

УТВЕРЖДАЮ

ректор федерального государственного  
бюджетного образовательного учреждения  
высшего образования «Удмуртский  
государственный университет»

д.и.н., профессор Г. В. Мерзлякова



### ОТЗЫВ ВЕДУЩЕЙ ОРГАНИЗАЦИИ

федерального государственного бюджетного образовательного  
учреждения высшего образования  
«Удмуртский государственный университет»  
на диссертацию Е.А. Чекиной  
«Исследование устойчивости резонансных вращений  
спутника на эллиптической орбите»  
представленной на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук по специальности  
01.02.01 – теоретическая механика

В небесной механике и динамике космических аппаратов (КА) важную роль играют так называемые резонансные движения, при которых период обращения спутника относительно центра масс в абсолютном пространстве находится в рациональном отношении с периодом движения его центра масс по орбите. К настоящему времени имеется немало примеров резонансных движений небесных тел в Солнечной системе. Изучение резонансных движения также может представить интерес и для решения прикладных задач ориентации и стабилизации движения КА. В этой связи диссертация Е.А. Чекиной, посвященная исследованию устойчивости резонансных вращений спутников, представляется несомненно актуальной как для развития общей теории динамики КА, так и для ее приложений.

В работе рассматриваются два типа резонансных вращений спутника, отвечающих точным решениям известного уравнения Белецкого. Устойчивость данных движений исследуется автором в различных постановках, а именно:

- в нелинейной постановке с учетом только плоских возмущений, для нерассмотренных ранее значений параметра – эксцентриситета орбиты;

- в нелинейной постановке с для динамически симметричного спутника с учетом как плоских, так и пространственных возмущений.
- в линейной постановке для спутника с неравными моментами инерции с учетом как плоских, так и пространственных возмущений;

В первой главе диссертации даются постановки задач об устойчивости движения спутника относительно его центра масс в центральном ньютоновском гравитационном поле сил. Выписываются уравнения движения спутника в канонической гамильтоновой форме. Приводятся условия, при которых данные уравнения имеют точные решения, соответствующие рассматриваемым в работе резонансным вращениям. Эти вращения представляют собой плоские движения спутника, при котором одна из его главных центральных осей инерции направлена по нормали к плоскости орбиты, а сам он совершает в первом случае один оборот в абсолютном пространстве за два оборота центра масс по орбите (тип вращения 1:2), а во втором случае три оборота в абсолютном пространстве за два оборота центра масс по орбите (тип вращения 3:2). В окрестности резонансных вращений получено разложение в ряд гамильтониана возмущенного движения.

Во второй главе диссертации исследуется устойчивость резонансного вращения типа 1:2 с учетом только плоских возмущений в неисследованных ранее случаях. Для этого сначала исследуется устойчивость соответствующей линеаризованной системы на основании анализа корней ее характеристического уравнения. Затем, в областях устойчивости в линейном приближении проводится строгий нелинейный анализ устойчивости, как в резонансных, так и в нерезонансных случаях. Здесь, особо следует отметить, что автор выполнил анализ устойчивости в том числе и для для двух особых значений эксцентриситета, при которых потребовалось учитывать члены до шестого порядка включительно в разложении функции Гамильтона.

В третьей главе диссертации в линейной постановке исследуется устойчивость резонансного вращения типа 1:2 спутника с неравными моментами инерции с учетом как плоских, так и пространственных возмущений. Для этого рассматривается соответствующее характеристическое уравнение и на основании численного анализа его корней строятся диаграммы устойчивости в плоскости двух независимых параметров задачи. Устойчивость данного движения была также исследована аналитически при малых значениях параметра эксцентриситета орбиты. Результаты численного и аналитического исследования хорошо согласуются.

В четвертой главе диссертации сначала приводится алгоритм исследования устойчивости периодических гамильтоновых систем с двумя степенями свободы, разработанный ранее А.П. Маркеевым для нерезонансных случаев и случаев резонансов третьего и четвертого порядков. Затем, используя аналогичную методику, автор разрабатывает

алгоритм исследования устойчивости периодических гамильтоновых систем с двумя степенями свободы в случае резонансов первого и второго порядков. Выводятся явные формулы для коэффициентов нормализованного отображения.

В пятой главе проводится исследование устойчивости резонансных вращений типа 1:2 и 3:2 для случая динамически симметричного спутника с учетом как плоских, так и пространственных возмущений. Получены области неустойчивости и устойчивости в линейном приближении. Оказалось, что в линейном приближении учет пространственных возмущений не оказывает влияния на выводы об устойчивости. В тоже время, нелинейный анализ устойчивости, выполненный на основе методики четвертой главы диссертации, показал, что пространственные возмущения могут приводить к неустойчивости рассматриваемых вращений.

**Научная новизна** результатов и выводов диссертации состоит в следующем:

- Разработан алгоритм исследования устойчивости периодических гамильтоновых систем с двумя степенями свободы в случае резонансов первого и второго порядков.
- Найдены три новых интервала значений эксцентриситета, в которых резонансное вращение типа 1:2 при отсутствии пространственных возмущений устойчиво по Ляпунову. Получены выводы об устойчивости по Ляпунову для двух особых значений эксцентриситета, в которых анализ устойчивости требует учета членов до шестого порядка включительно в разложении функции Гамильтона.
- Построены диаграммы устойчивости в линейном приближении резонансного вращения типа 1:2 для спутника с неравными моментами инерции. Задача решена с учетом пространственных возмущений. Кроме того, в данной задаче при малых значениях эксцентриситета получены аналитические выражения для границ областей параметрического резонанса.
- Проведено полное и строгое исследование устойчивости резонансных вращений типа 1:2 и 3:2 для случая динамически симметричного спутника.

Исследование, выполненное автором диссертационной работы, основано на применении строгих математических методов. Результаты численного анализа хорошо согласуются с результатами, полученными аналитически. Поэтому **достоверность** выводов диссертации не вызывает сомнений.

Данная диссертационная работа вносит вклад в развитие методов теории устойчивости гамильтоновых систем, а ее результаты и методология

исследования могут представлять интерес для специалистов в области классической и небесной механики, а также динамики спутников.

К диссертационной работе имеются следующие замечания.

1. В главе 4 предложен конструктивный алгоритм, позволяющий получать нормальную форму функции Гамильтона  $2\pi$ -периодической системы с двумя степенями свободы при наличии резонанса первого порядка. При этом указывается, что данный алгоритм может быть использован и при резонансе второго порядка. Это действительно так, однако, автору диссертации стоило бы более подробно остановиться на этом вопросе и получить, явные формулы для коэффициентов нормальной формы Гамильтона в этом случае.
2. В главе 5 диссертации используются термины «устойчивость для большинства начальных условий» и «формальная устойчивость», однако определения данным понятиям в работе не даются.
3. К сожалению, в работе присутствуют опечатки. Так, в формуле (2.26) на странице 38 в четвертой строке вместо  $w_{30}$  следовало поставить  $w_{03}$ .

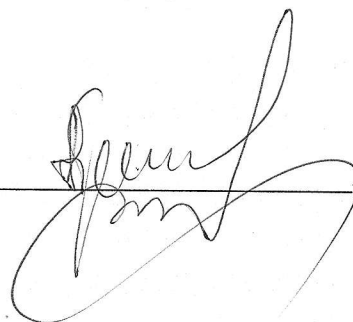
Указанные замечания не влияют на общую положительную оценку работы.

Автор показал свободное владение современным математическим аппаратом теории устойчивости и теории дифференциальных уравнений. Текст диссертации написан грамотным математическим языком и имеет строгое логическое построение. Автореферат верно и достаточно полно отражает содержание диссертации.

Диссертация Е.А. Чекиной «Исследование устойчивости резонансных вращений спутника на эллиптической орбите» носит завершённый характер и заслуживает высокой оценки. Работа удовлетворяет требованиям Постановления Правительства РФ "О порядке присуждения ученых степеней, а её автор Чекина Евгения Алексеевна, заслуживает присуждения учёной степени кандидат физико-математических наук по специальности 01.02.01 – Теоретическая механика.

Заведующий лабораторией

доктор физико-математических наук



А.В. Борисов