

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский физико-технический институт
(национальный исследовательский университет)»
(МФТИ, Физтех)

Юридический адрес: 117303, г. Москва,
ул. Керченская, дом 1А, корпус 1
Почтовый адрес: 141700, Московская обл.,
г. Долгопрудный, Институтский переулок, дом 9
Тел.: +7 (495) 408-42-54, факс: +7 (495) 408-68-69
info@mipt.ru

10.12.2024 № 1.08-05/10784
на № _____ от _____

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной работе



Баган Виталий
Анатольевич

2024 г.

ОТЗЫВ

ведущей организации на диссертацию **Волкова Евгения Валерьевича**
«Исследование устойчивости стационарных и периодических движений в
плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел»,
представленной на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук по специальности
1.1.7. – Теоретическая механика, динамика машин.

Актуальность темы диссертации. Диссертационная работа Волкова Евгения Валерьевича посвящена решению задачи об устойчивости по Ляпунову стационарных движений (положений относительного равновесия тела бесконечно малой массы) в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел, а также исследованию орбитальной устойчивости короткопериодических движений в окрестности одного из таких устойчивых положений относительного равновесия. Данная тематика представляет интерес как с теоретической, так и с прикладной точек зрения. С одной стороны, решение подобных задач является вкладом в развитие современных аналитических методов небесной механики. С другой стороны, результаты исследований в этой области могут иметь и практическое значение. Так, например, при планировании космических миссий к малым небесным телам одной из важнейших проблем является вопрос затрат энергоресурсов. Возможным способом решения этой проблемы является локализация космического аппарата в окрестности устойчивых положений относительного равновесия, где он может быть стабилизирован под действием сил гравитационного взаимодействия без затрат топлива.

В данной диссертационной работе получено строгое и практически полное решение задачи об устойчивости по Ляпунову всех возможных положений относительного равновесия в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел в случае, когда треугольная лагранжева конфигурация из

тел конечной массы является устойчивой. В работе также было проведено исследование орбитальной устойчивости периодических движений малого тела вблизи устойчивого положения относительного равновесия в случае равных масс двух основных тел.

Общая характеристика диссертационной работы по главам.

Диссертация Е.В. Волкова состоит из введения, трёх глав, заключения, приложения и списка использованной литературы, содержащего 90 наименований. Общий объём диссертации составляет 122 страницы.

Во **введении** обосновывается актуальность, а также теоретическая и практическая значимость темы диссертационного исследования. Приводится достаточно подробный обзор современного состояния исследований в рассматриваемой предметной области. Сформулированы цели и задачи исследования. Дано краткое описание диссертации по главам.

В **первой главе** сформулирована постановка задачи, а также получены уравнения движения тела бесконечно малой массы в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел, которая рассматривается в следующей постановке. Тело бесконечно малой массы движется под действием сил гравитационного притяжения трёх тел конечной массы и не оказывает влияния на их динамику. Тела конечной массы, именуемые далее в тексте отзыва основными, движутся по круговым орбитам, располагаясь в вершинах равностороннего треугольника, т.е. в треугольных точках либрации Лагранжа. Подробно рассмотрена плоская круговая ограниченная задача четырёх тел, когда движение всех четырёх тел происходит в одной плоскости. Для случая, когда конфигурация из трёх основных тел устойчива в линейном приближении, выполнено исследование существования и бифуркации положений относительного равновесия, т.е. положений равновесия тела бесконечно малой массы во вращающейся вместе с основными телами системе координат. В тех случаях, когда можно ввести малый параметр, аналитически были получены уравнения границ областей положений относительного равновесия в окрестности основных тел. В данной главе также обсуждаются возможные предельные случаи данной задачи.

Во **второй главе** подробно исследована задача об устойчивости по Ляпунову положений относительного равновесия в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел. Для исследования устойчивости применялась методика, основанная на методе нормальных форм и теории КАМ. В рамках этой методики был выполнен численный анализ коэффициентов нормализованного гамильтониана уравнений возмущенного движения и получены строгие выводы об устойчивости. В предельных случаях, когда масса одного из трёх основных тел является существенно меньше массы других тел, были получены явные аналитические выражения для коэффициентов нормализованного гамильтониана. Следует отметить важность проведённого соискателем аналитического исследования, так как

численный анализ коэффициентов в предельных случаях затруднителен из-за наличия особенностей в правых частях уравнений возмущённого движения. В диссертации показано, что результаты аналитического и численного исследования устойчивости хорошо согласуются и дополняют друг друга. Выводы об устойчивости положений относительного равновесия, полученные в работе, представлены в виде диаграмм устойчивости, которые были построены в плоскости параметров задачи.

В третьей главе проведено исследование орбитальной устойчивости короткопериодических движений, рождающихся из устойчивого положения относительного равновесия. Рассмотрен частный случай, когда равны массы двух из трех основных тел. На основе алгоритма численного продолжения по параметрам, который кратко изложен в этой главе, были построены семейства коротко и долгопериодических движений. Далее в данной главе диссертации проводится строгий нелинейный анализ орбитальной устойчивости короткопериодических движений, рождающихся из устойчивого положения относительного равновесия. Для этого в диссертационной работе был разработан алгоритм численно-аналитического исследования орбитальной устойчивости этих короткопериодических движений. Данный алгоритм основан на методике введения локальных координат в окрестности периодических решений гамильтоновых систем, проведении изоэнергетической редукции и методе построения симплектического отображения, генерируемого фазовым потоком периодической гамильтоновой системой с одной степенью свободы. На основе данного алгоритма было разработано программное обеспечение, позволяющее получать строгие выводы об орбитальной устойчивости как в нерезонансном случае, так и в случаях резонансов третьего и четвертого порядков. В малой окрестности положений относительного равновесия анализ устойчивости короткопериодических движений тела бесконечно малой массы был выполнен аналитически. С этой целью в работе был введён малый параметр, который по своему физическому смыслу является амплитудой колебаний тела бесконечно малой массы в окрестности положений относительного равновесия. Это позволило получить границы областей орбитальной неустойчивости (параметрического резонанса) короткопериодических движений в аналитической форме. Результаты аналитического исследования и результаты, полученные на основе разработанного в диссертационной работе численно-аналитического алгоритма, полностью согласуются, что подтверждает достоверность полученных выводов об орбитальной устойчивости короткопериодических движений.

Все полученные в этой главе результаты представлены в удобной графической форме на диаграммах устойчивости, построенных в плоскости параметров задачи.

В заключении диссертационной работы приведены основные результаты и выводы, выполненного исследования.

Научная новизна результатов и выводов, полученных автором, заключается в следующем:

1. В плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел для большинства значений параметров выполнен строгий нелинейный анализ устойчивости по Ляпунову положений относительного равновесия тела бесконечно малой массы.
2. При малых значениях параметров задачи, когда численный анализ коэффициентов нормализованного гамильтониана уравнений возмущённого движения затруднителен, устойчивость положений относительного равновесия тела бесконечно малой массы исследована аналитически на основе метода малого параметра.
3. Разработан алгоритм численно-аналитического исследования орбитальной устойчивости короткопериодических движений в окрестности устойчивого положения относительного равновесия тела бесконечно малой массы в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел. На основании данного алгоритма разработано программное обеспечение, позволяющее получать строгие выводы об орбитальной устойчивости.
4. В случае равенства масс двух из трех основных тел получено строгое решение задачи об орбитальной устойчивости короткопериодических движений, рождающихся из устойчивого положения относительного равновесия. Выводы об орбитальной устойчивости получены как для нерезонансного, так и для резонансных случаев.

Достоверность полученных результатов в диссертационной работе Волкова Е.В. обеспечивается использованием строгих математических методов, высокой точностью численных расчетов, согласованностью результатов, полученных численно, с результатами аналитического исследования.

Теоретическая значимость результатов исследования, проведённого в диссертации Волкова Е.В., заключается в строгом решении задачи об устойчивости по Ляпунову положений относительного равновесия в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел, а также получении строгих выводов об орбитальной устойчивости короткопериодических движений вблизи устойчивого положения относительного равновесия в случае, когда массы двух из трех основных тел равны.

Практическая значимость результатов работы состоит в том, что результаты, полученные в данной диссертационной работе, могут быть использованы при планировании космических миссий в окрестности малых небесных тел, в частности, для удержания космических аппаратов в заданном положении относительно этих тел только при помощи сил гравитационного взаимодействия. Кроме того, часть результатов проведённого исследования

может быть использована при разработке спецкурсов по небесной механике и астродинамике.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 6 работ в рецензируемых научных журналах из перечня ВАК, либо международной системе цитирования Scopus. Результаты проведенного исследования автором докладывались на научных семинарах, российских и международных конференциях.

Автореферат полностью и точно отражает содержание диссертации. Диссертационное исследование полностью соответствует паспорту научной специальности 1.1.7. – Теоретическая механика, динамика машин.

Замечания по диссертационной работе. К диссертационной работе имеются следующие замечания:

1. В диссертации при исследовании устойчивости рассматривается нерезонансный случай, а также случаи резонансов второго, третьего и четвертого порядка. В тексте работы следовало бы указать, почему нет необходимости исследовать резонансы более высоких порядков.
2. В первой главе диссертации стоило более подробно описать множество допустимых значений параметров μ_1 и μ_2 (например, привести рисунок, демонстрирующий положение этой области на плоскости μ_1 и μ_2).
3. В диссертации большое внимание уделяется предельным случаям $\mu_1 = 0$ и $\mu_2 = 0$, соответствующих равенству нулю массы либо первого, либо второго основного тела. Но вот случаю равенства нулю массы третьего тела (случаю $\mu_1 + \mu_2 = 1$) внимания почему-то не уделено.
4. В разделе 1.3 введены специальные обозначения для границ областей возможных положений равновесия. В Таблицах 1.1 и 1.2 приведены уравнения для некоторых из этих границ, но без использования введенных обозначений, которые бы упростили интерпретацию выписанных соотношений.
5. В второй главе на Рис. 2.1-2.2 и на Рис. 2.4-2.5 приведены диаграммы устойчивости положений относительного равновесия L_{45} и L_{54} . Так как рисунки тождественны с точностью до отражения относительно диагонали и переобозначений, то, вероятно, читателю здесь стоило бы напомнить о допускаемой гамильтонианом задачи перепараметризации (1.28), которая распространяется и на результаты исследования устойчивости положений равновесия.
6. В третьей главе области параметрического резонанса получены аналитически с точностью до второй степени по малому параметру

- (выражение 3.40 на стр. 67). Представленные результаты выглядели более убедительными, если бы автор провёл исследование с более высокой точностью. По крайней мере, получил бы аналитические выражения для границ областей параметрического резонанса с точностью до членов четвёртой степени по малому параметру.
7. Области параметрического резонанса были получены численно (Рис. 3.3) и аналитически (Рис. 3.2). В диссертации указано, что результаты исследования хорошо согласуются. Этот вывод следовало бы подтвердить визуально, совместив результаты аналитического и численного исследования на одном рисунке.
 8. Не дано объяснения того, с какой целью гамильтониан задачи сначала выписан для эллиптической задачи.
 9. Не объясняется, с какой целью был осуществлён перенос начала системы координат в середину отрезка, соединяющего тела P_2 и P_3 (стр. 16).
 10. В формулах (1.13) и (1.24) разные величины обозначены с помощью одних и тех же обозначений ρ_1 , ρ_2 и ρ_3 . Стоило бы воспользоваться другими буквами, либо добавить в обозначение знак «волна» или «звёздочка».
 11. Есть неточности в используемой соискателем терминологии. Например, на стр. 47 говорится об устойчивости центральной конфигурации по Ляпунову. Фактически же в диссертации доказана лишь устойчивость по Ляпунову положения относительного равновесия, а не всей центральной конфигурации.
 12. При формировании списка литературы имена нескольких авторов приведены полностью (публикации 55, 58, 66, 67).

Данные замечания не влияют на общую положительную оценку диссертационной работы, которая выполнена на высоком научном уровне и содержит новые и значимые научные результаты.

Заключение. Диссертация Волкова Евгения Валерьевича является законченной научно-исследовательской работой, которая посвящена актуальной научной проблеме. Достоверность выводов, полученных автором, не вызывает сомнений, все результаты диссертационной работы достаточно хорошо апробированы.

Диссертационная работа Волкова Евгения Валерьевича «Исследование устойчивости стационарных и периодических движений в плоской круговой ограниченной задаче четырёх тел» отвечает всем требованиям Постановления Правительства РФ от 24.09.2013 № 842 «О порядке присуждения ученых степеней», а её автор Волков Евгений Валерьевич заслуживает присуждения ему учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 1.1.7. – «Теоретическая механика, динамика машин».

Отзыв на диссертацию обсуждён и одобрен на расширенном заседании научного семинара кафедры теоретической механики МФТИ «б» декабря 2024 г., протокол № 4.

Доктор физ.-мат. наук,
профессор

В. Сидоренко

Сидоренко Владислав Викторович

Почтовый адрес: 141701, Московская область, г. Долгопрудный, Институтский переулок, д.9.

Телефон: 8 (495) 408 78 66

Адрес электронной почты: vvsidorenko@list.ru

Организация – место работы: федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Московский физико-технический институт (национальный исследовательский университет)», кафедра теоретической механики

Должность: профессор

Web-сайт организации: <https://mipt.ru/>

*С отзывом ознакомлен 11.12.2024 г. *Вашков Е.В.**