

УДК 621.396.965.8

## **Оценивание координат и параметров движения воздушных судов по информации от радиолокационных средств наблюдения**

**Сычев М.И.<sup>1\*</sup>, Фесенко С.В.<sup>2\*\*</sup>**

*<sup>1</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), МАИ, Волоколамское шоссе, 4, Москва, А-80, ГСП-3, 125993, Россия*

*<sup>2</sup>Филиал «НИИ Аэронавигации» ГосНИИ ГА, Волоколамское шоссе, 26, Москва, 123182, Россия*

*\*e-mail: sychev@mai.ru*

*\*\*e-mail: fesenko@atminst.ru*

### **Аннотация**

Рассматривается задача сопровождения траекторий воздушных судов по информации от радиолокационных средств наблюдения на основе многомодельной фильтрации. Описывается три типа алгоритмов многомодельных фильтров. Проведено сравнение их характеристик. Представлены результаты моделирования.

**Ключевые слова:** траекторная обработка, многомодельная фильтрация, радиолокационные средства наблюдения.

### **Введение**

При исследовании путей построения высокоточных алгоритмов оценивания координат и параметров движения воздушных судов (ВС) в последнее время все чаще рассматриваются многомодельные подходы. Это вызвано ростом

интенсивности воздушного движения и требований по обеспечению безопасности с точки зрения выдерживания заданных правил горизонтального и вертикального эшелонирования. Современная система организации воздушного движения должна заранее обнаруживать потенциально конфликтные ситуации, связанные с возможным нарушением правил эшелонирования. Краткосрочные потенциально конфликтные ситуации, со временем до наступления не более 2 минут, должны обнаруживаться по информации от средств наблюдения. Средне и долгосрочные потенциально конфликтные ситуации обнаруживаются по планам полетов ВС.

Жесткие требования предъявляются не только к оценкам текущих координат, но и параметров движения ВС. Это нашло отражение в ряде директивных документов, в том числе в стандарте Евроконтроля [1]. В нем определены основные виды движения ВС и их предельные характеристики. Кроме того, заданы требования к характеристикам радиолокационных источников наблюдения и к системам обработки их информации. В частности, заданы жесткие требования по точности оценивания параметров траекторий ВС не только для стандартных типов движения, но и при переходе от одного типа движения к другому. Обычные фильтры Калмановского типа обеспечить выполнение этих требований не в состоянии.

В системе организации воздушного движения гражданской авиации чаще всего при описании модели горизонтального движения ВС используется три модели. Первая, основная, модель – прямолинейное равномерное движение. Вторая модель - поворот (движение по окружности). Третья – прямолинейное движение с изменением скорости. Во всех этих моделях вводятся возмущения. Сопровождение ВС осуществляется по информации на выходе средств наблюдения. В настоящее время, основными являются первичные и вторичные радиолокационные станции и комплексы кругового обзора. В последнее время обсуждается вопрос об использовании информации от станций АЗН-В и многопозиционных пассивных систем наблюдения.

## Постановка задачи

Будем считать, что вектор состояния системы описывается в виде  $X(k) = [\alpha(k), \theta(k)]$ , где вектор непрерывных параметров  $\alpha(k) \in A$  описывает положение и параметры движения ВС в выбранной системе координат, а  $\theta(k) \in \overline{\{1, N\}}$  - дискретный параметр, определяющий одну из  $N$  возможных моделей движения ВС между  $(k-1)$ -м и  $k$ -м моментами времени.  $A$  - область возможных значений вектора  $\alpha(k)$ . Например, при описании движения ВС в декартовой системе координат вектор  $\alpha(k)$  обычно состоит из координат ВС, проекций вектора скорости на оси координат, а возможно и проекций вектора ускорения. Таким образом,  $X(k) \in A \times \overline{\{1, N\}} = X$ ,  $X$  - область возможных значений вектора состояния. Будем считать, что вектор  $\alpha(k)$  является односвязным Марковским случайным процессом, а  $\theta(k)$  представляет собой односвязную цепь Маркова.

В этих условиях, уравнение изменения вектора  $\alpha(k)$  можно представить в виде

$$\alpha(k+1) = F[\alpha(k), \theta(k+1), N_\alpha(k)] \quad (1)$$

где  $N_\alpha(k)$  - гауссов случайный процесс. Дискретный параметр  $\theta(k)$ , определяющий модель движения ВС между  $(k-1)$ -м и  $k$ -м моментами времени, характеризуется своими вероятностями  $P[\theta(k)]$ , причем  $\sum_{n=1}^N P[\theta(k) = n] = 1$ , а возможность перехода в  $k$ -й момент времени из одного состояния в другое описывается переходными вероятностями  $P[\theta(k+1) = n | \theta(k) = n_1] = P[n | n_1]$ , где  $n, n_1 \in \overline{\{1, N\}}$ .

Измерения на выходе обзорной РЛС зависят только от координат ВС, поэтому уравнение наблюдений имеет вид

$$Y(k) = H[\alpha(k), N_Y(k)], \quad k = \overline{1, K}. \quad (2)$$

Здесь  $N_Y(k)$  - гауссов случайный процесс, моделирующий шум наблюдения.

## Общий подход к решению задачи

Общее решение рассматриваемой задачи можно найти в [2,3]. В [3] оно получено на основе общего уравнения, описывающего изменение апостериорной плотности распределения вероятностей Марковского случайного процесса.

$$\omega[X(K) | Y(\overline{1, K})] = \frac{1}{\omega[Y(K)]} \omega[Y(K) | X(K)] \int_x \omega[X(K) | X(K-1)] \omega[X(K-1) | Y(\overline{1, K-1})] dX(K-1) \quad (3)$$

Учтем, что  $X(k) = [\alpha(k), \theta(k)]$  - смешанный случайный процесс, содержащий непрерывную  $\alpha(k) \in A$  и дискретную  $\theta(k) \in \{ \overline{1, N} \}$  составляющие.

$$\omega[X(k) | Y(\overline{1, K})] = \omega[\theta(K) | Y(\overline{1, K})] \omega[\alpha(K) | \theta(K), Y(\overline{1, K})] \quad (4)$$

$$\omega[\theta(K) | Y(\overline{1, K})] = \sum_{n=1}^N P[\theta(K) = n | Y(\overline{1, K})] \delta(\theta(K) - n) \quad (5)$$

Для переходной плотности распределения вероятностей можно записать

$$\omega[X(K) | X(K-1)] = \omega[\theta(K) | \alpha(K-1), \theta(K-1)] \omega[\alpha(K) | \theta(K), \alpha(K-1), \theta(K-1)] \quad (6)$$

$$\omega[\theta(K) | \alpha(K-1), \theta(K-1)] = \omega[\theta(K) | \theta(K-1)] = \sum_{n=1}^N P[\theta(K) = n | \theta(K-1)] \delta(\theta(K) - n). \quad (7)$$

С учетом (2), функция правдоподобия не зависит от модели движения, а определяется только координатами ВС

$$\omega[Y(K) | X(K)] = \omega[Y(K) | \alpha(K)]. \quad (8)$$

Подставив (4)-(7) в (3), получим

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=1}^N \omega[\alpha(K) | \theta(K) = n, Y(\overline{1, K})] P[\theta(K) = n | Y(\overline{1, K})] \delta(\theta(K) - n) = \frac{1}{c} \omega[Y(K) | \alpha(K)] \times \\
& \times \int_{\Theta} \int_A \omega[\alpha(K) | \alpha(K-1), \theta(K), \theta(K-1)] \sum_{n=1}^N P[\theta(K) = n | \theta(K-1)] \delta(\theta(K) - n) \times \\
& \times \sum_{n_1=1}^N \omega[\alpha(K-1) | \theta(K-1) = n_1, Y(\overline{1, K-1})] P[\theta(K-1) = n_1 | Y(\overline{1, K-1})] \delta(\theta(K-1) - n_1) \times \\
& \times d\alpha(K-1) d\theta(K-1)
\end{aligned} \tag{9}$$

Приравняв в (9) значения коэффициентов перед дельта-функциями с одинаковыми значениями аргументов получим

$$\begin{aligned}
& P[\theta(K) = n | Y(\overline{1, K})] \omega[\alpha(K) | \theta(K) = n, Y(\overline{1, K})] = \\
& = \frac{1}{c} \omega[Y(K) | \alpha(K)] \sum_{n_1=1}^N P[\theta(K-1) = n_1 | Y(\overline{1, K-1})] P[\theta(K) = n | \theta(K-1) = n_1] \times \\
& \times \int_A \omega[\alpha(K) | \alpha(K-1), \theta(K) = n, \theta(K-1) = n_1] \omega[\alpha(K-1) | \theta(K-1) = n_1, Y(\overline{1, K-1})] d\alpha(K-1)
\end{aligned} \tag{10}$$

Проинтегрировав (10) по  $\alpha(K)$  получим

$$\begin{aligned}
& P[\theta(K) = n | Y(\overline{1, K})] = \frac{1}{c} \sum_{n_1=1}^N P[\theta(K) = n | \theta(K-1) = n_1] P[\theta(K-1) = n_1 | Y(\overline{1, K-1})] \times \\
& \times \omega[Y(K) | \theta(K) = n, \theta(K-1) = n_1, Y(\overline{1, K-1})]
\end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
& \omega[Y(K) | \theta(K) = n, \theta(K-1) = n_1, Y(\overline{1, K-1})] = \\
& = \int_A \omega[y(K) | \alpha(K)] \int_A \omega[\alpha(K) | \alpha(K-1), \theta(K) = n, \theta(K-1) = n_1] \times \\
& \times \omega[\alpha(K-1) | \theta(K-1) = n_1, Y(\overline{1, K-1})] d\alpha(K-1) d\alpha(K)
\end{aligned} \tag{12}$$

Для вектора  $\alpha(K)$  получим

$$\begin{aligned}
& \omega[\alpha(K) | \theta(K) = n, Y(\overline{1, K})] = \frac{1}{c} \omega[Y(K) | \alpha(K)] \sum_{n_1=1}^N P[\theta(K) = n | \theta(K-1) = n_1] \times \\
& \times P[\theta(K-1) = n_1 | Y(\overline{1, K-1})] \int_A \omega[\alpha(K) | \alpha(K-1), \theta(K) = n, \theta(K-1) = n_1] \times \\
& \times \omega[\alpha(K-1) | \theta(K-1) = n_1, Y(\overline{1, K-1})] d\alpha(K-1)
\end{aligned} \tag{13}$$

Уравнения (11)-(13) описывают, как изменяется плотность распределения вероятностей смешанного случайного процесса при обработке результатов наблюдения. Они могут применяться как для обработки информации от одной РЛС, так и нескольких. В последнем случае,  $(k-1)$ -й момент времени соответствует времени последнего обновления оценки траектории ВС от одной из РЛС, а  $k$ -й момент времени соответствует времени текущего обновления. В этих условиях, интервал времени между обновлениями оценки траектории будет неравномерным, а статистические характеристики получаемых первичных оценок будут зависеть от РЛС, от которой они получены, и от положения ВС относительно нее.

### Линейный алгоритм

Задача оценивания параметров траектории движения ВС по данным радиолокационных наблюдений в общем случае нелинейная. Учитывая высокую точность первичных радиолокационных наблюдений (с.к.о. по дальности (50-150) м, с.к.о. по азимуту (2-15) угловых минут), в подавляющем большинстве случаев оправдана гауссова аппроксимация плотности распределения вероятностей оценок измеряемых величин. Поэтому решение для апостериорной плотности распределения вероятностей, удовлетворяющей уравнениям (11)-(13), будем искать в рамках гауссова приближения, что фактически эквивалентно линеаризации задачи.

В этих условиях, уравнение изменения вектора  $\alpha(k)$  можно представить в виде

$$\alpha(k+1) = F(\theta(k+1) = n)\alpha(k) + N_\alpha(k+1, \theta(k+1) = n) \quad (14)$$

$n = \overline{1, N}, k = \overline{1, K}$ .

Здесь обозначено:  $k$  - дискретное время,  $K$  - число временных отсчетов с начала наблюдения,  $\theta(k)$  - индекс модели движения ВС в  $k$ -й момент времени,  $N$  - общее число моделей движения ВС. Матрица  $F(\theta(k+1) = n)$  и параметры вектора возмущающих шумов  $N_\alpha(k+1, \theta(k+1) = n)$ , зависят от индекса текущей модели движения. Отсчеты вектора возмущающих шумов имеют нормальное распределение

с параметрами  $M[N_\alpha(k, \theta(k) = n)] = 0, M[N_\alpha(k_1, \theta(k) = n)N_\alpha^T(k_2, \theta(k) = n)] = R_\alpha(\theta(k) = n)\delta_{k_1, k_2}$ .  $\delta_{k_1, k_2}$  – символ Кронекера. Линеаризованное уравнение наблюдения представим в виде

$$Y(k) = H\alpha(k) + N_Y(k) \quad (15)$$

$Y(k)$  - вектор наблюдаемой выборки в  $k$ -й момент времени,  $N_Y(k)$  - вектор шумов наблюдения. Отсчеты вектора  $N_Y(k)$  имеют нормальное распределение с характеристиками:  $M[N_Y(k)] = 0, M[N_Y(k_1)N_Y^T(k_2)] = R_Y\delta_{k_1, k_2}$ .

Плотность распределения вероятностей вектора состояния при условии справедливости одной из гипотез, относительно модели движения ВС, аппроксимируется нормальным законом. Поэтому каждая из гипотез, относительно модели движения, в текущий момент времени описывается следующей совокупностью параметров

$$\lambda_n(k) = \{\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1, k}), \theta(k) = n), R(k | k, \theta(k) = n), P(\theta(k) = n | Y(\overline{1, k}))\}, \quad n = \overline{1, N}. \quad (16)$$

$\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1, k}), \theta(k) = n), R(k | k, \theta(k) = n)$  - математическое ожидание и корреляционная матрица вектора состояния координат и параметров движения ВС в  $k$ -й момент времени по информации от наблюдаемой выборки  $Y(\overline{1, k})$  с 1-го по  $k$ -й отсчет включительно при условии справедливости гипотезы с индексом  $n$  относительно модели движения ВС.  $P(\theta(k) = n | Y(\overline{1, k}))$  - оценка вероятности гипотезы с индексом  $n$  в  $k$ -й момент времени. Она может рассматриваться как априорная для следующего момента времени или как апостериорная для текущего. Для дальнейшей обработки или выдачи информации на выход алгоритма необходимо провести объединение гипотез. Можно сформировать результирующую плотность распределения вероятностей. Как и ранее для нее используется аппроксимация нормальным законом. В результате, совокупность параметров будет иметь вид  $\lambda_\Sigma(k) = \{\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1, k})), R(k | k), P(\theta(k) = \overline{1, N})\}$ , как показано на рис.1. Сумма вероятностей гипотез  $P(\theta(k) = \overline{1, N})$  равна 1. Обозначено:  $\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1, k})), R(k | k)$  - математическое ожидание и корреляционная матрица вектора состояния координат и параметров

движения ВС в  $k$ -й момент времени по информации от наблюдаемой выборки  $Y(\overline{1,k})$  с 1-го по  $k$ -й отсчет включительно могут быть сформированы следующим образом.

$$\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1,k})) = \sum_{n=1}^N P(\theta(k) = n | Y(\overline{1,k})) \hat{\alpha}(k | Y(\overline{1,k}), \theta(k) = n)$$

$$R(k | k) = \sum_{n=1}^N P(\theta(k) = n | Y(\overline{1,k})) \{R(k | k, \theta(k) = n) +$$

$$+ [\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1,k})) - \hat{\alpha}(k | Y(\overline{1,k}), \theta(k) = n)]^T [\hat{\alpha}(k | Y(\overline{1,k})) - \hat{\alpha}(k | Y(\overline{1,k}), \theta(k) = n)]\}$$
(17)

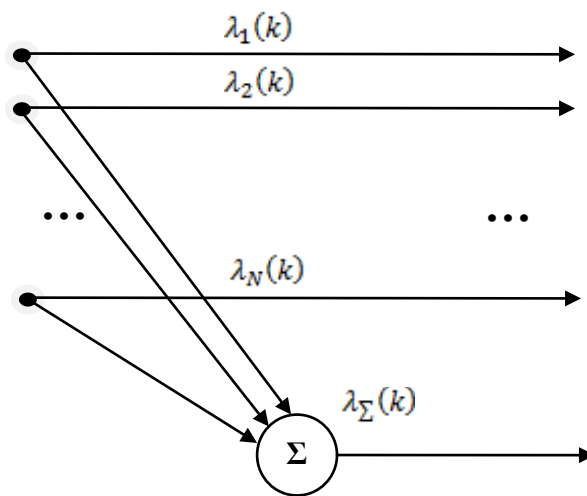


Рис.1

Алгоритм многомодельной фильтрации, кроме процедуры объединения гипотез, включает в себя еще экстраполяцию параметров гипотез и их обновление в результате обработки новых наблюдений. Схематично эти процессы представлены на рис. 2 и 3.

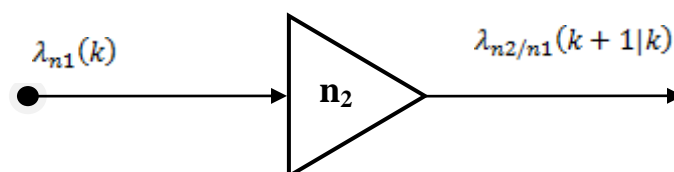


Рис.2



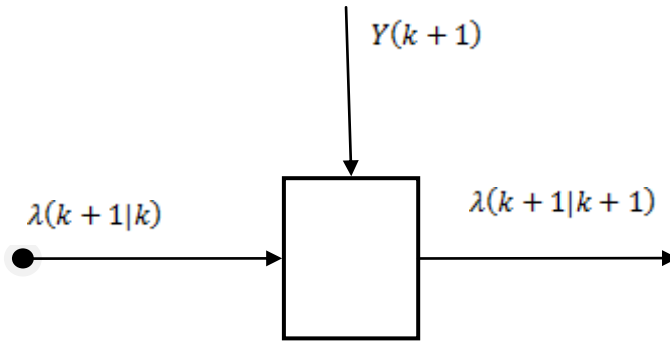


Рис.3

Алгоритмы их работы описываются соотношениями (18) и (19).

$$\hat{\alpha}(k+1 | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k+1) = n_2, \theta(k) = n_1) = F(\theta(k+1) = n_2) \hat{\alpha}(k | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k) = n_1)$$

$$R(k+1 | k, \theta(k+1) = n_2, \theta(k) = n_1) = F(\theta(k+1) = n_2) R(k | k, \theta(k) = n_1) F^T(\theta(k+1) = n_2) + R_a(\theta(k+1) = n_2) \quad (18)$$

$$P(\theta(k+1) = n_2 | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k) = n_1) = P(\theta(k+1) = n_2 | \theta(k) = n_1) P(\theta(k) = n_1 | Y(\bar{1}, \bar{k}))$$

$$n_1 = \bar{1}, \bar{N}, n_2 = \bar{1}, \bar{N}.$$

$$\hat{\alpha}(k+1 | Y(\bar{1}, \bar{k}+1), \theta(k+1) = n) = \hat{\alpha}(k+1 | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k+1) = n) + R(k+1 | k+1, \theta(k+1) = n) H^T R_y^{-1} \{Y(k+1) - H \hat{\alpha}(k+1 | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k+1) = n)\}$$

$$R^{-1}(k+1 | k+1, \theta(k+1) = n) = R^{-1}(k+1 | k, \theta(k+1) = n) + H^T R_y^{-1} H$$

$$P(\theta(k+1) = n | Y(\bar{1}, \bar{k}+1)) = \frac{1}{c} P(\theta(k+1) = n | Y(\bar{1}, \bar{k})) \omega(Y(k+1) | \theta(k+1) = n, Y(\bar{1}, \bar{k})) \quad (19)$$

$$\omega(Y(k+1) | \theta(k+1) = n, Y(\bar{1}, \bar{k})) = (2\pi \det(R_y + HR(k+1 | k, \theta(k+1) = n)H^T))^{-M/2} \times \exp\left\{-\frac{1}{2}[Y(k+1) - H \hat{\alpha}(k+1 | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k+1) = n)]^H \times [R_y + HR(k+1 | k, \theta(k+1) = n)H^T]^{-1}[Y(k+1) - H \hat{\alpha}(k+1 | Y(\bar{1}, \bar{k}), \theta(k+1) = n)]\right\}$$

На рис. 2 номер внутри треугольника обозначает индекс модели движения, используемой при экстраполяции вектора состояния ВС. В формуле (19)  $1/c$  – нормирующий множитель, обеспечивающий равенство 1 суммы вероятностей всех гипотез,  $M$  – размерность вектора наблюдений.

В частном случае, когда число используемых моделей движения  $N$  равно 1, соотношения (18), (19) описывают работу фильтра Калмана, как показано на рис. 4.

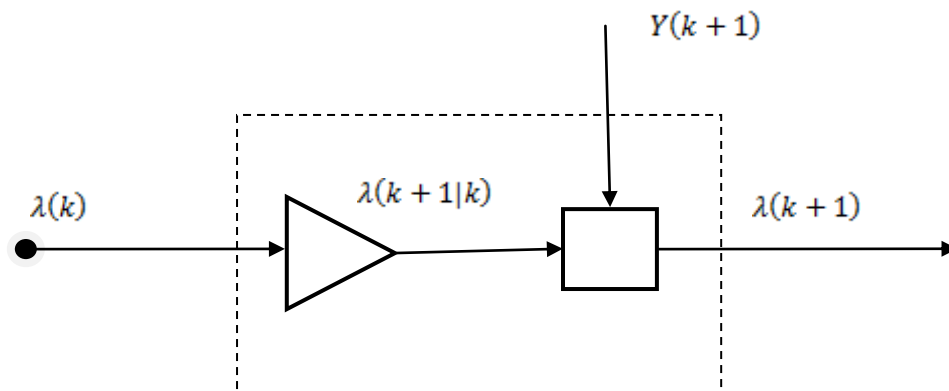


Рис.4

В зависимости от того в какой момент производится объединение отдельных гипотез и как используется его результат возможно построение многомодельных алгоритмов 3-х типов. Назовем их MMA1, MMA2 и MMA3. Их структурные схемы приведены на рис. 5,6 и 7.

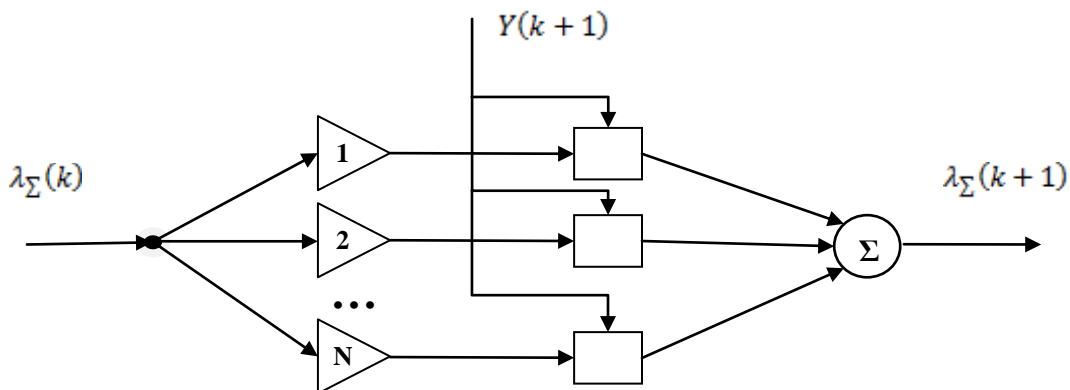


Рис. 5. MMA1

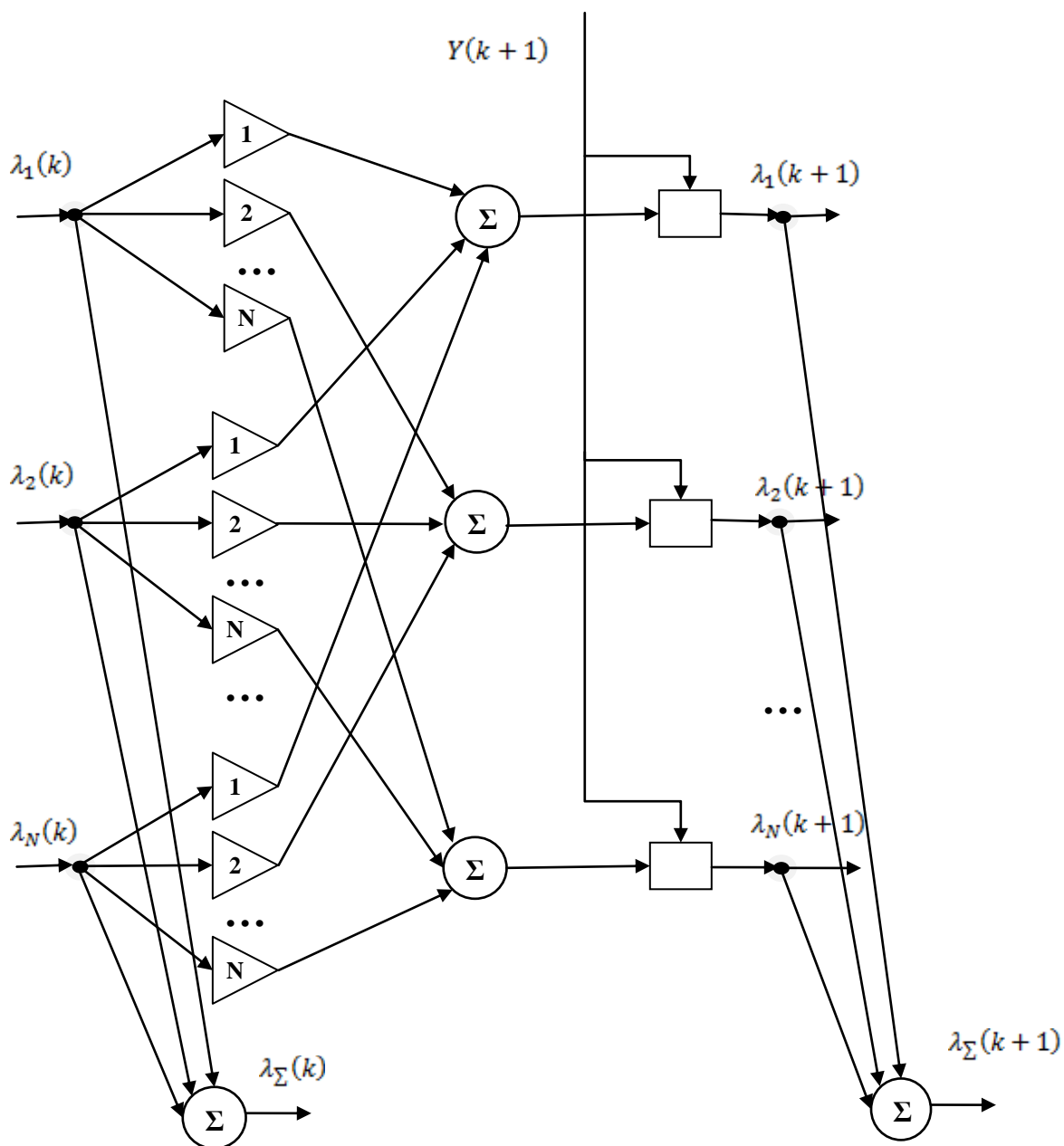


Рис. 6. MMA2

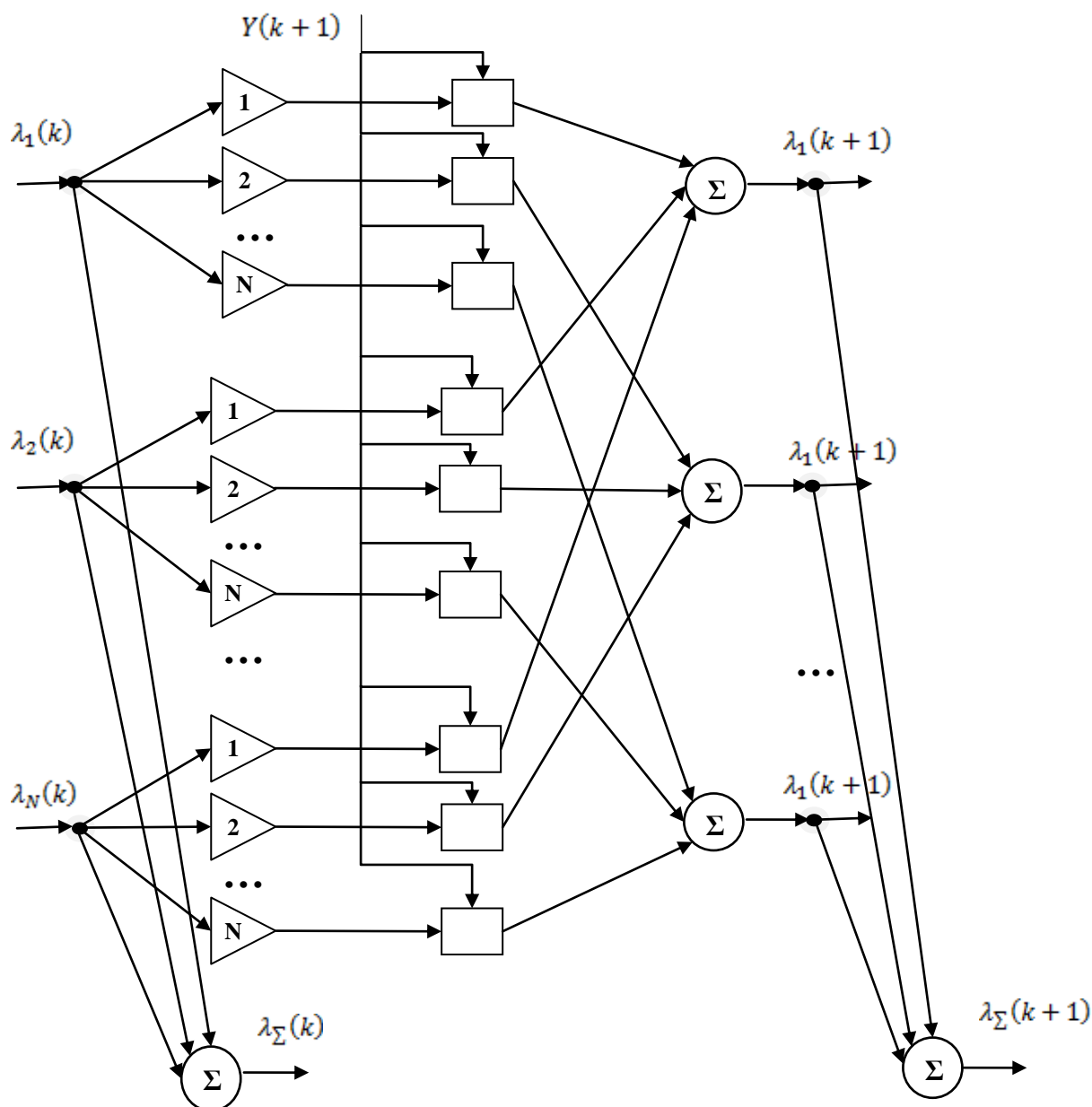


Рис. 7. MMA3

В первом алгоритме (ММА1) для продолжения работы при переходе к следующему моменту времени используется объединенная информация от всех гипотез. Фактически, при переходе от  $k$ -го момента времени к  $(k+1)$ -му, фильтр можно рассматривать как  $N$  параллельно работающих фильтров Калмана с последующим объединением их информации. Во втором алгоритме (ММА2) экстраполяция вектора состояния на следующий момент времени происходит для каждой из гипотез в отдельности, после чего происходит их объединение. В результате в

ММА2 присутствует  $N^2$  блоков экстраполяции и  $N$  блоков обновления. Объединение гипотез после обновления производится исключительно для выдачи информации на выход фильтра, но на следующем шаге внутри фильтра не используется. Третий алгоритм (ММА3) представляет собой  $N^2$  параллельно работающих фильтров Калмана с объединением информации для отдельных гипотез после их обновления. Полное объединение гипотез, как и в ММА2 производится только для выдачи информации на выход фильтра. В результате, наиболее трудоемким с точки зрения вычислительных затрат оказывается ММА3. Далее за ним следуют ММА2 и ММА1.

### Результаты моделирования

Для сравнения статистических характеристик рассматриваемых алгоритмов необходимо выбрать модели движения ВС и провести моделирование их работы для конкретных условий применения. Возьмем сценарии, приведенные в [3] в приложении Е, таблица 4. Информация о ВС поступает с выхода вторичного канала РЛС кругового обзора, с периодом обзора 4 сек. Средние квадратические ошибки измерения дальности  $\sigma_r$  и азимута  $\sigma_{Az}$  составляют: 70 м и 0,08 град. соответственно. Длительность сценария составляет  $K=200$  периодов обзора РЛС (800 сек). Первую половину времени (100 периодов) ВС движется прямолинейно и равномерно со скоростью 555 км/ч под углом около 45 град к линии визирования, а вторую – выполняет стандартный разворот с поперечным ускорением 4 м/с<sup>2</sup>. Средняя дальность ВС относительно РЛС – 150 км.

Будем отслеживать горизонтальное движение ВС относительно РЛС при помощи многомодельных фильтров настроенных на три типа движения: прямолинейное равномерное, стандартный поворот, равномерное изменение скорости. В качестве системы координат выберем прямоугольную локальную систему координат относительно РЛС. Начало координат находится в фазовом

центре антенны РЛС, ось  $Y$  направлена на север, ось  $X$  – на восток, ось  $Z$  – вертикально вверх.

Для прямолинейного равномерного движения в горизонтальной плоскости в локальной декартовой системе координат РЛС вектор состояния траектории ВС можно представить в виде  $\alpha(k) = [x(k) \ \dot{x}(k) \ y(k) \ \dot{y}(k)]^T$ . Здесь обозначено:  $x(k)$ ,  $y(k)$ - координаты ВС;  $\dot{x}(k)$ ,  $\dot{y}(k)$ - проекции вектора скорости. Матрицы, входящие в уравнение (14) можно представить в виде

$$F = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (20)$$

$T$  – интервал времени между рассматриваемыми отсчетами времени, в нашем случае это период кругового обзора РЛС. Вектор шумов возмущения представим в виде

$$N_\alpha(k) = GA_{XY}(k), \quad A_{XY}(k) = \begin{bmatrix} a_x(k) \\ a_y(k) \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} T^2/2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & T^2/2 \\ 0 & T \end{bmatrix}. \quad (21)$$

Вектор  $A_{XY}(k)$  интерпретируется как проекции случайного вектора ускорения ВС. Динамические характеристики ВС вдоль и поперек движения существенно отличаются. Поэтому

$$A_{XY}(k) = R(k)A_{LT}(k),$$

$$A_{LT}(k) = \begin{bmatrix} a_L(k) \\ a_T(k) \end{bmatrix}, \quad M[A_{LT}(k)] = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad R_{LT} = M[A_{LT}(k)A_{LT}^T(k)] = \begin{bmatrix} \sigma_L^2 & 0 \\ 0 & \sigma_T^2 \end{bmatrix}. \quad (22)$$

$a_L(k)$ ,  $a_T(k)$ - случайные ускорения ВС вдоль и поперек движения соответственно.  $\sigma_L$ ,  $\sigma_T$  - с.к.о. ускорения ВС вдоль и поперек движения.  $R(k)$  - матрица поворота на угол  $\beta(k)$ ,  $\beta(k)$  - курс ВС в  $k$ -й момент времени.

$$R(k) = \begin{bmatrix} \sin(\beta(k)) & -\cos(\beta(k)) \\ \cos(\beta(k)) & \sin(\beta(k)) \end{bmatrix} \quad (23)$$

Курс ВС можно определить как  $\beta(k) = \arctg\left(\frac{\dot{x}(k)}{\dot{y}(k)}\right)$ . После чего, можно получить элементы матрицы поворота  $R(k)$ .

$$\sin(\beta(k)) = \frac{\dot{x}(k)}{\sqrt{\dot{x}^2(k) + \dot{y}^2(k)}}, \quad \cos(\beta(k)) = \frac{\dot{y}(k)}{\sqrt{\dot{x}^2(k) + \dot{y}^2(k)}}$$

В результате получим

$$N_\alpha(k) = GR(k)A_{LT}(k) \quad R_\alpha = GR(k)R_{LT}R^T(k)G^T \quad (24)$$

Для стандартного поворота вектор состояния опишем аналогично прямолинейному равномерному движению  $\alpha(k) = [x(k) \quad \dot{x}(k) \quad y(k) \quad \dot{y}(k)]^T$ . В этих условиях переходную матрицу можно представить в виде

$$F(\omega(k)) = \begin{bmatrix} 1 & \frac{\sin(\omega(k)T)}{\omega(k)} & 0 & \frac{\cos(\omega(k)T) - 1}{\omega(k)} \\ 0 & \cos(\omega(k)T) & 0 & -\sin(\omega(k)T) \\ 0 & \frac{1 - \cos(\omega(k)T)}{\omega(k)} & 1 & \frac{\sin(\omega(k)T)}{\omega(k)} \\ 0 & \sin(\omega(k)T) & 0 & \cos(\omega(k)T) \end{bmatrix}. \quad (25)$$

$\omega(k)$ - скорость поворота в  $k$ -й момент времени. Вектор шумов возмущения представим как в (24), со своими значениями с.к.о. случайных возмущений вдоль и поперек движения ВС. В матрице (25) вместо  $\omega(k)$  можно использовать ее текущую оценку дополнительно сглаженную при помощи  $\alpha$ -фильтра

$$\begin{aligned} \omega(k+1) &= \omega(k) + \alpha_\omega[\hat{\omega}(k+1) - \omega(k)] \\ \hat{\omega}(k+1) &= \frac{\beta(k+1) - \beta(k)}{T} \end{aligned} \quad (26)$$

Для прямолинейного движения с изменением скорости вектор состояния оставим тот же  $\alpha(k) = [x(k) \quad \dot{x}(k) \quad y(k) \quad \dot{y}(k)]^T$ . В этом случае модель движения будет аналогична модели прямолинейного равномерного движения (20)-(24), за исключением

$$M[A_{LT}(k)] = \begin{bmatrix} m_L(k) \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

$m_L(k)$  - среднее значение ускорения вдоль движения ВС. В качестве  $m_L(k)$  можно использовать текущую оценку сглаженную при помощи  $\alpha$ -фильтра

$$\begin{aligned}m_L(k+1) &= m_L(k) + \alpha_{mL}[\hat{m}_L(k+1) - m_L(k)] \\ \hat{m}_L(k+1) &= \frac{v(k+1) - v(k)}{T} \\ v(k) &= \sqrt{\dot{x}^2(k) + \dot{y}^2(k)}\end{aligned}\tag{28}$$

Рассмотренные 3 модели движения положены в основу исследуемых многомодельных алгоритмов сопровождения траектории ВС при обработке информации от радиолокационных средств наблюдения.

Что касается модели наблюдений, то первичные радиолокационные измерения координат ВС обычно выполняются в координатах азимут и дальность относительно точки стояния РЛС. Ошибки по координатам азимут и дальность обычно считаются статистически независимыми с нормальным законом распределения. Описание движения ВС в этих координатах, даже для прямолинейного равномерного движения, приводит к нелинейным уравнениям. В тоже время, большую часть полета движение ВС описывается именно этой моделью. Поэтому выбор системы координат для описания вектора состояния траектории ВС неочевиден. При обработке информации от нескольких РЛС при оценивании координат ВС в горизонтальной плоскости часто переходят к локальной декартовой системе координат. В общем случае это преобразование нелинейно, что приводит изменению закона распределения ошибок наблюдения, делая его негауссовым.

Точность первичных радиолокационных измерений в РЛС системы управления воздушного движения гражданской авиации обычно достаточно высокая (с.к.о. по дальности (50-150) м, с.к.о. по азимуту (2-15) угловых минут). Это приводит к тому, что закон распределения ошибок наблюдения при переходе в декартову систему координат сохраняется нормальным, но появляется взаимная корреляция между ошибками по разным координатам. Учесть ее несложно. Если



вектор наблюдения представить в виде  $Y(k) = [x(k) \quad y(k)]^T$ , то уравнение наблюдения можно записать в виде (15) с ковариационной матрицей шумов наблюдения  $R_Y$  следующего вида

$$R_Y(r, Az) = \begin{bmatrix} \sin(Az) & \cos(Az) \\ \cos(Az) & -\sin(Az) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_r^2 & 0 \\ 0 & r^2 \sigma_{Az}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(Az) & \cos(Az) \\ \cos(Az) & -\sin(Az) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$R_Y^{-1}(r, Az) = \begin{bmatrix} \sin(Az) & \cos(Az) \\ \cos(Az) & -\sin(Az) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/\sigma_r^2 & 0 \\ 0 & 1/r^2 \sigma_{Az}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sin(Az) & \cos(Az) \\ \cos(Az) & -\sin(Az) \end{bmatrix}. \quad (30)$$

$\sigma_r, \sigma_{Az}$  - с.к.о. ошибки по дальности и азимуту соответственно;  $r, Az$  - дальность и азимут ВС относительно РЛС. Вместо  $r, Az$  можно использовать их оценки, полученные в результате экстраполяции на текущий момент времени или разбив зону действия РЛС на зоны по дальности и азимуту зафиксировать их внутри зон, рассчитав заранее  $R_Y$ .

Вид матрицы наблюдения зависит от выбранной структуры вектора состояния траектории ВС. В нашем случае она имеет вид

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (32)$$

Результаты моделирования 3-х вариантов построения многомодельных алгоритмов, использующие 3 модели для описания горизонтального движения ВС представлены на рис. 8-11. Они получены в результате усреднения по 1000 выборкам. Для улучшения характеристик фильтров был осуществлен подбор параметров используемых моделей. Для модели прямолинейного равномерного движения было выбрано:  $\sigma_L=0.01$  м/с<sup>2</sup>,  $\sigma_T=0.1$  м/с<sup>2</sup>. Для модели стандартного поворота:  $\sigma_L=0.5$  м/с<sup>2</sup>,  $\sigma_T=2$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha_\omega=0.3$ . Для модели прямолинейного движения с изменением скорости:  $\sigma_L=1$  м/с<sup>2</sup>,  $\sigma_T=0.5$  м/с<sup>2</sup>,  $\alpha_{mL}=0.3$ . Матрица вероятностей перехода  $P(\theta(k+1)|\theta(k))$  была выбрана следующей

$$P(\theta(k+1)|\theta(k)) = \begin{bmatrix} 0.85 & 0.05 & 0.2 \\ 0.1 & 0.95 & 0 \\ 0.05 & 0 & 0.8 \end{bmatrix}.$$

Из рис. 8-11 видно, что наилучшими характеристиками обладает фильтр ММА3. Фильтр ММА2 имеет очень близкие характеристики. Фильтр ММА1 сильно проигрывает им особенно по точности оценивания скорости и курса для прямолинейно и равномерно движущегося ВС. Он не удовлетворяет требованиям таблицы 4 Приложения Е стандарта [3]. Исследование других сценариев и типов движения дало аналогичные результаты.

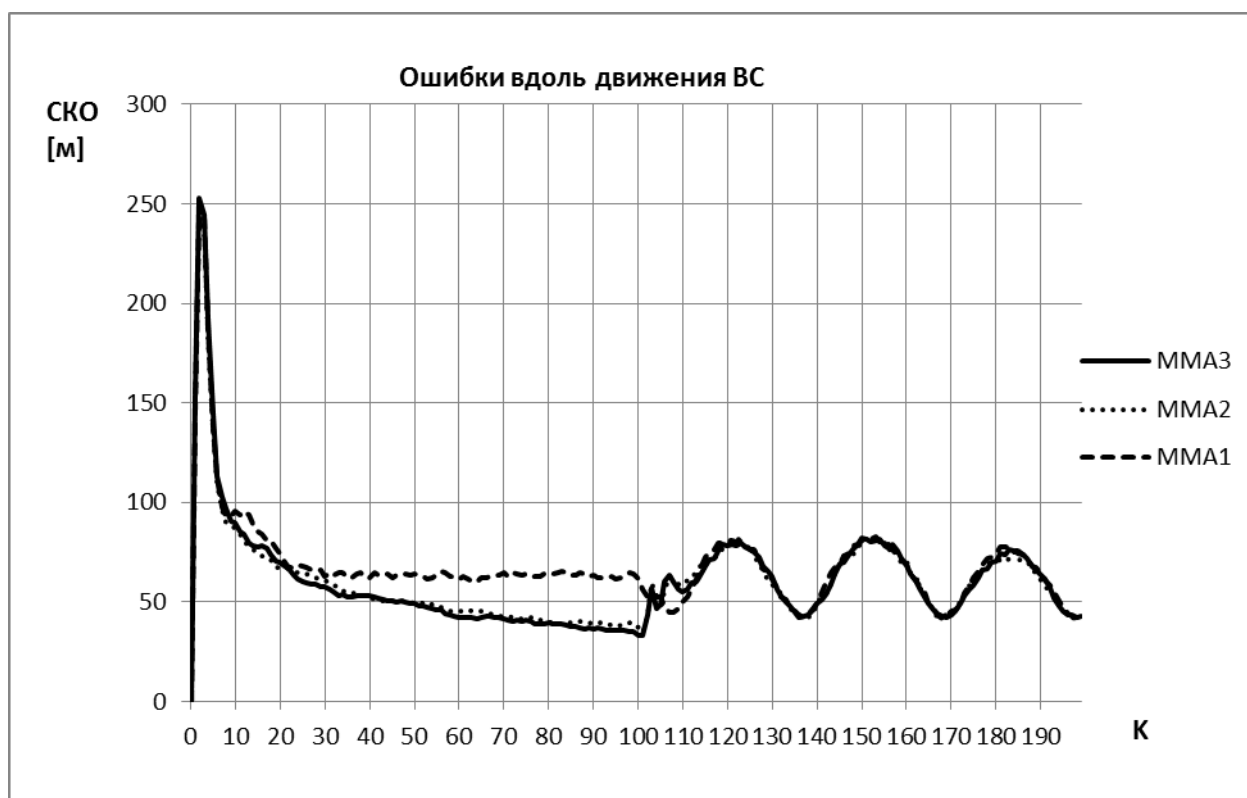


Рис.8

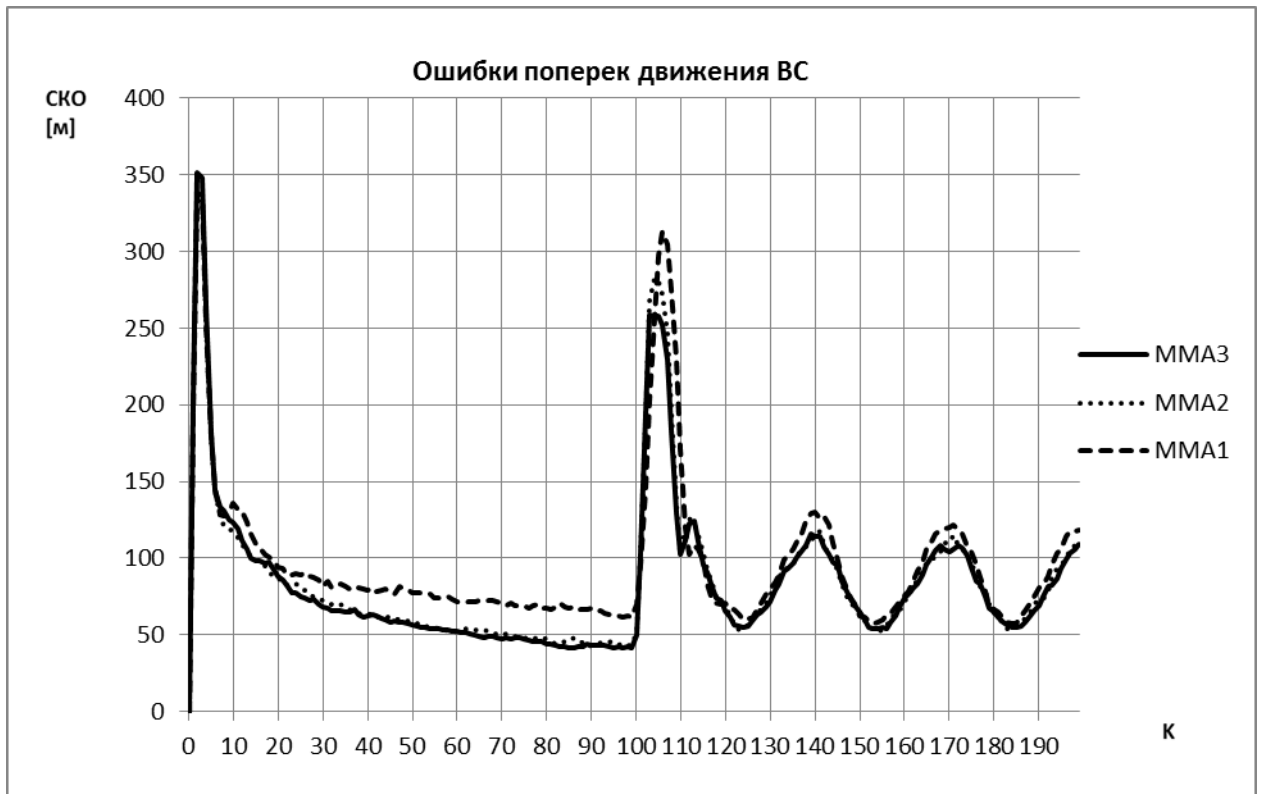


Рис.9

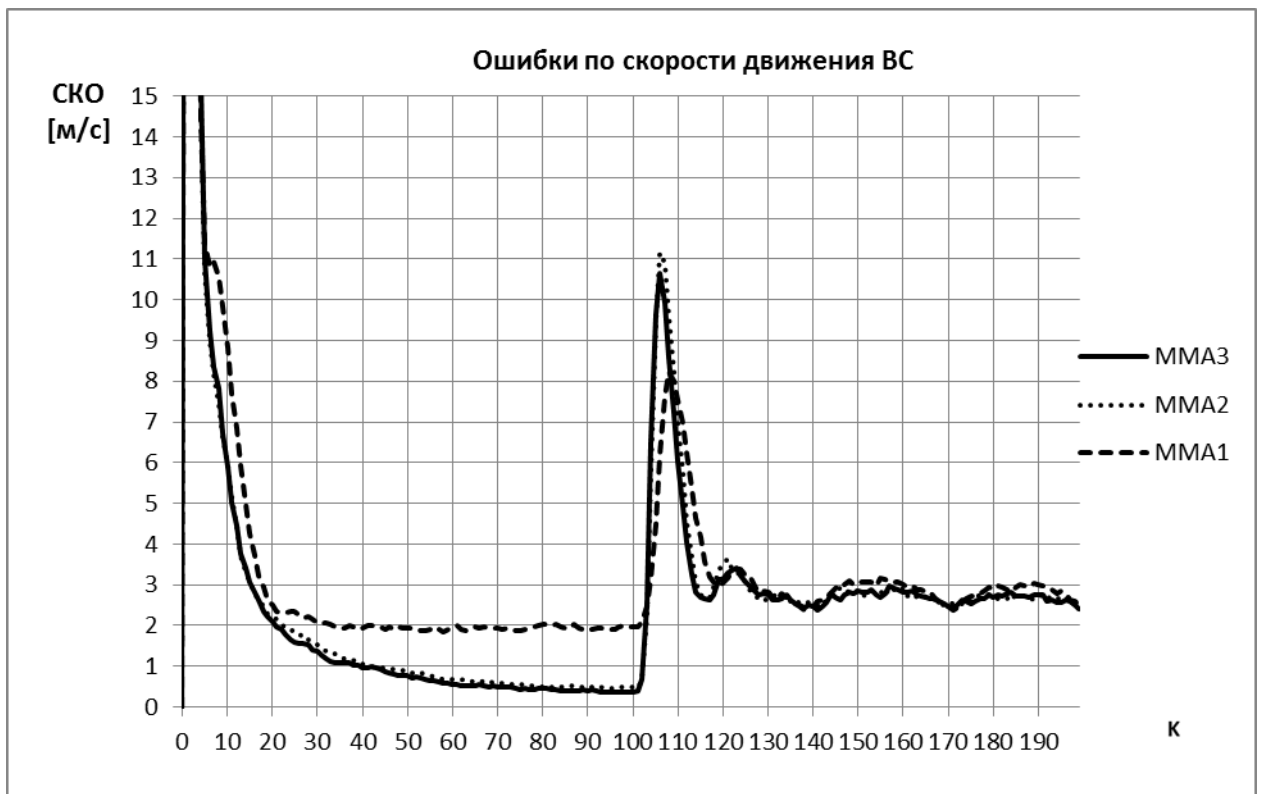


Рис.10

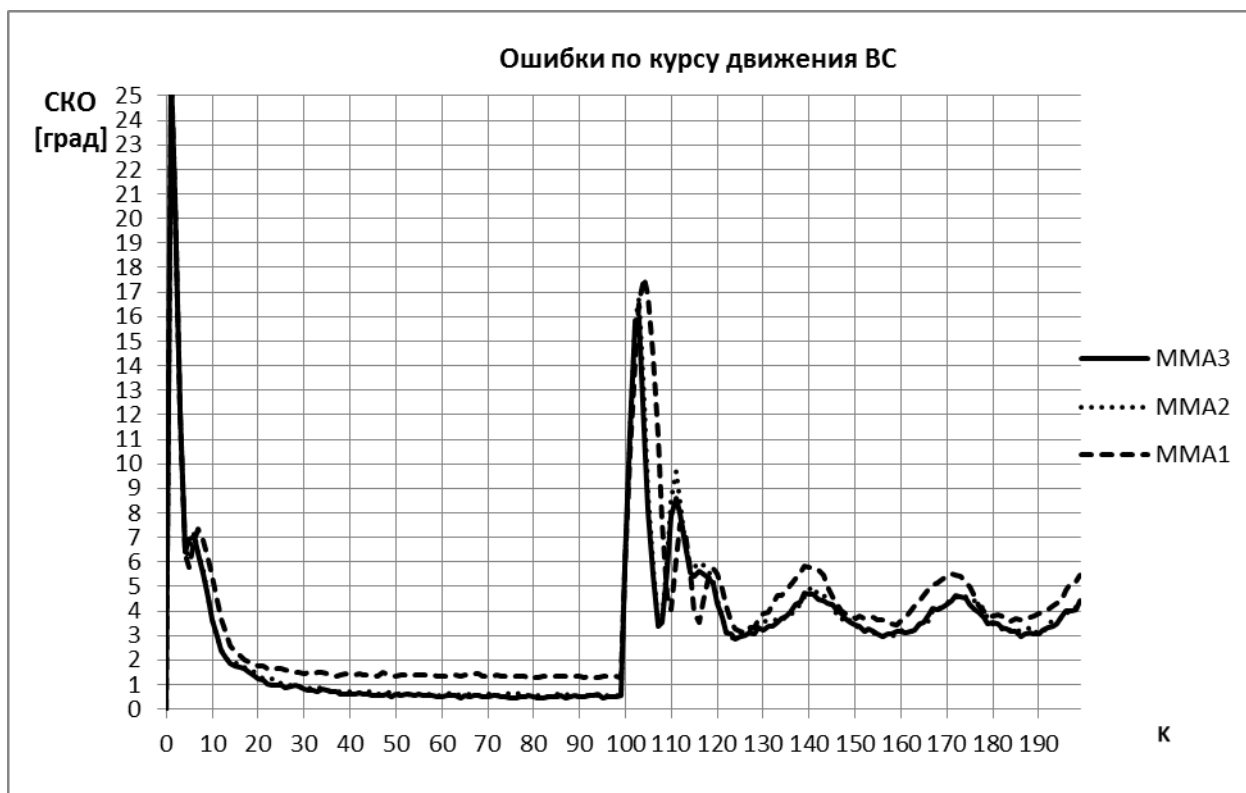


Рис.11

### Выводы

Исследование многомодельных фильтров для сценариев, представленных в таблицах 3-7 Приложения Е стандарта [3] показало, что наиболее жесткие требования по точности сопровождения заданы для прямолинейного равномерного движения ВС. Особенно это касается требований по точности оценивания скорости и курса ВС. Учитывая, что большую часть полета ВС его движение описывается этой моделью, то следует ожидать, что эти параметры существенно влияют на качество решения задачи обнаружения потенциально конфликтных ситуаций, связанных с нарушением правил эшелонирования.

### Библиографический список

1. Eurocontrol Standard Document for Radar Surveillance in En-Route Airspace and Major Terminal Areas. SUR.ET1.ST01.1000-STD-01-01, Edition 1.0, March 1997.

2. Yaakov Bar-Shalom, X.-Rong Li, Thiagalingam Kirubarajan. Estimation with Applications To Tracking and Navigation. John Wiley&Sons, Inc., New York, 2001.
3. Бакулев П.А., Сычев М.И., Нгуен Чонг Лыу. Многомодельный алгоритм сопровождения траектории маневрирующей цели по данным обзорной РЛС // Радиотехника. 2004. №1. С. 26-32.