

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования

**Московский авиационный институт**  
**(национальный исследовательский университет)**

На правах рукописи



НАГОРНОВ АНДРЕЙ ЮРЬЕВИЧ

**ОБЕСПЕЧЕНИЕ АЭРОУПРУГОЙ УСТОЙЧИВОСТИ**  
**БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ**  
**ИЗ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ**

01.02.06. «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:  
Парафесь С.Г., д.т.н., доцент

Москва – 2020

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение.....	4
1 Состояние проблемы обеспечения аэроупругой устойчивости беспилотных летательных аппаратов. Постановка задачи исследования.....	9
1.1 Анализ состояния проблемы в области обеспечения аэроупругой устойчивости беспилотных летательных аппаратов.....	9
1.2 Обзор литературы в области исследования флаттера и аэроупругой устойчивости летательных аппаратов с системой управления.....	12
1.3 Объект и предмет исследования.....	16
1.4 Постановка задачи.....	19
2 Математическое моделирование аэроупругих колебаний летательного аппарата самолетного типа с двухбалочным хвостовым оперением .....	22
2.1 Уравнения аэроупругих колебаний и анализ устойчивости.....	22
2.2 Упругие константы композиционного материала .....	31
2.3 Расчет балочных жесткостей .....	37
2.4 Расчет флаттера композиционного крыла .....	41
2.5 Расчет безрулевых форм флаттера БЛА двухбалочной схемы из ПКМ	53
2.6 Расчет рулевых форм флаттера БЛА с двухбалочным хвостовым оперением с применением МКЭ .....	63
3 Учет требований аэросервоупругости при проектировании беспилотного летательного аппарата .....	91
3.1 Основные положения.....	91
3.2 Исследование устойчивости контура «упругий БЛА – САУ» .....	94

3.3 Выбор параметров фильтров, направленных на амплитудное подавление упругих колебаний БЛА.....	98
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	108
ЛИТЕРАТУРА.....	110

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования**

Одной из наиболее важных задач проектирования беспилотных летательных аппаратов (БЛА) является обеспечение безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости с системой автоматического управления (САУ).

Обостряют проблемы флаттера и аэроупругой устойчивости БЛА с САУ следующие обстоятельства: аэродинамические рули в настоящее время имеют относительно небольшую жесткость и являются, как правило, несбалансированными; потребное увеличение быстродействия современных приводов расширяет полосу пропускания привода и способствует увеличению его нагружения; применение привода электромеханического привода, характеризующегося пониженной жесткостью и повышенной инерционностью. Опасность возникновения аэроупругих колебаний возрастает с увеличением скоростного напора (числа  $M$ ) и маневренных перегрузок. Негативно могут сказываться и мероприятия, связанные с оптимизацией массы конструкции БЛА ввиду снижения ее жесткости.

Следует отметить, что в конструкциях современных БЛА находят широкое применение композиционные материалы, обеспечивающих высокое массовое совершенство БЛА, а для БЛА военного применения, решающие еще и актуальную проблему малозаметности. Однако, существенный разброс механических характеристик, свойственный композиционным материалам, также обостряет проблемы аэро- и аэросервоупругости.

Конструктивно-компоновочной особенностью БЛА двухбалочной схемы является использование рулевых приводов электромеханического типа, которые крепятся непосредственно к крышкам лючков, которые, в свою очередь, закрепляются на обшивке крыла или стабилизаторов БЛА. Данная особенность БЛА, как правило, приводит к снижению парциальных частот органов управления,

что, в свою очередь, вызывает взаимодействие низших упругих тонов конструкции планера БЛА с тонами колебаний органов управления.

С учетом активного развития авиастроения в области БЛА из композиционных материалов, а также особенностей схемы с двухбалочным оперением, исследование аэроупругой устойчивости БЛА данного типа является актуальной проблемой динамики и прочности летательных аппаратов.

### **Степень разработанности темы исследования**

На текущий момент существует достаточно большое количество работ и исследований в области аэроупругой устойчивости летательных аппаратов (ЛА), в том числе и с САУ. Однако, отсутствуют всесторонние исследования аэроупругой устойчивости БЛА с двухбалочной схемой фюзеляжа как подкласса БЛА, с выделением особенностей именно двухбалочной схемы фюзеляжа. Кроме того, для перспективного развития авиастроения в области БЛА самолетного типа необходимы результаты исследований, отвечающие на вопросы о преимуществах и недостатках двухбалочной схемы фюзеляжа с позиций аэроупругости БЛА с САУ.

### **Цели и задачи исследования**

Целью исследования является разработка математических моделей и проведение исследований, направленных на обеспечение аэроупругой устойчивости беспилотных летательных аппаратов из композиционных материалов.

#### **Задачами исследования являются:**

1. Разработка математических моделей аэроупругих колебаний прямого крыла большого удлинения с целью сравнения аэродинамических теорий и методов моделирования.
2. Разработка математической модели собственных колебаний БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов.

3. Разработка математических моделей аэроупругих колебаний применительно к БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов.
4. Исследование аэроупругой устойчивости БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов, включающее безрулевые и рулевые формы флаттера.
5. Исследование аэроупругой устойчивости БЛА с САУ, включая выбор фильтров, направленных на подавление упругих тонов колебаний планера БЛА.
6. Разработка мер и рекомендаций по обеспечению безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости летательного аппарата с САУ применительно к БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов.

#### **Научная новизна**

Разработаны математические модели аэроупругих колебаний БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов на основе метода Ритца и метода конечных элементов.

Получены новые результаты исследования безрулевых и рулевых форм флаттера БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов.

Предложен алгоритм выбора фильтров, направленных на подавление упругих тонов колебаний планера БЛА.

#### **Теоретическая и практическая значимость работы**

Теоретическая значимость работы заключается в разработке математических моделей аэроупругих колебаний БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов на основе метода Ритца и метода конечных элементов и получения новых результатов исследования безрулевых и рулевых форм флаттера БЛА данного типа.

Практическая значимость работы заключается в применении разработанных модели для определения критических скоростей флаттера БЛА с двухбалочным хвостовым оперением из композиционных материалов. По результатам

исследования были разработаны рекомендации по улучшению конструкций планера БЛА для повышения критической скоростей рулевых форм флаттера и улучшению характеристик контура стабилизации САУ. Полученные в ходе исследования результаты позволили выработать общие рекомендации по обеспечению аэроупругой устойчивости БЛА двухбалочной схемы.

### **Методология и методы исследования**

Методологическую основу исследования составили научные труды отечественных и зарубежных ученых в области аэро- и аэросервоупругости беспилотных летательных аппаратов.

Информационные источники научного исследования:

- научные источники в виде данных и сведений из книг, журнальных статей, научных докладов, материалов научно-технических конференций;

- официальные документы: положения и ГОСТ;

- результаты собственных расчетов и проведенных экспериментов.

1. Для построения упругой модели БЛА с двухбалочным оперением для расчета безрулевых форм флаттера применяется метод Ритца. Аппроксимирующие функции метода Ритца вычисляются из решения задачи о собственных колебаниях аппарата с помощью метода начальных параметров. При этом, многократно интегрируется система обыкновенных дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты 4-5 порядка.
2. Для вычисления аэродинамических сил в методе Ритца используется квазистационарная аэродинамическая теория с гипотезой плоских сечений.
3. Для построения упругой модели БЛА с двухбалочным оперением для расчета рулевых форм флаттера применяется метод конечных элементов на базе программного комплекса NX Nastran.
4. Для вычисления аэродинамических сил в МКЭ используется панельный метод нестационарной аэродинамики с особенностями типа диполей – метод дипольной решетки (Doublet-Lattice Method (DLM)).

### **Апробация работы**

Диссертационная работа имеет теоретический характер; достоверность полученных результатов и сделанных выводов подтверждается строгой формулировкой основных положений исследований и используемых формализованных описаний, сопоставлением результатов, полученных с использованием разработанных в диссертационной работе математических моделей с известными результатами, полученными на основе известных программных комплексов (NX Nastran). Согласование расчетных данных составило 10-15%.

### **Личный вклад автора**

Автором диссертационной работы самостоятельно разработаны математические модели аэроупругих колебаний БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов на основе метода Ритца и метода конечных элементов, разработаны программы на языке программирования MATLAB для реализации построенных моделей, проведены исследования аэроупругой устойчивости БЛА и проанализированы полученные результаты.

### **Внедрение результатов исследования**

Основные результаты, полученные в диссертации, внедрены в учебный процесс кафедры 602 и используются при проведении лекций и лабораторных работ по дисциплине «Инженерные методы проектирования конструкций летательных аппаратов», а также используются при исследовании аэроупругой устойчивости БЛА в АО «УЗГА».



# **1 Состояние проблемы обеспечения аэроупругой устойчивости беспилотных летательных аппаратов. Постановка задачи исследования**

## **1.1 Анализ состояния проблемы в области обеспечения аэроупругой устойчивости беспилотных летательных аппаратов**

Одной из наиболее важных задач проектирования беспилотных летательных аппаратов (БЛА) является обеспечение безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости с системой автоматического управления (САУ).

*Флаттер* представляет собой динамическую неустойчивость упругой конструкции в потоке воздуха. Скорость потока, при которой упругая конструкция находится на границе зоны неустойчивости, называется критической скоростью флаттера. Неустойчивость конструкции проявляется в быстром нарастании амплитуд колебаний, которое, как правило, приводит к разрушению элемента конструкции, подверженному флаттеру.

Процесс возникновения флаттера достаточно сложен. В общих чертах его можно представить следующим образом. Каждый элемент упругой конструкции, обтекаемой потоком воздуха, совершает обычно сложное колебательное движение. Например, орган управления (руль, элерон, закрылок), расположенный на крыле БЛА, совершает собственные колебания, а также в составе крыла, совершающего изгибно-крутильные колебания относительно корневого сечения, защемленного в крыльевом отсеке фюзеляжа. С другой стороны, – крыло участвует в изгибно-крутильном движении самого корпуса БЛА, который, в свою очередь, может совершать поступательные и вращательные движения в различных направлениях. Все эти движения часто не совпадают по фазе. Наличие потока воздуха обуславливает взаимное влияние различных форм движения упругого элемента конструкции БЛА. Это влияние проявляется в передаче энергии из одной формы движения (степени свободы) в другую. При неблагоприятном сдвиге фаз упругий элемент БЛА, например, орган управления, начинает получать из набегающего

потока значительно большее количество энергии, чем то, которое рассеивается внутри элемента. В результате амплитуды колебаний элемента быстро возрастают, и в течение короткого промежутка времени наступает разрушение.

Другим актуальным для БЛА является явление *аэроупругое взаимодействие БЛА с системой автоматического управления (САУ)*. В процессе движения БЛА в полете упругие колебания конструкции фюзеляжа воздействуют на датчики САУ. Система автоматического управления пропускает сигналы от датчиков скоростей и ускорений (перегрузок) в широком диапазоне частот, включающим в себя заметную долю спектра частот упругих колебаний. Усиленные сигналы поступают в исполнительные устройства органов управления. Конструкция БЛА образует с САУ замкнутый контур, динамические свойства которого определяются как аэродинамическими характеристиками конструкции, так и характеристиками тракта САУ: датчиков скоростей и ускорений, фильтров, усилителей, механической проводки управления и исполнительных силовых механизмов (рулевых приводов). При определенных сочетаниях массово-инерционных, жесткостных и демпфирующих свойств конструкции, аэродинамических параметров и характеристик системы управления в контуре «упругий БЛА – САУ» могут возникать колебательные процессы. Из-за наличия в тракте САУ различного рода нелинейностей колебания бывают, как правило, ограниченной амплитуды.

В отличие от колебания типа «флаттер» автоколебания в замкнутом контуре «упругий БЛА – САУ» не приводят к быстрому разрушению конструкции, но вызывают значительные виброперегрузки, которые негативно сказываются на работе бортовой аппаратуры и ведут к снижению ресурса ее работы, а также к «забиванию» каналов САУ высокочастотными составляющими сигналов, что оказывает существенное влияние на управление БЛА и является недопустимым.

Обостряют проблемы флаттера и аэроупругой устойчивости БЛА с САУ следующие обстоятельства:

– аэродинамические рули в настоящее время имеют относительно небольшую жесткость и являются, как правило, несбалансированными;

– потребное увеличение быстродействия современных приводов расширяет полосу пропускания привода и способствует увеличению его нагружения;

– применение привода электромеханического привода, характеризующегося пониженной жесткостью и повышенной инерционностью.

Как уже отмечалось во введении диссертации, опасность возникновения аэроупругих колебаний возрастает с увеличением скоростного напора (числа  $M$ ) и маневренных перегрузок. Негативно могут сказываться и мероприятия, связанные с оптимизацией массы конструкции БЛА ввиду снижения ее жесткости.

Следует отметить, что в конструкциях современных БЛА находят широкое применение композиционные материалы, обеспечивающие высокие массовые характеристики (высокое массовое совершенство), а для БЛА военного применения, решающие еще и актуальную проблему малозаметности. Однако, существенный разброс механических характеристик, свойственный композиционным материалам, также обостряет проблемы аэро- и аэросервоупругости.

Конструктивно-компоновочной особенностью БЛА двухбалочной схемы является использование рулевых приводов электромеханического типа, которые крепятся непосредственно к крышкам лючков, которые, в свою очередь, закрепляются на обшивке крыла или стабилизаторов БЛА. Данная особенность БЛА, как правило, приводит к снижению парциальных частот органов управления, что, в свою очередь, вызывает взаимодействие низших упругих тонов конструкции планера БЛА с тонами колебаний органов управления.

Обеспечение устойчивости контура «упругий БЛА – САУ», как и безопасности от флаттера, является одним из обязательных требований, которые необходимо учитывать при разработке БЛА. Основным принцип требований – отсутствие аэроупругой неустойчивости для всех возможных конфигураций летательного аппарата и режимов полета. Для этого требуется обеспечить необходимые запасы устойчивости по модулю и фазе амплитудно-фазовой

частотной характеристики разомкнутого контура «конструкция – управление», подтвердив их расчетами, наземными и летными испытаниями.

## **1.2 Обзор литературы в области исследования флаттера и аэроупругой устойчивости летательных аппаратов с системой управления**

Методы исследования флаттера летательных аппаратов различных классов на сегодняшний день хорошо отработаны, им посвящено огромное число работ. Фундаментальными работами в данной области являются монографии [2, 3, 4, 7, 50, 64, 65, 67, 69] и целый ряд других работ. К настоящему времени накоплен значительный опыт в постановке и решении задач, связанных с исследованием классических явлений аэроупругости при проектировании летательных аппаратов в целом, например, [33–37], или их отдельных частей: крыльев [12, 62], оболочек [14], лопастей винтов [15, 17].

Для исследования аэроупругой устойчивости ЛА совместно с САУ применяются теоретические и экспериментальные методы. Остановимся на теоретических методах исследования аэроупругой устойчивости ЛА совместно с САУ более подробно. Теоретические методы основаны на определенной схематизации аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ и на использовании некоторых допущений и предположений. Точность определения границ устойчивости контура «упругий ЛА – САУ» зависит от достоверности упруго-массовой модели ЛА, качества аэродинамической теории, описывающей нестационарные нагрузки, и достоверности математического описания системы управления.

К настоящему времени достаточно хорошо разработаны методы исследования аэроупругой устойчивости ЛА с САУ. Для теоретических исследований данного вопроса разработаны соответствующие модели [23–25, 27, 29–31, 34, 35, 38, 39–41, 44, 45], в которых ЛА рассматривается в горизонтальном установившемся полете или при осуществлении им маневра.

Первые подходы отечественных ученых к исследованию аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ были предложены в работах [18, 24, 27, 38, 39, 40]. В них разработаны теоретические модели, в которых ЛА рассматривается в установившемся горизонтальном полете [18, 31, 27, 38, 39] и продольном маневре [24, 40]. Для составления упруго-массовой схематизации используется метод заданных форм. В качестве заданных форм рассматриваются формы собственных колебаний ЛА вне потока. Упругий ЛА с крылом большого удлинения схематизируется системой перекрестных тонкостенных балок, работающих на изгиб и кручение [27, 31]. Упругий ЛА с крылом малого удлинения схематизируется системой балок и отсеков [13]. Системой отсеков моделируется крыло малого удлинения: полки лонжеронов и нервюр – балки, работающие на изгиб; панель обшивки, стенки лонжеронов и нервюр – кессоны, работающие на кручение. Для определения аэродинамических нагрузок на колеблющийся ЛА используется гипотеза стационарности.

Наиболее общий подход к исследованию устойчивости движения упругого ЛА заключается в том, что рассматривается короткопериодическое движение ЛА как твердого тела с учетом нескольких низших тонов упругих колебаний конструкции. При этом для исследования устойчивости движения упругого ЛА получены линеаризованные уравнения, описывающие движение ЛА, совершающего горизонтальный установившийся полет [18, 31], либо продольный маневр [24, 40].

В работах [18, 21, 24, 31, 27, 38, 39] упругий ЛА рассматривается также как объект автоматического управления. Излагаются методы определения передаточных функций упругого ЛА, в том числе с учетом колебаний жидкости в баках [21, 27]. Даются подходы к определению передаточных функций САУ. Анализируются методы анализа и синтеза контуров стабилизации САУ упругого ЛА, методы выбора корректирующих устройств и фильтров САУ.

Более поздние работы [20, 22, 23, 25, 29, 30, 34, 35, 41, 45, 51] посвящены совершенствованию теоретических методов и математических моделей исследования аэроупругого взаимодействия с САУ. В работах [29, 30] разработаны

математические модели упругого ЛА с учетом динамических деформаций (на основе метода заданных форм) при квазистатическом аэродинамическом нагружении. Упруго-массовая схематизация ЛА – система перекрестных балок (ЛА с крылом большого удлинения) и система балок и кессонов (ЛА с крылом малого удлинения). Аэродинамическая схематизация ЛА – система тонких пластин, заменяющих срединные поверхности элементов его конструкции. Определяется реакция (передаточная функция) упругого ЛА на произвольные возмущения, вносимые рулем или порывом ветра.

В работе [41] предложено для формирования упруго-массовой модели ЛА использовать метод конечных элементов, а его аналог – метод дискретных вихрей – для формирования аэродинамической модели. Обе модели приведены к общим координатным узлам. Аэроупругое взаимодействие ЛА с САУ учтено путем выделения в векторе обобщенных координат компонентов, описывающих отклонения органов управления.

Метод конечных элементов в сочетании с методом подконструкций (суперэлементов) для построения трехмерной упруго-массовой модели ЛА использован также в работе [51]. Аэродинамические силы находятся на основе метода дискретных вихрей (при дозвуковом обтекании) и метода возмущенных давлений (при сверхзвуковом обтекании).

В работе [45] для исследования аэроупругой устойчивости ЛА с САУ разработана математическая модель на основе метода Ритца. Аэродинамические силы определяются на основе метода дискретных вихрей (при дозвуковом обтекании) и панельного метода (при сверхзвуковом обтекании). Обобщенные силы находятся с использованием гипотезы гармоничности. Данная модель исследования аэроупругой устойчивости ЛА с САУ реализована в программном комплексе АРГОН [20].

Особенности взаимодействия цифровой системы управления с упругими колебаниями конструкции ЛА рассматривались в работах [19, 34, 36] и др.

К настоящему времени сложился определенный подход к исследованию аэроупругой устойчивости ЛА с САУ [23]. Он заключается в использовании

модели движения упругого ЛА, представленной системой линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами, которая записывается в обобщенных координатах, соответствующих формам собственных колебаний вне потока. Вектор обобщенных координат включает координаты, описывающие движение ЛА как твердого тела, его упругие деформации и отклонения органов управления. Вектор внешних воздействий содержит отклонения штоков рулевых приводов, сосредоточенные силы, интенсивность воздушного порыва. Обобщенные координаты, их скорости и ускорения связываются с физическими координатами (такими как смещения, углы поворота, ускорения и угловые скорости в местах установки датчиков САУ, а также силовые факторы в выбранных точках конструкции).

При исследовании аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ обычно система управления представляется в виде блок-схемы, состоящей из определенного набора элементов (звеньев), соединенных связями. Эти звенья соответствуют физическим элементам САУ (датчики, усилители, электрические фильтры, элементы рулевых приводов). Для них разработаны соответствующие математические модели.

Расчетные исследования аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ выполняются во временной и частотных областях. При исследовании во временной области на замкнутый контур «упругий ЛА – САУ» подается тестовое возмущающее воздействие и на основе анализа переходных процессов выполняется оценка влияния САУ на динамические характеристики ЛА. Исследования в частотной области заключаются в определении частотных характеристик упругого ЛА и САУ (или разомкнутого контура «упругий ЛА – САУ») и их анализе. В настоящее время в ОКБ широко используются программные комплексы исследования аэроупругого взаимодействия ЛА с САУ, созданные в ЦАГИ: программный комплекс FRECAN для исследования в частотной области и программный комплекс TDR для исследования во временной области [23, 25].

Для уточнения границ аэроупругой устойчивости и определения запасов устойчивости в контуре «упругий ЛА – САУ» используются экспериментальные методы, среди которых наибольшее распространение получил метод

электромеханического моделирования упругих колебаний ЛА «в полете» [ 26, 42, 43].

### **1.3 Объект и предмет исследования**

Среди различных типовых схем БЛА самолётного типа находит применение схема с двухбалочным фюзеляжем, в которой хвостовое оперение крепится на двух балках непосредственно к крылу аппарата. Такое конструктивное решение позволяет оптимизировать использование полезной нагрузки в объеме фюзеляжа ЛА и применить силовую установку (СУ) с толкающим винтом. При этом расстояние оперения до центра тяжести БЛА может быть достаточно большим, с целью снизить влияние возмущенного потока воздуха от СУ и увеличить аэродинамические моменты относительно центра тяжести ЛА. В этом случае оперение по своей площади и массе получается значительно меньшим чем по классической нормальной самолетной схеме. Однако, с точки зрения аэроупругой устойчивости такое решение может привести к небольшим критическим скоростям флаттера, так как колебания оперения на хвостовых балках связаны с крылом и приращение местных углов атаки горизонтального оперения может привести к приращению местных углов атаки на крыле. На рисунках 1–3 показаны БЛА с двухбалочным оперением.



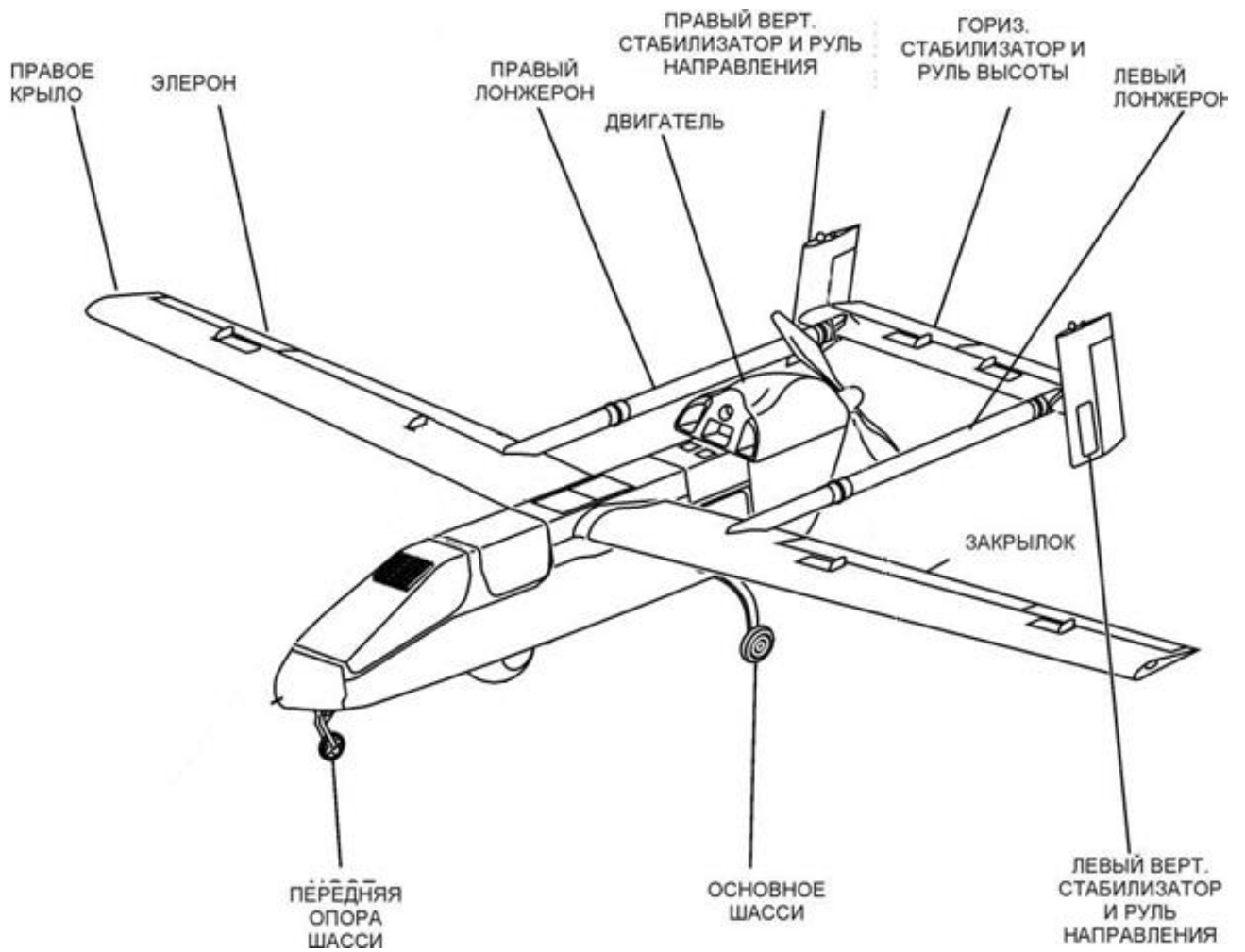


Рисунок 1 – БЛА с двухбалочным хвостовым оперением



Рисунок 2 – Searcher MK2 (изображение взято из открытых источников)



Рисунок 3 – БЛА Форпост (изображение взято из открытых источников)

На рисунке 4 показана конструктивно-силовая схема (КСС) крыла с узлом крепления хвостовой балки.

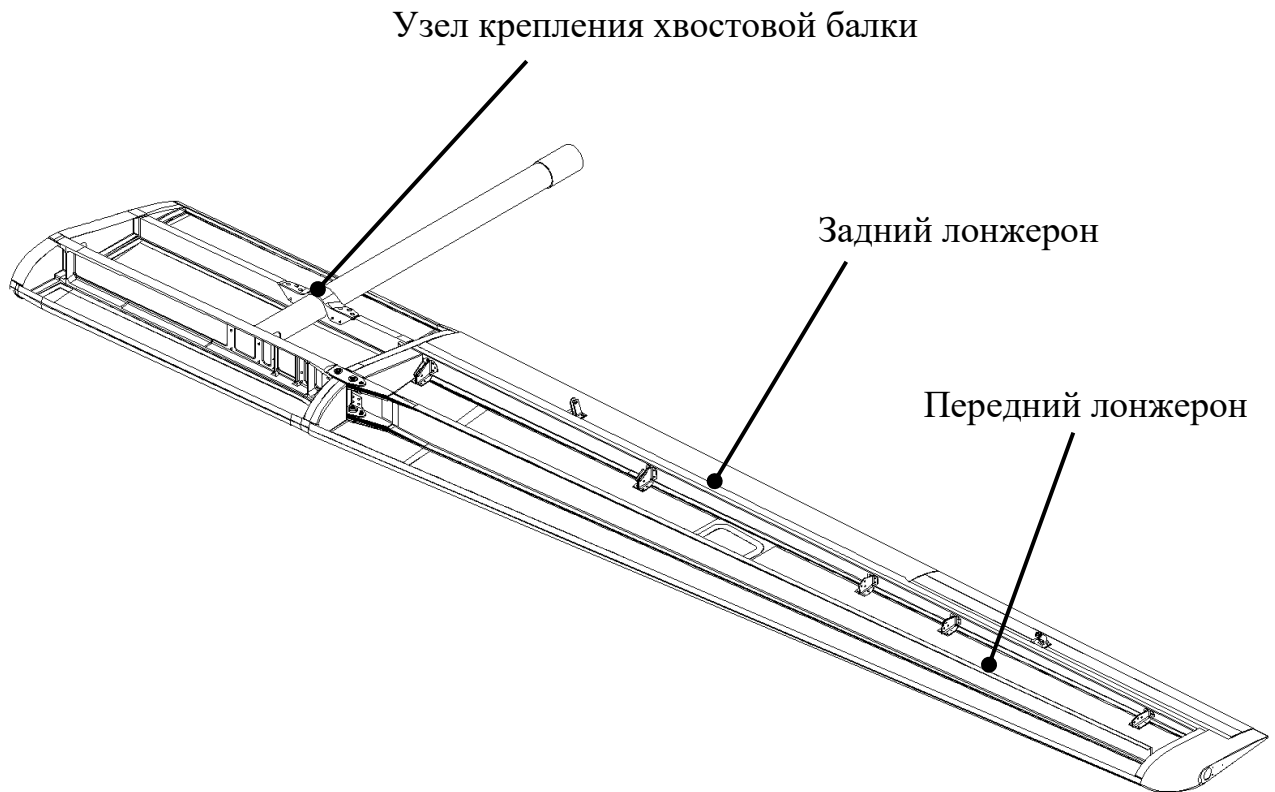


Рисунок 4 – КСС композиционного крыла с хвостовой балкой

#### 1.4 Постановка задачи

Объектом исследования является дозвуковой БЛА самолетного типа с двухбалочной схемой оперения, выполненный из композиционных материалов.

Предметом исследования является обеспечение безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости БЛА с САУ.

Цель исследования заключается в разработке математических моделей и проведении теоретических исследований, направленных на обеспечение

безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости с САУ применительно к рассматриваемому типу БЛА.

В задаче исследования заданными считаются:

- форма и внешние геометрические параметры БЛА;
- аэродинамическая и конструктивно-компоновочные схемы БЛА;
- расчетные режимы полета;
- структура и параметры САУ, включая бортовую систему стабилизации и ее исполнительные органы – рулевые привода электромеханического типа, идентичные для всех органов управления;
- композиционные материалы и их основные характеристики;
- требования по безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости БЛА с САУ.

Требуется:

разработать математические модели:

- аэроупругих колебаний прямого крыла большого удлинения с целью сравнения аэродинамических теорий и методов моделирования.
- собственных и аэроупругих колебаний БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов для проведения исследования флаттера и аэроупругой устойчивости БЛА с САУ;

провести исследования:

- аэроупругой устойчивости БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов, включающее безрулевые и рулевые формы флаттера;
- аэроупругой устойчивости БЛА с САУ, включая выбор фильтров, направленных на подавление упругих тонов колебаний планера БЛА рассматриваемого типа;

разработать рекомендации в части применяемых моделей и теоретических методов исследования, используемых в интересах обеспечения безопасности от

флаттера и аэроупругой устойчивости летательного аппарата с САУ применительно к БЛА самолетного типа с двухбалочной схемой оперения, выполненного из композиционных материалов.

## **2 Математическое моделирование аэроупругих колебаний летательного аппарата самолетного типа с двухбалочным хвостовым оперением**

### **2.1 Уравнения аэроупругих колебаний и анализ устойчивости**

Летательный аппарат представляет собой трехмерную упругую систему. Трехмерные упругие системы характеризуются тем, что их перемещения зависят от всех трех пространственных координат и при отсутствии каких-либо внешних связей для полного описания их динамических свойств в общих уравнениях движения необходимо учитывать и степени свободы как твердого тела. Наиболее полные уравнения движения ЛА в свободном полете получены в работах [2, 4, 18, 21, 35, 51, 64].

Как правило, при построении математической модели аэроупругих колебаний ЛА вводится ряд допущений, позволяющих облегчить получение решения в общем случае очень сложной трехмерной задачи аэроупругости. Эти допущения относятся, как правило, как к схематизации самого летательного аппарата (в части его формы и упруго-массовой модели), так и к схематизации действующих на него при колебаниях нестационарных аэродинамических сил. Обычно в практических задачах аэроупругости летательные аппараты схематизируют набором простых конструктивных элементов, например, пластин и балок или их различных комбинаций. В этих случаях трехмерная задача аэроупругости вырождается в двумерную задачу, что заметно облегчает поиск решения. Для описания нестационарных аэродинамических сил, действующих на поверхность колеблющегося аппарата, чаще всего используют гипотезу стационарности или гармоничности.

Представим расчетную схему ЛА в виде тонкой плоской конфигурации (рисунок 5), срединная поверхность которой в невозмущенном движении располагается в плоскости  $Oxz$ .

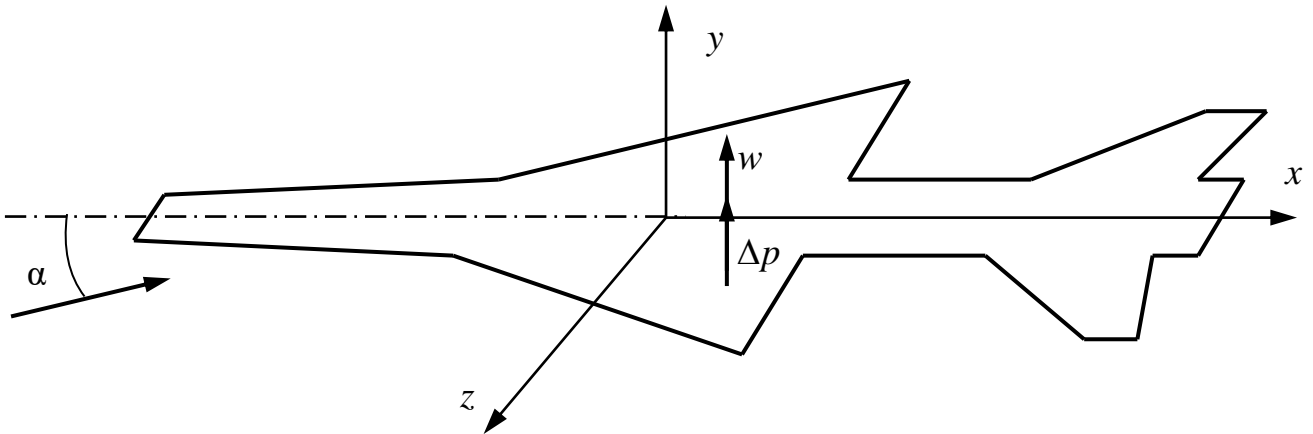


Рисунок 5 – Плоская расчетная схема упругого ЛА

Ограничивая движение твердого тела поступательными перемещениями в вертикальной плоскости и вращательными движениями по тангажу и крену, а деформации упругого тела нормальными перемещениями его срединной поверхности  $w(x, z, t)$ , получим уравнения малого возмущенного движения ЛА для конечного числа степеней свободы  $n$  в виде:

$$M_s \ddot{q}_s(t) + H_s \dot{q}_s(t) + G_s q_s(t) = Q_s(t) \quad (s = 1, 2, \dots, n); \quad (1)$$

$$M_s = \iint_S \Phi_s^2(x, z) m(x, z) dx dz; \quad (2)$$

$$G_s = M_s \omega_s^2; \quad (3)$$

$$H_s = G_s \frac{\nu_s}{\pi \omega_s} = M_s \frac{\nu_s}{\pi} \omega_s; \quad (4)$$

$$Q_s = \iint_S \Delta p(x, z) \Phi_s(x, z) dx dz, \quad (5)$$

где  $M_s$ ,  $H_s$ ,  $G_s$ ,  $Q_s$ ,  $q_s$  – обобщенные масса, демпфирование, жесткость, сила и координата, соответствующие  $s$ -й форме колебаний;  $\Phi_s(x, z)$ ,  $\omega_s$ ,  $\nu_s$  – форма, частота и логарифмический декремент  $s$ -го тона собственных колебаний ЛА;  $m(x, z)$  – удельная масса единицы площади проекции поверхности ЛА на плоскость  $Oxz$ ;  $\Delta p(x, z)$  – нестационарное аэродинамическое давление.

Формы собственных колебаний, соответствующие указанным выше движениям твердого тела, равны:  $\Phi_1 = 1$  – поступательное перемещение в вертикальной плоскости;  $\Phi_2 = -z$  – вращение относительно оси  $Ox$ ;  $\Phi_3 = x$  – вращение относительно оси  $Oz$ . Этим движениям отвечают нулевые частоты колебаний  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3 = 0$ . Очевидно, что

$$M_1 = M; \quad M_2 = I_x; \quad M_3 = I_z, \quad (6)$$

где  $M$  – масса ЛА;  $I_x, I_z$  – массовые моменты инерции ЛА относительно осей  $Ox$  и  $Oz$ .

Уравнения (1) справедливы в том случае, когда формы собственных колебаний  $\Phi_s$  определяются для ЛА в целом. Если формы собственных колебаний найдены для отдельных частей ЛА (например, отдельно для корпуса, крыльев, рулей), уравнения становятся связанными не только через аэродинамические силы, но и через массово-инерционные и (или) жесткостные характеристики. В этом случае уравнения движения ЛА имеют вид

$$\sum_{r=1}^n (m_{rs} \ddot{q}_r + h_{rs} \dot{q}_r + k_{rs} q_r) = Q_s, \quad s = 1, 2, \dots, n \quad (7)$$

где

$$m_{rs} = \iint_S m(x, z) \Phi_r(x, z) \Phi_s(x, z) dS; \quad (8)$$

$$Q_s = \iint_S \Delta p(x, z) \Phi_s(x, z) dS. \quad (9)$$

Коэффициенты жесткости  $k_{rs}$  и конструкционного демпфирования  $h_{rs}$  для составной упругой конструкции вычисляются в каждом конкретном случае, используя потенциальную энергию деформации и функцию рассеяния для всех ее частей. При этом для каждой части ЛА (корпус, крыло, руль) могут быть использованы различные расчетные модели.

При определении аэродинамических сил в задачах аэроупругости предполагается, что перемещения упругой конструкции  $w(x, z, t)$  известны. В силу кинематического граничного условия безотрывного обтекания колеблющейся поверхности ЛА скорость скоса потока в любой точке



$$V_y = \frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = \frac{\partial w}{\partial t} + V \frac{\partial w}{\partial x}, \quad (10)$$

где  $V$  – скорость невозмущенного потока газа.

Первое слагаемое в правой части уравнения представляет скорость частицы газа, как бы прилипшей к подвижной поверхности ЛА (переносное движение). Второе слагаемое учитывает скорость, обусловленную относительным движением (скольжением) частицы вдоль наклонной, как бы неподвижной поверхности ЛА.

Угол скоса потока (приращение местного угла атаки) в возмущенном движении будет

$$\alpha(x, z, t) = -\frac{V_y}{V} = -\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \frac{1}{V} \frac{\partial w}{\partial t}\right). \quad (11)$$

Возмущения потока вызываются углами скоса его во всех точках поверхности. На основании этого выражение для перепада аэродинамического давления на нижней и верхней поверхностях тонкого тела  $\Delta p$  может быть представлено в виде

$$\Delta p = \frac{\rho V^2}{2} \mathbf{P}[\alpha], \quad (12)$$

где  $\rho$  – плотность невозмущенного потока газа;  $\mathbf{P}[\alpha]$  – линейный интегральный (или интегродифференциальный) оператор по переменным  $x, z, t$ . Физически величина  $\mathbf{P}[\alpha]$  представляет собой местный перепад давления, отнесенный к скоростному напору.

Решение нестационарной задачи для оператора  $\mathbf{P}$  в общем случае представляет значительные математические трудности. Ее формулировка и способ решения зависят от конфигурации упругого тела в плане, диапазона рассматриваемых скоростей (несжимаемый поток, сжимаемый поток с дозвуковой, трансзвуковой, сверхзвуковой или гиперзвуковой скоростью) и от того, считается ли задача обтекания стационарной или нестационарной [63].

В настоящее время существует ряд точных и приближенных аналитических решений аэродинамической задачи для конкретных конфигураций несущих поверхностей, и тонких тел в определенных диапазонах скоростей. Как правило, эти решения получены для стационарной задачи, реже – для нестационарной

задачи при установившихся гармонических колебаниях и только в единичных случаях – для нестационарной задачи при произвольных движениях упругих тел. Последнее обусловлено большими трудностями, возникающими при решении нестационарных аэродинамических задач. Решение задачи возмущенного движения здесь зависит не только от значений углов скоса потока в рассматриваемый момент времени, но и от их значений во все предыдущие моменты времени.

В последнее время разработаны эффективные алгоритмы численного решения аэродинамических задач, основанных на дискретных методах. Несущая поверхность и прилегающая к ней область возмущенного течения в плоскости  $Oxz$  делится на систему ячеек. В результате функциональная зависимость (12) заменяется системой алгебраических уравнений, связывающих значения  $\alpha$  и  $\Delta p$  в заданных контрольных точках в каждой из ячеек на несущей поверхности. В этом случае оператор  $\mathbf{P}$  записывается в виде матрицы аэродинамических коэффициентов влияния. Дискретный метод решения аэродинамической задачи хорошо сочетается с численными методами решения упругодинамической задачи: методом конечных элементов и методом конечных разностей. Однако дискретные методы решения задачи аэроупругости являются весьма трудоемкими и используются обычно на стадии уточненных поверочных расчетов.

Во многих практических случаях, особенно на стадии проектировочных расчетов, при определении аэродинамических нагрузок на колеблющиеся упругие тела, принимаются различные упрощающие допущения. Для анализа сравнительно медленных колебательных движений используется гипотеза стационарности. На основании этой гипотезы при получении решения в форме (12) не учитывается зависимость местного угла атаки от времени, т.е. рассматривается некоторый фиксированный момент времени с «замороженными» значениями  $\alpha$  и для этого момента решается стационарная задача. После того как найдено выражение для оператора  $\mathbf{P}$ , используется зависимость  $\alpha$  от времени (11) через функцию  $w(x, z, t)$ . Такая теория называется квазистационарной.

Оценку предела применимости этой теории можно получить из следующих рассуждений. Чтобы можно было пренебречь нестационарностью потока, время

прохождения частицей газа некоторой характерной длины (например, хорды  $b$ ) должно быть значительно меньше четверти периода колебаний (за четверть периода амплитуда колебаний меняется от нуля до максимального значения). На основании этого следует, что  $b/V \ll T/4$ . Учитывая, что  $T = 2\pi/\omega$ , получим условие применимости квазистационарной теории в следующем виде:

$$\frac{b\omega}{V} \ll \frac{\pi}{2}, \quad (13)$$

где  $\omega$  – круговая частота колебаний;  $b\omega/V$  – приведенная частота, или число Струхалия. При использовании гипотезы стационарности оператор  $\mathbf{P}$  не зависит от времени  $t$ .

В качестве примера приведем точное решение, полученное с использованием гипотезы стационарности, для тонкого бесконечного цилиндрического крыла, ось которого перпендикулярна потоку. В случае сверхзвукового потока [1]

$$\Delta p(x,t) = \frac{\rho V^2}{2} \frac{4}{\sqrt{M^2 - 1}} \alpha(x,t) \quad (14)$$

Решение (14) может быть приближенно распространено на случай тонких прямых и стреловидных крыльев, если считать  $\alpha = \alpha(x, z, t)$  и учитывать поправки на конечность размаха и стреловидность. Поправки могут быть определены теоретически (для некоторых частных случаев), экспериментально (на основе продувок моделей) или по полуэмпирическим формулам. Простая формула (14) может быть приближенно использована и для некоторых конфигураций тонких несущих поверхностей малого удлинения со сверхзвуковыми передними и задними кромками при  $M^2 \cos^2 \chi \gg 1$  ( $M$  – число Маха;  $\chi$  – угол стреловидности), у которых на большей части поверхности течение является плоским (двумерным) и не оказывают влияния концевые эффекты перетекания частиц газа с нижней поверхности на верхнюю и наоборот [63].

В случае аэроупругих колебаний с высокими частотами, когда гипотеза стационарности неприменима, можно использовать гипотезу гармоничности [67]. Согласно этой гипотезе при определении аэродинамической нагрузки

предполагается, что перемещения упругой конструкции  $w(x, z, t)$ , изменяются во времени по гармоническому закону, например

$$w(x, z, t) = \bar{w}(x, z)e^{i\omega t}, \quad (15)$$

где  $\bar{w}(x, z)$  – форма колебания;  $\omega$  – заданная круговая частота колебаний.

При использовании гипотезы гармоничности оператор  $\mathbf{P}$  также не зависит от времени  $t$ , однако он зависит от заданной частоты  $\omega$ . Чем ближе колебания конструкции к гармоническим колебаниям с частотой  $\omega$ , тем точнее будет решение.

Вычислим обобщенные аэродинамические силы  $Q_s(t)$ . При этом будем считать, что аэродинамическое давление  $\Delta p$  определяется по формуле (12) на основании гипотезы стационарности, вследствие чего  $\mathbf{P}[\alpha]$  является оператором по координатам  $x, z$  и не зависит от времени  $t$ . Учитывая, что перемещения упругой конструкции

$$w(x, z, t) = \sum_{r=1}^n q_r(t)\Phi_r(x, z), \quad (16)$$

в силу линейности оператора на основании выражений (11) и (12) получим

$$\Delta p = -\frac{\rho V^2}{2} \sum_{r=1}^n q_r \mathbf{P} \left[ \frac{\partial \Phi_r}{\partial x} \right] - \frac{\rho V}{2} \sum_{r=1}^n \dot{q}_r \mathbf{P} [\Phi_r]. \quad (17)$$

Следовательно,

$$Q_s = -\sum_{r=1}^n b_{rs} q_r - \sum_{r=1}^n d_{rs} \dot{q}_r; \quad (18)$$

$$b_{rs} = \frac{\rho V^2}{2} \iint_S \mathbf{P} \left[ \frac{\partial \Phi_r}{\partial x} \right] \Phi_s dS; \quad (19)$$

$$d_{rs} = \frac{\rho V}{2} \iint_S \mathbf{P} [\Phi_r] \Phi_s dS, \quad (20)$$

где  $b_{rs}$  и  $d_{rs}$  – постоянные коэффициенты, которые называются обобщенными коэффициентами аэродинамической жесткости и аэродинамического демпфирования.

Система обыкновенных дифференциальных уравнений колебаний свободного от связей упругого ЛА в обобщенных координатах (7) с учетом выражений для обобщенных сил (18) – (20) имеет вид

$$\sum_{r=1}^n (m_{rs} \ddot{q}_r + h_{rs} \dot{q}_r + k_{rs} q_r + d_{rs} \dot{q}_r + b_{rs} q_r) = 0, \quad s = 1, 2, \dots, n, \quad (21)$$

или в матричном виде

$$\bar{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{H}}\dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{K}}\mathbf{q} + \bar{\mathbf{D}}\dot{\mathbf{q}} + \bar{\mathbf{B}}\mathbf{q} = 0, \quad (22)$$

где  $\bar{\mathbf{M}}, \bar{\mathbf{K}}$  – матрицы масс и жесткости конструкции;  $\bar{\mathbf{H}}$  – матрица конструкционного демпфирования;  $\bar{\mathbf{D}}, \bar{\mathbf{B}}$  – матрицы аэродинамического демпфирования и аэродинамических сил;  $\mathbf{q}$  – вектор обобщенных координат.

Автономная аэроупругая система в общем случае является неконсервативной. Она может отдавать энергию потоку, а при определенных условиях черпать ее из потока. В первом случае колебания будут затухать со временем, а во втором – нарастать. Нарастание колебаний происходит в случае, когда аэроупругая система является динамически неустойчивой. Система называется асимптотически устойчивой, если после прекращения внешних возмущений она при  $t \rightarrow \infty$  возвращается к первоначальному состоянию. Об устойчивости можно судить по корням характеристического уравнения однородной системы дифференциальных уравнений, получаемой из (22).

Эквивалентная (22) однородная система дифференциальных уравнений первого порядка имеет вид

$$\mathbf{A}\dot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}\mathbf{r} = \mathbf{R}, \quad (23)$$

где

$$\mathbf{r} = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \mathbf{q} \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{M}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{D}} & \bar{\mathbf{B}} + \bar{\mathbf{K}} \\ -\mathbf{E} & \mathbf{0} \end{bmatrix}. \quad (24)$$

Подставляя частное решение

$$\mathbf{Y} = \mathbf{Z}e^{St}$$

в исходное уравнение (23), получаем однородное алгебраическое матричное уравнение

$$[\lambda \mathbf{A} + \mathbf{C}] \mathbf{V} = 0 \quad (25)$$

собственные значения  $\lambda$  которого – комплексные частоты

$$\lambda_j = \alpha_j + i\omega_j, \quad j = 1, 2, \dots, n, \quad (26)$$

где  $\alpha_j$  и  $\omega_j$  – коэффициенты затухания и круговые частоты колебаний соответственно.

Величины  $\alpha_j$  определяют устойчивость решения. Для асимптотической устойчивости системы необходимо и достаточно, чтобы все коэффициенты затухания были отрицательными:

$$\alpha_j < 0, \quad j = 1, 2, \dots, n. \quad (27)$$

Если среди собственных значений имеется, по крайней мере, одно с положительной вещественной частью (положительным коэффициентом затухания  $\alpha_l, \alpha_l \in n$ ), то система является неустойчивой. При  $\alpha_l > 0$  и  $\omega_l \neq 0$  система динамически неустойчива (флаттер), при  $\alpha_l > 0$  и  $\omega_l = 0$  система статически неустойчива (дивергенция).

Каждому значению  $V_j$  соответствует комплексный вектор перемещений  $\mathbf{Z}_j$  – форма колебаний конструкции в аэродинамическом потоке. В данном случае форма колебаний представлена перемещениями точек конструкции и их производными

$$\mathbf{Z}_j = \begin{pmatrix} \dot{\mathbf{z}}_j \\ \mathbf{z}_j \end{pmatrix}. \quad (28)$$

## 2.2 Упругие константы композиционного материала

Для расчета деформаций планера БЛА из полимерных композиционных материалов необходимо рассчитать жесткостные характеристики конструкции, в число которых входят упругие константы композиционного материала, вычисленные для пакета слоев с заданными наборами укладок – углами ориентации слоя и его толщины.

Для основных элементов конструкции планера БЛА, таких как трехслойная обшивка, лонжероны, стенки и нервюры закон деформирования ортотропного слоя композиционного материала записывается для случая плоского напряженного состояния, при совпадении осей нагружения  $x, y$  с осями упругой симметрии ортотропного материала 1, 2 [46]:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

где

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{12} = \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{21}E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}; \quad Q_{66} = G_{12}. \quad (30)$$

При произвольном направлении осей обозначим угол между осями  $x$  и  $1$   $\alpha$  (рисунок б).

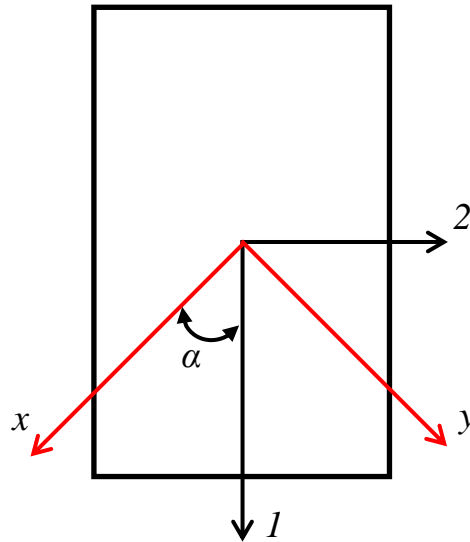


Рисунок 6 – Ориентация системы координат слоя

Тогда:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} / 2 \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} / 2 \end{bmatrix} \quad (32)$$

где  $\mathbf{T}$  – матрица трансформации:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} m^2 & n^2 & 2mn \\ n^2 & m^2 & -2mn \\ -mn & mn & m^2 - n^2 \end{bmatrix} \quad (33)$$

Здесь  $m = \cos \alpha$ ,  $n = \sin \alpha$ .

Таким образом, используя зависимости (29), (31) и (32), уравнения состояния слоя в произвольных осях  $x$ ,  $y$  будут иметь вид:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{T}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{T} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} / 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} / 2 \end{bmatrix} \quad (34)$$



Если учесть в (34) изменение деформаций по толщине слоя при его изгибе, можно получить:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \left[ \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{bmatrix} \right], \quad (35)$$

где

$$\begin{bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} \\ \frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} \\ 2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{bmatrix} \quad (36)$$

В общем случае напряжения в отдельных слоях различаются, и напряженное состояние слоистого полимерного композиционного материала является неоднородным. Заменяем эпюры напряжений системой сил и моментов (рисунок 7).

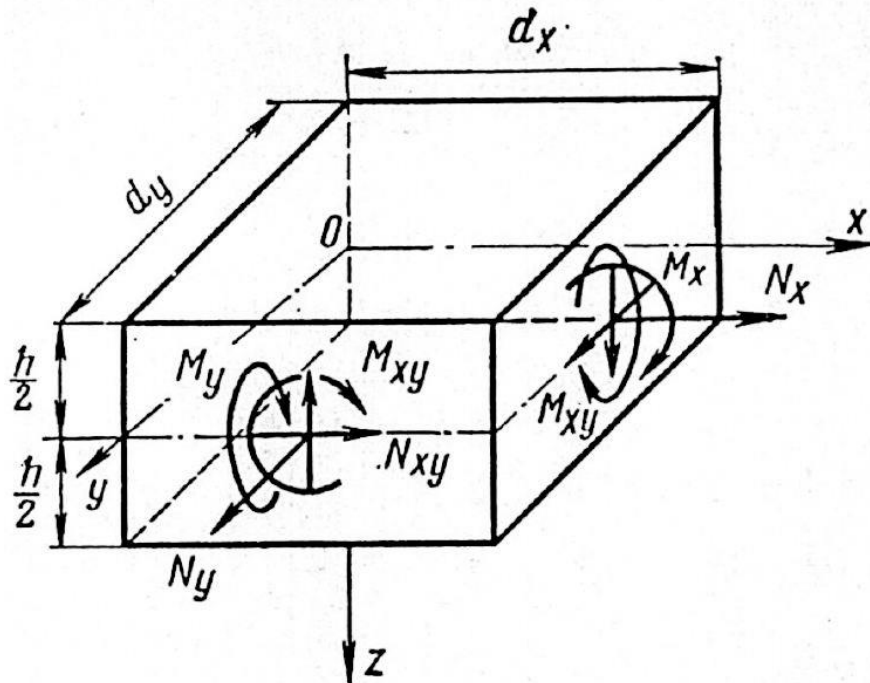


Рисунок 7 – Действующие на элементарный параллелепипед ПКМ силы и моменты [46]

Эквивалентная система сил определяется как сумма соответствующих напряжений:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k dz \quad (37)$$

Учитывая зависимость (35) и принимая, что композиционный материал состоит из слоев, толщина каждого из которых  $z_k - z_{k-1}$ , получим:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \varepsilon_x^0 \\ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \varepsilon_y^0 \\ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{bmatrix} z dz \quad (38)$$

Для учета неоднородности напряженного состояния к срединной плоскости должны быть приложены также эквивалентные моменты, определяемые следующими зависимостями:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_k z dz \quad (39)$$

Учитывая, что напряжения  $(\sigma)_k$  и  $(\tau_{xy})_k$  определяются соотношениями (35), получим:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^n \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_k \begin{bmatrix} \int_{z_{k-1}}^{z_k} \varepsilon_x^0 \\ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \varepsilon_y^0 \\ \int_{z_{k-1}}^{z_k} \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} z dz + \int_{z_{k-1}}^{z_k} \begin{bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{bmatrix} z^2 dz \quad (40)$$

С учетом того, что деформации и кривизны не являются функциями  $z$ , получим:

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{bmatrix}, \quad (41)$$

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k_x^0 \\ k_y^0 \\ k_{xy}^0 \end{bmatrix}, \quad (42)$$

где

$$A_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k - z_{k-1}) \quad (43)$$

$$B_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^2 - z_{k-1}^2) \quad (44)$$

$$D_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q}_{ij})_k (z_k^3 - z_{k-1}^3) \quad (45)$$

Расчетная схема для определения  $z_k$  и  $z_{k+1}$  показана на рисунке 8.

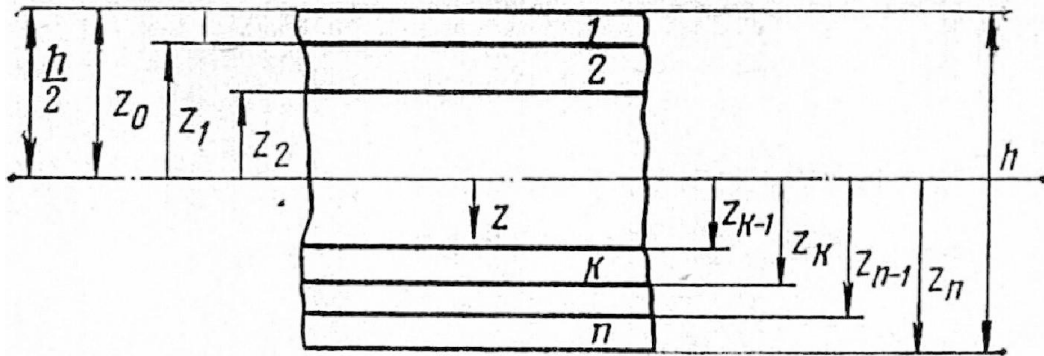


Рисунок 8 – Схема определения  $z_k$  и  $z_{k+1}$

Вычислив матрицы **A**, **B** и **D**, можно определить упругие характеристики всего пакета композиционного материала [16]:

$$E_x = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{h} \quad (46)$$

$$E_y = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{h} \quad (47)$$

$$G_{xy} = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{vmatrix}}{h} \quad (48)$$

### 2.3 Расчет балочных жесткостей

Балочная теория тонкостенных подкрепленных конструкций с достаточно высокой точностью описывает деформацию агрегатов летательного аппарата большого удлинения, таких как крыло, фюзеляж и оперение [67]. Для получения более точных результатов может быть применена балочная теория с учетом конусности, деформации сдвига, учетом деформации сечения и стесненного кручения [63]. При этом конструкция ЛА может быть дискретизирована на отсеки (метод отсеков) или суперэлементы [63].

Для описания деформаций конструкции по без учета деформации сдвига и деформации сечения по балочной теории необходимо вычислить жесткостные характеристики ЛА – «балочные» жесткости на изгиб  $EI_x, EI_y, GI_p$  и положение оси жесткости каждого агрегата. Упругие константы  $E, G$  для пакета ПКМ вычисляются по заданным укладкам и характеристикам монослоя по формулам (46) – (48). Моменты инерции при изгибе вычисляются по известным формулам строительной механики:  $I_x = \int_F y^2 dF, I_y = \int_F x^2 dF$ . Моменты инерции при кручении зависят от степени многозамкнутости контура. Так, для однозамкнутого сечения [1]:

$$J_p = \frac{F^2}{\oint \frac{ds}{\delta}}, \quad (49)$$

где  $J_p$  – момент инерции при кручении,  $F$  – удвоенная площадь, ограниченная срединной линией контура,  $s$  – координата на контуре поперечного сечения,  $\delta$  – толщина.

Для двухзамкнутого контура:

$$\frac{F_1^2 a_{22} + 2F_1 F_2 a_{13} + F_2^2 a_{11}}{a_{11} a_{22} - a_{12}^2}, \quad (50)$$

где  $a_{ii} = \int \frac{ds_{ii}}{\delta_{ii}}$  для всего контура каждой полости, включая стенки,  
 $a_{i,i+1} = \int \frac{ds_{i,i+1}}{\delta_{i,i+1}}$ ,  $F_1$ ,  $F_2$  – удвоенные площади первого и второго контуров соответственно.

Жесткостные характеристики сечения тонкостенной подкрепленной оболочки также можно вычислить по перемещениям детализированной конечно-элементной модели конструкции. Во этом случае агрегат, жесткость которого требуется определить, делится на несколько отсеков, число которых зависит от требуемой точности расчета и числа собственных форм, учитываемых в расчете аэроупругих колебаний. Чем большее число отсеков задается для агрегата, тем ближе полученное распределение жесткостей к жесткости реальной конструкции. На практике, при расчетах аэроупругой устойчивости ЛА по балочной расчетной схеме, учитываются только первые несколько собственных форм колебаний каждого агрегата. В этом случае достаточно разбить крыло на 20 отсеков, а остальные агрегаты на 10. Далее в сечениях КЭМ задаются интерполирующие элементы «RBE3» [79], независимые узлы которого находятся в точках пересечения полок лонжеронов со стенками (рисунок 9).

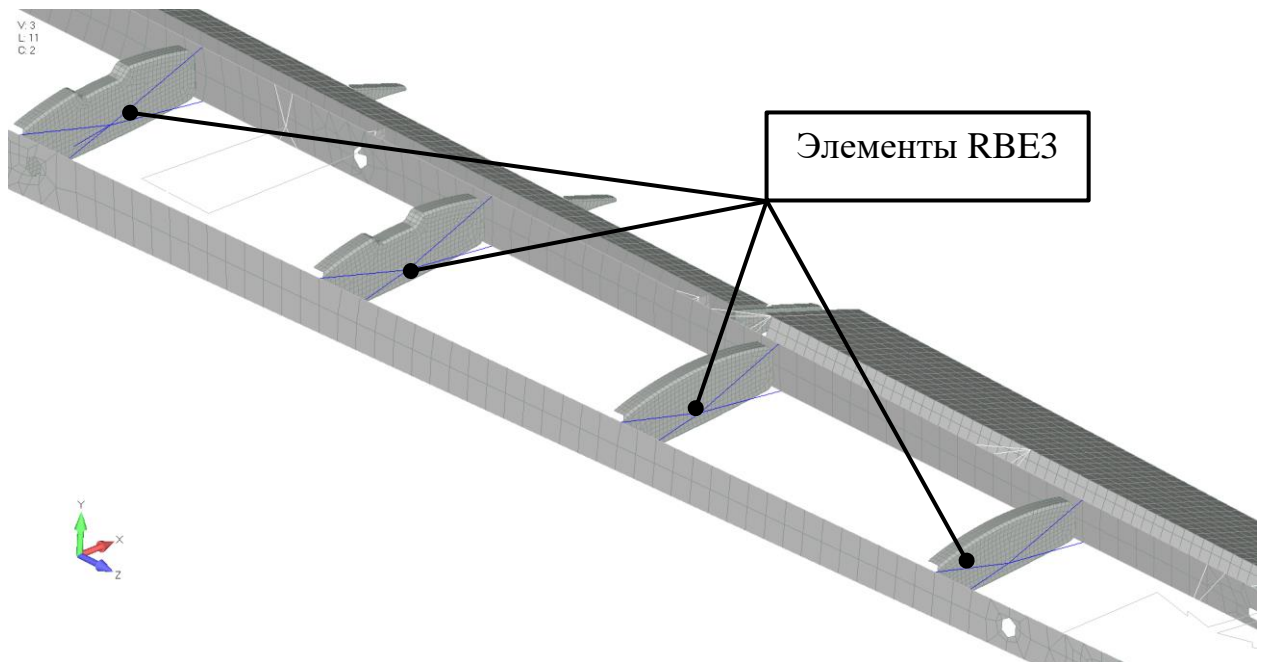


Рисунок 9 – Разбиение кессона крыла на отсеки с элементами RBE3

Затем, корневое сечение агрегата закрепляется по всем степеням свободы, а в конечном сечении поочередно прикладываются единичные моменты  $M_x, M_y, M_z = 1$  и рассчитывается НДС конструкции. Изгибающие и крутящие моменты для консольной балки под действием единичных моментов на конце постоянны по ее длине и равны единицы. В этом случае жесткость отсека легко вычислить через перемещения и углы поворота его сечений (рисунок 10)

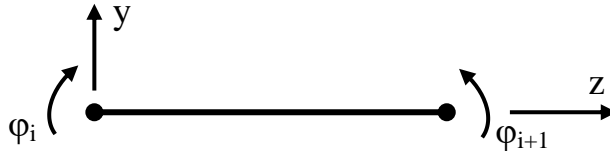


Рисунок 10 – Перемещения сечений отсека

Если считать жесткость в пределах отсека постоянной, то:

$$\begin{aligned}
 yEI_x &= \frac{z^2}{2} + C_1 z + C_2; \\
 y(z_i) &= y_i, \quad y(z_{i+1}) = y_{i+1}, \\
 y'(z_i) &= y'_i, \quad y'(z_{i+1}) = y'_{i+1}.
 \end{aligned}
 \tag{51}$$

Выражая жесткость через углы поворота отсека, получим жесткость  $k$ -го отсека:

$$EI_x^k = \frac{z_{i+1} - z_i}{y'_{i+1} - y'_i}
 \tag{52}$$

Аналогично получаются формулы для жесткостей относительно других координатных осей отсека. Интегрируя дифференциальное уравнение изгиба (либо кручения) отсека, считая жесткость в пределах отсека меняющейся по линейному закону, можно аналогично рассмотренному выше примеру получить выражение для жесткости отсека через углы поворота и перемещение его сечений.

Следует отметить, что термин «балочная жесткость», использованный в этом случае отличается от обычного понимания жесткости как геометрической характеристики плоского сечения умноженной на физическую константу материала (либо для составного сечения

$$EI_x = \int_s E_s \varphi_s y^2 \delta ds + \sum_j E_j \varphi_j F_j y^2, EI_y = \int_s E_s \varphi_s x^2 \delta ds + \sum_j E_j \varphi_j F_j x^2 \quad \text{с учетом}$$

редуцирования по материалу) и понимается как характеристика, обеспечивающая равные перемещения на границах отсеков полной конечно-элементной модели (в интегральном смысле) и балочной расчетной схемы при одинаковых нагрузках.

На рисунке 11 представлено распределение балочных жесткостей, отнесенных к площади крыла, в плоскости наименьшей жесткости композиционного крыла, рассчитанное с помощью вычисления интегралов по контуру в расчетных сечениях и рассчитанное по детальной КЭМ крыла.

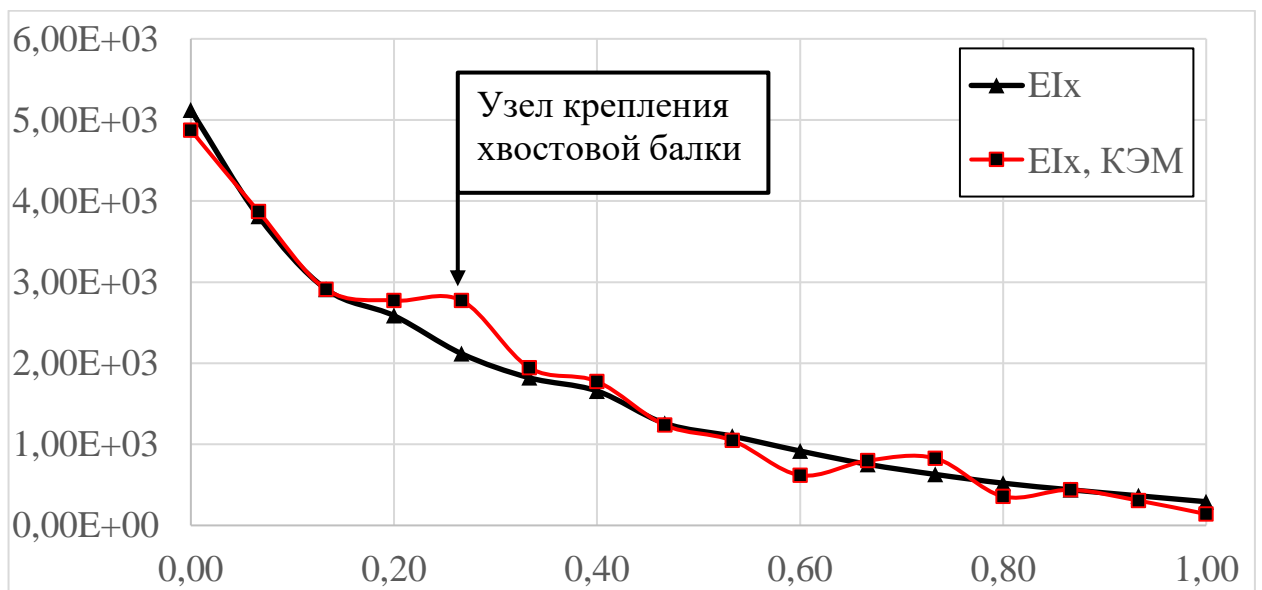


Рисунок 11 – Распределение жесткостей по размаху крыла

Разница в значениях  $EI_x$  меняется от сечения к сечению и составляет от 0,1% до 31,4%. Такой разброс значений объясняется наличием местных податливостей, учтенных в КЭМ крыла (лючки и узлы навески органов управления), деформацией сдвига и наличием узла крепления хвостовой балки.

Распределение масс в балочной модели учитывается заданием погонных масс отсеков и сосредоточенных масс грузов, таких как: полезная нагрузка, силовая установка, антенны и т.д.



## 2.4 Расчет флаттера композиционного крыла

Решим задачу о дозвуковом флаттере прямого крыла большого удлинения с целью сравнения метода Ритца с МКЭ. Также на тестовой модели проведем сравнение решений по разным аэродинамическим теориям.

Получить уравнения изгибно-крутильных колебаний закрепленного крыла большого удлинения можно по методу Ритца или методом конечных элементов. Произведем сравнение этих двух методов для расчета критической скорости флаттера прямого крыла большого удлинения с постоянными по размаху жесткостными и массово-инерционными характеристиками:

$EI_x = 1093745 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$  – жесткость на изгиб,

$GI_p = 71035,73 \text{ Н}\cdot\text{м}^2$  – жесткость на кручение,

$m_p = 13,333 \text{ кг/м}$  – погонная масса,

$J_p = 0,8 \text{ кг}\cdot\text{м}$ , погонный массовый момент инерции относительно оси жесткости,

$L = 3 \text{ м}$  – полуразмах крыла,

$b = 0,4 \text{ м}$  – хорда,

$\sigma = 0,1 \text{ м}$  – расстояние от центров тяжести сечений до оси жесткости,

$x_0 = 0,4b$  – расстояние от носка до оси жесткости.

Получим уравнения аэроупругих колебаний стреловидного крыла (рисунок 12) по методу Ритца.

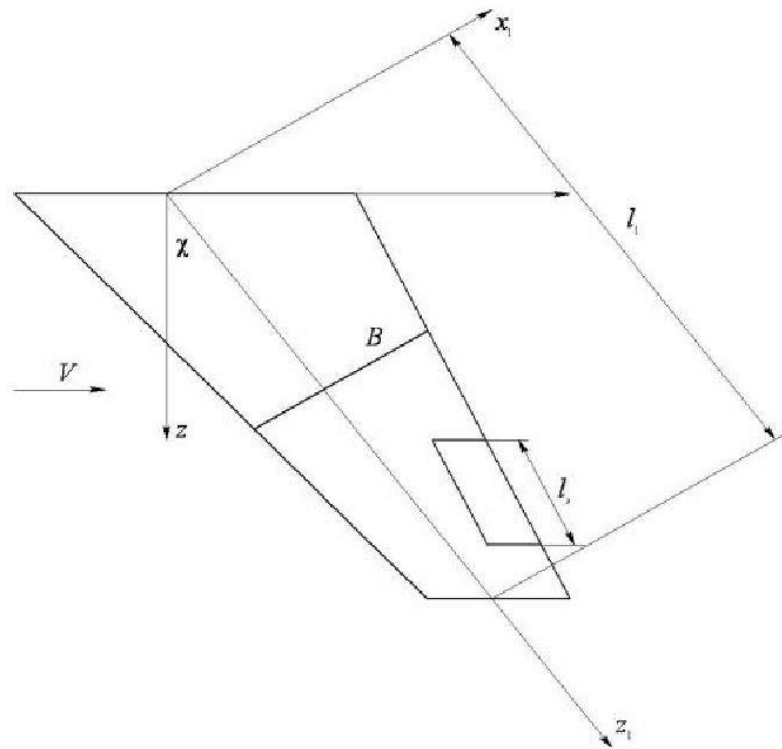


Рисунок 12 – Стреловидное крыло

Обозначим поперечное перемещение профиля крыла в его центре и угол поворота через  $v_0(t)$  и  $\varphi(t)$  (рисунок 13).

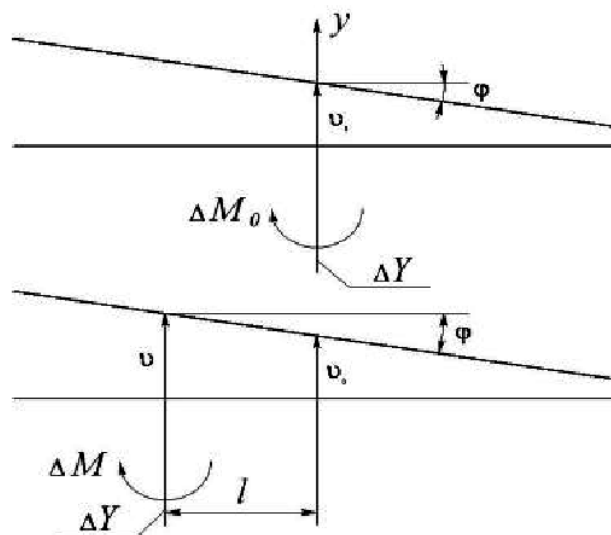


Рисунок 13 – Подъемная сила и момент профиля [13]

Подъемная сила и момент профиля стреловидного крыла при гипотезе плоских сечений, записываются в виде [13]:

$$\begin{aligned}\Delta Y &= \frac{1}{2} \rho V^2 \cos^2 \chi b A_0(\varphi, \nu) + \frac{1}{2} \rho V \cos \chi b A_1(\dot{\varphi}, \dot{\nu}); \\ \Delta M &= \frac{1}{2} \rho V^2 \cos^2 \chi b^2 B_0(\varphi, \nu) + \frac{1}{2} \rho V \cos \chi b^2 B_1(\dot{\varphi}, \dot{\nu}).\end{aligned}\quad (53)$$

Здесь  $V$  – скорость набегающего потока,  $\rho$  – плотность воздуха.

При применении гипотезы гармоничности:

$$\begin{aligned}A_0(\varphi, \nu) &= c_y^\alpha \varphi + (c_{y0}^{\bar{\omega}_z} b \varphi' - c_y^\alpha \nu') \operatorname{tg} \chi; \\ b_0(\varphi, \nu) &= m_z^\alpha \varphi + (m_{z0}^{\bar{\omega}_z} b \varphi' - m_z^\alpha \nu') \operatorname{tg} \chi; \\ A_1(\dot{\varphi}, \dot{\nu}) &= -c_y^\alpha \dot{\nu} + (c_{y0}^{\bar{\omega}_z} + c_y^{\dot{\alpha}}) b \dot{\varphi} + (c_{y0}^{\dot{\omega}_z} b \varphi' - c_y^{\dot{\alpha}} \dot{\nu}') \operatorname{tg} \chi; \\ A_1(\dot{\varphi}, \dot{\nu}) &= -m_z^\alpha \dot{\nu} + (m_{z0}^{\bar{\omega}_z} + m_z^{\dot{\alpha}}) b \varphi' + (m_{z0}^{\dot{\omega}_z} b \dot{\varphi} - m_z^{\dot{\alpha}} \dot{\nu}') \operatorname{tg} \chi;\end{aligned}\quad (54)$$

Обозначим расстояние между осью жесткости и серединой хорды в рассматриваемом сечении через  $e(z)$ .

$$c_{y0}^{\bar{\omega}_z} = c_{y0}^{\bar{\omega}_z} + \bar{e} c_y^\alpha; \quad m_{z0}^\alpha = m_{z0}^\alpha - \bar{e} c_y^\alpha; \quad m_{z0}^{\dot{\omega}_z} = m_{z0}^{\dot{\omega}_z} + \bar{e} (m_{z0}^\alpha - c_{y0}^{\bar{\omega}_z}) - \bar{e}^2 c_y^\alpha; \quad \bar{e} = \frac{e}{b}. \quad (55)$$

$$\begin{aligned}c_y^\alpha &= g_1^\delta - \nu g_3^M, \quad c_{y0}^{\bar{\omega}_z} = g_2^\delta - g_4^M, \quad c_y^{\dot{\alpha}} = g_3^\delta + \frac{1}{\nu} g_1^M; \\ c_{y0}^{\dot{\omega}_z} &= g_4^\delta + \frac{1}{\nu} g_2^M, \quad m_{z0}^\alpha = h_1^\delta - \nu h_3^M, \quad m_{z0}^{\bar{\omega}_z} = h_2^\delta - \nu h_4^M; \\ m_{z0}^{\dot{\alpha}} &= h_3^\delta + \frac{1}{\nu} h_1^M, \quad m_{z0}^{\dot{\omega}_z} = h_4^\delta + \frac{1}{\nu} h_2^M, \quad \nu = \frac{\omega b}{V} = 2k.\end{aligned}\quad (56)$$

Если не учитывать сжимаемость потока ( $M=0$ ,  $\beta=1$ ):

$$\begin{aligned}g_1 &= 2\pi C(k), \quad g_2 = \frac{\pi}{2} C(k), \quad g_3 = \frac{\pi}{2}, \quad g_4 = 0; \\ h_1 &= \frac{\pi}{2} C(k), \quad h_2 = \frac{\pi}{8} (C(k) - 1); \quad h_3 = 0; \quad h_4 = -\frac{\pi}{64},\end{aligned}\quad (57)$$

$C(k)$  – функция Теодорсена.

При использовании квазистационарной теории:

$$\begin{aligned}c_y^{\dot{\alpha}} &= c_{y0}^{\dot{\omega}_z} = m_{z0}^{\dot{\alpha}} = m_{z0}^{\dot{\omega}_z} = 0, \\ k &= \frac{\omega b}{V} = 0.\end{aligned}\quad (58)$$

Так как центры тяжести сечений крыла не совпадают с его осью жесткости, крыло совершает совместные изгибно-крутильные колебания. Обозначим расстояние между осью жесткости и центром тяжести сечений  $\sigma$ , причем  $\sigma$  считается положительной величиной если центр тяжести находится позади оси жесткости (рисунок 14).

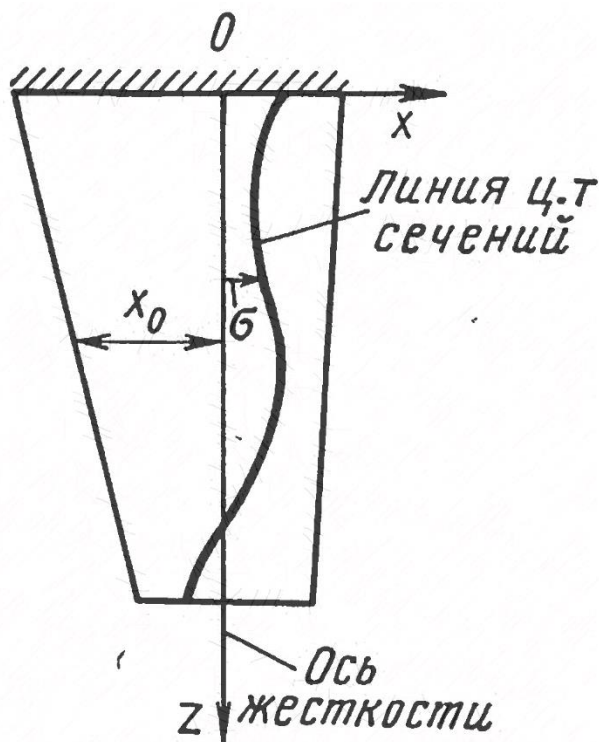


Рисунок 14 – Линия центров тяжести сечений и система координат крыла

На основании метода Ритца неизвестные функции представим в виде разложений:

$$v(z_1, t) = \sum_{n=1}^s q_n(t) f_n(z_1);$$

$$\varphi(z_1, t) = \sum_{n=1}^s q_n(t) \varphi_n(z_1).$$
(59)

Кинетическая энергия крыла:

$$T^{kp} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^s \sum_{n=1}^s m_{mn} \dot{q}_m \dot{q}_n,$$
(60)

где

$$m_{mn} = \int_0^l [m_p f_m f_n - m_p \sigma (f_m \varphi_n + f_n \varphi_m) + J_p \varphi_m \varphi_n] dz_1; \quad (61)$$

Потенциальная энергия крыла:

$$\Pi^{kp} = \frac{1}{2} \sum_{m=1}^s \sum_{n=1}^s k_{mn} q_m q_n, \quad (62)$$

где

$$k_{mn} = \int_0^l [EI f_m'' f_n'' + GI_p \varphi_m' \varphi_n'] dz_1. \quad (63)$$

Обобщенные аэродинамические силы крыла:

$$Q^{kp} = - \sum_{n=1}^s b_{mn} q_n - \sum_{n=1}^s d_{mn} \dot{q}_n, \quad (64)$$

где

$$b_{mn} = \frac{1}{2} \rho V^2 \cos^2 \chi \int_0^l (A_0(\varphi_n, f_n) f_m + B_0(\varphi_n, f_n) \varphi_m b) b dz_1, \quad (65)$$

$$d_{mn} = \frac{1}{2} \rho V \cos \chi \int_0^l (A_1(\varphi_n, f_n) f_m + B_1(\varphi_n, f_n) \varphi_m b) b dz_1.$$

В результате, уравнение аэроупругих колебаний крыла:

$$\sum_{m=1}^s (m_{mn} \ddot{q}_n + d_{mn} \dot{q}_n + (k_{mn} + b_{mn}) q_n) = 0. \quad (66)$$

В качестве аппроксимирующих функций в методе Ритца использовались собственные формы отдельных изгибных и крутильных колебаний крыла.

Метод конечных элементов может рассматриваться как частный случай метода Ритца. При этом, в качестве обобщенных координат рассматриваются перемещения и углы поворота узлов, дискретизирующих исходную конструкцию.

Для построения уравнений аэроупругих колебаний с помощью МКЭ используется программный комплекс NX Nastran [79].

Для расчета на флаттер в NX Nastran используется метод «PKNL» (модифицированный «британский» метод) с учетом разложения уравнений

движения по первым сорока собственным формам планера БЛА, с учетом форм движения планера как твердого тела.

Основные уравнения колебаний упругого БЛА, полученные с помощью МКЭ [80]:

$$[M_{hh}p^2 + (B_{hh} - \frac{1}{4}\rho\bar{c}VQ_{hh}^I / k)p + (k_{hh} - \frac{1}{2}\rho V^2Q_{hh}^R)]\{u_h\} = 0 \quad (67)$$

где  $M_{hh}$  – матрица масс,  $B_{hh}$  – матрица демпфирования,  $K_{hh}$  – матрица жесткости,  $Q_{hh}^I$  – матрица аэродинамического демпфирования (функция от числа Маха  $M$  и приведенной частоты  $k = \frac{\omega\bar{c}}{2V}$ ),  $Q_{hh}^R$  – матрица аэродинамической жесткости (функция от числа Маха  $M$  и приведенной частоты  $k$ ),  $\bar{c}$  – характерная длина,  $V$  – скорость потока воздуха,  $\omega$  – круговая частота,  $p = \omega(\gamma \pm i)$  – собственные значения,  $k = \left(\frac{\omega b}{2V}\right)$ ,  $u_h$  – вектор перемещений.

При применении метода расчета «PKNL», уравнение (67) записывается в виде:

$$[A - pI]\{\bar{u}\} = 0 \quad (68)$$

где,  $A$  – действительная матрица:

$$[A] = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -M_{hh}^{-1} \left[ K_{kk} - \frac{1}{2}\rho V^2 Q_{hh}^R \right] & -M_{hh}^{-1} \left[ B_{kk} - \frac{1}{4}\rho\bar{c}V^2 Q_{hh}^I / k \right] \end{bmatrix} \quad (69)$$

Для анализа устойчивости колебаний решается задача о собственных значениях уравнения (68), результатом которой является набор комплексно сопряженных пар чисел (26) по которым можно судить об устойчивости аэроупругой системы.

Балочная модель крыла представлена конечными элементами «СВЕАМ», массово-инерционные характеристики задаются с помощью элементов «СМАСС»,

инерционные силы от которых передаются на узлы упругой модели с помощью интерполирующих элементов «RBE3».

Для вычисления аэродинамических сил используется панельный метод нестационарной аэродинамики с особенностями типа диполей – метод дипольной решетки (Doublet-Lattice Method (DLM)).

Упругая и аэродинамическая модели связаны между собой с помощью сплайнов по поверхности «SPLINE1», которые связывают степени свободы аэродинамической модели (Aerodynamic Grid Point) со степенями свободы упругой модели (Structural Grid Point – узлы КЭМ). Каждая аэродинамическая панель связана со своим набором узлов на жестких хордах «RBE2».

Расчеты на флаттер выполнены без учета сжимаемости потока для плотности воздуха у земли  $\rho = 1,225 \text{ кг/м}^3$ .

Для расчета модальных характеристик упругой модели используется модифицированный метод Хаусхолдера с нормализацией форм по массам.

На рисунке 15 представлена КЭМ крыла, на рисунке 16 представлена аэродинамическая модель крыла.

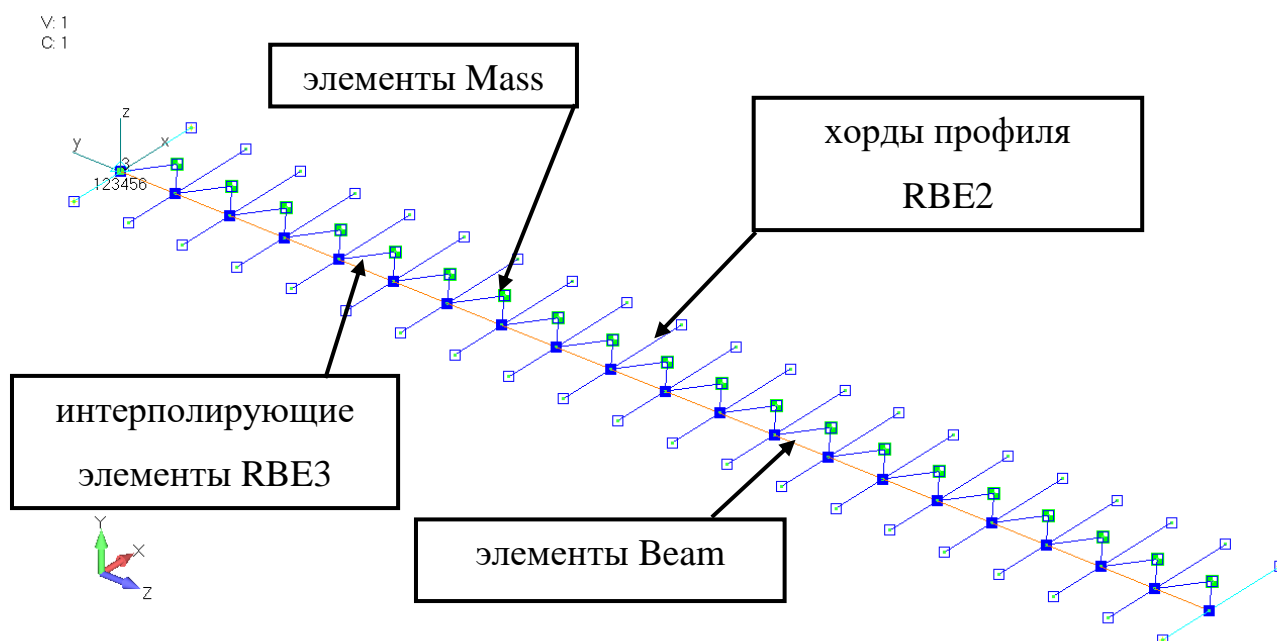


Рисунок 15 – КЭМ тестового крыла

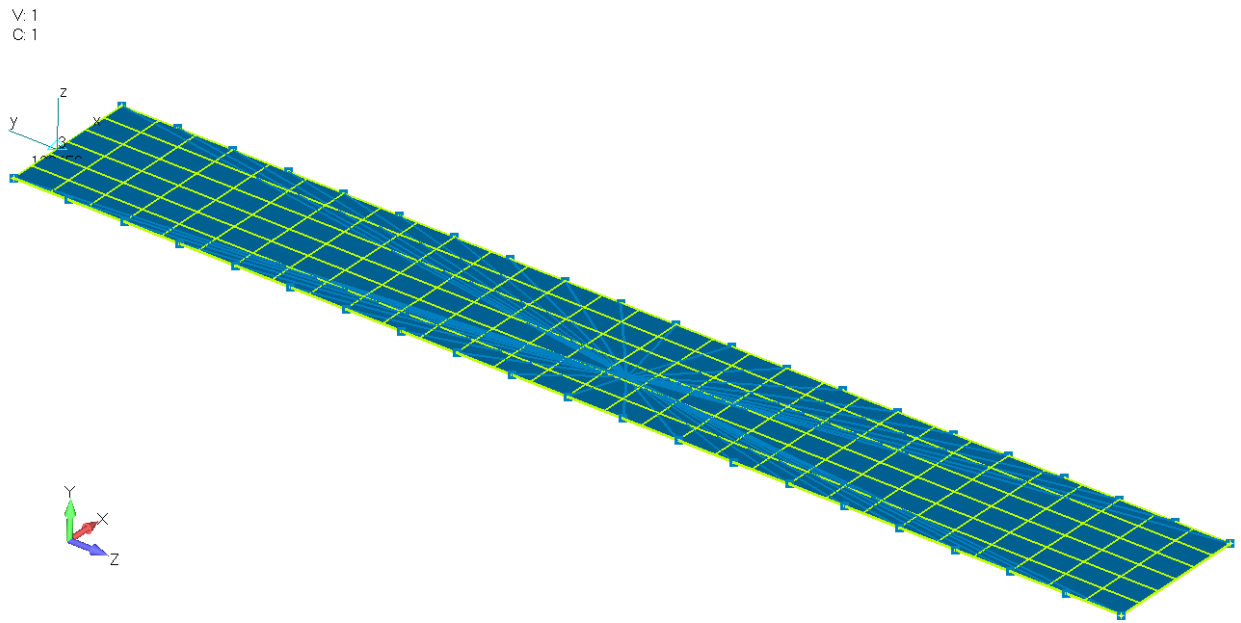


Рисунок 16 – Аэродинамическая модель тестового крыла

На рисунке 17 показаны первые четыре годографа скорости на комплексной плоскости  $\lambda = \alpha + i\omega$ , полученные по методу Рунге для аэродинамических нагрузок, рассчитанных по квазистационарной аэродинамической теории с гипотезой плоского обтекания при параметре скорости  $V=[0\dots 200]$  м/с.



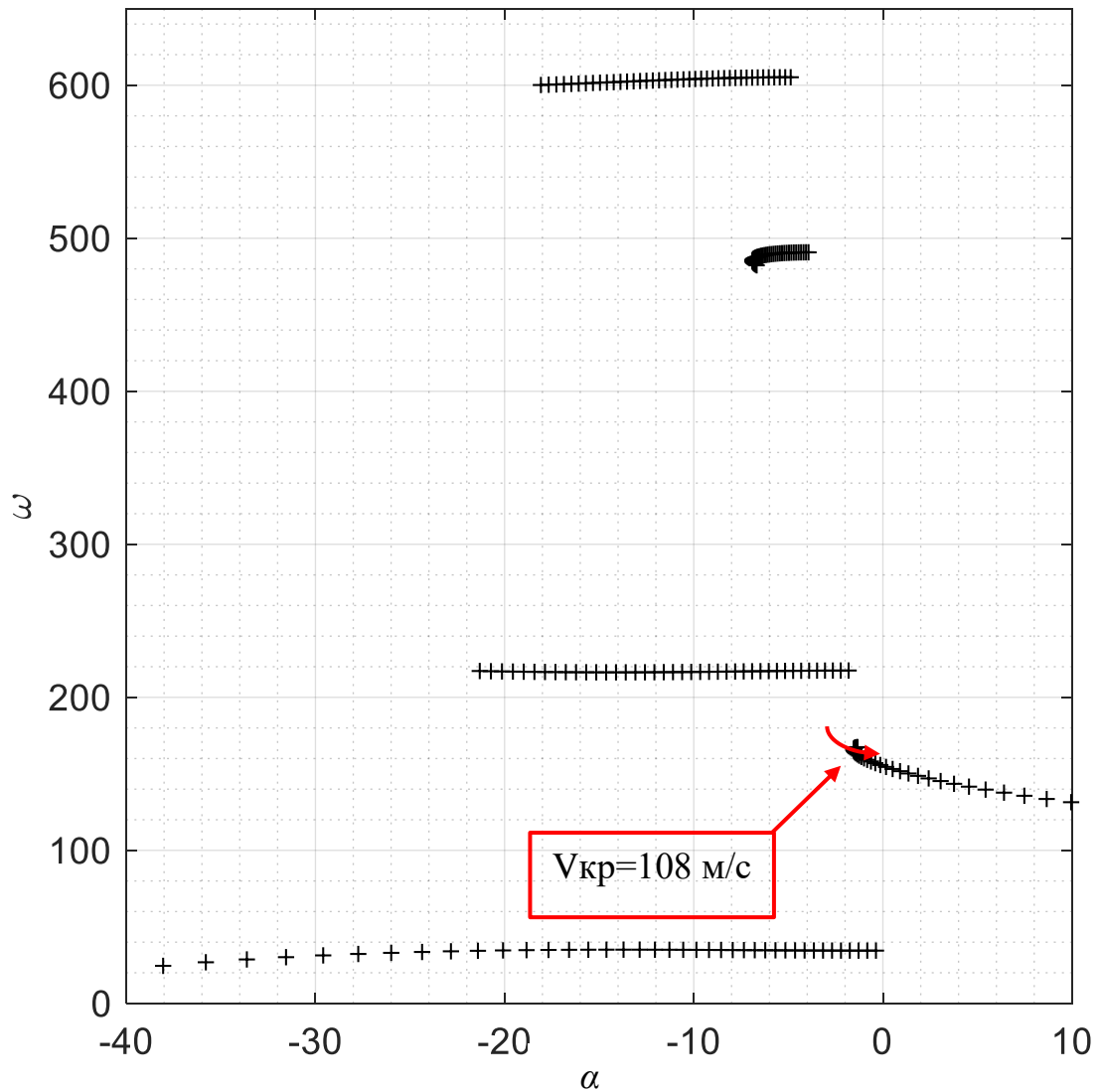


Рисунок 17 – Годографы скорости на комплексной плоскости частоты  $\lambda$ , полученные по методу Ритца при квазистационарной теории

На рисунке 18 показаны первые четыре годографа скорости на комплексной плоскости  $\lambda = \alpha + i\omega$ , полученные по методу Ритца для аэродинамических нагрузок, рассчитанных по нестационарной аэродинамической теории с гипотезой плоского обтекания и гармоничности при параметре скорости  $V=[0\dots 200]$  м/с.

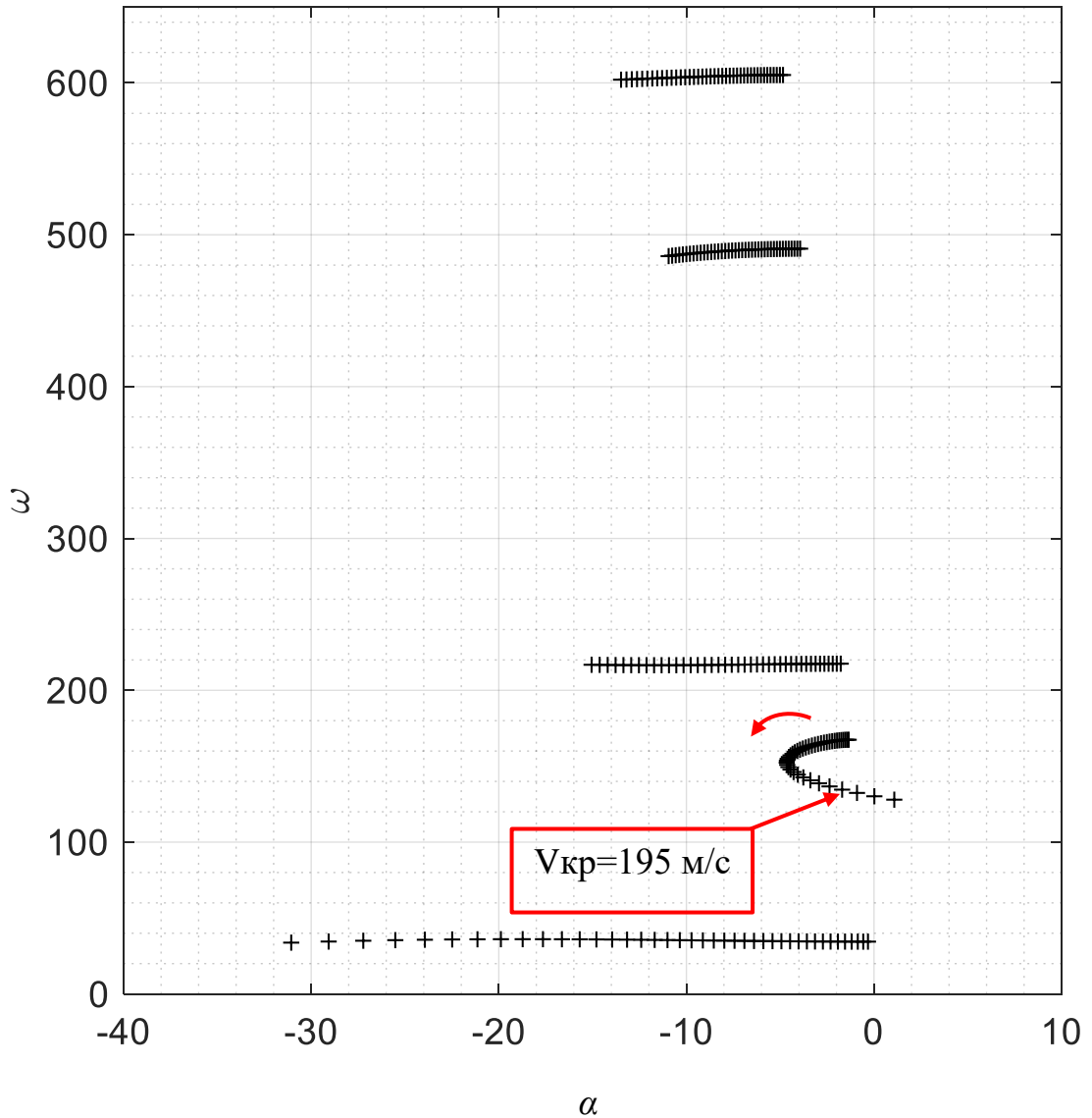


Рисунок 18 – Годографы скорости на комплексной плоскости частоты  $\lambda$ , полученные по методу Ритца при нестационарной теории

На рисунке 19 показаны первые четыре годографа скорости на комплексной плоскости  $\lambda = \alpha + i\omega$ , полученные с помощью МКЭ для аэродинамических нагрузок, рассчитанных по панельному методу с источниками типа диполей (DLM) при  $V=[0\dots275]$  м/с.

На рисунке 20 показаны полученные зависимости коэффициентов демпфирования от скорости потока для различных форм колебаний.

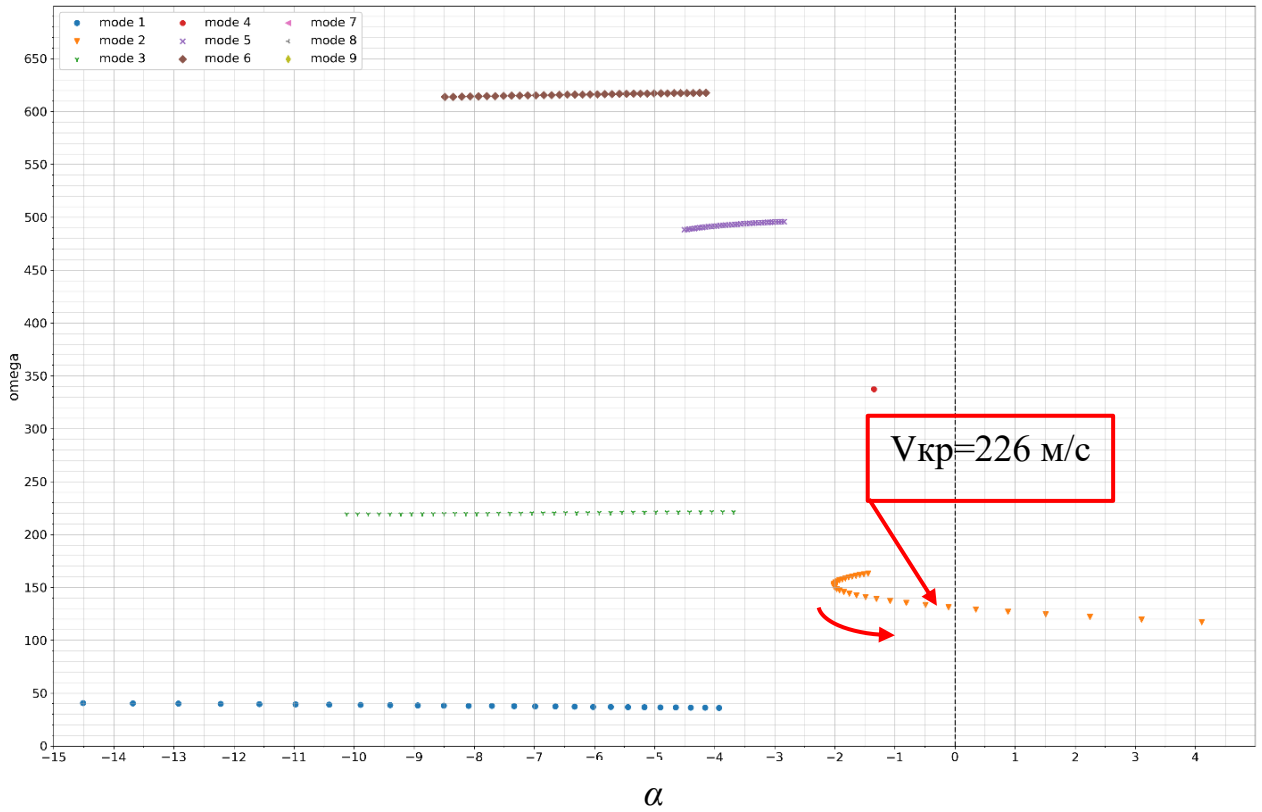


Рисунок 19 – Годографы критической скорости на комплексной плоскости частоты  $\lambda$ , посчитанные по МКЭ

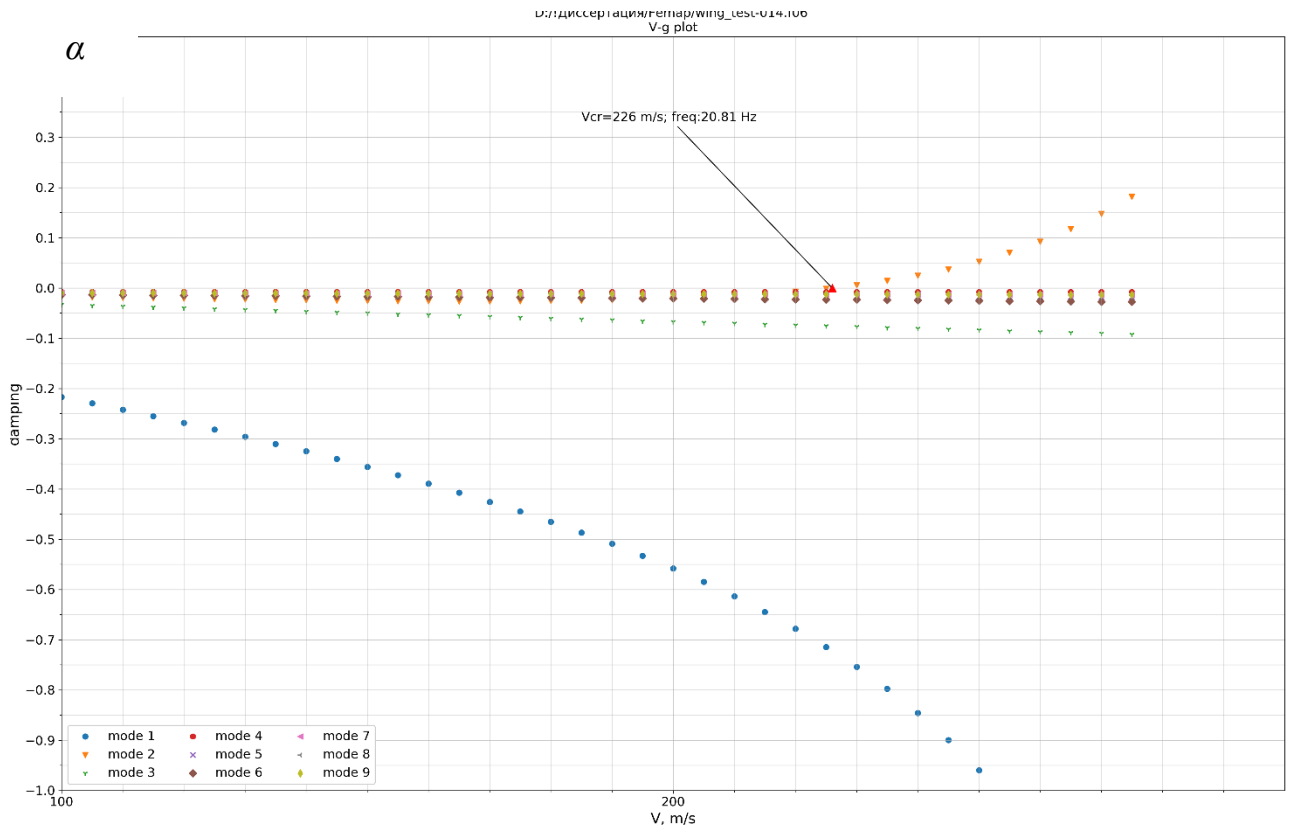


Рисунок 20 – Зависимость коэффициента демпфирования от скорости для различных форм колебаний

В таблице 1 представлены критические скорости флаттера, полученные для рассмотренных выше расчетных схем.

Таблица 1 – Значения критической скорости для различных методов расчета

<i>Метод</i>	$V_{кр}, м/с$
Ритц, квазистационарная аэродинамика	108
Ритц, нестационарная аэродинамика	195
МКЭ, DLM	226

Как видно из полученных результатов, расчет по квазистационарной теории дает наименьшее значение критической скорости флаттера  $V_{кр} = 108$  м/с. Это согласуется с известным положением, о что применение квазистационарной теории завышает аэродинамические силы на крыле и расчет производится «в запас».

Учет нестационарных аэродинамических сил позволяет уточнить расчет с учетом частоты колебаний крыла и дает существенно большее значение критической  $V_{кр} = 195$  м/с.

Наибольшее значение  $V_{кр} = 225$  м/с получено с применением МКЭ и панельного метода вычислительной аэродинамики. Разница по сравнению со второй моделью объясняется влиянием конечного размаха крыла, когда распределение давления у законцовки меняется вследствие перетекания потока воздуха на верхней и нижней панели крыла. что не учитывается в первых двух моделях, аэродинамические силы в которых определяются при применении гипотезы плоского обтекания (тонких полос).

## 2.5 Расчет безрулевых форм флаттера БЛА двухбалочной схемы из ПКМ

Для составления уравнений аэроупругих колебаний БЛА из ПКМ для расчета безрулевых форм флаттера воспользуемся методом Ритца.

Расчетная схема аппарата показана на рисунке 21.

Для простоты будем рассматривать перемещения упругой конструкции только из плоскости  $Oxz$ .

Кинетическая энергия аппарата является суммой кинетических энергий каждого его агрегата:

$$T = T_{\phi} + 2(T_{кр} + T_{\sigma} + T_{см}) \quad (70)$$

где

$$\begin{aligned} T_{\phi} &= \frac{1}{2} \int_{-l_2}^{l_1} m_{\phi} \dot{v}_{\phi}^2 dx, \quad T_{кр} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{кр}} (m_{кр} \dot{v}_{кр}^2 - 2m_{кр} \sigma_{кр} \dot{v}_{кр} \dot{\vartheta}_{кр} + J_{кр} \dot{\vartheta}_{кр}^2) dx, \\ T_{\sigma} &= \frac{1}{2} \int_0^{l_{\sigma}} (m_{\sigma} \dot{v}_{\sigma}^2 + J_{\sigma} \dot{\vartheta}_{\sigma}^2) dx + \frac{1}{2} J_{\kappa} \dot{\vartheta}_{\sigma}^2 (l_{\sigma}), \\ T_{см} &= \frac{1}{2} \int_0^{l_{см}} (m_{см} \dot{v}_{см}^2 - 2m_{см} \sigma_{см} \dot{v}_{см} \dot{\vartheta}_{см} + J_{см} \dot{\vartheta}_{см}^2) dx + \\ &+ \frac{1}{2} (m_{\kappa} \dot{v}_{см}^2 (l_{см}) + J_{\kappa} \dot{\vartheta}_{см}^2 (l_{см})), \end{aligned} \quad (71)$$

Здесь

$m_{\phi}$ ,  $m_{кр}$ ,  $m_{\sigma}$ ,  $m_{см}$ ,  $m_{\kappa}$  – погонные массы фюзеляжа, крыла, хвостовой балки, половины стабилизатора, масса киля соответственно;

$J_{кр}$ ,  $J_{\sigma}$ ,  $J_{кр}$ ,  $J_{см}$ ,  $J_{\kappa}$  – погонные массовые моменты инерции относительно осей жесткости крыла, хвостовой балки, половины стабилизатора, суммарный массовый момент инерции киля соответственно;

$\sigma_{кр}$ ,  $\sigma_{см}$  – расстояния от ц.т. сечений крыла, стабилизатора соответственно до их осей жесткости.

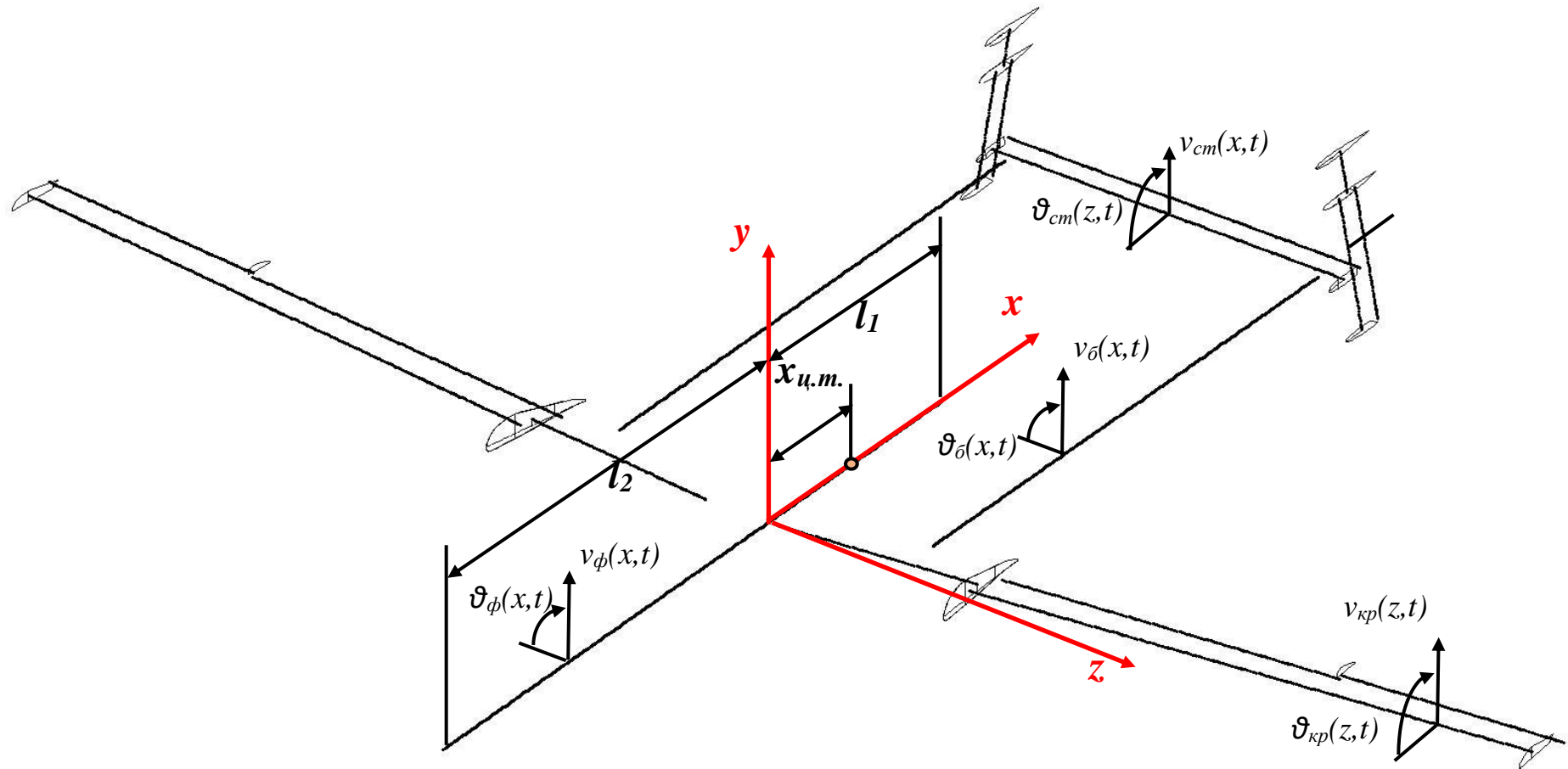


Рисунок 21 – Расчетная схема БЛА по методу Ритца

Потенциальная энергия упругого БЛА:

$$П = П_\phi + 2(П_{кр} + П_\delta + П_{cm}), \quad (72)$$

где

$$\begin{aligned} П_\phi &= \frac{1}{2} \int_{-l_2}^{l_1} EI_\phi v_\phi''^2 dx, \quad П_{кр} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{кр}} (EI_{кр} v_{кр}''^2 + GJ_{кр} \mathcal{G}_\delta'^2) dz, \\ П_\delta &= \frac{1}{2} \int_0^{l_\delta} (EI_\delta v_\delta''^2 + GJ_\delta \mathcal{G}_\delta'^2) dx, \quad П_{cm} = \frac{1}{2} \int_0^{l_{cm}} (EI_{cm} v_{cm}''^2 + GJ_{cm} \mathcal{G}_{cm}'^2) dz, \end{aligned} \quad (73)$$

Здесь

$EI_\phi, EI_{кр}, EI_\delta, EI_{cm}$  – жесткости на изгиб фюзеляжа, крыла, хвостовой балки, половины стабилизатора, киля соответственно;

$GJ_\phi, GJ_{кр}, GJ_\delta, GJ_{cm}$  – жесткости на кручение фюзеляжа, крыла, хвостовой балки, половины стабилизатора.

Для составления уравнений возмущенного используется уравнение Лагранжа второго рода:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial П}{\partial q_i} = Q_i, \quad (74)$$

где  $T, П$  – кинетическая и потенциальная энергии системы,  $q_i$  – обобщенные координаты,  $Q_i$  – обобщенные силы.

Воспользуемся методом Ритца. Представим перемещения агрегатов БЛА в виде следующий рядов:

$$\begin{aligned} v_\phi(x, t) &= \sum_{i=0}^N \xi_i^\phi(x) q_i(t); \quad v_{кр}(z, t) = \sum_{i=0}^N f_i^{кр}(z) q_i(t); \\ v_\delta(x, t) &= \sum_{i=0}^N \xi_i^\delta(x) q_i(t); \quad v_{cm}(z, t) = \sum_{i=0}^N f_i^{cm}(z) q_i(t); \end{aligned} \quad (75)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{кр}(z, t) &= \sum_{i=0}^N \varphi_i^{кр}(z) q_i(t); \quad \mathcal{G}_\delta(x, t) = \sum_{i=0}^N \varphi_i^\delta(x) q_i(t); \\ \mathcal{G}_{cm}(z, t) &= \sum_{i=0}^N \varphi_i^{cm}(z) q_i(t); \end{aligned} \quad (76)$$

Каждый из рядов в (75), (76) должен представлять собой полную систему функций, удовлетворяющую кинематическим граничным условиям. Тогда выражения (70), (73) примут вид:

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N m_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j; \quad (77)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N k_{ij} q_i q_j,$$

где

$$m_{ij} = 2 \left( \int_0^{l_{kp}} (m_{kp} f_i f_j - 2m_{kp} \sigma_{kp} f_i \varphi_i + J_{kp} \varphi_i \varphi_j) dz + \right.$$

$$\int_0^{l_{cm}} (m_{cm} f_i f_j - 2m_{cm} \sigma_{cm} f_i \varphi_i + J_{cm} \varphi_i \varphi_j) dz +$$

$$\left. + \int_0^{l_{\delta}} (m_{\delta} \xi_i \xi_j + J_{\delta} \varphi_i \varphi_j) dx \right) + \int_0^{l_{cm}} (m_{cm} \xi_i \xi_j) dz \quad (78)$$

$$k_{ii} = 2 \left( \int_0^{l_{kp}} (EI_{kp} f_i''^2 + GJ_{kp} \varphi_i'^2) dz + \int_0^{l_{cm}} (EI_{cm} f_i''^2 + GJ_{cm} \varphi_i'^2) dz + \right.$$

$$\left. + \int_0^{l_{\delta}} (EI_{\delta} \xi_i''^2 + GJ_{\delta} \varphi_i'^2) dx \right) + \int_0^{l_{\phi}} (EI_{\phi} \xi_i''^2 + GJ_{\phi} \varphi_i'^2) dx$$

Обобщенные силы  $Q_i$  можно определить из выражения:

$$Q_i = \frac{\delta A_i}{\delta q_i}, \quad (79)$$

в котором  $\delta A_i$  – элементарная работа внешних сил на виртуальных перемещениях за счет приращения координаты  $\delta q_i$ .

Элементарная работа аэродинамических сил:

$$\delta A_i = 2 \left( \int_0^{l_{kp}} (Y_{kp}(z) \delta v_i + M_{kp}(z) \delta \vartheta_i) dz + \int_0^{l_{cm}} (Y_{cm}(z) \delta v_i + M_{cm}(z) \delta \vartheta_i) dz + \int_{-l_2}^{l_1} Y_{\phi}(z) \delta v_i dx \right) \quad (80)$$

С учетом (79), (80) запишется в виде:



$$Q_i = 2 \left( \int_0^{l_{kp}} (Y_{kp}(z) f_i + M_{kp}(z) \varphi_i) dz + \int_0^{l_{cm}} (Y_{cm}(z) f_i + M_{cm}(z) \varphi_i) dz + \int_{-12}^{l_1} Y_\phi(z) \xi_i dx \right) \quad (81)$$

Введя обозначения

$$Q_i = - \sum_{j=0}^N (d_{ij} \dot{q}_j + b_{ij} q_j), \quad (82)$$

и подставляя в (74) с учетом(78), получим уравнения возмущенного движения БЛА:

$$\sum_{j=0}^N (m_{ij} \ddot{q}_j + d_{ij} \dot{q}_j + b_{ij} q_j + k_{ij} q_j) = 0, \quad i=0,1,2,\dots,N. \quad (83)$$

Или, в матричном виде:

$$\mathbf{M} \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{D} \dot{\mathbf{q}} + (\mathbf{B} + \mathbf{K}) \mathbf{q} = \mathbf{0}, \quad (84)$$

где  $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_0 \\ q_1 \\ \dots \\ q_N \end{pmatrix}$ .

Далее уравнение (84) к виду (25) и для анализа устойчивости колебаний решается задача о собственных значениях.

В качестве аппроксимирующих функций метода Ритца зачастую используются степенные функции (функции Дункана [64, полиномы [9]]. Отдельно стоит отметить метод полиномов, разработанный В.Г. Буньковым и успешно применяющего программных комплексах КС и АРГОН для расчета явлений аэроупругости [20]. Он представляет собой оригинальную модификацию метода Ритца, в которой конструкция ЛА дискретизируется на упругие поверхности и элементы (в том числе массовые), перемещения которых выражаются с помощью полиномов различного порядка.

Для задания системы координатных функций, входящих в выражения (75), (76) лучше всего использовать формы собственных колебаний всего ЛА. При этом матрицы  $\mathbf{M}$  и  $\mathbf{K}$  получаются диагональными. Кроме того, такой выбор системы координатных функций обеспечивает наилучшую сходимость приближенного решения в методе Рунге к точному при увеличении числа функций  $N$ .

При расчетах аппарата нормальной схемы, с фюзеляжем, крылом и обычным оперением удобно задаваться формами парциальных колебаний агрегатов. Под парциальными понимаются собственные колебания отдельных агрегатов, без учета упругости остальной конструкции [27]. Для крыла при этом задаются консольными изгибно-крутильными колебания, а для фюзеляжа формами свободной балки с жестким крылом. Такой подход может успешно использоваться только тогда, когда парциальные частоты отдельных агрегатов достаточно удалены друг от друга в спектре частот, в противном случае большую роль играет взаимодействие между агрегатами конструкции в процессе колебаний. Для БЛА с двухбалочным оперением данный способ не подходит, так парциальные частоты хвостовых балок, оперения и крыла близки друг к другу.

Для расчета координатных функций БЛА с двухбалочным фюзеляжем, входящих в (75), (76), предлагается использовать метод начальных параметров в дифференциальной форме [52]. При этом жесткость, погонные массовые моменты инерции и погонная масса агрегатов конструкции БЛА полагаются постоянным и берутся как среднее значение жесткости, погонного момента инерции и погонной массы по длине агрегата.

Краевая задача о собственных колебаниях системы перекрестных балок [27] может быть сведена к задаче Коши с начальными параметрами:

$$\frac{d}{dz} \mathbf{X}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{X}_k, k = 1, 2, \dots, 10, \quad (85)$$

где  $\mathbf{A}$  – матрица искомых параметров,  $\mathbf{X}$  – вектор переменных.

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{11} & \dots & a_{1,2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{2n,1} & \dots & \dots & a_{2n,2n} \end{bmatrix}, \quad (86)$$

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_{2n} \end{bmatrix}. \quad (87)$$

Для  $k$ -ой балки, работающей на изгиб и кручение:

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/EI_k & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \omega^2 m_k & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/GI_p \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\omega^2 J_k & 0 \end{bmatrix}, \quad (88)$$

$$\mathbf{X}_k = \begin{bmatrix} f(z) \\ \frac{df(z)}{dz} \\ EI \frac{d^2 f(z)}{dz^2} \\ EI \frac{d^3 f(z)}{dz^3} \\ \varphi(z) \\ \frac{d\varphi(z)}{dz} \end{bmatrix}. \quad (89)$$

Система дифференциальных уравнений (85) численно интегрируется «вперед» при начальных параметрах:

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{ij}(0) &= 1 \text{ при } i = j, \\ \mathbf{X}_{ij}(0) &= 0 \text{ при } i \neq j. \end{aligned} \quad (90)$$

Общее решение уравнения является суммой линейно независимых решений, из которых, используя граничные условия на стыках балок и свободных краях,

составляется система линейных алгебраических уравнений (число уравнений для рассматриваемой задачи – 60). Затем, вычисляется определитель  $D$  полученной системы, который может быть равен нулю только при таких параметрах  $\omega$ , которые соответствуют собственной частоте рассматриваемой задачи  $\omega = \omega_s$ . Последовательно перебирая значения  $\omega$  в матрицах  $A_k$  и интегрируя (85) методом Рунге-Кутты при начальных параметрах (90) можно получить зависимость определителя СЛАУ от частоты  $D = D(\omega)$ , после чего можно определить собственные частоты  $\omega_s$  системы. После подстановки  $\omega_s$  в СЛАУ можно найти собственные формы исследуемого БЛА.

На рисунке 22 представлены основные собственные формы колебаний аппарата с двухбалочным оперением, рассчитанные по методу начальных параметров.

После решения задачи (85) найденные собственные формы подставляются в систему уравнений, полученную с помощью метода Ритца (83). Меняя параметр скорости  $V$ , можно определить границу аэроупругой устойчивости.

Проведем расчеты безрулевого флаттера беспилотного летательного аппарата из композиционных материалов по изложенной методике. Для упрощения вычислений будем испробовать квазистационарную аэродинамическую теорию. Также учтем конструкционное демпфирование:

$$D_{ii}^0 = \frac{\delta M_{ii}}{\pi \sqrt{\frac{K_{ii}}{M_{ii}}}}, \quad (91)$$

где  $\delta = 0,05$  – логарифмические декремент колебаний.

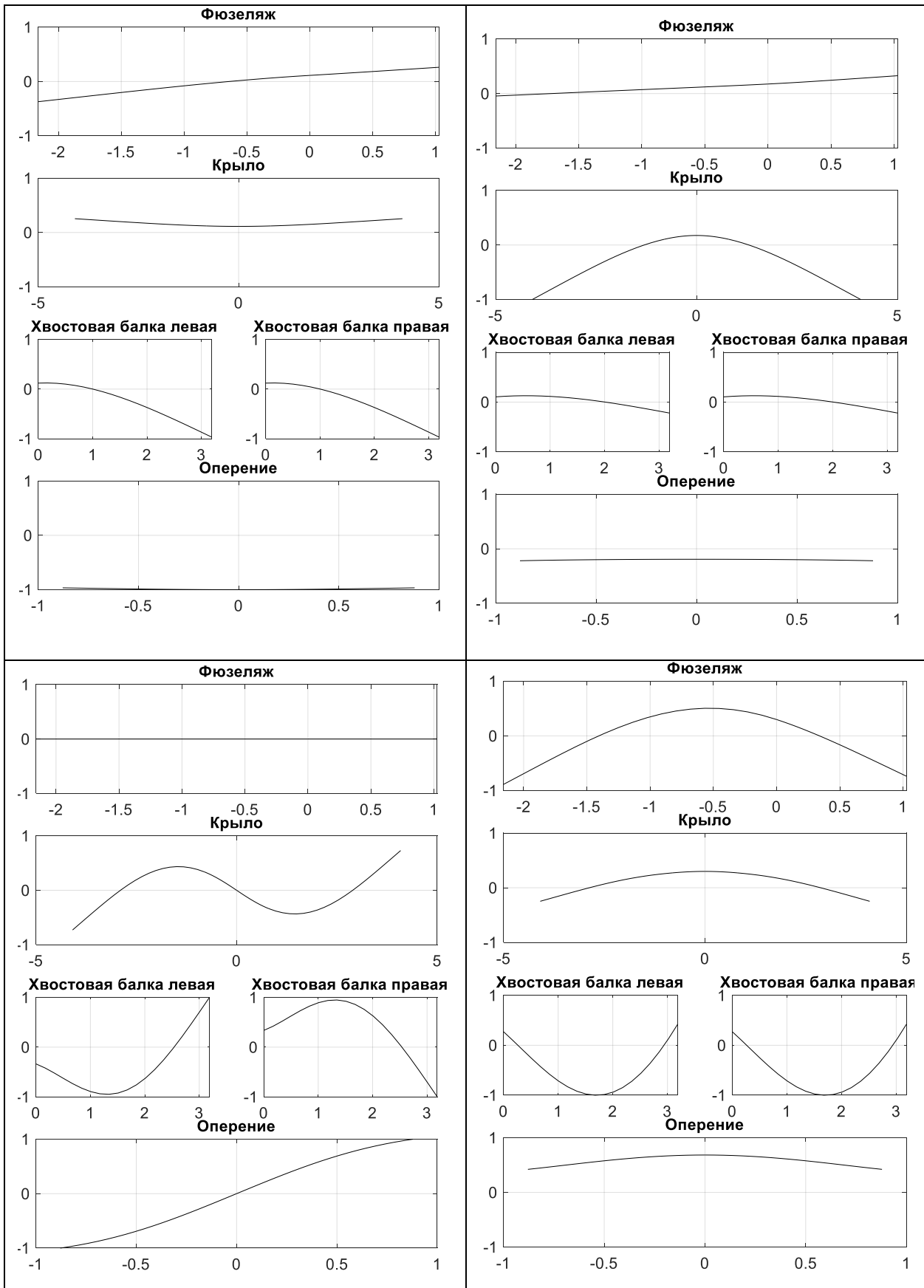


Рисунок 22 – Пример нескольких основных собственных форм колебаний, вычисленных по методу начальных параметров

На рисунке 23 представлены годографы скорости, полученные при расчете на флаттер БЛА по методу Ритца.

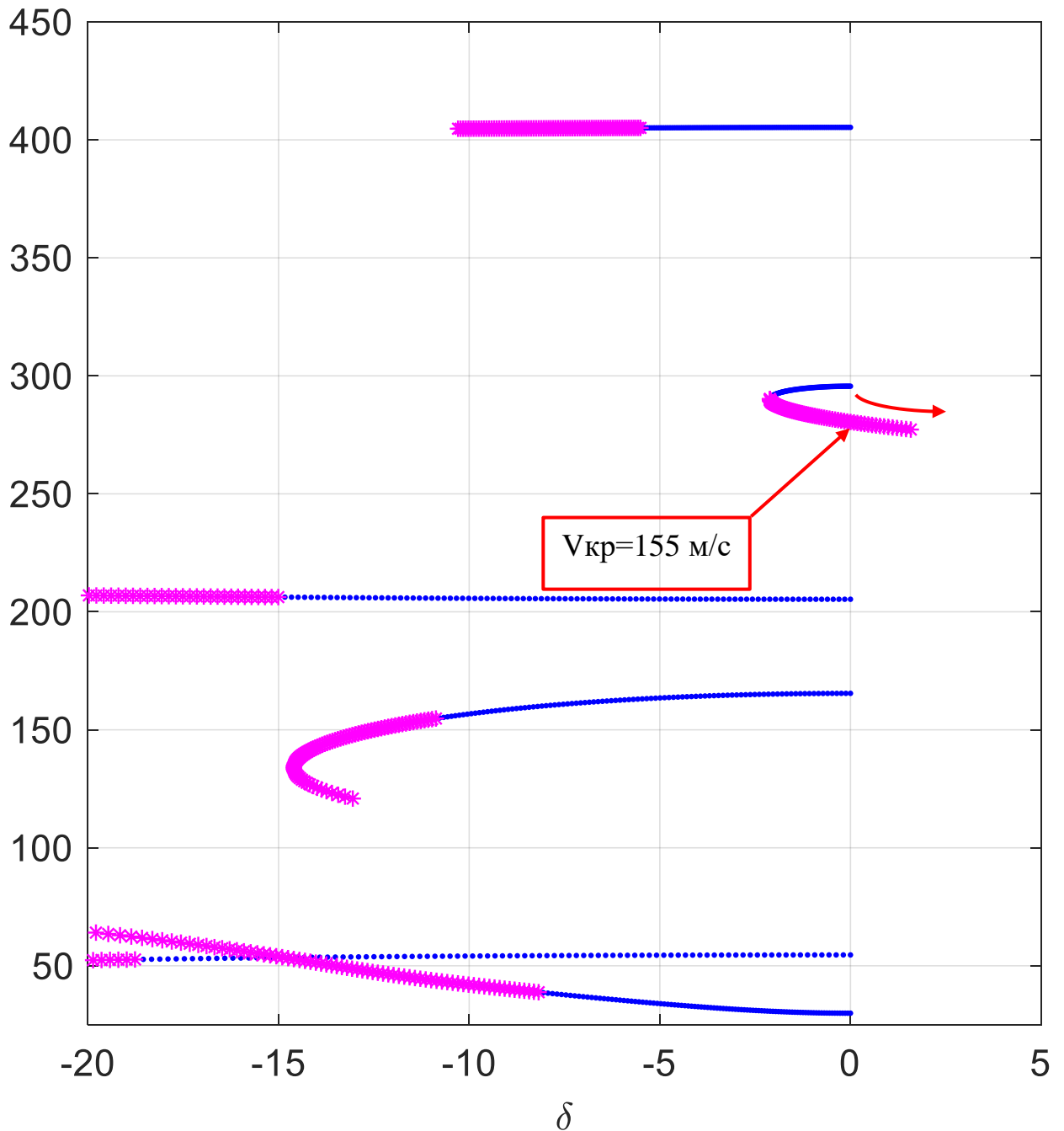


Рисунок 23 – Годограф скорости на плоскости комплексной частоты

Для исследования влияния упругости хвостового оперения на критические скорости флаттера варьировалась изгибная жесткость хвостовых балок в диапазоне от 50% до 150% от номинального значения. При этом жесткость на изгиб варьировалась как параметр, при неизменных массово-инерционных характеристиках аппарата. В таблице 2 представлены результаты расчетов

флаттера БЛА при различном значении изгибной жесткости хвостовых балок. Критическая скорость флаттера представлена как отношение максимальной непревышаемой скорости исследуемого аппарата к критической скорости флаттера, полученной в расчете.

Таблица 2 – Значения критической скорости в зависимости от жесткости хвостовых балок

$EI_b, \%$	$V_{дон}/V_{кр}$
50	0,64
75	0,63
100	0,61
125	0,59
150	0,55

Из полученных результатов можно сделать вывод, что у исследуемого БЛА с двухбалочным оперением существует достаточный запас по критической скорости флаттера для большого диапазона жесткостей хвостовых балок. Полученные результаты можно объяснить близким креплением хвостовых балок к бортовым нервюрам крыла, поэтому колебания оперения на крыло не оказывает значительного влияния. В целом, для БЛА рассматриваемой конструкции безрулевые формы флаттера не являются опасными.

## 2.6 Расчет рулевых форм флаттера БЛА с двухбалочным хвостовым оперением с применением МКЭ

Проведем расчеты рулевых форм флаттера с применением МКЭ на базе программного комплекса NX Nanstran. При этом учтем в конструкции планера БЛА

податливости узлов крепления агрегатов, которые оцениваются по статическим расчетам детальных конечно-элементных моделей аппарата. Пример КЭМ крыла представлен на рисунке 24.

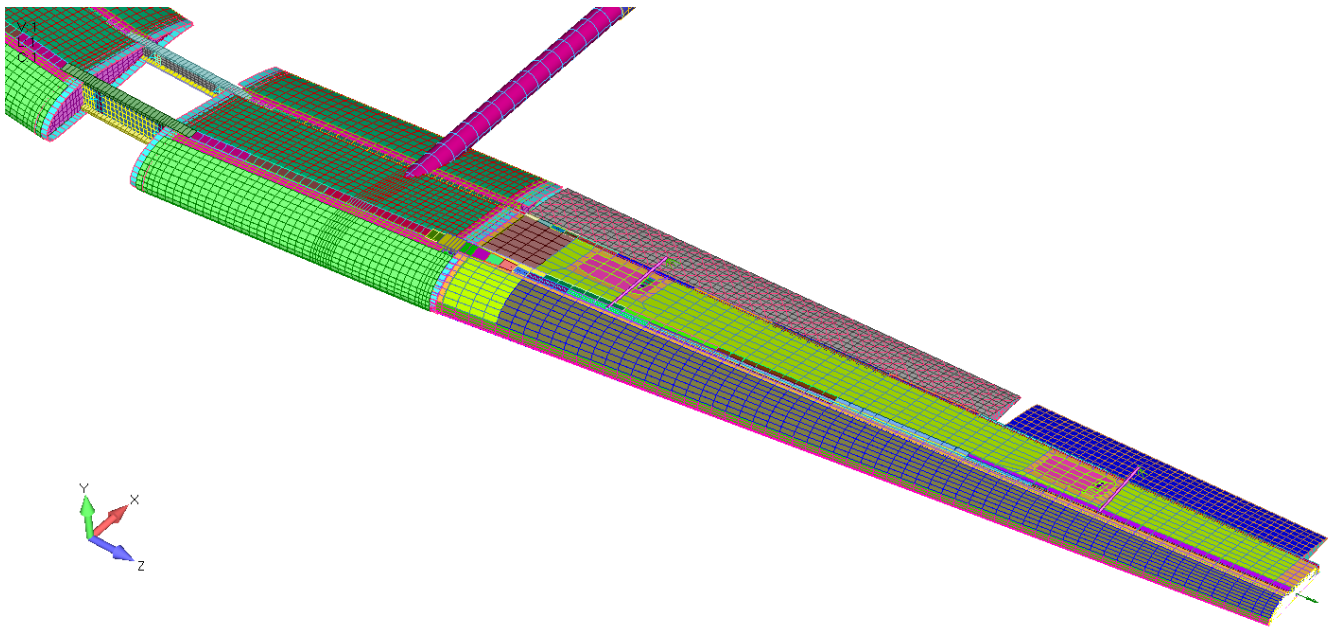


Рисунок 24 – КЭМ крыла

На рисунке 24 представлена КЭМ узла крепления крыла в фюзеляже, использованные для расчета местной податливости, учтенной введением элементов «CELAS2» в балочной КЭМ БЛА.

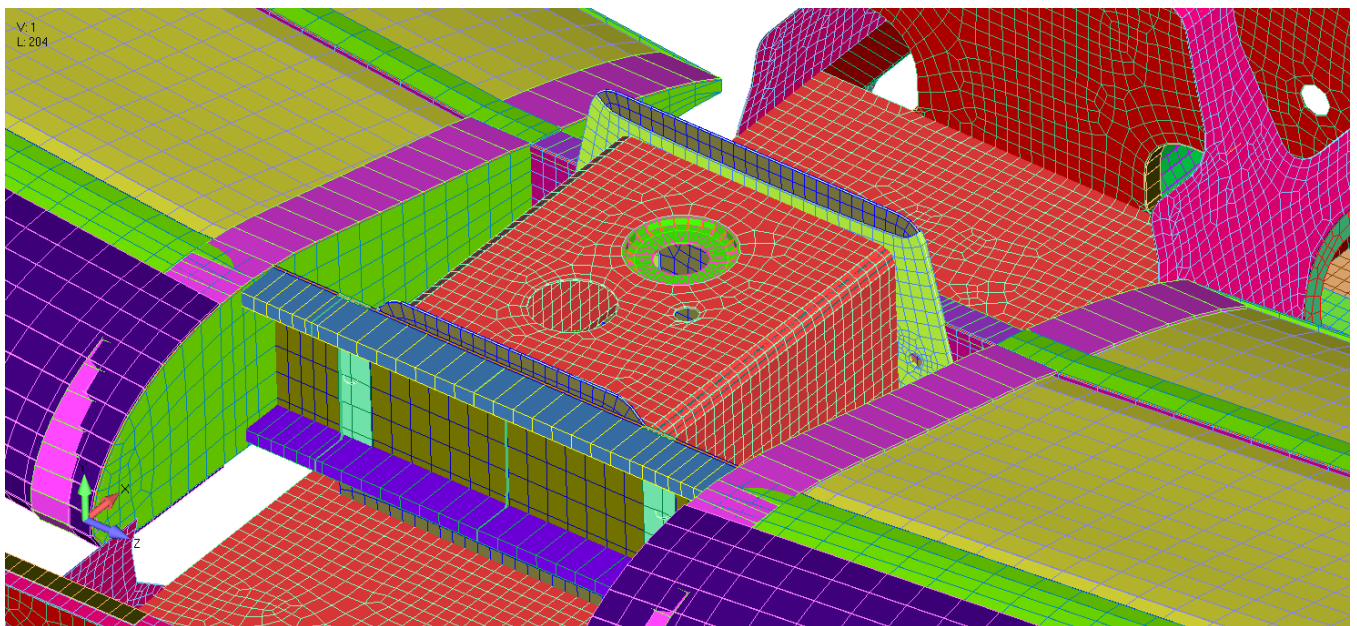


Рисунок 25 – Узел крепления центроплана в фюзеляже



Органы управления полагаются упругими и моделируются элементами «СВЕАМ». Органы управления крепятся к агрегатам планера с помощью жестких конечных элементов «RBE2», моделирующих узлы навески, и конечных элементов «CELAS2», моделирующих статические жесткости приводов.

Демпфирование конструкции БЛА задается в виде модального демпфирования, учитываемого после редуцирования уравнений движения к нормальным координатам как табличную зависимость коэффициента конструкционного демпфирования от циклической частоты (Modal damping table). Значение коэффициента конструкционного демпфирования в промежуточных точках таблицы вычисляется с помощью линейной интерполяции.

На рисунке 26 представлена конечно-элементная модель БЛА. На рисунке 27 представлена аэродинамическая модель БЛА.

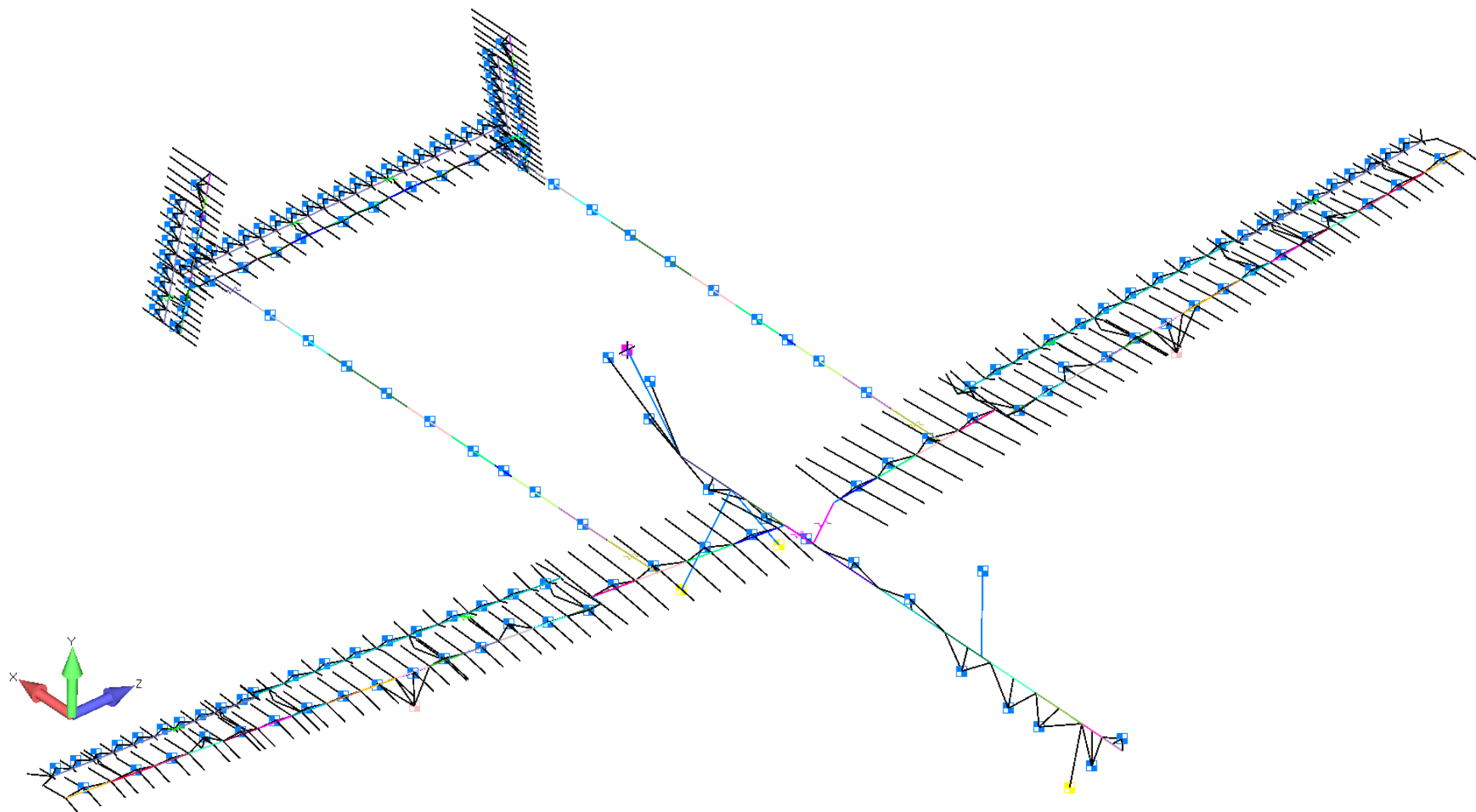


Рисунок 26 – КЭМ БЛА двухбалочной схемы

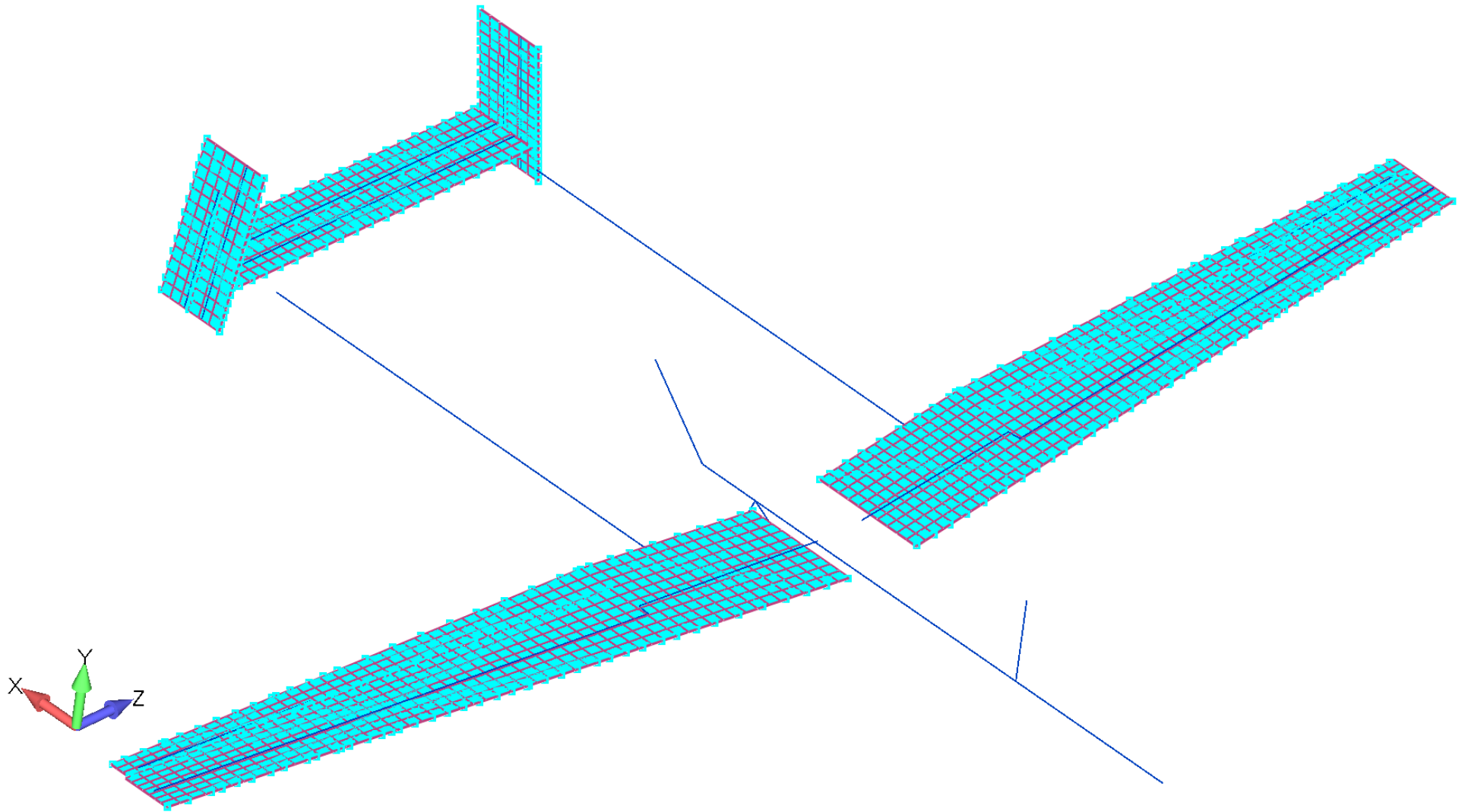


Рисунок 27 – Аэродинамическая модель БЛА

## Расчет на флаттер

В табл. 1 представлены основные модальные характеристики исследуемого БЛА – собственные частоты, отнесенные к частоте вертикального изгиба крыла 1 тона.

Таблица 3 – Основные собственные частоты БЛА

<i>№ тона</i>	<i>Частота <math>\psi</math></i>	<i>Форма</i>
<b>симметричный спектр</b>		
1	0,49	Вертикальный изгиб хвоста 1 тона
2	1,00	Вертикальный изгиб крыла 1 тона
3	2,37	Горизонтальный изгиб крыла 1 тона
4	2,59	Вертикальный изгиб стабилизатора 1 тона
5	3,15	Вертикальный изгиб хвоста 2 тона
6	4,03	Вертикальный изгиб крыла 2 тона
<b>антисимметричный спектр</b>		
1	0,56	Вертикальный изгиб хвоста 1 она
2	0,91	Горизонтальный изгиб хвоста 1 она
3	1,40	Горизонтальный изгиб крыла 1 тона
4	2,23	Вертикальный изгиб крыла 1 тона
5	3,45	Вертикальный изгиб хвоста 2 тона
6	5,00	Вертикальный изгиб крыла 2 тона

Проведём анализ безрулевых форм флаттера по МКЭ.

При расчете безрулевых форм флаттера жесткости приводов полагались бесконечно большими. В результате анализа полученных результатов выделены 3 формы флаттера:

1. Mode 8 – антисимметричные колебания хвостовых балок первого тона;
2. Mode 20 – Симметричный вертикальный изгиб крыла первого тона совместно со вторым тоном вертикального изгиба хвостовых балок и первым тоном изгиба стабилизатора;

3. Mode 21 – Антисимметричный изгиб крыла первого тона совместно с антисимметричным изгибом хвостовых балок второго тона.

В таблице 4 показаны результаты расчета безрулевых форм флаттера. Частота колебаний при флаттере отнесена к частоте вертикального изгиба крыла 1 тона.

Таблица 4 – Критические скорости и частоты безрулевого флаттера

<b>mode 8</b>		<b>mode 20</b>		<b>mode 21</b>	
$V_{дон}/V_{кр}$	$\psi$	$V_{дон}/V_{кр}$	$\psi$	$V_{дон}/V_{кр}$	$\psi$
0,50	0,58	0,52	2,93	0,50	2,88

Результаты в таблице 4 согласуются с результатами, полученными с применением метода Ритца (таблица 2).

В таблицах 5–7 показаны полученные безрулевые формы флаттера.

Таблица 5 – Форма флаттера Mode 8

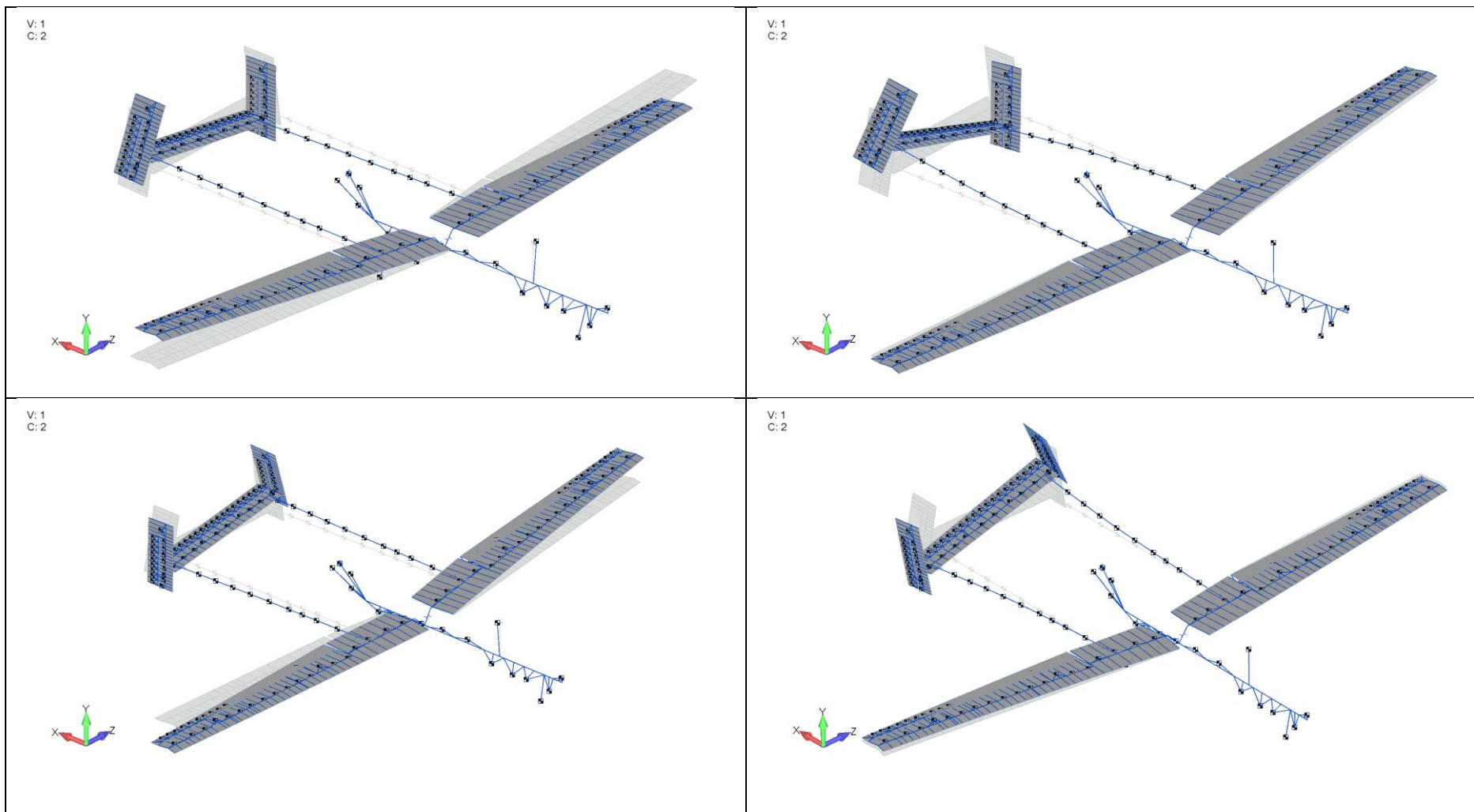


Таблица 6 – Форма флаттера Mode 20

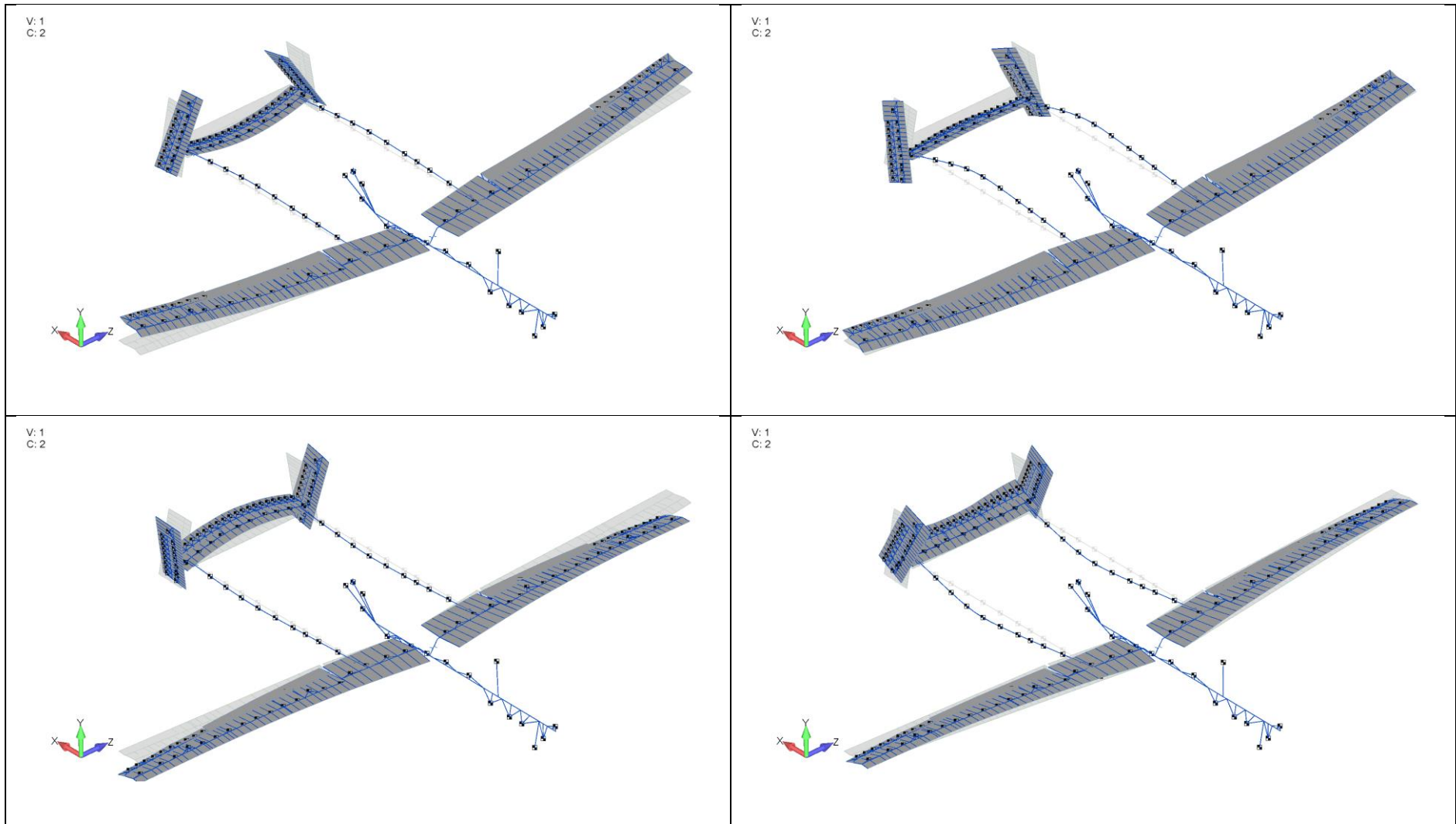
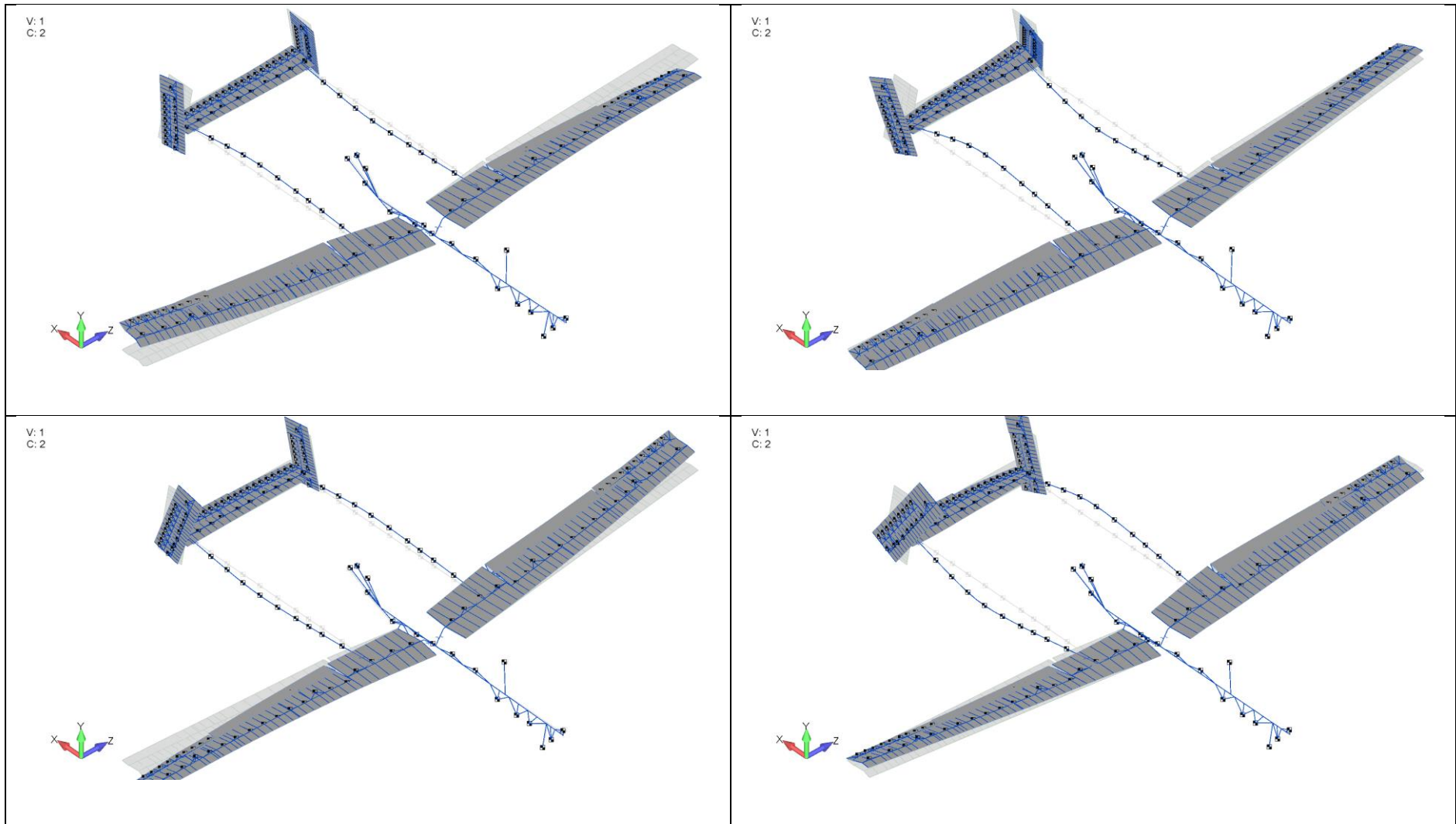


Таблица 7 – Форма флаттера Mode 21





Для получения зависимости критической скорости флаттера от парциальных вращательных частот органов управления в конечно-элементной модели варьировались жесткости элементов «CELAS2», моделирующих приводы соответствующих органов управления. Жесткость системы «руль-привод» вычислялась по формуле:

$$k_{np} = 4\pi^2 f_{ep}^2 J_{ep}, \quad (92)$$

где  $f_{ep}$  – парциальная вращательная циклическая частота органа управления, Гц,  $J_{ep}$  – массовый момент инерции органа управления относительно его оси вращения.

В результате исследования рулевых форм флаттера получены зависимости критической скорости флаттера от собственной вращательной частоты органа управления  $f_{ep}$ .

При анализе флаттера закрылков выделены следующие формы флаттера:

1. Mode 22 – антисимметричное вращение закрылков совместно с антисимметричным вертикальным изгибом крыла первого тона и хвостовых балок второго тона;
2. Mode 25 – симметричное вращение закрылков совместно с симметричным вертикальным изгибом крыла второго тона;
3. Mode 30 – антисимметричное вращение закрылков совместно с антисимметричным изгибом крыла второго тона.

На рисунке 28 представлены зависимости отношения допускаемой скорости аппарата к критической скорости флаттера от отношения собственной вращательной частоты закрылков к частоте вертикального изгиба крыла 1 тона для трех форм флаттера.

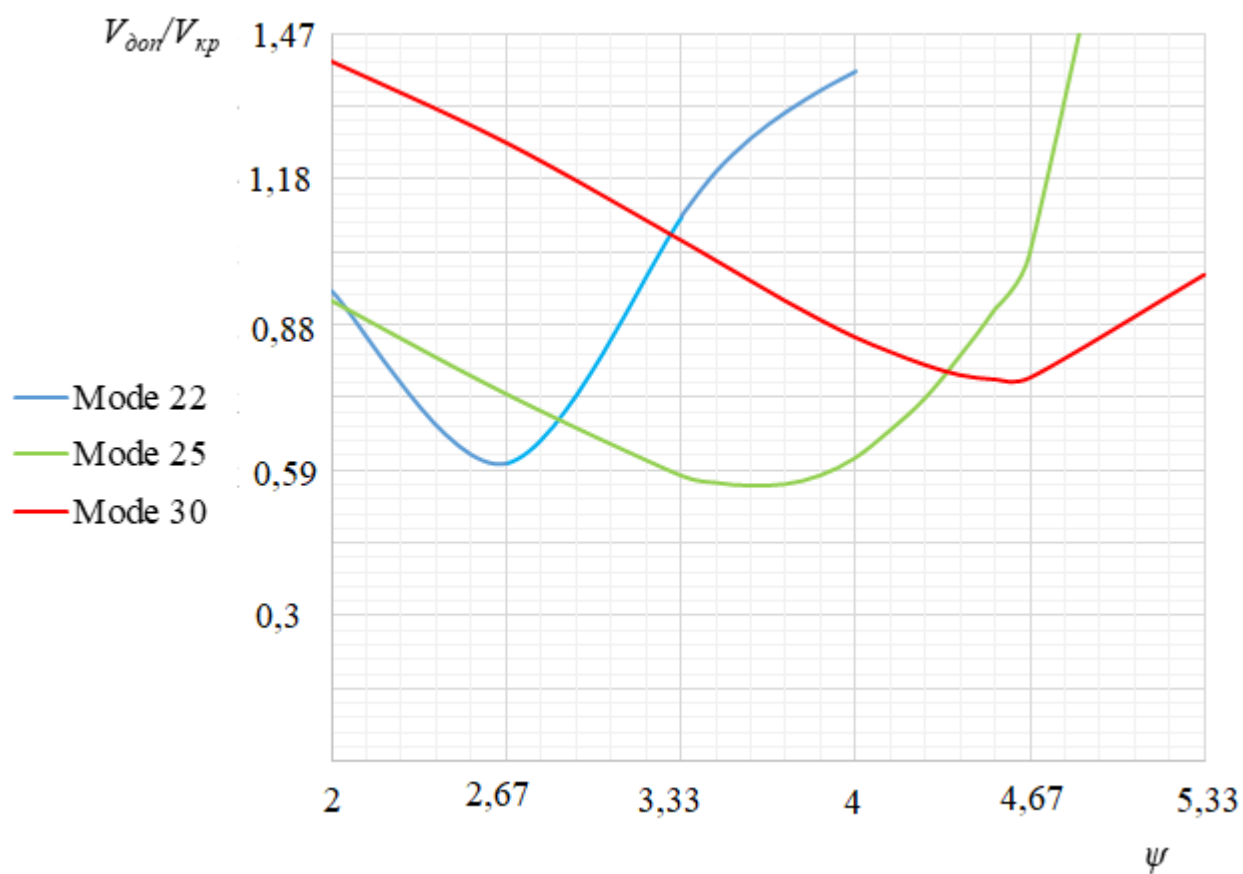


Рисунок 28 – Зависимость критической скорости флаттера от вращательной частоты закрылков

В таблицах 8–10 показаны рассчитанные формы флаттера закрылков.

Таблица 8 – Форма флаттера закрылков Mode 22

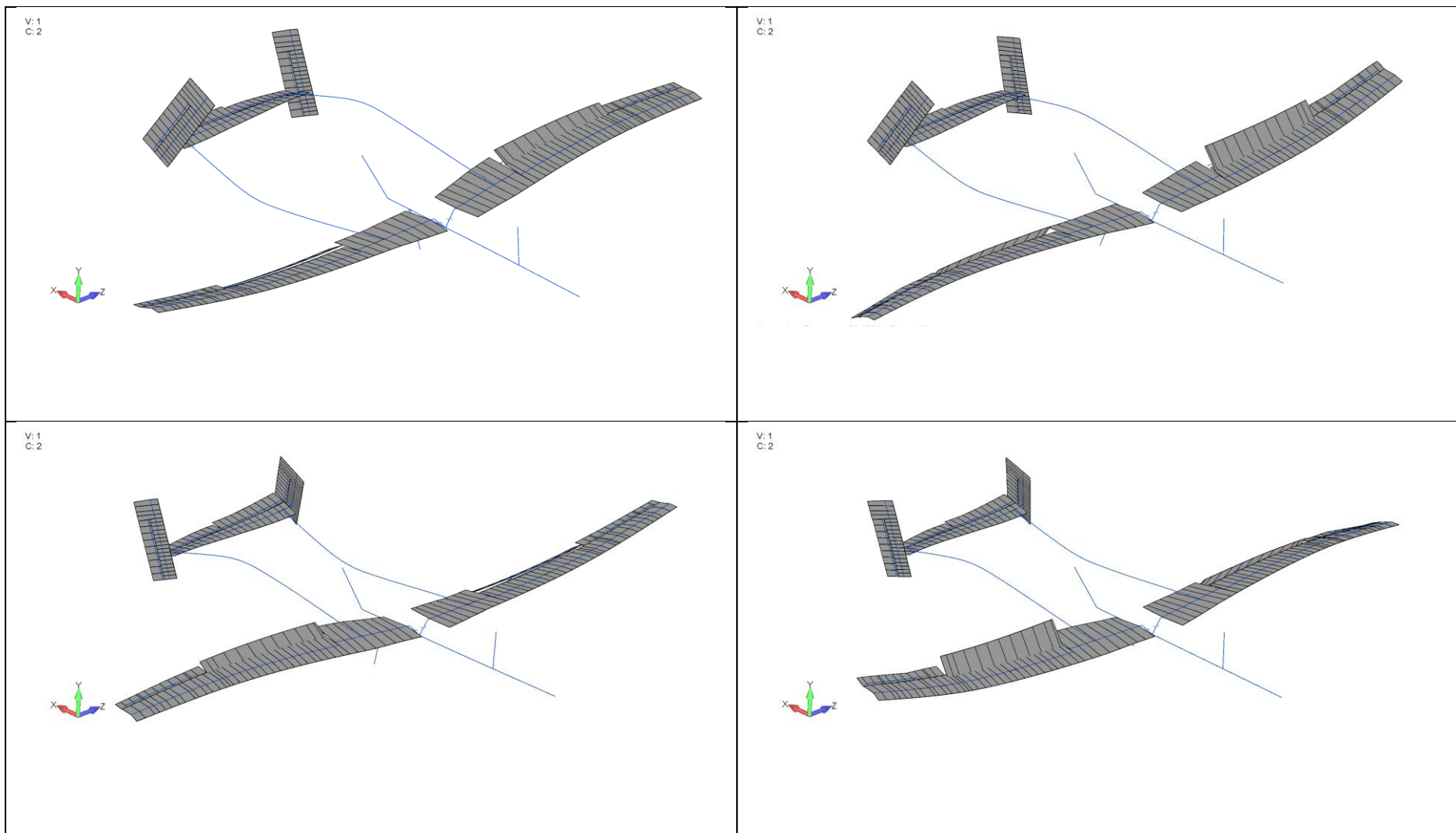


Таблица 9 – Форма флаттера закрылков Mode 25

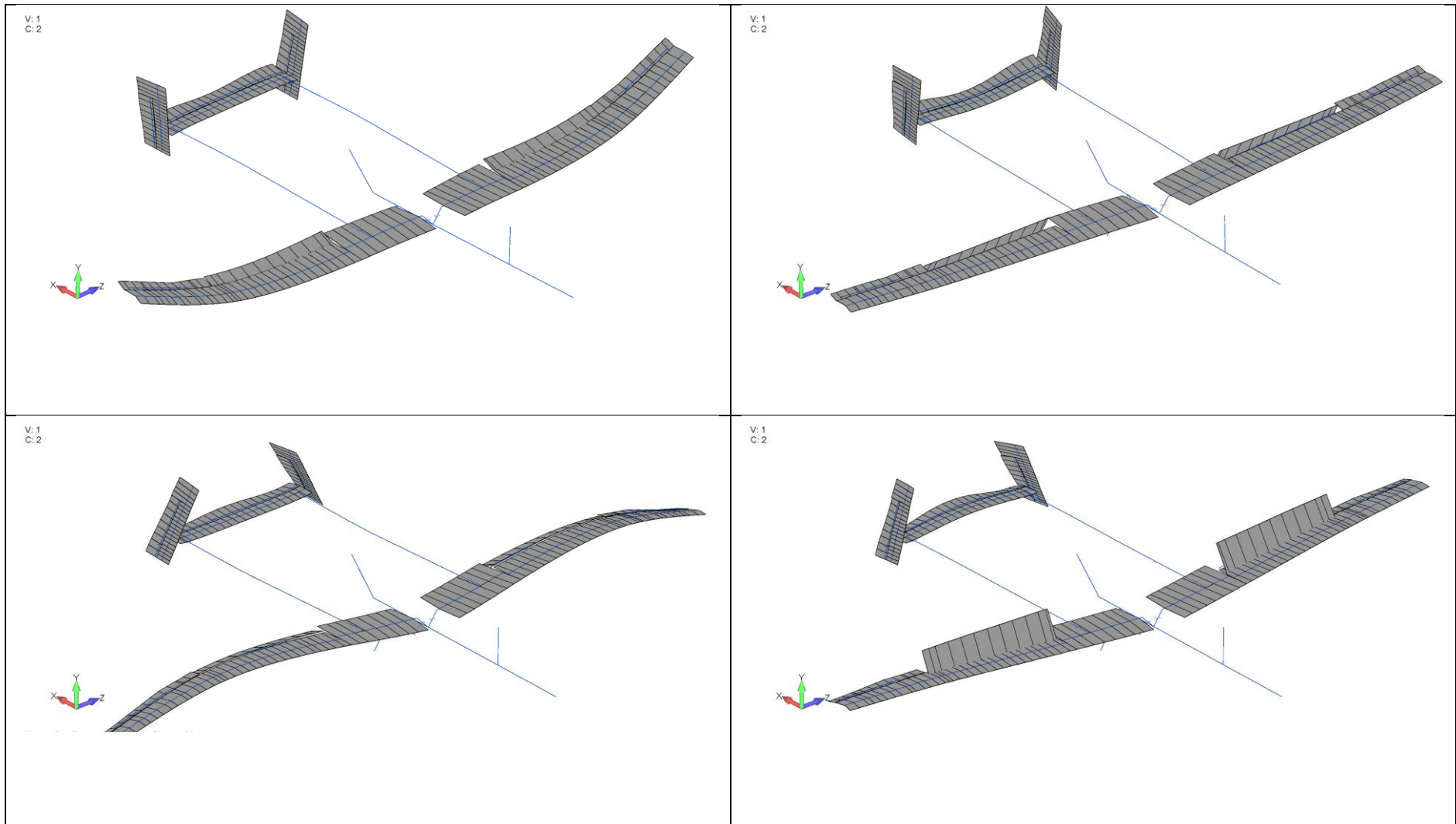
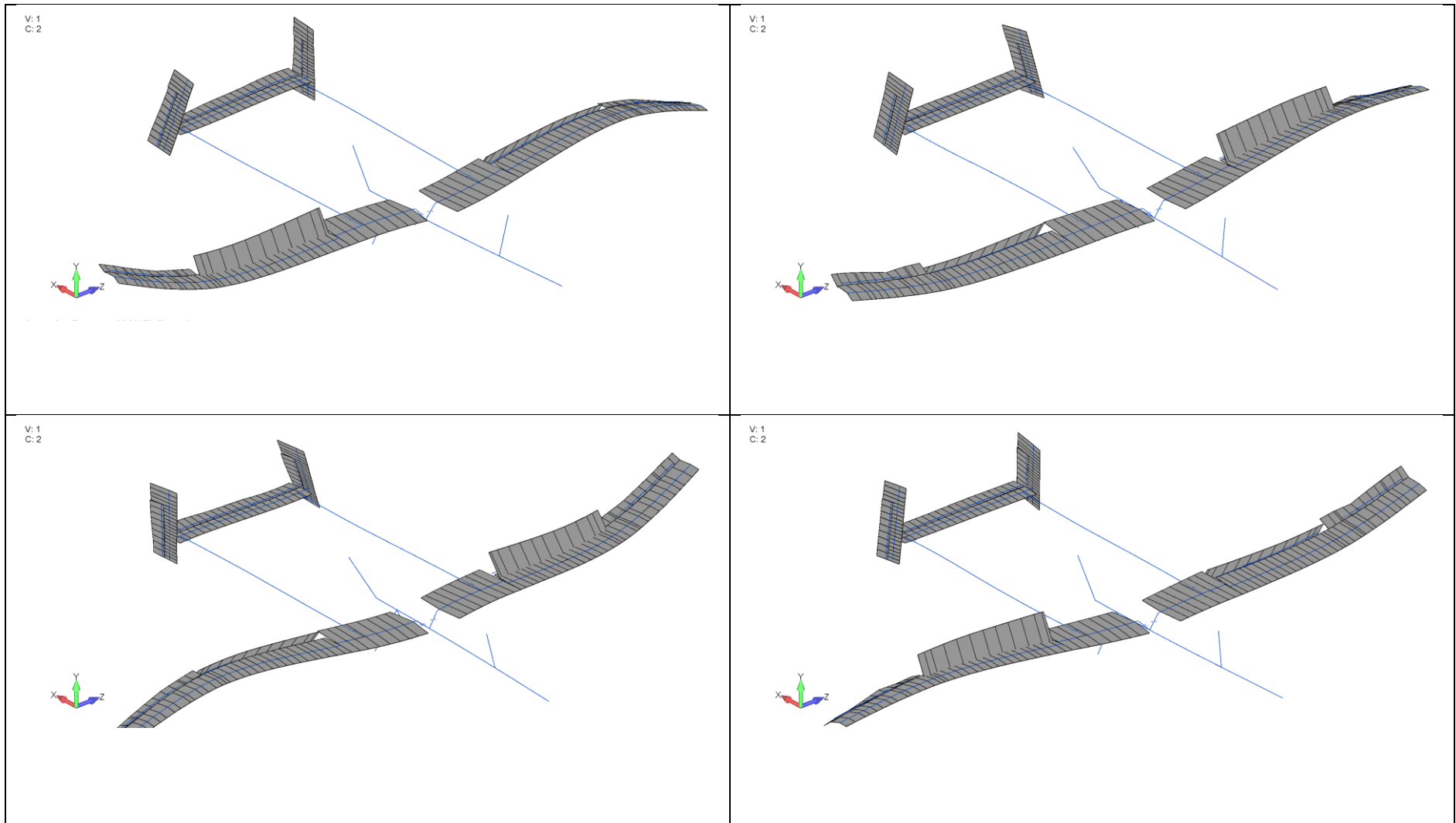


Таблица 10 – Форма флаттера закрылков Mode 30



При анализе флаттера элеронов выделены следующие формы флаттера:

1. Mode 16 – антисимметричное вращение элеронов совместно с антисимметричным изгибом крыла первого тона;
2. Mode 22 – антисимметричное вращение элеронов совместно с антисимметричным вертикальным изгибом крыла первого тона и хвостовых балок второго тона;
3. Mode 24 – антисимметричное вращение элеронов совместно с антисимметричным вертикальным изгибом крыла первого тона и хвостовых балок второго тона. Элероны вращаются в другой фазе относительно крыла, по сравнению с формой Mode 22;
4. Mode 25 – симметричное вращение элеронов совместно с симметричным вертикальным изгибом крыла и хвостовых балок второго тона.

На рисунке 29 представлены зависимости отношения допускаемой скорости аппарата к критической скорости флаттера от отношения собственной вращательной частоты элеронов к частоте вертикального изгиба крыла 1 тона для четырех форм флаттера.

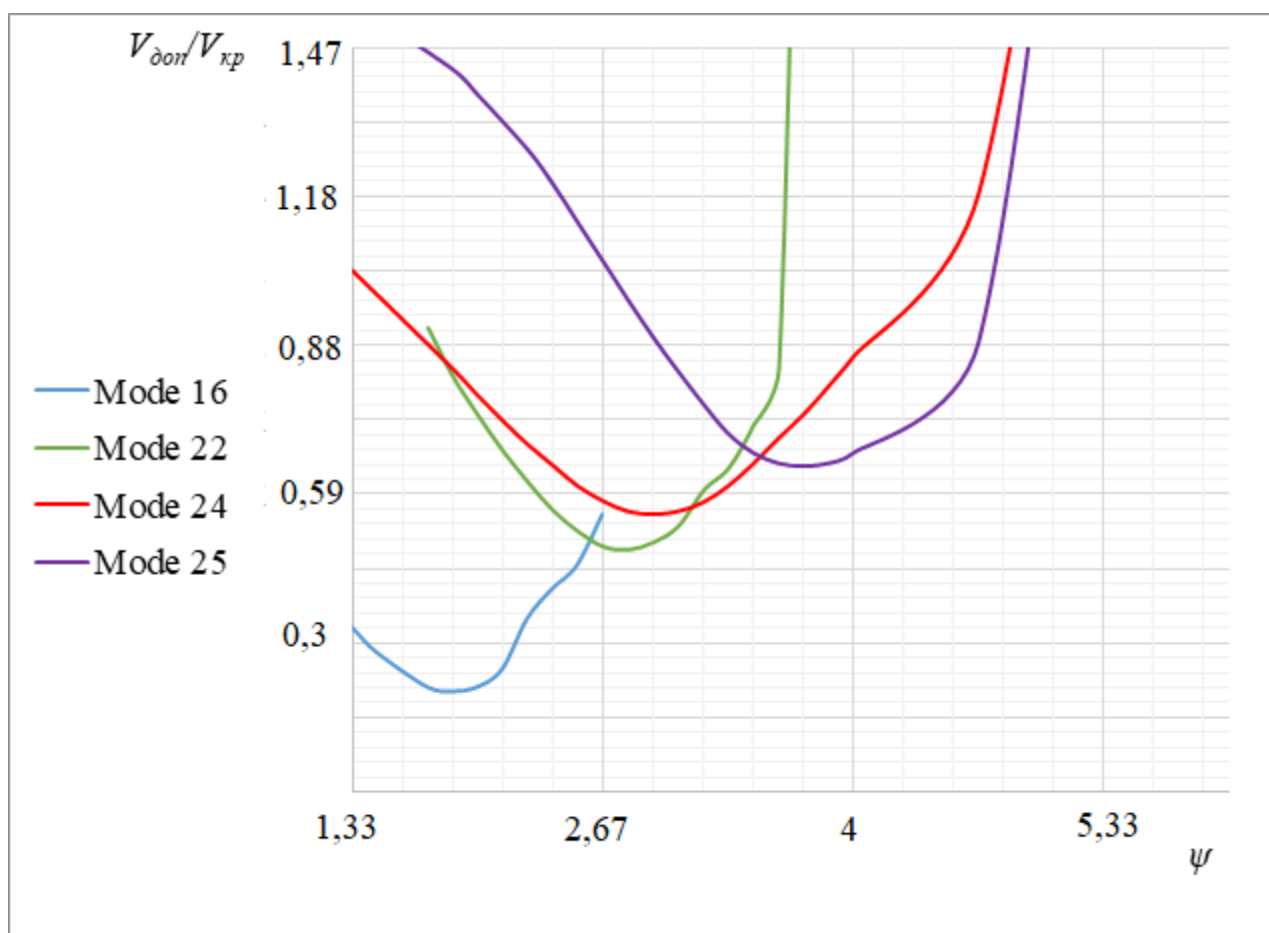


Рисунок 29 – Зависимость критической скорости флаттера от вращательной частоты элеронов

В таблицах 11–14 приведены формы флаттера элеронов.

Таблица 11 – Форма флаттера элеронов Mode 16

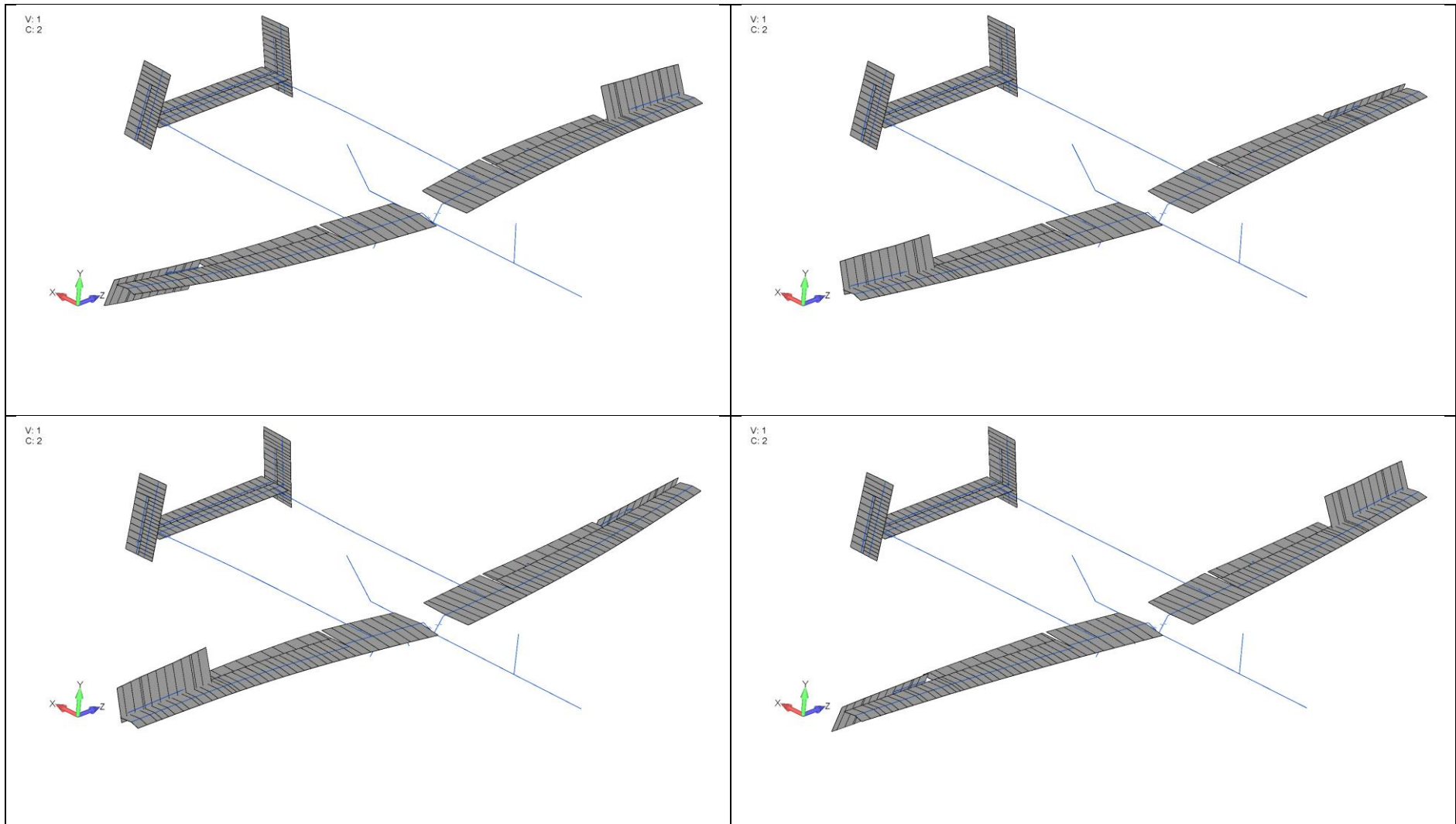




Таблица 12 – Форма флаттера элеронов Mode 22

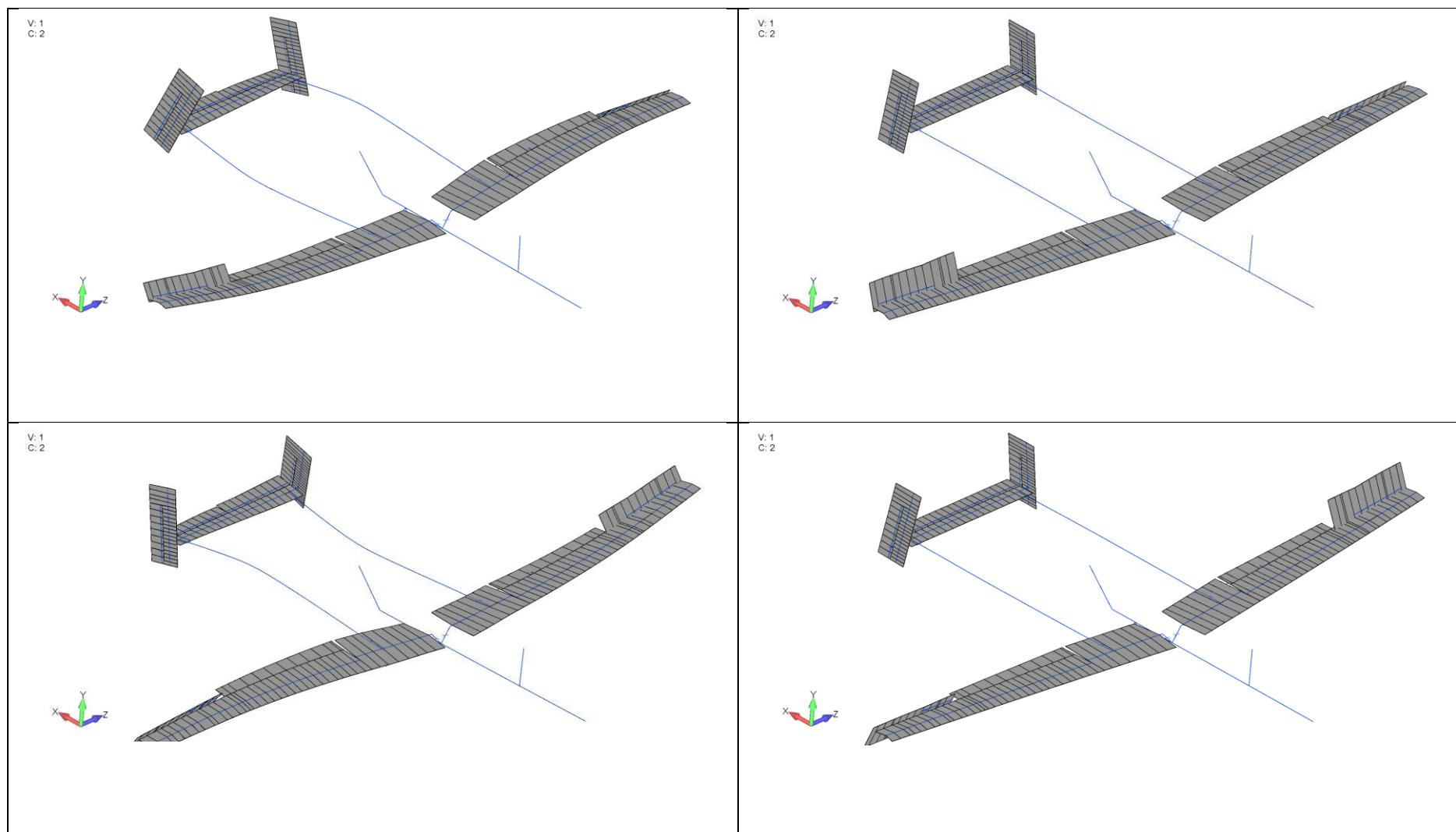


Таблица 13 – Форма флаттера элеронов Mode 24

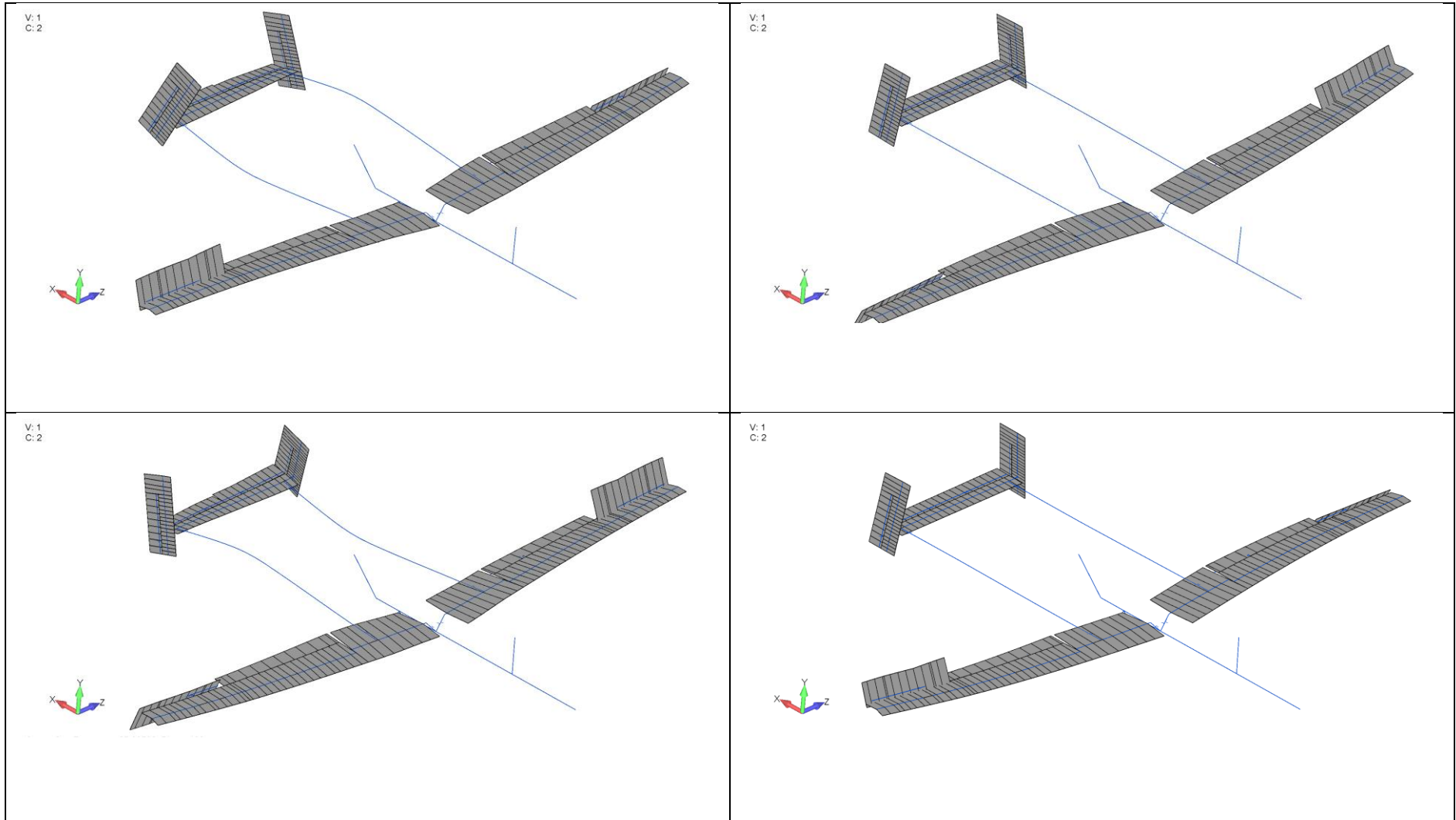
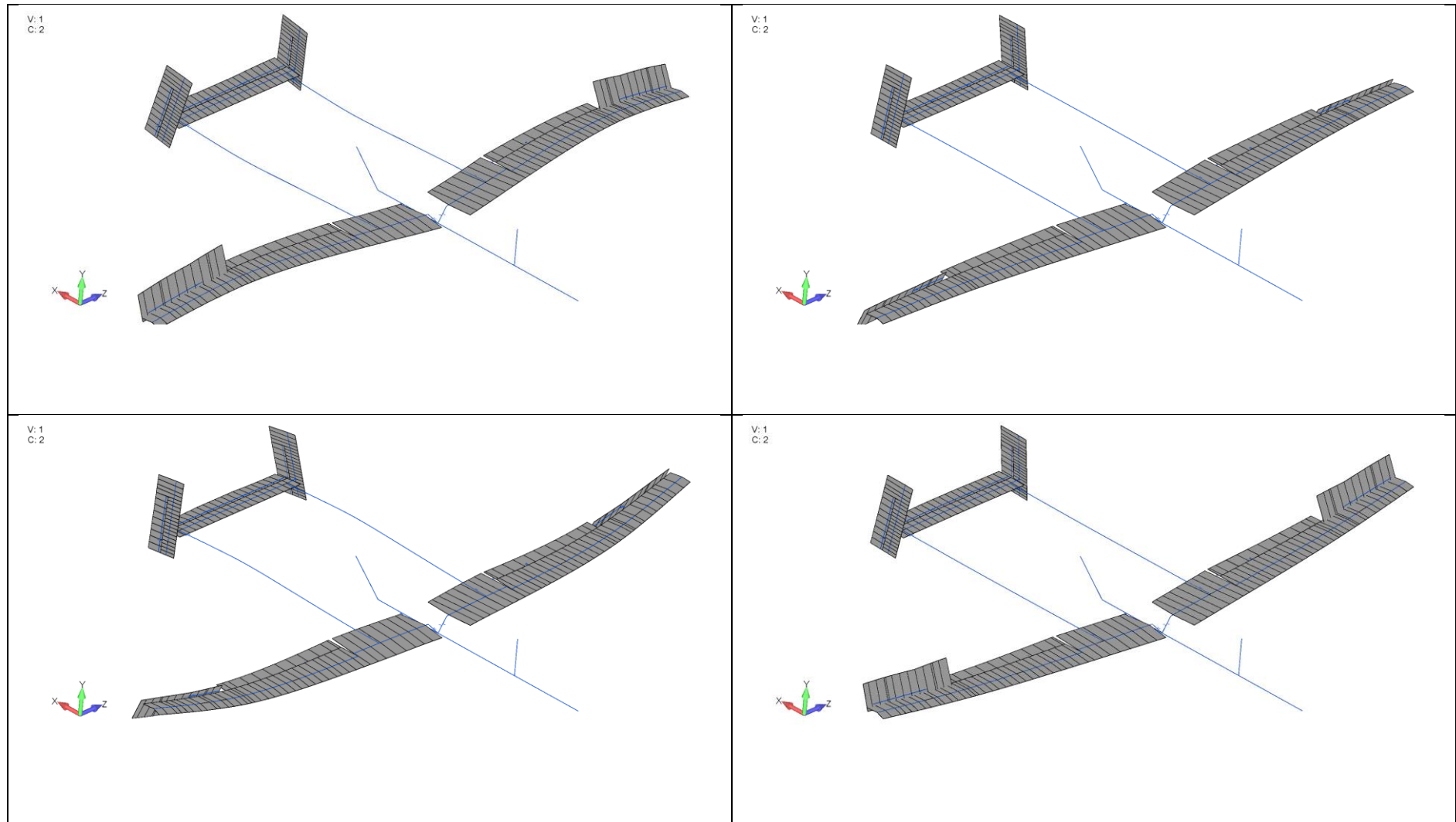


Таблица 14 – Форма флаттера элеронов Mode 25



При анализе флаттера рулей высоты выделена следующая форма флаттера:

1. Mode 19 – симметричное вращение рулей высоты совместно с вертикальным изгибом стабилизатора первого тона.

На рисунке 28 представлены зависимости отношения допускаемой скорости аппарата к критической скорости флаттера от отношения собственной вращательной частоты рулей высоты к частоте вертикального изгиба крыла 1 тона для одной формы флаттера.

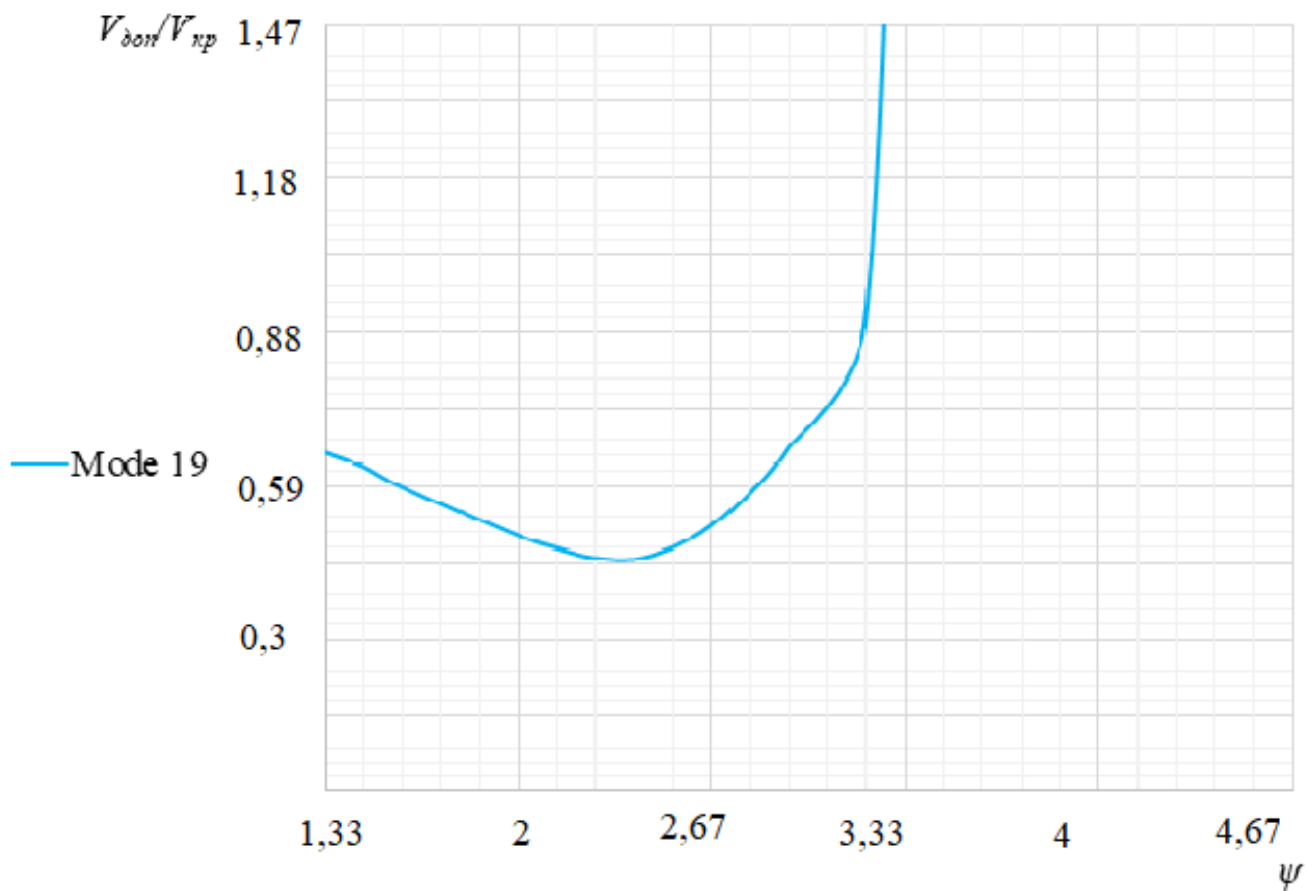
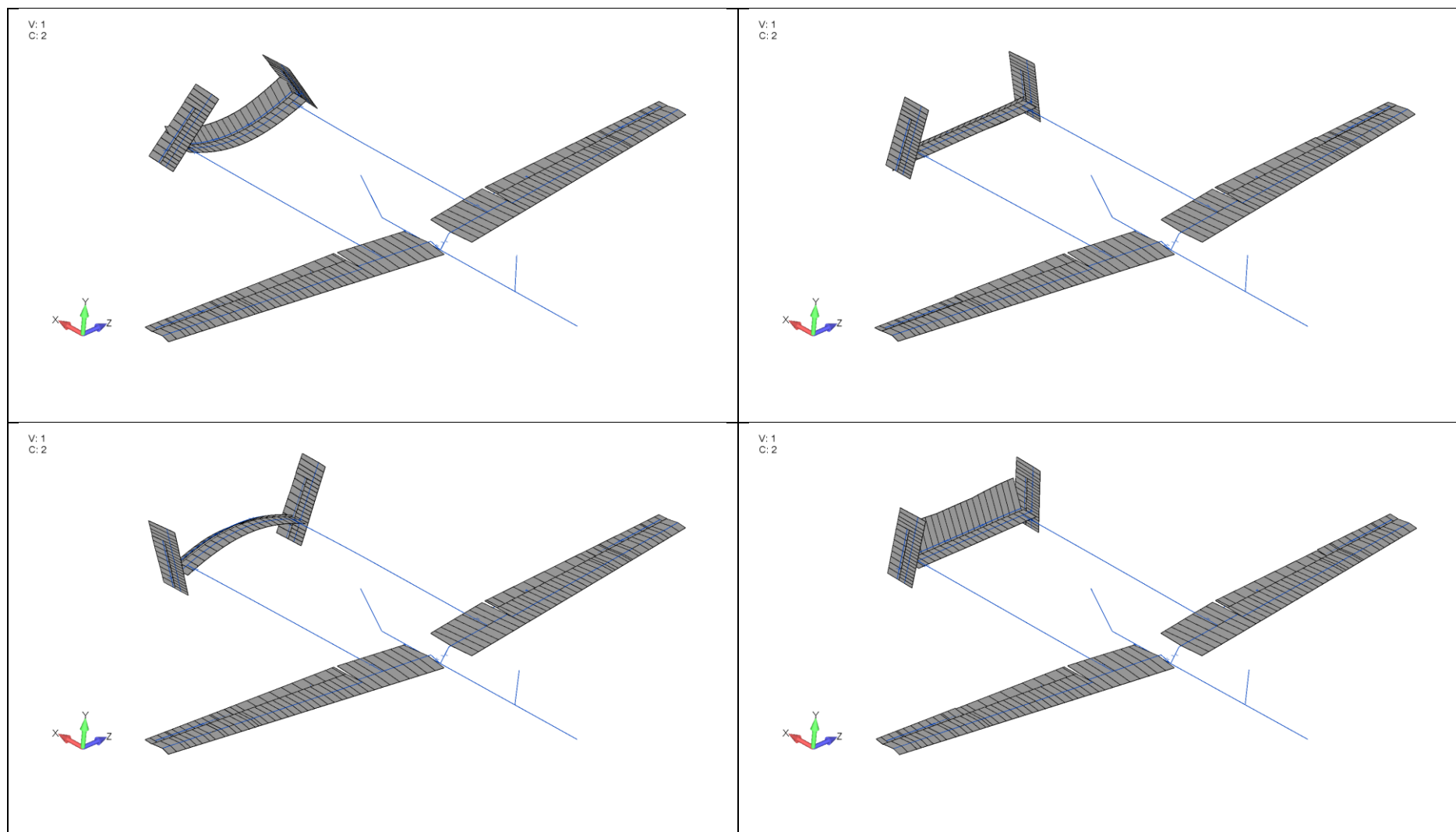


Рисунок 30 – Зависимость критической скорости флаттера от вращательной частоты рулей высоты

В таблице 15 показана полученная форма флаттера рулей высоты.

Таблица 15 – Форма флаттера рулей высоты Mode 19



При анализе флаттера рулей направления выделена следующая форма флаттера:

1. Mode 13 – антисимметричное вращение рулей направления совместно с горизонтальным изгибом хвостовых балок первого тона.

На рисунке 31 представлены зависимости отношения допускаемой скорости аппарата к критической скорости флаттера от отношения собственной вращательной частоты рулей направления к частоте вертикального изгиба крыла 1 тона для одной формы флаттера.

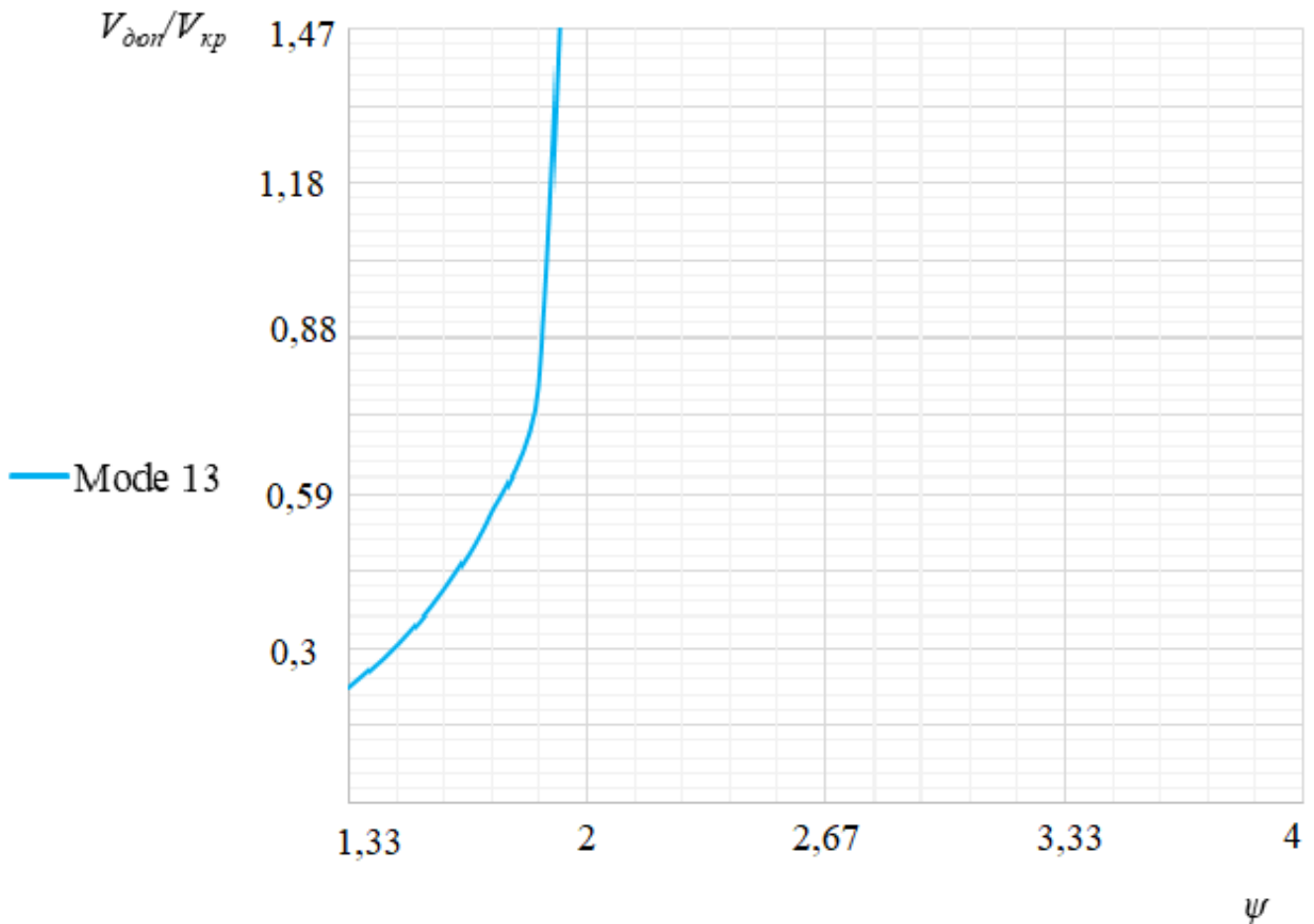
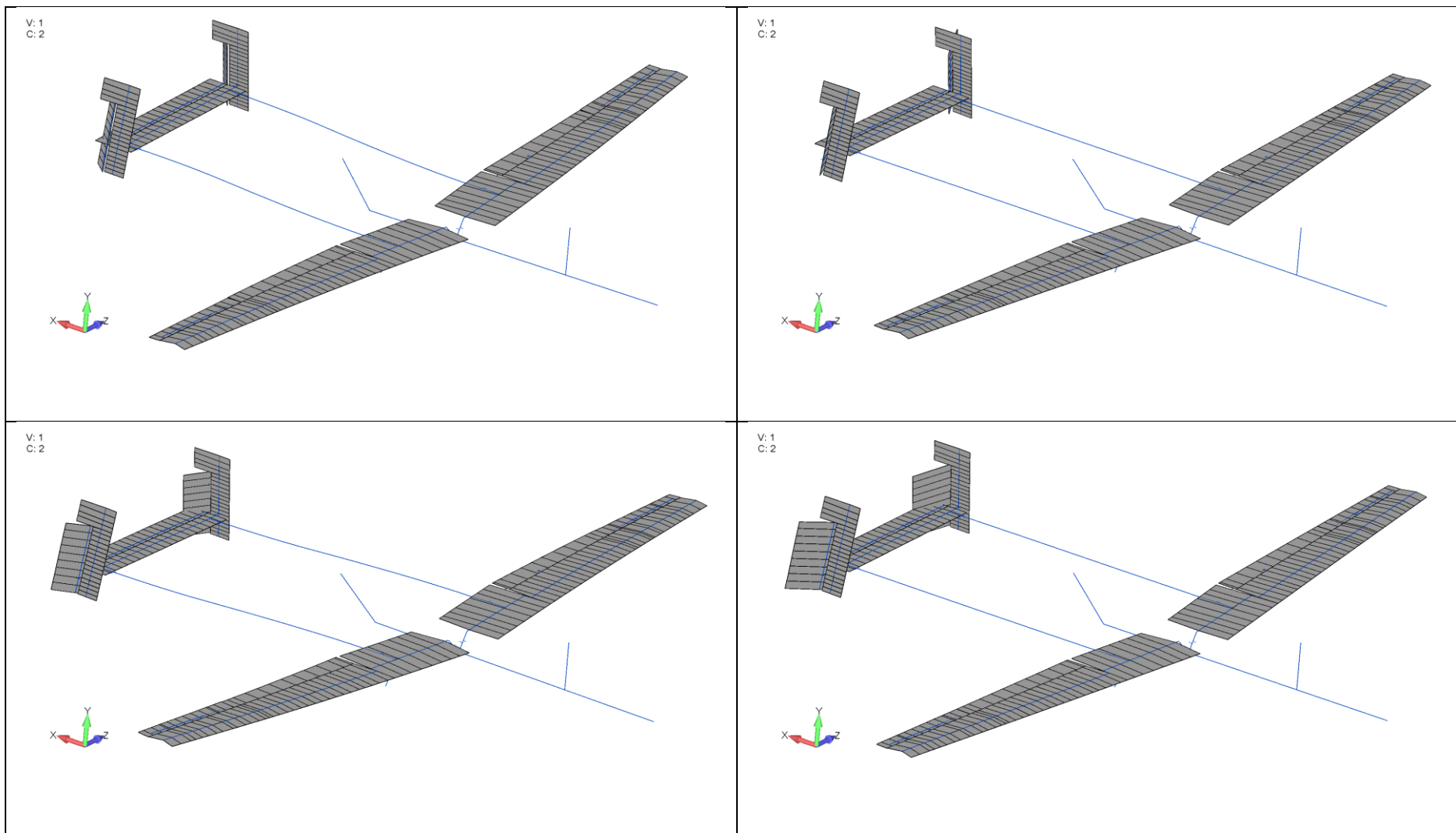


Рисунок 31 – Зависимость критической скорости флаттера от вращательной частоты рулей направления

В таблице 16 показана полученная форма флаттера рулей направления.

Таблица 16 – Форма флаттера рулей направления Mode 13



Из полученных результатов можно сделать вывод о том, что БЛА с двухбалочным хвостовым оперением подвержен, в первую очередь, рулевым формам флаттера, что объясняется, прежде всего, отсутствием весовой балансировки органов управления. Для каждого органа управления имеет место минимум на графиках зависимости критической скорости флаттера  $V_{кр}$  от собственной вращательной частоты  $f_{вр}$ . Это объясняется тем, что при частотах органа управления, близких к локальному минимуму на кривых  $V_{кр}(f_{вр})$  наиболее сильно проявляется взаимодействие между органом управления и агрегатом, на котором он установлен. Для определения границы устойчивости рулевых форм флаттера для конкретного аппарата требуется определить из эксперимента  $f_{вр}$  каждого органа управления.

Рассмотренный способ моделирования конструкции летательного аппарата с помощью балочных конечных элементов позволяет учитывать распределение жесткостных (элементы «СВЕАМ») и массово-инерционных характеристик конструкции (элементы «СМАСС2» с интерполирующими элементами «RBE3») с учетом укладки слоев композиционного материала и податливости узлов соединений агрегатов. Использование элементов «CELAS2» позволяет варьировать собственные вращательные частоты органов управления для построения зависимости критических скоростей рулевого флаттера от податливости системы «руль-привод». Задание абсолютно жестких хорд с помощью элементов «RBE2» позволяет использовать поверхностные сплайны для связи упругой и аэродинамической модели. К преимуществам метода конечных элементов для рассматриваемого класса задач следует отнести возможность высокой детализации расчетного модели с целью более точного моделирования реальных конструкций летательных аппаратов. Однако, при верификации расчетной модели, разработанной с применением МКЭ, могут возникнуть трудности: чем выше детализация модели, тем сложнее скорректировать построенную модель по результатам эксперимента.

Также стоит отметить, что на критические скорости флаттера БЛА могут оказывать существенное влияние характеристики системы «руль-привод», а также



различные нелинейной конструкции, такие как люфты в проводке управления, и динамическая жесткость привода.

Отдельно стоит рассмотреть особенности использования комплекса NX Nastran для расчета на флаттер, с которыми пришлось столкнуться при расчетах флаттера БЛА с двухбалочным оперением. Результаты расчета на флаттер методом PKNL выводятся в текстовые файлы \*.f06, в которых приведены таблицы зависимостей корней  $\lambda_j$  (26) от скорости, относительной плотности воздуха и числа Маха для различных форм колебаний. При этом, корни  $\lambda_j$  сортируются и группируются в таблицы по значению частоты  $\omega_j$ . В случае, когда рассчитываемая конструкция имеет большое число собственных форм колебаний в рассчитываемом диапазоне, многие частоты  $\omega_j$  могут быть близки по значениям друг к другу, но фактически относиться к разным формам колебаний. В силу этого, сортировка NX Nastran решений (26) по формам колебаний не всегда бывает надежной, поэтому оценку критической скорости флаттера и формы колебаний нужно производить по рисункам вида 19, 20, на которых одновременно отображаются все найденные решения  $\lambda_j$ . При этом, чем сложнее конструкция аппарата, и чем выше ее детализация в КЭМ, тем сложнее становится проводить анализ критической скорости флаттера. Кроме того, подобный анализ необходимо проводить для каждого значения параметра парциальной вращательной частоты органа управления, что существенно повышает трудоемкость расчетов.

Метод Ритца, представленный в параграфе 2.5, по сравнению с МКЭ, дает более простые в интерпретации результаты, т.к. для идентификации формы колебаний в потоке воздуха можно оценить вклад заданных форм в рядах (75), (76) по коэффициентам вектора  $\mathbf{V}$  (25). При этом, математическая модель, разработанная с применением метода Ритца, может быть легко модифицирована по результатам эксперимента путем подстановки в ряды (75), (76) собственных форм колебаний, полученных из модальных испытаний. В отличие от метода Ритца, при применении МКЭ приходится подбирать локальные жесткости и массово-инерционные характеристики элементов ЛА, вплоть до отдельных параметров

конечных элементов. При этом, с увеличением детализации модели растет количество конечных элементов и сложность корректировки модели существенно возрастает. Несмотря на то, что МКЭ на базе универсального программного комплекса NX Nastran, предоставляет возможность достаточно точного представления деформации упругой модели конструкции при дискретизации на большое число конечных элементов, в расчетах аэроупругости такой подход может оказаться избыточным и приводящим к большому времени расчета. Поэтому, использование балочных расчетных схем с жесткостными характеристиками, уточненными по конечно-элементным моделям агрегатов, является наиболее рациональным выбором представления упругой конструкции рассматриваемого в диссертационной работе подкласса летательных аппаратов с двухбалочным хвостовым оперением с точки зрения снижения трудоемкости и временных затрат на расчеты, обеспечивая при этом достаточную в инженерной практике точность и удобство корректирования математической модели по результатам экспериментальных исследований.

### **3 Учет требований аэросервоупругости при проектировании беспилотного летательного аппарата**

#### **3.1 Основные положения**

Предотвращение упругих колебаний БЛА с САУ в общем случае требует разработки контура САУ и его компоновки с учетом частотных характеристик БЛА. В процессе такой разработки решаются вопросы обеспечения аэроупругой устойчивости [53]:

- выбором соответствующей структуры САУ;
- рациональным размещением датчиков САУ по длине корпуса БЛА (расположением датчиков по отношению к пучностям и узлам соответствующих форм колебаний корпуса);
- выбором средств компенсации сигналов датчиков, обусловленных упругими колебаниями БЛА;
- выбором фильтров в соответствующих трактах САУ, направленных на подавление наиболее опасных тонов колебаний конструкции БЛА;
- выбором соответствующих характеристик рулевого привода и проводки управления.

Проблемы, связанные с обеспечением устойчивости контура «упругий БЛА – САУ», следует решать, начиная с этапа формирования облика БЛА. Выявление факта наличия автоколебаний в контуре «упругий ЛА – САУ» лишь на завершающих этапах проектирования (при наземных и летних испытаниях) приводит к значительным дополнительным затратам средств и времени на проведение мероприятий по их устранению. При этом обычно приходится корректировать параметры рациональной (с точки зрения законов управления и стабилизации) САУ: введением дополнительных фильтров, изменением

коэффициентов усиления, а в отдельных случаях и изменением структуры контура стабилизации. Это ведет, как правило, к ухудшению характеристик САУ, снижению запасов устойчивости ЛА как твердого тела, изменению качества переходных процессов в системе.

Наилучших результатов следует ожидать при комплексном проектировании конструкции и системы управления, особенно в рамках решения единой оптимизационной задачи. Однако на сегодня данная задача применительно к маневренным БЛА не является решенной. Это связано, прежде всего, со значительной размерностью задачи, большим числом требований и ограничений, многие из которых являются трудно формализуемыми, сложностью построения единого критерия оптимальности, с позиций которого оценивалось бы качество проектируемого БЛА.

Используемые на практике подходы состоят в раздельном проектировании конструкции и САУ. Вопрос о взаимном согласовании выбранных характеристик этих подсистем БЛА решается на заключительных этапах проектирования при исследовании устойчивости контура «упругий ЛА – САУ». В случае выявления автоколебаний в контуре вырабатываются мероприятия, направленные на коррекцию характеристик САУ или доработку конструкции. Очень часто при этом задача согласования характеристик конструкции и САУ решается на этапе наземных или даже летных испытаний БЛА.

Среди исследований, посвященных вопросам проектирования летательных аппаратов с учетом требований аэросервоупругости, отметим работы [54 – 65, 68–73, 77]. Остановимся на работе [61] несколько более подробно, так как она отражает широко распространенный подход к совместному проектированию упругой конструкции и системы управления ЛА с учетом рассматриваемых требований.

Задача проектирования ЛА с учетом требований по аэросервоупругости представлена как задача оптимизации, решаемая на основе декомпозиции, т.е. разложения задачи проектирования всего ЛА на задачи проектирования отдельных подсистем: конструкции и системы управления. Соответствующие подсистемам

параметры варьируются независимо, однако некоторые из них сохраняют фиксированные значения. Эти параметры могут быть явными и неявными функциями проектных параметров. После решения отдельных задач оптимизации конструкции и управления и объединения их в общей системе указанные параметры варьируются для удовлетворения требований, предъявляемых ко всему ЛА. Полученные в результате решения совместной задачи оптимизации параметры передаются далее в группы проектирования отдельных подсистем, где подсистемы оптимизируются вновь под новые значения этих параметров. Например, если на уровне ЛА требуется новое значение частоты собственных изгибных колебаний крыла, то группа проектирования конструкции решает задачу оптимизации в переменных типа: толщины обшивки, ориентации волокон композиционного материала и т.п. в соответствии с новыми условиями (конкретным ограничением на частоту собственных колебаний) и требованием обеспечения минимальной массы конструкции.

Раздельное проектирование конструкции и САУ производится, как правило, с использованием математических моделей, которые достаточно корректно описывают функционирование проектируемой подсистемы и приближенно – функционирование смежной. Так, например, при проектировании конструкции исследование аэроупругой устойчивости ЛА с САУ проводится, как правило, с использованием достаточно сложных математических моделей со многими степенями свободы. При этом учитываются изгибные и крутильные колебания крыла и фюзеляжа по нескольким тона, колебания органов управления и стабилизаторов. Общее число степеней свободы зависит от объекта проектирования (от четырех-семи для БЛА типа «управляемая ракета» до нескольких десятков или даже сотен для БЛА самолетной схемы). Характеристики САУ при этом считаются известными и задаются, как правило, в виде передаточной функции ее тракта. В то же время при синтезе структуры и характеристик САУ сам БЛА представляется в виде твердого тела или учитываются один-два низших тона колебаний корпуса [10].

### 3.2 Исследование устойчивости контура «упругий БЛА – САУ»

Системы автоматического управления современных БЛА включают две подсистемы: управления и стабилизации. Первая предназначена для формирования команд управления, а вторая, являясь исполнительной частью САУ, служит, в первую очередь, для реализации команд управления. Таким образом бортовая система стабилизации управляет вращательным движением БЛА и созданием боковых ускорений (перегрузок) по командам, вырабатываемым в подсистеме (контуре) управления. Система стабилизации представляет собой замкнутую систему регулирования, включающую БЛА как объект регулирования, измерительные устройства (датчики угловых скоростей и перегрузки), образующие обратные связи, устройство реализации уравнения стабилизации и исполнительные устройства (рулевые приводы). Система стабилизации БЛА формируются в общем случае в виде трехканальной системы автоматического регулирования: относительно поперечных осей (каналы тангажа и курса) и продольной оси (канал крена).

При исследовании аэроупругой устойчивости БЛА совместно с САУ, а точнее, устойчивости контура стабилизации упругого БЛА в полете, структура и параметры системы стабилизации считаются известными.

Исследование начинается с расчета полных передаточных функций БЛА, для определения которых используются модели аэроупругих колебаний, представленные во второй главе.

В дальнейшем ограничимся рассмотрением только канала тангажа, так как для рассматриваемого БЛА двухбалочной схемы характерно наиболее существенное проявление упругих свойств именно в канале тангажа.

На рисунках 32, 33 представлены амплитудные и фазовые частотные характеристики (АФЧХ) передаточных функций БЛА по перегрузке  $n_y$  и угловой скорости  $\omega_z$ :

АФЧХ передаточной функции БЛА от угла отклонения руля высоты  $\delta_{РВ}$  до перегрузки  $n_y$  в месте установки датчика перегрузки (рисунок 32);

АФЧХ передаточной функции БЛА от угла отклонения руля высоты  $\delta_{РВ}$  до угловой скорости  $\omega_z$  в месте установки датчика угловых скоростей (рисунок 33).

Данные передаточные учитывают как упругие колебания БЛА, так и движение твердого тела. Расчет передаточных функций производился для нескольких расчетных режимов по скорости: 0, 25 м/с, 50 м/с, 75 м/с, 100 м/с, покрывающих весь диапазон скоростей полета рассматриваемого БЛА двухбалочной схемы. При вычислении скоростного напора принималась плотность воздуха равная  $1,225 \text{ кг/м}^2$ , соответствующая высоте  $H = 0$ . Вследствие небольших скоростей полета влияние сжимаемости воздуха в расчетах не учитывалось.

На представленных графиках отчетливо видны резонансные пики, обусловленные тонами упругих колебаний БЛА.

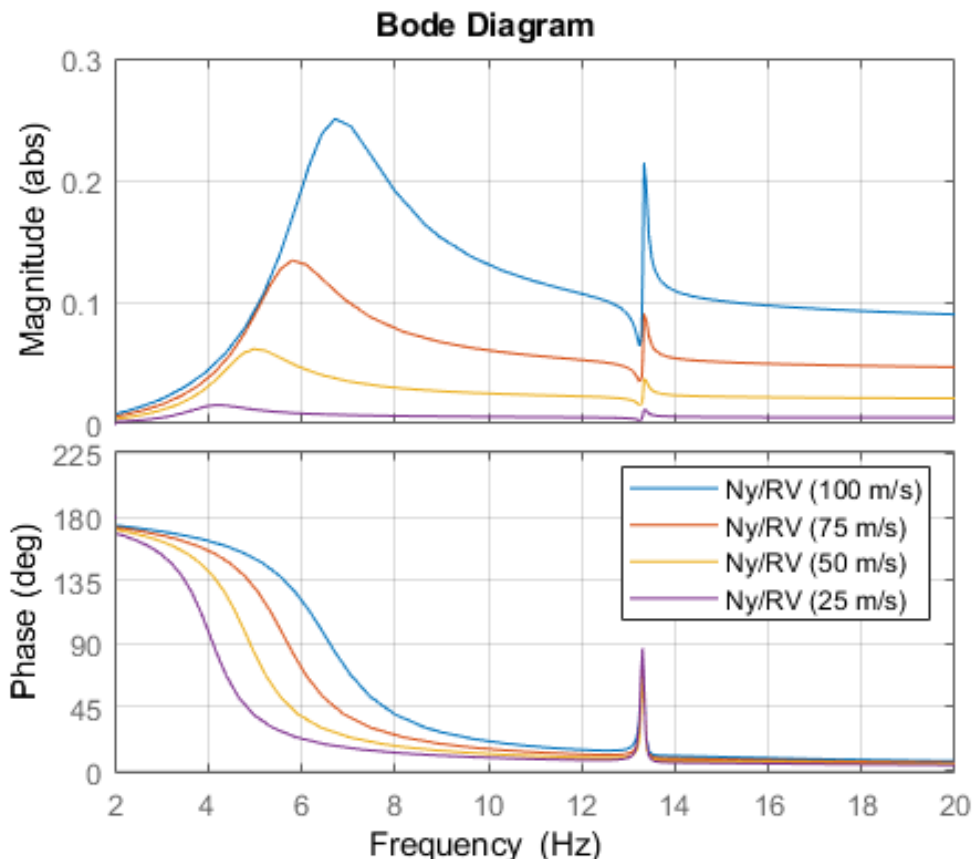


Рисунок 32 – АФЧХ передаточной функции БЛА в канале тангажа  $W\left(\frac{n_y}{\delta_{РВ}}\right)$

## Bode Diagram

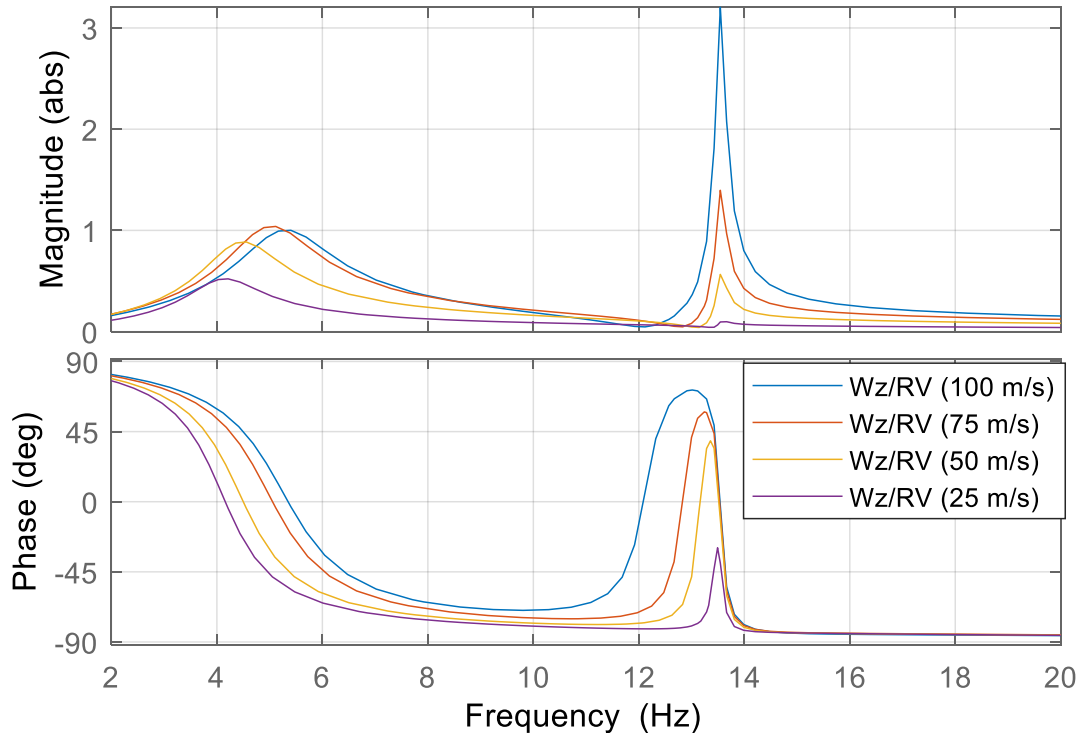


Рисунок 33 – АФЧХ передаточной функции БЛА в канале тангажа  $W\left(\frac{\omega_z}{\delta_{PB}}\right)$

В соответствии со структурной схемой канала тангажа системы стабилизации рассматриваемого БЛА двухбалочной схемы выполнено исследование устойчивости контура «упругий БЛА – САУ».

В соответствии с частотным критерием Найквиста устойчивость замкнутого контура канала тангажа оценивалось по частотным характеристикам разомкнутого контура руля высоты (канала тангажа). Исследование устойчивости проводилось в области частот упругих колебаний БЛА (в диапазоне от 2 до 20 Гц) для расчетных режимов по скорости: 0, 25 м/с, 50 м/с, 75 м/с, 100 м/с. Результаты исследования показали, что наиболее сложный с точки зрения обеспечения аэроупругой устойчивости режим полета БЛА, соответствующий скорости 50 м/с. Поэтому далее приводятся результаты исследования только для этого режима (рисунок 33).



## Bode Diagram

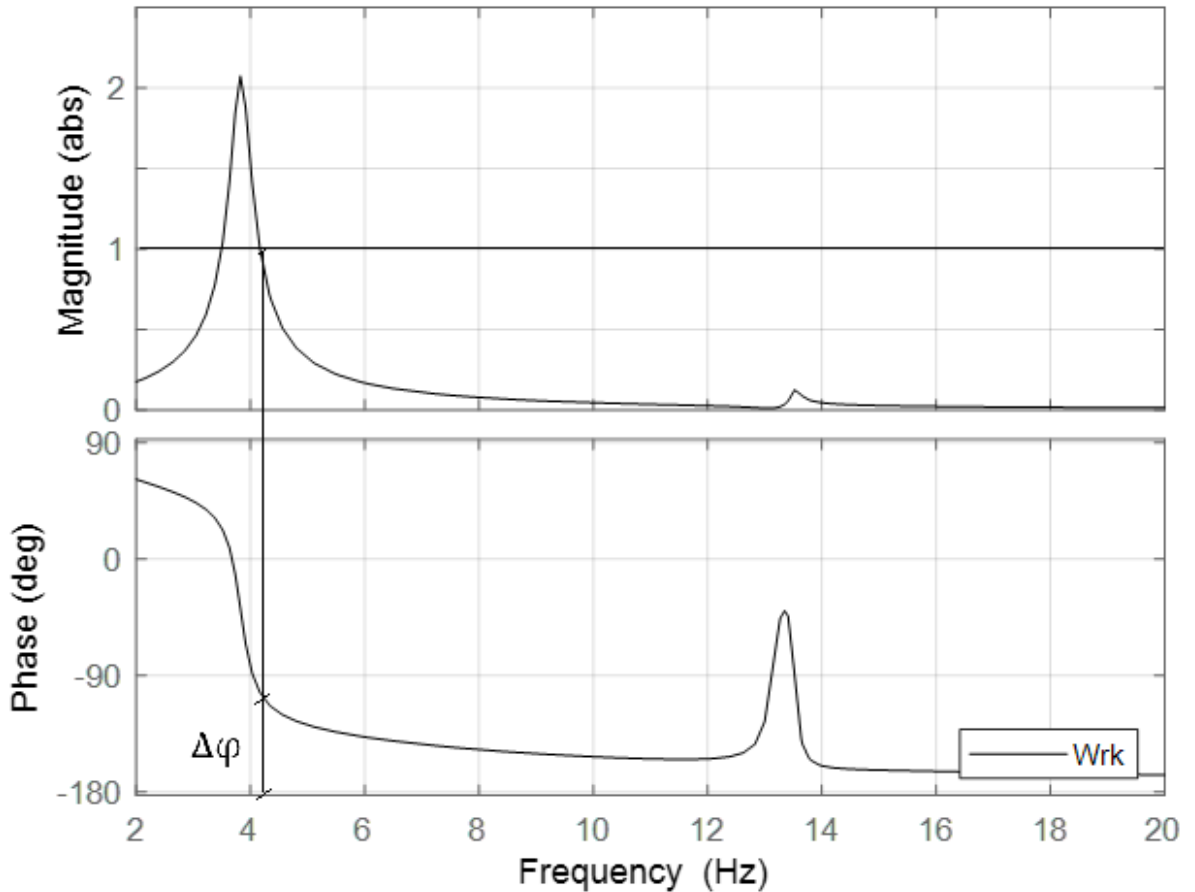


Рисунок 34 – АФЧХ разомкнутого контура руля высоты

Анализ АФЧХ разомкнутого контура руля высоты (канала крена) (рисунок 34) показывает отсутствие амплитудных запасов. Несмотря на имеющийся запас по фазе  $\Delta\varphi$ , фактического значения которого определяется многими факторами, зависящими от стабильности характеристик агрегатов и элементов САУ (в том числе, от реальных фазовых характеристик исполнительного агрегата САУ – рулевого привода, которые зависят от нелинейностей, присущих приводу, разброса его параметров вследствие нагрева и др.). В этих условиях более надежным является обеспечение нормативного запаса устойчивости контура руля высоты (канала тангажа) по амплитуде.

### 3.3 Выбор параметров фильтров, направленных на амплитудное подавление упругих колебаний БЛА

С целью обеспечения устойчивости системы стабилизации на частотах упругих колебаний БЛА в ее состав вводят специальные фильтры для амплитудного подавления на этих частотах. Наиболее часто используется фильтр упругих колебаний (ФУК) с передаточной функцией

$$W_{\text{ФУК}} = k_{12} \frac{1 + 2\xi_1 T_1 p + T_1^2 p^2}{1 + 2\xi_2 T_2 p + T_2^2 p^2}.$$

Отношение постоянных времени фильтра  $T_2/T_1$  обычно находится в пределах от 0,5 до 2, коэффициенты демпфирования  $\xi_1$  – от 0 до 0,2 и  $\xi_2$  – от 0,3 до 1 [11, 64]. Фильтры настраиваются на частоту подавления конкретных тонов колебаний БЛА.

Так как АФЧХ передаточной функции БЛА имеют несколько резонансов (см. рисунки 32, 33), что затрудняет подбор параметров фильтров, предлагается следующий подход к выбору параметров фильтром упругих колебаний:

1) Представить сложную передаточную функцию БЛА, полученную с использованием многостепенной модели БЛА, в виде суммы передаточных функций типовых звеньев второго порядка – усилительно-колебательных звеньев, представляющие (аппроксимирующие) конкретные резонансные пики;

2) На основе параметров данных звеньев подобрать параметры фильтров упругих колебаний.

Для представления передаточной функции БЛА от угла отклонения руля высоты  $\delta_{\text{РВ}}$  до перегрузки  $n_y$  в месте установки датчика линейных ускорений (датчика перегрузки) будем использовать типовое звено второго порядка с передаточной функцией:

$$W_n(p)|_{x_{\text{длу}}} = \frac{kp^2}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2}.$$

Используя методы аппроксимации несложно подобрать параметры данного звена: коэффициент усиления  $k$ , постоянную времени  $T$  и коэффициент демпфирования  $\xi$ . Результаты аппроксимации исходных частотных характеристик (рисунок 32) представлены в таблицах [17–20].

Таблица 17 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{n_y}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 100$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k</i>	<i>T</i>	<i>ξ</i>
6,6	4,1e-5	0,0241	0,16
13,3	1,0e-7	0,0119339	2,5e-3

Таблица 18 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{n_y}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 75$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k</i>	<i>T</i>	<i>ξ</i>
5,7	3,3e-5	0,0279	0,16
13,3	0,476e-7	0,0119339	2,5e-3

Таблица 19 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{n_y}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 50$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k</i>	<i>T</i>	<i>ξ</i>
4,9	2,3e-5	0,0325	0,16
13,3	0,19e-7	0,0119339	2,5e-3

Таблица 20 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{n_y}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 25$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k</i>	<i>T</i>	$\xi$
4,1	1,0e-5	0,0388	0,16
13,3	0,071e-7	0,0119339	2,5e-3

Для представления передаточной функции БЛА от угла отклонения руля высоты  $\delta_{PB}$  до угловой скорости  $\omega_z$  в месте установки датчика угловых скоростей будем использовать типовое звено второго порядка с передаточной функцией:

$$W_{\omega}(p)|_{x_{дус}} = \frac{k_1 p}{1 + 2\xi T p + T^2 p^2}$$

Используя методы аппроксимации несложно подобрать параметры данного звена: коэффициент усиления  $k_1$ , постоянную времени  $T$  и коэффициент демпфирования  $\xi$ . Результаты аппроксимации исходных частотных характеристик (рисунок 33) представлены в таблицах [21 – 24].

Таблица 21 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{\omega_z}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 100$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k<sub>1</sub></i>	<i>T</i>	$\xi$
5,24	0,021	0,029856	0,1749
13,53	1e-3	0,0117493	0,0067

Таблица 22 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{\omega_z}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 75$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i><math>k_1</math></i>	<i><math>T</math></i>	<i><math>\xi</math></i>
5,05	0,023	0,03153	0,1749
13,53	0,43e-3	0,0117493	0,0067

Таблица 23 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{\omega_z}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 50$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i><math>k_1</math></i>	<i><math>T</math></i>	<i><math>\xi</math></i>
4,5	0,022	0,03539	0,1749
13,53	0,17e-3	0,0117493	0,0067

Таблица 24 – Параметры передаточной функции  $W\left(\frac{\omega_z}{\delta_{PB}}\right)$ ,  $V = 25$  м/с

<i>Резонанс, Гц</i>	<i><math>k_1</math></i>	<i><math>T</math></i>	<i><math>\xi</math></i>
4,16	0,014	0,03828	0,1749
13,53	0,021e-3	0,0117493	0,0067

После определения параметров передаточных функций типовых звеньев несложно корректно выбрать параметры фильтров упругих колебаний, нацеленных на амплитудное подавление резонансов, вызванных упругими колебаниями конструкции БЛА.

Предлагается для амплитудного подавления резонансов на частотах упругих колебаний установить по два фильтра:

в контуре перегрузки – для подавления резонансов на частотах упругих колебаний (4,1-6,6 Гц и 13,3 Гц);

в контуре угловой скорости – для подавления резонансов на частотах упругих колебаний (4,7 Гц и 13,53 Гц).

Фильтры узконаправленные – (фильтр-пробка), обеспечивают подавление в относительно узком диапазоне частот, симметрично относительно резонанса.

Параметры фильтров, предлагаемые для установки в контур перегрузки представлены в таблице 25, а АЧФХ фильтров – на рисунке 35 (сплошными линиями показаны АЧФХ фильтра, настроенного на подавление резонанса на частотах 4,1-6,6 Гц, а пунктирными линиями – АЧФХ фильтра, настроенного на подавление резонанса на частоте 13,3 Гц).

Параметры фильтров, предлагаемые для установки в контур угловой скорости представлены в таблице 26, а АЧФХ фильтров – на рисунке 36 (сплошными линиями показаны АЧФХ фильтра, настроенного на подавление резонанса на частотах 4,16-5,24 Гц, а пунктирными линиями – АЧФХ фильтра, настроенного на подавление резонанса на частоте 13,3-13,53 Гц).

Таблица 25 – Параметры фильтров упругих колебаний в контуре перегрузки  $n_y$

<i>Резонанс, Гц</i>	$k_{12}$	$T_1$	$\xi_1$	$T_2$	$\xi_2$
4,1-6,6	1	0,029	0,15	0,029	0,4
13,3	1	0,0119339	0,15	0,0119339	1

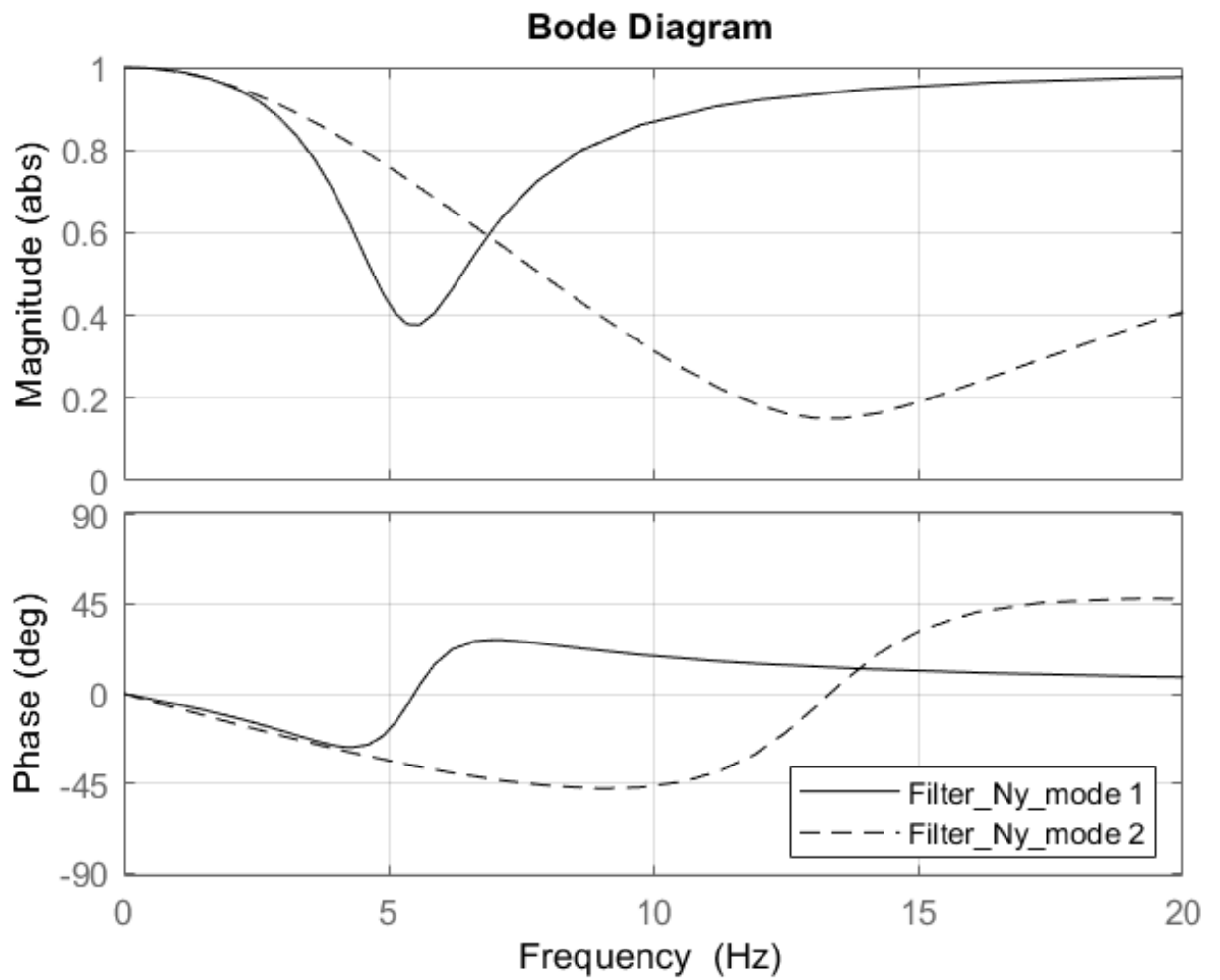


Рисунок 35 – АФЧХ фильтров упругих колебаний в контуре перегрузки  $n_y$

Таблица 26 – Параметры фильтров упругих колебаний в контуре угловой скорости  $\omega_z$

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k12</i>	<i>T1</i>	$\xi_1$	<i>T2</i>	$\xi_2$
4,16-5,24	1	0,0339	0,15	0,0339	0,4
13,53	1	0,0117493	0,15	0,0117493	1

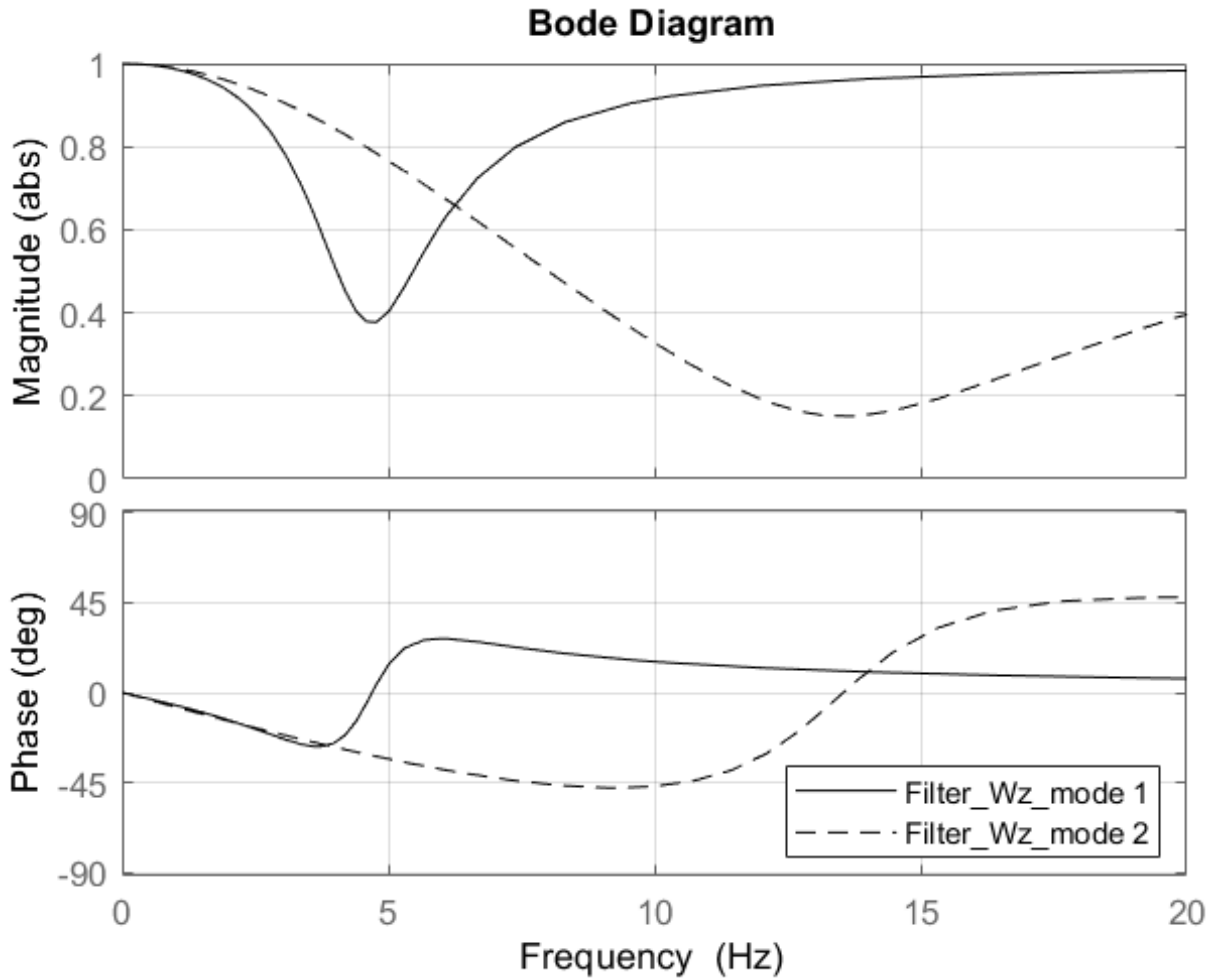


Рисунок 36 – АФЧХ фильтров упругих колебаний в контуре угловой скорости  $\omega_z$

В виду того, что разброс резонансов амплитудных частотных характеристик по перегрузке  $n_y$  и угловой скорости  $\omega_z$  относительно небольшой, можно использовать единые фильтры с осредненными параметрами (таблица 27, рисунок 37).

Таблица 27 – Параметры фильтров упругих колебаний в канале тангажа (высоты)

<i>Резонанс, Гц</i>	<i>k</i>	<i>T<sub>1</sub></i>	<i>ξ<sub>1</sub></i>	<i>T<sub>2</sub></i>	<i>ξ<sub>2</sub></i>
4,1-6,6	1	0,0315	0,15	0,0315	0,4
13,30-13,53	1	0,01184	0,15	0,01184	1



## Bode Diagram

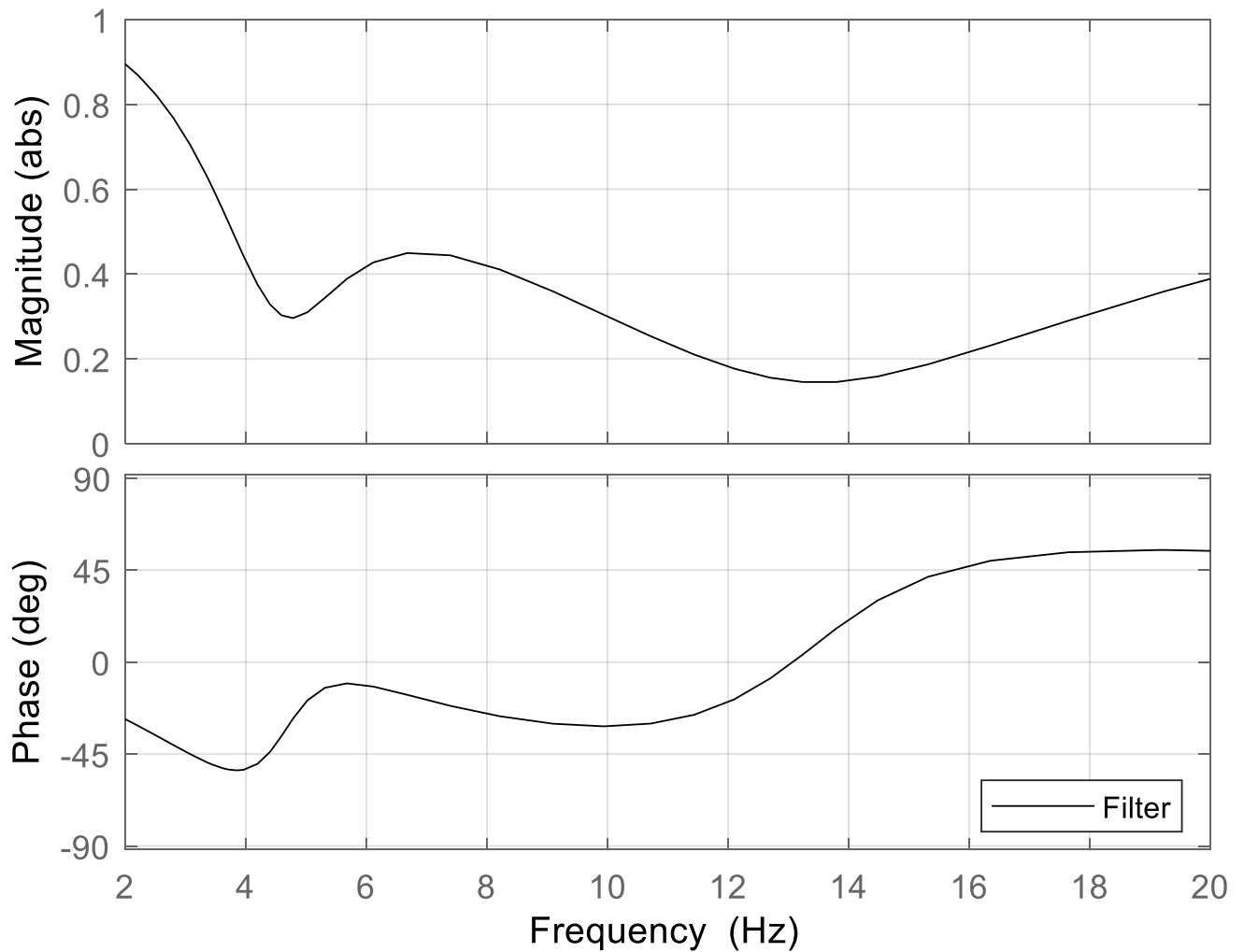


Рисунок 37 – Суммарная АФЧХ двух фильтров упругих колебаний в канале тангажа

На рисунке 38 представлены АФЧХ разомкнутого контура руля высоты с применением двух фильтров, которые показывают наличие в контуре руля высоты (канале тангажа) амплитудных запасов устойчивости: во всем рассматриваемом диапазоне частот амплитудная характеристика не превышает значение 0,35. Таким образом имеется более чем двухкратный запас устойчивости по амплитуде  $\Delta A$ : формально  $\Delta A = \frac{1}{0,35} = 2,86$ .

## Bode Diagram

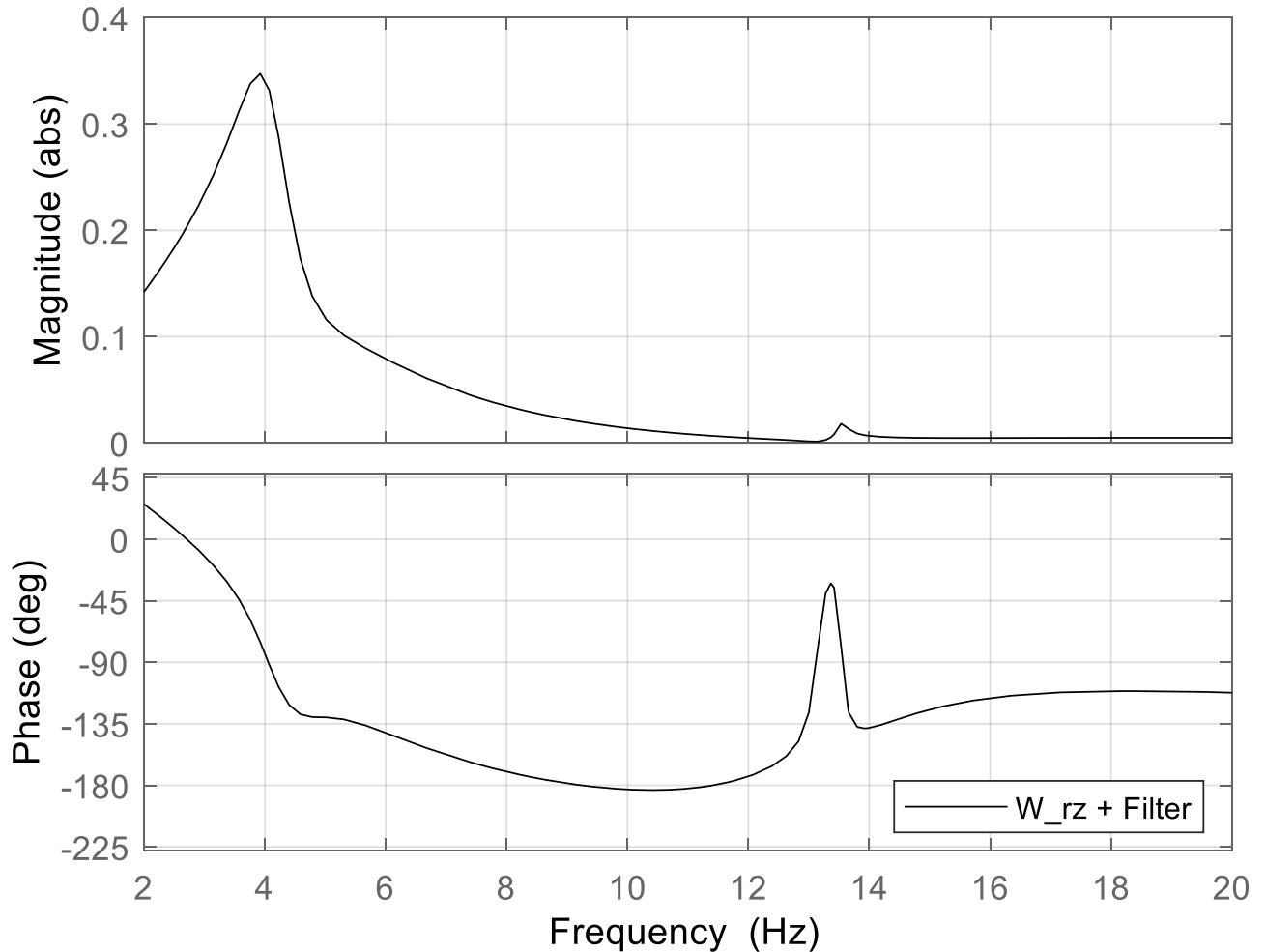


Рисунок 38 – АФЧХ разомкнутого контура руля высоты (канала тангажа) с применением двух фильтров

Ввиду сильно ослабления второго резонанса на частотах 13,30-13,53 Гц (см. рисунок 34), основная причина которого существенное (почти десятикратное) ослабление сигнала за счет электромеханического привода, используемого в САУ рассматриваемого БЛА двухбалочной схемы, целесообразно использование только одного фильтра упругих колебаний, настроенного на амплитудное подавление на частотах первого резонанса. АФЧХ разомкнутого контура руля высоты с применением одного фильтра упругих колебаний представлена рисунке 39.

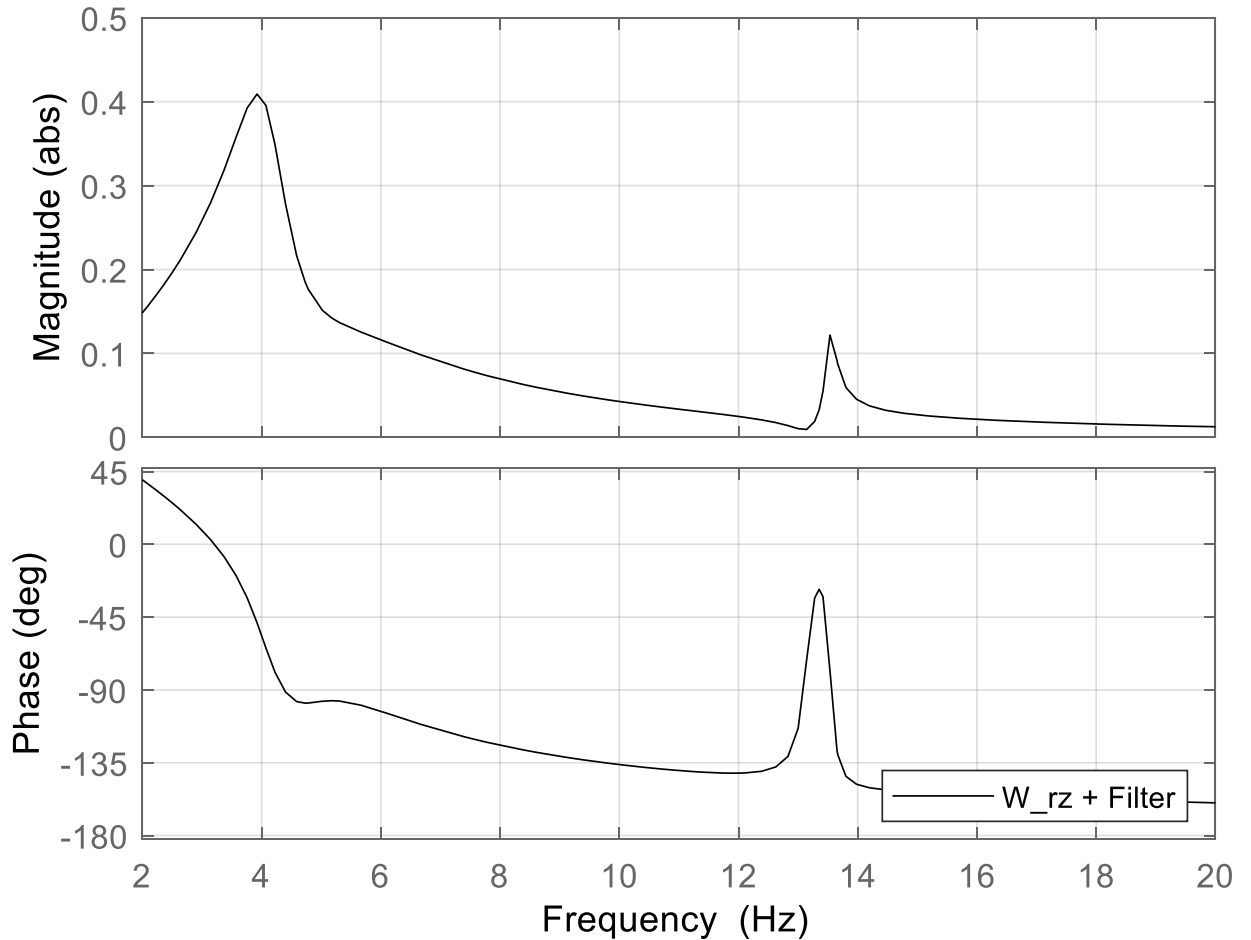
**Bode Diagram**

Рисунок 39 – АФЧХ разомкнутого контура руля высоты (канала тангажа) с применением одного фильтра

Таким образом за счет выбора параметров фильтра упругих колебаний решена задача обеспечения устойчивости канала руля высоты (канала тангажа) системы стабилизации САУ рассматриваемого БЛА двухбалочной схемы из композиционного материала во всем диапазоне частот и режимов полета.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные результаты диссертационной работы:

1. Разработаны математические модели аэроупругих колебаний прямого крыла большого удлинения на основе метода Ритца и метода конечных элементов. Аэродинамические силы в первой модели рассчитывались по квазистационарной и нестационарной (гармоничности) с использованием гипотезу плоского обтекания. Аэродинамические силы во второй модели определялись с применением панельного метода с особенностями типа диполей. Анализ критических скоростей флаттера, полученных по данным моделям, показал, что учет конечности размаха крыла и нестационарности потока дает наибольшее значение скорости флаттера.
2. Разработана математическая модель собственных колебаний с использованием метода начальных параметров применительно к БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов.
3. Разработаны математические модели аэроупругих колебаний БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов на основе метода Ритца и метода конечных элементов. Первая модель использовалась для расчетов безрулевых форм флаттера с целью исследований влияния распределение жесткостных и массово-инерционных характеристик планера БЛА на критические скорости флаттера. Вторая модель применялась для параметрических исследований флаттера органов управления.
4. Проведены комплексные исследования аэроупругой устойчивости БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов, включающее безрулевые и рулевые формы флаттера. Выявлено, что несмотря на то, что приращение местных углов атаки оперения вызывает приращение местных углов атаки на крыле вследствие связи оперения с крылом посредством упругих хвостовых балок, критические скорости безрулевого флаттера значительно превышают максимальную допустимую скорость летательных аппаратов подобного класса. Результаты исследования

показали, что для БЛА данного типа критичными являются рулевые формы флаттера, которые могут возникать при скоростях существенно ниже максимально допустимых.

5. Выполнено исследование аэроупругой устойчивости БЛА с САУ, включая расчет передаточных функций упругого летательного аппарата, исследование устойчивости с известной системой стабилизации САУ, а также выбор фильтров, направленных на подавление упругих тонов колебаний планера БЛА.
6. Разработаны меры и рекомендации по обеспечению безопасности от флаттера и аэроупругой устойчивости летательного аппарата с САУ применительно к БЛА двухбалочной схемы из композиционных материалов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Астахов М. Ф. и др.* Справочная книга по расчету самолета на прочность. – М.: Гос. издат. оборн. пром., 1954. – 700 с.
2. *Аринчев С.В.* Теория колебаний неконсервативных систем. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002. – 459 с.
3. *Аэрогидроупругость конструкций / А.Г. Горшков, В.И. Морозов, А.Т. Пономарев, Ф.Н. Шклярчук.* – М.: Физматлит, 2000. – 592 с.
4. *Аэроупругость / Г.А. Амирьянц, М.Ч. Зинченков, С.И. Калабухов и др.* Под ред. П.Г. Карклэ. М.: Издательство «Инновационное машиностроение», 2019
5. *Быков А.В.* Средства расчетно-экспериментальных исследований аэроупругой устойчивости высокоманевренных ракет // Вестник Московского авиационного института. 2012. Т. 19. № 1. С. 65–74.
6. *Безуевский А.В., Ишмуратов Ф.З.* Влияние квазистатических деформаций на характеристики аэроупругости самолета с крылом большого удлинения // Вестник Московского авиационного института. 2017. Т. 24. № 4. С. 14–25.
7. *Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Халфмэн Р.Л.* Аэроупругость. – М.: Издательство иностранной литературы, 1958. – 799 с.
8. *Благодырева О.В.* Исследование флаттера композиционного крыла // Труды МАИ. 2014. №74: <http://trudymai.ru/published.php?ID=49345>
9. *Благодырева О.В.* Применение метода Ритца и метода конечных элементов к расчету аэроупругих колебаний крылатой ракеты // Труды МАИ. 2017. №95: <http://trudymai.ru/published.php?ID=84426>
10. *Беспилотные летательные аппараты. Основы устройства и функционирования / П.П. Афанасьев, И.С. Голубев, С.Б. Левочкин, В.Н. Новиков, С.Г. Парафесь, М.Д. Пестов, И.К. Туркин.* Под ред. И.С. Голубева и И.К. Туркина. Изд. 3-е. – М.:, 2010. 654 с.
11. *Быков А.В., Парафесь С.Г., Педора А.П., Седов А.В., Смыслов В.И.* Средства расчетно-экспериментальных исследований аэроупругой устойчивости и

- безопасности от флаттера маневренных беспилотных летательных аппаратов // Труды ЦАГИ. 2004. Вып. 2664. С. 75 – 85.
12. *Байрамов Ф.Д., Сафронов М.Ю.* Стабилизация изгибно-крутильных колебаний упругого крыла // Изв. вузов. Авиационная техника. 2002. № 1. С. 20–23.
13. *Гришанина Т.В., Шклярчук Ф.Н.* Аэроупругость летательных аппаратов. – М.: МАИ, 2020. – 100 с.
14. *Бакулин В.Н., Конопельчев М.А. Недбай А.Я.* Флаттер слоистой цилиндрической консольной оболочки, подкрепленной торцевым шпангоутом // Изв. вузов. Авиационная техника. 2018. № 4, С. 14–19.
15. *Стейл Р., Диизи Ф., Баракос Дж., Гарипова Л.И., Кусюмов А.Н., Михайлов С.А.* Моделирование обтекания отсека лопасти с аэроупругим закрылком с одной степенью свободы // Изв. вузов. Авиационная техника. 2015. № 2. С. 54–59.
16. *A.T. Nettles Basic Mechanics of Laminates Composite Plates.* Marshall Space Flight Center. Alabama, 1994. – 97с.
17. *Диизи Ф., Баракос Г., Гарипова Л.И., Кусюмов А.Н., Михайлов С.А.* Аэроупругое CFD/CSD-моделирование несущего винта при высокоскоростном горизонтальном полете // Изв. вузов. Авиационная техника. 2017. № 2. С.36–42.
18. Введение в аэроавтоупругость / *С.М. Белоцерковский, Ю.А. Кочетков, А.А. Красовский, В.В. Новицкий.* Под ред. *С.М. Белоцерковского.* – М.: Наука, 1980. – 384 с.
19. *Галюченко А.М., Кувшинов В.М.* Особенности взаимодействия цифровой системы управления с упругими колебаниями конструкции самолета // Труды ЦАГИ. 1990. Вып. 2466. 39 с.
20. *Гудилин А.В., Евсеев Д.Д., Ишмуратов Ф.З.* и др. Комплекс программ аэропрочностного проектирования самолета «Аргон» // Ученые записки ЦАГИ. 1991. Т. XXII. № 5. С. 89 – 101.
21. Динамика ракет / *К.А. Абгарян, Э.Л. Калязин, В.П. Мишин, И.М. Рапопорт.* Под ред. *В.П. Мишина.* – М.: Машиностроение, 1990. – 464 с.
22. *Довбищук В.И., Зиченков М.Ч., Поповский В.Н.* Применение комплекса экспериментальных и расчетных исследований для решения задач аэросерво-

- упругости при разработке и сертификации самолета // ТВФ. 1996. Т. LXX. № 5. С. 1 – 8.
23. *Ишмуратов Ф.З., Карклэ П.Г., Поповский В.Н.* Опыт и исследования ЦАГИ в области аэроупругости летательных аппаратов // Труды ЦАГИ. 1998. Вып. 2631. С. 103 – 113.
24. *Ишмуратов Ф.З., Минаев А.Ф., Поповский В.Н.* Метод расчета частотных характеристик упругого самолета в продольном маневре // Труды ЦАГИ. 1984. Вып. 2226. С. 28 – 37.
25. *Ишмуратов Ф.З., Поповский В.Н.* Объединенная математическая модель летательного аппарата с системой управления для исследования аэроупругого взаимодействия // ТВФ. 1997. Т. LXXI. № 2. С. 24 – 30.
26. *Карклэ П.Г., Смыслов В.И.* Электромеханическое моделирование в задачах аэроупругости // Полет. 2008. №10. С. 25 – 31.
27. *Колесников К.С., Сухов В.Н.* Упругий летательный аппарат как объект автоматического управления. М.: Машиностроение, 1974. – 268 с.
28. *Каримбаев Т.Д., Нурымбетов А.У.* Собственные частоты колебаний слоистого композиционного стержня // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. 2016. №5. С. 57-64
29. *Кашин Г.М.* Математическая модель упругого летательного аппарата. – М.: ЦИПКК МАП, 1989. – 26 с.
30. *Кашин Г.М.* Проблемы аэроавтоупругости при проектировании современных летательных аппаратов / Упругий летательный аппарат в исследованиях аэроавтоупругости. – М.: ЦИПКК МАП, 1990. – 68 с.
31. *Кашин Г.М., Федоренко Г.И.* Автоматическое управление продольным движением упругого самолета. – М.: Машиностроение, 1974. – 312 с.
32. *Карпов Я.С.* Проектирование деталей и агрегатов из композитов: учебник / Я.С. Карпов. – Х.: Нац. аэрокосм. ун-т «Харьковский авиационный институт», 2010. – 768с.
33. *Кузьмина С.И., Ишмуратов Ф.З., Поповский В.Н., Карась О.В.* Анализ динамической реакции и эффективности системы подавления флаттера



- магистрального самолета в трансзвуковом режиме полета // Вестник Московского авиационного института. 2020. Т. 27. № 1. С. 108-121. DOI: 10.34759/vst-2020-1-108-121.
34. *Клюкин Н.Г., Поповский В.Н., Смирнов Б.И.* Математическое моделирование динамики контура «упругий самолет – цифровая система автоматического управления» // Труды ЦАГИ. 1993. Вып. 2528. С. 14 – 26.
35. *Колесников К.С.* Динамика ракет. – М.: Машиностроение, 2003. – 520 с.
36. *Кувшинов В.М.* Методика анализа устойчивости самолета с цифровой системой управления с двумя частотами квантования // ТВФ. 2007. № 3-4. С. 40 – 50.
37. *Лю Дэ Гуан.* Анализ флаттера бескрылой ракеты // Вестник Московского авиационного института. 2004. Т. 11. № 1. С. 7–11.
38. *Минаев А.Ф., Поповский В.Н., Смирнов Б.И.* Расчет колебаний упругого летательного аппарата с нелинейной системой автоматического управления // Труды ЦАГИ. 1974. Вып. 1551. С. 10 – 29.
39. *Поповский В.Н.* Программа расчета частотных характеристик упругого летательного аппарата // Труды ЦАГИ. 1969. Вып. 1119. – 33 с.
40. *Поповский В.Н., Ишмуратов Ф.З.* Математическая модель продольного маневра упругого самолета // Труды ЦАГИ. 1982. Вып. 2135. С. 21 – 35.
41. *Поповский В.Н., Хандурин В.Ф.* Формирование динамической схемы летательного аппарата для задач аэроупругого взаимодействия с системой автоматического управления // Труды ЦАГИ. 1993. Вып. 2528. С. 3 – 13. 180
42. *Смыслов В.И.* Решение задач динамической аэроупругости методами электромеханического моделирования // Труды ЦАГИ. 1983. Вып. 2200. С. 42 –
43. *Смыслов В.И., Нарижный А.Г., Педора А.П.* Моделирование трубных исследований флаттера при стендовых вибрационных испытаниях с воспроизведением аэродинамических сил // ТВФ. 1995. Т. LXIX. № 5-6. С. 49 – 56.

44. *Сопов В.И.* Исследование аэроупругой устойчивости летательного аппарата с системой автоматического управления по характеристикам динамической жесткости // Труды ЦАГИ. 2004. Вып. 2664. С. 86 – 96.
45. *Чедрик В.В., Ишмуратов Ф.З.* Многодисциплинарное проектирование конструкций с учетом ограничений по аэроупругости // Труды ЦАГИ. 1998. Вып. 2633. С. 20 – 33.
46. *Скудра А. М., Булавс Ф. Я.* Прочность армированных пластиков. - М.: Химия, 1982. – 216 с.
47. *Макаревский А.И., Чижов В.М.* Основы прочности и аэроупругости летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1982. – 238 с.
48. Методы оптимизации авиационных конструкций / *Н.В. Баничук, В.И. Бирюк, А.П. Сейранян* и др. – М.: Машиностроение, 1989. – 296 с.
49. *Смирнов А.И.* Аэроупругая устойчивость летательных аппаратов / *А. И. Смирнов.* - М.: Машиностроение, 1980. - 231 с.
50. *Фын Я.Ц.* Введение в теорию аэроупругости. – М.: Физматгиз, 1959. – 524 с.
51. *Морозов В.И., Пономарев А.Т., Рысев О.В.* Математическое моделирование сложных аэроупругих систем. – М.: Физматлит, 1995. – 736 с.
52. *Бидерман В. Л.* Теория механических колебаний: Учебник для вузов. – М.: Высш. школа, 1980. – 408 с.
53. *Парафесь С.Г., Смыслов В.И.* Проектирование конструкции и САУ БЛА с учетом аэроупругости: постановка и методы решения задачи – М.: Техносфера, 2018. – 181 с.
54. *Неделин В.Г., Парафесь С.Г.* Обеспечение аэроупругой устойчивости маневренного беспилотного летательного аппарата на этапе эскизного проектирования // Электронный журнал «Труды МАИ». 2013. Выпуск № 66. – 24 с.
55. *Парафесь С.Г.* Выбор параметров контура стабилизации упругого маневренного беспилотного летательного аппарата // Электронный журнал «Труды МАИ». 2011. Выпуск № 49. – 14 с.

56. *Парафесь С.Г.* Метод оптимизации конструкции летательного аппарата с учетом его системы автоматического управления // *Авиакосмическое приборостроение*. 2003, № 2. С. 25–30.
57. *Парафесь С.Г.* Методы обеспечения аэроупругой устойчивости конструкции маневренного беспилотного летательного аппарата // *Полет*. 2015. № 3. С. 9 – 19.
58. *Парафесь С.Г.* Проектирование конструкции и системы стабилизации беспилотного летательного аппарата с учетом требований аэроупругой устойчивости // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2015. №3. С. 21 – 27.
59. *Парафесь С.Г.* Совместное проектирование конструкции и системы стабилизации беспилотного летательного аппарата с учетом требований аэроупругой устойчивости // *Полет*. 2012. № 8. С.35 – 42.
60. *Парафесь С.Г., Смыслов В.И.* Методы и средства обеспечения аэроупругой устойчивости беспилотных летательных аппаратов. – М.: Изд-во МАИ, 2013. – 176 с.
61. *Цайлер Т.А., Вайсхаар Т.А.* Комплексный подход к проектированию несущих поверхностей с учетом аэроавтоупругости // *Аэрокосмическая техника*. 1988. № 12. С. 50 – 59.
62. *Хараш Е.В., Ядыкин Ю.В., Абрамович Х.* Экспериментальные исследования изгибно-крутильного флаттера модели гибкого крыла среднего относительного удлинения // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2012. № 4. С. 34–38.
63. *Образцов И.Ф. и др.* Строительная механика летательных аппаратов. – М.: Машиностроение, 1986. – 536 с.
64. *Педора А.П., Смыслов В.И.* Исследование аэроупругой устойчивости маневренных беспилотных летательных аппаратов // *Труды ЦАГИ*. 2005. Вып. 2669. С. 63 – 70.
65. *Фершинг Г.* Основы аэроупругости. – М.: Машиностроение, 1984. – 600 с.
66. *Шклярчук Ф.Н., Алиебель Айхам.* Математическая модель аэроупругости стреловидного крыла для расчета аэродинамических нагрузок // *Изв. вузов. Авиационная техника*. 2003. № 1. С. 13–18.

67. Шклярчук Ф.Н. Аэроупругость самолета: Учебное пособие. – М.: МАИ, 1985. - 77 с.
68. Broughton-Venner J., Palacios R., Wynn A. Aeroservoelastic Optimisation of Aerofoils with Compliant Flaps via Reparameterization and Variable Selection.
69. Bisplinghoff R.L., Ashley H. Principles of aeroelasticity. New York: Dover, 1975. – 527 p.
70. Haghghat S., Martins J. R RA, Liu H. H T. Aeroservoelastic design optimization of a flexible wing // Journal of Aircraft. 2012. Vol. 49, No. 2. pp. 432-443.
71. Karpel M. Procedures and Models for Aeroservoelastic Analysis and Design // Journal of Applied Mathematics and Mechanics (ZAMM). 2001. Vol. 81. No. 9. pp. 579-592.
72. Livne E. Integrated Aeroservoelastic Optimization: Status and Direction. Journal of Aircraft, 1999, Vol. 36, No. 1, pp. 122–145.
73. Luber W. Aeroservoelastic Flight Control Design for a Military Combat Aircraft Weapon System // 28th International Congress of the Aeronautical Sciences (ICAS), 23–28 September, 2012, Brisbane, Australia. 12 p.
74. Mahran M., Elsabbagh A., Negm N. A comparison between different finite elements for elastic and aero-elastic analyses // Journal of Advanced Research, 2017, Giza, Egypt. Volume 8, Issue 6, November 2017, C. 635-648
75. Ozozturk S., Kayran A., Alemdaroglu N., On the Design and Aeroelastic stability Analysis of Twin Wing-Tail Boom Configuration Unmanned Air Vehicle //52<sup>nd</sup> AAA/ASME/ASCE/AHS/ASC Structures, Structural Dynamics and Materials Conference, 4-7 April 2011, Denver, Colorado, USA, 2011, AIAA 2011-1918, 42 c.
76. A.T. Nettles Basic Mechanics of Laminates Composite Plates. Marshall Space Flight Center. Alabama, 1994. – 97 с.
77. Stanford B. Aeroservoelastic Optimization under Stochastic Gust Constraints // Applied Aerodynamics Conference, AIAA AVIATION Forum, 25–29 June 2018, Hyatt Regency, Atlanta, Georgia. AIAA 2018–2837. 17 p. DOI: 10.2514/6.2018-2837.

78. *Stanford B.K.* Gradient-Based Aeroservoelastic Optimization with Static Output Feedback. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 2019, vol. 42, no. 10, pp. 2314-2318. <https://doi.org/10.2514/1.G004373>.
79. *Siemens Industry Software* Simcenter Nastran User's Guide, 2019, 822 c.
80. *Siemens Industry Software* Aeroelastic Analysis User's Guide, 2014, 602 c.