей общего вида и обеспечивает неявную связь расходов и давлений в узлах системы. Линеаризация уравнений осуществляется методом простых итераций. Каждый отдельный гидравлический элемент описывается набором линейных уравнений, не зависящих от топологии схемы. Получение пространственного распределения характеристик течения в трехмерной модели основывается на численном решении системы уравнений Навье—Стокса [49] с использованием алгоритма SIMPLE [15—18]. Связь одномерной и трехмерной моделей основывается на организации обменов граничными условиями между разномасштабными областями по ходу проведения расчета с учетом восстановления картины развитого течения на входе в трехмерною область.

В параграфе 1.1 представлен метод моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах в одномерном приближении, описаны математические модели основных типов конструктивных элементов, составляющих гидросистемы, приведен пример расчета простейшей схемы разветвленных трубопроводов, а также описаны применяемые алгоритмы по улучшению обусловленности при численном решении итоговой матрицы СЛАУ. В параграфе 1.2 представлено краткое описание метода моделирования трехмерных течений в задачах гидродинамики с использованием алгоритма SIMPLE. В параграфе 1.3 описан метод и алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области. В заключении суммированы результаты к главе.

1.1 Метод одномерного моделирования гидросистем, обеспечивающий неявную связь расход-давление на уровне общей СЛАУ

Рассмотрим схему типичной гидросистемы, представляющую собой разветвленный трубопровод, изображенный на рисунке 1.1.

Любой разветвленный трубопровод можно представить в виде набора соединенных между собой гидравлических элементов. Места сочленения двух и



Рисунок 1.1 — Пример схемы разветвленного трубопровода: [i] – номер узла, $i = \overline{1,4} Q_i$ – внешний расход на узле трубопровода; (j) – номер трубы, $j = \overline{1,3}$ d_j – диаметр трубы; l_j – длина трубы; k – номер бака, $k = \overline{1,3}$; h_k – высота столба жидкости в баке

более элементов между собой далее будем называть узлами гидравлической системы. Так, на рисунке 1.1 схема состоит из четырех гидравлических узлов, их номера указаны в квадратных скобках. Три трубы (номера указаны в круглых скобках) сходятся в узле «[1]». Результатом любого гидравлического расчета всегда является распределение потока, т.е. через каждый элемент сети требуется определить расход транспортируемого продукта, а по каждому узлу сети – давление.

Прежде всего, сформулируем основные допущения и пределы применимости предлагаемого метода моделирования гидросистем в одномерном приближении. Такие параметры транспортируемой среды, как давление и плотность изменяются только вдоль течения потока. В пределах одного гидравлического элемента параметры транспортируемого вещества считаются усредненными. В случае необходимости, при моделировании протяженных элементов, они разделяются на конечное число контрольных объемов по направлению потока. При этом параметры транспортируемого вещества в пределах одного контрольного объема также считаются усредненными, а массовый расход между соседними контрольными объемами вычисляется как скалярная величина. Предполагается, что весь объем всех связанных между собой гидравлических элементов не может быть пустым, а всегда заполнен одинаковым веществом с теми или иными параметрами. В процессе расчета замена одного вещества на другое не предусмотрена. Температура транспортируемого вещества считается постоянной. Представленный метод не учитывает процессы критического течения, гидравлических ударов и распространение акустических волн.

Обозначим Q_i – объемный расход, P_i – полное давление, ρ_i – плотность транспортируемого вещества на каждом из входов/выходов элементов схемы. Тогда из закона сохранения массы следует, что независимо от типа вещества, перемещающегося по системе, алгебраическая сумма массовых расходов в любом узле сети равна нулю. Для каждого узла системы справедливо равенство:

$$\sum_{i=1}^{k} \rho_i \cdot Q_i = 0, \tag{1.1}$$

где k – количество элементов, сходящихся в узле.

Очевидно, что для каждого узла также справедливо равенство:

$$P_1 = P_2 = \dots = P_k. \tag{1.2}$$

При прохождении жидкости через элемент трубопроводной сети, часть полного давления потока уходит на преодоление сил гидравлического сопротивления данного элемента. В большинстве случаев, падение полного давления (гидравлическое сопротивление) пропорционально массовому расходу вещества, проходящему через элемент, и аппроксимируют формулой вида [50]:

$$\Delta P = sgn(q_i) \cdot r_i \cdot |q_i|^{k_i}, \tag{1.3}$$

где $r_i > 0$ – сопротивление элемента; $k_i \ge 0$ – коэффициент нелинейности элемента, q_i – массовый расход через элемент. Как правило, такие зависимости определяются экспериментально и на основе эмпирических формул. Формулы для вычисления гидравлических сопротивлений основных видов элементов трубопроводов представлены в [51; 52]. Так, в соответствии с [51], в общем случае падение полного давления какого-либо элемента сети определяется следующим образом:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot V^2}{2},\tag{1.4}$$

где ζ – коэффициент гидравлического сопротивления элемента; ρ – плотность жидкости; V – линейная скорость потока. Линейная скорость потока связана с объемным расходом через площадь поперечного сечения элемента:

$$V = \frac{Q}{S},\tag{1.5}$$

где Q – объемный расход; S – площадь поперечного сечения элемента.

С учетом (1.5) выражение (1.4) примет вид:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q}{S}\right)^2. \tag{1.6}$$

Линеаризуем уравнение (1.6) и запишем его используя итеративную процедуру (*n* итераций) следующим образом:

$$\Delta P = k \cdot Q^{n+1},\tag{1.7}$$

где $k = \zeta \cdot \frac{\rho \cdot Q^n}{2 \cdot S^2}.$

С учетом закона сохранения массы для любого гидравлического элемента, имеющего два входа (труба, клапан, поворот, и т.д.) справедливы следующие соотношения:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot Q_1 + \rho_2 \cdot Q_2 = 0\\ P_1 - P_2 - k \cdot Q_1 = 0 \end{cases}$$
 (1.8)

В случае если учитывается высота каждого гидравлического узла Z_i относительно нулевого уровня, уравнения (1.8) примут вид:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot Q_1 + \rho_2 \cdot Q_2 = 0\\ P_1 - P_2 - k \cdot Q_1 = g \cdot (\rho_2 \cdot Z_2 - \rho_1 \cdot Z_1) \end{cases},$$
(1.9)

где g – ускорение свободного падения.

Соотношения (1.9) легко обобщить для элементов, имеющих $N \ge 2$ входов (тройники, крестовины и т.п.). Для таких элементов удобно выбрать один из входов базовым и записать относительно базового перепады давления на оставшихся входах:

$$\begin{cases} \rho_{1} \cdot Q_{1} + \rho_{2} \cdot Q_{2} + \ldots + \rho_{N} \cdot Q_{N} = 0 \\ P_{1} - P_{2} - k_{2} \cdot Q_{2} = g \cdot (\rho_{2} \cdot Z_{2} - \rho_{1} \cdot Z_{1}) \\ \ldots \\ P_{1} - P_{N} - k_{N} \cdot Q_{N} = g \cdot (\rho_{N} \cdot Z_{N} - \rho_{1} \cdot Z_{1}) \end{cases}$$
(1.10)

Основная идея предлагаемого метода состоит в описании каждого элемента системы набором уравнений относительно расходов и давлений на каждом из его входов/выходов, не зависящих от топологии системы. Для эффективного расчета расходов и давлений в гидравлической системе, в отличие от уже существующих подходов, предлагается составить общую систему линейных алгебраических уравнений для Q_i и P_i , содержащую уравнения (1.1) и (1.2) для всех узлов системы и уравнения (1.10) для всех элементов системы:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ P_1 \\ \vdots \\ Q_n \\ P_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_{2n} \end{bmatrix}.$$
 (1.11)

Предполагается что в системе (1.11) количество уравнений совпадает с числом неизвестных и следовательно она является квадратной. Количество уравнений, которыми должен быть описан каждый элемент, будет зависеть от количества его входов и определяется следующим утверждением.

Утверждение Для того чтобы система линейных алгебраических уравнений (1.11) являлась квадратной, необходимо чтобы каждый *i*-й гидравлический элемент описывался набором из p_i линейно независимых уравнений, где p_i – число гидравлических входов *i*-го элемента.

Пусть гидросистема состоит из элементов, имеющих общее количество выходов p. Для такой системы СЛАУ (1.11) будет содержать $2 \cdot p$ неизвестных. Каждый j-й узел гидросистемы соединяет между собой $k_j \ge 2$ входов гидравлических элементов. Исходя из предложенного метода, для каждого из узлов будет записано одно уравнение (1.11), являющееся следствием закона неразрывности, и $k_j - 1$ уравнений (1.11). В сумме для всех узлов системы будет записано $\sum_{j=1}^{n} 1 + (k_j - 1) = \sum_{j=1}^{n} k_j$ линейно независимых уравнений, где n – число узлов гидросистемы.

Поскольку СЛАУ (1.11) содержит $2 \cdot p$ неизвестных, для того чтобы система являлась квадратной и содержала $2 \cdot p$ уравнений, оставшиеся гидравлические элементы должны дополнить данную СЛАУ $2 \cdot p - \sum_{i=1}^{n} k_i$ уравнениями. Рассматривая замкнутую гидросистему (все выходы гидравлических эле-

Рассматривая замкнутую гидросистему (все выходы гидравлических элементов соединены с каким-либо из узлов системы) имеем $\sum_{i=1}^{n} k_i = p$. Таким образом все гидравлические элементы схемы, имеющие p входов должны дополнить СЛАУ (1.11) p уравнениями.

В итоге решение стационарной задачи потокораспределения в гидросистеме сводится к решению серии СЛАУ:

$$Q_{i}^{(k+1)} = \alpha_{q} \cdot Q_{i}^{(k)} + (1 - \alpha_{q}) \cdot Q_{i}^{(k-1)}, \quad \alpha_{q} \in (0,1) P_{i}^{(k+1)} = \alpha_{p} \cdot P_{i}^{(k)} + (1 - \alpha_{p}) \cdot P_{i}^{(k-1)}, \quad \alpha_{p} \in (0,1)$$
(1.12)

где k = 1, 2, ... – номер итерации, α_q – коэффициент релаксации для Q_i , α_p – коэффициент релаксации для P_i .

В случае нестационарной задачи, решение на каждом временном шаге также сводится к решению серии СЛАУ (1.12). За счет использования общей СЛАУ для расходов и давлений количество итераций до заданного уровня сходимости меньше, чем при отдельном нахождении расхода и давления. Это важно для систем, содержащих большое количество сложных элементов, в которых зависимость (1.3) имеет высокую степень нелинейности. Вектор решения системы (1.11) будет содержать искомые значения объемных расходов и давлений всех элементов гидравлической сети.

За начальное приближение для Q_i и P_i можно принять произвольные ненулевые значения характерного расхода и давления. Причем, для Q_i не требуется выполнения закона сохранения массы (1.1). Для решения общей СЛАУ используется модифицированный метод Гаусса с выбором главного элемента, позволяющий за конечное число вычислений найти точное решение, либо сделать вывод о несовместности СЛАУ. Более подробно данный метод описан в подпараграфе 1.1.5.

Как показала практика, данный метод достаточно быстро сходится (в пределах 30 итераций) при моделировании большинства гидросистем, причем количество итераций практически не зависит от размерности задачи и от выбора начального приближения. Оптимальное соотношение по скорости сходимости и устойчивости итерационного процесса позволяют достичь значения параметров $\alpha_q = \alpha_p = 0.7$. При моделировании гидросистем большой размерности, насыщенных элементами с существенно нелинейными характеристиками, для повышения устойчивости итерационного процесса оптимально использовать значения $\alpha_q = \alpha_p = 0.5$.

1.1.1 Граничные условия или граничные элементы

Внешняя среда моделируется в виде граничных условий с известной характеристикой (давление или расход). Под граничными элементами будем понимать элементы, имеющие один вход, которые задают полное давление либо массовый/объемный расход в узле, к которому они подключены. В случае если задается полное давление, для граничного элемента будет справедливо следующее соотношение:

$$P_i = f_p(t), \tag{1.13}$$

где P_i – значение полного давления в *i*-ом узле системы, $f_p(t)$ – функция, задающая полное давление в зависимости от времени.

Для граничного элемента, задающего объемный расход, справедливо аналогичное соотношение:

$$Q_i = f_Q(t), \tag{1.14}$$

где Q_i – объемный расход в *i*-ом узле системы, $f_Q(t)$ – функция, задающая объемный расход в зависимости от времени.

В случае, если задается массовый расход, будет справедливо соотношение:

$$\rho_i \cdot Q_i = f_G(t), \tag{1.15}$$

где ρ_i – плотность транспортируемого вещества в *i*-ом узле системы, $f_G(t)$ – функция, задающая массовый расход в зависимости от времени.

В качестве граничных элементов могут также выступать баки, которые в общем случае представляют собой открытые или закрытые резервуары, имеющие один или более гидравлических входов. Модель открытого бака – резервуар со свободным уровнем жидкости и давлением внешней среды. Модель закрытого бака – герметичный резервуар, в начальный момент времени заполненный некоторым количеством жидкости, остальной объём бака заполнен идеальным неконденсирующимся газом. Для описания математической модели закрытого бака введем следующие обозначения: P_g – давление газа внутри бака; T_g – температура газа внутри бака. m_g – масса газа, находящегося внутри бака; V – объем бака; H_L – уровень зеркала жидкости в баке.

Тогда расчет бака производится по следующему алгоритму:

Шаг 1. Определяем текущий объем жидкости в баке:

$$V_L^n = V_L^{n-1} + \Delta V_L^n, (1.16)$$

где V_L^n и V_L^{n-1} – значения объема жидкости на n-ом и (n-1)-ом временных шагах соответственно.

Приращение объема жидкости на n-ом временном шаге за время Δt можно вычислить по формуле:

$$\Delta V_L^n = \sum Q_i \cdot \Delta t, \qquad (1.17)$$

где Q_i – объемный расход жидкости через i-ый вход бака, Δt – шаг по времени.

Шаг 2. Находим объем газа в баке:

$$V_q = V - V_L. \tag{1.18}$$

Шаг 3. Находим массу газа в баке:

$$m_g^n = m_g^{n-1} + \Delta m_g^n,$$
 (1.19)

где m_g^n и m_g^{n-1} – значения массы газа на n-ом и (n-1)-ом временных шагах соответственно.

Приращение массы газа на n-ом временном шаге за время Δt можно вычислить по формуле:

$$\Delta m_g^n = \sum Q_j \cdot \rho_g \cdot \Delta t, \qquad (1.20)$$

где ρ_g – плотность газа;

Из предположения, что температура газа T_g постоянна и известна, можно рассчитать текущую плотность газа по следующей формуле:

$$\rho_g = \frac{P_g}{R \cdot T_g},\tag{1.21}$$

где $R = \frac{R_{univ}}{\mu_m}$ – газовая постоянная; R_{univ} – универсальная газовая постоянная; μ_m – молярная масса газа.

Шаг 4. Определяем текущее давление газа в баке:

$$P_g = \frac{m_g}{V_g} \cdot R \cdot T_g. \tag{1.22}$$

Шаг 5. Определяем уровень зеркала жидкости в баке. Поскольку в общем случае бак может иметь произвольную геометрическую форму, уровень зеркала жидкости в нем обычно определяется с помощью известной характеристики бака, представляющей собой зависимость уровня зеркала жидкости в баке от текущего объема жидкости:

$$H_L = f(V_L). \tag{1.23}$$

Шаг 6. В конечном итоге математическая модель бака сводится к выражению значения полного давления на каждом из его выходов. Для каждого из выходов бака будут справедливы следующие соотношения:

Если $h_i < H_L$ (выход затоплен жидкостью):

$$P_i = P_g + \rho_L \cdot g \cdot h_i, \tag{1.24}$$

Иначе (выход не затоплен жидкостью):

$$P_i = P_g. \tag{1.25}$$

В случае моделирования открытого бака (резервуара), значение давления P_g внутри бака можно считать постоянным, и равным значению внешнего (атмосферного) давления, задаваемого в условиях решаемой задачи.

Таким образом, математическая модель простого граничного элемента сводится к добавлению в общую СЛАУ соотношений (1.13), (1.14) либо (1.15) в зависимости от типа фиксируемого элементом значения на границе. Математическая модель бака представляет собой двух-параметрическую модель, в которой параметры вещества усредняются по всему объему.

1.1.2 Моделирование протяженных элементов

Любой разветвленный трубопровод, как правило, содержит множество протяженных элементов. Если такой трубопровод также содержит элементы, приводящие к скачкообразным изменениям расходов с течением времени (открытие/закрытие клапанов, включение/отключение насосов и т.п.), в случае нестационарного расчета, на транспортируемое по протяженным элементам вещество начинают действовать инерциальные силы, оказывая существенное влияние на общую картину течения, поэтому важно обеспечить их корректный учет. Для трубы длиной L и площадью поперечного сечения S массу m двигающегося по трубе вещества плотностью ρ можно вычислить как:

$$m = \mathbf{\rho} \cdot L \cdot S. \tag{1.26}$$

Согласно [3], уравнение (1.6) можно дополнить потерей давления на преодоление сил инерции:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + \frac{F}{S},\tag{1.27}$$

где $F = m \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot L \cdot S \frac{dQ}{dt \cdot s} = \rho \cdot L \frac{dQ}{dt}$, здесь V – линейная скорость потока вдоль трубы, t – время.

С учетом (1.5) и (1.26) получим:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q}{S}\right)^2 + \frac{\rho \cdot L}{S} \cdot \frac{dQ}{dt}.$$
(1.28)

Решая уравнение методом Эйлера по времени j = 0...T:

$$\Delta P = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \left(\frac{Q^{j+1}}{S}\right)^2 + \frac{\rho \cdot L}{S} \frac{Q^{j+1} - Q^j}{\Delta t}.$$
(1.29)

Уравнение (1.29) содержит нелинейные члены, поэтому воспользуемся итеративной процедурой (*n* итераций):

$$\Delta P = Q^{n+1} \left(\zeta \cdot \frac{\mathbf{\rho}}{2} \cdot \frac{Q^{n+1}}{S^2} + \frac{\mathbf{\rho} \cdot L}{S \cdot \Delta t}\right) - Q^j \frac{\mathbf{\rho} \cdot L}{S \cdot \Delta t}.$$
(1.30)

Линеаризуем уравнение (1.30) и запишем его следующим образом:

$$\Delta P - k \cdot Q^{n+1} = Q^j \frac{\mathbf{\rho} \cdot L}{S \cdot \Delta t}, \qquad (1.31)$$

где $k = \zeta \cdot \frac{\rho}{2} \cdot \frac{Q^{n+1}}{S^2} + \frac{\rho \cdot L}{S \cdot \Delta t}.$

Использование уравнения (1.31), описывающее перепад давления на протяженных элементах при составлении общей СЛАУ обеспечивает учет сил инерции, действующих на протекающее по ним вещество.

1.1.3 Моделирование клапанов

Клапаны являются одним из видов управляющих гидравлических элементов, предназначенных для открытия или закрытия потока при наступлении определенных условий (повышении давления, изменении направления тока среды в трубопроводе, сигнал извне и т.п.) [53]. Стандартный подход к моделированию гидравлических элементов, перекрывающих поток заключается в присвоении его коэффициенту гидравлического сопротивления ζ значения, на десятки порядков превышающего его нормальное значение. Однако такой прием неизбежно приводит к ухудшению обусловленности итоговой СЛАУ, особенно для больших разветвленных систем со сложной топологией [8]. Что в свою очередь будет приводить к проблемам сходимости итерационного процесса.

Будем рассматривать математическую модель клапана как гидравлический элемент, который может находиться в двух состояниях: открыт/закрыт. В случае если клапан открыт, то для него, аналогично гидравлической трубе, в соответствии с его геометрическими параметрами будут справедливы соотношения (1.9).

Если клапан закрыт, то он препятствует прохождению потока через него. Поскольку в рамках предлагаемого метода значения объемного расхода вычисляются неявно, предлагается описывать состояние закрытого клапана виде следующих соотношений:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot Q_1 = 0 \\ \rho_1 \cdot Q_1 + \rho_2 \cdot Q_2 = 0 \end{cases}$$
(1.32)

Клапаны могут быть управляемыми/неуправляемыми. В случае управляемого клапана, его состояние определяется извне, и обычно представляется как функция, зависящая от времени. Неуправляемые клапаны сами определяют свое состояние. Например, обратный клапан позволяет распространяться потоку только в одном направлении. Если предположить, что поток возможен от первого входа ко второму, то полная математическая модель обратного клапана сводится к следующему виду:

Если $P_1 > P_2$:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot Q_1 + \rho_2 \cdot Q_2 = 0\\ P_1 - P_2 - k \cdot Q_1 = 0 \end{cases},$$
(1.33)

Иначе:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot Q_1 = 0 \\ \rho_1 \cdot Q_1 + \rho_2 \cdot Q_2 = 0 \end{cases}$$
(1.34)

Неявное вычисление расхода в рамках общей СЛАУ позволило упростить моделирование закрытого состояния клапана. В отличие от стандартного подхода по моделированию элементов, препятствующих прохождению потока посредством увеличения его гидравлического сопротивления, соотношения (1.34) не приводят к скачкообразному изменению сопротивления и, как следствие, ухудшению обусловленности итоговой СЛАУ.

1.1.4 Пример расчета простейшей схемы

Рассмотрим простейший пример гидросистемы, состоящей из последовательно соединенных элементов с заданными значениями давлений на границе (рисунок 1.2). Здесь окружности обозначают граничные элементы «Давление» с заданными значениями давления P_{def1} и P_{defn} , прямоугольниками показаны элементы «Труба»; входы/выходы элементов имеют сквозную нумерацию в пределах всей схемы. Связям между элементами на рисунке 1.2 соответствуют отрезки 1 - 2, ..., (n - 1) - n.



Рисунок 1.2 — Пример системы разветвленных трубопроводов

Ограничимся четырьмя элементами в схеме (два граничных элемента «Давление» и два элемента «Труба»). Запишем уравнения для каждого из элементов.

Согласно уравнению (1.13), для элемента 1:

$$P_1 = P_{def1} \tag{1.35}$$

Согласно уравнению (1.8), для элемента 2:

$$\begin{cases} \rho_2 \cdot Q_2 - \rho_3 \cdot Q_3 = 0\\ P_2 - P_3 - k_2 \cdot Q_2 = 0 \end{cases}$$
(1.36)

Согласно уравнению (1.8), для элемента 3:

$$\begin{cases} \rho_4 \cdot Q_4 - \rho_5 \cdot Q_5 = 0\\ P_4 - P_5 - k_3 \cdot Q_4 = 0 \end{cases}$$
(1.37)

Согласно уравнению (1.13), для элемента 4:

$$P_6 = P_{def2} \tag{1.38}$$

Уравнения для гидравлических узлов, в соответствии с (1.1) и (1.2) будут иметь следующий вид. Для узла 1:

$$\begin{cases} \rho_1 \cdot Q_1 - \rho_2 \cdot Q_2 = 0 \\ P_1 - P_2 = 0 \end{cases}$$
(1.39)

Узел 2:

$$\begin{cases} \rho_3 \cdot Q_3 - \rho_4 \cdot Q_4 = 0\\ P_3 - P_4 = 0 \end{cases}$$
(1.40)

Узел 3:

$$\begin{cases} \rho_5 \cdot Q_5 - \rho_6 \cdot Q_6 = 0\\ P_5 - P_6 = 0 \end{cases}$$
(1.41)

Тогда итоговая СЛАУ будет иметь следующий вид:

0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Q_1		P_{def1}
0	0	ρ_2	0	$- ho_3$	0	0	0	0	0	0	0	P_1		0
0	0	$-k_2$	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	Q_2		0
0	0	0	0	0	0	$ ho_4$	0	$- ho_5$	0	0	0	P_2		0
0	0	0	0	0	0	$-k_{3}$	1	0	-1	0	0	Q_3		0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	 P_3	_	P_{def2}
ρ_1	0	$- ho_2$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Q_4	_	0
0	1	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	P_4		0
0	0	0	0	ρ_3	0	$- ho_4$	0	0	0	0	0	Q_5		0
0	0	0	0	0	1	0	-1	0	0	0	0	P_5		0
0	0	0	0	0	0	0	0	$ ho_5$	0	$- ho_6$	0	Q_6		0
0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	-1	P_6		0

Итоговая СЛАУ имеет небольшие размеры. При численном решении получающейся системы уравнений могут возникнуть следующие сложности:

- матрица СЛАУ может иметь разномасштабные коэффициенты и поэтому для реальных схем зачастую плохо обусловлена [19; 54]
- получающаяся матрица СЛАУ является несимметричной и может содержать нулевые диагональные элементы;
- наличие элементов с существенно нелинейными характеристиками зачастую приводит к недоопределенной, либо переопределенной СЛАУ.

Так, недоопределенная СЛАУ может получаться при появлении в схеме изолированных участков, на которых отсутствует какая-либо связь с внешними граничными условиями. Такие ситуации могут являться как следствием ошибок при проектировании системы, так и в процессе сходимости итерационного процесса решения серии СЛАУ. Возникновение переопределенных СЛАУ может являться следствием задания некорректной конфигурации моделируемой системы. Например, в магистрали с жестко заданным на границе значением массового расхода неправильно установлен обратный клапан, препятствующий течению (перепутано его направление). Кроме того, решение данных проблемы усугубляется «конечной» точностью чисел с плавающей запятой при реализации любого численного метода на ЭВМ [55].

Для решения указанных проблем предлагается использовать численный метод решения итоговой СЛАУ, представленный в следующем подпараграфе.

1.1.5 Численный метод и алгоритм решения общей СЛАУ

Для решения итоговой СЛАУ предлагается воспользоваться модифицированным методом Гаусса [56] с выделением главного элемента, являющимся прямым методом решения СЛАУ. Метод Гаусса, является одним из классических методов решения СЛАУ, нахождения обратной матрицы или отыскания ранга матрицы и часто используется для реализации процедуры нахождения точного решения СЛАУ на ЭВМ [57]. Для упрощения понимания дальнейшего изложения, приведем его описание в соответствии с [58].

Запишем исходную систему линейных уравнений Ax = f в развернутом виде:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + \ldots + a_{1n}x_n = \beta_1 \\ \ldots \\ a_{m1}x_1 + \ldots + a_{mn}x_n = \beta_m \end{cases},$$
 (1.42)

где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & & \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_m \end{pmatrix}$$
(1.43)

Матрица *A* называется основной матрицей системы, β столбцом свободных членов. Тогда, согласно свойству элементарных преобразований над строками, основную матрицу этой системы можно привести к ступенчатому виду (эти же преобразования нужно применять к столбцу свободных членов):

$$a_{1j_{1}}x_{j_{1}} + a_{1j_{2}}x_{j_{2}} + \ldots + a_{1j_{r}}x_{j_{r}} + \ldots + a_{1j_{n}}x_{j_{n}} = \beta_{1}$$

$$a_{2j_{2}}x_{j_{2}} + \ldots + a_{2j_{r}}x_{j_{r}} + \ldots + a_{2j_{n}}x_{j_{n}} = \beta_{2}$$

$$\ldots$$

$$a_{rj_{r}}x_{j_{r}} + \ldots + a_{rj_{n}}x_{j_{n}} = \beta_{r} , \qquad (1.44)$$

$$0 = \beta_{r+1}$$

$$\ldots$$

$$0 = \beta_{m}$$

где $a_{1j_1}, \ldots, a_{rj_r} \neq 0.$

При этом будем считать, что базисный минор (ненулевой минор максимального порядка) основной матрицы находится в верхнем левом углу, то есть в него входят только коэффициенты при переменных x_{j_1}, \ldots, x_{j_r} . Тогда переменные x_{j_1}, \ldots, x_{j_r} называются базисными переменными. Остальные переменные называются свободными.

Если хотя бы одно число $\beta_i \neq 0$, где i > r, то рассматриваемая система несовместна, т.е. у нее нет ни одного решения.

Пусть $\beta_i = 0$ для любых i > r. Перенесем свободные переменные за знаки равенств и поделим каждое из уравнений системы на свой коэффициент при самом левом x ($\alpha_{ij_i}, i = 1, ..., r$, где i – номер строки):

$$\begin{cases} x_{j_{1}} + \hat{\alpha}_{1j_{2}}x_{j_{2}} + \ldots + \hat{\alpha}_{1j_{r}}x_{j_{r}} &= \hat{\beta}_{1} - \hat{\alpha}_{1j_{r+1}}x_{j_{r+1}} - \ldots - \hat{\alpha}_{1j_{n}}x_{j_{n}} \\ x_{j_{2}} + \ldots + \hat{\alpha}_{2j_{r}}x_{j_{r}} &= \hat{\beta}_{2} - \hat{\alpha}_{2j_{r+1}}x_{j_{r+1}} - \ldots - \hat{\alpha}_{2j_{n}}x_{j_{n}} \\ \vdots \\ x_{j_{r}} &= \hat{\beta}_{r} - \hat{\alpha}_{rj_{r+1}}x_{j_{r+1}} - \ldots - \hat{\alpha}_{rj_{n}}x_{j_{n}} \end{cases}$$
(1.45)

где $\hat{\beta}_i = \frac{\beta_i}{\alpha_{ij_i}}, \quad \hat{\alpha}_{ij_k} = \frac{\alpha_{ij_k}}{\alpha_{ij_i}}, \quad i = 1, \dots, r, \quad k = i+1, \dots, n.$

Описанная процедура называется прямым ходом метода Гаусса. Если свободным переменным системы (1.44) придавать все возможные значения и решать новую систему относительно базисных неизвестных снизу вверх (то есть от нижнего к верхнему уравнению), то мы получим все решения этой СЛАУ:

$$\begin{aligned} x_{j_r} &= \hat{\beta}_r - \hat{\alpha}_{rj_{r+1}} x_{j_{r+1}} - \dots - \hat{\alpha}_{rj_n} x_{j_n} \\ x_{j_2} &= (\hat{\beta}_2 - \hat{\alpha}_{2j_{r+1}} x_{j_{r+1}} - \dots - \hat{\alpha}_{2j_n} x_{j_n}) - \hat{\alpha}_{2j_r} x_{j_r} \\ x_{j_1} &= (\hat{\beta}_1 - \hat{\alpha}_{1j_{r+1}} x_{j_{r+1}} - \dots - \hat{\alpha}_{1j_n} x) - (\hat{\alpha}_{1j_2} x_{j_2} + \dots + \hat{\alpha}_{1j_r} x_{j_r}) \end{aligned}$$
(1.46)

Так как эта система получена путем элементарных преобразований над исходной системой (1.43), то по теореме об эквивалентности при элементарных преобразованиях системы (1.43) и (1.45) эквивалентны, то есть множества их решений совпадают. Эта процедура получила название обратный ход метода Гаусса.

Упомянутое выше условие $\beta_i = 0$ для всех i > r может быть сформулировано в качестве необходимого и достаточного условия совместности. Согласно теореме Кронекера-Капелли [59], система линейных алгебраических уравнений совместна тогда и только тогда, когда ранг ее основной матрицы равен рангу ее расширенной матрицы, причем система имеет единственное решение, если

ранг равен числу неизвестных, и бесконечное множество решений, если ранг меньше числа неизвестных.

Один из основных недостатков метода Гаусса связан с тем, что при его реализации накапливается вычислительная погрешность. В [60] показано, что для больших систем порядка т число действий умножений и делений близко к $m^3/3$. Для того, чтобы уменьшить рост вычислительной погрешности применяются различные модификации метода Гаусса. Например, метод Гаусса с выбором главного элемента по столбцам, в этом случае на каждом этапе прямого хода строки матрицы переставляются таким образом, чтобы диагональный угловой элемент был максимальным. При исключении соответствующего неизвестного из других строк деление будет производиться на наибольший из возможных коэффициентов и, следовательно, относительная погрешность будет наименьшей. Также существует метод Гаусса с выбором главного элемента по всей матрице. В этом случае переставляются не только строки, но и столбцы, но такой подход приводит излишнему усложнению алгоритма, увеличению числа операций и соответственно к росту времени счета.

Сформулируем алгоритм решения СЛАУ, основанный на модифицированном методе Гаусса с выбором главного элемента по столбцам. Данный алгоритм подразделяется на три основных этапа.

На **первом этапе**, для улучшения обусловленности перед решением СЛАУ целесообразно коэффициенты матрицы привести к безразмерному виду [46] и решать СЛАУ относительно вводимых безразмерных переменных:

$$\tilde{Q}_i = Q_i/Q_*
\tilde{P}_i = P_i/P_*$$
(1.47)

где Q_* и P_* – константы приведения переменных к безразмерному виду. Значения констант Q_* и P_* выбираются таким образом, чтобы значения безразмерных переменных были близки к единице.

На втором этапе, предлагается алгоритм улучшения обусловленности за счет ограничения разномасштабности ее коэффициентов. Данный алгоритм заключается в следующем. После формирования матрицы СЛАУ и приведения ее коэффициентов к безразмерному виду находится максимальный по модулю элемент матрицы a_{max} . После этого все элементы матрицы a_{ij} , для которых выполняется соотношение $|a_{ij}| < a_{max}/10^k$, ограничиваются. Коэффициент k выбирается в зависимости от требуемой точности и используемого формата чисел с плавающей запятой. Такой подход позволяет избавиться в гидравлической системе от «слабых» связей для уравнений (1.7), что значительно улучшает обусловленность итоговой СЛАУ.

Во всех численных экспериментах, представленных в диссертации, для расчетов использовались числа с плавающей запятой двойной точности, обеспечивающие точность в 15–17 значащих цифр. Для достижения относительной точности решения СЛАУ порядка 10^{-7} задавалось значение коэффициента k = 10. Использовались значения констант приведения переменных к безразмерному виду $Q_* = 10^5$ и $P_* = 10^{-5}$.

Третий этап – непосредственно решение СЛАУ модифицированным методом Гаусса с выбором главного элемента по столбцам. Прямой ход метода Гаусса путем элементарных преобразований над строками приводит систему к ступенчатой форме, либо позволяет установить, что система несовместна (переопределена). А именно, среди элементов первого столбца матрицы выбирается максимальный ненулевой элемент, и перемещается в крайнее верхнее положение перестановкой строк. Затем получившаяся после перестановки первая строка, умноженная на величину, равную отношению первого элемента каждой из оставшихся строк к первому элементу первой строки, вычитается из остальных строк. Данное действие приводит к обнулению всех элементов столбца под ним. Затем проводятся аналогичные преобразования матрицы, полученной удалением первой строки и первого столбца исходной матрицы. Указанные преобразования продолжаются до тех пор, пока не останется матрица нулевого размера. Если на какой-то из итераций среди элементов первого столбца не нашелся ненулевой элемент, то аналогичная операция проделывается со следующим столбцом.

Обратный ход метода Гаусса позволяет выразить все получившиеся базисные переменные через свободные. В случае если имеются свободные переменные – система уравнений недоопределена. Чтобы найти одно из решений недоопределенной системы, предлагается в качестве значений свободных переменных, считать значения соответствующих переменных, взятые с предыдущего временного шага (в случае нестационарного расчета), либо из заданных пользователем инициализационных значений (в случае стационарного расчета). Для нахождения значений базисных переменных, из последнего уравнения выражается соответствующая базисная переменная (а она там всего одна). Затем найденное значение подставляется в предпоследнее уравнение, и так далее. В итоге будет получен вектор решения общей СЛАУ. Описанный алгоритм позволяет улучшить обусловленность, найти единственное решение недоопределенных СЛАУ и однозначно выявить случаи, при которых СЛАУ является несовместной. В отличие от представленных в литературе методов решения таких проблем [61] достоинством предложенного подхода является то, что не требуется какой-либо анализ топологии гидросистемы для выявления изолированных участков. Все действия производятся в процессе решения СЛАУ и не создают существенных дополнительных расходов с точки зрения быстродействия алгоритма.

Использование прямого метода можно рассматривать как недостаток, поскольку для больших СЛАУ он, бесспорно, будет проигрывать в быстродействии итерационным методам, которые могут быть более эффективно реализованы на многопроцессорных ЭВМ. Однако опыт расчета сложных гидросистем, содержащих тысячи конструкционных элементов показал [31], [62] что этап решения СЛАУ на современной ЭВМ с использованием предлагаемого подхода не превышает десятые доли секунды, что является вполне приемлемым временем для моделирования промышленных гидросистем.

1.2 Метод моделирования трехмерных течений вязкой несжимаемой жидкости с использованием алгоритма SIMPLE

Нестационарное течение вязкого теплопроводного газа в трехмерном приближении описывается системой уравнений Навье—Стокса, содержащей уравнение неразрывности, уравнение сохранения импульса и уравнение сохранения энергии [49]. Консервативная форма уравнений Навье—Стокса в декартовой системе координат будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho u_i \right) = 0\\ \frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_i u_j \right) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \\ \frac{\partial \rho E}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho u_i H \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i \tau_{ij} - q_j \right) \end{cases}$$
(1.48)

Здесь используются общепринятые обозначения:

ρ – плотность транспортируемого вещества,

 $u_i = \{u, v, w\}$ – вектор скорости усредненного течения,

Е – удельная полная энергия,

Н – удельная полная энтальпия,

τ_{ij} – вязкая часть тензора напряжений,

 q_j – вектор плотности теплового потока.

$$E = e + \frac{1}{2} \left(u^2 + v^2 + w^2 \right), \qquad (1.49)$$

где $e = c_v T$ – удельная внутренняя энергия.

$$H = E + \frac{p}{\rho} = h + \frac{1}{2} \left(u^2 + v^2 + w^2 \right), \qquad (1.50)$$

где $h = e + \frac{p}{\rho}$ – удельная энтальпия.

Если в качестве транспортируемой среды рассматривается идеальный газ, значения *e* и *h* определяются уравнениями состояния:

$$e = c_v T, \tag{1.51}$$

где c_v - удельная теплоемкость при постоянном объеме.

$$h = c_p T, \tag{1.52}$$

где, c_p – удельная теплоемкость при постоянном давлении.

Значение τ_{ij} может быть определено следующим образом:

$$\tau_{ij} = \mu \left(\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \right), \qquad (1.53)$$

где μ – молекулярная динамическая вязкость.

Значение q_j может быть найдено используя следующее выражение:

$$q_j = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j},\tag{1.54}$$

где λ – коэффициент теплопроводности.

Уравнение состояния идеального газа определяет зависимость его давления *p* от плотности ρ и удельной внутренней энергии *e*:

$$p = (\gamma - 1) \rho e, \qquad (1.55)$$

где $\gamma = c_p/c_v$ – показатель адиабаты.

В случае рассмотрения течения несжимаемой жидкости плотность транспортируемой среды ρ является постоянной величиной. Тогда уравнение неразрывности будет иметь следующий вид:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(u_i \right) = 0. \tag{1.56}$$

Кроме того, постоянство плотности рассматриваемой среды позволяет решать уравнение сохранения энергии независимо от уравнения неразрывности и уравнения сохранения импульса, рассматривая его как уравнение переноса пассивного скаляра [49]:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i T \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i \tau_{ij} - q_j \right).$$
(1.57)

С учетом (1.56) и (1.57) итоговая система, описывающая течение вязкой несжимаемой жидкости, будет иметь вид:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial x_i} (u_i) = 0\\ \rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_{ij} \\ \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho c_p \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i T) = \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i \tau_{ij} - q_j) \end{cases}$$
(1.58)

В рамках настоящей диссертации, при моделировании течения несжимаемой жидкости в трехмерной постановке используется система уравнений (1.58).

Поскольку плотность транспортируемой среды рассматривается как постоянная величина, и не зависит от давления, решение системы уравнений (1.58) «напрямую» не представляется возможным, поскольку отсутствует прямая связь между полями давления и скорости. Решение данных уравнений без привлечения специализированных алгоритмов приводит к непреодолимым вычислительным трудностям. Однако существует ряд методов, позволяющих найти численное решение системы (1.58). Одним из наиболее распространенных и универсальных методов для обеспечения связи поля давления и поля скорости является использование итерационного алгоритма SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) [15]. Его суть заключается в расщеплении величин скорости и давления и последующем их согласовании по ходу итерационного процесса:

$$u_i^{n+1} = u_i^* + u_i' p^{n+1} = p^n + p^{'} , \qquad (1.59)$$

где n – решение с предыдущей итерации или шага по времени, u'_i – приращение скорости, p' – приращение давления, u^*_i – предварительное поле скорости.

Такое расщепление позволяет обеспечить связь давления и скорости с помощью нахождения поля давления, удовлетворяющего уравнению неразрывности, что приводит к решению уравнения Пуассона для давления [63].

Пусть *n* – решение с предыдущей итерации, тогда значение давления можно находить из уравнения:

$$p^{n+1} = p^n + \alpha_p (p^{n+1} - p^n) = p^n + \alpha_p \delta p^{n+1} , \qquad (1.60)$$

где α_p – коэффициент релаксации для давления, $0 \leq \alpha_p \leq 1$.

Пусть *j* – решение с прошлого шага по времени, тогда уравнение сохранение импульса системы (1.58) можно записать в виде:

$$\rho \frac{u_i^{n+1} - u_i^j}{\Delta t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i^{n+1} u_j^n \right) = -\frac{\partial p^{n+1}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij}^{n+1} \right).$$
(1.61)

Подставив (1.60) в (1.61) получим уравнение:

$$\rho \frac{u_i^{n+1} - u_i^j}{\Delta t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i^{n+1} u_j^n \right) = -\frac{\partial p^n}{\partial x_i} - \frac{\partial \left(\delta p^{n+1} \right)}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij}^{n+1} \right).$$
(1.62)

Предварительную оценку значения скорости u_i^* на следующем шаге можно найти из уравнения (1.61), подставив в него выражение для скорости $u_i^{n+1} = u_i^* + u_i^n$:

$$\rho \frac{u_i^*}{\Delta t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} \left(u_i^* u_j^n \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\tau_{ij}^* \right) = \rho \frac{u_i^j}{\Delta t} - \frac{\partial p^n}{\partial x_i}.$$
 (1.63)

Значение u_i^* в (1.63) позволяет вычислить молекулярную и турбулентную составляющие вязкой части тензора напряжений. Затем, используя поправку давления, можно вычислить полное значение скорости u_i^{n+1} :

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \Delta t \frac{\partial \left(\delta p^{n+1}\right)}{\partial x_i}.$$
(1.64)

Удовлетворение u_i^{n+1} условию неразрывности позволяет вычислить поправку давления из уравнения (1.64). Дифференцирование обеих частей уравнения (1.64) позволяет получить уравнение Пуассона для давления:

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial \left(\delta p^{n+1} \right)}{\partial x_i} \right) = \frac{1}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i}.$$
(1.65)

Таким образом, использование описанного итерационного алгоритма позволит получить поля скорости и давления, удовлетворяющие системе уравнений (1.58).



Рисунок 1.3 — Расчетная сетка

Для описания используемой конечно-объемной схемы дискретизации рассмотрим произвольную неструктурированную сетку, показанную на рисунке 1.3.

Для простоты изложения на данном рисунке приведена двумерная сетка, в которой k – множество граней ячейки «Р». Множество k содержит в себе подмножество внутренних граней k_{int} и подмножество внешних граней k_s . $M_{k_{int}}$ – соседняя ячейка через грань k_{int} . $S_{i,k}$ – вектор-площадь k-ой грани, i = 0..2 – номер компонента данного вектора. $d_{i,k_{int}} = r_{i,M} - r_{i,P}$ – вектор, соединяющий центры ячеек «Р» и «М» по грани k_{int} . $d_{i,k_s} = r_{k_s} - r_P$ – вектор, соединяющий центр ячейки «Р» и центр грани k_s , где r_i – соответствующий радиус вектор.

Пусть λ – геометрический коэффициент для интерполяции величин из центров ячеек на внутренние грани, тогда:

$$\varphi_{k_{int}} = \lambda \varphi_P + (1 - \lambda) \varphi_M. \tag{1.66}$$

Тогда для нахождения λ можно использовать следующее выражение:

$$\lambda = \frac{|r_{i,M} - r_{i,k_{int}}|}{|r_{i,k_{int}} - r_{i,P}| + |r_{i,M} - r_{i,k_{int}}|}.$$
(1.67)

При решении системы (1.58) базовым является уравнение:

$$\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\rho \varphi u_j \right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \tau_j + Q.$$
(1.68)

Данное уравнение представляет собой уравнение переноса скалярной величины, состоящее из нестационарного слагаемого $\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t}$, конвективного слагаемого $\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \varphi u_j)$, диффузионного слагаемого $\frac{\partial}{\partial x_j} \tau_j$, и слагаемого Q для

добавления источников или стоков, в случае их наличия. τ_{ij} – тензор, содержащий пространственные производные от искомой величины φ.

Пусть $\tau_j = \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j}$. Данное допущение значительно упростит последующие преобразования, но при этом не уменьшит общности приведенных далее выкладок.

Для дискретизации уравнения (1.68) по времени может быть применена одна из известных явных или неявных схем дискретизации. Далее рассматривается неявная схема, применение которой позволяет избавиться от жестких ограничений временного шага интегрирования [15].

Пусть *j* – номер временного шага. Тогда, применяя неявную схема Эйлера, как одну из наиболее распространенных схем аппроксимации временного слагаемого низкого порядка, получим [64]:

$$\frac{\rho^{j+1}\varphi^{j+1} - \rho^{j}\varphi^{j}}{\Delta t} + \left[\frac{\partial}{\partial x_{j}}\left(\rho\varphi u_{j}\right) - \frac{\partial}{\partial x_{j}}\tau_{ij} - Q\right]^{j+1} = 0.$$
(1.69)

Для дискретизации уравнения (1.68) по пространству проинтегрируем его по объему ячейки «Р» и перейдем к интегрированию по площади слагаемых $\frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \varphi u_j)$ и $\frac{\partial}{\partial x_j} \tau_j$. Для упрощения последующих выкладок будем опускать значения временных индексов там, где они очевидны:

$$\int_{V_P} \frac{\rho^{j+1} \varphi^{j+1} - \rho^j \varphi^j}{\Delta t} dV + \oint_{S_P} \rho \varphi u_j dS_j - \oint_{S_P} \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dS_j - \int_{V_P} Q dV = 0.$$
(1.70)

Аппроксимации конвективного слагаемого с использованием конечно-объемной сетки будет иметь следующий вид:

$$\oint_{S_P} \rho \varphi u_j dS_j \approx \sum_k \rho_k \varphi_k u_{j,k} S_{j,k} \approx \sum_k \rho_k \varphi_k F_k, \qquad (1.71)$$

где F_k – объемный поток через грань k. При этом значения величин φ_k на гранях будут определяться используемой конвективной схемой.

В соответствии [65], дискретный аналог диффузионного слагаемого будет иметь следующий вид:

$$\oint_{S_P} \mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} dS_j \approx \sum_k \left(\mu \frac{\partial \varphi}{\partial x_j} \right)_k S_{j,k} = \sum_k \mu_k \left(\frac{\partial \varphi}{\partial n_k} \right)_k |S_k|, \quad (1.72)$$

где n_k – нормаль грани k.

В случае ортогональности расчетной сетки, производную $\frac{\partial \varphi}{\partial n_k}$ по направлению можно найти используя выражение:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n_k} \left| S_k \right| = \frac{\varphi_M - \varphi_P}{\left| d_k \right|} \left| S_k \right|.$$
(1.73)

В случае неортогональной расчетной сетки, вектор \vec{S} раскладывается в виде суммы двух векторов, один из которых параллелен вектору \vec{d} :

$$S_{k,i} = S_{k,i}^{ort} + S_{k,i}^a, (1.74)$$

где вектора $S_{k,i}^{ort}$ и d_k параллельны, и вектор $S_{k,i}^{ort}$ соответствует ортогональной части разложения.

В соответствии с [63] возможны несколько методов разложения: методы минимальной и ортогональной коррекции, а также метод релаксация сверху. Используя разложение – метод релаксации сверху, диффузионное слагаемое будет иметь следующий вид:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n_k}\right)_k |S_k| = \left(\varphi_M - \varphi_P\right) S_k^* + \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right)_k S_{k,i}^a, \tag{1.75}$$

где $S_k^* = \frac{S_{k,i}S_{k,i}}{S_{k,j}d_{k,j}}, S_{k,i}^a = S_{k,i} - \frac{S_{k,i}S_{k,i}}{S_{k,j}d_{k,j}}d_{k,i}.$

Данные преобразования позволяют использовать выражение (1.73) на неортогональных расчетных сетках.

Значение градиента в ячейках может быть найдено с помощью метода Гаусса [63]:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right)_P = \frac{1}{V_P} \sum_k \varphi_k S_{k,i}.$$
(1.76)

Найденные значения градиентов в ячейках позволяют выполнить линейную интерполяцию с помощью (1.66) и найти значения градиентов на гранях $\left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i}\right)_k$.

Дискретизация нестационарного слагаемого $\frac{\partial \rho \varphi}{\partial t}$ и слагаемого Q может быть осуществлена следующим образом:

$$\int_{V_P} \frac{\rho^{j+1} \varphi^{j+1} - \rho^j \varphi^j}{\Delta t} dV = \left(\frac{\rho^{j+1} \varphi^{j+1} - \rho^j \varphi^j}{\Delta t}\right)_P V_P, \quad \int_{V_P} Q dV = Q_P V_P. \quad (1.77)$$
Описанная дискретизация сводит решение уравнения (1.68) к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно каждой ячейки расчетной модели:

$$A_P \varphi_P + \sum_{k_{int}} A_{k_{int}} \varphi_{M_{k_{int}}} = R_{i,P}.$$
(1.78)

Применение описанного метода SIMPLE к решению СЛАУ относительно поправки давления порождает симметричную матрицу, которая не имеет строгого диагонального преобладания и, как правило, плохо обусловлена, требуя больших ресурсов для своего решения. Поэтому для решения данной СЛАУ предлагается использовать алгебраический многосеточный метод [58; 66], более подробное описание которого приведено в главе 2.

1.3 Метод и алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей

Связь одномерной и трехмерной моделей основывается на организации обменов граничными условиями между разномасштабными областями по ходу проведения расчета. Для описания этой процедуры рассмотрим простейший фрагмент гидравлической системы, состоящий из последовательно соединенных элементов, показанный на рисунке 1.4.



Рисунок 1.4 — Простейший фрагмент гидравлической системы

Интересующая область, в которой важно получить детализированные результаты, представляется трехмерной областью Ω_{3D} . В объеме Ω_{3D} решаются уравнения Навье—Стокса, как это описано в параграфе 1.2. Остальная часть системы представляется в виде одномерных областей Ω_{1D}^1 и Ω_{1D}^2 . Гидродинамика в них описывается методом, представленным в параграфе 1.1.

В процессе проведения гибридного расчета, при моделировании трехмерной области Ω_{3D} , в качестве граничных условий будем задавать значение массового расхода G_{in} на входе и значение полного давления P_{out} на выходе, рассчитанные в одномерной области. Из трехмерной в одномерную область будем передавать значение перепада давления $\Delta P = P_{in} - P_{out}$, где $P_{in} = \frac{\int \Gamma_{in} p ds}{|\Gamma_{in}|}$ полное давление, осредненное по сечению трехмерной области.

На входной границе трехмерной расчетной области фиксируется интегральная величина – массовый расход через входную границу, при этом профиль скорости и турбулентных параметров из 1D расчета неизвестны. Однако данные величины имеют существенное влияние на решение в трехмерной области и на результирующий интегральный перепад давления, который используется в 1D расчете. Проблему неизвестного распределения величин можно решить, приняв допущение, что в трехмерную область всегда входит полностью развитый поток: развитый профиль скорости и турбулентных параметров. Это допущение вполне оправдано в случае, когда трехмерный элемент располагается вниз по потоку от протяженных трубопроводов. В ином случае, большую роль играет предыстория потока, которую определяет конфигурация предшествующих одномерных элементов. Однако на практике учесть такую предысторию потока не представляется возможным.

Метод обеспечения полностью развитого потока на входе в трехмерную область заключается в удовлетворении нескольких условий: заданный массовый расход и равенства нулю производных скорости и турбулентных параметров по направлению нормали к границе:

$$\frac{\partial u_i}{\partial n} = 0, \tag{1.79}$$

$$\frac{\partial k}{\partial n} = 0, \tag{1.80}$$

$$\frac{\partial \omega}{\partial n} = 0. \tag{1.81}$$

Соблюдение заданного массового расхода обеспечивается следующим алгоритмом. Скорость на каждой грани входной границы полагается равной скорости в центре прилегающей ячейки, которая была получена при решении системы (1.11) $u_{i,k} = u_{i,c}$, что обеспечивает удовлетворение условия (1.79). Далее, по полученному распределению скорости рассчитывается массовый поток, который используется для вычисления коэффициента δ :

$$\delta = \frac{G}{G_{def}},\tag{1.82}$$

где *G*_{def} – нужный массовый расход, *G* – фактический массовый расход, полученный после удовлетворения условия (1.79). Далее коэффициент δ используется для вычисления результирующей скорости на каждой грани входной границы:

$$u_{i,k} = \frac{u_{i,c}}{\delta}.\tag{1.83}$$

Получившаяся скорость $u_{i,k}$ должна обеспечивать нужный массовый расход G_{def} . Применения данного алгоритма при итеративной процедуре получения решения в трехмерной области обеспечит полностью развитый поток на входе в трехмерную область.

Исходя из описанного метода, можно сформулировать следующий алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей, схематично представленный на рисунке 1.5:

Шаг 1. Начальная инициализация одномерной и трехмерной областей.

Шаг 2. Выполнение одной счетной итерации в одномерной области, получение новых значений G_{in} и P_{out} .

Шаг 3. Передача значений G_{in} и P_{out} из одномерной в трехмерную область, восстановление структуры течения на входной границе трехмерной области.

Шаг 4. Выполнение одной счетной итерации в трехмерной области, получение нового значения $\Delta P = P_{in} - P_{out}$.

Шаг 5. Передача значения ΔP из трехмерной области в одномерную.

Шаг 6. Проверка критериев сходимости задачи и, при необходимости, запуск следующей итерации со второго шага.

Таким образом, такой подход к связи разномасштабных областей заключается в организации итерационной процедуры обмена граничными условиями внутри одного временного шага до тех пор, пока не выполнится заданный критерий точности. Представленный подход позволяет выделить неограниченное количество трехмерных областей в задаче. Для ускорения гибридного расчета можно выполнять обмен данными не на каждой счетной итерации, а использовать дополнительный критерий проведения обмена, например, основываясь на критериях сходимости каждой из расчетных областей.

Непосредственно диссертантом на основе описанного алгоритма была реализована возможность расчета гибридных 1D-3D моделей в рамках программного комплекса «FlowDesigner» и ПП ЛОГОС. Блок-схема реализации алгоритма расчета гибридных 1D-3D моделей в модуле расчета гидродинамики



Рисунок 1.5 — Алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей

ПП ЛОГОС и программном комплексе «FlowDesigner» приведена на рисунке 1.6.

Передача данных осуществляется с использованием транспортного протокола TCP/IP [67]. Это позволяет проводить гибридные расчеты с использованием удаленной супер-ЭВМ для моделирования трехмерных областей в многопроцессорном режиме. При этом программный комплекс «FlowDesigner» может функционировать на обычной рабочей станции пользователя, имеющей связь с удаленной супер-ЭВМ по протоколу TCP/IP. Более подробное описание комплекса «FlowDesigner» и результаты его верификации представлены в главе 3.

Поскольку метод моделирования трехмерных областей требует значительно больше количество вычислительных ресурсов в сравнении с методом моделирования одномерных областей, физическое время одной счетной итерации расчета гибридной модели будет равняться максимальному времени расчета наибольшей (по числу расчетных ячеек) трехмерной области. Для сокращения общего времени счета целесообразно выполнять моделирование каждой из трехмерных областей в параллельном режиме. При этом максимальную эффективность удастся достичь путем разбиения на процессоры каждой из трехмерных областей таким образом, чтобы физическое время расчетного шага для всех трехмерных областей было одинаковым.

40



Рисунок 1.6 — Блок-схема реализации алгоритма расчета гибридных 1D-3D моделей в ПП ЛОГОС (слева) и «FlowDesigner» (справа)

1.4 Заключение

В данной главе представлена методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. Численный метод расчета одномерной модели сводится к решению серии СЛАУ с разреженной матрицей общего вида и обеспечивает неявную связь расходов и

41

давлений в узлах системы, позволяя моделировать динамику гидравлических процессов при ламинарном и турбулентном режимах течения в разветвленной сети трубопроводов, без учета теплообмена с внешней средой. Каждый отдельный гидравлический элемент описывается независимым набором линейных уравнений. Математические модели гидравлических элементов требуют наличия эмпирических данных с соответствующими характеристиками данного устройства (гидравлические характеристики, расходно-напорные характеристики насосов, и т.д.). Получение пространственного распределения характеристик течения в трехмерной модели основывается на численном решении системы уравнений Навье-Стокса с использованием алгоритма SIMPLE. Метод расчета гибридных 1D-3D моделей основывается на организации итерационной процедуры обмена общими граничными условиями между разномасштабными областями с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области. На основе представленного метода реализована возможность расчета гибридных 1D-3D моделей в рамках программного комплекса «FlowDesigner» и ПП ЛОГОС. Содержание главы основывается на работах [18; 32–34], результаты главы были представлены в докладах на конференциях [36–38; 46], а также на семинарах Института теоретической и математической физики ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» и ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого».

По данному направлению, при определяющем участии диссертанта была разработана методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах. В рамках разработанной методики были предложен метод одномерного моделирования гидросистем, обеспечивающий неявную связь расход-давление на уровне общей СЛАУ и описаны математические модели основных типов конструктивных элементов, из которых строятся гидросистемы. Помимо этого лично диссертантом был предложен метод и алгоритм расчета гибридных 1D-3D моделей, на основе которого непосредственно диссертантом была реализована возможность расчета гибридных 1D-3D моделей в рамках программного комплекса «FlowDesigner» и ПП ЛОГОС.

Глава 2. Ускорения расчетов в трехмерной постановке на базе многосеточных технологий

Как правило, при проведении гибридных 1D-3D расчетов физическое время моделирования областей в трехмерной постановке во много раз превосходит время, необходимое для расчета области в одномерной постановке. Это связано с тем, что получение пространственного распределения характеристик течения, основанное на численном решении системы уравнений Навье—Стокса [49] является более ресурсоемкой задачей. Кроме того, размеры сеточных моделей трехмерных областей могут исчисляться миллионами расчетных ячеек. Поэтому, для достижения максимальной эффективности и сокращения общего времени гибридных расчетов, задача по ускорению моделирования трехмерных областей становится особенно актуальной.

Одним из численных алгоритмов решения уравнений Навье—Стокса является алгоритм SIMPLE [15—18], кратко представленный в параграфе 1.2. Данный алгоритм лежит в основе модуля расчета гидродинамических течений отечественного пакета программ инженерного анализа ЛОГОС, предназначенного для решения сопряженных трехмерных задач конвективного тепломассопереноса, аэродинамики и гидродинамики на параллельных ЭВМ [19; 44]. Диссертант является одним из основных разработчиков данного модуля [18; 45]. ПП ЛОГОС успешно прошел верификацию и показал достаточно хорошие результаты на серии различных гидродинамических задач [68; 69], включая распространение гравитационных волн на свободной поверхности (цунами) [70; 71] и индустриальных задач [12]. При определяющем участии диссертанта проходили работы по ускорению расчетов на высокопараллельных вычислительных системах с использованием многосеточных технологий в ПП ЛОГОС [19; 39]. Также автор участвовал в адаптации структуры и алгоритмов ПП ЛОГОС для работы на ЭВМ с гибридной архитектурой [72; 73].

Данная глава посвящена изучению вопроса ускорения расчетов в трехмерной постановке на базе многосеточных технологий. В параграфе 2.1 представлен краткий обзор применения многосеточных технологий для повышения эффективности вычислительного алгоритма моделирования трехмерных областей. Параграф 2.2 посвящен особенностям параллельной реализации многосеточного метода на произвольных неструктурированных сетках. В параграфе 2.3 описан алгоритм «каскадного сбора глобального уровня», предложенный диссертантом для ускорения многосеточного метода на высокопараллельных вычислительных системах. В параграфе 2.4 приведены результаты верификации и исследования эффективности реализованного многосеточного метода с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня». В заключении суммированы результаты к главе.

2.1 Обзор применения многосеточных технологий

Для повышения эффективности вычислительного алгоритма в трехмерной области находит применение многосеточный метод, в основе которого лежит использование последовательности вложенных сеток и операторов перехода от одной сетки к другой [74]. Реализация алгебраического многосеточного метода (Algebraic Multigrid, AMG) состоит из шага формирования сеток (матриц) на различных уровнях и шага решения [19]. В процессе создания последовательности грубых сеточных уровней используется информация, которая содержится в матрице коэффициентов системы разностных уравнений. В соответствии с выбранным способом формирования сеток определяется оператор интерполяции с грубой сетки на подробную. Число узлов (уравнений) на самой грубой сетке обычно выбирается достаточно малым, что позволяет применять для решения системы разностных уравнений прямой метод. Время, необходимое на построение последовательности вложенных сеточных уровней, компенсируется более высокой скоростью сходимости. Вопросы разработки методов ускорения сходимости итерационного процесса, основанные на использовании многосеточных технологий, обсуждаются в [19; 66; 75].

В [54] проводится сравнение времени, необходимого для решения ряда задач динамики вязкой несжимаемой жидкости, при помощи метода сопряженных градиентов и алгебраического многосеточного метода. Среднее ускорение счета при использовании многосеточного метода по сравнению с предобусловленным методом сопряженных градиентов достигает 4 – 6 раз [76].

Различные реализации многосеточных методов описываются в литературе [19; 77]. Некоторые из них, например, код BoomerAMG [78], имеют отрытый исходный код. Сравнение работоспособности многосеточного метода, предназначенного для численного решения трехмерных параболических и эллиптических дифференциальных уравнений с разномасштабными разрывными коэффициентами на неравномерных сетках, дается в работе [79] на параллельных вычислительных системах различной архитектуры. Компьютерный код обеспечивает решение сложных задач и сохраняет эффективность с ростом числа процессоров при функционировании программы на современных процессорных архитектурах. Масштабируемость параллельного кода, использующего многосеточные итерации для решения задач газовой динамики, обсуждается в работе [80].

Параллельная реализация многосеточного метода имеет определенные трудности, особенно в условиях быстрого роста производительности суперкомпьютеров и усложнения их архитектуры для достижения экзафлопных скоростей. Рост производительности компьютеров сопровождается ростом числа процессоров, число которых достигает сотен тысяч. Новая парадигма программирования предъявляет высокие требования к масштабируемости параллельных программ.

Реализацию имеющихся подходов затрудняет модель памяти, основанная на гране-ячеечном формате хранения данных (см. [54]) (в памяти хранятся переменные в серединных точках гранях контрольного объема), и механизмы распараллеливания вычислений в рамках метода конечных объемов. Внешние расчетные модули используют свою модель памяти, что требует создания дополнительных интерфейсов для доступа к матрицам, а также реализуют внутренние механизмы межпроцессорного взаимодействия, не позволяющие применить гране-ячеечный формат хранения данных.

За последние годы вычислительные мощности графических ускорителей существенно возросли, и уже давно обгоняют х86-процессоры как в пиковой производительности, так и пропускной способности памяти. Учитывая впечатляющие темпы роста, ЭВМ с гибридной архитектурой становятся все более и более популярными инструментом при проведении научных расчетов. Поддержка работы с графическими ускорителями уже внедрена ведущими коммерческих математическими пакетами программ, такими как MATLAB, ANSYS CFX, ANSYS Fluent. Однако ощутимый прирост при переносе на гибридные системы достигается лишь после глобальной переработки структур и алгоритмов обработки данных. Вопросам адаптации структур и алгоритмов для ускорения решения задач вычислительной гидродинамики на ЭВМ с гибридной архитектурой посвящены работы [72; 73].

В [54; 76] представлен алгоритм алгебраического многосеточного метода с агрегативным способом огрубления. Алгоритм сбора матрицы глобального уровня заключается в сборе матриц локальных уровней на одном процессоре, формировании единой матрицы глобального уровня и последующим ее огрублением в последовательном режиме. Данный алгоритм имеет существенные ограничения на максимально возможный размер матрицы: суммарный объем объединяемых уровней не превышает объема памяти одного узла вычислительного кластера, на котором производится построение глобального уровня. Ввиду роста размерности задач и увеличения количества вычислительных узлов, растет и время, затрачиваемое на сбор, построение и последующее огрубление матрицы глобального уровня (данный этап выполняется в последовательном режиме). Изза наличия последовательного этапа предложенный ранее подход к построению глобального уровня негативно сказывается на общей масштабируемости многосеточного метода. При решении задач с использованием тысяч процессоров временные затраты на построение и обработку глобального уровня достигают 85 % от общего времени решения СЛАУ, что делает важным разработку подходов к ускорению данного алгоритма.

Далее, рассмотрим особенности параллельной реализации многосеточного метода, и алгоритм «каскадного сбора», разработанный автором диссертации для повышения общей масштабируемости многосеточного метода, реализованного в ПП ЛОГОС. Данный алгоритм основан на каскадном сборе глобального уровня и заключается в постепенном уменьшении числа процессов, участвующих в счете, сохраняя при этом преимущества глобального уровня.

2.2 Особенности параллельной реализации многосеточного метода

Кратко рассмотрим реализацию алгебраического многосеточного метода в соответствии с [54]. В многосеточном методе обычный итерационный процесс комбинируется с коррекцией решения на последовательности грубых сеток. Рассмотрим систему уравнений:

$$A_h x^h = b^h. (2.1)$$

Оператор интерполяции P с грубой сетки H на подробную сетку h позволяет представить оператор A_H на грубой сетке в виде:

$$A_H = R A_h P, \tag{2.2}$$

где $R = P^T$.

Шаг коррекции решения имеет вид:

$$x_{new}^h = x_{old}^h + Pe^H. aga{2.3}$$

Коррекция решения e^H является точным решением уравнения:

$$A_H e^H = r^H, (2.4)$$

где $r^H = Rr^h$, $r^h = b^h - A_h \cdot x^h_{old}$.

Таким образом, при использовании приведенной схемы коррекции решения, многосеточный метод представляет собой следующую последовательность шагов:

- 1. Выполняется μ₁ приближений решения на сетке *h* при помощи метода Зейделя (этап предварительного сглаживания).
- 2. Невязка $r^{h} = b^{h} A_{h} x^{h}_{old} \in V_{h}$ проецируется на пространство V_{H} , т.е. $r^{H} = Rr^{h}$.
- Вычисляется приближенное решение A_He^H = r^H на грубой сетке. Для этого рекурсивно делается γ циклов многосеточного метода.
- 4. Полученная коррекция e^{H} интерполируется на подробную сетку и выполняется коррекция решения на подробной сетке $x_{new}^{h} = x_{old}^{h} + Pe^{H}$.
- 5. Выполняется μ₂ приближений решения на подробной сетке с целью подавления ошибки интерполяции (этап заключительного сглаживания).

В зависимости от числа рекурсивных вызовов метода γ на каждом сеточном уровне выделяют различные типы циклов. При $\gamma = 1$ имеет место V-цикл, при $\gamma = 2$ – W-цикл. F-цикл соответствует рекурсивному вызову одного W-цикла, а затем V-цикла на каждом сеточном уровне.

В настоящей диссертации используется агрегативный метод огрубления с постоянной интерполяцией [81]. Все переменные разделяются на агрегаты I_k , где I_k содержит все индексы i, соответствующие ячейкам, которые включены в агрегат k.

Построение оператора на грубой сетке производится при помощи соотношения:

$$A_{H} = RA_{h}P = (a_{kl}^{H}), \quad a_{kl}^{H} = \sum_{i \in I_{k}} \sum_{j \in I_{l}} a_{ij}^{h}(k, l \in C).$$
(2.5)

Рассмотрим сетку, огрубление которой показано на рисунке 2.1.



Рисунок 2.1 — Пример огрубления сетки

Для приведенного на рисунке 2.1 примера вычисление матрицы грубого уровня будет происходить следующим образом:

$$A_{H} = RA_{h}P = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11} + a_{12} + a_{21} + a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} + a_{34} + a_{43} + a_{44} \end{pmatrix}.$$

В дискретных соотношениях метода контрольного объема, который в настоящее время является основным при построении численных методов решения индустриальных задач [19], основной вычисляемой величиной является поток через грань. Слагаемое, включающее поток, входит и в правую часть уравнения Пуассона для давления. В связи с этим для численной реализации этих уравнений удобно использовать гране-ячеечный формат представления и расчета сеточных данных [54]. Отдельно хранятся диагональ D, верхнетреугольная Uи нижнетреугольная L части матрицы, соответственно, A = L + D + U. Эти три массива являются одномерными. Массив, хранящий диагональ, индексируется номером соответствующей ячейки. Два других массива индексируются номерами граней, определяющих значения соответствующих коэффициентов. Упорядочение массивов представлено на рисунке 2.2.

Такая структура оптимальна с точки зрения реализации вычислительных алгоритмов, основные соотношения которых записаны относительно массового потока через грань. В этом случае заполнение матрицы осуществляется относительно грани, и за один цикл формируются сразу две строки матрицы для соответствующих ячеек. В случае же ячеечного представления сеточных данных за один цикл возможно сформировать только одну строку матрицы.



Рисунок 2.2 — Расположение матрицы в памяти при использовании гране-ячеечного формата

В качестве сглаживателя используется метод Зейделя [82]:

$$x_i^{k+1} = \frac{b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{ij} x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^{N} a_{ij} x_j^k}{a_{ii}}, \quad i \in 1, \dots, N,$$
(2.6)

где N – число ячеек, i – номер строки, j – номер столбца, k – номер шага сглаживания, x_k вектор решения на k-м шаге сглаживания.

Но в данном представлении метода 2.6 возникают сложности при работе с матрицей в гране-ячеечном формате, кроме того, доступ к данным осуществляется не по порядку, плохо используется кэш 2.2. Преобразовав данный алгоритм к виду 2.7, можно добиться строго последовательного доступа к элементам массивов хранения коэффициентов матрицы.

где \tilde{b} – копия вектора b, подвергающаяся модификации в процессе работы алгоритма.

Алгоритм распараллеливания для данного формата подразумевает использование фиктивных ячеек, которые представляют собой временные копии реальных счетных ячеек, расположенных на соседнем процессе и использующихся для удобства реализации счетных параллельных алгоритмов. При синхронизации данных происходит пересылка значений в фиктивные ячейки из их действительных прообразов с соответствующих MPI–процессов [54]. На рисунке 2.3 показана передача информации, возникающая при применении данного подхода.

При построении иерархии грубых уровней алгебраическим многосеточным методом в параллельном режиме, огрубление происходит независимо на



Рисунок 2.3 — Передача информации в фиктивные ячейки (а) и огрубление ячеек в параллельном режиме (б)

каждом MPI-процессе. Фиктивные ячейки огрубляются в соответствии с огрублением их действительных прообразов на соответствующих процессах. Таким образом, в процессе огрубления число связей между процессами уменьшается (рис. 2.3б).

Следует отметить, что данный подход к распараллеливанию огрубления порождает две проблемы. Во–первых, огрубление останавливается в случае, если на каждом процессе осталось по одной действительной ячейке. Во–вторых, на грубых уровнях, где размерность матриц невелика, время, затрачиваемое на межпроцессорные обмены, из-за латентности коммуникационной среды начинает многократно превосходить время, затрачиваемое на вычисления. Для решения данных проблем в работе [54] было предложено выполнять сбор информации со всех локальных уровней и формирования матрицы глобального уровня на одном процессе. После чего на этом же процессе происходит огрубление и дальнейшее продолжение работы многосеточного метода в последовательном режиме. На рисунке 2.4 схематично представлена реализация последовательного алгоритма формирования глобального уровня для задачи, выполняемой на четырех процессорах.



Рисунок 2.4 — Последовательная реализация построения глобального уровня

Матрицы грубых уровней со всех процессоров пересылаются на один основной процессор, на котором выполняется их объединение и продолжение огрубления в последовательном режиме. По окончании последовательного этапа, коррекция решения, полученная основным процессором, рассылается на остальные процессоры и работа решателя продолжается в параллельном режиме.

Использование глобального уровня позволяет полностью завершить процесс огрубления в параллельном случае. Как показала практика расчетов [54; 83], использование глобального уровня в многосеточном методе позволяет значительно сократить общее время решения задачи. На рисунке 2.5 представлен график зависимости величины интегрального дисбаланса массы (невязки) от физического времени счета задачи с использованием и без использования глобального уровня. Матрица СЛАУ давления решалась с относительной точностью 10^{-1} , число итераций линейного решателя не ограничивалось.

В общем случае использование глобального уровня приводит к увеличению скорости сходимости за счет уменьшения количества итераций линейного решателя, необходимых для достижения заданной точности. Это можно объяснить тем, что при расчете задач на большом количестве процессоров без



Рисунок 2.5 — Зависимость невязки *R* от времени счета *t* при решении задачи многосеточным методом без использования (линия 1) и с использованием (линия 2) глобального уровня

использования глобального уровня, отсутствует возможность выполнить полное огрубление матрицы в параллельном режиме, поэтому скорость сходимости уменьшается.

Однако, как показала практика, использование последовательного алгоритма построения глобального уровня негативно сказывается на общей масштабируемости решателя СЛАУ и алгоритма решения уравнений Навье— Стокса в целом при использовании большого количества процессоров [44; 66]. Это связано с тем, что огрубление и решение СЛАУ на глобальном уровне выполняется в последовательном режиме. Все остальные процессоры, начиная от момента отправки своего грубого уровня на основной процессор и до окончания решения им скалярной СЛАУ, простаивают.

Дискретные модели большой размерности, состоящие из десятков и сотен миллионов ячеек, необходимо решать с использованием тысяч или нескольких десятков тысяч процессоров. Поэтому данный алгоритм становится самым узким местом ввиду плохой масштабируемости: при определенном размере решаемой задачи, памяти узла, на котором расположен основной процессор, может просто не хватить для построения глобального уровня. Автором диссертации был разработан алгоритм «каскадного сбора» глобального уровня, устраняющий указанный недостаток. Далее представлено описание данного алгоритма.

2.3 Алгоритм «каскадного сбора глобального уровня»

Проанализируем возможные методы ускорения решения задачи формирования глобального уровня. Рассмотрим простую аналогию, заменив матрицы грубых уровней вещественными числами, а операцию объединения и огрубления двух матриц — операцией суммирования. Процедуру построения глобального уровня формально представляется в виде вычисления суммы произвольного набора n вещественных чисел:

$$S = \sum_{i=1}^{n} x_i. \tag{2.8}$$

Параллелизм алгоритма суммирования становится возможным при построении процесса вычислений, основанного на использовании ассоциативности операции сложения. Данный подход известен в литературе как каскадная схема [84].

В качестве характеристик масштабируемости используется параметр ускорения $S_p = t_1/t_p$, равный отношению времени выполнения на одном процессе t_1 ко времени счета программы на p процессорах t_p . Другая характеристика, связанная с ускорением, оценивает эффективность программной реализации по формуле $E_p = S_p/p$. Теоретические оценки ускорения и эффективности каскадной схемы алгоритма суммирования вычисляются по формулам [84]:

$$S_p = \frac{n-1}{\log_2 n}, \quad E_p = \frac{n-1}{p\log_2 n}.$$
 (2.9)

Анализируя формулу (2.9) можно отметить, что эффективность использования процессоров уменьшается при увеличении количества суммируемых значений:

$$\lim_{n \to \infty} E_p \to \infty.$$
 (2.10)

Получение асимптотически ненулевой эффективности может быть обеспечено путем модификации стандартной каскадной схемы, например, складывая на каждом этапе не пару, а k значений.

Применяя каскадную схему суммирования непосредственно к процедуре построения глобального уровня, получим следующий алгоритм (рис. 2.6).

Шаг 1. Процессоры, содержащие матрицы грубых уровней, разделяются на пары (межпроцессорная топология не учитывается). Каждый второй процессор пары выводится из расчета после отправки своей матрицы грубого уровня на первый процессор пары, который затем производит объединение и формирование общей для данной пары процессоров матрицы грубого уровня.

Шаг 2. Проводится дальнейшее огрубление получившегося грубого уровня в параллельном режиме.

Шаг 3. Оставшиеся процессоры вновь разбиваются на пары, и шаги 1 и 2 повторяются до тех пор, пока общая матрица грубого уровня не окажется на одном процессоре.

Шаг 4. Полученная на самом грубом уровне коррекция решения интерполируется на более подробные уровни и рассылается в обратной последовательности по получившейся древовидной структуре.





Точная оценка ускорения и эффективности оказывается справедливой только для упрощенной аналогии (суммирование ряда вещественных чисел), поскольку на практике под операцией суммирования подразумевается процедура объединения нескольких грубых уровней в один и его дальнейшее огрубление [84]. Объединение уровней, помимо формирования информации о новом уровне, содержит в себе процедуру переопределения информации о межпроцессорных обменах, которая так же требует затрат какой-то части процессорного времени. Кроме того, параллельная процедура огрубления каскадного уровня требует введения дополнительных межпроцессорных обменов, которые в случае с последовательной реализацией сбора глобального уровня отсутствуют.

Основным преимуществом каскадной схемы является лучшая масштабируемость алгоритма, поскольку формирование и огрубление составных частей глобального уровня выполняются параллельно. При этом увеличивается скорость построения глобального уровня, и снимается ограничение на максимальный размер решаемой задачи из-за возможной нехватки памяти узла, на котором производится формирование глобального уровня в случае последовательной реализации алгоритма.

2.4 Тестирование технологии ускорения расчетов

Представленный в диссертации многосеточный метод с использованием алгоритма «каскадного сбора» глобального уровня реализован в ПП ЛО-ГОС [44; 58]. Данный метод применен для параллельной реализации алгоритма SIMPLE [63], описанного в параграфе 1.2 и использующего процедуру расщепления уравнений Навье—Стокса на этапы вычисления скорости и давления. При использовании SIMPLE алгоритма наиболее затратным по времени является решение матрицы давления, выполнение которого с помощью классических итерационных методов занимает около 90 % вычислительного времени расчетного шага, что требует максимально эффективной реализации параллельного многосеточного метода.

Матрица СЛАУ для давления симметрична и в большинстве случаев не имеет строгого диагонального преобладания из-за применяемых граничных условий, а ее число обусловленности может достигать порядка 10⁹ [54], что делает очень трудным численное решение данной СЛАУ. Матрица СЛАУ решается с относительной точностью 0,1 на основе V-цикла, что обеспечивает достаточно высокий темп сходимости решателя уравнения Навье—Стокса, вызывающего линейный решатель. Повышение относительной точности линейного решателя, существенно удорожающего решение СЛАУ, не приводит к существенному изменению числа итераций (изменение составляет около 10 %) [54].

55

В качестве метода огрубления используется агрегативный метод с постоянной интерполяцией, в качестве сглаживателя – модифицированный метод Зейделя, описание которых приведено в параграфе 2.2.

Ниже на примере решения матрицы СЛАУ для давления представлены результаты численных экспериментов, демонстрирующих эффективность предложенного метода. Более детальное описание численного решения некоторых из них можно найти в [66; 83; 85].

2.4.1 Турбулентное течение в круглой трубе

Рассмотрим стационарное турбулентное течение вязкой несжимаемой жидкости в прямолинейной круглой трубе, соответствующее числу Рейнольдса 10^4 . Матрица СЛАУ для давления в данной задаче решалась с относительной точностью 10^{-1} , максимальное число циклов многосеточного метода – 30. Приводятся данные, полученные с использованием последовательной версии алгоритма сбора глобального уровня и каскадной версии, реализованной автором диссертации. Также приводятся результаты, полученные с использованием многосеточного метода, реализованного в известной внешней библиотеке решателей с открытым исходным кодом BoomerAMG [78], разрабатываемой Ливерморской национальной лабораторией, США. Для внешнего решателя BoomerAMG использовались параметры, приведенные в листинге 2.1.

Листинг 2.1 Параметры решателя BoomerAMG

```
Strong threshold = 0.25;
Interpolation type: direct;
Coarsen type: HMIS;
Relax type: HSGS;
```

Поскольку внешний многосеточный метод библиотеки BoomerAMG использует CSR формат хранения разреженной матрицы, для получения более объективных результатов учитывалось только время решения СЛАУ, без учета времени, затрачиваемого на конвертацию формата хранения матрицы СЛАУ. Задача решалась на сетке, содержащей $1,4 \cdot 10^7$ ячеек. Сеточная модель в поперечном сечении показана на рисунке 2.7. В качестве результатов приводится среднее время решения матрицы СЛАУ для давления. Результаты вычислительных экспериментов данной задачи представлены в таблице 1.



Рисунок 2.7 — Сеточная модель круглой трубы в поперечном сечении Таблица 1 — Среднее время решения СЛАУ различными версиями многосеточного метода задачи моделировании турбулентного течения в круглой трубе

۲.								
	Количество	Последовательный сбор	Каскадный сбор	BoomerAMG [78], c				
	процессов	глобального уровня, с	глобального уровня, с					
	100	0,022	0,027	0,061				
	250	0,046	0,106	0,124				
	500	0,168	0,140	0,389				
	1000	0,422	0,202	1,128				
	1500	1,121	0,231	2,045				

На небольшом процессорном поле время построения глобального уровня составляет незначительную часть от общего времени шага, и, несмотря на то, что каскадное построение во всех случаях работает быстрее, это ускорение нивелируется на фоне общего времени решения СЛАУ. В то же время, при увеличении процессорного поля до нескольких сотен видно, что каскадный сбор дает существенное ускорение процедуры решения СЛАУ, поскольку в данном случае последовательный алгоритм генерирует относительно большую матрицу глобального уровня, огрубление и решение которой проводится в последовательном режиме и требует значительных затрат времени. Во внешнем многосеточном методе BoomerAMG отсутствует процедура построения глобального уровня, поэтому видно значительное замедление производительности при увеличении процессорного поля. При использовании 1500 процессоров, многосеточный метод с каскадной процедурой построения глобального уровня позволил получить ускорение времени решения СЛАУ до 10 раз по сравнению с BoomerAMG.

Для собственной реализации многосеточного метода были проведены измерения времени построения глобального уровня с использованием последовательной и каскадной процедуры. На рисунке 2.8 приводится график теоретического (формула 2.9) и реального ускорения, полученного относительно времени построения глобального уровня.



Рисунок 2.8 — Теоретическая (линия 1) и практическая (линия 2) оценки скорости построения глобального уровня при моделировании турбулентного течения в круглой трубе

Из графика видно, что алгоритм каскадного сбора, в отличие от последовательной реализации процедуры построения глобального уровня, дает хорошую масштабируемость на большом числе процессоров. Полученные результаты качественно соотносятся с теоретическим ускорением, вычисленным по формуле 2.9.

2.4.2 Турбулентное течение в канале за обратным уступом

Данная задача является достаточно известной и ее описание можно найти в [83; 86]. Для проверки эффективности предложенного алгоритма задача решалась на двух сетках в 14 миллионов (сетка 1) и 30 миллионов (сетка 2) расчетных ячеек, показанных на рисунке 2.9.

Матрица СЛАУ давления решалась с относительной точностью 10⁻¹, максимальное число циклов многосеточного метода – 30. В качестве результатов приводится сравнение полного времени решения задачи и общего количества итераций метода SIMPLE при решении задачи на различном числе процессоров. Сравниваются данные, полученные с использованием последовательной версии



Рисунок 2.9 — Фрагменты сеточных моделей 1 (а) и 2 (б)

алгоритма сбора глобального уровня, и каскадной версии, реализованной автором диссертации. Также приведены результаты решения данной задачи без использования глобального уровня.

Результаты расчетов на сетке 1 даются в таблице 2.

Таблица 2 — Время решения задачи и число итераций при моделировании турбулентного течения в канале за обратным уступом на сетке 1

Количество Без глобального уровня		Последова	тельный	Каскадный сбор		
процессов	ОВ		сбор глоб	ального	глобального уровня	
			уров	ня		
	Время Число		Время	Число	Время	Число
	решения, с	итераций	решения, с	итераций	решения, с	итераций
100	223623	5909	15927	6642	15746	6157
250	98444	5962	7888	6237	8437	5918
500	62181	5141	5695	6569	5735	5742
1000	63850	6935	5377	5853	1721	5842
1500	128977	7467	9099	5136	1997	6048

По результатом данной серии расчетов, во-первых, можно сделать вывод, что использование процедуры построения глобального уровня дает значительное преимущество по скорости сходимости многосеточного метода, а следовательно и общему времени решения задачи, причем данный эффект усиливается с увеличением процессорного поля. Так, для тестовых расчетов на 1000 и 1500 процессорах, использование последовательной реализации алгоритма построения глобального уровня позволило уменьшить общее время решения задачи примерно в 3 раза.

Во-вторых, каскадный алгоритм построения глобального уровня дает лучшую производительность по сравнению с последовательной процедурой

59

построения глобального уровня на большом количестве процессоров. Для наглядности, ниже, на рисунке 2.10 приводятся только результаты, полученные с использованием последовательной версии, и каскадной версии алгоритма сбора глобального уровня.



Рисунок 2.10 — Сравнение производительности последовательного (линия 1) и каскадного (линия 2) алгоритмов при моделировании турбулентного течения в канале за обратным уступом на сетке 1

Из графика можно сделать вывод, что при расчете задачи на 250 и 500 процессорах, алгоритм каскадного сбора проигрывает в производительности последовательной реализации алгоритма построения глобального уровня. Это можно объяснить необходимостью проведения дополнительных межпроцессорных обменов процедурой огрубления каскадного уровня. Однако при дальнейшем разбиении расчетной модели (на 1000 и более процессоров), алгоритм каскадного сбора дает существенный выигрыш по общему времени решения задачи. При использовании 1500 процессоров данный алгоритм дает общее ускорение решения задачи почти в пять раз. Очевидно, данная тенденция будет сохраняться и для других задач, хотя конкретные цифры ускорения зависят от физической постановки.

Результаты расчетов на сетке 2 даются в таблице 3.

Для наглядности, на рисунке 2.11 приводятся только результаты, полученные с использованием последовательной и каскадной версии алгоритма сбора глобального уровня.

Количество	Без глобалы	ного уровня	Последова	тельный	Каскадный сбор			
процессов			сбор глоба	ального	глобального уровня			
			уров	НЯ				
	Время	Число	Время	Число	Время	Число		
	решения, с	итераций	решения, с	итераций	решения, с	итераций		
100	176973	10179	42701	10295	44115	10828		
250	126147	10240	17458	9886	18484	10628		
500	72190	10211	11199	9882	10933	10142		
1000	75130	10355	12352	10368	4957	9927		
2000	95201	9611	15848	10001	5342	10853		

Таблица 3 — Время решения задачи и число итераций при моделировании турбулентного течения в канале за обратным уступом на сетке 2



Рисунок 2.11 — Сравнение производительности последовательного (линия 1) и каскадного (линия 2) алгоритмов при моделировании турбулентного течения в канале за обратным уступом на сетке 2

Как видно из полученных результатов, на более подробной сетке отмеченная ранее тенденция сохраняется, а именно:

 Использование глобального уровня значительно увеличивает скорость сходимости задачи с увеличением количества процессоров. При использовании 1000 процессоров последовательная процедура построения глобального уровня дает общее ускорение решения задачи примерно в 2 раза. 2. Алгоритм каскадного сбора обеспечивает существенное ускорение процедуры построения глобального уровня. При разбиении задачи менее чем по 60 тыс. расчетных ячеек на процессор (использовании более 500 процессоров), имеем значительное и возрастающее преимущество по производительности алгоритма каскадного сбора глобально уровня.

Можно сделать вывод, что использование глобального уровня положительно сказывается на общей производительности многосеточного метода. При этом использование каскадного алгоритма дает еще большую производительность, по сравнению с последовательной процедурой построения глобального уровня. Причем получаемое ускорение растет с увеличением количества процессоров, используемых для решения задачи. Однако в ряде случаев алгоритм каскадного сбора дает несущественное замедление производительности по сравнению с последовательной процедурой построения глобального уровня. Это обусловлено наличием дополнительных межпроцессорных обменов при построении и последующем огрублении иерархии каскадых уровней.

2.4.3 Течение в трубе квадратного сечения

В качестве следующего теста используется задача о моделировании турбулентного течения в трубе с квадратной формой поперечного сечения. Для оценки производительности и потребляемой памяти разработанного алгоритма на задачах большой размерности проводится серия тестовых расчетов на сетке, содержащей 1 миллиард расчетных ячеек, с использованием 4000 процессоров. В поперечном сечении сеточная модель представляет собой декартовую сетку со сгущением узлов к сторонам квадрата. Результаты расчетов представлены в таблице 4.

Таблица 4 — Время решения задачи и число итераций при моделировании турбулентного течения в квадратном канале на сетке, содержащей 1 миллиард ячеек

Алгоритм	Время	Число	Пик	Среднее	Общая
	решения, с	итераций	потребления	потребление	потребляемая
			памяти, Мб	памяти, Мб	память, Мб
Без глобального	9725	362	429	390	1560676
уровня					
Последовательная	4707	347	954	393	1571095
реализация					
Каскадный сбор	3338	351	468	396	1584771

Алгоритм каскадного сбора глобального уровня позволил ускорить общее время решения задачи в 1,5 раза по сравнению с последовательной реализацией данного алгоритма, и в 3 раза по сравнению с многосеточным методом, не использующим глобальный уровень. Общее потребление памяти возросло на 1,3 %, однако пиковое потребление памяти основным процессором, на котором выполнялась процедура последовательного построения глобального уровня, уменьшилась более чем в 2 раза. Это очень важный показатель, поскольку последовательный алгоритм построения глобального уровня приводит к линейной зависимости пикового потребления памяти одного процессора от размерности задачи. Алгоритм каскадного сбора глобального уровня лишен данного недостатка, поэтому его внедрение фактически позволяет снять ограничение на максимально возможный размер решаемой задачи, создаваемое последовательной процедурой построения глобального уровня. Ввиду ограниченности оперативной памяти вычислительного узла, на котором выполняется последовательная процедура построения глобального уровня, использование алгоритма каскадного сбора становится особенно актуальным для кластерных систем с относительно небольшим объемом памяти на один расчетный узел.

2.4.4 Обобщенные результаты численных экспериментов

Из приведенных численных экспериментов можно сделать два основных вывода:

- Внедрение процедуры каскадного сбора позволяет снять ограничение на максимально возможный размер решаемой многосеточным методом СЛАУ из-за возрастающего пикового потребления памяти процессором, на котором выполняется последовательная процедура построения глобального уровня.
- Алгоритм каскадного сбора позволяет значительно ускорить построение глобального уровня. Основное его преимущество начинает проявляться с увеличением процессорного поля.

Для наглядного подтверждения второго вывода приведем рисунок 2.12, на котором показано общее время а также пиковое потребление памяти при решении задач различной размерности на разном числе процессоров, при одинаковом количестве счетных ячеек на процессор, равном 60 тысяч. Данное число расчетных ячеек установлено экспериментально и является оптимальным по соотношению ускорения и эффективности для текущей реализации многосеточного метода в рамках ПП ЛОГОС. Результаты приводятся для последовательной и каскадной версий алгоритма построения глобального уровня.



Рисунок 2.12 — Общее время t и пик потребления памяти m при решении задач с использованием n процессоров в случае последовательной (--) и каскадной версии (--) алгоритма глобального уровня

Как видно из рисунка 2.12а, для задач до 30 миллионов расчетных ячеек (с использованием 500 процессоров), последовательная реализация алгоритма построения глобального уровня незначительно выигрывает в производительности по сравнению с каскадной версией алгоритма. При увеличении размерности задачи, но сохраняя одинаковое число расчетных ячеек на процессор, алгоритм каскадного сбора дает существенный выигрыш в производительности. Так, для задачи 120 миллионов расчетных ячеек (2000 процессоров), общее ускорение времени решения задачи составляет порядка 25 %. Для задачи, имеющей 240 миллионов расчетных ячеек на 4000 процессорах выигрыш производительности алгоритма каскадного сбора составляет порядка 35 %.

По результатам приведенных в данном параграфе численных экспериментов можно сделать вывод, что алгоритм каскадного сбора позволяет значительно ускорить общее время решения задачи, и основное его преимущество начинает проявляться с увеличением используемого процессорного поля (рисунок 2.12a). При дальнейшем увеличении размерности задачи положительная тенденция ускорения сохранятся. С увеличением количества процессоров, тенденция к «проседанию» производительности в отличие от последовательной реализации алгоритма проявляется значительно позже. Процедура каскадного сбора позволяет снять ограничение на максимально возможный размер решаемой многосеточным методом СЛАУ из-за возрастающего пикового потребления памяти процессором, на котором выполняется последовательная процедура построения глобального уровня (рисунок 2.126).

Ввиду растущей необходимости расчетов полномасштабных моделей, решение которых зачастую требует использования десятков тысяч процессоров, внедрение данного алгоритма становится особенно актуальным, и позволяет решать задачи «миллиардной размерности», используя преимущество построение глобального уровня – значительное увеличение скорости сходимости. При этом устранен основной недостаток последовательной реализации алгоритма построения глобального уровня – отсутствие масштабируемости.

2.5 Заключение

В данной главе рассмотрены вопросы, связанные с реализацией и практическим применением алгебраического многосеточного метода с агрегативным способом огрубления для ускорения численного решения уравнений, описывающих течения вязкой несжимаемой жидкости. Использование многосеточных технологий позволяет значительно ускорить время решения СЛАУ в задачах динамики вязкой несжимаемой жидкости по сравнению с классическими итерационными методами, уменьшив общее время решения задачи в нескольких раз. Реализация модифицированного подхода к формированию глобального уровня (алгоритм каскадного построения глобального уровня), предложенного диссертантом, заключается в параллельной работе уменьшающегося числа процессов. Использование алгоритма каскадного сбора представляется особенно оправданным для задач большого размера, требующих для своего решения сотен и тысяч процессоров. Показано, что многосеточный метод с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» при использовании большого процессорного поля (1500 процессоров) позволяет до 10 раз ускорить время решения СЛАУ по сравнению с внешней реализацией многосеточного метода BoomerAMG [78]. Ввиду растущей необходимости расчетов полномасштабных моделей, внедрение данного алгоритма становится актуальным, позволяя эффективнее решать задачи большого размера. Содержание главы опубликовано в работах [44; 66; 87]. Результаты главы были представлены в докладах на конференциях [40-43; 47; 48].

По данному направлению диссертантом была выполнена значительная часть работ по ускорению расчетов в трехмерной постановке на базе многосеточных технологий. Непосредственно диссертантом был предложен алгоритм и реализован в рамках ПП ЛОГОС многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня». Совместно с коллегами была проведена верификация и оценка эффективности реализованного метода на серии численных экспериментов.

Глава 3. Программный комплекс «FlowDesigner»

В настоящее время существует широкий спектр программных решений для одномерного моделирования инженерных гидросистем. Наиболее известными являются коммерческие программные комплексы «Flowmaster» фирмы MentorGraphics (США) [25], «Amesim» фирмы Siemens Inc. (США) [26], «Simulink» [27], являющееся приложением к пакету Matlab [28], и отечественных программный комплекс SimInTech [29]. Численные методы моделирования гидросистем во всех существующих решениях базируются на законах сохранения массового баланса и импульса [88]. Для линеаризации получающихся уравнений применяется целый ряд различных методов [6; 89; 90].

Представленные программы используются для решения различных классов задач [30; 91—95]. Однако в большинстве работ, как правило, рассматриваются отдельные фрагменты, либо сильно упрощенные модели гидросистем, количество элементов в которых не превышает несколько десятков. Например, в работе [30] исследуется схема топливной системы самолета, показанная на рисунке 3.1. Как видно из рисунка, модель имеет сильно упрощенную конфигурацию и содержит всего 42 конструктивных элемента.



Рисунок 3.1 — Схема топливной системы самолета, моделируемой в программе FlowMaster [30]

Кроме того, все перечисленные программные комплексы имеют закрытую монолитную архитектуру, значительно затрудняющую адаптацию под особенности и состав оборудования конкретных гидросистем, и не являются кроссплатформенными, т.е. привязаны к определенной операционной системе. Поэтому актуальной является задача разработки отечественного кроссплатформенного программного комплекса одномерного моделирования гидросистем на основе надежных и эффективных методов и алгоритмов, обеспечивающих устойчивый итерационный процесс при моделировании систем произвольной топологии.

На основе представленного в параграфе 1.1 метода одномерного моделирования гидросистем был разработан и реализован кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner», позволяющий проводить полный цикл моделирования гидравлических систем: проектирование схемы, выполнение расчета и визуализация полученных результатов непосредственно на моделируемой схеме. В соответствии с методом, описанном в параграфе 1.3 была реализована возможность расчета гибридных 1D-3D моделей в связке с ПП ЛОГОС. Помимо гидравлических течений «FlowDesigner» позволяет моделировать электрическую часть автоматики с помощью логических элементов, и дополнен интерактивной справочной системой.

В данной главе приводится описание программного комплекса «Flow-Designer». В параграфе 3.1 описаны основные элементы графического интерфейса разработанного программного комплекса. В параграфе 3.2 представлено описание особенностей программной реализации разработанного комплекса. В параграфе 3.3 представлены результаты верификации программного комплекса «FlowDesigner» на серии численных экспериментов. В заключении суммированы результаты к главе.

3.1 Организация интерфейса программного комплекса

Программный комплекс «FlowDesigner» предназначен для создания в интерактивном режиме модели гидросистемы из набора конструктивных элементов и математического моделирования ее работы. В текущей версии данного программного комплекса заложен основной необходимый инструментарий для создания структурной схемы системы разветвленных трубопроводов, задания начальных данных составляющих ее конструктивных элементов и проведения расчета. Предусмотрена возможность экспорта полученных результатов в графическом и табличном виде, представления любых расчетных величин в виде графиков. По составу конструктивных элементов программный комплекс полностью адаптирован для моделирования работы топливных систем маневренных самолетов. В данном параграфе приводится краткое описание основных элементов интерфейса разработанного программного комплекса, приведены примеры проектирования простейшей расчетной схемы, выполнения расчета и просмотра полученных результатов. Также рассматриваются доступные способы задания входных параметров, задаваемых пользователем.

На рисунке 3.2 представлен графический интерфейс «FlowDesigner».



Рисунок 3.2 — Интерфейс программного комплекса «FlowDesigner»

Главное окно программного комплекса «FlowDesigner» представляет собой многодокументный интерфейс (MDI), в котором каждой отдельной проектируемой схеме соответствует своя собственная вкладка. Одновременно допускается редактирование и расчет неограниченного числа расчетных схем. Динамическая система хранения позволяет хранить в памяти неограниченное число элементов, что позволяет не накладывать ограничения на схему по количеству содержащихся в ней элементов. Счетный модуль комплекса адаптирован для использования на многопроцессорных ЭВМ.

Проектирование схемы происходит путем добавления требуемых элементов из «Каталога» (рисунок 3.2), содержащего набор элементов, непосредственно в «Редактор схемы» и соединения элементов между собой. Параметры каждого элемента задаются во вкладке «Свойства». Древовидная структура и общие параметры создаваемой схемы доступны в окне «Текущий проект». Запуск процедуры расчета построенной схемы выполняется из «Главного меню» «Flow-Designer», либо из «Панели управления», дублирующей основные операции работы со схемой. Вся информация о ходе выполнения расчета отображается в окне «Вывод» (рисунок 3.2). После выполнения расчета, полученные результаты отображаются непосредственно в «Редакторе схемы». Далее рассмотрим процесс проектирования расчетной схемы более подробно.

3.1.1 Пример проектирования расчетной схемы

Создать новый проект расчетной схемы можно тремя способами:

- «Главное меню» -> «Файл» -> «Создать новый проект» (см. рисунок 3.3а);
- используя кнопку «Новый проект» на панели управления (см. рисунок 3.36);
- используя сочетание клавиш CTRL+N.



Рисунок 3.3 — Способы создания нового проекта

После создания нового проекта появится новая вкладка в окне «Редактор схемы», как показано на рисунке 3.4. Одновременно могут быть созданы несколько независимых друг от друга проектов, соответственно окно «Редактор схемы» будет иметь несколько вкладок.

Станет активным окно «Свойства» и появится окно «Текущий проект», в котором в древовидном виде задаются свойства физической модели, численной схемы и материалов. Параметры выбранного раздела из дерева «Текущий проект» появятся в окне «Свойства», где их можно редактировать. На рисунке 3.5 показан процесс задания свойств физической модели моделируемой задачи. На рисунке 3.6 – параметры численной схемы для объемного расхода и давления.

The Flow Designer									
Файл Правка Проект Вид Конфигура	ция Окно	Справка							
□						a 🔍 🗖			
Katanor B	×		н	овый проект		× • [3		
Граничные элементы	A				• • • •				
Датчики	· · ·								
Клапаны									
Краны	=								
Трубы									
Фильтры									
🕨 🛅 Шланги	·								
Свойства 🗗	×								🗍
Свойство Значение									
									· · · · E
	· · ·								
Текущий проект 🗗	×								
🕨 🍶 Свойства	- · ·								
Материалы									
📁 Элементы									
								<u> </u>	
	•						III		•
Вывод									5 ×

Рисунок 3.4 — Новый проект

Свойства		₽×			
Свойство	Значение				
Атмосферное давление	1.03323	кгс/см2 🔻			
Тип вычислений	Стациона	Па ИЗ кПа МПа атм			
Текущий проект		бар кгс/см2			
 Свойства Физическая модель Численная схема Время Выдачи Материалы Элементы 					

Рисунок 3.5 — Свойства физической модели

Также в дереве «Текущий проект» задаются параметры времени в случае нестационарного расчета, а также параметры записи выдач результатов, определяющие их формат и периодичность записи. Кроме того, задаются свойства одного или нескольких материалов, которые будут использоваться в моделируемой схеме (рисунок 3.7).

Добавление элементов в схему производится путем перетаскивания нужного элемента из дерева «Каталог» непосредственно на поле «Редактора схемы» (рисунок 3.8).

Свойства	8	×	Свойства	ć
Свойство	Значение		Свойство	Значение
Абс. точность	1e-10		Абс. точность	1e-10
оэффициент релаксации	1		Коэффициент релаксации	1
Начальное значение 0.001		_	Начальное значение	0
Текущий проект	8	×	Текущий проект	ć
🔺 👦 Свойства		^	🔺 🔜 Свойства	
— Физическая мод	ель	=	Физическая мод	цель
Численная схема	а		Численная схем	a
Q			Q	
🗖 P 🔤			Р	
🛅 Время			📁 Время 😽	
📁 Выдачи		Ŧ	📙 Выдачи	

Рисунок 3.6 — Свойства численной схемы для расхода Q (а) и давления P (б)

Свойства					
Свойство	Значение				
Вязкость	1.25 [cСт]				
Давление насыщенных паров	0.02 [кгс/см2]				
Название материала	Новый материал 1				
Плотность	0.785 [кг/л]				
Типа материала	Жидкость				
Текущий проект	5 ×				
🕨 🔜 Свойства					
🛯 📁 Материалы					
💧 Новый материал 1					
📁 Элементы	15				

Рисунок 3.7 — Задание свойств материала



Рисунок 3.8 — Добавление граничного элемента «Давление» в расчетную схему

Параметры для каждого элемента схемы задаются в окне «Свойства», как показано на рисунке 3.9.

В окне «Редактора схемы» доступно перемещение и вращение существующих элементов с помощью указателя мыши. Также доступно копирование и
Каталог		8	×						
🔺 🛅 Граничнь		*	· .						
Arpera	ат выдачи топлива								
Возду	козаборник		-						
Р Лавле	ние		=	•	•	•	•	•	•
	n			· ·	·	·	·	·	•
	4			•	·	·	·		
И С Дагчики									
и клапаны								•	
🖻 🦲 Краны			Ŧ				-	-T	
Свойства		5	×	•	•	•	1		Ĕ.
	2			· ·	•	·		Γ.	
Своиство	значение			· ·		•	- Dre	ecur	e 1
Давление	0 [кгс/см2]						, pro		
Материал	Не задано		-						
	Не задано								
	Новый материал 1			·	•	•	•	•	•
		15		· ·	·	·	•	•	•
Текущий проект		ð	×	· ·	·	·	•	•	·
💧 Новый материал 1			-	•					
🔺 🛅 Элементы									
🔺 🛅 Граничные элементы									
🔺 📙 Давление			Ξ						
P			· ·	•	•	•	•	•	
<u> </u>			Ŧ						

Рисунок 3.9 — Задание параметров граничного элемента «Давление»

вставка элементов как в пределах одной схемы, так и между разными экземплярами расчетных схем.

Для создания связи между двумя элементами необходимо навести курсор мыши на вход первого элемента, нажать левую кнопку мыши и тянуть к входу второго элемента. При этом появляется вспомогательная штриховая линия, показывающая предполагаемое соединение (см. рисунок 3.10). При наличии вспомогательной штриховой линии можно отпустить левую кнопку мыши, связь построится автоматически.



Рисунок 3.10 — Создание связей между элементами схемы

Соединим между собой остальные элементы и сохраним построенную схему, вид которой представлен на рисунке 3.11.

Все операции со схемой сохраняются в стеке «Отменить/Повторить». При необходимости можно отменить/вернуть все произведенные со схемой действия. Это осуществляется с использованием стандартных сочетания клавиш

73



Рисунок 3.11 — Конечный вид схемы

«CTRL+Z» и «CTRL+Y», или выбирая соответствующие действия из «Главного меню».

3.1.2 Выполнение расчета и просмотр результатов

Для запуска расчет построенной схемы необходимо нажать соответствующую кнопку «Расчет схемы» на панели управления. Для остановки расчета можно воспользоваться кнопкой «Остановить расчет».

Перед выполнением расчета проводится автоматический анализ корректности построенной схемы. Выполняется проверка на наличие несоединенных гидравлических выходов, а также незаданных значений обязательных параметров элементов.

Во время расчета в окне «Вывод» будут выводиться два столбца чисел – невязки по давлению и расходу для каждой счетной итерации, как показано на рисунке 3.12.

Вывод			₽×	Pe	зультаты расчета		5	x
Check	ing scheme .				Шаг	Врем	ия	
Check:	ing scheme .	ok		1	10	0		
Mater:	ial initiali	zation ok ite	r (1)					
Iter:	Q	P						
1	2.206E+00	2.000E+00						
2	1.643E+00	1.767E-02						
3	5.069E-01	1.427E-03						
4	2.643E-01	1.140E-03						
5	4.934E-02	2.969E-04						
6	1.597E-03	4.281E-05						
7	1.132E-05	1.763E-05						
8	7.116E-08	8.790E-06						
9	4.470E-10	4.395E-06						
10	2.808E-12	2.197E-06						
								at

Рисунок 3.12 — «Вывод» и «Результаты расчета»

По окончанию расчета программа автоматически перейдет в режим просмотра результатов. На рисунке 3.13 показана схема в режиме обработки результатов. Справа показана палитра расхода Q, стрелками на схеме показано направление потока.



Рисунок 3.13 — Схема в режиме просмотра результатов

Если в режиме просмотра результатов выделить элемент левой кнопкой мыши, то в окне «Результаты» отобразятся результаты расчета данного элемента. Здесь также можно менять размерности выводимых значений параметров (рис. 3.14)



Рисунок 3.14 — Просмотр результатов расчета элемента

Реализована возможность построения графиков по любым расчетным величинам с возможностью наложения (рисунок 3.15).

В случае необходимости, все полученные результаты могут быть экспортированы в табличном формате CSV. Кроме этого, возможно сохранение макета схемы включая полученные направления течений и палитру полученных результатов в графическом файле. Помимо добавления в схему конструктивных элементов, реализована возможность рисования базовых геометрических фигур, а также добавления в схему произвольных надписей и графических изображений, для обеспечения более наглядного представления информации в «редакторе схемы». Пример схемы с использованием дополнительных геометрических фигур приведен на рисунке 3.16.



Рисунок 3.15 — Построение графиков по результатам расчета



Рисунок 3.16 — Пример рисования базовых геометрических фигур

Для облегчения работы конечного пользователя, разработанный программный комплекс включает в себя интерактивную справочную систему. В ней подробно описываются основные этапы работы с программой, а также приведены математические модели всех конструктивных элементов, доступных в данном программном комплексе. На рисунке 3.17 приведен пример вызова контекстной справки для элемента «труба тройниковая» непосредственно в процессе проектирования расчетной схемы.



Рисунок 3.17 — Пример вызова контекстной справочной системы

3.1.3 Способы задания входных параметров

Графический интерфейс разработанной программы предусматривает возможность задания входных параметров в виде константы, формулы или табличными значениями из файла. Размерность задаваемого параметра указывается из всплывающего списка, расположенного справа от текстового поля. По умолчанию любой параметр считается константным числом. Если текст параметра в окне свойств начать с символа «=», то параметр задается в виде формулы. Для удобного задания формулы можно вызвать встроенный редактор формул, вызвав его из контекстного меню (см. рисунок 3.18).



Рисунок 3.18 — Вызов редактора формул

После этого откроется окно редактора формул (см. рисунок 3.19).

Текст формулы задается в многострочном текстовом окне с помощью специализированного синтаксиса. При наборе текста формулы поддерживается

77



Рисунок 3.19 — Окно редактора формул

подсветка синтаксиса, автоматическое завершение ввода с помощью всплывающего меню (см. рисунок 3.20), а также всплывающие подсказки по всем встроенным функциям и переменным (см. рисунок 3.21).



Рисунок 3.20 — Автоматическое завершение ввода

В каждой формуле доступны для использования глобальные значения расчетной схемы, значения свойств текущего элемента, и значения на гидравлических входах текущего элемента. Все эти значения дублируются кнопками в окне редактора формул, и их можно использовать в виде констант в тексте

```
B:=-0.000000849*QQ^6+0.000029317*QQ^5-0.000376712*
-0.003260157*QQ^2-0.00798442*QQ+0.076;
(QQ>11.275)?A:B
asin()
Arc sine of x expressed in radians. Interval [-1,+1] (eg: asin(x))
```

Рисунок 3.21 — Всплывающие подсказки при вводе

формулы. Для объявления локальной переменной в тексте формулы следует придерживаться синтаксиса, показанного на рисунке 3.22.

> **var a** := 1.5; // объявление локальной переменной с начальным значением 1.5 **a** := **a** +10.5; // прибавление к значению локальной переменной значения 10.5

Рисунок 3.22 — Пример объявления локальных переменных

Каждая операция, аналогично языку «С» отделяется от предыдущей точкой запятой. В тексте формулы допускается использование текстовых комментариев в стиле языка «С». При вводе текста формулы реализована поддержка всех основных арифметических операторов и функции, а также управляющих структур (условные операторы, циклы, и т.п.).

Существует возможность задания параметра в виде табличной зависимости, расположенной во внешнем файле. Для этого во всплывающем меню при задании типа параметра необходимо выбрать пункт «Загрузить из файла» (см. рисунок 3.19). Значения в файлах должны быть разделены символом пробела, табуляции, либо точки с запятой. Первый столбец в файле содержит выходное значение задаваемого параметра. Остальные (один или несколько) столбцы содержат значения зависимых переменных. Первая строка файла должна всегда содержать идентификаторы зависимых переменных (совпадающих с названиями переменных редактора формул).

3.2 Особенности программной реализации комплекса

В данном параграфе приведены особенности программной реализации комплекса «FlowDesigner». Дается общее представление об архитектуре и внутренней организации данных. Описан универсальный механизм алгоритмического описания конструктивных элементов. Кратко изложена технология моделирования логических управляющих подсистем, реализованная в разработанном программном комплексе, а также описан алгоритм выполнения основной расчетной процедуры.

3.2.1 Архитектура программного комплекса

Программный комплекс «FlowDesigner» написан на языке программирования C++ в соответствии с основными принципами объектно-ориентированного и структурного программирования и представляет графическое приложение, состоящее из множества классов. Основой приложения послужила кроссплатформенная библиотека QT [96]. QT позволяет запускать написанное с его помощью ПО в большинстве современных операционных систем путем простой компиляции программы для каждой ОС без изменения исходного кода. Библиотека QT включает в себя все основные классы, которые могут потребоваться при разработке прикладного программного обеспечения, начиная от элементов графического интерфейса и заканчивая классами для работы с сетью, базами данных и XML. QT является полностью объектно-ориентированным, легко расширяемым и поддерживающим технику компонентного программирования.

Разработка программного комплекса «FlowDesigner» осуществляется с помощью визуальной среды разработки графического интерфейса «Qt Creator», входящей в комплект поставки библиотеки QT. «Qt Creator» включает в себя редактор кода, справку, графические средства «Qt Designer» и возможность отладки приложений. На рисунке 3.23 представлен общий вид проекта исходных текстов «FlowDesigner» в среде «Qt Creator».

«Qt Creator» может использовать GCC или Microsoft VC++ в качестве компилятора и GDB в качестве отладчика. Для Windows версий библиотека комплектуется компилятором, заголовочными и объектными файлами MinGW. Локализация программы выполнялась с помощью графической утилиты «Qt Linguist», позволяющая упростить перевод программы на многие языки. Справочная система для «FlowDesigner» создавалась при помощи «Qt Assistant», утилиты из пакета поставки QT, позволяющей создавать кросс-платформенную справку для разрабатываемого на основе QT программного обеспечения.

На рисунке 3.24 представлена иерархия основных классов, реализованных в рамках разработки программного комплекса «FlowDesigner». Это как классы, отвечающие за работу графического интерфейса: редактора схемы, дерева конструктивных элементов, так и различные сервисные функции и классы,



Рисунок 3.23 — Исходные тексты «FlowDesigner» в среде «Qt Creator» описывающие математические модели элементов, из которых проектируется расчетная схема.

3.2.2 Универсальный механизм алгоритмического описания конструктивных элементов

Особое внимание при проектировании структуры «FlowDesigner» было уделено простоте добавления в программу новых конструктивных элементов. Программная реализация каждого конструктивного элемента представляет собой класс, унаследованный от базового класса CGraphElement. Для добавления в программу нового гидравлического элемента достаточно создать новый класс, описать входные и выходные свойства элемента, и переопределить несколько виртуальных функций базового класса, отвечающих за описание физико-математической модели создаваемого элемента. На рисунке 3.25 приведено содержание заголовочного файла для класса CPressure, соответствующего конструктивному элементу «Давление». Данный элемент позволяет задавать значение полного значения давления в той точке схемы, к которой он подключен.

Как видно из рисунка 3.25, данный элемент имеет один гидравлический вход – объект m_pin1 класса CGraphPinFlow. С помощью графического интерфейса пользователю необходимо будет задать два свойства для данного элемента

81



Рисунок 3.24 — Иерархия основных классов программного комплекса «FlowDesigner»

- непосредственно значение полного давления и материал, источником которого будет являться данный граничный элемент (объекты m_fP и m_iMaterialID классов inputScalarProperty и inputMaterialProperty соответственно). Директива CONSTRUCTOR_H отвечает за объявления стандартного конструктора для элементов. Далее идет обязательное переопределение полностью виртуальных функций, определенных в базовом классе CGraphElement:

- 1. В функции init в случае необходимости выполняется инициализация каких-либо параметров элемента перед началом расчета.
- 2. В функции InitTimeStep выполняется инициализация свойств элемента перед началом расчета временного шага (в случае нестационарного расчета).
- 3. Функция FinalizeTimeStep вызывается после окончания расчета каждого временного шага (в случае нестационарного расчета).
- 4. Функция BuildMatrix отвечает за формирование уравнений, добавляемых в общую матрицу СЛАУ для данного элемента.
- 5. Функция CalcParams является основной функцией, в которой сосредоточена вся расчетная логика, описывающая модель функционирования данного элемента. Обычно внутри нее выполняется расчет всех харак-

82

```
#pragma once
#include "ElementsHeader.h"
/*!
\class CPressure
\brief Граничный элемент ДАВЛЕНИЕ
\author yalozo_av
\date июль 2015
\ingroup Elements
*/
class CPressure : public CGraphElement
protected:
   CGraphPinFlow m_pin1;
protected:
   // задаваемые параметры элемента
    inputScalarProperty m_fP;
                                                             ///< давление
    inputMaterialProperty m_iMaterialID;
                                                             ///< ID материала
public:
    CONSTRUCTOR_H(CPressure);
                                                             ///< конструктор
    virtual void init(bool _restart = false) override { };
    virtual void InitTimeStep(void) override { };
    virtual void FinalizeTimeStep(void) override { };
    virtual void BuildMatrix(CMatrix &matrix) override;
    virtual void CalcParams(void) override;
    virtual void CalcLogicOuts(void) override { };
    virtual void updateOutputParams() override;
private:
    REGISTER_ELEMENT_H(CPressure);
};
```

Рисунок 3.25 — Заголовочный файл для элемента «Давление»

теристик элемента, например коэффициента гидравлического сопротивления.

- 6. Функция CalcLogicOuts должна рассчитать значение всех выходных логических сигналов элемента, если у элемента присутствуют логические выходы.
- 7. Функция updateOutputParams отвечает за обновление значений всех выходных свойств элемента, которые увидит пользователь по результатам расчета.

Последняя директива REGISTER_ELEMENT_H отвечает за регистрацию класса CPressure в фабрике классов CElementFactory, которая делегирует создание объектов наследникам родительского класса. Такой подход широко применяется в программировании и известен как паттерн проектирования «Виртуальный конструктор» [97]. Это позволяет использовать в коде программы не специфические классы, а манипулировать абстрактными объектами на более высоком уровне. В момент создания наследники могут определить, какой класс создавать.

Кроме этого, предусмотрен механизм, когда каждый отдельный конструктивный элемент может быть реализован в рамках отдельных модулей – динамически подключаемых библиотек. Для реализации такого подхода был разработан базовый класс FDExtElementInterface. Структура данного класса показана на рисунке 3.26. Программная реализация каждого внешнего конструктивного элемента представляет собой класс, унаследованный от базового класса FDExtElementInterface и скомпилированный в виде отдельного модуля – динамически подключаемой библиотеки. Для этого необходимо описать входные и выходные свойства элемента, и переопределить несколько виртуальных функций базового класса, отвечающих за описание физико-математической модели создаваемого элемента.

```
#include "Units.h"
```

```
#ifdef MY COMPILE DLL
#define MY DECLSPEC declspec( dllexport )
#else
#define MY_DECLSPEC __declspec(dllimport)
#endif
class MY_DECLSPEC FDExtElementInterface
{
public:
   /// Конструктор
    FDExtElementInterface(FDElementInterface* _pInterface) : m_pInterface(_pInterface) {};
    /// Деструктор по умолчанию
    virtual ~FDExtElementInterface();
    /// Возвращает количество гидравлических входов элемента
    virtual int getHydroPinCount() const = 0;
    /// Функция инициализации параметров элемента
    virtual void init(bool _restart = false) = 0;
    /// Функция расчета параметров элемента
    virtual void CalcParams(HydroPinStruct*) = 0;
    /// Функция заполнения матрицы
   virtual void BuildMatrix(HydroPinStruct*) = 0;
    /// Функция обновление свойств для вывода
    virtual void updateOutputParams() = 0;
    /// Функция инициализации параметров временного шага
    virtual void InitTimeStep(void) = 0;
    /// Функция финициализации параметров временного шага
    virtual void FinalizeTimeStep(void) = 0;
    virtual FDElementInterface* elementInterface() const { return m_pInterface; }
private:
    FDElementInterface* const m_pInterface;
}:
```

Рисунок 3.26 — Заголовочный файл базового класса FDExtElementInterface

Как видно из рисунка 3.26, помимо полностью виртуальных функций, базовый класс содержит функцию elementInterface, возвращающую указатель на структуру FDElementInterface, позволяющую взаимодействовать с основным расчетным модулем «FlowDesigner». На рисунке 3.27 показан фрагмент заголовочного файла, описывающего данную структуру.

```
//- Структура взаимодействия с основным модулем
class FDElementInterface
{
  public:
    virtual ~FDElementInterface() {};
    virtual void matrixAddRow(matrix_row &_koeff, double _fRhs) = 0;
    virtual void getSchemeProperty(const char* _key) = 0;
    virtual int* addInputIntProperty(const char* _key, const char* _title, bool _ree
    virtual double* addInputDoubleProperty(const char* _key, FD::Metrics::units _unit,
    virtual int* addOutputStringProperty(const char* _key, const char* _title, bool _
    virtual int* addOutputIntProperty(const char* _key, const char* _title, bool _
    virtual int* addOutputIntProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
    virtual double* addOutputDoubleProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
    virtual double* addOutputDoubleProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
    virtual double* addOutputStringProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
    virtual double* addOutputStringProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
    virtual double* addOutputStringProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
    virtual double* addOutputStringProperty(const char* _key, const char* _title) = 0;
  };
```

Рисунок 3.27 — Описание структуры FDElementInterface

Функция matrixAddRow используется для добавления уравнений к общей системе линейных алгебраических уравнений основного решателя «FlowDesigner». Вызовы данной функции обычно требуются при переопределении метода BuildMatrix базового класса FDExtElementInterface, описывающего математическую модель функционирования элемента. Функция getSchemeProperty может быть использована для получения глобальных параметров моделируемой задачи. Остальные функции используются для добавления входных и выходных параметров элемента различных типов (целое число, вещественное число, либо строковая переменная). Входные и выходные параметры будут доступны конечному пользователю при использовании созданного элемента в моделируемой схеме.

Таким образом, для независимого разработчика процесс добавления нового конструктивного элемента состоит в создании отдельной динамически загружаемой библиотеки. Непосредственно реализация данной библиотеки заключается в создании нового класса на основе базового класса FDExtElementInterface, позволяющего полностью описать логику работы создаваемого элемента. При реализации может быть использована структура FDElementInterface для взаимодействия с основным модулем «FlowDesigner». Затем созданная библиотека помещается в системный каталог «FlowDesigner». После этого, в библиотеке элементов «FlowDesigner» появится новый конструктивный элемент, по умолчанию имеющий название «External Dll Element», как показано на рисунке 3.28. Созданный элемент может быть добавлен на расчетную схему, моделируемую «FlowDesigner».



Рисунок 3.28 — Внешний пользовательский элемент в каталоге элементов «FlowDesigner»

Таким образом, каждый конструктивный элемент в рамках программного комплекса «FlowDesigner» представляет собой обособленный класс. Такая структура позволила реализовать механизм, когда каждый отдельный конструктивный элемент может быть реализован в рамках отдельных модулей – динамически подключаемых библиотек, что позволяет наполнять и редактировать базу моделей конструктивных элементов независимыми разработчиками, не затрагивая при этом исходные коды основной программы. «Модульный» подход значительно облегчает добавление новых и доработку уже существующих моделей конструктивных элементов при разработке программного комплекса. На текущий момент в рамках «FlowDesigner» реализовано 96 физико-математических моделей конструктивных элементов.

3.2.3 Моделирование логических управляющих подсистем

Реальные промышленные гидросистем часто насыщены элементами, управление которыми происходит с помощью электрической части автоматики. Для обеспечения возможности моделирования управляющих подсистем электрической части автоматики, в «FlowDesigner» была внедрена возможность моделирования цепей, состоящих из логических элементов. В предлагаемой модели учета логических элементов не принимается во внимание время взаимодействия элементов цепи. Поэтому будем считать, что выходные сигналы цепи моментально реагируют на изменения во входящих сигналах.

Каждый элемент системы, помимо гидравлических входов, может иметь свой набор логических входов и выходов. Логический вход отвечает за определенное свойство элемента, изменяя его значение при расчете. Например, для электромагнитного клапана, значение на логическом входе определяет состояние элемента (закрыт/открыт). Тип данных для такого входа – логический. Логический выход так же соответствует определенному свойству элемента, передавая его значение по логической связи во время расчета. Например, для сигнального датчика уровня, его состояние (погружен/не погружен в жидкость) передается в виде сигнала на логический выход. Тип данных также логический. Если типы данных на логическом входе и выходе совпадают, они могут быть соединены между собой логической связью. В отличие от гидравлических связей, к логическому выходу элемента могут быть подключены одновременно несколько логических входов. Все логические выходы не являются обязательными для подключения. Логические входы могут быть как обязательными, так и необязательными для подключения. Например, логический вход поплавкового клапана, отвечающий за уровень жидкости, в который погружен соответствующий клапан, является обязательным для подключения, поскольку расчет данного элемента в отсутствии информации об уровне жидкости не представляется возможным.

Отдельным типом элементов являются контроллеры, имеющие один или несколько логических входов, один логический выход, и не имеющие гидравлических связей. Такой элемент получает на вход значения с одного или нескольких логических выходов элементов, и в соответствии с определенными пользователем зависимостями, генерирует значение на своем выходе, которое далее используется подключенным к нему элементом.

В процессе построения общей СЛАУ гидравлической системы, при использовании значения любого свойства элемента проверяется, привязан ли к данному свойству логический вход. Если логический вход привязан и к нему подключена логическая связь – выполняется процедура расчета значения на логическом выходе подключенного элемента:

- для обычного элемента выполняется процедура вычисления значения свойства, привязанного к логическому выходу данного элемента. Данная процедура в свою очередь может рекурсивно вызвать расчет значений с других логических подключений, если таковые имеются;
- для контроллера выполняется расчет заданных пользователем зависимостей для расчета выходного сигнала контроллера.

Таким образом, значения всех свойств, зависящих от логической части схемы будут пересчитаны непосредственно перед решением общей СЛАУ.

На рисунке 3.29 приведен простейший пример гидросистемы, включающей модель логической управляющей подсистемы.



Рисунок 3.29 — Пример гидросистемы, включающей модель логической управляющей подсистемы

Так, в данном примере процесс наполнение бака контролируется с помощью электромагнитного клапана. Логический контроллер получает значение с датчика давления, установленного непосредственно у входа в бак. При превышении критического значения, контроллер подает сигнал закрытия на электромагнитный клапан и процесс наполнения бака завершается.

Таким образом, предложенный подход моделирования логических управляющих подсистем в рамках программного комплекса «FlowDesigner» позволяет совместно моделировать гидравлические и логические части гидросистем (и, как частный случай, логических систем – электрические цепи).

3.2.4 Алгоритм основной расчетной процедуры

После того как пользователь спроектировал из набора конструктивных элементов модель интересующей гидросистемы, задал все необходимые начальные условия задачи и запустил расчет схемы, управление передается основной расчетной процедуре. Данная процедура, реализованная в рамках программного комплекса «FlowDesigner», состоит из следующих этапов:

Шаг 1. Начальная инициализация расчета, которая устанавливает значения расходов и давлений во всех узлах системы равными начальному приближению Q_i и P_i , заданных пользователем в свойствах расчета. Затем для всех конструктивных элементов вызывается функции init, в которой выполняется инициализация параметров элемента исходя из заданных начальных приближений Q_i и P_i .

Шаг 2. Для всех конструктивных элементов схемы вызывается процедура InitTimeStep, выполняющая инициализацию свойств элемента перед началом расчета временного шага (в случае нестационарного расчета).

Шаг 3. У конструктивных элементов, имеющих логические выходы, рассчитываются их значения путем вызова рекурсивной функции CalcLogicOuts.

Шаг 4. Для всех конструктивных элементов схемы вызывается процедура BuildMatrix, которая формирует уравнения, добавляемые в общую матрицу СЛАУ данным элементом.

Шаг 5. Вызывается процедура решения общей матрицы СЛАУ, алгоритм которой описан в разделе 1.1.5.

Шаг 6. Для всех конструктивных элементов схемы вызывается процедура CalcParams, в которой выполняется расчет всех характеристик элемента.

Шаг 7. В случае нестационарного расчета, проверяется критерий сходимости внутри одного временного шага. В случае если критерий еще не выполнен, производится переход к шагу 3.

Шаг 8. Для всех конструктивных элементов схемы вызывается процедура FinalizeTimeStep, используемая в случае необходимости расчета свойств элемента по окончании временного шага (в случае нестационарного расчета).

Шаг 9. Проверяется критерий сходимости задачи. В случае если критерий еще не выполнен, производится переход на шаг 2.

Шаг 10. Выполняется процедура завершения расчета и запись полученных результатов.

Описанный алгоритм основной расчетной процедуры можно представить в виде блок-схемы, показанной на рисунке 3.30.



Рисунок 3.30 — Блок-схема алгоритма основной расчетной процедуры «FlowDesigner»

Отметим, что программный комплекс «FlowDesigner» является многопоточным приложением. При запуске расчета, для каждой проектируемой схемы порождается отдельный поток, в котором выполняется основная расчетная процедура. После ее завершения, полученные данные передаются в основной поток приложения. А созданный для выполнения расчетной процедуры поток – завершается. Таким образом, для пользователя реализована возможность одновременной работы и выполнения расчетов неограниченного числа проектируемых схем. При этом расчеты каждой из схем выполняются параллельно, независимо друг от друга, не приводя к ощутимой потере производительности графического интерфейса, обрабатываемого основным потоком программы.

3.3 Верификация программного комплекса на задачах моделирования инженерных гидросистем

Оценить уровень неопределенности и погрешности физико-математической модели позволяет процесс верификации. В процессе верификации проверяются научные основы модели путем сравнения с экспериментальными данными и устанавливается, согласуются ли результаты численного моделирования с физическими реалиями. Погрешность, требуемая от результатов моделирования, зависит от предполагаемого их использования. Как правило, к каждой расчетной величине, будь то интегральная или абсолютная характеристика, предъявляются свои требования. Обычно анализируемые характеристики разделяют по двум основным принципам – качественный и количественный. При качественном анализе исследуются данные, которые невозможно получить при экспериментальной отработке, например, распределение давления и скорости по всему полю течения, по всей конструкции в целом. Они необходимы для понимания протекающего процесса на качественном уровне и требования к точности моделирования невелики. Абсолютно иная ситуация с оценкой абсолютных величин – здесь требования к точности, как правило, очень строги. Требуемая точность обычно задается как один из достижимых индикаторов проектирования, при этом необходимая точность и диапазон погрешности определяются для каждой моделируемой величины по своим правилам. Изложение основных принципов верификации и валидации методов CFD-моделирования представлены в [44; 85; 98; 99].

В данном параграфе представлены результаты верификации программного комплекса «FlowDesigner» на примере типичных задач, возникающих при моделировании инженерных гидросистем. Расчет трехмерных областей гибридных 1D-3D моделей проводился модулем расчета гидродинамики ПП ЛОГОС.

3.3.1 Задача о трех резервуарах

В качестве первого примера рассмотрим классическую задачу о трех резервуарах. Каждый из резервуаров находится на высоте 100 м, 85 м и 60 м соответственно. Резервуары соединены между собой трубами. Длина трубы от верхнего резервуара – 2000 м, внутренний диаметр – 0,3 м. Длина трубы от среднего резервуара – 1500 м, внутренний диаметр – 0,5 м. Длина трубы от нижнего резервуара – 3000 м, внутренний диаметр трубы – 0,25 м. Все трубы имеют абсолютную шероховатость 0,5 мм. Внешний расход в месте сочленения труб между собой известен и равен 0,06 м³/с. Значения параметров воды соответствуют температуре 20 °C: плотность – $\rho = 998,2$ кг/м³, кинематический коэффициент вязкости – $\nu = 1,012$ сСт. Необходимо вычислить расходы из каждого резервуара.

Схема задачи приведена на рисунке 1.1. Полное описание данной задачи, ее численное решение, полученное с использованием итерационного метода, приводится в работе [100].

Для решения данной задачи соответствующая схема была построена в программном комплексе «FlowDesigner» (рисунок 3.31).



Рисунок 3.31 — Результаты расчета задачи о трех резервуарах

Результаты проведенного расчета в виде распределения объемных расходов отображаются непосредственно в окне «Редактор схемы» (рисунок 3.31). На схеме стрелками показано рассчитанное направление течений, справа приведена шкала значений объемного расхода. Помимо объемного расхода непосредственно на схеме можно отобразить шкалу распределения давлений в системе, а также с помощью интерактивного выделения посмотреть рассчитанные параметры любого интересующего элемента системы. Сравнение результатов расчета, полученных с использованием разработанного программного комплекса «FlowDesigner», и данных [100], приведены в таблице 5.

Таблица 5 — Сравнение результатов численного моделирования задачи о трех резервуарах

Искомый расход	Данные [100], м ³ /с	FlowDesigner, м ³ /с	Разница, %
Верхний резервуар	0,1023	0,102338	0,0370
Средний резервуар	0,0200	0,020027	0,00
Нижний резервуар	-0,0630	-0,063131	0,07

Как видно из таблицы 5 результаты моделирования программного комплекса «FlowDesigner» в соответствии с методом, изложенным в параграфе 1.1, хорошо согласуются с опубликованными данными. Различия в вычислениях не превышают 0,2 %.

3.3.2 Задача моделирования кольцевого трубопровода

Рассмотрим аналогичную задачу моделирования течения в кольцевом трубопроводе, состоящем из 6 стальных труб. Резервуар для подачи воды установлен на высоте 45,72 м. Шероховатость всех труб составляет 0,127 мм. В каждом из узлов сети задаются известные внешние расходы воды. Необходимо рассчитать объемные расходы Q_i и перепады давлений ΔP_i на всех участках сети. Значения параметров воды соответствуют температуре 20 °C: плотность – $\rho = 998,2 \text{ кг/м}^3$, кинематический коэффициент вязкости – $\nu = 1,012 \text{ сСт. Схема}$ задачи показана на рисунке 3.32.



Рисунок 3.32 — Схема задачи моделирования кольцевого трубопровода

Геометрические размеры труб и заданные расходы приведены в таблице 6. Сопротивления тройников и крестовин не учитываются. Полное описание данной задачи и численное решение приводится в работе [100].

№ трубы	Диаметр, м	Длина, м	№ узла	Расход, м ³ /с
1	0,2032	457,20	1	0,0142
2	0,1524	304,80	2	0,0099
3	0,1524	457,20	3	0,0142
4	0,1524	457,20	4	0,0142
5	0,1524	365,76	5	0,0071
6	0,1016	304,80		

Таблица 6 — Исходные данные задачи моделирования кольцевого трубопровода

Результаты расчета данной задачи в программном комплексе «FlowDesigner» приведены на рисунке 3.33. Непосредственно на схеме отображается распределение полученных объемных расходов. Стрелками показано рассчитанное направление течений, справа приведена шкала значений объемного расхода.



Рисунок 3.33 — Распределение значений объемного расхода на схеме

Сравнение результатов расчета задачи в программном комплексе «Flow-Designer» и данных, опубликованных в [100], приведены в таблице 7.

Как видно из таблицы 7 результаты моделирования программного комплекса «FlowDesigner» в соответствии с методом, изложенным в параграфе 1.1, хорошо согласуются с опубликованными данными. Различия в вычислениях не превышают 0,74 %.

№ трубы	Данны	e [100]	FlowDesigner		Разница, %	
	Q_i , м ³ /с	ΔP_i , Па	Q_i , м ³ /с	ΔP_i , Па	Q_i , м ³ /с	ΔP_i , Па
1	0,0595	71458	0,0596	71471	0,16	0,02
2	0,0233	33983	0,0234	34002	0,42	0,06
3	0,0134	17842	0,0135	17855	0,74	0,07
4	0,021	45381	0,0211	45388	0,47	0,02
5	0,0078	6474	0,0078	6480	0	0,09
6	0,007	32641	0,007	32656	0	0,05

Таблица 7 — Сравнение результатов численного моделирования кольцевого трубопровода

3.3.3 Задача моделирования системы городского водоснабжения

Данная задача представляет собой моделирование системы городского водоснабжения, имеющей сложную структуру и состоящей из 6 резервуаров и 5 насосных станций, соединенных между собой трубами различного диаметра и протяженности. Схема задачи приведена на рисунке 3.34. Полное описание постановки задачи, расходно-напорные характеристики насосных станций и численное решение приводится в работе [5]. Необходимо осуществить расчет изотермического течения воды в гидравлической системе. Значения параметров воды соответствуют температуре 20 °C: плотность – $\rho = 998,2$ кг/м³, кинематический коэффициент вязкости – $\nu = 1,012$ сСт.

В работе [5] указано, что объемный расход в узле № 4 равен 0,045 cfs (должен быть M^3/c), и это значение по мнению диссертанта указано неправильно из-за опечатки, Поскольку сумма потоков входящих в узел № 4 неравна нулю. Обеспечить правильный баланс позволяет значение расхода равное 0,0045 M^3/c . Используя данное значение было получено хорошее согласование с результатами, приведенными в работе [5].

Вид соответствующей системы и распределение объемных расходов полученного решения в программном комплексе «FlowDesigner» приведены на рисунке 3.35. На схеме стрелками показано рассчитанное направление течений, справа приведена шкала значений объемного расхода. Направления течений в трубах совпадают с направлениями, полученными в работе [5].



Рисунок 3.34 — Схема задачи моделирования системы городского водоснабжения

Сравнение результатов расчета задачи с использованием «FlowDesigner» и опубликованные данные [5] представлены в таблице 8. Для каждой трубы приведены соответствующие значения объемного расхода.

№ трубы	[5], м ³ /с	FlowDesigner, м ³ /с	№ трубы	[5], м ³ /с	FlowDesigner, м ³ /с
1	0,0869	0,0869	33	0,0046	0,0046
2	0,0208	0,0208	34	0,0274	0,0275
3	0,0132	0,0132	35	0,0094	0,0093
4	0,0153	0,0153	36	0,0219	0,0219
5	0,0092	0,0092	37	0,1306	0,1307
6	0,0274	0,0274	38	0,0214	0,0214
7	0,0254	0,0254	39	0,0299	0,0299
8	0,0148	0,0148	40	0,0238	0,0238
9	0,0027	0,0027	41	0,0239	0,0240
10	0,0299	0,0299	42	0,0287	0,0288
11	0,0212	0,0213	43	0,0450	0,0450

Таблица 8— Сравнение результатов численного моделирования системы городского водоснабжения

№ трубы	[5], м ³ /с	FlowDesigner, м ³ /с	№ трубы	[5], м ³ /с	FlowDesigner, м ³ /с
12	0,0081	0,0080	44	0,0139	0,0139
13	0,0089	0,0089	45	0,0002	0,0003
14	0,0164	0,0164	46	0,0056	0,0056
15	0,0273	0,0272	47	0,0051	0,0052
16	0,0107	0,0106	48	0,0167	0,0167
17	0,0118	0,0119	49	0,0137	0,0137
18	0,0078	0,0079	50	0,0078	0,0078
19	0,0243	0,0243	51	0,0222	0,0222
20	0,0791	0,0791	52	0,0547	0,0547
21	0,0351	0,0351	53	0,0210	0,0210
22	0,0035	0,0035	54	0,0165	0,0165
23	0,0106	0,0107	55	0,0135	0,0135
24	0,0166	0,0166	56	0,0020	0,0020
25	0,0119	0,0119	57	0,0116	0,0116
26	0,0277	0,0277	58	0,0109	0,0109
27	0,0805	0,0805	59	0,0031	0,0031
28	0,0043	0,0044	60	0,0072	0,0072
29	0,0061	0,0061	61	0,0078	0,0078
30	0,0065	0,0066	62	0,0003	0,0003
31	0,0148	0,0148	63	0,1276	0,1277
32	0,0071	0,0071			

Продолжение таблицы 8

Как видно из таблицы 8, результаты моделирования в программном комплексе «FlowDesigner» хорошо согласуются с опубликованными данными в работе [5]. Различия по объемному расходу для каждой из труб не превышают 2,25 %. Для получения численного решения на персональном компьютере с относительной точностью потребовалось 0,5 с. Отметим, что для решения подобной схемы классическими методами требуется в несколько раз больше времени [5].

3.3.4 Течение в прямой трубе круглого поперечного сечения

Рассмотрим задачу течения жидкости по прямой трубе круглого сечения. На трубе имеющей внутренний диаметр 0,02 м. и длину 0,2 м. задается перепад давления 5,6 кПа. Плотность перетекающей по трубе жидкости составляет 1000 кг/м³, динамическая вязкость – $\mu = 0,1$ Па·с. Требуется определить распределение массового расхода жидкости через трубу с течением времени. Будем решать данную задачу в двух постановках: с использованием полностью



Рисунок 3.35 — Распределение значений объемного расхода системы городского водоснабжения в программном комплексе «FlowDesigner»

трехмерной и гибридной 1D-3D модели. Для моделирования задачи в трехмерной постановке была построена блочно-структурированная сетка, состоящая из 16500 ячеек (рисунок 3.36).



Рисунок 3.36 — Трехмерная сеточная модель трубы круглого сечения

Для создания гибридной модели половину трубы длиной 0,1 м будем моделировать в трехмерном приближении, а оставшуюся часть – с использованием одномерной методики.

Для ламинарного течения ньютоновской жидкости в прямой трубе круглого поперечного сечения с учетом прилипания потока на стенках есть известное аналитическое решение [101]:

$$Q = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot \Delta P}{8 \cdot \mu \cdot L},\tag{3.1}$$

где Q – объемный расход, м³/с; R – радиус трубы, м; ΔP – перепад давления на концах трубы, Па; μ – динамический коэффициент вязкости, Па·с; L – длина трубы, м.

С использованием 3.1 можно определить аналитические значения установившегося объемного расхода в трубе.

На рисунке 3.37 представлено векторное поле скорости для полностью трехмерной и гибридной моделей. Как видно из рисунка, поля скоростей в полностью трехмерной и гибридной моделях совпадают. Это говорит о корректности предложенного алгоритма по сопряжению разномасштабных областей. Погрешность результатов численного моделирования относительно аналитического решения, вычисленного по формуле 3.1, не превышает 0,5 %.



Рисунок 3.37 — Векторное поле скорости: 3D модель (а); гибридная 1D-3D модель (б)

На рисунке 3.38 представлено распределение давления. Перепад давления по всей длине трубы совпадает для полностью трехмерной и гибридной 1D-3D моделей, при этом давление в области стыковки соответствует половине перепада давления для всей трубы.

Из представленных результатов можно сделать вывод, что полностью трехмерная и гибридная модели дают практически одинаковые результаты. Разница



Рисунок 3.38 — Распределение давления: 3D модель (а); гибридная 1D-3D модель (б)

в вычислениях не превышает 0,2 %. Это подтверждает корректность предложенного в параграфе 1.3 метода расчета гибридных 1D-3D моделей.

3.3.5 Перетекание жидкости между баками

В качестве еще одного верификационного примера рассмотрим задачу перетекания жидкости между двумя герметичными баками. Схема задачи приведена на рисунке 3.39.

Два герметичных бака соединены между собой трубой круглого сечения, имеющей внутренний диаметр 2 см. и длину 1 м. Оба бака представляют из себя цилиндры высотой 1 м и радиусом 0,1 м. Перепад высот между баками составляет 0,5 м. В начальный момент времени уровень жидкости в нижнем баке равен 0,3 м, в верхнем – 0,7 м. Давление в нижнем баке 1 атм., в верхнем – 2 атм. Плотность и вязкость жидкости, перетекающей между баками, составляет 1000 кг/м³ и 0,1 Па·с соответственно.

Расчет задачи проводился для одномерной, трехмерной и гибридной 1D-3D моделей. Сеточная модель, построенная для трехмерной области, состоит из 700 тысяч полиэдральных ячеек. Сеточная модель имеет пограничный слой на стенках трубы, как показано на рисунке 3.40.

Решение задачи в одномерном приближении осуществлялось с помощью «FlowDesigner». Схема задачи, приведенная на рисунке 3.41, состоит из двух баков, соединенных трубой.

100



Рисунок 3.39 — Схема задачи перетекания жидкости между баками



Рисунок 3.40 — Фрагмент сеточной модели для решения в трехмерной постановке: место соединения нижнего бака и трубы

Для построения гибридной модели (рисунок 3.42) расчетная область разбивалась на две части посередине трубы, при этом верхний бак и половина трубы моделировались в трехмерном приближении, а нижний бак и оставшаяся часть трубы – в одномерном. Участку, моделируемому в трехмерном приближении на рисунке 3.42 соответствует конструктивный элемент «3D».

Решение данной задачи сводилось к определению расхода через трубу и уровня жидкости в баках с течением времени. На рисунке 3.43 приведен график зависимости полученного объемного расхода через соединяющую баки трубу от



Рисунок 3.41 — Схема задачи для решения в одномерном приближении



Рисунок 3.42 — Гибридная 1D-3D модель задачи перетекания жидкости между баками

времени. Графики изменения уровня жидкости в баках от времени представлены на рисунке 3.44.



Рисунок 3.43 — Объемный расход Q через трубу от времени t: 1D модель (—), 3D модель (—), гибридная 1D-3D модель (---)

Как видно из приведенных графиков, полученные результаты хорошо согласуются между собой. При этом в полностью одномерной постановке получен максимальный пиковый объемный расход по трубе. Это можно объяснить тем,



Рисунок 3.44 — Уровни жидкости *h* от времени *t* в нижнем (а) и верхнем (б) баках: 1D модель (—), 3D модель (—), гибридная 1D-3D модель (---)

что одномерная методика не учитывает инерцию жидкости внутри баков и дополнительного сопротивления, которое оказывают стенки баков на протекающей по трубе поток. Помимо этого, одномерный подход подразумевает, что на вход в трубу попадает полностью развитый поток.

В расчетной области для трехмерной постановки выделим центральный участок трубы длиной 0,9 м. Из результатов расчета величина падения давления на этом участке известна в каждый момент времени от 0 до 3 с. С использованием 3.1 можно определить аналитические значения объемного расхода. На рисунке 3.45 представлен график распределения объемного расхода, полученного по результатам численного моделирования задачи в трехмерной постановке, и рассчитанного аналитически. Погрешность результатов численного моделирования от 0 до 3 с. Можно сделать вывод о корректности расчетных данных, получаемых при моделировании в трехмерном приближении.

Машинное время расчета полностью трехмерной модели с использованием одного вычислительного ядра составило 38 минут, полностью одномерной модели – 2 секунды, гибридной 1D-3D модели – 18 минут. Полученные результаты расчетов показывают корректность применяемого алгоритма связи разномасштабных областей, описанного в параграфе 1.3. Использование гибридной 1D-3D модели позволяет значительно сократить общее время решения задачи, при этом не приводя к существенным погрешностям в итоговом результате.

103



Рисунок 3.45 — Объемный расход в трубе, полученный в трехмерной постановке (—) и аналитически (—)

3.4 Заключение

В данной главе представлено описание разработанного программного комплекса «FlowDesigner», предназначенного для моделирования работы инженерных гидросистем в одномерном приближении с возможностью расчета гибридных 1D-3D моделей в связке с ПП ЛОГОС. Приведены особенности организации архитектуры программного комплекса, а также описание принципов проектирования расчетной схемы, выполнения расчета и интерпретации полученных результатов. Представлен подход для моделирования логических управляющих систем, позволяющий совместно моделировать гидравлические и логические части гидросистем. Также представлены результаты верификации программного комплекса «FlowDesigner» на серии численных экспериментов. Результаты моделирования по всем задачам в программном комплексе «FlowDesigner» хорошо согласуются с эталонными данными, подтверждая корректность методики по моделированию одномерных и гибридных 1D-3D моделей, изложенной в главе 1. Результаты, представленные в данной главе, основываются на работах [31; 33; 34] и были представлены в докладах на конференциях [35-38]. Также получено два свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ №2010618045 и №2018611749 на разработанный программный комплекс «FlowDesigner», которые приведены в приложении А.

Разработка программного комплекса «FlowDesigner» проводилась при определяющем участии диссертанта. Непосредственно автором выполнялась основная часть работ по проектированию структуры программного комплекса, а также его программной реализации. Совместно с коллегами из ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» и ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» автор принимал участие в разработке и программной реализации математических моделей конструктивных элементов, а также в проведении работ по верификации программного комплекса «FlowDesigner».

Глава 4. Внедрение программного комплекса «FlowDesigner» в моделирование инженерных гидросистем самолетов

В настоящее время обычной практикой в области авиастроения является проведение инженерного анализа, основанного на численном моделировании физических процессов, лежащих в основе работы разрабатываемых образцов летательных аппаратов. Выполнение расчетного обоснования характеристик проектируемых самолетов имеет особую важность, поскольку процесс их создания является длительным, наукоемким и дорогостоящим процессом. Зачастую математическое моделирование является единственным вариантом проверки выбранных технических решений и подтверждения заданных характеристик в различных нештатных и аварийных ситуациях.

К одной из самых сложных систем самолета с точки зрения моделирования можно отнести топливную систему, поскольку при воспроизведении ее работы необходимо учитывать взаимодействие жидкостей, газов, механических и электрических систем на борту самолета. Основное назначение топливной системы самолета – размещения запаса топлива и обеспечения бесперебойной подачи из баков к двигателям в заданной последовательности во всех эксплуатационных режимах. В том числе и при эволюциях самолета в пространстве, сопровождающихся изменением углов крена и тангажа. Последовательность выработки топлива из баков обусловлена требованием сохранения центровки самолета в заданных пределах [102].

Топливная система включает в себя такие агрегаты как топливные баки, трубы, клапаны, краны, насосы и устройства управления – состоит из сотен элементов и десятков метров труб. Для моделирования подсистемы наддува, предотвращающей кавитацию и вспенивание топлива, требуется учитывать сжимаемость в воздушных цепях, входящих в состав топливной системы. Кроме того, при моделировании необходимо учитывать взаимодействия топливных и электрических элементов (устройства управления), позволяющих осуществить выработку топливных баков в необходимом порядке в зависимости от режима полета летательного аппарата. Ручное моделирование топливных систем, основанное на эмпирических характеристиках отдельных элементов и многочисленных допущениях, неизбежно приводит к получению неточных и ненадежных результатов. Поэтому в настоящее время моделирование работы топливных систем самолета, как правило, производится с использованием специализированных пакетов программ, основанных на инженерных методах моделирования гидросистем. Использование таких пакетов программ позволяет проектировщику сократить время разработки и получить более точные результаты [30; 94].

Представленный в главе 3 программный комплекс «FlowDesigner» позволяет моделировать работу таких элементов, как топливные баки, струйные и центробежные насосы, различные виды управляемых и неуправляемых клапанов с учетом сжимаемости транспортируемой среды и работы электрической части автоматики. Перечисленные возможности «FlowDesigner» позволяют применять данный программный комплекс для моделирования топливных систем самолетов.

В данной главе представлены результаты применения разработанного комплекса «FlowDesigner» для решения промышленно-ориентированных задач моделирования работы топливных и гидравлических систем маневренных самолетов, проектируемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого». Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими решениями и экспериментальными данными, что подтверждает возможность использования изложенной в рамках настоящей диссертации методики и основанного на ней программного комплекса «FlowDesigner» для решения такого класса задач. В настоящее время программный комплекс «FlowDesigner» внедрен и используется ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» для решения промышленно-ориентированных задач моделирования работы топливных систем летательных аппаратов, что подтверждается актом, представленным в приложении Б.

4.1 Топливная система самолета и ее назначение

Топливная система предназначена для размещения на самолете необходимого количества топлива и подачи его к двигателям на всех режимах полета, Топливная система самолета включает в себя топливные баки, систему дренажа топливных баков, систему централизованной заправки, системы подачи и перекачки топлива, органы управления и контроля топливной системы другое [102].

По характеру применения различают расходные, предрасходные, балансировочные, дренажные топливные баки. Расходными называются баки, из которых топливо подается к двигателям; предрасходными – баки, из которых топливо подается в расходные баки; балансировочными – баки, из которых топливо перекачивается в другие топливные баки для обеспечения необходимой центровки самолета. Конструктивно топливные баки представляют собой герметичные отсеки сложной геометрической конфигурации с множеством внутренних перегородок. От порядка выработки топлива из баков, обеспечиваемого автоматикой, зависит центровка самолета. С целью обеспечения необходимой устойчивости по крену самолета топливо из правых и левых баков вырабатывается равномерно с помощью автомата выравнивания.

Рассмотрим типичную схему топливную систему самолета, приведенную на рисунке 4.1. В общем случае ее конфигурация определяется количеством топливных баков, двигателей и их компоновкой.



Рисунок 4.1 — Принципиальная схема топливной системы самолета: ПК – перекрывной кран; КК – кран кольцевания; ГТД – газотурбинный двигатель

Подача топлива непосредственно к двигателям осуществляется из расходных баков с помощью насосов подкачки. Наличие линии кольцевания с кранами кольцевания обеспечивает подачу топлива в любой двигатель при отказах в подкачивающей магистрали любого расходного бака, а также служит для выравнивания количества топлива в симметричных баках. Топливную систему самолета можно рассматривать как ограниченную сеть разветвленных трубопроводов, состоящую из элементов двух основных типов: источников/потребителей и линий связи. В качестве источников и потребителей могут выступать топливные баки, насосы, двигатели и другие элементы с известным давлением или расходом. Линии связи представляют собой участки сети, состоящие из последовательно соединенных элементов – труб, клапанов, кранов и др. Сюда же относятся и коммутирующие элементы – крестовины, тройники и др. Таким
образом, топливную систему самолета можно представить в виде сети разветвленных трубопроводов, содержащую ряд специфических элементов (топливные баки, насосы, двигатели и т.п.).

Далее в диссертации представлены результаты численных расчетов задач моделирования топливных систем маневренных самолетов, проектируемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого». Моделирование всех представленных задач было проведено с использованием разработанного программного комплекса «FlowDesigner».

4.2 Моделирование отдельных подсистем топливной системы

В данном параграфе представлены результаты моделирования отдельных подсистем топливной системы самолета.

4.2.1 Моделирование подсистемы приводного топлива

Рассматривается задача моделирования работы подсистемы приводного топлива, которая предназначена для обеспечения работы струйных и гидроприводных насосов, отвечающих за подачу топлива непосредственно к двигателям самолета. В программном комплексе «FlowDesigner» была построена модель подсистемы приводного топлива одного из серийных образцов маневренного самолета, которая содержит около 300 конструктивных элементов: трубы, клапаны, дроссели, тройники, насосы, элементы управления и др. Поскольку в рамках решения данной задачи не рассматривалось влияние работы подсистемы наддува и не учитывалось влияние высоты столба топлива в баках, входы в топливные баки были представлены в виде граничных элементов с заданными значениями давления. Была проведена серия из 26 стационарных расчетов, соответствующих различным режимам работы двигателей. Основной целью расчетов была оценка правильности моделирования, как отдельных конструктивных элементов, так и всей подсистемы в целом. При этом машинное время одного расчета на ПК в среднем составляет 2 секунды.

На рисунке 4.2 приведен фрагмент построенной в программном комплексе «FlowDesigner» подсистемы приводного топлива. Справа на шкале видно получившееся по результатам моделирования распределение объемного расхода по схеме. В окне «Свойства» показаны значения параметров одного выделенного конструктивного элемента «Сужение/расширение», а в окне «Результаты» – ре-

зультаты моделирования течения через элемент: коэффициент гидравлического сопротивления, объемный и массовый расходы и перепад давления на входах элемента.



Рисунок 4.2 — Фрагмент подсистемы приводного топлива

Для каждого из расчетов в контрольных точках схемы было проведено сравнение полученных объемных расходов с референсными данными, полученными экспериментально. В таблице 9 приведены значения относительных погрешностей в соответствующих контрольных точках подсистемы приводного топлива для одного из расчетов.

Таблица 9— Значения относительных погрешностей объемных расходов в контрольных точках подсистемы приводного топлива

1		1			
№ контрольной точки	Δ , %	№ контрольной точки	Δ , %	№ контрольной точки	Δ , %
1	0,00	32	0,59	63	0,06
2	0,91	33	0,30	64	0,79
3	1,80	34	1,47	65	0,23
4	2,83	35	0,36	66	0,76
5	1,89	36	0,36	67	0,31
6	1,77	37	1,67	68	0,60
7	1,00	38	2,37	69	0,53
8	1,00	39	3,96	70	0,51
9	1,28	40	1,49	71	0,49
10	0,03	41	2,05	72	0,72

№ контрольной точки	Δ , %	№ контрольной точки	Δ , %	№ контрольной точки	Δ , %
11	2,86	42	1,91	73	0,89
12	1,29	43	0,63	74	0,27
13	1,68	44	1,42	75	0,86
14	2,13	45	0,55	76	0,01
15	0,27	46	0,00	77	0,14
16	0,27	47	0,01	78	0,11
17	1,37	48	0,02	79	0,13
18	0,76	49	2,04	80	0,10
19	0,77	50	2,79	81	0,36
20	0,15	51	2,78	82	0,52
21	0,54	52	2,68	83	2,03
22	0,45	53	2,35	84	1,56
23	0,50	54	0,79	85	1,95
24	0,57	55	1,51	86	0,96
25	0,88	56	3,96	87	2,32
26	0,89	57	0,82	88	3,65
27	0,43	58	0,51	89	0,75
28	0,15	59	0,75	90	0,67
29	0,05	60	0,05	91	0,03
30	0,10	61	0,14	92	0,01
31	0,22	62	0,31		

Продолжение таблицы 9

Максимальная погрешность результатов расчета относительно референсных данных, представленных в таблице 9, составляет 3,96 %. По результатам всей серии расчетов можно сделать вывод, что погрешность относительно референсных данных не превышает 5 %.

4.2.2 Моделирование подсистемы перекачки

Рассматривается задача моделирования работы подсистемы перекачки, которая предназначена для перекачки топлива между баками. Подсистема перекачки топлива выполняет следующие функции:

- обеспечивает подачу топлива из баков в расходные отсеки в определенной очередности;
- обеспечивает откачку топлива из дренажных отсеков, выработку остатков топлива из баков и т.д.;
- обеспечивает необходимую центровку самолета.

В состав системы перекачки входят электроприводные, струйные и гидро-турбо насосы, клапаны, трубы тройниковые и крестовые, и другие конструктивные элементы. Модель подсистемы приводного топлива, построенная в программном комплексе «FlowDesigner» содержит 186 конструктивных элементов. Была проведена серия из 28 стационарных расчетов, соответствующих различным режимам работы двигателей. В качестве исходных данных принимаются результаты расчета подсистемы приводного топлива. Машинное время одного расчета на ПК не превышало 1 секунды.

На рисунке 4.3 приведено получившееся по результатам моделирования распределение объемного расхода. В окне «Свойства» показаны значения параметров элемента «Труба крестовая», а в окне «Результаты» – результаты моделирования элемента: коэффициенты гидравлического сопротивления ветвей и перепады давления между входами.



Рисунок 4.3 — Фрагмент подсистемы перекачки

Для каждого из расчетов в контрольных точках схемы было проведено сравнение полученных объемных расходов с референсными данными, полученными экспериментально. В таблице 10 приведены значения относительных погрешностей в соответствующих контрольных точках подсистемы перекачки топлива для одного из расчетов.

№ контрольной точки	$\Delta, \%$	№ контрольной точки	$\Delta, \%$
1	0,00	2	0,00
3	0,00	4	0,00
5	0,07	6	0,07
7	0,03	8	0,15
9	0,05	10	0,05
11	0,06	12	0,10
13	0,03	14	0,06
15	0,09	16	0,35
17	0,10	18	0,07
19	0,13		

Таблица 10 — Значения относительных погрешностей объемных расходов в контрольных точках подсистемы перекачки

Максимальная погрешность результатов расчета относительно референсных данных, представленных в таблице 10, составляет 0,35 %. По результатам всей серии расчетов можно сделать вывод, что погрешность относительно референсных данных не превышает 1,5 %.

4.2.3 Моделирование подсистемы заправки

Рассматривается задача моделирования работы подсистемы заправки топливом. Заправка производится под давлением через штуцер, расположенный ниже уровня топливных баков самолета, в месте, удобном для обслуживания. Порядок заправки топливных баков должен обеспечивать нормальную центровку самолета и противоположен порядку выработки топлива. При заполнении какого-нибудь бака сигнализатор заправки системы выдает сигнал на закрытие крана заправки этого бака, кран автоматически закрывается. Аналогично автоматически закрываются краны всех заполненных баков. Если какой-нибудь из кранов не закрылся автоматически, то с повышением уровня топлива в баке закрывается поплавковый клапан и поступление топлива в бак все равно прекращается.

Модель подсистемы заправки, построенная в программном комплексе «FlowDesigner» содержит 248 конструктивных элементов. Ее фрагмент показан на рисунке 4.4. Была проведен нестационарный расчет до момента полного заполнения баков с целью определения времени и последовательности их заполнения. Основной целью расчета была оценка правильности моделирования гидравлических элементов, а также электрической части автоматики, управляющей порядком заправки топливных баков. Машинное время расчета составило примерно 1,5 минуты.



Рисунок 4.4 — Фрагмент подсистемы заправки

На рисунке 4.5 представлены графики зависимости уровня топлива от времени в двух баках, полученные по результатам моделирования работы подсистемы заправки, в сравнении с референсными данными.



Рисунок 4.5 — Безразмерные уровни h^* топлива от времени полета t^* в баках 1 (а) и 2 (б): результаты моделирования (—), референсные данные (---)

Как видно из графиков, получено хорошее согласие с референсными данными. Погрешность результатов моделирования подсистемы заправки относительно референсных данных не превышает 1,4 %.

4.2.4 Моделирование подсистемы наддува

Для предотвращения кавитации и вспенивания топлива применяют наддув топливной системы – бак с топливом находится под избыточным давлением газа, который давит на жидкость и предотвращает ее кавитацию в линиях слива и на входе насосов [103].

В состав подсистемы наддува входят баки, бачки-аккумуляторы, двигатели, насосы, и другие конструктивные элементы. Помимо гидравлических линий, подсистема наддува баков включает в себя участки, по которым транспортируются газовые смеси. Проводится нестационарный расчет с целью определения давления в цепи наддува баков на различных режимах полета, поскольку недостаточная величина давления воздуха может привести к возникновению кавитации.



Рисунок 4.6 — Фрагмент подсистемы наддува

На рисунке 4.6 приведено получившееся по результатам моделирования распределение объемного расхода в момент времени 0,7 с. В окне «Свойства» показаны значения параметров элемента «Бак». Бак имеет четыре гидравлических входа, по двум из которых течет «Топливо». Результаты моделирования элемента «Бак» приведены в окне «Результаты» – значения параметров «Давление воздуха», «Масса газа» и др. в момент времени 0,7 с.

На рисунке 4.7 показан график изменения безразмерного давления наддува одного из топливных баков, полученных в результате проведенного расчета.



Рисунок 4.7 — Безразмерное давление наддува P^* топливного бака от времени полета t^* по результатам расчета

В контрольных точках схемы было проведено сравнение полных давлений, полученных моделированием и измеренных экспериментально. В таблице 11 приведены значения относительных погрешностей в соответствующих контрольных точках подсистемы наддува для проведенного расчета.

Таблица 11 — Значения относительных погрешностей полных давлений в контрольных точках подсистемы наддува

№ контрольной точки	Δ , %	№ контрольной точки	Δ , %
1	1,34	2	0,80
3	0,96	4	0,00
5	0,17	6	0,74
7	0,73	8	0,57
9	0,65	10	0,59
11	0,69	12	1,10
13	1,23	14	1,06
15	1,09	16	1,35
17	0,79	18	0,07
19	1,84	20	0,80
21	0,77	22	0,74
23	0,93	24	0,87
25	1,41		

Погрешность результатов моделирования относительно экспериментальных данных не превышает 2 %.

4.3 Моделирование топливной системы маневренного самолета

Успешное моделирование отдельных подсистем топливной системы самолета позволило построить полную модель топливной системы перспективного маневренного самолета, проектируемого ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого». Разработанная модель топливной системы содержит около 2500 конструкционных элементов: топливные баки, бачки-аккумуляторы, различные виды магистральных элементов, насосы, управляющую арматуру, а также логические элементы, моделирующие электрическую часть автоматики топливной системы. Общий вид модели топливной системы, построенной в программном комплексе «FlowDesigner» представлен на рисунке 4.8.





Построенная модель топливной системы исследовалась в различных режимах функционирования.

В качестве первого численного эксперимента проводился нестационарный расчет, моделирующий работу топливной системы в режиме заправки топливом. Целью расчета является определение порядка и времени полной заправки баков топливом. В качестве референсных данных выступают зависимости уровня топлива в баке от времени, полученные теоретически и экспериментально. В результате расчета были получены распределения значений давления и расходов

на каждом элементе схемы, а также запасы топлива в топливных баках во всем временном диапазоне моделирования работы топливной системы.

На рисунке 4.9 представлены графики изменения безразмерной массы топлива от времени в первом и втором топливных баках, полученные в результате моделирования работы топливной системы в режиме заправки топливом, в сравнении с теоретическими и экспериментальными данными.



Рисунок 4.9 — Изменение безразмерной массы m^* топлива от времени полета t^* в баках 1 (а) и 2 (б) в режиме заправки: результаты моделирования (—), экспериментальные данные (—), теоретические данные (---)

На рисунке 4.10 представлены аналогичные данные для четвертого и пятого топливных баков.



Рисунок 4.10 — Изменение безразмерной массы m^* топлива от времени полета t^* в баках 4 (а) и 5 (б) в режиме заправки: результаты моделирования (—), экспериментальные данные (—), теоретические данные (---)

Для третьего топливного бака отсутствуют экспериментальные данные, поэтому на рисунке 4.11 показан график изменения обезразмеренной массы топлива от времени в третьем топливном баке, полученных в результате моделирования работы топливной системы в режиме заправки топливом, по сравнению только с теоретическими данными.



Рисунок 4.11 — Изменение безразмерной массы m^* топлива от времени полета t^* в баке 3 в режиме заправки: результаты моделирования (—), теоретические данные (---)

Полученные отклонения по результатам моделирования от теоретических и экспериментальных данных можно связать с некоторыми упрощениями, которые были приняты при проектировании гидравлической модели топливной системы. В целом порядок заправки топливных баков хорошо соотносится с референсными данными. Полученные результаты позволяют сделать вывод о корректности поведения полной гидравлической модели топливной системы, а также элементов, моделирующих электрическую часть управляющей автоматики топливной системы в режиме заправки топливом.

В качестве второго численного эксперимента проводился нестационарный расчет, моделирующий работу топливной системы в крейсерском режиме. Исходными данными выступали зависимости суммарного мгновенного расхода топлива силовыми установками от времени полета. Пример такой характеристики показан на рисунке 4.12.

Математические модели силовых установок были реализованы с помощью граничных элементов, на которых фиксируется заданное значение мгновенного массового расхода топлива и технологии пользовательского программирования,



Рисунок 4.12 — Зависимость безразмерного суммарного мгновенного расхода q^* топлива силовой установкой от времени t^*

позволившей задать исходную характеристику потребления топлива в зависимости от времени полета. В качестве референсных данных выступают значения датчиков расхода топлива, установленных в различных частях топливной системы. В результате расчета были получены распределения значений давления и расходов на каждом элементе схемы, а также запасы топлива в топливных баках на всем временном диапазоне моделирования работы топливной системы.

На рисунке 4.13 показаны безразмерные референсные значения мгновенного расхода с датчиков Д1, Д2 в контрольные моменты времени и соответствующие значения, полученные по результатам моделирования работы топливной системы в крейсерском режиме.



Рисунок 4.13 — Безразмерные значения q^{*} датчиков расхода Д1 (а) и Д2 (б) на моменты времени t^{*}: • – результаты моделирования, • – экспериментальные данные

120

Аналогичные безразмерные данные с датчиков Д3 и Д4 представлены на рисунке 4.14.



Рисунок 4.14 — Безразмерные значения q^{*} датчиков расхода Д3 (а) и Д4 (б) на моменты времени t^{*}: — – результаты моделирования, о – экспериментальные данные

Полученные по результатам моделирования значения хорошо согласуются с исходными данными. Максимальное отклонение от экспериментальных данных мгновенного потребления топлива не превышает 4,3 %. Среднее отклонение от экспериментальных данных составило 1,7 %, что является очень хорошим результатом для такого класса задач. Таким образом, по результатам расчета можно сделать вывод, что результаты моделирования полной гидравлической модели топливной системы в крейсерской конфигурации хорошо согласуются с референсными данными.

Разработанная полная модель топливной системы перспективного маневренного самолета используется ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» для проведения расчетных исследований более сложных режимов полета, включая различные аварийные ситуации.

Помимо представленных в данном параграфе результатов, с помощью программного комплекса «FlowDesigner» были успешно проведены расчетные исследования моделей топливных систем объектов СУ-57 и Охотник-Б, проектируемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого», что подтверждается актом, представленным в приложении Б. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися аналитическими и экспериментальными данными. Планируется дальнейшее использование программного комплекса «FlowDesigner» при разра-

ботке перспективных образцов летательных аппаратов, разрабатываемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого».

4.4 Моделирование работы гидравлического стенда

В ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» имеется гидравлический стенд, представляющий из себя макет части гидравлической системы маневренного самолета [104], фрагмент схемы которого приведен на рисунке 4.15.



Рисунок 4.15 — Фрагмент схемы гидравлического стенда: всасывающая магистраль (слева); линия слива (справа)

На данном стенде исследуется различные, в том числе нештатные, режимы работы гидравлической системы самолета, например, возникновение явления кавитации.

Кавитация – процесс парообразования и последующего схлопывания пузырьков пара с одновременным конденсированием пара в потоке жидкости, сопровождающийся шумом и гидравлическими ударами, образование в жидкости полостей (кавитационных пузырьков, или каверн), заполненных паром самой жидкости. Кавитация возникает в результате местного понижения давления в жидкости, которое может происходить либо при увеличении ее скорости (гидродинамическая кавитация), либо при прохождении акустической волны большой интенсивности во время полупериода разрежения (акустическая кавитация), существуют и другие причины кавитации. Перемещаясь с потоком в область с более высоким давлением или во время полупериода сжатия, кавитационный пузырек схлопывается, излучая при этом ударную волну [105]. С проблемой возникновения и развития кавитации сталкиваются при рассмотрении широкого круга вопросов, связанных с течением жидкости: от проектирования средств передвижения в воде с большими скоростями, насосов, турбин, стенок рабочих участков гидродинамических труб, клапанов, жиклеров до исследования тока крови в сосудах. Явление кавитации в гидравлических системах может сопровождаться рядом неблагоприятных эффектов, таких как шум, эрозия, вибрация, увеличение потерь энергии, уменьшение КПД [106]. Возникновение кавитационных явлений в топливных системах самолетов может привести к нарушению герметичности элементов трубопроводов, что в свою очередь может иметь очень тяжелые последствия, вплоть до потери самолета.

Для исследования возможных причин возникновения кавитационных явлений необходимо обеспечить возможность численного воспроизведение процессов, являющихся их предпосылками. В частности, одной из предпосылок к возникновению кавитации является локальное падение давления ниже давления насыщенных паров. Поэтому необходимо получить подробное пространственное распределение параметров течения в объеме исследуемого элемента трубопровода, что невозможно обеспечить посредством только 1D моделирования. Оптимальным подходом для решения такой задачи является численное исследование гибридной 1D-3D модели.

Целью данного численного эксперимента является разработка и верификация гибридной 1D-3D модели гидравлического стенда для последующего анализа возможных предпосылок к возникновению кавитационных явлений.

В программном комплексе «FlowDesigner» была построена модель гидравлического стенда, которая состоит из 75 конструктивных элементов. Фрагмент модели гидравлического стенда в программном комплексе «FlowDesigner» представлен на рисунке 4.16.

В качестве верификационного был выбран режим при скачкообразном изменении расхода в линии слива (рис. 4.16 справа) в диапазоне: 38 — 135 л/мин. Данный режим исследуется на гидравлическом стенде с целью выявления причин возникновения кавитационной эрозии [104] в магистрали всасывания (рис. 4.16 слева). Данный участок представляет собой трубопровод со сложной геометрией, сеточная модель которого представлена на рисунке 4.17. Течение на данном участке моделировалось в трехмерной постановке с использованием ПП ЛОГОС. Данному участку соответствует конструктивный элемент «3D» фрагмента гидравлического стенда, показанный на рисунке 4.16.



Рисунок 4.16 — Фрагмент гидравлического стенда в программном комплексе «FlowDesigner»



Рисунок 4.17 — Фрагмент всасывающей магистрали, моделируемый в трехмерном приближении

В соответствии с методикой, изложенной в главе 1, был проведен нестационарный расчет гибридной 1D-3D модели. В качестве граничных условий в трехмерной области на входе задавался массовый расход, на выходе – давление, получаемые из одномерной области. В одномерную область передавался рассчитанный перепад давления на трехмерном участке. Шаг по времени был переменным и определялся исходя из условий: первое – шаг по времени не превышает четверти периода колебаний, второе – шаг по времени удовлетворял числу Куранта CFL < 1 во всех ячейках трехмерной модели, посчитанному для скорости распространения волн.

При моделировании задачи были приняты следующие допущения. Амплитуда колебаний расхода для насоса составляет 0,75 % в идеальном случае, реальная амплитуда колебаний может быть заметно выше. Частота колебания расхода составляет 630 Гц, и соответствует частоте вращения вала насоса 4200 об/мин.

С экспериментом сравнивается значение давления на входе в магистраль всасывания (датчик Д1(1) рис. 4.15 слева).

На рисунке 4.18 представлен график давления на входе в магистраль всасывания в сравнении с экспериментальными данными.



Рисунок 4.18 — Давление экспериментальное (—) и расчетное (—)

Формы кривых очень похожи, что свидетельствует как о корректности моделирования всего стенда в целом, так и о корректности представленной в главе 1 методики расчета гибридных 1D-3D моделей. Падение давление в момент роста объемного расхода в эксперименте составляет 0,43 кгс/см², в расчете – 0,45 кгс/см².

Моделирование магистрали всасывания в трехмерной постановке позволило получить пространственное распределение поля давления и скорости и профили давления и газосодержания вдоль оси трубопровода, которые показаны на рисунке 4.19.

Полученные при моделировании трехмерной области детализированные профили давления и газосодержания позволили проанализировать возможные



газосодержания α (б) вдоль оси трехмерного участка

предпосылки к возникновению кавитационных явлений [104]. По величине давления были сделаны выводы о том, что в штатных режимах работы отсутствуют условия для возникновения кавитации. В случае резонансного режима возможно возникновение кавитационных явлений. Однако такие режимы на практике не достигаются.

4.5 Заключение

В данной главе приведены результаты внедрения программного комплекса «FlowDesigner» в моделирование инженерных гидросистем самолетов. Представленные результаты численных экспериментов подтверждают, что разработанный программный комплекс позволяет успешно моделировать как отдельные подсистемы, так и полные модели топливных и гидравлических систем реальных летательных аппаратов в одномерной и гибридной 1D-3D постановках. Программный комплекс «FlowDesigner» внедрен в производственную практику ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого», что подтверждается актом № 1/04/01/4 от 12.04.2019 г, представленным в приложении Б. Имеющиеся функциональные возможности позволяют успешно применять программный комплекс «FlowDesigner» для имитационного моделирования работы топливных и гидравлических систем самолетов. Планируется его дальнейшее использование при разработке перспективных образцов летательных аппаратов, разрабатываемых ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого». Содержание главы опубликовано в

126

работах [31; 32; 34]. Результаты главы были представлены в докладах на конференциях [35-38; 46].

По данному направлению диссертант принимал непосредственное участие в проведении представленных в данной главе численных экспериментов. Совместно с коллегами из ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» формулировались постановки задач, проводились отладочные расчеты и формулировались критерии оценки получаемых результатов.

Заключение

В диссертации представлена методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах Численный метод расчета одномерной модели сводится к решению серии СЛАУ с разреженной матрицей общего вида и обеспечивает неявную связь расходов и давлений в узлах системы, позволяя моделировать динамику гидравлических процессов при ламинарном и турбулентном режимах течения в разветвленной сети трубопроводов, без учета теплообмена с внешней средой. Математические модели отдельных конструктивных элементов основаны на их эмпирических характеристиках. Получение пространственного распределения характеристик течения в трехмерной модели основывается на численном решении системы уравнений Навье—Стокса с использованием алгоритма SIMPLE. Метод расчета гибридных 1D-3D моделей основывается на организации итерационной процедуры обмена общими граничными условиями между разномасштабными областями с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области. На основе представленной методики был разработан и реализован кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner», позволяющий проводить полный цикл моделирования гидравлических систем. Расчет гибридных моделей выполняется совместно с ПП ЛОГОС. Представленный в диссертации многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора глобального уровня» реализован в рамках ПП ЛОГОС и используется для ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений в высокопараллельном режиме. Приведенные в диссертации результаты численных экспериментов подтверждают, что программный комплекс «FlowDesigner» позволяет успешно моделировать промышленно-ориентированные задачи авиастроения с использованием полностью одномерных и гибридных 1D-3D моделей.

Основные результаты работы заключаются в следующем.

- Разработана методика гибридного 1D-3D моделирования гидродинамических течений, основанная на итерационной процедуре обмена общими граничными условиями между разномасштабными областями с учетом восстановления картины развитого течения в трехмерной области.
- 2. Разработан и реализован в рамках ПП ЛОГОС многосеточный метод решения СЛАУ с использованием алгоритма «каскадного сбора

глобального уровня» для ускорения трехмерного моделирования гидродинамических течений в высокопараллельном режиме.

- Разработан кроссплатформенный программный комплекс «FlowDesigner» одномерного моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах с возможностью совместного с ПП ЛОГОС расчета гибридных 1D-3D моделей.
- 4. Составлен минимальный базис задач верификации и приведены результаты верификации разработанных методов и алгоритмов.
- 5. Представлены результаты численного моделирования промышленноориентированных задач авиастроения и внедрения разработанного программного комплекса «FlowDesigner» в практическую деятельность по разработке перспективных образцов летательных аппаратов.

По теме диссертации опубликовано 28 печатных работ, из них 9 [18; 31—34; 39; 44; 45; 72] – статьи в изданиях, рекомендованных ВАК, 12 [35—38; 40—43; 46—48; 73] – в материалах международных и российских конференций. Получено 6 свидетельств о государственной регистрации программ для ЭВМ (см. приложение А), а также акт о внедрении разработанного программного комплекса «FlowDesigner» № 1/04/01/4 от 12.04.2019 г., утвержденный первым заместителем генерального директора ПАО «Компания «Сухой» – директором ОКБ Сухого – директором и главным конструктором программы ПАК – ПМИ, представленный в приложении Б.

В заключение автор выражает благодарность и большую признательность научному руководителю А.С. Козелкову за поддержку и научное руководство. Также автор благодарит коллег из ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» за обсуждение и помощь в подготовке итоговых результатов, предоставленных в настоящей диссертации.

Публикации автора по теме диссертации

В журналах из Перечня ВАК РФ и/или из МСЦ (Scopus, Web of Science)

- СВ1. Козелков А. С., Курулин В. В., Лашкин С. В., Шагалиев Р. М., Ялозо А. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2016. Т. 56, № 8. С. 1524—1535. (0,8 п. л. / 0,2 п. л.) (ВАК, Scopus, Web of Science) (Предложена методика ускорения расчета индустриальных задач с использованием многосеточных технологий. Проведено исследование эффективности предложенного подхода.)
- СВ2. Лашкин С. В., Козелков А. С., Мелешкина Д. П., Ялозо А. В., Тарасова Н. В. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // Математическое моделирование. 2016. Т. 28, № 6. С. 64—76. (0,8 п. л. / 0,15 п. л.) (ВАК, Scopus) (Проведено сравнение эффективности разделенного и совмещенного SIMPLE алгоритмов при моделировании турбулентных течений.)
- СВЗ. Лашкин С. В., Козелков А. С., Ялозо А. В., Герасимов В. Ю., Зеленский Д. К. Исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительная механика сплошных сред. 2016. Т. 9, № 3. С. 298—315. (1,1 п. л. / 0,3 п. л.) (ВАК, Scopus) (Описаны особенности и проведено исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE.)
- СВ4. Emelyanov V. N., Karpenko A. G., Kozelkov A. S., Teterina I. V., Volkov K. N., Yalozo A. V. Analysis of impact of general-purpose graphics processor units in supersonic flow modeling // Acta Astronautica. — 2017. — Vol. 135. — Р. 198—207. — (0,6 п. л. / 0,15 п. л.) (Scopus) (Приведены результаты адаптации алгоритмов решения уравнений Навье-Стокса на произвольных неструктурированных сетках для эффективной реализации на ЭВМ гибридной архитектуры.)

- СВ5. Волков К. Н., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В. Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. 2017. Т. 57, № 12. С. 2079—2097. (1,2 п. л. / 0,7 п. л.) (ВАК, Scopus, Web of Science) (Предложен алгоритм повышения масштабируемости многосеточного метода для численного решения уравнений Навье–Стокса на неструктурированных сетках.)
- СВ6. Ялозо А. В., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю., Корнев А. В., Матерова И. Л., Левченко Е. А. [и др.]. Математическое моделирование работы топливной системы самолета // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». 2018. № 6. С. 12—24. (0,8 п. л. / 0,5 п. л.) (ВАК) (Предложена методика моделирования течений сжимаемых и несжимаемых сред в одномерном приближении, основанная на использовании основных законов сохранения и эмпирических характеристиках гидравлических элементов. Проведена верификация разработанной методики на задачах моделирования топливной системы самолета.)
- СВ7. Ялозо А. В., Козелков А. С., Курулин В. В., Матерова И. Л., Корнев А. В., Стрелец Д. Ю. Моделирование систем разветвленных трубопроводов // Математическое моделирование. — 2018. — Т. 30, № 10. — С. 123—138. — (1,0 п. л. / 0,6 п. л.) (ВАК, Scopus) (Предложена методика моделирования работы разветвленных трубопроводов, ориентированная на расчеты систем, состоящих из большого количества гидравлических элементов. Описаны математические модели элементов трубопроводов и их применение в рамках программного комплекса «FlowDesigner».)
- СВ8. Ялозо А. В. Гибридный метод математического моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. — 2019. — 3(126). — С. 57—66. — (0,7 п. л.) (ВАК) (Предложен гибридный метод математического моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах и приведены результаты его верификации на серии численных экспериментов.)
- СВ9. **Ялозо** А. В., Козелков А. С., Куркин А. А., Курулин В. В., Матерова И. Л., Уткин Д. А. Методика связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики // Математическое

Моделирование. — 2019. — Т. 31, № 12. — С. 3—20. — (1,1 п. л. / 0,8 п. л.) (ВАК, Scopus) (Представлена методика связанного 1D-3D моделирования задач вычислительной гидродинамики и ее реализация в программном комплексе «FlowDesigner» и ПП ЛОГОС.)

В сборниках трудов конференций

- ТК1. Ялозо А. В., Козелков А. С. Разработка программного комплекса моделирования работы топливной системы реактивного самолета // Сборник материалов IV Всероссийской молодежной научно-инновационная школы «Математика и математическое моделирование». — Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2010. — С. 270.
- ТК2. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Полищук С. Н., Лашкин С. В., Жучков Р. Н. [и др.]. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассапереноса на супер-эвм // Тезисы «XIV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование». — Саров, 2012. — С. 108.
- ТКЗ. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Курулин В. В., Ялозо А. В. [и др.]. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Тезисы «XV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование». — Саров, 2014. — С. 82—83.
- ТК4. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Лашкин С. В., Ялозо А. В., Денисова О. В. Актуальные проблемы высокопроизводительных вычислений в индустриальных приложениях // Сборник докладов конференции «Суперкомпьютерные технологии в промышлености», ФГУП «Крыловский Государственный Научный Центр». — Санкт-Петербург, 2014. — С. 16—24.
- ТК5. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Курулин В. В., Ялозо А. В. [и др.]. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Тезисы «Третий Национальный Суперкомпьютерный Форум». — Переславль-Залесский, 2014. — С. 165.

- ТК6. Ялозо А. В., Козелков А. С., Силаев Д. П., Лашкин С. В. Реализация алгоритма каскадного сбора глобального уровня в многосеточном решателе пакета программ ЛОГОС // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XV Межд. Конф. Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015. С. 496—502.
- ТК7. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Ялозо А. В., Лашкин С. В. Проблемы использования суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Сборник трудов семинара «Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования». — Россия, Таруса, 2015. — С. 133—150.
- ТК8. Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Сборник докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Казань, 2015. — С. 1853—1855.
- ТК9. Девятайкин В. П., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В., Курулин В. В. Реализация специализированного формата хранения матриц СЛАУ для ускорения вычислений задач гидродинамики на ЭВМ с гибридной архитектурой // Сборник материалов XI Всероссийской молодежной научно-инновационной школы «Математика и математическое моделирование». Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2017. С. 85—86.
- ТК10. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Герасимов В. Ю., Лапенков И. Н. [и др.]. Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Тезисы докладов XXI Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посв. памяти К. И. Бабенко (Дюрсо, 5–11 сентября, 2016). — М. : Ин-т прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2016. — С. 58—59.
- ТК11. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Герасимов В. Ю. Математическое моделирование работы топливных систем

самолетов // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XVI Межд. Конф. — Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2017. — С. 344—349.

ТК12. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Корнев А. В., Лапенков И. Н. [и др.]. Разработка инженерного программного обеспечения в интересах проектирования топливной системы самолета // Цифровые средства производства инженерного анализа: Сб. материалов Первой всерос. конф. с междунар. участием. — Тула : Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2017. — С. 171—182.

В прочих изданиях

С1. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Циберева Ю. А., Корнев А. В., Денисова О. В., Стрелец Д. Ю. [и др.]. Минимальный базис задач для валидации методов численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. — 2014. — 4 (104). — С. 21—69.

Свидетельства о регистрации

- СР1. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., **Ялозо А. В.** [и др.] Программа для ЭВМ «Программный продукт для моделирования работы топливной системы реактивного самолета» от 14.12.2010 № 2010618045.
- СР2. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полииук С. Н., **Ялозо А. В.** [и др.] Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 4.0» от 25.07.2012 № 2012616677.
- СРЗ. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полииук С. Н., **Ялозо А. В.** [и др.] Программа для ЭВМ «Пакет программ «ЛОГОС», версия 5.0» от 20.02.2017 № 2017612306.
- СР4. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полииук С. Н., Ялозо А. В. [и др.] Программа для ЭВМ «Программный модуль пакета программ «ЛОГОС» для моделирования аэрогидродинамики и теплопереноса (ЛОГОС-ТМП), версия 2016» от 11.01.2018 № 2018610488.
- СР5. *Козелков А. С., Ялозо А. В.* [и др.] Программа для ЭВМ «Программа для имитационного моделирования работы топливной системы маневренно-го самолета» от 06.02.2018 № 2018611749.
- СР6. Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С. Зеленский Д. К., Глазунов В. А., Полииук С. Н., **Ялозо А. В.** [и др.] Программа для ЭВМ «Программный модуль пакета программ «ЛОГОС» для моделирования аэрогидродинамики и теплопереноса (ЛОГОС-ТМП), версия 2017» от 30.01.2019 № 2019611655.

Акты о внедрении

АВ1. Акт о внедрении программного комплекса «FlowDesigner» в ПАО «Компания «Сухой» «ОКБ Сухого» № 1/04/01/4 от 12.04.2019 г.

Список литературы

- 1. Погосян М. А., Савельевских Е. П., Шагалиев Р. М., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю., Рябов А. А. [и др.]. Применение отечественных суперкомпьютерных технологий для создания перспективных образцов авиационной техники // Журнал ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2013. — № 2. — С. 3—17.
- Савельевских Е. П., Шагалиев Р. М., Стрелец Д. Ю., Козелков А. С., Корнев А. В. Применение суперкомпьютерных технологий для решения актуальных задач проектирования новых образцов авиационной техники // Научно-технический журнал «Наука и технологии в промышленности». — 2014. — № 1/2. — С. 71—82.
- 3. *Меренков А. П., Хасилев В. Я*. Теория гидравлических цепей. М. : Наука, 1985. С. 279.
- Cross H. Analysis of flow in networks of conduits or conductors // Engineering Experiment Station, University of Illinois. 1936. P. 38.
- 5. Jeppson R. W. Steady Flow Analysis of Pipe Networks: An Instructional Manual : tech. rep. / Utah State University. 1974.
- 6. *Todini E.*, *Pilati S.* A gradient method for the solution of looped pipe networks // Comput. Appl. Water Supply. — 1988. — No. 1. — P. 1—20.
- Coelho B., Andrade-Campos A. Efficiency achievement in water supply systems – A review // Renewable and Sustainable Energy Reviews. – 2014. – Vol. 30. – P. 59–84.
- 8. *Ateş S.* Hydraulic modelling of control devices in loop equations of water // Flow Measurement and Instrumentation. 2017. Vol. 53. P. 243—260.
- Ormsbee L. E. The History of Water Distribution Network Analysis: The Computer Age // 8th Annual Water Distribution Systems Analysis Symposium. — Cincinnati, Ohio, USA, 2006.
- Епифанов С. П., Новицкий Н. Н., Фролов В. П. Трубопроводные системы энергетики. Управление развитием и функционированием. — Новосибирск : Наука, 2004.

- Muranho J., Ferreira A., Sousa J., Gomes A., Marques A. S. Convergence issues in the EPANET solver // Procedia Engineering 119. – 2015. – P. 700–709.
- Betelin V. B., Shagaliev R. M., Aksenov S. V., Belyakov I. M., Deryuguin Y. N., Kozelkov A. S., [et al.]. Mathematical simulation of hydrogen-oxygen combustion in rocket engines using LOGOS code // Acta Astronautica. — 2014. — Vol. 96. — P. 53—64.
- Сафронов А. В., Дерюгин Ю. Н., Жучков Р. Н., Зеленский Д. К., Саразов А. В., Козелков А. С. [и др.]. Результаты валидации многофункционального пакета программ ЛОГОС при решении задач аэрогазодинамики старта и полета ракет-носителей // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, № 9. — С. 83—95.
- Козелков А. С., Корнев А. В., Стрелец Д. Ю., Танненберг И. А., Останко А. А. Расчетные исследования аэродинамических характеристик сверхзвукового самолета на крейсерских режимах полета // Общерос-сийский научно-технический журнал «Полет». 2017. № 6. С. 17—21.
- Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкостей в двух томах. — М. : Мир, 1991.
- Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Козелков А. С., Емельянов В. Н., Тетерина И. В. Разностные схемы в задачах газовой динамики на неструктурированных сетках. – М. : Физматлит, 2014. – С. 416.
- Козелков А. С., Мелешкина Д. П., Куркин А. А., Тарасова Н. В., Лашкин С. В., Курулин В. В. Полностью неявный метод решения уравнений Навье-Стокса для расчета многофазных течений со свободной поверхностью // Вычислительные технологии. 2016. Т. 21, № 5. С. 54—76.
- Лашкин С. В., Козелков А. С., Мелешкина Д. П., Ялозо А. В., Тарасова Н. В. Моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости разделенным и совмещенным алгоритмом типа SIMPLE // Математическое моделирование. — 2016. — Т. 28, № 6. — С. 64—76.
- Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н., Карпенко А. Г., Козелков А. С., Тетерина И. В. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. М. : Физматлит, 2013. С. 536.

- Formaggia L., Gerbeau J. F., Nobile F., Quarteroni A. On the coupling of 3D and 1D Navier-Stokes equations for flow problems in compliant vessels // Comput. Methods Appl. Mech. Engrg. - 2001. - Vol. 191. -P. 561-582.
- Lu P., Gao Q., Wang Y. The simulation methods based on 1D/3D collaborative computing for the vehicle integrated thermal management // Applied Thermal Engineering. 2016. Vol. 104. P. 42—53.
- Pang S. C., Kalam M. A., Masjuki H. H., Hazrat M. A. A review on air flow and coolant flow circuit in vehicles' cooling system // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2012. — No. 55. — P. 6295—6306.
- Dobroserdova T. K., Olshanskii M. A. A finite element solver and energy stable coupling for 3D and 1D fluid models // Comp ut. Methods Appl.Mech.Engrg. 2013. Vol. 259. P. 166-176.
- Peng W., Yun Z., Zhengping Z., Lei Q., Zhixiang Z. A novel multi-fidelity coupled simulation method for flow systems // Chinese Journal of Aeronautics. 2013. Vol. 26(4). P. 868-875.
- 25. Miller D. S. Internal Flow System. Miller Innovations, 1990.
- 26. Jere W. Amesim. Equ Press, 2011.
- 27. Дьяконов В. П. Simulink 4. М. : Солон-ПРЕСС, 2004.
- 28. *Герман-Галкин С. Г.* Matlab и Simulink. Проектирование мехатронных систем на ПК. Санкт-Петербург : КОРОНА-Век, 2008.
- Карташов Б. А., Щекатуров А. М., Козлов О. С., Шабаев Е. А. Среда динамического моделирования технических систем SimInTech. — М. : ДМК Пресс, 2017. — С. 424.
- Gao Z., Song D. Research of Aircraft Fuel System Feeding Failure Based on Flowmaster Simulation // Part of the Lecture Notes in Electrical Engineering (LNEE). - 2014. - Vol. 296. - P. 45-52.
- 31. Ялозо А. В., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю., Корнев А. В., Матерование работы ва И. Л., Левченко Е. А. [и др.]. Математическое моделирование работы топливной системы самолета // Общероссийский научно-технический журнал «Полет». — 2018. — № 6. — С. 12—24.

- Ялозо А. В., Козелков А. С., Курулин В. В., Матерова И. Л., Корнев А. В., Стрелец Д. Ю. Моделирование систем разветвленных трубопроводов // Математическое моделирование. — 2018. — Т. 30, № 10. — С. 123—138.
- 33. Ялозо А. В. Гибридный метод математического моделирования гидродинамических течений в инженерных гидросистемах // Труды НГТУ им. Р.Е. Алексеева. – 2019. – 3(126). – С. 57–66.
- 34. Ялозо А. В., Козелков А. С., Куркин А. А., Курулин В. В., Матерова И. Л., Уткин Д. А. Методика связанного моделирования одномерных и трехмерных задач вычислительной гидродинамики // Математическое Моделирование. 2019. Т. 31, № 12. С. 3—20.
- 35. Ялозо А. В., Козелков А. С. Разработка программного комплекса моделирования работы топливной системы реактивного самолета // Сборник материалов IV Всероссийской молодежной научно-инновационная школы «Математика и математическое моделирование». — Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2010. — С. 270.
- 36. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Герасимов В. Ю., Лапенков И. Н. [и др.]. Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Тезисы докладов XXI Всероссийской конференции и Молодежной школы-конференции «Теоретические основы конструирования численных алгоритмов и решение задач математической физики», посв. памяти К. И. Бабенко (Дюрсо, 5–11 сентября, 2016). — М. : Ин-т прикладной математики им. М.В. Келдыша, 2016. — С. 58—59.
- 37. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Герасимов В. Ю. Математическое моделирование работы топливных систем самолетов // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XVI Межд. Конф. — Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2017. — С. 344—349.
- 38. Ялозо А. В., Матерова И. Л., Курулин В. В., Козелков А. С., Корнев А. В., Лапенков И. Н. [и др.]. Разработка инженерного программного обеспечения в интересах проектирования топливной системы самолета // Цифровые средства производства инженерного анализа: Сб. материалов

Первой всерос. конф. с междунар. участием. — Тула : Изд-во Тул. гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2017. — С. 171—182.

- 39. Волков К. Н., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В. Параллельная реализация алгебраического многосеточного метода для решения задач динамики вязкой несжимаемой жидкости // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2017. — Т. 57, № 12. — С. 2079—2097.
- 40. Ялозо А. В., Козелков А. С., Силаев Д. П., Лашкин С. В. Реализация алгоритма каскадного сбора глобального уровня в многосеточном решателе пакета программ ЛОГОС // Супервычисления и математическое моделирование. Труды XV Межд. Конф. Саров : ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015. С. 496—502.
- Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Лашкин С. В., Ялозо А. В., Денисова О. В. Актуальные проблемы высокопроизводительных вычислений в индустриальных приложениях // Сборник докладов конференции «Суперкомпьютерные технологии в промышлености», ФГУП «Крыловский Государственный Научный Центр». — Санкт-Петербург, 2014. — С. 16—24.
- Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Курулин В. В., Ялозо А. В., Лашкин С. В. Проблемы использования суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Сборник трудов семинара «Вычислительные технологии в естественных науках. Методы суперкомпьютерного моделирования». — Россия, Таруса, 2015. — С. 133—150.
- 43. Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Сборник докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Казань, 2015. — С. 1853—1855.
- 44. Козелков А. С., Курулин В. В., Лашкин С. В., Шагалиев Р. М., Ялозо А. В. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных при-

ложениях // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2016. — Т. 56, № 8. — С. 1524—1535.

- 45. Лашкин С. В., Козелков А. С., Ялозо А. В., Герасимов В. Ю., Зеленский Д. К. Исследование эффективности параллельной реализации алгоритма SIMPLE на многопроцессорных ЭВМ // Вычислительная механика сплошных сред. — 2016. — Т. 9, № 3. — С. 298—315.
- 46. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Зеленский Д. К., Полищук С. Н., Лашкин С. В., Жучков Р. Н. [и др.]. Многофункциональный пакет программ ЛОГОС для расчета задач гидродинамики и тепломассапереноса на супер-эвм // Тезисы «XIV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование». — Саров, 2012. — С. 108.
- 47. Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Курулин В. В., Ялозо А. В. [и др.]. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Тезисы «XV Международная конференция «Супервычисления и математическое моделирование». — Саров, 2014. — С. 82—83.
- Козелков А. С., Шагалиев Р. М., Денисова О. В., Дерюгин Ю. Н., Курулин В. В., Ялозо А. В. [и др.]. Исследование потенциала суперкомпьютеров для масштабируемого численного моделирования задач гидродинамики в индустриальных приложениях // Тезисы «Третий Национальный Суперкомпьютерный Форум». — Переславль-Залесский, 2014. — С. 165.
- 49. Ландау Л. Д., Лифшиц В. М. Гидродинамика. М. : Наука, 1988.
- 50. Скворцов А. В., Сарычев Д. С. Моделирование элементов трубопроводов // Изв. вузов. Физика. — 2002. — № 2. — С. 57—63.
- 51. *Идельчик И. Е.* Справочник по гидравлическим сопротивлениям. М. : Машиностроение, 1992. С. 672.
- Селезнев В. Е., Алешин В. В., Прялов С. Н. Математическое моделирование трубопроводных сетей и каналов. Методы, модели и алгоритмы. М. : МАКС Пресс, 2007. С. 695.
- 53. *Гуревич Д.* Ф. Трубопроводная арматура. Справочное пособие. Л. : Машиностроение, 1981.

- 54. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Лашкин С. В., Силаев Д. П., Симонов П. Г., Тятюшкина Е. С. Реализация метода расчета вязкой несжимаемой жидкости с использованием многосеточного метода на основе алгоритма SIMPLE в пакете программ ЛОГОС // Вопросы атомной науки и техники. Математическое моделирование физических процессов. – 2013. – № 4. – С. 44–56.
- 55. Allen E., Burns J., Gilliam D., Hill J., Shubov V. The Impact of Finite Precision Arithmetic and Sensitivity on the Numerical Solution of Part ial Different ial Equations // Mathematical and Computer Modelling. — 2002. — No. 35. — P. 1165—1196.
- 56. *Lipschutz S., Lipson M.* Schaum's Outlines: Linear Algebra. Delhi : Tata McGraw-hill edition, 2001. P. 69—80.
- 57. *Каханер Д., Моулер К., Нэш. С.* Численные методы и программное обеспечение. М. : Мир, 2001. С. 575.
- 58. Волков Е. А. Численные методы. М. : Физматлит, 2003.
- 59. *Прасолов В. В.* Задачи и теоремы линейной алгебры. : Наука, 1996. 304 с. М. : Наука, 1996. С. 304.
- 60. Самарский А. А., Гулин А. В. Численные методы: Учеб. пособие для вузов. — М. : Наука, 1989.
- Ates S. Hydraulic modelling of closed pipes in loop equations of water distribution networks // Applied Mathematical Modelling. — 2016. — No. 40. — P. 966—983.
- 62. Giustolisi O., Moosavian N. Testing linear solvers for global gradient algorithm // Journal of Hydroinformatics. 2014. Sept. No. 16.5. P. 1178—1193.
- 63. *Ferziger J. H.*, *Peric M.* Computational Method for Fluid Dynamics. New York : Springer-Verlag, 2002. P. 310.
- 64. Jarrin N., Prosser R., Uribe J. et al. Reconstruction of turbulent fluctuations for hybrid RANS/LES simulations using a Synthetic-Eddy Method // International Journal of Heat and Fluid Flow. 2009. Vol. 30, no. 3. P. 435—442.

- Jasak H. Error Analysis and Estimation for the finite volume method with applications to fluid flows : tech. rep. / Department of Mechanical Engineering, Imperial College of Science. — 1996.
- 66. Volkov K. N., Kozelkov A. S., Lashkin S. V., Tarasova N. V., Yalozo A. V. A Parallel Implementation of the Algebraic Multigrid Method for Solving Problems in Dynamics of Viscous Incompressible Fluid // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2017. Vol. 57, no. 12. P. 2030—2046.
- 67. Дуглас К. Сети ТСР/IР, том 1. Принципы, протоколы и структура. М. : «Вильямс», 2003. С. 880.
- Козелков А. С., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С., Куркин А. А., Легчанов М. А., Циберева Ю. А. Исследование применения RANS моделей турбулентности для расчета неизотермических течений с низкими числами Прандтля // Известия РАН Механика жидкости и газа. 2015. № 4. С. 44—58.
- Козелков А. С., Куркин А. А., Крутякова О. Л., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С. Зонный RANS–LES подход на основе алгебраической модели рейнольдсовых напряжений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2015. — № 5. — С. 24—33.
- Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N., Tyatyushkina E. S., Kurulin V. V., Tarasova N. V. Landslide-type tsunami modelling based on the Navier-Stokes Equations // Science of tsunami Hazards, Journal of Tsunami Society International. 2016. Vol. 35, no. 3. P. 106—144.
- Kozelkov A. S., Kurkin A. A., Pelinovsky E. N., Kurulin V. V., Tyatyushkina E. S. Numerical modeling of the 2013 meteorite entry in Lake Chebarkul, Russia // Nat. Hazards Earth Syst. Sci. – 2017. – Vol. 17. – P. 671–683.
- Emelyanov V. N., Karpenko A. G., Kozelkov A. S., Teterina I. V., Volkov K. N., Yalozo A. V. Analysis of impact of general-purpose graphics processor units in supersonic flow modeling // Acta Astronautica. — 2017. — Vol. 135. — P. 198—207.

- 73. Девятайкин В. П., Козелков А. С., Лашкин С. В., Ялозо А. В., Курулин В. В. Реализация специализированного формата хранения матриц СЛАУ для ускорения вычислений задач гидродинамики на ЭВМ с гибридной архитектурой // Сборник материалов XI Всероссийской молодежной научно-инновационной школы «Математика и математическое моделирование». — Саров : СарФТИ НИЯУ МИФИ, 2017. — С. 85—86.
- 74. Brandt A. Guide to multigrid development // Lect. Notes in Math. 1982. Vol. 960. P. 220–312.
- Stüben K., Trottenberg U. Multigrid methods: fundamental algorithms, model problem analysis and applications // Lecture Notes in Mathematics. – Berlin, 1982. – Vol. 960. – P. 1–176.
- Kozelkov A. S., Kurulin V. V., Lashkin S. V., Shagaliev R. M., Yalozo A. V. Investigation of Supercomputer Capabilities for the Scalable Numerical Simulation of Computational Fluid Dynamics Problems in Industrial Applications // Computational Mathematics and Mathematical Physics. — 2016. — Vol. 56, no. 8. — P. 1506—1516.
- 77. *Stűben K*. A review of algebraic multigrid // Journal of Computational and Applied Mathematics. 2001. Vol. 128, no. 1/2. P. 281—309.
- *Emden H. van, Meier-Yang U.* BoomerAMG: a parallel algebraic multigrid solver and preconditioner // Applied Numerical Mathematics. 2001. Vol. 41, no. 1. P. 155—177.
- 79. Жуков В. Т., Краснов М. М., Новикова Н. Д., Феодоритова О. Б. Параллельный многосеточный метод: сравнение эффективности на современных вычислительных архитектурах // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. — 2014. — № 31. — С. 22.
- Lin P., Bettencourt M., Domino S., Fisher T., Hoemmen M., Hu J., [et al.]. Towards extreme-scale simulations with next-generation Trilinos: a low Mach fluid application case study // Workshop on Large-Scale Parallel Processing (LSPP). — Phoeniz, AZ, USA, 2014. — P. 10.
- Weiss J. M., Maruszewski J. P., Smith W. A. Implicit solution of preconditioned Navier–Stokes equations using algebraic multigrid // AIAA Journal. — 1997. — Vol. 37, no. 1. — P. 29—36.
- 82. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. М. : Лаборатория Базовых Знаний, 2002.
- 83. Козелков А. С., Курулин В. В., Тятюшкина Е. С., Пучкова О. Л. Моделирование турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости на неструктурированных сетках с использованием модели отсоединенных вихрей // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, № 8. — С. 81—96.
- 84. Гергель В. П., Стронгин Р. Г. Основы параллельных вычислений для многопроцессорных вычислительных систем. — Нижний Новгород : ННГУ, 2000. — С. 121.
- 85. Козелков А. С., Дерюгин Ю. Н., Циберева Ю. А., Корнев А. В., Денисова О. В., Стрелец Д. Ю. [и др.]. Минимальный базис задач для валидации методов численного моделирования турбулентных течений вязкой несжимаемой жидкости // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2014. 4 (104). С. 21—69.
- Vogel J. C., Eaton J. K. Combined Heat Transfer and Fluid Dynamic Measurements Downstream of a Backward-Facing Step // Journal of Heat Transfer. — 1985, 1985. — Vol. 107. — P. 922—929.
- Lashkin S. V., Kozelkov A. S., Yalozo A. V., Gerasimov V. Y., Zelensky D. K. Efficiency Analysis of the Parallel Implementation of the SIMPLE Algorithm on Multiprocessor Computers // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2017. Vol. 58, no. 7. P. 1242—1259.
- 88. *Визгин В. П.* Развитие взаимосвязи принципов инвариантности с законами сохранения в классической физике. М. : Наука, 1972. С. 240.
- 89. Auslander D. M. Distributed system simulation with bilateral delay-line models // Journal of Basic Engineering. 1968. No. 90. P. 195—200.
- 90. Thorley A. R. D., Tiley C. H. Unsteady and transient flow of compressible fluids in pipelines a review of theoretical and some experimental studies // Heat and Fluid Flow. 1978. Vol. 8, no. 1. P. 3—15.

- Lee S.-K., Kim N.-S., Shin B.-S., Keum O.-H. Steady-State Analyses of Fluid Flow Characteristics for AFWS in PWR using Simplified CFD Methods // World Academy of Science, Engineering and Technology. — 2011. — No. 76.
- 92. Georgescu S.-C., Georgescu A.-M., Jumara A., Piraianu V.-F., Dunca G. Numerical Simulation of the Cooling Water System of a 115 MW Hydro-Power Plant // Energy Procedia. 2016. No. 85. P. 228—234.
- 93. Поносова Л. В., Черемных Д. Н., Каверин А. А., Ташлыкова Е. В. Расчет и моделирование системы трубопроводов в пакете Matlab Simulink Simscape // Фундаментальные исследования. 2014. Т. 11, № 7. С. 1507—1511.
- Jimenez J. F., Giron-Sierra J. M., Insaurralde C., Seminario M. A simulation of aircraft fuel management system // Simulation Modelling Practice and Theory. — 2007. — Vol. 5. — P. 544—564.
- 95. Tu Y., Lin G. P. Dynamic Simulation of Aircraft Environmental // Journal of Aircraft. – 2011. – T. 48, № 6. – C. 2031–2041.
- 96. Шлее М. Qt 5.3 Профессиональное программирование на C++. СПб. : «БХВ-Петербург», 2015. С. 928.
- 97. Гамма Э., Хелм Р., Джонсон Р., Влиссидес Д. Приемы объектно-ориентированного проектирования. Паттерны проектирования. — СПб. : Питер, 2007. — С. 366.
- AIAA. Guide for the Verification and Validation of Computational Fluid Dynamics Simulations. — G-077. — 1998 : American Institute of Aeronautics, Astronautics, 1998.
- 99. Козелков А. С., Куркин А. А., Шарипова И. Л., Курулин В. В., Пелиновский Е. Н., Тятюшкина Е. С. [и др.]. Минимальный базис задач валидации методов расчета течений со свободной поверхностью // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р.Е. Алексеева. 2015. 2 (109). С. 49—69.
- 100. Larock B. E., Jeppson R. W., Watters G. Z. Hydraulics of Pipeline Systems. CRC Press LLC, 2000.
- 101. *Уилкинсон У. И.* Неньютоновские жидкости. Гидромеханика, перемешивание, теплообмен. М. : Мир, 1964.

- 102. Корнеев В. М. Конструкция и основы эксплуатации летательных аппаратов. Конспект лекций. Ульяновск, 2006.
- 103. Бедретдинов И. А. Штурмовик Су-25 и его модификации. М. : ООО «Издательская группа «Бедретдинов и Ко», 2002. С. 400.
- 104. Курулин В. В., Козелков А. С., Локшин М. А., Стрелец Д. Ю., Корнев А. В., Стасенков В. А. [и др.]. Численное исследование причин возникновения кавитационной эрозии в трубопроводе сложной геометрической конфигурации // Сборник докладов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. — Казань, 2015. — С. 2215—2216.
- 105. Кнэпп Р., Дейли Д., Хэммит Ф. Кавитация. М. : Мир, 1974.
- 106. *Иванов А. Н.* Гидродинамика развитых кавитационных течений. Л. : Судостроение, 1980.

Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ



POCCHINCKAN DELLEPAULINI



<u>路路路路路路</u> 密

密

斑

密

路路

密

密

密

密

密

密

密

斑斑

密

斑斑

密

斑

密

斑

密

斑

斑

斑

斑

斑

斑

斑

斑

斑

斑

密

密

斑

密

密

斑

密

密

密

密

密

СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2012616677

Пакет программ «ЛОГОС», версия 4.0

Правообладатель(ли): Российская Федерация, от имени которой выступает Государственная корпорация по атомной энергии «Росатом» (RU), Федеральное государственное унитарное предприятие «Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики» - ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» (RU)

Автор(ы): (см. на обороте)

密密

密

密

斑

密

密路

斑

路路

密

密

密

密

密

密

斑

密

密

密

密

密

密

密

密

斑

密

斑

密

斑

斑

密



Заявка № **2012614388** Дата поступления **31 мая 2012 г.** Зарегистрировано в Реестре программ для ЭВМ **25 июля 2012 г.**

> Руководитель Федеральной службы по интеллектуальной собственности

Leeu

Б.П. Симонов







Nº 1/04/01/4 12.04.2019/9Kg

Акт о внедрении программного комплекса «FlowDesigner»

УТВЕРЖДАЮ

Первый заместитель генерального директора ПАО «Компания «Сухой» – директор ОКБ Сухого – директор программы – главный конструктор программы ПАК – ИМИ

Стрелец М.Ю. 2019 Est AKT

о внедрении программного комплекса «FlowDesigner»

Программный комплекс «FlowDesigner» (свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2018611749 от 06.02.2018 г., авторы: Козелков А.С., Ялозо А.В. и др.) был успешно внедрен и используется в ПАО «Компания «Сухой» ОКБ Сухого. В частности, с помощью данного программного комплекса были проведены расчетные исследования как отдельных подсистем, так и полномасштабных моделей топливных систем объектов Су-57 и Охотник-Б на различных режимах полета. Полученные результаты хорошо согласуются с имеющимися в ПАО «Компания «Сухой» ОКБ Сухого аналитическими и экспериментальными данными. Имеющиеся функциональные возможности позволяют успешно применять программный комплекс «FlowDesigner» для имитационного моделирования работы топливных систем летательных аппаратов.

Планируется дальнейшее использования программного комплекса «FlowDesigner» при разработке перспективных образцов летательных аппаратов, разрабатываемых в ПАО «Компания «Сухой» ОКБ Сухого.

Зам. директора ОКБ Сухого

Начальник НИО-9 – Начальник отдела 39

Главный конструктор НТЦ-СКТ – Начальник отдела ВВ В.Н. Попик

М.Д. Шварцман

А.В. Корнев