

На правах рукописи



Ненахов Евгений Валентинович

Динамические задачи теории теплового удара

Специальность 1.2.2 – Математическое моделирование, численные методы и
комплексы программ

Автореферат на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва – 2021

Работа выполнена на кафедре «Компьютерная математика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Научный руководитель:

Карташов Эдуард Михайлович

Заслуженный деятель науки РФ, доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Компьютерная математика» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)»

Официальные оппоненты:

Ломовской Виктор Андреевич

доктор физико-математических наук, профессор, заведующий лабораторией «Структурообразования в дисперсных системах» института физической химии и электрохимии им. А.Н. Фрумкина РАН

Валишин Анатолий Анатольевич

доктор физико-математических наук, профессор кафедры «Вычислительная математика и математическая физика» московского государственного технического университета им. Н. Э. Баумана

Ведущая организация:

НИУ МИЭТ «Институт физики и прикладной математики»

Защита состоится «30» декабря 2021 г. в 10 ч. 00 мин. на заседании диссертационного совета 24.2.327.02 федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет)» по адресу: 125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4 или на сайте <https://mai.ru>

Автореферат разослан « ____ » _____ 2021 г.

Учёный секретарь диссертационного совета к.ф.-м.н.

В.А. Рассказова

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Диссертация посвящена разработке методологии математического моделирования теплового удара на основе локально-неравновесного процесса переноса теплоты в твердых телах в терминах динамических задач обобщенной и классической термомеханики в условиях интенсивного температурного и теплового нагрева (охлаждения), нагрева (охлаждения) средой и действия внутренних источников теплоты.

Актуальность работы. Исследование стойкости к воздействию тепловых нагрузок составляет содержание проблемы термической прочности, актуальность которой возросла особенно в последние десятилетия в связи с созданием мощных излучателей энергии и их использованием в различных технологических операциях: плазмохимическая обработка материалов; обработка в инфракрасных лучах и гелиоустановках; интенсивный нагрев материалов плазменными потоками, лазерными электронными лучами. Мощные радиационные излучатели используются для термической закалки и упрочнения поверхности изделий в авиации, ракетной и космической технике, ядерной энергетике, в машиностроении и близких к нему областях; при создании элементной базы микроэлектроники и т.д. При этом происходит резкое скачкообразное повышение температуры тела, так называемый тепловой (термический) удар, под влиянием которого в теле возникают значительные напряжения и деформации. И хотя их действие является кратковременным, но при этом вполне может произойти образование трещин и разрушение материала. В диссертации показано, что имеется обширный экспериментальный материал, демонстрирующий эти эффекты. Создание математических моделей теории теплового удара, позволяющих описать поведение конструкционных материалов в широком диапазоне внешних воздействий – одна из центральных тем в термомеханике. То, что прямыми физическими методами не удастся оценить величину кратковременных термических напряжений (микросекундной длительности), стимулирует разработку соответствующих модельных представлений для описания термической реакции конструкционных материалов в условиях интенсивного нагрева и охлаждения, а также от действия внутренних источников теплоты. Общая методология построения и исследования таких моделей еще далека от завершения и требует дальнейшего развития.

Целью и задачами диссертации являются разработка и исследование новых математических моделей теплового удара как в рамках классической феноменологии Фурье о распространении теплоты в твердых телах, так (главным образом) и в терминах обобщенной термомеханики для локально-неравновесного процесса переноса теплоты с учетом релаксационных явлений (конечной скорости распространения теплоты); разработка новых аналитических методов решения гиперболических моделей теплопереноса с целью подготовки конкретного математического аппарата и соответствующей аналитики для приложения

полученных результатов к исследованию проблемы теплового удара; проведение численных экспериментов и их анализ на основе разработанных для этих целей комплекса проблемно-ориентированных программ для ЭВМ; построение алгоритма численного счета для оценки времени релаксации в гиперболических уравнениях соответствующих модельных представлений.

Методы исследований. Для нахождения аналитических решений широкого класса задач по теории теплового удара в диссертации использовались различные классы математических методов и соответствующих модельных представлений аналитической теории теплопроводности; термомеханики; операционного исчисления; теории функций комплексного переменного; обыкновенных дифференциальных уравнений; численные методы.

Достоверность и обоснованность рассмотренных моделей теплового удара и их аналитических решений (приведенных в диссертации) подтверждается соответствием этих моделей реальным теплофизическим процессам, протекающим в конкретных технических устройствах, а также согласованием полученных результатов с результатами других авторов в частных и предельных случаях.

Научная новизна заключается в разработке новой концепции математического моделирования теплового удара в условиях локально-неравновесного процесса переноса теплоты на основе обобщенной теории, учитывающих члены тепловой инерции как в уравнении нестационарной теплопроводности, так и в граничных условиях задачи. Это позволило обнаружить новые закономерности протекания исследуемых процессов. К этому следует добавить проведенные в диссертации исследования для классических моделей теплового удара для широкого класса теплового воздействия на твердое тело.

Практическая значимость. Разработанные в диссертации математические модели теплового удара и математический аппарат для нахождения их аналитических решений, численные эксперименты, описывающие кинетику термических напряжений, разработанные расчетные инженерные оценки для максимума температурных напряжений позволяют получить важную информацию об особенностях теплового и термонапряженного состояния, возникающего в твердых телах при интенсивном нагревании и охлаждении. Последнее представляет значительный практический интерес для многих областей науки и техники, где имеют место процессы интенсивного нагрева или охлаждения (эти области подробно указаны в диссертации).

Личный вклад автора является определяющим на всех этапах исследований и заключается в постановке проблем исследования, разработке математических моделей, непосредственном выполнении основной части работы. Вся расчетная часть выполнена лично соискателем.

Основные результаты диссертации, выносимые на защиту:

1. Разработка модельных представлений теплофизических процессов переноса теплоты в твердых телах для уравнений гиперболического типа с учетом релаксационных явлений в модифицированном законе Фурье, вытекающего из соотношения Онзагера и вывод обобщенных граничных условий в дифференциальной и интегральной формах. [1, 7, 9]
2. Разработка новых функциональных конструкций в аналитических решениях гиперболических моделей переноса с целью приложения полученных соотношений к исследованию проблемы теплового удара в терминах обобщенной термомеханики. [1, 2, 10]
3. Вывод определяющих соотношений динамической термоупругости: уравнения совместности в напряжениях, обобщающее соотношение Бельтрами-Митчелла для квазистатических случаев и уравнения «совместности» в перемещениях. [1, 2, 4]
4. Разработка и исследование новых математических моделей теплового удара в рамках обобщенной термомеханики с учетом конечной скорости теплопереноса при различных режимах интенсивного нагрева и охлаждения границы твердого тела. Исследование эффекта связанности в моделях теплового удара и детальный анализ конструкционных материалов, для которых эффектом связанности деформационного и температурного полей можно пренебречь. [1-3, 8]
5. Проведение комплексного исследования ряда классических моделей теплового удара для массивного тела при различных режимах нагрева и действии внутреннего источника теплоты. Анализ термической реакции бесконечной пластины при плоско-деформированном состоянии и упругого полупространства, доказательство их идентичности. Исследование эффекта тепловой релаксации поверхности твердого тела при температурном нагреве. Выделение комплексного параметра, устанавливающего оправданными случаи скачкообразного изменения температуры границы тела. [2, 4, 5]
6. Разработка практических инженерных соотношений для оценки максимума температурных напряжений на основе операционных решений динамических задач теплового удара по скачкам напряжений на фронте термоупругой волны. [1-3]
7. Оценка параметра тепловой релаксации численным счетом для краевых задач на основе уравнения нестационарной теплопроводности гиперболического типа. Вывод конечно-разностной схемы и невязки, которая дает необходимую аппроксимацию для гиперболического уравнения. Определение условия устойчивости для явной схемы. [3, 21-23]
8. Разработка комплекса программ, который необходим для проведения численных экспериментов и анализа на основе полученных аналитических решений краевых задач динамической термоупругости. [21-23]

Апробация результатов диссертационной работы. Материалы диссертации докладывались на конференции «Scientific Discoveries» (Чехия, 2018); на Седьмой Российской

Национальной Конференции по Теплообмену РНКТ-7 (Москва, 2018); на международных молодежных научных конференциях «Гагаринские чтения» (Москва, 2018-2021гг.); на конференции «Информационно-сенсорные системы в теплофизических исследованиях» (Тамбов, 2018); на Международной научной мультikonференции «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-32» (Санкт-Петербург, 2019); на Седьмой Международной научно-практической конференции «Современные энергосберегающие тепловые технологии (сушка и тепловые процессы) СЭТТ-2020» (Москва, 2020); на международных научных конференциях «Авиация и космонавтика» (Москва, 2019-2020гг.).

Публикации. По теме диссертационной работы опубликовано 10 научных работ, из них 7 в журналах ВАК, 3 – в журналах Scopus и 10 тезисов в трудах Российских и Международных конференций.

Структура и объём работы. Диссертация состоит из введения, 5 глав, выводов, списка литературы, изложена на 216 страницах, включая 36 рисунков. Список литературы содержит 231 наименование.

Во введении обоснована актуальность исследования, приведен обширный перечень практических и теоретических ситуаций, в которых возникает необходимость построения и изучения предложенных в работе математических моделей теплового удара, изложены цели и задачи диссертационной работы, научная новизна исследований, практическая значимость полученных результатов.

В первой главе дается историческая справка и обширный литературный обзор по проблеме теплового удара, начиная с ранних работ Дюгамеля (1838 г.) и Неймана (1843 г.) и до настоящего времени. Показано, что исследование проблемы теплового удара на основе моделей динамической и квазистатической термоупругости получили широкое развитие. Изучены физические закономерности термонапряженного состояния в изотропных и анизотропных телах на основе классической феноменологии Фурье (Даниловская В.И., Новацкий В., Био М., Коваленко А.Д., Формалев В.Ф., Колесник С.А., Дмитриенко Ю.И., Карташов Э.М., Бардушкин В.В., Валишин А.А., Ломовской В.А., Цирельман Н.М. и др.) и в значительно меньшей степени в рамках обобщенной термомеханики (Подстригач Я.С., Коляно Ю.М., Шашков А.Г., Бубнов В.А., Яновский С.Ю.); развита обобщенная теория сопряжения термомеханических полей с полями различной физической природы (Коляно Ю.М.); установлена связь макроскопического поведения сплошной среды с внутренними параметрами состояния среды и скоростью их изменения во времени (Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н.); развита теория локально-неравновесных процессов переноса тепла, массы, импульса (Кудинов В.А., Кудинов И.В., Еремин А.В., Кирсанов Ю.А., Соболев С.Л., Лыков А.В., Каттанео С., Вернотт Р., Максвелл Дж., Рудобашта С.П. и др.). В то же время, несмотря на наличие значительного числа достижений по теории

теплового удара, можно сделать заключение, что модельные представления указанной теории в терминах обобщенной термомеханики разработаны в наименьшей степени и требуют дальнейшего развития. Не изучены также и многие вопросы классической теории. Важными результатами первой главы являются выводы определяющих соотношений теории теплового удара. Пусть D - конечная или частично-ограниченная область пространства $M(x, y, z)$, находящаяся в условиях термонапряженного состояния, S - кусочно-гладкая поверхность, ограничивающая область D , $\vec{n} = (n_1, n_2, n_3)$ - внешняя нормаль к S , $T(M, t)$ - распределение температуры в D при $t > 0$; T_0 - начальная температура в D . Пусть $\sigma_{ij}(M, t)$, $\varepsilon_{ij}(M, t)$, $U_i(M, t)$ ($i, j = x, y, z$) - соответственно компоненты тензоров напряжения, деформации и вектора перемещения, удовлетворяющие в D при $t > 0$ основным уравнениям (несвязанной) термоупругости:

$$\sigma_{ij,j}(M, t) + F_i(M, t) = \rho \ddot{U}_i(M, t), \quad (1)$$

$$\varepsilon_{ii}(M, t) = (1/2)[U_{i,j}(M, t) + U_{j,i}(M, t)], \quad (2)$$

$$\sigma_{ij}(M, t) = 2\mu\varepsilon_{ij}(M, t) + [\lambda\varepsilon_{ii}(M, t) - (3\lambda + 2\mu)\alpha_T(T(M, t) - T_0)]\delta_{ij}, \quad (3)$$

где ρ - плотность, (λ, μ) - изотермические коэффициенты Ламе, $\mu = G$, $\lambda = 2G\nu/(1-2\nu)$, G - модуль сдвига, ν - коэффициент Пуассона, при этом $2G(1+\nu) = E$, E - модуль Юнга, α_T - коэффициент линейного теплового расширения, δ_{ij} - символ Кронекера; $e(M, t) = U_{i,i}(M, t) = \varepsilon_{ii}(M, t)$ - объемная деформация, связанная с суммой нормальных напряжений $\sigma(M, t) = \sigma_{nn}(M, t) (n = x, y, z)$ соотношением

$$e(M, t) = [(1-2\nu)/E]\sigma(M, t) + 3\alpha_T[T(M, t) - T_0], \quad F_i(M, t) - \text{компоненты объемной силы.}$$

Исключая из приведенных соотношений компоненты вектора перемещения и тензора деформации, с использованием свойств тензорной алгебры после длительных преобразований приходим к уравнению совместности в напряжениях для динамической термоупругости

$$\begin{aligned} & (1+\nu)\Delta\sigma_{ij}(M, t) + \sigma_{.ij}(M, t) + \frac{\nu(1+\nu)}{(1-\nu)}\text{div}\vec{F}(M, t)\delta_{ij} + (1+\nu)[F_{i,j}(M, t) + F_{j,i}(M, t)] + \\ & + \alpha_T E \left[\frac{1+\nu}{1-\nu}\Delta T(M, t)\delta_{ij} + (T(M, t) - T_0)_{,ij} \right] = \frac{(1+\nu)\rho}{2G} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[2\sigma_{ij}(M, t) - \frac{\nu}{1-\nu^2}\sigma(M, t)\delta_{ij} + \right. \\ & \left. + \frac{2G(2+\nu)}{1-\nu}\alpha_T(T(M, t) - T_0)\delta_{ij} \right], M \in D, t > 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Уравнение (4) обобщает соотношение Бельтрами-Митчелла на динамические задачи. Этот случай впервые рассмотрел В. Новацкий, однако его конечный результат имеет иную форму и

менее удобную для практических приложений. В диссертации показана эквивалентность этих форм. Уравнение (4) представляет самостоятельный интерес для термомеханики. Наиболее удобное его приложение для частных случаев реализуется в декартовых координатах для тел канонической формы, ограниченных плоскими поверхностями. В тех случаях, когда необходимо учесть влияние кривизны поверхности твердого тела на температуру и напряжения (тела цилиндрической или шаровой формы) в диссертации дается вывод уравнений «совместности в перемещениях» в виде трех соотношений

$$\Delta U_i(M, t) + \frac{1}{(1-2\nu)} \frac{\partial e(M, t)}{\partial i} - (\rho/G) \frac{\partial^2 U_i(M, t)}{\partial t^2} = \frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)} \frac{\partial [T(M, t) - T_0]}{\partial i}, M \in D, t > 0, \quad (5)$$

которые формально можно записать в виде векторного равенства

$$\Delta \vec{U}(M, t) + \frac{1}{(1-2\nu)} \text{grad} [\text{div} \vec{U}(M, t)] - (\rho/G) \frac{\partial^2 \vec{U}(M, t)}{\partial t^2} = \frac{2(1+\nu)}{(1-2\nu)} \alpha_T \text{grad} [T(M, t) - T_0] \quad (6)$$

В первой главе диссертации проведен подробный анализ взаимодействия деформационного и температурного полей для различных конкретных материалов. Расчетным путем показано, что для таких «классических» материалов, как металлы и стекла эффектом связанности можно пренебречь. В то же время для ряда полимерных материалов (семейства поливинилацеталей) этот эффект может оказаться существенным. В качестве приложения соотношения (4) в диссертации рассмотрен случай, имеющий многочисленные практические применения (в диссертации они указаны). Можно выделить класс задач, в которых сочетание теплофизических свойств материала, геометрических размеров конструкций и интересующая исследователя термическая реакция тела касается приповерхностных слоев, в которых происходит резкое (или достаточно интенсивное) изменение температуры и в которых сосредоточено основное количество теплоты, поглощенной во времена, близкие к началу прогрева. И так как толщина приповерхностного слоя мала по сравнению с размерами тела, то в этих случаях твердое тело можно моделировать упругим полупространством $z \geq 0$, что позволяет получить более наглядные и удобные с точки зрения практического использования аналитические решения задач теории теплового удара. В этих условиях при одномерном движении величины $U_x = U_y = 0$, $U_z = U_z(z, t)$, $\varepsilon_{ij} = 0$ при $i \neq j$, $\varepsilon_{zz} = \varepsilon_{zz}(z, t)$, напряжения $\sigma_{ij} = 0$ для $i \neq j$ и $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}(z, t)$ для $i = j$, $T = T(z, t)$ и уравнение (4) при отсутствии объемных сил приводится к виду

$$\frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial z^2} - \frac{1}{\nu_p^2} \frac{\partial^2 \sigma_{zz}}{\partial t^2} = \frac{(1+\nu)}{(1-\nu)} \alpha_T \rho \frac{\partial^2 T(z, t)}{\partial t^2}, z > 0, t > 0, \quad (7)$$

где $v_p = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ - скорость распространения волны расширения в упругой среде, близкая к скорости звука. Остальные компоненты тензора напряжения имеют вид $\sigma_{xx}(z,t) = \sigma_{yy}(z,t) = [v/(1-v)]\sigma_{zz}(z,t) - E\alpha_T [T(z,t) - T_0]/(1-v)$, при этом $\varepsilon_{zz}(z,t) = [(1-2\nu)/2G(1-\nu)]\sigma_{zz}(z,t) + [(1+\nu)/(1-\nu)]\alpha_T [T(z,t) - T_0]$. Уравнение (7) является базовым в диссертации для различных феноменологий распространения теплоты.

Вторая глава диссертации посвящена математическим моделям локально-неравновесного теплообмена, в частности вопросами корректной постановки краевых задач для уравнений гиперболического типа, развитию математического аппарата на основе операционного исчисления, новым функциональным соотношениям для аналитических решений гиперболических моделей. За последние годы возрос интерес к обобщенной термомеханике на основе обобщенного закона Максвелла-Каттанео-Лыкова-Вернотта (МКЛВ) $\vec{q}(M,t) = -\lambda grad T(M,t) - \tau_r \partial \vec{q}(M,t)/\partial t$, где τ_r - мера инерции теплового потока, связанная со скоростью распространения теплоты соотношением $v_T = \sqrt{a/\tau_r}$. Обобщенный закон переноса приводит к математическим моделям гиперболического типа для уравнения $\partial T(M,t)/\partial t = a\Delta T(M,t) - \tau_r \partial^2 T(M,t)/\partial t^2 + (\tau_r/c\rho)[\partial f(M,t)/\partial t + (1/\tau_r)f(M,t)]$ и соответствующим краевым задачам теплопроводности обобщенного вида (в диссертации подробно проанализированы теплофизические процессы, связанные с обобщенными задачами). Сформулирована и доказана **теорема**: для гиперболических моделей имеет место иная (обобщенная) форма записи граничных условий второго и третьего родов, а именно:

$$\beta_1 \partial T(M,t)/\partial n + \beta_2 h [1 + \tau_r d/dt] [T(M,t) - T_c(t)] = -\beta_3 (1/\lambda_T) q_0(t), \quad M \in S, \quad t > 0 \quad \text{в}$$

дифференциальной форме и $\beta_1 (1/\tau_r) \int_0^t \partial T(M,t)/\partial n \times \exp[-(t-\tau)/\tau_r] d\tau + \beta_2 h [T(M,t) - T_c(t)] = -\beta_3 (1/\lambda_T) q_0(t)$, $M \in S$, $t > 0$ в интегральной форме, где $\beta_1 = 0$, $\beta_2 = 1$, $\beta_3 = 0$ - для второй краевой задачи; $\beta_1 = 1$, $\beta_2 = 0$, $\beta_3 = 1$ - для третьей краевой задачи. Эти условия выведены непосредственно из закона (МКЛВ). В главе 2 построен алгоритм численного счета для оценки времени релаксации теплового потока на основе конечно-разностной схемы решения уравнения теплопроводности для одномерного случая в частично-ограниченной области. Для схемы

$$\frac{W_i^{n+1} - W_i^n}{\Delta \tau} = \frac{\sigma F^*}{(\Delta \xi)^2} (W_{i+1}^{n+1} - 2W_i^{n+1} + W_{i-1}^{n+1}) + \frac{(1-\sigma) F^*}{(\Delta \xi)^2} (W_{i+1}^n - 2W_i^n + W_{i-1}^n) \quad \text{определена невязка}$$

$$\Psi = \left[\Delta \tau \left(\sigma - \frac{1}{2} \right) + \frac{(\Delta \xi)^2}{12 F^*} \right] \frac{\partial^2 W}{\partial \tau^2} + \frac{\Delta \tau^2}{12} \frac{\partial^3 W}{\partial \tau^3} + o((\Delta \tau)^2 + (\Delta \xi)^2), \quad \text{которая дает аппроксимацию}$$

$O((\Delta\tau)^2 + (\Delta\xi)^4)$, если параметры сетки выбраны таким образом, что $\Delta\tau\left(\sigma - \frac{1}{2}\right) + \frac{(\Delta\xi)^2}{12F^*} = -\bar{\tau}_r$. Из

этого условия следует, что предельным случаем таких схем является явная схема, которая устойчива при условии $\Delta\tau \leq (\Delta\xi)^2 / (2F^*)$. Показано, что существует такое $\Delta\tau_{\min}$, которое

доставляет невязке Ψ минимальное значение, и которому будет соответствовать наилучшее приближение сеточного решения краевой задачи к точному решению гиперболической задачи и

оценку снизу времени релаксации $\bar{\tau}_r > \tau_{\inf} = \frac{\Delta\tau_{\min}}{2} - \frac{(\Delta\xi)^2}{12F^*}$. В главе 2 предложены новые

функциональные соотношения для аналитических решений гиперболических моделей.

Рассмотрена комплексная обобщенная модель:

$$\frac{\partial W_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 W_i}{\partial \tau^2}, \quad \xi > 0, \quad \tau < 0 \quad (i=1,2,3) \quad (8)$$

$$W_i(\xi, \tau)|_{\tau=0} = \partial W_i(\xi, \tau) / \partial \tau|_{\tau=0} = 0, \quad \xi \geq 0 \quad (9)$$

$$\beta_1 \int_0^\tau \frac{\partial W_i(\xi, \tau')}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \exp[-(\tau - \tau')] d\tau' - \beta_2 Bi^* [W_i(\xi, \tau)|_{\xi=0} - 1] = -\beta_3, \quad \tau > 0 \quad (10)$$

$$|W_i(\xi, \tau)| < \infty, \quad \xi \geq 0, \quad \tau \geq 0, \quad (11)$$

где $\xi = z / \sqrt{a\tau_r}$; $\tau = t / \tau_r$; $Bi^* = h\sqrt{a\tau_r}$; $W_i(\xi, \tau) = \frac{T_i(z, t) - T_0}{T_c - T_0}$, $i=1,3$; $W_2(\xi, \tau) = \frac{T_2(z, t) - T_0}{q_0 \sqrt{a\tau_r} / \lambda_T}$,

($q_0, T_c > T_0 - const$); коэффициенты Bi указаны выше. Решение задачи найдено по развитым

операционным соотношениям. Сформулирована и доказана **теорема**:

решение $W_1(\xi, \tau)$ в виде двух различных функциональных форм

$$W_1(\xi, \tau) = \left[\exp(-\xi/2) + (\xi/2) \int_\xi^\tau \exp(-\tau'/2) \frac{I_1\left(\frac{1}{2}\sqrt{\tau'^2 - \xi^2}\right)}{\sqrt{\tau'^2 - \xi^2}} d\tau' \right] \eta(\tau - \xi), \quad (12)$$

$$W_1(\xi, \tau) = \left[1 - \frac{1}{\pi_0} \int_0^1 \exp(-\rho\tau) \frac{\sin \xi \sqrt{\rho(1-\rho)}}{\rho} d\rho \right] \eta(\tau - \xi) \quad (13)$$

тождественны. Здесь $\eta(z)$ - функция Хэвисайда, $I_1(z)$ - модифицированная функция Бесселя.

На рис. 1 приведены графики функции $W_1(\xi, \tau)$ в сечении $\xi = 2$; на рис. 2 - изохрона области,

рассчитанная по формуле (13). Как следует из аналитического решения (12) особенностью

процесса теплопроводности в рамках моделей (8)-(11) является волновой характер, что

выражается наличием ступенчатой функции в аналитическом решении задачи. В любой момент

времени существует область теплового слоя $\xi < \tau$ и не возмущена область $\xi > \tau$, в точках

которой изменение температуры не происходит и её значение равно начальному. Именно в

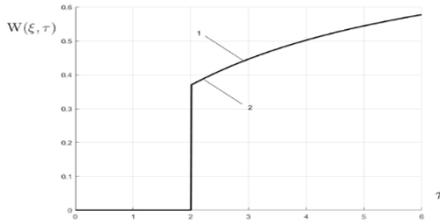


Рис. 1. – кривая 1 рассчитана по (12), кривая 2 – по (13)

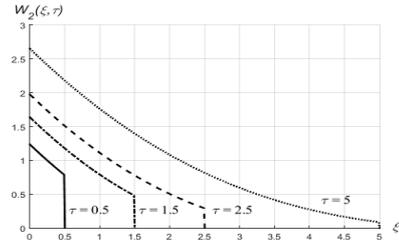


Рис. 2. – изохрона области, рассчитанная по (13)

области за фронтом тепловой волны наблюдается существенное различие между решениями уравнений гиперболического и параболического типов. Аналогичные результаты получены и для решений $W_2(\xi, \tau)$, $W_3(\xi, \tau)$: выписаны различные функциональные формы решений, доказана их эквивалентность, описаны изохроны области, рассчитаны скачки на фронте тепловой волны. В главе 2 приведен ряд практически важных операционных соотношений, отсутствовавших в известных справочниках по операционному соотношению и имеющих прямое отношение к проблеме теплового удара. Приведем некоторые из них:

$$\frac{\sqrt{p+1}}{\sqrt{p(p+b)}} \leftarrow \cdot \int_0^\tau \left[\frac{\exp(-\tau')}{\sqrt{\pi\tau'}} + \sqrt{1-b} \exp(-b\tau') \Phi(\sqrt{(1-b)\tau'}) \right] \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau-\tau')}} , (b < 1) ;$$

$$\frac{\sqrt{p+1}}{\sqrt{p(p-b)}} \leftarrow \cdot \int_0^\tau \left[\frac{\exp(-\tau')}{\sqrt{\pi\tau'}} + \sqrt{b+1} \exp(b\tau') \Phi(\sqrt{(b+1)\tau'}) \right] \frac{d\tau'}{\sqrt{\pi(\tau-\tau')}} , (b > 0) ;$$

$$\frac{\sqrt{p+1}}{\sqrt{p(p+b)}} \leftarrow \cdot \int_0^\tau \left[\frac{1}{\sqrt{\pi\tau'}} - \frac{2\sqrt{b-1}}{\sqrt{\pi}} F(\tau') \right] \frac{\exp(-\tau')}{\sqrt{\pi(\tau-\tau')}} d\tau' , (b > 1) ;$$

$$\frac{1}{p} \bar{f}(\sqrt{\beta^2 p^2 + p}) \exp[-\gamma\sqrt{\beta^2 p^2 + p}] \leftarrow \cdot \int_0^\tau f(\tau) \left\{ \exp\left(\frac{-(\tau+\gamma)}{2\beta}\right) + \right.$$

$$\left. + \frac{(\tau+\gamma)}{2\beta} \int_{\tau+\gamma}^\tau \exp\left(-\frac{y}{2\beta^2}\right) \frac{I_0\left(\frac{1}{2\beta^2} \sqrt{y^2 - (\tau+\gamma)^2 \beta^2}\right)}{\sqrt{y^2 - (\tau+\gamma)^2 \beta^2}} dy \right\} \eta[t - \beta(\tau+\gamma)] d\tau.$$

Здесь: $F(\tau) = \exp(-\tau^2) \int_0^\tau \exp(y^2) dy$; $\Phi(z)$ - функция Лапласа.

В главе 3 рассмотрен комплекс моделей теплового удара при различных режимах термического воздействия в условиях интенсивного нагрева и охлаждения. Детально описаны практические случаи, приводящие к моделям вида:

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\xi\xi}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{\xi\xi}}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial \tau^2}, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (i=1,2,3) \quad (14)$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) \Big|_{\tau=0} = \left[\partial \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) / \partial \tau \right]_{\tau=0} = 0, \quad \xi \geq 0, \quad (15)$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) \Big|_{\xi=0} = \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) \Big|_{\xi=\infty} = 0, \quad \tau > 0, \quad (16)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial \xi^2}, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0, \quad (i=1,2,3), \quad (17)$$

$$W_i(\xi, \tau)|_{\tau=0} = \gamma_1, \quad \xi \geq 0; \quad |W_i(\xi, \tau)| < \infty, \quad \xi \geq 0, \quad \tau \geq 0; \quad (18)$$

$$\beta_1 \frac{\partial W_i(\xi, \tau)}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} - \beta_2 Bi^* [W_i(\xi, \tau)|_{\xi=0} - (1-\gamma_1)] = \beta_3 \gamma_2, \quad \tau > 0, \quad (19)$$

где $\gamma_1 = 0, \gamma_2 = -1$ при нагреве, $\gamma_1 = 1, \gamma_2 = 1$ при охлаждении, $i=1$ (температурный нагрев или охлаждение): $\beta_1 = 0, \beta_2 = 1, \beta_3 = 0$; $i=2$ (тепловой нагрев или охлаждение): $\beta_1 = 1, \beta_2 = 0, \beta_3 = 1$; $i=3$ (нагрев или охлаждение средой): $\beta_1 = 1, \beta_2 = 1, \beta_3 = 0$. Искомое напряжение имеет вид:

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \sigma_{\xi\xi}^{(1)}(\xi, \tau) + \sigma_{\xi\xi}^{(2)}(\xi, \tau)\eta(\tau - \xi). \quad (20)$$

$$\text{Здесь: } \xi = \nu_p z/a; \quad \tau = \nu_p t/a; \quad Bi^* = ha/\nu_p; \quad S_T = \alpha_T(3\lambda + 2\mu); \quad (21.1)$$

$$W_i(\xi, \tau) = \frac{T_i(z, t) - [T_0 - (T_0 - T_c)\gamma_1]}{(T_0 - T_c)\gamma_2}; \quad \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \frac{\sigma_{zz}(z, t)}{S_T(T_0 - T_c)\gamma_2}, \quad i=1,3; \quad (21.2)$$

$$W_2(\xi, \tau) = \frac{T_2(z, t) - T_0}{(q_0/\lambda_T)(a/\nu_p)}; \quad \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \frac{\sigma_{zz}(z, t)}{S_T(q_0/\lambda_T)(a/\nu_p)}, \quad i=2. \quad (21.3)$$

Результаты расчета напряжения представлены на рис.3-4. Как следует из (20) вначале в сечении возникает продольная упругая волна $\sigma_{\xi\xi}^{(1)}$, затем в момент времени $\tau = 1$ к этому сечению приходит волна расширения $\sigma_{\xi\xi}^{(2)}$ при нагревании и волна сжатия при охлаждении.

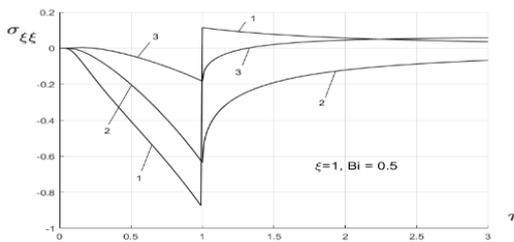


Рис. 3. – изменение $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ со временем в сечении $\xi=1$ при нагреве 1 ($i=1$), 2 ($i=2$), 3 ($i=3$)

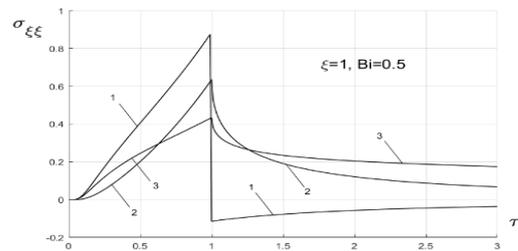


Рис. 4. – изменение $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ со временем в сечении $\xi=1$ при охлаждении 1 ($i=1$), 2 ($i=2$), 3 ($i=3$)

Видно, что кинетикой процесса является распространение термоупругих волн: первое слагаемое в (20) имеет характер диффузионной волны, второе – упругой. При этом режим внезапного температурного нагрева является наиболее опасным по сравнению с другими, а режим охлаждения, создавая напряжения растяжения, является более опасным для материала среды, чем режим нагревания. Для случая $i=1$ исследован эффект тепловой релаксации поверхности $\xi=0$, когда температура поверхности возрастает (убывает) от начальной до температуры нагрева (охлаждения) за малый интервал времени t_0 :

$$\varphi(\tau) = (\tau/\tau_0) - \eta(\tau - \tau_0)(\tau/\tau_0 - 1) \quad \text{либо} \quad \varphi(\tau) = 1 - [(\tau/\tau_0) - \eta(\tau - \tau_0)(\tau/\tau_0 - 1)] \quad (\tau_0 = \nu_p^2 t_0/a).$$

Исследовано влияние эффекта на напряжение (металлы, органические стекла). Выделен комплексный параметр, показывающий, что идеализация внезапного нагрева (охлаждения)

границы приближенно оправдана. Следующий класс моделей – нагрев границы области $z > 0$ тепловым потоком экспоненциального (во времени) и линейного типов, а также внутренним точечным источником теплоты. Описаны практические случаи, лежащие в основе моделей. Функции $W_i(\xi, \tau)$ в (14) удовлетворяют условиям:

$$\frac{\partial W_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial \xi^2} + \gamma_i^* q_0 \delta(\xi - \alpha_0) \eta(\tau), \quad \xi > 0, \tau > 0, (i=1, 2, 3), \quad (22)$$

$$W_i(\xi, \tau)|_{\tau=0} = 0, \xi \geq 0, |W_i(\xi, \tau)| < \infty, \xi \geq 0, \tau \geq 0 \quad (23)$$

$$\left. \frac{\partial W_i(\xi, \tau)}{\partial \xi} \right|_{\xi=0} = -\gamma_{i1} \exp(-K_0 \tau) - \gamma_{i2} (1 - K_0 \tau), \tau > 0. \quad (24)$$

Здесь: $\gamma_1^* = \gamma_2^* = 0, \gamma_3^* = 1; i=1: \gamma_{11} = 1, \gamma_{12} = 0; i=2: \gamma_{21} = 0, \gamma_{22} = 1; i=3: \gamma_{31} = \gamma_{32} = 0$

$$\alpha_0 = v_p d / a; \quad K_0 = (a / v_p^2) K; \quad q_0 = Q_0 / (c \rho v_p T_0); \quad W_i(\xi, \tau) = \frac{T_i(z, t) - T_0}{(q_0 / \lambda_T)(a / v_p)},$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \frac{\sigma_{zz}(z, t)}{S_T (q_0 / \lambda_T)(a / v_p)}, \quad i=1, 2; \quad W_3(\xi, \tau) = [T_3(z, t) - T_0] / T_0; \quad \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \sigma_{zz}(z, t) / (S_T T_0), \quad i=3.$$

Искомые напряжения имеют вид (20). Проведены численные эксперименты, описаны закономерности распространения упругой волны напряжений, сходные с изложенными выше. Например, при тепловом нагреве экспоненциального вида кривые напряжений в сечении $\xi = 1$ имеют вид, представленный на рис. 5. В главе 3 изучена термическая реакция на нагрев массивного тела с внутренней цилиндрической полостью – важный результат для многих приложений (указаны в диссертации). Цилиндрическая область $z > R, t > 0$ с радиальным потоком теплоты $T(r, t)$ подвергается на поверхности полости нагреву: температурному,

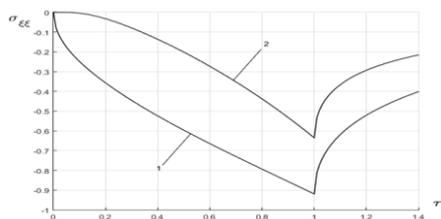


Рис. 5. – кривая 1: $K_0 = 0.7$, кривая 2: $K_0 = 0$

тепловому, средней. Задача ставится в перемещениях; находятся радиальные и окружные напряжения; проводится серия численных экспериментов; дается их физический анализ; анализируются динамические и квазистатические напряжения в различных условиях нагрева. Следует заметить, что указанная проблема в теории теплового удара

до конца была не изучена. Её решение связано с обширными исследованиями и серьезными вычислительными операциями. В диссертации рассмотрена также термическая реакция бесконечной пластины (при плоскодеформированном состоянии) и доказана идентичность состоянию упругого полупространства. Тем самым обоснован выбор для исследования частично-ограниченной области.

Глава 4 – центральная в диссертации. В ней рассмотрен комплекс математических моделей теории теплового удара в рамках обобщенной термомеханики (на основе феноменологии МКЛВ) при различных режимах нагрева и охлаждения. Исследованы модели:

$$\beta^2 \frac{\partial^2 \sigma_{\xi\xi}}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 \sigma_{\xi\xi}}{\partial \tau^2} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial \tau^2}, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (i=1,2,3), \quad (25)$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)|_{\tau=0} = [\partial \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)/\partial \tau]_{\tau=0} = 0; \quad \xi \geq 0, \quad (26)$$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)|_{\xi=0} = \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)|_{\xi=\infty} = 0, \quad \tau > 0; \quad |\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)| < \infty, \quad \xi \geq 0, \quad \tau \geq 0, \quad (27)$$

$$\frac{\partial W_i}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 W_i}{\partial \xi^2} - \frac{\partial^2 W_i}{\partial \tau^2}, \quad \xi > 0, \quad \tau > 0 \quad (i=1,2,3), \quad (28)$$

$$W_i(\xi, \tau)|_{\tau=0} = \begin{cases} \gamma_1, i=1,3 \\ 0, i=2 \end{cases}, \quad \frac{\partial W_i(\xi, \tau)}{\partial \tau} \Big|_{\tau=0} = 0, \quad \xi \geq 0, \quad (29)$$

$$\beta_1 \int_0^\tau \frac{\partial W_i(\xi, \tau')}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \exp[-(\tau-\tau')] d\tau' - \beta_2 Bi [W_i(\xi, \tau')|_{\xi=0} - (1-\gamma_1)] = \beta_3 \gamma_2, \quad \tau > 0 \quad (30)$$

$$|W_i(\xi, \tau)| < \infty, \quad \xi \geq 0, \quad \tau \geq 0 \quad (31)$$

Здесь: $\xi = z/\sqrt{a\tau_r}$; $\tau = t/\tau_r$; $Bi^* = h\sqrt{a\tau_r}$; $\beta = \upsilon_p/\upsilon_T$; $S_T = \alpha_T(3\lambda + 2\mu)$;

$$W_i(\xi, \tau) = \frac{T_i(z, t) - [T_0 - (T_0 - T_c)\gamma_1]}{(T_0 - T_c)\gamma_2}, \quad i=1,3; \quad W_2(\xi, \tau) = \frac{T_2(z, t) - T_0}{(q_0/\lambda_T)\sqrt{a\tau_r}}; \quad \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \frac{\sigma_{zz}(z, t)}{S_T(T_0 - T_c)\gamma_2},$$

$$i=1,3; \quad \sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \frac{\sigma_{zz}(z, t)}{S_T(q_0/\lambda_T)\sqrt{a\tau_r}}, \quad i=2; \quad \gamma_1=0, \quad \gamma_2=-1 \text{ при нагревании; } \gamma_1=1, \quad \gamma_2=1 \text{ при}$$

охлаждении; $\beta_1=0, \beta_2=1, \beta_3=0$; $i=2: \beta_1=1, \beta_2=0, \beta_3=1$; $i=3: \beta_1=1, \beta_2=1, \beta_3=0$.

Напряжения имеют вид: при нагревании и охлаждении для $\beta < 1$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \begin{cases} 0, \tau < \xi, \\ \sigma_{\xi\xi}^{(1)}(\xi, \tau), \xi < \tau < \xi/\beta, \\ \sigma_{\xi\xi}^{(1)}(\xi, \tau) - \sigma_{\xi\xi}^{(2)}(\xi, \tau), \tau > \xi/\beta; \end{cases} \quad (31)$$

при нагревании и охлаждении для $\beta > 1$

$$\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau) = \begin{cases} 0, \tau < \xi/\beta, \\ -\sigma_{\xi\xi}^{(2)}(\xi, \tau), \xi/\beta < \tau < \xi, \\ \sigma_{\xi\xi}^{(1)}(\xi, \tau) - \sigma_{\xi\xi}^{(2)}(\xi, \tau), \tau > \xi. \end{cases} \quad (32)$$

Как следует из (31) и (32) учет конечной скорости распространения теплоты приводит к существенному изменению картины динамических напряжений и уменьшению их максимума по сравнению с классическим случаем. В области $\xi > 0$ спустя некоторое время распространяются две волны: тепловая и упругая в зависимости от соотношения скоростей волн υ_p и υ_T (величины $\beta = \upsilon_p/\upsilon_T$), приходящих в фиксированное сечение. Фронт упругой волны может предшествовать или отставать от фронта тепловой волны. С уменьшением теплоотдачи с поверхности области динамические напряжения уменьшаются, при этом наличие конечной теплоотдачи не приводит к исчезновению разрывов температурных напряжений в отличие от классического случая. В диссертации проведен сравнительный анализ напряжений для различных режимов нагревания и

охлаждения, выведен наиболее опасный режим, рассчитаны скачки напряжений на фронте термоупругой волны. Проанализирована роль параметра β : при уменьшении разности скоростей распространения звука и теплоты в среде величина скачка напряжений возрастает, что создает реальную опасность разрушения материала. Все аналитические решения динамических задач в главе 4 получены на основе математического аппарата, развитого для этих целей в главе 2. На рис. (6-8) представлены типичные кривые изменения напряжения $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ со временем в сечении $\xi = 2$ для значений $\beta = 0.4$ (органическое стекло), $\beta = 0.7$ (кварц, кремний), $\beta = 1.8$ (кристаллы, алюминий), $\beta = 3.4$ (сталь). В главе 4 исследованы также тепловой нагрев

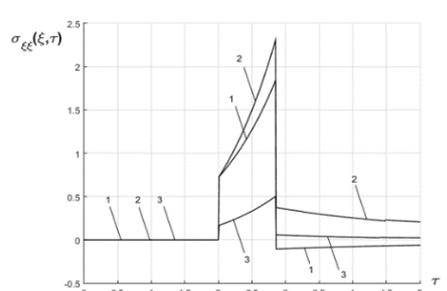
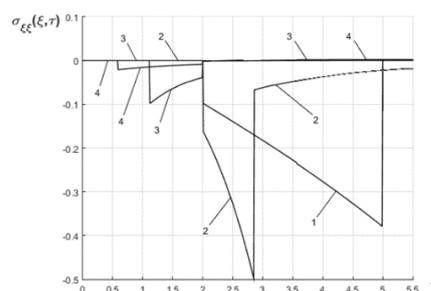
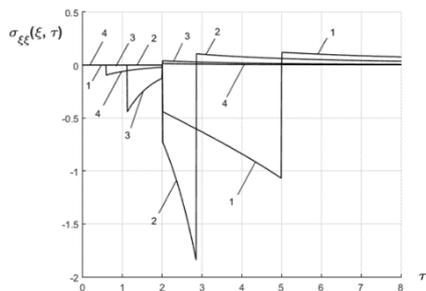


Рис. 6. – зависимость $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ при температурном нагреве 1($\beta=0.4$); 2($\beta=0.7$); 3($\beta=1.8$); 4($\beta=3.4$).
 Рис. 7. – зависимость $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ в сечении $\xi=2$ при нагреве средой $Bi^* = 0.3$; 1($\beta=0.4$); 2($\beta=0.7$); 3($\beta=1.8$); 4($\beta=3.4$).
 Рис. 8. – зависимость $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ в сечении $\xi=2$ при охлаждении 1-температурное охлаждение, 2-тепловое охлаждение, 3-охлаждение средой $Bi^* = 0.3$ ($\beta=0.7$).

экспоненциального типа, когда функция $W_2(\xi, \tau)$ в (28) удовлетворяет граничному условию

$$\int_0^{\tau} \frac{\partial W_2(\xi, \tau')}{\partial \xi} \Big|_{\xi=0} \exp[-(\tau - \tau')] d\tau' = -\exp[-K_0\tau], \tau > 0. \text{ Этот случай представляет значительный}$$

практический интерес для ряда областей науки и техники (описаны в диссертации). Получено аналитическое решение задачи, рассчитано напряжение $\sigma_{\xi\xi}(\xi, \tau)$ в виде (31), проведены численные эксперименты для ряда материалов с физическим анализом решения, рассчитан скачок напряжения $\sigma_{\xi\xi}$ на фронте термоупругой волны. Найденные операционные решения динамических задач в главах 3 и 4 позволили предположить расчетные инженерные соотношения для верхней оценки термических напряжений (через скачки напряжений на фронте термоупругой волны). Последние позволяют оперативно оценить напряжения по сравнению с пределом прочности материала по справочным данным параметров и условий воздействия, входящих в полученные оценки. Так для исходных напряжений $\sigma_{zz}(z, t)$ в исходной области $z > 0, t > 0$ предложены соотношения в виде:

$$|\Delta_i| = |\sigma_{zz}(z, t)|_{\max} = \begin{cases} \frac{\alpha_T E / (1 - 2\nu)}{\left| \left(\nu_p / \nu_T \right)^2 - 1 \right|} \lim_{t \rightarrow 0} [\varphi_1(t) - T_0], i = 1, \\ \frac{\alpha_T E \sqrt{a\tau_r} / (1 - 2\nu)}{\left| \left(\nu_p / \nu_T \right)^2 - 1 \right|} \lim_{t \rightarrow 0} [\varphi_2(t) - T_0], i = 2, \\ \frac{\alpha_T E / (1 - 2\nu)}{\left[1 + 1/h\sqrt{a\tau_r} \right] \left| \left(\nu_p / \nu_T \right)^2 - 1 \right|} \lim_{t \rightarrow 0} [\varphi_3(t) - T_0], i = 3, \end{cases} \quad (33)$$

где $\varphi_i(t)$ – это граничные функции при температурном нагреве или охлаждении ($i=1$), при тепловом нагреве или охлаждении ($i=2$), при нагреве или охлаждении средой ($i=3$). В частности, для наиболее часто встречаемых на практике случаев теплового удара $\varphi_i(t) = T_c$ ($i=1, 3$), $\varphi_2(t) = (1/\lambda_T)q_0, t > 0$ расчетные формулы дают важные оценки:

$$|\sigma_{zz}(z, t)|_{\max} = \begin{cases} \frac{\alpha_T E |T_c - T_0| / (1 - 2\nu)}{\left| \left(\nu_p / \nu_T \right)^2 - 1 \right|}, i = 1; \frac{\alpha_T E \left(\sqrt{a\tau_r} / \lambda_T (1 - 2\nu) \right)}{\left| \left(\nu_p / \nu_T \right)^2 - 1 \right|}, i = 2; \\ \frac{\alpha_T E |T_c - T_0| / (1 - 2\nu)}{\left[1 + 1 / (h\sqrt{a\tau_r}) \right] \left| \left(\nu_p / \nu_T \right)^2 - 1 \right|}, i = 3. \end{cases} \quad (34)$$

Для исследованной в главе 3 термической реакции массивного тела с внутренней цилиндрической полостью предложена оценка (нагрев)

$$|\sigma_{rr}(r, t)|_{\max} = \frac{\sqrt{r/RE} \alpha_T (T_c - T_0)}{(1 - 2\nu)}. \quad (35)$$

В главе 5 разработан комплекс программ, который реализован на основе точных аналитических решений, описанных в предыдущих главах диссертации. Комплекс программ позволяет провести численные эксперименты и анализ значений термических напряжений, возникающих в исследуемом объекте в условиях интенсивного нагрева или охлаждения. Входными параметрами для комплекса программ являются: временной отрезок и сечение, в которых нужно оценить значения температурных напряжений (и коэффициент Био для нагрева или охлаждения средой). Реализованные алгоритмы на платформе MATLAB проводят численный эксперимент, на основе значений входных параметров. Блок-схема основного алгоритма комплекса программ представлена на рис. 9. Результатом работы комплекса программ являются графики кривых значений температурных напряжений при интенсивном нагреве и



Рис.9 – блок-схема основного алгоритма комплекса программ.

охлаждении при трех различных режимах температурного воздействия. Графики кривых позволяют оценить максимум температурных напряжений и сделать вывод об опасности разрушения поверхностных слоев исследуемого объекта, сравнив полученные результаты (в пересчете на оригинальные значения) со справочными данными о пределах прочности соответствующих материалов.

Основные выводы и результаты работы. Разработана методология математического моделирования теории теплового удара упругих тел в терминах динамической термоупругости как на основе классических представлений Фурье о теплопереносе в твердых телах, так и в рамках обобщенной термомеханики с учетом конечной скорости распространения теплоты.

Исследованы математические модели теплового удара применительно к конкретным (разнообразным) условиям интенсивного нагрева и охлаждения твердых тел: температурного нагрева и охлаждения; теплового нагрева и охлаждения; нагрева и охлаждения средой; действия внутреннего источника теплоты; теплового потока постоянной мощности, экспоненциального, линейного. Проведены численные эксперименты, выявлены физические закономерности поведения термоупругих напряжений и влияния на них ряда факторов, описан волновой характер распространения термоупругих напряжений; установлено, что в рамках обобщенной термомеханики важное значение приобретают соотношения величин скорости звука и скорости распространения теплоты в материале, а также глубины внутреннего сечения.

Выявлен класс задач, в которых учет геометрических размеров конструкции, исследуемой на термомеханическую реакцию в условиях интенсивного нагрева или охлаждения, касается главным образом приповерхностных слоев. Установлено, что именно эти слои ответственны за тепловую реакцию твердого тела в течение времени, близкого к началу процесса нагрева или охлаждения, соответствующего временам микросекундной длительности, в течение которых действуют инерционные эффекты. Именно в этих слоях как раз и сосредоточено основное количество теплоты, поглощенной за время, близкое к началу нагрева.

Детально исследована термическая реакция упругого полупространства на интенсивный нагрев и охлаждение его границы, а также массивного тела с внутренней цилиндрической полостью – случаи, имеющие важное практическое значение во многих областях науки и техники.

Выявлен наиболее опасный для материала режим температурного нагрева и охлаждения, причем в последнем случае режим внезапного охлаждения создает напряжения растяжения, более разрушительные по сравнению с режимом нагревания, но с увеличением времени охлаждения максимум напряжений растяжения уменьшается.

Показано, что с точки зрения динамических температурных напряжений бесконечная пластина при плоскодеформированном состоянии и упругое полупространство ведут себя одинаково.

Детально исследован эффект связанности в модели теплового удара. Выявлены конкретные конструкционные, потребительские и строительные материалы, для которых термодинамический эффект взаимодействия деформационного и температурного полей незначителен.

Описан эффект релаксации температуры границы твердого тела на внезапный нагрев и внезапное охлаждение. Установлено влияние указанного эффекта на максимум внутренних температурных напряжений, зависящих от параметров, характеризующих упругие и теплофизические свойства материалов, а также время нагрева и время охлаждения.

Предложен тензорный вывод уравнения совместности в напряжениях для динамических задач, обобщающий известное соотношение Бельтрами-Митчелла для квазистатических случаев. Предложенное соотношение удобно использовать для многочисленных частных случаев в теории теплового удара в декартовых координатах как для ограниченных тел канонической формы, так и для частично ограниченных плоской поверхностью. Предложено уравнение «совместности» в перемещениях для исследования проблемы теплового удара в цилиндрической и сферической системах координат в телах при радиальном потоке теплоты и центральной симметрии.

В диссертации разработана методология математического моделирования локально-неравновесных процессов переноса теплоты на основе уравнений гиперболического типа. Выведены граничные условия в дифференциальной и интегральной формах.

Рассмотрена серия операционных (по Лапласу) нестандартных изображений, оригиналы которых отсутствуют в известных справочниках по операционному исчислению и которые входят в операционные решения широкого класса обобщенных задач для уравнений гиперболического типа. Исследована серия математических моделей локально-неравновесного процесса нестационарной теплопроводности. Проведена серия математических преобразований и установлена эквивалентность полученных решений и новых функциональных конструкций-решений, неизвестных ранее в литературе.

Предложены важные инженерно-практические соотношения для оценки внутренних температурных напряжений через граничные функции термического нагружения и физико-механических характеристик материала твердого тела, вытекающие из операционных решений соответствующих динамических задач обобщенной термомеханики.

Разработаны алгоритмы решения краевых задач теплопереноса и теории теплового удара в виде комплексов проблемно-ориентированных программ для ЭВМ.

Построен численный алгоритм для нахождения оценки снизу времени релаксации теплового потока в уравнении теплопроводности гиперболического типа.

Основные результаты диссертации опубликованы в научных работах.

Публикации, входящие в международные индексируемые базы:

1. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Модельные представления теплового удара с внутренней полостью. М.: Математическое моделирование. 2021. Т.33. №4. С. 116-132. (Scopus)
2. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Термическая реакция при тепловом ударе массивного тела с внутренней цилиндрической полостью. М.: Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2020. №6. С. 60-79. (Scopus)
3. Ненахов Е.В., Карташов Э.М. Оценки температурных напряжений в моделях динамической термоупругости. М.: Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2022. № 1. (Scopus)

Публикации, входящие в перечень ВАК:

4. Ненахов Е.В., Джемесюк И.А., Карташов Э.М. Теория теплового удара на основе обобщенной модели динамической термоупругости. М.: Научное обозрение. 2019. №1. С. 28-39.
5. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Модельные представления теплового удара в динамической термоупругости. М.: Известия РАН. Энергетика. 2019. №2. С. 1-22.
6. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Теория теплового удара в моделях динамической термоупругости. М.: Тепловые процессы в технике. 2019. Т.11. №5. С. 230-240.
7. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Термическая реакция массивного тела на тепловой удар на основе уравнений гиперболического типа. М.: Известия РАН. Энергетика. 2018. №4. С. 73-86.
8. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Динамическая термоупругость в проблеме теплового удара на основе обобщенного уравнения энергии. М.: Тепловые процессы в технике. 2018. Т.10. №7-8. С. 334-344.
9. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Тепловой удар и динамическая термоупругость на основе уравнений гиперболического типа. М.: Тепловые процессы в технике. 2018. Т.10. №3-4. С. 134-143.
10. Карташов Э.М., Ненахов Е.В. Гиперболические модели нестационарной теплопроводности. М.: Тепловые процессы в технике. 2018. Т. 10. N 1-2. С. 47-55.

Публикации, входящие в международные и всероссийские журналы:

11. Ненахов Е.В. Новые модельные представления в теории теплового удара упругих и вязкоупругих тел. Чехия. Scientific Discoveries. 2018. С. 9.
12. Ненахов Е.В. Тепловой удар и динамическая термоупругость на основе уравнений гиперболического типа. Москва. Седьмая Российская Национальная Конференция по Теплообмену РНКТ-7. 2018. Т.3. С. 262-266.

13. Ненахов Е.В. Новые модельные представления в теории теплового удара упругих и вязкоупругих тел. Москва. Гагаринские чтения – 2018. 2018. С. 97.
14. Ненахов Е.В. Новые соотношения для аналитических решений гиперболических моделей переноса. Тамбов. Одиннадцатая международная теплофизическая школа информационно-сенсорные системы в теплофизических исследованиях. 2018. Т.1. С. 118-123.
15. Ненахов Е.В. Эффект релаксации температуры границы области при тепловом ударе твердых тел. Москва. Международная научная мультikonференция «Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-32». 2019. Т.9. С. 68-73.
16. Ненахов Е.В. Термическая реакция массивного тела на тепловой нагрев в моделях динамической термоупругости. Москва. Гагаринские чтения – 2019. 2019. Т.1. С. 756-757.
17. Ненахов Е.В. Новые соотношения для аналитических решений гиперболических моделей переноса. Москва. 17-я международная конференция «Авиация и космонавтика – 2018». 2018. С.453-454.
18. Ненахов Е.В., Карташов Э.М. Математическая модель теплового удара массивного тела с внутренней цилиндрической полостью. Москва. 19-я международная конференция «Авиация и космонавтика – 2020». 2020. С. 479-480.
19. Ненахов Е.В. Термическая реакция при тепловом ударе массивного тела с внутренней с внутренней цилиндрической полостью. Москва. Гагаринские чтения – 2020. 2020. С. 886-887.
20. Ненахов Е.В. Особенности аналитических решений гиперболических моделей переноса. Москва. Современные энергосберегающие тепловые технологии (сушка и тепловые процессы) СЭТТ – 2020. 2020. С. 97-100.

Государственные регистрации программ для ЭВМ (Роспатент)

21. Номер регистрации (свидетельства) 2021611100 - Программный комплекс для расчета квазистатических температурных напряжений в массивном твердом теле при трех режимах нагрева – 2021 г. Ненахов Евгений Валентинович
22. Номер регистрации (свидетельства) 2021619058 - Программный комплекс для расчета температурных напряжений при резком нагревании – 2021 г. Ненахов Евгений Валентинович
23. Номер регистрации (свидетельства) 2021618829 - Программный комплекс для расчета температурных напряжений при резком охлаждении – 2021 г. Ненахов Евгений Валентинович