

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ АВИАЦИОННЫЙ ИНСТИТУТ
(НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ)»

На правах рукописи



ШИРОКОВ АНТОН АЛЕКСАНДРОВИЧ

СИНХРОННЫЙ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЬ С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ
ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОДВИЖЕНИЯ МАЛОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО
АППАРАТА

Специальность 2.4.2. Электротехнические комплексы и системы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Научный руководитель:
кандидат технических наук,
Журавлев Сергей Владимирович

Москва – 2026

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
1 СОСТОЯНИЕ РАЗРАБОТОК И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ СИНХРОННЫХ МАШИН С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ	14
1.1 Состояние развития малых летательных аппаратов с электрической силовой установкой.....	14
1.2 Анализ электрических машин с высоким показателем удельной мощности для систем электродвижения малых летательных аппаратов	17
1.3 Перспективы применения синхронных электрических машин с постоянными магнитами в качестве электродвигателей для систем электродвижения малых летательных аппаратов	28
1.4 Способы повышения удельных показателей синхронных электрических машин и обоснование принятых конструктивных решений	30
Выводы по главе.....	42
2 АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА СИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН С РАДИАЛЬНО-ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМИ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ	43
2.1 Решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора	44
2.2 Основные результаты аналитического расчета синхронного электродвигателя с радиально-тангенциальными постоянными магнитами	60
2.3 Построение характеристик синхронного электродвигателя с радиально- тангенциальными постоянными магнитами.....	64
Выводы по главе.....	71
3 КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ СИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С РАДИАЛЬНО-ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМИ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ	72

3.1 Электромагнитный анализ синхронного электродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов.....	73
3.2. Анализ теплового состояния обмотки статора с жидкостной системой охлаждения.....	86
3.3 Анализ потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов.....	96
3.4 Исследование механического состояния ротора электродвигателя обращенной конструкции.....	103
Выводы по главе.....	107
4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАЗЦА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОДВИЖЕНИЯ МАЛОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА	108
4.1 Описание конструкции экспериментального образца электродвигателя	108
4.2 Технологические особенности процесса сборки электродвигателя	112
4.3 Экспериментальные исследования и верификация полученных результатов с расчетными.....	120
Выводы по главе.....	141
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	142
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ.....	144
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	145
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Разложение составляющих вектора намагниченности в тригонометрический ряд для системы радиально-тангенциальных магнитов.....	155
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Упрощение интегралов, полученных в ходе аналитического решения	159
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Программа расчета магнитного поля возбуждения системы радиально-тангенциальных магнитов с учетом зубчатости якоря	165
ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Акт о внедрении результатов диссертационной работы Широкова Антона Александровича в учебный процесс кафедры	310
«Электроэнергетические, электромеханические и биотехнические системы»	183

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность и степень разработанности темы исследования.

Авиация представляет собой неотъемлемую часть инфраструктуры общества. Она играет жизненно важную роль в коммерции мирового масштаба и частных полетах. В настоящее время развитие воздушного транспорта определяется не только стандартными характеристиками, такими как, например, летные качества, стоимость, сбыт и др., но и факторами, связанными с окружающей средой [1]. К таким факторам относятся шум самолетов и загрязнение окружающей среды в зонах аэропортов, а также влияние продуктов сгорания топлива турбореактивных двигателей на атмосферу. В виду необходимости разработки новых технологических решений в авиационной промышленности достаточно большое количество усилий потрачено на проектирование более экологичных летательных аппаратов (ЛА) [1].

Среди наиболее перспективных и экологичных концепций выделяется создание гибридного или полностью электрифицированного ЛА. ЛА с гибридной силовой установкой (ГСУ) представляет собой комбинацию из двух или более источников питания, способных генерировать энергию в одну систему. Обычно термин «гибридно-электрический» самолет предполагает систему, которая использует один или несколько тепловых двигателей вместе с одним или несколькими электродвигателями в определенной конфигурации. Вслед за современными тенденциями автомобилестроения, авиационная промышленность постепенно готовится к переходу на электрические двигатели.

Первостепенная цель создания электрической силовой установки (ЭСУ) – это снижение эксплуатационных расходов и повышение экологичности авиационного транспорта. ЭСУ придают ЛА новые потребительские качества и способны повысить их конкурентоспособность, как на внутреннем, так и зарубежном рынках сбыта [1].

На сегодняшний день актуальным является создание небольших ЛА для перевозки 2-4 пассажиров на небольшие расстояния, например, для перелетов из

города в аэропорт, или между ближайшими городами области. Такие аппараты уже принято относить к классу аэротакси. Однако, их создание и внедрение тесно связаны с разработкой силовой установки. Учитывая возрастающие экологические требования, особенно вблизи крупных городов, а также экономические факторы, основным типом силовой установки, рассматриваемой для применения на таких аппаратах, является ЭСУ. Она представляет из себя электродвигатель, полупроводниковый преобразователь (инвертор) и источник электрической энергии (аккумуляторная батарея). Анализ проектов аэротакси для 2-4 пассажиров и их силовых установок показывает, что удельная мощность электродвигателей находится на уровне не более 4 кВт/кг при выходной мощности 100-200 кВт [2]. Данные проекты имеют статус опытных изделий и их внедрение все еще требует улучшения характеристик устройств, входящих в их состав. Таким образом, проблема заключается в том, что для успешного внедрения аэротакси параметры силовой установки должны удовлетворять требованиям по выходной мощности и обеспечивать 100-200 кВт и превосходить параметры существующих образцов по удельной мощности, эффективности, длительности работы, безопасности и другим показателям. Добиться этого возможно только при всестороннем анализе параметров устройств, формирующих установку, а также при системном подходе к разработке, когда анализируются не только параметры отдельных устройств, но и их взаимосвязанные параметры.

Проблема создания ЭСУ заключается в низких удельных показателях отдельных устройств системы таких как: электродвигатели, преобразователи (инверторы) и первичные источники энергии (аккумуляторы). В настоящий момент удельная мощность электродвигателей едва достигает 4 кВт/кг, преобразователей 5 кВт/кг, аккумуляторов 300 Вт/кг [2]. Применение водородных топливных элементов взамен литий-ионных аккумуляторов и инновационных технологий при проектировании устройств ЭСУ позволит существенно повысить удельные показатели, необходимые для совершения полета ЛА с электрической тягой.

В случае электродвигателя для удовлетворения требований применения в электрической силовой установке аэротакси необходима интенсификация

охлаждения и внедрение новых производственных технологий, а также новых подходов к конструированию. Однако, при этом должны быть адаптированы существующие методики расчета и увеличена их точность с одновременным применением оптимизационных расчетов. Кроме того, должны быть внедрены новые технологии производства, такие как композитные материалы, высокоточная металлообработка, аддитивные технологии и т.д.

Таким образом, диссертационное исследование, связанное с проектированием синхронного электродвигателя с постоянными магнитами для системы электродвижения малого летательного аппарата, является актуальным.

Актуальность диссертационного исследования подтверждается также соответствием его одному из приоритетных направлений развития науки, технологий и техники. В соответствии со Стратегией научно-технологического развития Российской Федерации, утвержденной Указом Президента Российской Федерации от 1 декабря 2016 года № 642, в ближайшие 10 - 15 лет приоритетами научно-технологического развития Российской Федерации следует считать те направления, которые позволят получить научные и научно-технические результаты и создать технологии, являющиеся основой инновационного развития внутреннего рынка продуктов и услуг, устойчивого положения России на внешнем рынке. Приоритетное направление исследования: «Переход к экологически чистой и ресурсосберегающей энергетике, формирование новых источников, способов транспортировки и хранения энергии» [3].

Цель и задачи работы.

Целью диссертационной работы является улучшение массо-энергетических показателей тяговых синхронных электродвигателей с возбуждением от постоянных магнитов на основе новых аналитических и численных методик расчета и усовершенствованных алгоритмов проектирования.

Для достижения данной цели в работе были решены следующие задачи:

- 1) проведен анализ существующих летательных аппаратов с электрической силовой установкой и входящих в них электрических машин с высоким показателем удельной мощности;

2) обоснована рациональность применения и способы повышения удельных показателей синхронных электродвигателей с возбуждением от постоянных магнитов в качестве тяговых двигателей системы электродвижения малого летательного аппарата;

3) разработано аналитическое решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости;

4) проведено уточнение методики расчета синхронных электродвигателей с учетом полученного аналитического решения;

5) разработаны численные методики расчета магнитных и тепловых полей, потерь на вихревые токи в постоянных магнитах;

6) проведен расчет синхронного электродвигателя с улучшенными массогабаритными показателями по разработанным методикам для применения в системе электродвижения малого летательного аппарата;

7) разработан, спроектирован и изготовлен опытный образец электродвигателя и проведены его экспериментальные исследования;

8) проведено сопоставление результатов аналитического и численного расчетов с результатами экспериментальных исследований опытного образца.

Объектом исследования является синхронный электродвигатель с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов, предназначенный для системы электродвижения малого летательного аппарата.

Предметом исследования являются новые подходы и методы проектирования, анализа электромагнитных, механических, гидравлических и тепловых процессов синхронных электродвигателей с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов.

Научная новизна.

1) Решена задача магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора.

- 2) Уточнена методика расчета синхронных электродвигателей с использованием полученного аналитического решения.
- 3) Разработана методика численного электромагнитного анализа магнитных полей и характеристик синхронных электродвигателей.
- 4) Разработана методика численного расчета потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов и способ уменьшения этих потерь.
- 5) Разработана методика численного теплового расчета статора с жидкостной канальной системой охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов.

Теоретическая и практическая значимость работы.

Теоретическая значимость полученных результатов заключается в том, что полученные научные результаты расширяют теоретическую базу в области проектирования синхронных электрических машин с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов. Новые аналитические решения уточняют и совершенствуют методы расчета синхронных электрических машин. Разработанные численные методики и подходы к проектированию дают возможность проводить глубокий анализ выходных характеристик и позволяют определить основные параметры синхронных электрических машин. Это дает возможность на этапе предварительного проектирования определить соотношения размеров активной зоны машины, при которых будут получены наибольшие удельные характеристики. Адекватность теоретических положений подтверждена результатами испытаний опытного образца двигателя.

Практическая значимость работы заключается в том, что полученные результаты позволяют перейти к проектированию и созданию новых электрических машин с улучшенными массогабаритными показателями для систем электродвижения летательных аппаратов. По полученным аналитическим и численным решениям разработана конструкция синхронного электродвигателя с удельной мощностью 4,41 кВт/кг, по которой изготовлен и испытан экспериментальный образец электродвигателя.

Методы исследований.

При решении поставленных в работе задач диссертации использовались методы математической физики, теории поля, электромеханики и численные методы решения уравнений в частных производных (метод конечных элементов). Для решения уравнений и построения диаграмм использовался пакет математического моделирования *MathCAD 15*; для решения задач методом конечных элементов использовались пакеты прикладных программ *Ansys Electronics 2021R2*, *COMSOL Multiphysics*, *SolidWorks 2021*; эскизное проектирование было осуществлено на базе пакета *SolidWorks 2021*; для построения графиков и характеристик использовалась программа *Grapher 15*. Проверка аналитических и численных методов расчета проводилась на экспериментальном образце электродвигателя.

Степень достоверности. Достоверность полученных результатов обеспечивается корректностью поставленных задач, обоснованностью принятых допущений, строгостью применения математического аппарата, сходимостью результатов теоретических и экспериментальных исследований.

Положения, выносимые на защиту.

- 1) Аналитическое решение задачи магнитостатического поля возбуждения с учетом зубчатости статора.
- 2) Методика численного электромагнитного анализа магнитных полей, характеристик синхронных электродвигателей и способ уменьшения потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов.
- 3) Методика численного теплового расчета статора с жидкостной канальной системой охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов.
- 4) Результаты экспериментальных исследований электродвигателя с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов с жидкостной канальной системой охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов.

5) Конструктивная схема канального жидкостного охлаждения статора электродвигателя.

Апробация работы.

Основные результаты обсуждались и докладывались на:

- 12-ом Всероссийском межотраслевом молодежном конкурсе «Молодежь и будущее авиации и космонавтики-2020», 23-27 ноября 2020 г., МАИ, г. Москва;
- 19-й Международной конференции «Авиация и космонавтика», 23-27 ноября 2020 г., МАИ, г. Москва;
- XI-й Международной конференции «Проблемы совершенствования робототехнических и интеллектуальных систем летательных аппаратов», 10-11 декабря 2020 г., МАИ, г. Москва;
- XLVII-й Международной молодежной научной конференции «Гагаринские чтения», 20-23 апреля 2021 г., МАИ, г. Москва;
- XXI-й Международной научно-технической конференции «Состояние и перспективы развития электро- и теплотехнологии» (Бенардосовские чтения), 02-04 июня 2021 г., ИГЭУ, г. Иваново;
- 20-й Международной конференции «Авиация и космонавтика», 22-26 ноября 2021 г., МАИ, г. Москва;
- 15-й Европейской конференции по прикладной сверхпроводимости EUCAS 2021, г. Москва;
- 28-й Международной научно-технической конференции студентов и аспирантов «Радиоэлектроника, электротехника и энергетика», 17-19 марта 2022г., МЭИ, г. Москва;
- 14-ом Всероссийском конкурсе «Молодежь и будущее авиации и космонавтики – 2022», 21-25 ноября 2022 г., МАИ, г. Москва;
- XXII Международной научно-технической конференции «Состояние и перспективы развития электро- и теплотехнологии» (Бенардосовские чтения), 31 мая – 02 июня 2023 г., ИГЭУ, г. Иваново;

– XX Международной конференции «Электромеханика, электротехнологии, электротехнические материалы и компоненты» (МКЭЭЭ-2024), 16-19 сентября 2024 г., пос. Поведники, Московская область.

Публикации.

По теме диссертации соискатель имеет 14 опубликованных работ, из которых 7 научных статей в журналах, входящих в перечень Высшей аттестационной комиссии, 2 статьи в журналах, входящих в перечень Российского центра научной информации («Белый список»), 4 патента на изобретения и полезную модель, а также 1 монография. Кроме того, результаты диссертационной работы представлены в 12 тезисах докладов Всероссийских и Международных научных конференций.

Структура и объем работы.

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 95 наименований и 4 приложений. Общий объем работы составляет 183 страниц машинописного текста, включая 88 рисунков, 25 таблиц и 29 страниц Приложений.

Содержание работы.

В первой главе приведен анализ летательных аппаратов с электрической силовой установкой, обоснована актуальность и перспективность их использования, определена рациональная мощность единичного электродвигателя. Проанализированы синхронные электрические машины с высоким показателем удельной мощности, определены их параметры и обосновано их использование для систем электродвижения малых летательных аппаратов. Обозначены способы повышения удельных показателей и обоснованы предложенные решения в части материалов активной зоны и системы охлаждения электродвигателя.

Во второй главе обозначена проблема отсутствия подходящих методик расчета электродвигателей с постоянными магнитами с улучшенными массогабаритными показателями. Представлено аналитическое решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости. Показано

преимущество полученного решения по сравнению с имеющимися. Уточнена аналитическая методика расчета синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов с учетом полученных решений. Для верификации полученных решений проведен аналитический расчет синхронного электродвигателя с улучшенными массогабаритными показателями, в результате которого получен расчетный формуляр и построены характеристики электродвигателя.

В третьей главе приведены численные методики расчета магнитных и тепловых полей, а также потерь на вихревые токи в постоянных магнитах. В результате электромагнитного анализа построены осциллограммы ЭДС, фазных напряжений и токов в режиме холостого хода и номинальной нагрузки, а также картины распределения магнитных полей. В результате проведения конечно-элементного анализа тепловых процессов в статоре электродвигателя определена температура обмотки статора в различных режимах работы, включая перегрузочный. Определен требуемый минимальный расход хладагента на различных режимах для обеспечения безотказной работы электродвигателя. Определен нагрев хладагента, который проходит через образованные каналы в пазах электродвигателя. По результатам расчета потерь на вихревые токи в постоянных магнитах определена их величина, построены зависимости потерь от мощности электродвигателя и определены возможные пути уменьшения этих потерь. Представлены результаты механического расчета наиболее высоконагруженной части электродвигателя.

В четвертой главе представлено описание разработанной конструкции электродвигателя и испытательного стенда. По разработанной трехмерной модели и конструкторской документации оценена масса всего электродвигателя и изготовлены детали для сборки опытного образца электродвигателя. Приведены результаты экспериментальных исследований электродвигателя, по которым проведена верификация разработанных аналитических и численных методик расчета.

В заключении приведены выводы по результатам всей диссертационной работы.

В приложении А для полученного аналитического решения представлено разложение составляющих вектора намагниченности в тригонометрический ряд для системы радиально-тангенциальных магнитов.

В приложении Б представлено упрощение интегралов, полученных в ходе аналитического решения.

В приложении В представлена программа расчета магнитного поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора.

В приложении Г представлен акт о внедрении результатов диссертационной работы Широкова Антона Александровича в учебный процесс кафедры 310 «Электроэнергетические, электромеханические и биотехнические системы».

1 СОСТОЯНИЕ РАЗРАБОТОК И ПЕРСПЕКТИВЫ ПРИМЕНЕНИЯ СИНХРОННЫХ МАШИН С ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОДВИЖЕНИЯ МАЛЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

В настоящее время перспективным направлением развития авиационной отрасли является концепция аэротакси, которая предполагает использование малых летательных аппаратов для перевозки пассажиров на небольшие расстояния в городских и пригородных районах. С учетом возрастающих экологических требований и экономических факторов, основным типом силовой установки на таких летательных аппаратах является электрическая силовая установка [4]. При этом основным типом электрических машин, рассматриваемых в качестве двигателя, являются синхронные машины с возбуждением от постоянных магнитов, обладающие лучшими массогабаритными и энергетическими показателями по сравнению с другими типами электрических машин [5, 6].

1.1 Состояние развития малых летательных аппаратов с электрической силовой установкой

Созданием летательных аппаратов с электрическими силовыми установками занимается ряд компаний во всем мире. Например, компания *Airbus* с проектом *CityAirbus* (рисунок 1.1) по созданию четырехместного летательного аппарата с крейсерской скоростью 120 км/ч [7].



Рисунок 1.1 – Летательный аппарат *CityAirbus*

Этот аппарат создается для выполнения рейсов до аэропортов или железнодорожных вокзалов в условиях загруженности городских дорог. Полет осуществляется за счет электродвигателей компании *Siemens*. Единица мощности двигателя составляет 204 кВт при этом удельная мощность 4.16 кВт/кг [7]. Запуск в эксплуатацию планируется в 2025 году.

Еще одним примером является компания *Boeing* и её проект *Boeing NeXt* (рисунок 1.2) [8]. Целью разработки является создание транспортных систем для городской аэромобильности. Летательный аппарат создан на основе мультикоптеров, способных на вертикальный взлет, посадку и скоростной горизонтальный полет.



Рисунок 1.2 – Летательный аппарат *Boeing NeXt*

Проанализирован ряд зарубежных компаний – разработчиков летательных аппаратов с электрической силовой установкой. Основные параметры и названия аппаратов приведены в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Современные разрабатываемые летательные аппараты с электрической силовой установкой и их основные параметры

№	Название проекта (аэротакси)	Мощн. ЭСУ, кВт / Кол-во ЭД	Взлетная масса, кг / Масса полезн. нагр., кг	Время полета, мин
1	<i>Airbus</i> , проект " <i>A³ Vahana</i> " [7]	360 / 8	745 / 270	18
2	<i>Airbus</i> , проект " <i>CityAirbus</i> " [7]	800 / 8	2200 / 250	15
3	<i>Bell Nexus</i> [9]	600 / 6	2700 / 450	55

Продолжение таблицы 1.1

№	Название проекта (аэротакси)	Мощн. ЭСУ, кВт / Кол-во ЭД	Взлетная масса, кг / Масса полезн. нагр., кг	Время полета, мин
4	<i>Boeing NeXt</i> [8]	600 / 8	800 / 230	30
5	<i>McFly.Aero Bartini</i> [10]	320 / 4	700 / 400	30
6	<i>Eco'Trip</i> [11]	535 / 4	550 / 200	60
7	<i>Hyundai S-AI</i> [12]	400 / 4+4	1150 / 400	180
8	<i>Ray VTOL Aircraft</i> [13]	600 / 6	1500 / 400	300
9	<i>AirCar</i> [14]	400 / 8	520 / 220	36
10	<i>Flutr Motors</i> [15]	350 / 4	500 / 250	60
11	<i>XTI Aircraft TriFan 600</i> [16]	770 / 3	2400 / 816	120
12	БАС <i>SH-750</i> [17]	150 / 1	750 / 300	300

По результатам анализа параметров электрических силовых установок летательных аппаратов, можно сделать вывод, что наиболее востребованной мощностью электродвигателя является диапазон от 100 до 150 кВт.

Примеров компаний, занимающихся созданием полностью электрических летательных аппаратов, достаточно много, однако несмотря на большое количество разработок и успешных испытаний, тестовые запуски летательных аппаратов постоянно переносятся. В нашей стране существуют примеры летательных аппаратов с электрической силовой установкой, однако они имеют небольшую грузоподъемность и малую мощность силовой установки (до 100 кВт).

Создание более мощной и эффективной силовой установки позволит перейти к созданию полноценного аппарата типа аэротакси, что является актуальным в связи с возрастающим мировым интересом к данной области.

1.2 Анализ электрических машин с высоким показателем удельной мощности для систем электродвижения малых летательных аппаратов

На текущий момент разработчики летательных аппаратов предъявляют повышенный интерес к электрическим машинам с высокой удельной мощностью [18]. Это связано, например, с увеличением требуемой мощности системы электроснабжения, а также с развитием систем электродвижения, к которым относятся электрические и гибридные силовые установки [19]. В связи с этим разработчики электрических машин стремятся улучшить массо-энергетические показатели разрабатываемых изделий.

В 2015 году компания *Siemens* представила электродвигатель *SP260D*, который развивает мощность 260 кВт при массе 50 кг [20]. Максимальная частота вращения двигателя составляет 2500 мин^{-1} , что позволяет устанавливать несущий винт прямо на его вал без необходимости использования редуктора. Максимальный крутящий момент – 1000 Н·м. Удельная мощность двигателя составляет 5,2 кВт/кг, КПД – 95 % [20]. Осевая длина двигателя составляет 300 мм, внешний диаметр – 418 мм. Двигатель *SP260D* представлен на рисунке 1.3.



Рисунок 1.3 – Двигатель *SP260D*

Достичь высокого значения удельной мощности разработчикам удалось благодаря интенсивному охлаждению и высокой степени интеграции двигателя и винта. Также разработчикам удалось уменьшить массу некоторых конструктивных

элементов, путем оптимизации их структуры с учетом воспринимаемых нагрузок. Например, *Siemens* разработал сложную компьютерную модель торцевого щита, представляющего собой пример топологической оптимизации конструкции (рисунок 1.4). Следующим шагом компания планирует внедрить композитный щит, который позволит дополнительно снизить массу электродвигателя [21].

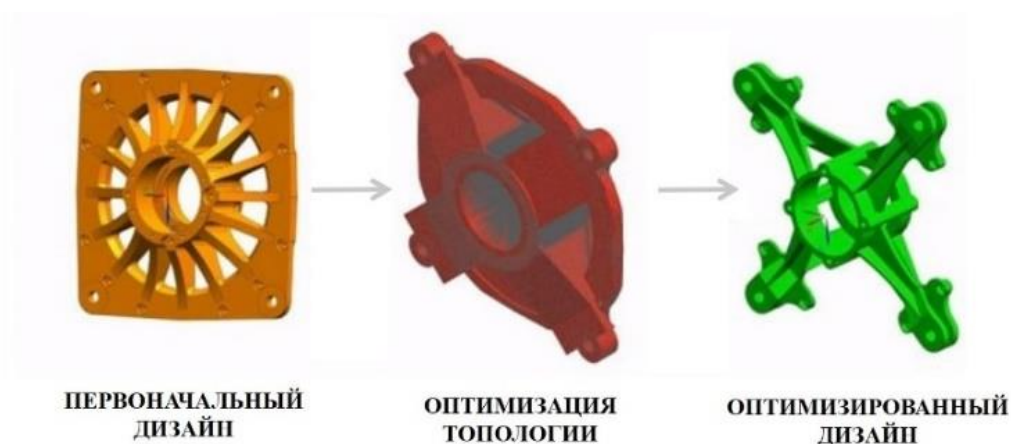


Рисунок 1.4 – Поэтапная оптимизация торцевого щита двигателя *SP260D*

Постоянные магниты (ПМ) ротора объединены в массив Хальбаха, который позволяет уменьшить высоту ярма ротора и позволяет создать более сильное магнитное поле по сравнению с традиционными системами возбуждения. Статор изготовлен из магнитомягкого материала, сплава железа с кобальтом [22]. Обмотки двигателя окружены охлаждающей жидкостью, которая эффективно отводит потери в стали и обмотке якоря, при этом жидкость является диэлектриком [22]. Также имеются входные отверстия для охлаждения, температура масла на входе составляет 90 °С, поэтому двигатель может быть использован с относительно небольшим теплообменником.

Британская компания *YASA* разработала синхронные электрические машины с возбуждением от постоянных магнитов и осевым потоком серии *YASA P400* и *YASA 750* (см. рисунок 1.5).

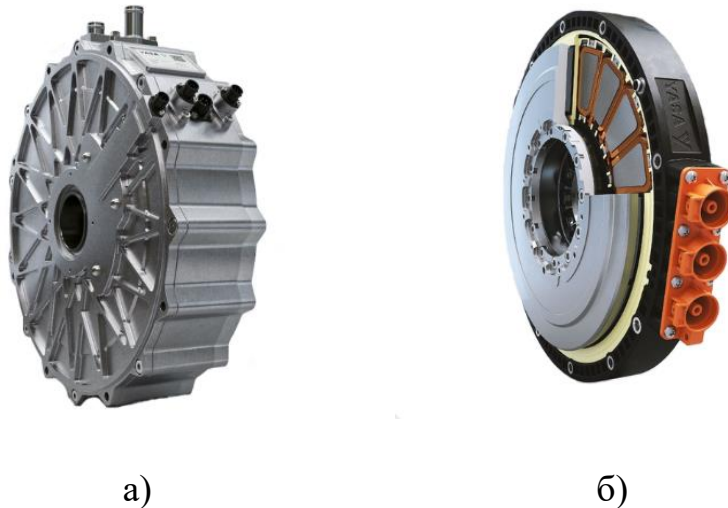


Рисунок 1.5 – Двигатели *YASA 750* (а) и *YASA P400* (б)

Машины имеют непосредственное масляное охлаждение. Их технические характеристики представлены в таблице 1.2. Продолжительность пиковой мощности для обеих машин не указывается. Видно, что длительная удельная мощность для обеих машин не превышает 5 кВт/кг, а для частоты 3250 мин⁻¹ и вовсе составляет 1,89 кВт/кг. Однако, на сайте производителя указывается, что уже было успешно внедрено несколько решений для автомобилей. Кроме того, электродвигатель *YASA P400* использован в качестве силовой установки для самолета *Rolls Royce Spirit of Innovation*, который совершил свой первый полет в 2021 году и уже установил несколько рекордов [23].

Таблица 1.2 – Технические характеристики *YASA P400* и *YASA 750*

Параметр	<i>YASA 750</i>	<i>YASA P400</i>
Пиковый крутящий момент, Н·м	790	370
Продолжительный крутящий момент, Н·м	400	300
Пиковая мощность при 700 В, кВт	200	160
Продолжительная мощность, кВт	до 70	до 100
Частота вращения, мин ⁻¹	0-3250	0-8000
Осевая длина, мм	98	80,4
Диаметр, мм	368	305
Масса, кг	37	24
КПД, %	95	96
Удельная длительная мощность, кВт/кг	1,89	4,1
Удельная пиковая мощность, кВт/кг	5,4	6,7

Компания *EMRAX Innovative E-motors* (Словения) разработала линейку синхронных двигателей с постоянными магнитами и осевым магнитным потоком. Для анализа выбраны модели *EMRAX 208* и *EMRAX 228*, которые представлены на рисунке 1.6 [24, 25].



Рисунок 1.6 – Двигатель *EMRAX 228* (вид на передний и задний фланец)

Ротор двигателя выполнен в виде вращающегося корпуса, соединенного с передним фланцем двигателя. При этом статор соединен с задним фланцем двигателя, через который выведены электрические клеммы статорной обмотки и патрубки жидкостного охлаждения. Охлаждение статора может быть воздушным, жидкостным или комбинированным. При этом не приводятся данных о том, чем жидкостная и комбинированная системы охлаждения отличаются. Расход охлаждающей жидкости составляет 8 л/мин. Технические характеристики двигателей представлены в таблице 1.3 [24].

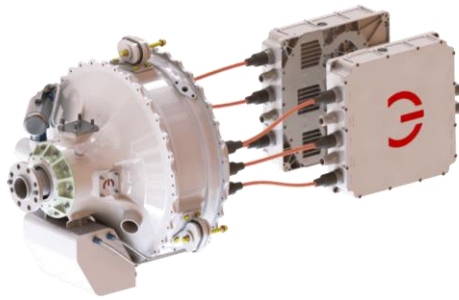
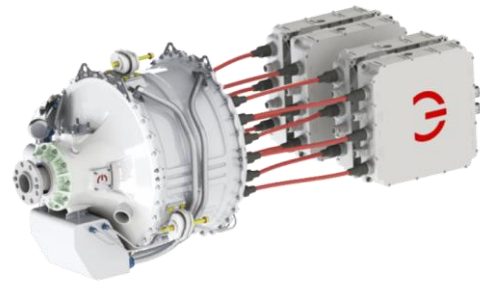
Стоит отметить, что не указано, какая выходная мощность двигателей может быть обеспечена при каждом типе охлаждения.

Таблица 1.3 – Технические характеристики двигателей *EMRAX 228, 208*

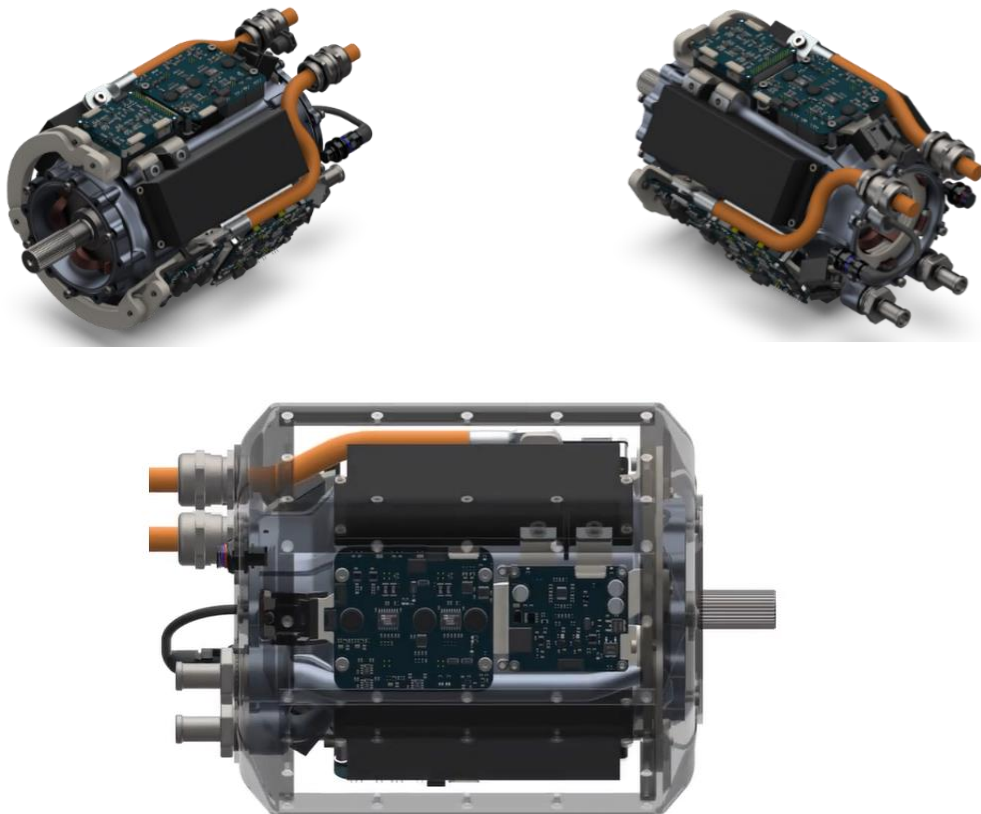
Параметр	Воздушное		Жидкостное		Комбинированное	
	<i>EMRAX 228</i>	<i>EMRAX 208</i>	<i>EMRAX 228</i>	<i>EMRAX 208</i>	<i>EMRAX 228</i>	<i>EMRAX 208</i>
Номинальная мощность при частоте вращения 3000-5000 мин ⁻¹ , кВт	28-42	20-32	28-42	20-32	35-55	25-40
Пиковая мощность при максимальной частоте вращения, кВт	100	75	100	75	100	75
Максимальная частота вращения, мин ⁻¹	5500	6000	5500	6000	5500	6000
Диаметр, мм	228	208	228	208	228	208
Ширина, мм	86	85	86	85	86	85
Масса, кг	12,0	9,1	12,4	9,4	12,3	9,3
КПД, %	92-97					
Удельная мощность, кВт/кг	2,3-3,5	2,2-3,5	2,25-3,4	2,12-3,4	2,8-4,5	2,6-4,3
Удельная пиковая мощность, кВт/кг	8,33	8,24	8,06	7,98	8,13	

Еще одним амбициозным проектом являются электрические силовые установки *magni350* и *magni650*, которые представила компания *MagniX* (США) [26]. Фото данных силовых установок представлены на рисунке 1.7. Данные силовые установки включают в себя электродвигатель и электронный регулятор. *Magni350* имеет мощность 350 кВт и масса 111,5 кг; *magni650* – мощность 640 кВт, масса 200 кг, работают в диапазоне от 1200 до 2300 мин⁻¹. Удельная мощность машин составляет 3,1 кВт/кг и 3,2 кВт/кг соответственно. Системы имеют интенсивное жидкостное охлаждение. Невысокая частота вращения обусловлена прямым приводом винта, что позволило отказаться от редуктора. В двигателях используются 2 или 4 трехфазных обмотки, что обеспечивает повышенную надежность в случае возникновения неисправности. Так, например, в случае короткого замыкания одна 3-х фазная секция может быть отключена, но при этом пилоту будет доступно 50 % полной мощности в случае *magni350* и 75% полной мощности в случае *magni650* [26].

Силовые установки *MagniX* уже прошли испытания на летательном аппарате *Cesna eCaravan*, что является наилучшим подтверждением работоспособности, надежности и выходных характеристик данных силовых установок [27].

*Magni350**Magni650*Рисунок 1.7 – Электрические силовые установки компании *MagniX*

Компания «*H3X Technologies*» (США) объявила о создании сверхэффективного электродвигателя с небольшими габаритами *HPDM-250* (см. рисунок 1.8). Мощность новой разработки на килограмм массы превосходит существующие двигатели в три раза и предполагает значительную экономию массы для производителей самолетов [28]. Новая система, по заявлению разработчиков, подойдет как для реализации электрических самолетов, так и для аэротакси.

Рисунок 1.8 – Двигатель *HPDM-250*

HPDM-250 объединяет в себе синхронный электродвигатель с возбуждением от постоянных магнитов и частотный преобразователь. Также может комплектоваться редуктором [28]. На сайте разработчика указано, что при напряжении питания 800 В выходной момент электродвигателя остается неизменным, и при частоте вращения 20000 мин⁻¹ составляет 95 Н·м, что соответствует мощности 200 кВт. Однако, если пересчитать мощность на частоту 2000 мин⁻¹ (соответствует частоте вращения винта), то выходная мощность составит только 20 кВт. Для того, чтобы соединить высокооборотный двигатель с винтом разработчики предлагают использовать встроенный планетарный редуктор, который весит 3 кг при передаточном отношении 4. Однако, оценить, насколько реализуем такой редуктор по данным, представленным на сайте, невозможно. Но даже в случае использования редуктора, при частоте 2000 мин⁻¹ выходная мощность составит 79 кВт, а удельная мощность составит 4,75 кВт/кг, если редуктор действительно будет иметь массу 3 кг.

Однако, очевидным преимуществом данной разработки является интеграция всех трех устройств в единый корпус. В этом случае, возможно увеличение удельной мощности для всей системы, а не только для электродвигателя, что и является целью разработки электрической силовой установки.

В *HPDM-250* используется единая система охлаждения для силовой электроники и электродвигателя. В качестве хладагента используется этиленгликоль (*Water Ethylene Glycol*) – маслянистая жидкость, соединяемая с водой, с относительно высоким расходом от 15 л/мин до 30 л/мин. [28].

Интересным является конструкция катушек статора электродвигателя. По заявлению разработчиков, они изготавливаются путем 3D-печати, что позволяет увеличить плотность тока и коэффициент заполнения катушки. Использование новых технологий 3D-печати из чистой меди позволяет лучше охлаждать корпус и использовать нестандартную внутреннюю геометрию, поэтому двигатель, редуктор и силовая электроника могут быть установлены в наилучшем месте внутри корпуса. Однако стоит отметить, что передовые методы, такие как 3D-печать из чистой меди, имеют ряд недостатков. К ним относятся, в первую очередь,

высокая стоимость технологий и материалов, а также трудности в масштабировании результатов. К тому же технология аддитивного производства медных обмоток все еще требует апробации и подтверждения заявленных преимуществ и надежности.

В 2022 году проведены экспериментальные исследования опытного образца *HPDM-250*. В результате испытаний было достигнуто значение в 70% номинального фазного тока. При этом компоненты двигателя и инвертора находились в своих тепловых пределах, а измеренные показатели температуры хорошо согласовались с тепловыми моделями. Двигатель *HPDM-250* на испытательном стенде представлен на рисунке 1.9.

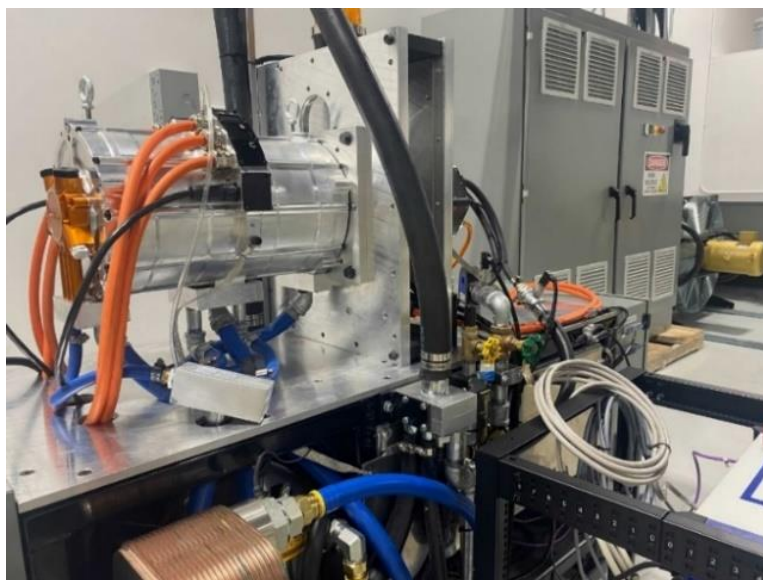
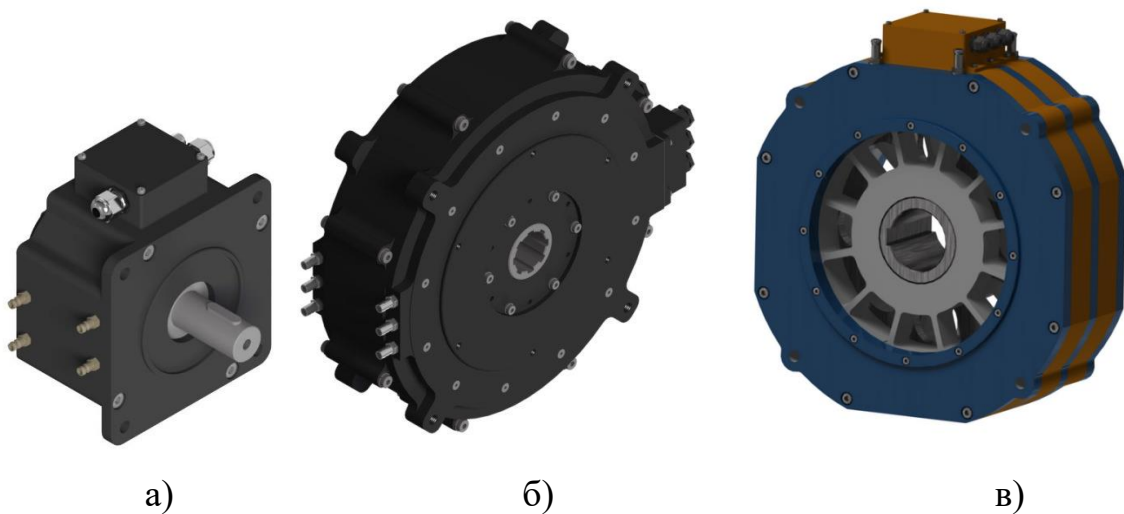


Рисунок 1.9 – Тестирование прототипа двигателя *HPDM-250*

Среди Российских компаний занимающихся производством синхронных электродвигателей наиболее известными считаются «Электромомент» и НПО «Андроидная техника» [29, 30]. При этом «Электромомент» нацелен на разработку, организацию серийного производства и внедрение во все отрасли народного хозяйства современных синхронных электрических машин: от экономичных универсальных электромоторов до силовых сервоприводов с рекордными характеристиками. По информации с официального сайта [29] электродвигатели «Электромомент» позволяют создавать сверхкомпактные и экономичные системы

электродвижения с новыми потребительскими свойствами и с возможностью отказа от механических редукторов. Такие электродвигатели особенно востребованы в современной авиации, наземном электротранспорте, робототехнике, станкостроении, нефтегазовой, военной, аэрокосмической и любых других отраслях [29]. Линейка электродвигателей компании «Электромомент» представлена на рисунке 1.10.



а – *iEM-06Lw-2500*; б – *iEM-ILw-2500 Mk2*; в – *iEM-IIw-1500*

Рисунок 1.10 – Линейка электродвигателей «Электромомент»

Технические характеристики линейки электродвигателей «Электромомент» представлены в таблице 1.4 [29].

Таблица 1.4 – Технические характеристики двигателей «Электромомент»

Параметр	<i>iEM-06Lw-2500</i>	<i>iEM-ILw-2500 Mk2</i>	<i>iEM-IIw-1500</i>
Номинальная мощность, кВт	47	135	267
Частота вращения, мин ⁻¹	2500	2500	1500
Номинальный фазный ток, А	35,6	102	410
Номинальный крутящий момент, Н·м	180	515	1700
Число фаз	6	6	3
Класс изоляции	Н		
Рабочий диапазон температур, °С	-50...+45		
КПД на номинальных оборотах, %	94		

Продолжение таблицы 1.4

Параметр	<i>iEM-06Lw-2500</i>	<i>iEM-ILw-2500 Mk2</i>	<i>iEM-IIw-1500</i>
Базовые размеры, мм	242x225x170	445x400x180	610x560x160
Удельный момент на номин. мощности, Нм/кг	11	14	12,1
Масса, кг	16,7	38	140
Удельная мощность, кВт/кг	2,81	3,55	2,84

Как видно из таблицы 1.4 наилучшие удельные параметры достигаются на электродвигателе *iEM-ILw-2500 Mk2*, однако даже эти значения параметров уступают зарубежным аналогам.

Также рассмотрен аксиальный бесколлекторный электродвигатель с постоянными магнитами *AX Drive* мощностью 130 кВт от компании АО «ПК НПО «Андроидная Техника», предназначенный для использования в качестве электропривода для различных транспортных средств, а также в системах, генерирующих электроэнергию [30]. Внешний вид и технические параметры электродвигателя представлены на рисунке 1.11 и таблице 1.5 соответственно.

Рисунок 1.11 – Электродвигатель *AX Drive*

Таблица 1.5 – Технические характеристики электродвигателя *AX Drive* [30]

Параметр	Значение
Тип охлаждения, л/мин	Жидкостное
Расход охлаждающей жидкости, л/мин	8
Диаметр/длина, мм	348/107
Максимальное рабочее напряжение, В	400
Частота вращения, мин ⁻¹	2800
Пиковая мощность, кВт	260
Номинальная мощность, кВт	130
Номинальный ток, А	275
Номинальный крутящий момент, Н·м	425
Способ соединения обмоток	Звезда
Количество пар полюсов	10
Максимальный КПД, %	92
Максимально допустимая температура нагрева статора, °С	120
Удельная мощность в номинальном режиме работы, кВт/кг	2,61

Удельная мощность, определяемая как отношение выходной мощности к общей массе, является одним из общепринятых сравнительных показателей для электрических машин. Разработчики стараются продемонстрировать для своих изделий высокое значение данного показателя. Но чаще всего они указывают значение удельной мощности для пикового режима, длительность которого находится в диапазоне от нескольких секунд до нескольких минут, либо при расчете удельной мощности учитывают только массу активных материалов электродвигателя. Анализ зарубежных и отечественных разработок по авиационным электромеханическим преобразователям показал, что проектированием перспективных моделей электрических машин занимается большое количество компаний. Однако опытные образцы, изготовленные и используемые в промышленности, имеют показатель удельной мощности при длительном режиме работы порядка 4 кВт/кг. Описанные электрические машины с показателями удельной мощности более 5-6 кВт/кг рассмотрены либо с

теоретической точки зрения, либо подкреплены экспериментальными данными прототипа, не подтверждающими заявленные характеристики машины.

Таким образом, можно сделать вывод, что для электрических машин, основным применением которых является электрическая силовая установка, значение удельной мощности в длительном режиме 3-4 кВт/кг при частоте вращения 2000-4000 мин⁻¹ является средним для текущего уровня развития технологий [2]. Показатель 5 кВт/кг является максимальным достигнутым значением для опытного изделия в данном классе машин. В настоящее время увеличение данного показателя сопряжено с необходимостью разработки и внедрения новых технологий изготовления электрических машин, связанных с увеличением электромагнитных нагрузок, интенсификации охлаждения и со снижением массы элементов конструкции. Например, увеличение удельной мощности ЭСУ возможно при высокой степени интеграции ее элементов и применении новых технологических подходов, таких как топологическая оптимизация, композитные технологии, аддитивные технологии и др.

1.3 Перспективы применения синхронных электрических машин с постоянными магнитами в качестве электродвигателей для систем электродвижения малых летательных аппаратов

Тенденции последних лет показывают, что синхронные машины (СМ) с постоянными магнитами находят широкое применение в авиации и ракетной технике. Синхронные двигатели (СД) применяются главным образом для привода устройств большой мощности. Такие двигатели по своим технико-экономическим показателям превосходят двигатели других типов [31-40]. Также СМ с ПМ полностью автономны и не требуют дополнительной энергии на возбуждение, обладают лучшими энергетическими показателями, простотой конструкции, большим сроком службы, надежностью и способностью исправно работать при высоких частотах вращения и мощностях.

При разработке электрических машин увеличение удельных показателей возможно за счет:

- интенсификации охлаждения: электромеханическое преобразование энергии в электрических машинах (ЭМ) сопровождается преобразованием электрической или механической энергии в тепло. Тепло, выделяемое при работе машины, нагревает отдельные части ЭМ, повышая их температуру. Чрезмерное повышение температуры может вызвать в ЭМ снижение электрической и механической прочности изоляции обмоток. Системы охлаждения ЭМ разрабатываются для того, чтобы избежать перегрева. По сути, система охлаждения – интегрированная с ЭМ система, отводящая избыточное тепло с помощью специальной жидкости или газа – хладагента;

- увеличения электромагнитных и механических нагрузок: снижение массы и габаритов электрических машин достигается путем применения новых конструктивных и электромагнитных материалов, повышения электромагнитных и механических нагрузок. Следствием этого является увеличение удельных тепловых нагрузок, что требует существенного повышения интенсивности охлаждения. Особое внимание должно быть уделено жидкостным системам охлаждения, разработке рациональных конструкций, вопросам оптимизации электромагнитных и тепловых параметров. Это требует комплексного подхода к проектированию, согласования электромагнитного и теплового расчетов с конструкцией;

- применения новых материалов: магнитных, проводниковых, изоляционных, конструктивных;

- уменьшения сечений конструктивных элементов и применения аддитивных технологий;

- уменьшения величины воздушных зазоров на пути магнитного потока;

- повышения частоты вращения ротора.

1.4 Способы повышения удельных показателей синхронных электрических машин и обоснование принятых конструктивных решений

Одним из способов повышения удельных характеристик на текущий момент является применение системы возбуждения электрических машин с радиально-тангенциальными постоянными магнитами [41]. Эффект постоянных магнитов, создающий сильное поле с одной стороны и практически нулевое поле с другой, иногда называют «односторонним магнитным потоком», открыл Джон Маллинсон в 1970-х годах [42]. Позже в 1980-х Клаус Хальбах создал то, что сейчас известно как массивы Хальбаха, используя их для фокусировки и направления лучей в ускорителях частиц [43, 44].

Магнитная сборка Хальбаха (см. рисунок 1.12) – особая конфигурация ПМ, характеризующаяся тем, что магнитное поле с одной стороны практически полностью отсутствует благодаря особому расположению элементов сборки.

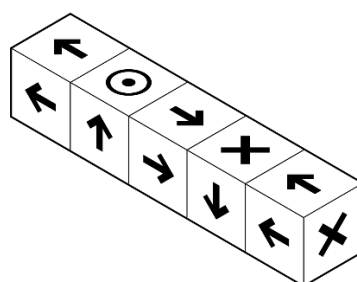
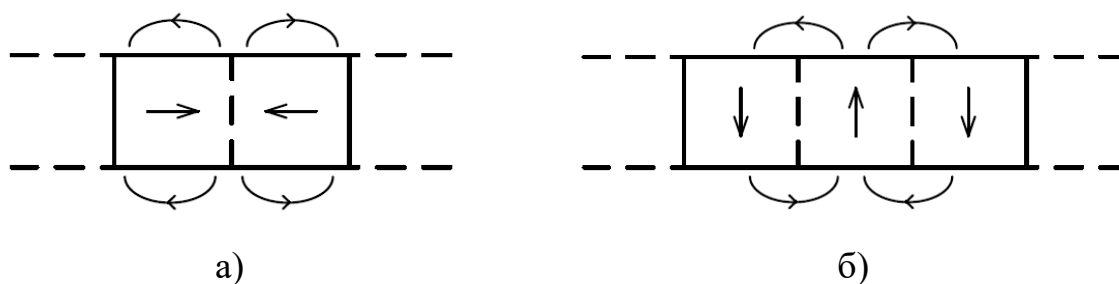


Рисунок 1.12 – Магнитная сборка Хальбаха

Рассмотрим две бесконечно длинные магнитные сборки, составленные из ПМ с одинаковыми по модулю векторами намагниченности:

- а) с переменным вектором намагниченности относительно оси x (см. рисунок 1.13а);
- б) с переменным вектором намагниченности относительно оси y (см. рисунок 1.13б).



а – относительно оси x , б – относительно оси y

Рисунок 1.13 – Магнитная сборка с переменным вектором намагниченности

Поля в верхних и нижних полуплоскостях обеих систем имеют периодический характер. Если совместить сборки таким образом, чтобы поля совпадали в одной полуплоскости, то в другой они будут противоположно направлены, тем самым ослабевая друг друга. В результате суперпозиции магнитных полей двух систем получается система, магнитный поток которой с одной стороны практически отсутствует, а с другой – почти вдвое больше, по сравнению с начальными сборками (в идеальном случае). Полученная магнитная система – магнитная сборка Хальбаха – представлена на рисунке 1.14 и характеризуется следующими свойствами:

- наверху магнитной сборки магнитный поток в идеальном случае в два раза интенсивнее;
- внизу магнитной сборки магнитный поток в идеальном случае отсутствует, при условии, что сборка имеет бесконечную длину.

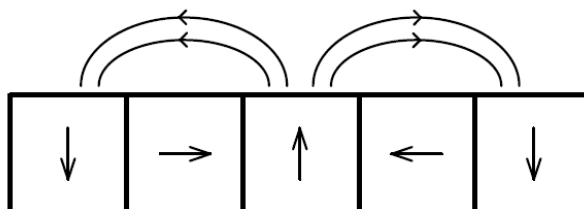


Рисунок 1.14 – Магнитная сборка Хальбаха

Картина распределения силовых линий системы возбуждения с радиальными и радиально-тангенциальными постоянными магнитами (сборка Хальбаха) представлена на рисунке 1.15.

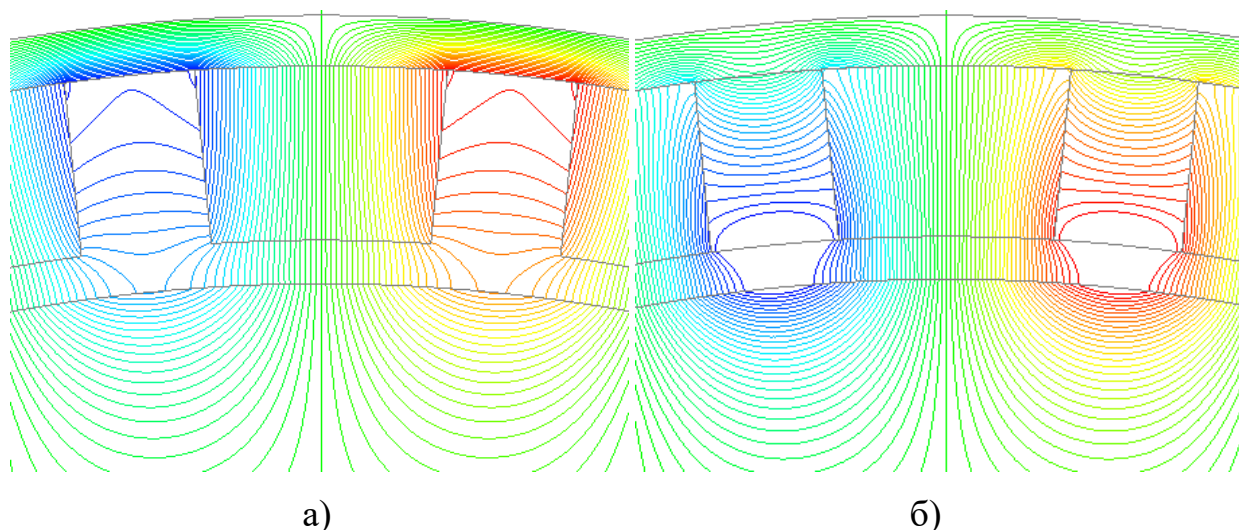


Рисунок 1.15 – Картина распределения силовых линий системы возбуждения с радиальными (а) и радиально-тангенциальными (б) постоянными магнитами

Как видно из рисунка 1.15 в схеме с радиально-тангенциальными постоянными магнитами магнитный поток в области воздушного зазора существенно больше, чем в схеме с радиальными магнитами [45]. При этом магнитный поток в зоне ярма ротора существенно ниже, что позволяет уменьшить толщину ярма и, следовательно, массу электрической машины.

Широкому использованию магнитных сборок Хальбаха препятствует сложность их технологической сборки и обеспечения их механической прочности, а также их более высокая стоимость по сравнению с традиционными роторами.

Хотя электродвигатели на базе магнитной системы Хальбаха еще не получили широкого распространения, они предоставляют ощутимые преимущества по сравнению с обычными конструкциями, включая высокую удельную мощность и высокий КПД. Одним из факторов, обеспечивающих эти преимущества, является то, что двигатель, использующий магнитную сборку Хальбаха, имеет большее значение магнитной индукции в области воздушного зазора и при этом требуется меньшая толщина ярма индуктора [44]. Важно

отметить, что наибольшая эффективность от использования схемы Хальбаха достигается в электрических машинах с большим количеством пар полюсов.

Основной результат, который обеспечивает схема Хальбаха, заключается в том, что магнитный поток, проходящий через рабочий зазор и сцепленный с обмоткой якоря (ОЯ) увеличивается. А магнитный поток, проходящий через основание магнитов и ярмо индуктора – уменьшается. Увеличение полезного потока через рабочий зазор сокращает необходимую активную осевую длину ЭМ, а уменьшение потока в основании радиального магнита позволяет уменьшить по высоте ярмо индуктора, что положительно сказывается на массе всей ЭМ, особенно это касается машин с внешним ротором, у которых ярмо индуктора располагается на большом диаметре.

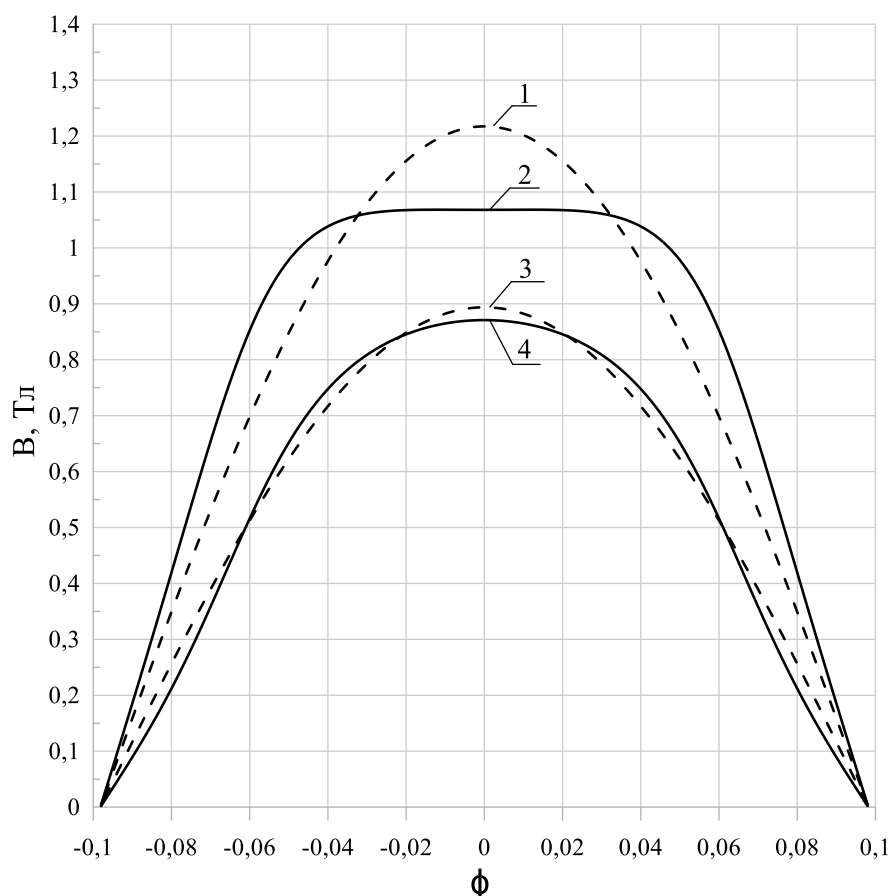
В работах [46, 47] было получено решение задачи магнитного поля периодической системы постоянных магнитов, расположенных между двумя цилиндрическими ферромагнитными областями. На основе этого решения можно проиллюстрировать и сравнить традиционную схему возбуждения с радиальными постоянными магнитами и схему с радиально-тангенциальными постоянными магнитами. Получено выражение (1) для расчета радиальной составляющей магнитной индукции в случае разноименнополюсной системы ПМ.

$$B_{\rho.B}(\rho, \varphi) = 2B_r \frac{p^2 R_{MB}}{\pi \rho} \sum_{n=1,3,\dots}^{N \rightarrow \infty} \left[n \left(\frac{\rho}{R_{MB}} \right)^{np} \frac{1}{R_{OTH}^{2np-1}} \left(1 + \left(\frac{R_B}{\rho} \right)^{2np} \right) \left(R_I^{2np} R_{II}^{np-1} \frac{R_{III}^{np+1}-1}{n^2 p^2 - 1} \times \sin \left[(np-1) \frac{\alpha_M}{2} \right] \cos(np\varphi - \alpha_j) + \right. \right. \quad (1.1)$$

$$\left. \left. + \frac{R_{III}^{np-1}-1}{n^2 p^2 - 1} \sin \left[(np+1) \frac{\alpha_M}{2} \right] \cos(np\varphi + \alpha_j) \right) \right],$$

где $R_I = \frac{R_{MH}}{R_H}$, $R_{II} = \frac{R_{MB}}{R_{MH}}$, $R_{III} = \frac{R_B}{R_{MB}}$, $R_{OTH} = \frac{R_B}{R_H}$, R_{MH} – наружный радиус магнита, R_H – наружный радиус цилиндрической ферромагнитной области, R_{MB} – внутренний радиус магнита, R_B – внутренний радиус цилиндрической ферромагнитной области, B_r – остаточная индукция магнита, p – число пар полюсов, α_M – угловая ширина магнита, α_j – угол между осью симметрии магнита и вектором намагниченности, ρ – радиальная координата, φ – угловая координата.

Результаты расчета радиальной составляющей магнитной индукции для схем с радиальными ПМ и магнитной сборкой Хальбаха представлены на рисунке 1.16 в виде зависимости величины магнитной индукции в рабочем зазоре от механического угла при числе пар полюсов 16.



1,2 – кривая и первая гармоническая магнитной индукции для сборки Хальбаха;
3,4 – кривая и первая гармоническая магнитной индукции для схемы с радиальными магнитами

Рисунок 1.16 – Зависимость величины магнитной индукции в зазоре от механического угла

Как видно из графика, увеличение магнитной индукции при использовании магнитной сборки Хальбаха по сравнению с обычными радиальными магнитами составляет более 20 % (при незначительном увеличении объема и массы магнитов), что позволяет сократить осевую длину электрической машины, уменьшив тем самым как активное, так и индуктивное сопротивления обмотки якоря, и повысить энергетические характеристики электродвигателя.

Еще одним способом повышения удельной мощности является увеличение электромагнитных нагрузок, что в свою очередь требует интенсификации системы охлаждения. Более высокие удельные показатели электрических машин достигаются при жидкостной системе охлаждения [48]. В настоящее время известны три основных типа конструкции электрических машин с жидкостной конвективной системой охлаждения [49]:

- с канальным охлаждением, в которых теплопередача осуществляется через активные и конструктивные элементы машины к хладагенту, циркулирующему в каналах;
- с непосредственным омыванием проточным хладагентом тепловыделяющих элементов, заключенных в герметизированные полости;
- с непосредственным струйным охлаждением, в которых осуществляется конвективный теплообмен с жидким хладагентом, подаваемым струями во внутренний объем машины непосредственно на поверхности тепловыделяющих элементов.

При рассмотрении вышеперечисленных систем охлаждения, наиболее эффективной, позволяющей существенно повысить электромагнитные нагрузки, принято считать с непосредственным омыванием хладагентом тепловыделяющих элементов [49]. Для достижения максимальной эффективности данного типа охлаждения целесообразнее использовать обмотку статора с зубцовым шагом, которая в свою очередь предпочтительней распределенной обмотки по ряду причин:

- 1) при использовании зубцовой обмотки вылет лобовых частей получается минимально возможным, за счет чего имеется выигрыш по массе и осевой длине машины [50];
- 2) зубцовая обмотка более технологична;
- 3) имеет малую вероятность короткого замыкания (КЗ) и пробоев, за счет чего более надежна;

4) при использовании зубцовой обмотки в пазу между катушками естественным образом получается канал через который может проходить хладагент.

В связи с этим в данной работе в качестве жидкостной системы охлаждения выбрана прокачка хладагента через пазы статора. Постоянные магниты не нуждаются в принудительном жидкостном охлаждении, поэтому в рассматриваемом электродвигателе используется капсулирование статора. Для снятия потерь с ротора, вызванных вихревыми токами в области постоянных магнитов, будет использована воздушная система охлаждения. В качестве воздушной системы охлаждения предполагается охлаждение ротора и магнитов воздухом по наружной поверхности ярма индуктора и через рабочий зазор.

Пример схожей конструкции охлаждения машины представлен в работе Ноттингемского университета (Великобритания) [51]. В источнике приводится информация о разработке генератора с ПМ мощностью 4 МВт и частотой вращения 15000 мин^{-1} для будущих гибридных самолетов. Генератор представляет собой синхронную электрическую машину, особенностью которой является конструкция ротора, на котором установлены ПМ, имеющие 8 различных направлений намагниченности (см. рис. 1.17а) – сборка Хальбаха, а также оригинальная система охлаждения статора машины (см. рис. 1.17б). Используется канальная система охлаждения статора: масло подается с торцов машины, прокачивается через пазы и выходит в середине пакета статора. При этом отсутствуют дополнительные гидравлические потери, так как статор отделен от ротора стеклотекстолитовой втулкой.

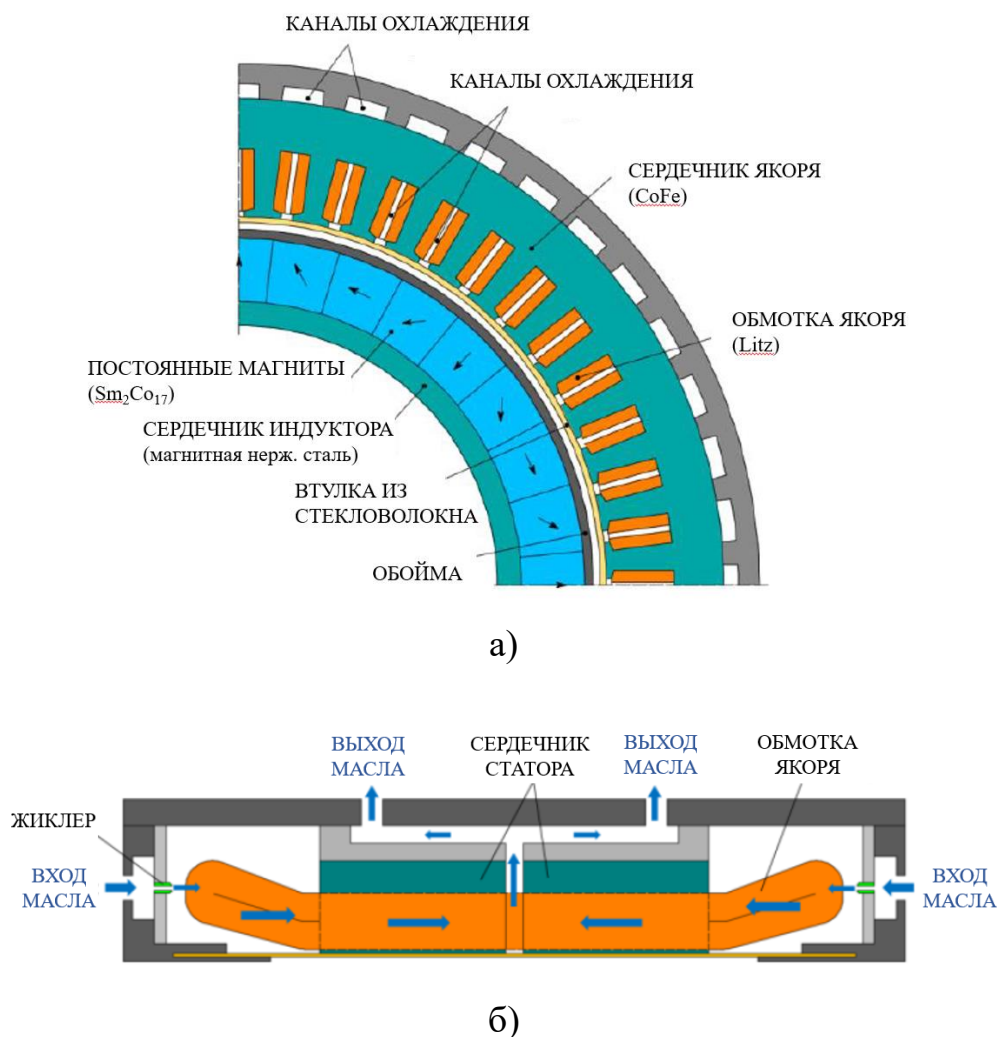


Рисунок 1.17 – СМ с ПМ с магнитной системой Хальбаха (а) и схема, показывающая путь охлаждающей жидкости внутри генератора (б)

При такой системе охлаждения особенно важна конструкция и материал разделяющей втулки. Она не должна быть электропроводящей, так как размещена в переменном магнитном поле. Толщина ее должна быть как можно меньше, с целью минимизации величины немагнитного зазора. Стоит отметить, что при диаметре расточки якоря – 273 мм, активной осевой длине – 210 мм и мощности – 4 МВт, требуемый расход охлаждающей жидкости составляет 500 л/мин, что вызывает сомнения в практической целесообразности реализации данной электрической машины [51].

В данной системе охлаждения в качестве хладагента следует использовать диэлектрические жидкости. В таблице 1.6 представлены результаты анализа информации о подходящих видах охлаждающих жидкостей.

Таблица 1.6 – Характеристики охлаждающих жидкостей

Параметр	Название						
	<i>FC-43</i> [52]	<i>Novec 7000</i> [53]	ПМС -5 [54]	<i>Sylterm-800</i> [55]	CBC	Вода	Масло ИПМ-10 [56]
Температура кипения, °C	174	34	300	400	94	100	190
Температура застывания, °C	-50	-122	-64	-60	-25	0	-50
Критическая температура, °C	294	165	–	427	–	–	–
Плотность жидкости, кг/м ³	1860	1400	980	936	940	1000	820
Удельное сопротивление, Ом·см	$3,4 \cdot 10^{15}$	-	$1 \cdot 10^{15}$	–	$1,5 \cdot 10^7$ (спирт)	$1 \cdot 10^5$	–
Удельная теплоемкость, Дж/(кг·K)	1100	1300	1549	1779	4200	4190	1670
Теплопроводность, Вт/(м·K)	0,065	0,075	0,167	0,1162	0,347	0,653	–
Вязкость, сСт	1,2 (50 °C)	0,28 (34 °C)	5 (25 °C)	2,36 (120 °C)	–	0,6 (50 °C)	16,3 (40 °C)

Так как в системе электродвижения летательного аппарата необходим также преобразователь с высокими удельными показателями, его тоже рационально охлаждать жидкостью. Это позволит снизить его массогабаритные параметры, увеличив удельные показатели. Так как температура обмотки якоря электродвигателя может достигать температуры 200 °C, наиболее подходящими жидкостями являются ПМС-5, ИПМ-10 и *Sylterm-800*. Однако использование масла ИМП-10 невозможно в преобразователе частоты из-за большой вязкости. В качестве хладагента рассматривается жидкость ПМС-5, которая доступна и подходит как для охлаждения преобразователей, так и для электрических машин.

Полиметилсилоксановая жидкость ПМС-5 [53, 57] представляет собой смесь полимеров линейной и разветвленной структуры. Обладает низкой летучестью, высокой устойчивостью при низких температурах, хорошими диэлектрическими свойствами, высокой стойкостью к окислению и инертностью. Предназначена для использования в качестве низко- и высокотемпературного теплоносителя для

приборов, демпфирующей жидкости. Температура кипения ПМС-5 составляет 135 °С, температура застывания составляет -65 °С, плотность жидкости – 918 кг/м³.

При выборе материалов активной зоны электродвигателя для получения наиболее высоких массо-энергетических показателей в качестве материала магнитопровода статора (якоря) может быть выбран прецизионный магнитомягкий сплав 49К2ФА [58, 59], который характеризуется высоким значением индукции насыщения на уровне 2,4 Тл. Для сравнения, традиционно используемая в электрических машинах с высокой частотой перемагничивания электротехническая сталь марки 2421 характеризуется индукцией насыщения на уровне 1,8 Тл. Кривые намагничивания сплава 49К2ФА и электротехнической стали 2421 приведены на рисунке 1.18.

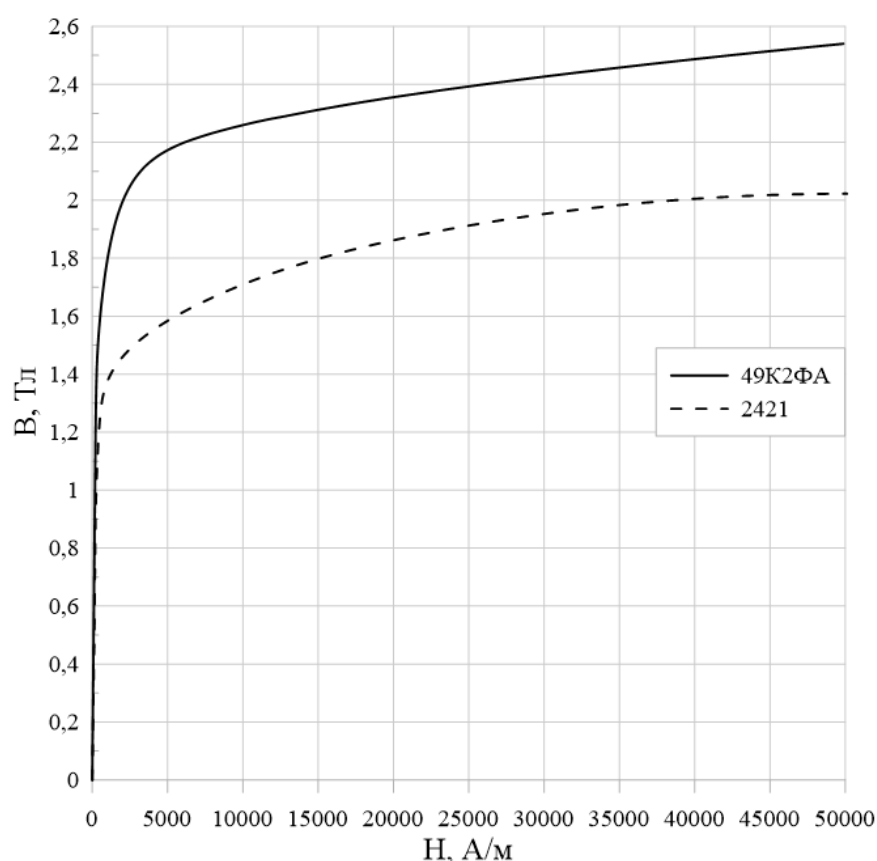


Рисунок 1.18 – Кривые намагничивания сплава 49К2ФА и электротехнической стали 2421

Основным недостатком данного сплава является его высокая стоимость. Однако, использование данного сплава позволяет заложить большие значения

магнитных индукций в различных частях магнитопровода, что для других сталей привело бы к перенасыщению. Благодаря этому может быть снижен объем стали магнитопровода и увеличена удельная мощность электрической машины.

В качестве материала магнитопровода ротора (индуктора) рационально использовать конструкционную легированную сталь 30ХГСА [60]. Она характеризуется магнитным насыщением при индукции 1,6 Тл. Её физические и механические свойства представлены в таблице 1.7. Стоит отметить, что данная марка стали отличается повышенным значением прочности и устойчивости к ударным нагрузкам, высокими пластичными свойствами, износоустойчивостью [61].

Таблица 1.7 – Физические и механические свойства стали 30ХГСА

Параметр	Значение
Плотность материала, кг/м ³	7850
Температура плавления, °С	~1500
Теплопроводность, Вт/м·К	30-38
Предел текучести, МПа	820

Наиболее распространенными среди высокоэнергетических постоянных магнитов являются неодимовые и самарий-кобальтовые. Неодимовые постоянные магниты состоят из сплава неодима, железа и бора ($NdFeB$) [62]. Для увеличения коррозионной стойкости эти магниты покрываются никелем, цинком или медью. К преимуществам неодимовых постоянных магнитов можно отнести их высокие магнитные свойства и то, что со временем они практически не размагничиваются. Самарий-кобальтовые ($SmCo$) магниты наиболее распространены в области авиации. В первую очередь это связано с тем, что температурный режим, при котором магнитные свойства остаются относительно стабильными, находится в пределах от -60 °С до +250 °С [63]. Магниты данного типа не нуждаются в дополнительном покрытии, поскольку не подвергаются коррозии. Наиболее распространенной и обладающей наилучшими характеристиками является марка

магнитов КС25ДЦ-240, свойства которых приведены в таблице 1.8 при температуре 25 °С.

Таблица 1.8 – Свойства магнитов марки КС25ДЦ-240

Параметр	Значение
Остаточная магнитная индукция, Тл	1,1
Коэрцитивная сила по намагниченности, кА/м	780
Температурный коэффициент изменения магнитной индукции, %/°С	-0,03
Теплопроводность, Вт/м·К	12
Температура Кюри, °С	800
Предел прочности, МПа	285
Плотность, кг/м ³	8300
Электрическое сопротивление, мкОм·см	85

Так как неодимовые магниты имеют более высокие магнитные свойства, использование таких магнитов позволяет уменьшить объем и массу магнитов, необходимых для создания требуемого потока, что в свою очередь приводит к увеличению удельной мощности электрической машины. При этом марки неодимовых магнитов отличаются как по остаточной индукции, так и по температуре эксплуатации [62]. На остаточную индукцию указывает число в марке магнитов, на текущий момент известны марки от *N30* до *N52*. По температуре эксплуатации различают следующие температурные индексы постоянных магнитов: *N* – до 80 °С, *M* – до 100 °С; *H* – до 120 °С; *SH* – до 150 °С; *UH* – до 180 °С, *EH* – до 200 °С [62]. При превышении данных температур постоянные магниты начинают терять свои энергетические свойства. Важно отметить, что при увеличении температурного индекса уменьшается диапазон выбора марки постоянных магнитов с наиболее высокой остаточной индукцией, например, с индексом *M* доступна марка *N50M*, с индексом *H* – *N48H*, с индексом *SH* – *N45SH* и т.д. В связи с наличием значительных потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов и температурой эксплуатации электродвигателя в данной работе рассматривается использование постоянных магнитов марки *N50M* [62]. Свойства данного магнита при температуре 80 °С представлены в таблице 1.9.

Таблица 1.9 – Свойства магнита *N50M*

Параметр	Значение
Остаточная магнитная индукция, Тл	1,3
Коэрцитивная сила по намагниченности, кА/м	1000
Температурный коэффициент изменения магнитной индукции, %/°C	-0,12
Температурный коэффициент изменения напряженности, %/°C	-0,675
Теплопроводность, Вт/м·К	7,6
Теплоемкость, Дж/кг·К	460
Температура Кюри, °C	310
Предел прочности, МПа	285
Плотность, кг/м ³	7500
Электрическое сопротивление, мкОм·см	180

Выводы по главе

1. Анализ летательных аппаратов с электрической силовой установкой системы электродвижения показал актуальность данного направления и, что в настоящее время потребной мощностью электродвигателя для малых летательных аппаратов является диапазон от 100 до 150 кВт.

2. Анализ электродвигателей с высоким показателем удельной мощности для систем электродвижения летательных аппаратов показал, что в настоящее время максимальное значение удельной мощности составляет 3-4 кВт/кг при частоте вращения на уровне 2000 мин⁻¹.

3. Обоснованы перспективы применения синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов и предложены способы повышения удельной мощности за счет использования схемы возбуждения с радиально-тангенциальными постоянными магнитами и интенсификации охлаждения.

4. Обоснованы выбранные конструктивные решения и материалы активной зоны синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов для ЭСУ ЛА.

2 АНАЛИТИЧЕСКАЯ МЕТОДИКА РАСЧЕТА СИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН С РАДИАЛЬНО-ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМИ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

В настоящее время при разработке и проектировании синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов применяются классические аналитические методики, основанные на методе эквивалентных магнитных цепей [33, 64-68]. Аналитические методики расчета синхронных машин с возбуждением от постоянных магнитов являются полезными инструментами для предварительных оценок и анализа, но могут потребовать дополнительных проверок или использования более точных численных методов для более точных результатов.

Существующие аналитические методики расчета синхронных машин с возбуждением от постоянных магнитов имеют некоторые недостатки, которые могут ограничить их применение и точность решения. Некоторые из них включают:

1) упрощенные предположения: аналитические методики часто основаны на упрощенных предположениях, которые могут не учитывать все факторы и особенности конкретной синхронной машины. Например, они могут предполагать идеальное расположение постоянных магнитов или равномерное распределение магнитной индукции, что может вносить неточности при выполнении расчетов;

2) ограничения геометрии: аналитические методики могут ограничиваться определенными геометрическими конфигурациями или предполагать осесимметрию. Это может ограничить их применимость к более сложным синхронным машинам с нетривиальной геометрией;

3) учет насыщения: аналитические методики могут иметь сложности в учете насыщения магнитной системы синхронной машины, особенно при высоких уровнях магнитной индукции. Это может приводить к некорректным оценкам магнитных полей и потерь;

4) точность решения: аналитические методики могут иметь ограниченную точность решения, особенно при сложных геометриях или в случае наличия неточностей во входных данных (например, в распределении магнитной индукции в постоянных магнитах);

5) сложность расчета: некоторые аналитические методики могут быть достаточно сложными для реализации и требовать специализированного программного обеспечения или математического аппарата. Это может затруднить их использование в практических расчетах или требовать определенной квалификации у пользователя.

В данной главе представлено новое аналитическое решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости якоря. Приведены результаты аналитического расчета синхронного электродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов и построены его основные характеристики.

2.1 Решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора

Так как предполагается использование зубцовой обмотки статора, при которой шлиц паза становится достаточно большим, поверхность якоря становится существенно зубчатой. Существующие аналитические методики не позволяют достаточно точно учесть зубчатость статора, в связи с этим получено новое аналитическое решение задачи поля возбуждения с учетом зубчатости статора [69-71].

Рассматривается электродвигатель с внешним ротором, эскиз активной зоны которого представлен на рисунке 2.1. Анализ магнитного поля в области воздушного зазора показывает, что внутренним расширением паза якоря при рассмотрении магнитного поля возбуждения можно пренебречь.

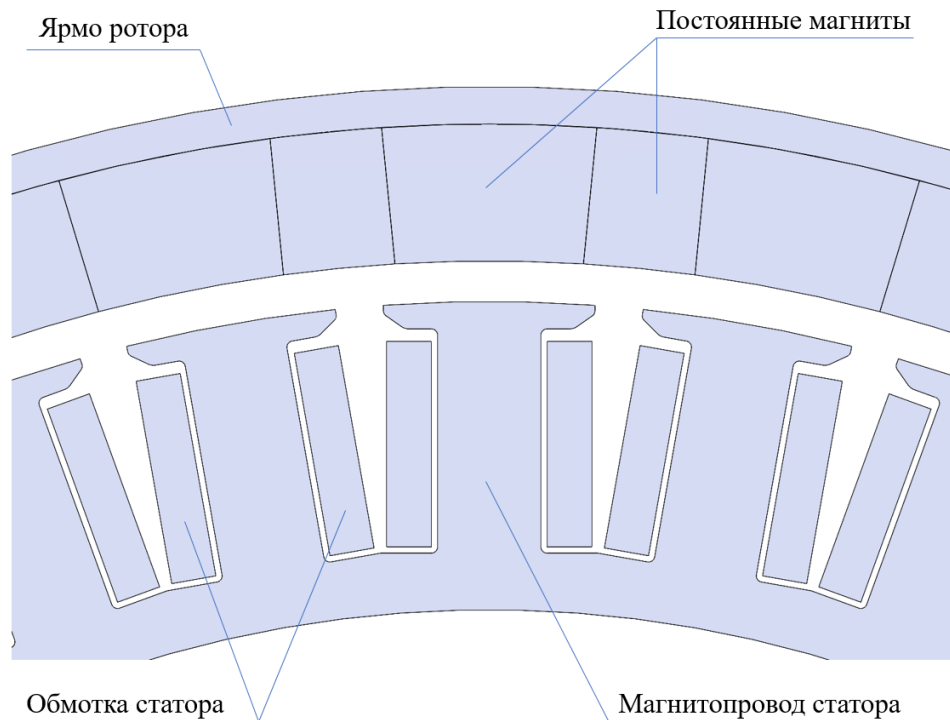
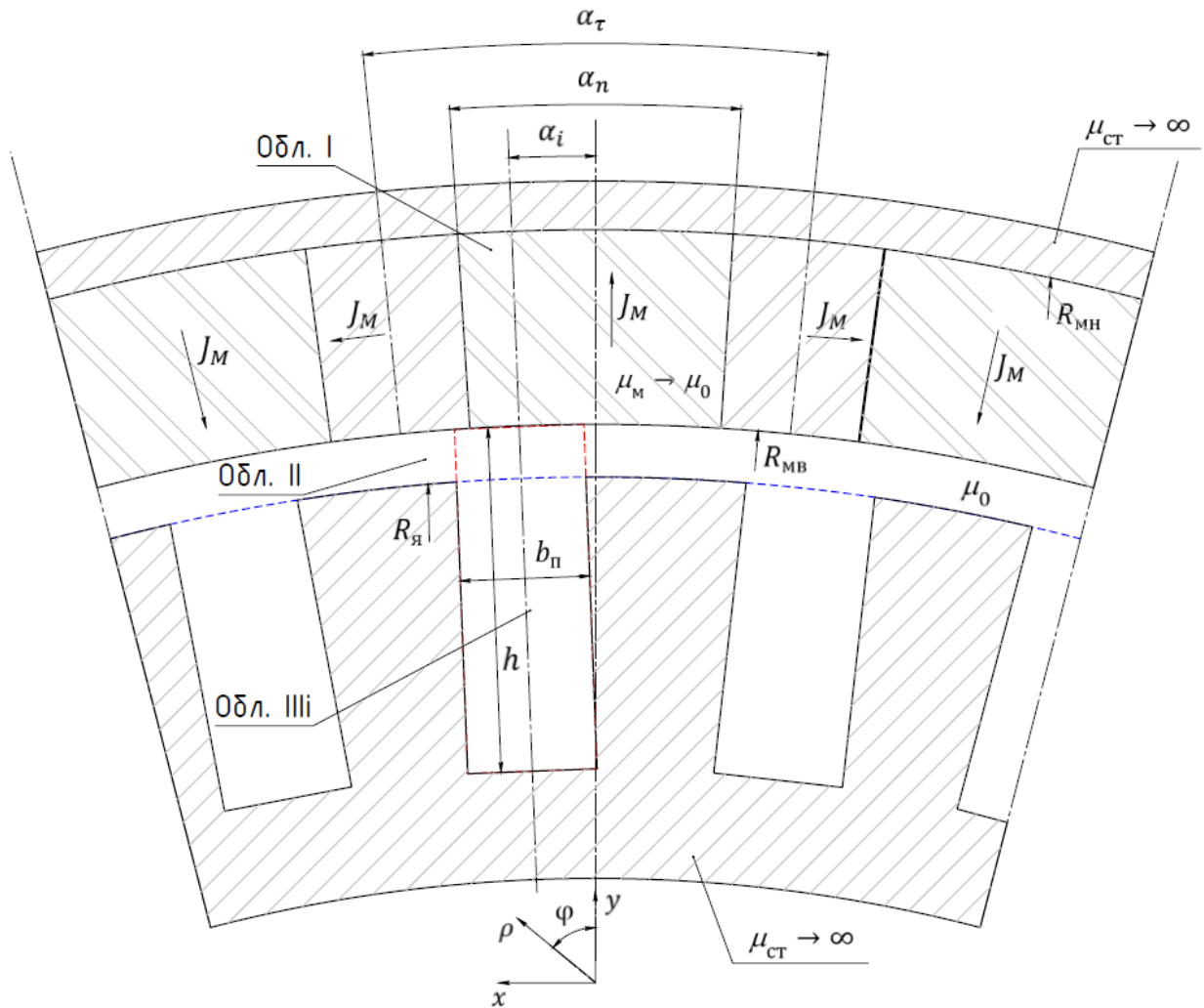


Рисунок 2.1 – Эскиз активной зоны электродвигателя

На рисунке 2.2 представлена расчетная модель для определения магнитного поля, создаваемого постоянными магнитами. Основными элементами активной зоны электрической машины являются постоянные магниты и магнитопроводы статора и ротора. Ширина пазов статора соответствует ширине шлица реальной геометрии электродвигателя.

Главной особенностью рассматриваемой модели является учет зубчатости статора. При анализе магнитных полей целесообразно принятие характеристик магнитов линейными с отношением остаточной индукции магнитов B_r к коэрцитивной силе H_c равным μ_0 . При этом намагниченность магнита J_M является постоянной величиной, численно равной $J_M = B_r / \mu_0$. В рассматриваемой магнитной системе постоянные магниты располагаются в кольцевой области с магнитной проницаемостью μ_0 между двумя ферромагнитными областями с бесконечно большой магнитной проницаемостью $\mu_{ст} \rightarrow \infty$.

При решении задачи рационально использовать метод Шварца [72]. Сущность метода заключается в последовательном приближении итерационным путем к искомому решению.



R_{MB} – внутренний радиус магнитов; R_{MH} – наружный радиус магнитов;
 $R_{я}$ – наружный радиус магнитопровода якоря; J_M – намагниченность магнитов;
 $b_{п}$ – ширина паза, принятая равной ширине шлица реального паза якоря;
 h – суммарная высота паза и немагнитного зазора между якорем и индуктором;
 α_i – угол сдвига между осями симметрии радиального ПМ и паза якоря;
 α_n – угловая ширина радиального постоянного магнита; α_τ – полюсный угол;
 $\mu_{ст}$, μ_M – магнитные проницаемости магнитопроводов и магнитов; μ_0 – магнитная постоянная

Рисунок 2.2 – Расчетная модель для определения магнитного поля

В соответствии с методом гармонического анализа, сложная область активной зоны представлена совокупностью трех простых однородных частичных областей [73]:

– областью I = $\left\{ \begin{array}{l} R_{MB} \leq \rho \leq R_{MH} \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{array} \right\}$ постоянных магнитов;

- областью II = $\left\{ \begin{matrix} R_{\text{я}} \leq \rho \leq R_{\text{мв}} \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{matrix} \right\}$ немагнитного зазора между постоянными магнитами и поверхностью якоря;
- областью III_i = $\left\{ \begin{matrix} 0 \leq x_i \leq h \\ -b_{\text{п}}/2 \leq y_i \leq b_{\text{п}}/2 \end{matrix} \right\}$ немагнитных участков между ферромагнитными областями якоря.

Периодичность магнитного поля в рабочем зазоре определяется числом пазов на полюс и фазу обмотки якоря q , которое в общем случае может быть представлено в виде суммы целого числа b и правильной несократимой дроби c/d . Для целых чисел q также можно использовать данное представление, если принять $c/d = 0/1$. Знаменатель d определяет минимально необходимое количество полюсов для реализации обмотки якоря. С учетом того, что количество полюсов в электрической машине должно быть четным числом, минимально необходимое количество пар полюсов $p_{\text{min}} = d$, если d является нечетным числом, и $p_{\text{min}} = d/2$, если d является четным числом. Реальное количество пар полюсов электрической машины может быть кратно больше p_{min} , т.е. $p = k_p p_{\text{min}}$, где k_p – натуральное число. Период изменения магнитного поля в этом случае будет определяться следующим соотношением:

$$\alpha_{\tau} = 2\pi/k_p. \quad (2.1)$$

При нечетном d в составляющих магнитных величин будут отсутствовать четные гармонические и можно ограничиться рассмотрением магнитного поля на половине периода.

Рассмотрим частичную область I = $\left\{ \begin{matrix} R_{\text{мс}} \leq \rho \leq R_{\text{мн}} \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{matrix} \right\}$ постоянных магнитов. В данной частичной области магнитостатическое поле должно удовлетворять системе уравнений:

$$\{rot \vec{H} = 0 \quad div \vec{B} = 0 \quad \vec{B} = \mu_0(\vec{H} + \vec{J})\}. \quad (2.2)$$

Вводя векторный магнитный потенциал:

$$\{rot \vec{A} = \vec{B} \quad div \vec{A} = 0\} \quad (2.3)$$

и учитывая плоскопараллельность магнитного поля, а также структуру и намагниченность постоянных магнитов, можно перейти для определения магнитного поля в частичной области I к решению внутренней краевой задачи Неймана для уравнения Пуассона [74]:

$$\Delta A_I(\rho, \phi) = -\mu_0 [\text{rot} \vec{J}]_z = -\mu_0 \left(\frac{J_\phi(\phi)}{\rho} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial J_\rho(\phi)}{\partial \phi} \right). \quad (2.4)$$

В силу периодичности магнитной системы функция векторного магнитного потенциала $A_I(\rho, \phi)$, а также ее частные производные $\partial A_I(\rho, \phi)/\partial \rho$ и $\partial A_I(\rho, \phi)/\partial \phi$, определяющие составляющие индукции магнитного поля, должны быть периодическими по ϕ с периодом α_τ . Кроме того, в частных производных $\partial A_I(\rho, \phi)/\partial \rho$ и $\partial A_I(\rho, \phi)/\partial \phi$ должна отсутствовать постоянная составляющая. Таким образом, граничные условия для частичной области I, которые определяются нормальными производными векторного магнитного потенциала на внутренней и наружной поверхностях, будут выглядеть следующим образом:

$$\left. \frac{\partial A_I(\rho, \phi)}{\partial \rho} \right|_{\rho=\begin{bmatrix} R_{MB} \\ R_{MH} \end{bmatrix}} = \begin{bmatrix} f_A(\phi) \\ 0 \end{bmatrix} - \mu_0 J_\phi(\phi), \quad (2.5)$$

где неизвестная функция $f_A(\phi)$ является периодической функцией с периодом α_τ без постоянной составляющей.

В [47] показано, что решение уравнения Пуассона для векторного магнитного потенциала в частичной области секторных магнитов I будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} A_I(\rho, \phi) = & \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\rho \left(A_n^{(c)} \cos(\alpha_n \phi) + A_n^{(s)} \sin(\alpha_n \phi) \right) + \right. \\ & + \frac{R_{MB} (\rho/R_{MH})^{\alpha_n} + (\rho/R_{MH})^{-\alpha_n}}{\alpha_n (R_I^{\alpha_n} - R_I^{-\alpha_n})} \left(\left[F_n^{(Ac)} - P_n^{(c)} \right] \cos(\alpha_n \phi) + \left[F_n^{(As)} - P_n^{(s)} \right] \sin(\alpha_n \phi) \right) + \\ & \left. + \frac{R_{MH} (\rho/R_{MB})^{\alpha_n} + (\rho/R_{MB})^{-\alpha_n}}{\alpha_n (R_I^{\alpha_n} - R_I^{-\alpha_n})} \left(P_n^{(c)} \cos(\alpha_n \phi) + P_n^{(s)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right], \end{aligned} \quad (2.6)$$

где $\alpha_n = \frac{2\pi n}{\alpha_\tau}$; $R_I = \frac{R_{MB}}{R_{MH}}$; $\begin{bmatrix} P_n^{(c)} \\ P_n^{(s)} \end{bmatrix} = \mu_0 \begin{bmatrix} J_n^{(\phi c)} \\ J_n^{(\phi s)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_n^{(c)} \\ A_n^{(s)} \end{bmatrix}$; $\begin{bmatrix} A_n^{(c)} \\ A_n^{(s)} \end{bmatrix} = \frac{\mu_0}{\alpha_n^2 - 1} \left(\begin{bmatrix} J_n^{(\phi c)} \\ J_n^{(\phi s)} \end{bmatrix} + \alpha_n \begin{bmatrix} -J_n^{(\rho s)} \\ J_n^{(\rho c)} \end{bmatrix} \right)$;

$$\begin{bmatrix} J_n^{(\rho c)} \\ J_n^{(\rho s)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_n^{(\phi c)} \\ J_n^{(\phi s)} \end{bmatrix} = \frac{2}{\alpha_\tau} \int_0^{\alpha_\tau} \begin{bmatrix} J_\rho(\phi) \\ J_\phi(\phi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) \\ \sin(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi; \quad \begin{bmatrix} F_n^{(Ac)} \\ F_n^{(As)} \end{bmatrix} = \frac{2}{\alpha_\tau} \int_0^{\alpha_\tau} f_A(\phi) \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) \\ \sin(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi.$$

Разложение составляющих намагниченности $J_\rho(\phi)$ и $J_\phi(\phi)$ в тригонометрический ряд (Фурье) представлено в Приложении А. В силу выбора системы координат:

$$J_n^{(\rho s)} = J_n^{(\phi c)} = 0 \Rightarrow A_n^{(c)} = P_n^{(c)} = 0. \quad (2.7)$$

Тогда приведенное к удобной для расчетов форме выражение для векторного магнитного потенциала в частичной области I будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} A_I(\rho, \phi) = & \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\rho \left(A_n^{(c)} \cos(\alpha_n \phi) + A_n^{(s)} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \frac{\alpha_n^{-1}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \times \right. \\ & \times \left[R_{M6} \left(R_I^{\alpha_n} \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n} + \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n} \right) \left([F_n^{(Ac)} - P_n^{(c)}] \cos(\alpha_n \phi) + \right. \right. \\ & \left. \left. + [F_n^{(As)} - P_n^{(s)}] \sin(\alpha_n \phi) \right) + \right. \\ & \left. + R_{MH} \left(\left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n} + R_I^{\alpha_n} \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n} \right) \left(P_n^{(c)} \cos(\alpha_n \phi) + P_n^{(s)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right] \\ & \Downarrow \\ A_I(\rho, \phi) = & - \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{\alpha_n^{-1} R_{M6}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left(R_I^{\alpha_n} \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n} + \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n} \right) \left(F_n^{(Ac)} \cos(\alpha_n \phi) + \right. \right. \\ & \left. \left. + F_n^{(As)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right] + \\ & + \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\left(A_n^{(s)} \rho + P_n^{(s)} \frac{\alpha_n^{-1} R_{M6}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left[(R_I^{\alpha_n} - R_I^{-1}) \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n} + (1 - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - R_I^{\alpha_n - 1}) \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n} \right] \right) \sin(\alpha_n \phi) \right]. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Составляющие индукции магнитного поля в частичной области I будут определяться следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
B_{\rho I}(\rho, \phi) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_I(\rho, \phi)}{\partial \phi} \quad \text{и} \quad B_{\phi I}(\rho, \phi) = -\frac{\partial A_I(\rho, \phi)}{\partial \rho} \\
&\Downarrow \\
B_{\rho I}(\rho, \phi) &= \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left(R_I^{\alpha_n+1} \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n-1} + \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \left(F_n^{(Ac)} \sin(\alpha_n \phi) - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - F_n^{(As)} \cos(\alpha_n \phi) \right) \right] - \\
&\quad - \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{P_n^{(s)}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left[(1 - R_I^{\alpha_n+1}) \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n-1} - (1 - R_I^{\alpha_n-1}) \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - A_n^{(s)} \alpha_n \right) \cos(\alpha_n \phi) \right] \\
&\Downarrow \\
B_{\phi I}(\rho, \phi) &= \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left(R_I^{\alpha_n+1} \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n-1} - \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \left(F_n^{(As)} \sin(\alpha_n \phi) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + F_n^{(Ac)} \cos(\alpha_n \phi) \right) \right] + \\
&\quad + \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{P_n^{(s)}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left[(1 - R_I^{\alpha_n+1}) \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n-1} + (1 - R_I^{\alpha_n-1}) \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - A_n^{(s)} \right) \sin(\alpha_n \phi) \right] \\
&\Downarrow \\
B_{\rho I}(\rho, \phi) &= \frac{1}{\rho} \frac{\partial A_I(\rho, \phi)}{\partial \phi} \quad \text{и} \quad B_{\phi I}(\rho, \phi) = -\frac{\partial A_I(\rho, \phi)}{\partial \rho} \Rightarrow \begin{bmatrix} B_{\rho I}(\rho, \phi) \\ B_{\phi I}(\rho, \phi) \end{bmatrix} = \\
&= \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left(R_I^{\alpha_n+1} \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n-1} \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix} \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \begin{bmatrix} F_n^{(Ac)} \\ F_n^{(As)} \end{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) + \right. \\
&\quad \left. + \begin{bmatrix} -F_n^{(As)} \\ F_n^{(Ac)} \end{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) \right] - \\
&\quad - \begin{bmatrix} - \\ + \end{bmatrix} \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\left(\frac{P_n^{(s)}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left[(1 - R_I^{\alpha_n+1}) \left(\frac{\rho}{R_{MH}} \right)^{\alpha_n-1} \begin{bmatrix} - \\ + \end{bmatrix} (1 - R_I^{\alpha_n-1}) \left(\frac{R_{M6}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right] \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - A_n^{(s)} \begin{bmatrix} \alpha_n \\ 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) \\ \sin(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} \right].
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Рассмотрим частичную область $\Pi = \left\{ \begin{matrix} R_{\text{я}} \leq \rho \leq R_{M6} \\ 0 \leq \phi \leq 2\pi \end{matrix} \right\}$ немагнитного зазора между постоянными магнитами и поверхностью якоря. В данной частичной области магнитостатическое поле должно удовлетворять системе уравнений:

$$\{ \text{rot} \vec{H} = 0 \quad \text{div} \vec{B} = 0 \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H} \}. \tag{2.10}$$

Вводя скалярный магнитный потенциал

$$-gradU = \vec{H} \quad (2.11)$$

и учитывая плоскопараллельность магнитного поля, можно перейти для определения магнитного поля в частичной области II к решению внутренней краевой задачи Дирихле для уравнения Лапласа

$$\Delta U_{II}(\rho, \phi) = 0. \quad (2.12)$$

Функция скалярного магнитного потенциала $U_{II}(\rho, \phi)$, а также ее частные производные $\partial U_{II}(\rho, \phi)/\partial \rho$ и $\partial U_{II}(\rho, \phi)/\partial \phi$, определяющие составляющие напряженности магнитного поля, должны быть периодическими по ϕ с периодом α_T . Также в частных производных $\partial U_{II}(\rho, \phi)/\partial \rho$ и $\partial U_{II}(\rho, \phi)/\partial \phi$ должна отсутствовать постоянная составляющая. Таким образом, граничные условия для частичной области II, которые определяются значениями скалярного магнитного потенциала на внутренней и наружной поверхностях, будут выглядеть следующим образом:

$$U_{II}(\rho, \phi)|_{\rho=[R_{я}, R_{мб}]} = \begin{bmatrix} \psi_U(\phi) \\ f_U(\phi) \end{bmatrix}. \quad (2.13)$$

Решая методом разделения переменных (Фурье) уравнение Лапласа (2.9) относительно скалярного магнитного потенциала с учетом периодичности функции $U_{II}(\rho, \phi)$ и граничных условий (2.13), получим следующее выражение для функции скалярного магнитного потенциала в частичной области II:

$$U_{II}(\rho, \phi) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{(\rho/R_{мб})^{\alpha_n} - (\rho/R_{я})^{-\alpha_n}}{R_{II}^{\alpha_n} - R_{II}^{-\alpha_n}} \left(\Psi_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + \Psi_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \right. \\ \left. - \frac{(\rho/R_{я})^{\alpha_n} - (\rho/R_{мб})^{-\alpha_n}}{R_{II}^{\alpha_n} - R_{II}^{-\alpha_n}} \left(F_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + F_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right], \quad (2.14)$$

$$\text{где } R_{II} = \frac{R_{я}}{R_{мб}}; \begin{bmatrix} F_n^{(Uc)} \\ F_n^{(Us)} \end{bmatrix} = \frac{2}{\alpha_T} \int_0^{\alpha_T} f_U(\phi) \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) \\ \sin(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi; \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Uc)} \\ \Psi_n^{(Us)} \end{bmatrix} = \frac{2}{\alpha_T} \int_0^{\alpha_T} \psi_U(\phi) \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) \\ \sin(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi.$$

Приведенное к удобной для расчетов форме выражение для скалярного магнитного потенциала в частичной области II будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned}
U_{II}(\rho, \phi) = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} & \left[\frac{1}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(\left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n} - R_{II}^{\alpha_n} \left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n} \right) \left(\Psi_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + \right. \right. \\
& \left. \left. + \Psi_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \right. \\
& \left. - \frac{1}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(R_{II}^{\alpha_n} \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n} - \left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n} \right) \left(F_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + F_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.15}$$

Составляющие индукции магнитного поля в частичной области II будут определяться следующими выражениями:

$$\begin{aligned}
B_{\rho II}(\rho, \phi) &= -\mu_0 \frac{\partial U_{II}(\rho, \phi)}{\partial \rho} \quad \text{и} \quad B_{\phi II}(\rho, \phi) = -\frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial U_{II}(\rho, \phi)}{\partial \phi} \\
&\Downarrow \\
B_{\rho II}(\rho, \phi) &= \mu_0 \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{\alpha_n R_{\text{я}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(R_{II}^{\alpha_n+1} \left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n-1} + \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \left(\Psi_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \Psi_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\alpha_n R_{\text{мб}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(\left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n-1} + R_{II}^{\alpha_n-1} \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \left(F_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + F_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right] \\
&\Downarrow \\
B_{\phi II}(\rho, \phi) &= \mu_0 \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{\alpha_n R_{\text{я}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(R_{II}^{\alpha_n+1} \left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n-1} - \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \left(\Psi_n^{(Us)} \cos(\alpha_n \phi) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \Psi_n^{(Uc)} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{\alpha_n R_{\text{мб}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(\left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n-1} - R_{II}^{\alpha_n-1} \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \left(F_n^{(Us)} \cos(\alpha_n \phi) - F_n^{(Uc)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right] \\
&\Downarrow \\
B_{\rho II}(\rho, \phi) &= -\mu_0 \frac{\partial U_{II}(\rho, \phi)}{\partial \rho} \quad \text{и} \quad B_{\phi II}(\rho, \phi) = -\frac{\mu_0}{\rho} \frac{\partial U_{II}(\rho, \phi)}{\partial \phi} \Rightarrow \begin{bmatrix} B_{\rho II}(\rho, \phi) \\ B_{\phi II}(\rho, \phi) \end{bmatrix} = \\
&\quad \mu_0 \times \\
&\quad \times \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{\alpha_n R_{\text{я}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(R_{II}^{\alpha_n+1} \left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n-1} \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix} \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Uc)} \\ \Psi_n^{(Us)} \end{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) + \right. \\
&\quad \left. + \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ -\Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \\
&\quad \left. - \frac{\alpha_n R_{\text{мб}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(\left(\frac{\rho}{R_{\text{мб}}} \right)^{\alpha_n-1} \begin{bmatrix} + \\ - \end{bmatrix} R_{II}^{\alpha_n-1} \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right) \begin{bmatrix} F_n^{(Uc)} \\ F_n^{(Us)} \end{bmatrix} \cos(\alpha_n \phi) + \begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ -F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \right).
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Связь коэффициентов $F_n^{(Ac)}$ и $F_n^{(As)}$ с коэффициентами $F_n^{(Uc)}$ и $F_n^{(Us)}$ можно определить из условия равенства на границе раздела частичных областей I и II тангенциальных составляющих напряженности магнитного поля:

$$\begin{aligned}
& H_{\phi I}(\rho, \phi) \Big|_{\rho=R_{MB}} - J_{\phi}(\phi) = H_{\phi II}(\rho, \phi) \Big|_{\rho=R_{MB}} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \frac{1}{\mu_0} \frac{\partial A_{II}(\rho, \phi)}{\partial \rho} \Big|_{\rho=R_{MB}} + J_{\phi}(\phi) = \frac{1}{\rho} \frac{\partial U_{II}(\rho, \phi)}{\partial \phi} \Big|_{\rho=R_{MB}} \Rightarrow f_A(\phi) = \frac{\mu_0}{R_{MB}} \frac{df_U(\phi)}{d\phi} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[F_n^{(Ac)} \cos(\alpha_n \phi) + F_n^{(As)} \sin(\alpha_n \phi) \right] = \frac{\mu_0}{R_{MB}} \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[F_n^{(Us)} \alpha_n \cos(\alpha_n \phi) - \right. \\
& \quad \left. - F_n^{(Uc)} \alpha_n \sin(\alpha_n \phi) \right]
\end{aligned} \tag{2.17}$$

$$\Downarrow \\
\begin{bmatrix} F_n^{(Ac)} \\ F_n^{(As)} \end{bmatrix} = \frac{\mu_0 \alpha_n}{R_{MB}} \begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ -F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} F_n^{(Uc)} \\ F_n^{(Us)} \end{bmatrix} = \frac{R_{MB}}{\mu_0 \alpha_n} \begin{bmatrix} -F_n^{(As)} \\ F_n^{(Ac)} \end{bmatrix}.$$

Связь коэффициентов $F_n^{(Uc)}$ и $F_n^{(Us)}$ с коэффициентами $\Psi_n^{(Uc)}$ и $\Psi_n^{(Us)}$ можно определить из условия равенства на границе раздела частичных областей I и II нормальных составляющих индукции магнитного поля:

$$\begin{aligned}
& B_{\rho I}(\rho, \phi) \Big|_{\rho=R_{MB}} = B_{\rho II}(\rho, \phi) \Big|_{\rho=R_{MB}} \Rightarrow \\
& \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1 + R_I^{2\alpha_n}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} \left(F_n^{(Ac)} \sin(\alpha_n \phi) - F_n^{(As)} \cos(\alpha_n \phi) \right) \right] + \\
& + \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\left(P_n^{(s)} \frac{1 + R_I^{2\alpha_n} - 2R_I^{\alpha_n-1}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} + A_n^{(s)} \alpha_n \right) \cos(\alpha_n \phi) \right] = \\
& = \mu_0 \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{2\alpha_n R_I^{-1} R_{II}^{\alpha_n+1}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(\Psi_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + \Psi_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) - \right. \\
& \quad \left. - \alpha_n R_{MB}^{-1} \frac{1 + R_{II}^{2\alpha_n}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \left(F_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi) + F_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right) \right] \\
& \Downarrow \\
& F_n^{(Us)} \frac{1 + R_I^{2\alpha_n}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} = \Psi_n^{(Us)} \frac{2R_{II}^{\alpha_n}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} - F_n^{(Uc)} \frac{1 + R_{II}^{2\alpha_n}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \Rightarrow \\
& \Rightarrow F_n^{(Us)} = \Psi_n^{(Us)} \frac{R_{II}^{\alpha_n} (1 - R_I^{2\alpha_n})}{1 - R_I^{2\alpha_n} R_{II}^{2\alpha_n}} \\
& \Downarrow \\
& F_n^{(Uc)} \frac{1 + R_I^{2\alpha_n}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} + \frac{R_{MB}}{\mu_0} \left(\frac{P_n^{(s)}}{\alpha_n} \frac{1 + R_I^{2\alpha_n} - 2R_I^{\alpha_n-1}}{1 - R_I^{2\alpha_n}} + A_n^{(s)} \right) = \Psi_n^{(Uc)} \frac{2R_{II}^{\alpha_n}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} - F_n^{(Uc)} \frac{1 + R_{II}^{2\alpha_n}}{1 - R_{II}^{2\alpha_n}} \Rightarrow \\
& \Rightarrow F_n^{(Uc)} = \Psi_n^{(Uc)} \frac{R_{II}^{\alpha_n} (1 - R_I^{2\alpha_n})}{1 - R_I^{2\alpha_n} R_{II}^{2\alpha_n}} - \frac{R_{MB}}{2\mu_0} \frac{1 - R_{II}^{2\alpha_n}}{1 - R_I^{2\alpha_n} R_{II}^{2\alpha_n}} \left(\frac{P_n^{(s)}}{\alpha_n} (1 + R_I^{2\alpha_n} - 2R_I^{\alpha_n-1}) + \right. \\
& \quad \left. + A_n^{(s)} (1 - R_I^{2\alpha_n}) \right) \\
& \Downarrow \\
& F_n^{(Us)} = \Psi_n^{(Us)} \frac{R_{II}^{\alpha_n} (1 - R_I^{2\alpha_n})}{1 - R_{отн}^{2\alpha_n}} \text{ и}
\end{aligned} \tag{2.18}$$

$$F_n^{(Uc)} = \Psi_n^{(Uc)} \frac{R_{II}^{\alpha_n} (1 - R_I^{2\alpha_n})}{1 - R_{отн}^{2\alpha_n}} - \frac{R_{MB}}{2\mu_0} \frac{1 - R_{отн}^{2\alpha_n}}{1 - R_{отн}^{2\alpha_n}} \left(\frac{P_n^{(s)}}{\alpha_n} (1 + R_I^{2\alpha_n} - 2R_I^{\alpha_n-1}) + A_n^{(s)} (1 - R_I^{2\alpha_n}) \right),$$

где $R_{отн} = R_{\text{я}}/R_{\text{мн}}$.

Рассмотрим частичную область $\Pi_i = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x_i \leq h \\ -b_n/2 \leq y_i \leq b_n/2 \end{array} \right\}$ немагнитных участков между ферромагнитными областями якоря. Для получения координат (x'_i, y_i) поворачиваем координаты (x, y) на угол α_i против часовой стрелки: $\begin{cases} x = x'_i \cos \alpha_i - y_i \sin \alpha_i \\ y = x'_i \sin \alpha_i + y_i \cos \alpha_i \end{cases}$. Для получения координат (x_i, y_i) смещаем координаты (x'_i, y_i) в направлении x_i на расстояние a : $x'_i = x_i + a$.

Связь координат (x_i, y_i) с координатами (ρ, ϕ) :

$$\begin{aligned} \begin{cases} \rho \cos \phi = (x_i + a) \cos \alpha_i - y_i \sin \alpha_i \\ \rho \sin \phi = (x_i + a) \sin \alpha_i + y_i \cos \alpha_i \end{cases} &\Rightarrow \begin{cases} x_i + a = \rho \frac{\cos \phi}{\cos \alpha_i} + y_i \frac{\sin \alpha_i}{\cos \alpha_i} \\ y_i = \rho \sin(\phi - \alpha_i) \end{cases} \Rightarrow \\ \begin{cases} x_i = \rho \cos(\phi - \alpha_i) - a \\ y_i = \rho \sin(\phi - \alpha_i) \end{cases} & \\ \Downarrow & \end{aligned} \quad (2.19)$$

$$\begin{cases} \rho = \sqrt{(x_i + a)^2 + y_i^2} \\ \tan(\phi - \alpha_i) = \frac{y_i}{x_i + a} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \rho = \sqrt{(x_i + a)^2 + y_i^2} \\ \phi = \arctan\left(\frac{y_i}{x_i + a}\right) + \alpha_i \end{cases}.$$

Решение уравнения Лапласа для частичной области Π_i :

$$\begin{aligned} \Pi_i = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x_i \leq h \\ -b_n/2 \leq y_i \leq b_n/2 \end{array} \right\} &\Rightarrow \begin{cases} y_i = y'_i - b_n/2 \\ y'_i = y_i + b_n/2 \end{cases} \Rightarrow \Pi_i = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x_i \leq h \\ 0 \leq y'_i \leq b_n \end{array} \right\} \Rightarrow \\ \Rightarrow \Delta U_{III}^{(i)}(x_i, y'_i) = \frac{\partial^2 U_{III}^{(i)}(x_i, y'_i)}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 U_{III}^{(i)}(x_i, y'_i)}{\partial y_i'^2} = 0 &\Rightarrow \\ \Rightarrow U_{III}^{(i)}(x_i, y'_i) \Big|_{x_i=0} = \begin{bmatrix} 0 \\ f^{(i)}(y'_i) \end{bmatrix} \text{ и } U_{III}^{(i)}(x_i, y'_i) \Big|_{y'_i=b_n} = \begin{bmatrix} \psi^{(1,i)}(x_i) \\ \psi^{(2,i)}(x_i) \end{bmatrix} &\Rightarrow \\ \Rightarrow U_{III}^{(i)}(x_i, y'_i) = \sum_{k=1}^{K \rightarrow \infty} \left[\left(\Psi_k^{(2,i)} \frac{\sinh(K_k^{(1)} y'_i)}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} - \right. \right. & \\ \left. \left. - \Psi_k^{(1,i)} \frac{\sinh(K_k^{(1)} (y'_i - b_n))}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \right) \sin(K_k^{(1)} x_i) \right] + & \\ + \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} \left[F_l^{(i)} \frac{\sinh(K_l^{(2)} x_i)}{\sinh(K_l^{(2)} h)} \sin(K_l^{(2)} y'_i) \right], & \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$\text{где } K_k^{(1)} = \frac{k\pi}{h}; \quad \begin{bmatrix} \psi^{(1,i)}(x_i) \\ \psi^{(2,i)}(x_i) \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{K \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} \Psi_k^{(1,i)} \\ \Psi_k^{(2,i)} \end{bmatrix} \sin(K_k^{(1)} x_i); \quad \begin{bmatrix} \Psi_k^{(1,i)} \\ \Psi_k^{(2,i)} \end{bmatrix} =$$

$$\frac{2}{h} \int_0^h \begin{bmatrix} \psi^{(1,i)}(x_i) \\ \psi^{(2,i)}(x_i) \end{bmatrix} \sin(K_k^{(1)} x_i) dx_i; \quad K_l^{(2)} = \frac{l\pi}{b_n}; \quad f^{(i)}(y'_i) = \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} \left[F_l^{(i)} \sin(K_l^{(2)} y'_i) \right]; \quad F_l^{(i)} =$$

$$\frac{2}{b_n} \int_0^{b_n} f^{(i)}(y'_i) \sin(K_l^{(2)} y'_i) dy'_i.$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 U_{III}^{(i)}(x_i, y_i) = & \sum_{k=1}^{K \rightarrow \infty} \left[\left(\Psi_k^{(2.i)} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(y_i + b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)}b_n)} \right. \right. \\
 & \left. \left. - \Psi_k^{(1.i)} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(y_i - b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)}b_n)} \right) \sin(K_k^{(1)}x_i) \right] + \\
 & + \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} \left[F_l^{(i)} \frac{\sinh(K_l^{(2)}x_i)}{\sinh(K_l^{(2)}h)} \sin(K_l^{(2)}(y_i + b_n/2)) \right],
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

где $f^{(i)}(y_i) = \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} [F_l^{(i)} \sin(K_l^{(2)}(y_i + b_n/2))]; \quad F_l^{(i)} = \frac{2}{b_n} \int_{-b_n/2}^{b_n/2} f^{(i)}(y_i) \sin(K_l^{(2)}(y_i + b_n/2)) dy_i.$

Функции $\psi^{(1.i)}(x_i)$ и $\psi^{(2.i)}(x_i)$:

$$\begin{bmatrix} \psi^{(1.i)}(x_i) \\ \psi^{(2.i)}(x_i) \end{bmatrix} = U_{III}^{(i)}(x_i, y_i) \Big|_{y_i = \begin{bmatrix} -b_n/2 \\ b_n/2 \end{bmatrix}} = \begin{Bmatrix} 0 & npi & 0 \leq x_i < h \\ U_{II}(x_i) \Big|_{y_i = \begin{bmatrix} -b_n/2 \\ b_n/2 \end{bmatrix}} \end{Bmatrix}. \tag{2.21}$$

Функция скалярного магнитного потенциала в частичной области II:

$$\begin{aligned}
 U_{II}(\rho, \phi) = & \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(-\left(\frac{R_{\mathcal{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n} + R_{II}^{\alpha_n} \left(\frac{\rho}{R_u}\right)^{\alpha_n} \right) (\Psi_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) \right. \\
 & \left. + \Psi_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi)) \right] - \\
 - & \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(-R_{II}^{\alpha_n} \left(\frac{R_{\mathcal{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n} + \left(\frac{\rho}{R_u}\right)^{\alpha_n} \right) (F_n^{(Us)} \sin(\alpha_n \phi) + F_n^{(Uc)} \cos(\alpha_n \phi)) \right] = \\
 = & \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left((F_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Us)}) \left(\frac{R_{\mathcal{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n} \sin(\alpha_n \phi) \right. \right. \\
 & + (F_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Uc)}) \left(\frac{R_{\mathcal{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n} \cos(\alpha_n \phi) + \\
 & + (\Psi_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Us)}) \left(\frac{\rho}{R_u}\right)^{\alpha_n} \sin(\alpha_n \phi) + (\Psi_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Uc)}) \left(\frac{\rho}{R_u}\right)^{\alpha_n} \cos(\alpha_n \phi) \Big) \Big] \\
 \Downarrow & \\
 \begin{bmatrix} \Psi_k^{(1.i)} \\ \Psi_k^{(2.i)} \end{bmatrix} = & \frac{2}{h} \int_h^h U_{II}(x_i) \Big|_{y_i = \begin{bmatrix} -b_n/2 \\ b_n/2 \end{bmatrix}} \sin(K_k^{(1)}x_i) dx_i.
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Введем интегралы:

$$\begin{aligned}
Int_{k,n}^{(1s.i)}(y_i) &= \int_{h'}^h \left(\frac{R_{\eta}}{\sqrt{(x_i+a)^2 + y_i^2}} \right)^{\alpha_n} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{x_i+a} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \alpha_i \right) \right) \sin(K_k^{(1)} x_i) dx_i; \\
Int_{k,n}^{(1c.i)}(y_i) &= \int_{h'}^h \left(\frac{R_{\eta}}{\sqrt{(x_i+a)^2 + y_i^2}} \right)^{\alpha_n} \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{x_i+a} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \alpha_i \right) \right) \sin(K_k^{(1)} x_i) dx_i; \\
Int_{k,n}^{(2s.i)}(y_i) &= \int_{h'}^h \left(\frac{\sqrt{(x_i+a)^2 + y_i^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{x_i+a} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \alpha_i \right) \right) \sin(K_k^{(1)} x_i) dx_i; \\
Int_{k,n}^{(2c.i)}(y_i) &= \int_{h'}^h \left(\frac{\sqrt{(x_i+a)^2 + y_i^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{x_i+a} \right) + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \alpha_i \right) \right) \sin(K_k^{(1)} x_i) dx_i.
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Psi_k^{(1.i)} \\ \Psi_k^{(2.i)} \end{bmatrix} &= \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left((F_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Us)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(1s.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + (F_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Uc)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1c.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(1c.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} \right) + \right. \\
&\quad \left. + (\Psi_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Us)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(2s.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} + (\Psi_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - \right. \\
&\quad \left. \left. - F_n^{(Uc)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2c.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(2c.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.24}$$

Введем интегралы:

$$\begin{aligned}
Int_{l,n}^{(3s.i)} &= \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{R_{\mathcal{A}}}{\sqrt{(h+a)^2 + y_i^2}} \right)^{\alpha_n} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{h+a} \right) + \alpha_i \right) \right) \sin \left(K_l^{(2)}(y_i + \right. \\
&\quad \left. + b_n/2) \right) dy_i; \\
Int_{l,n}^{(3c.i)} &= \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{R_{\mathcal{A}}}{\sqrt{(h+a)^2 + y_i^2}} \right)^{\alpha_n} \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{h+a} \right) + \alpha_i \right) \right) \sin \left(K_l^{(2)}(y_i + \right. \\
&\quad \left. + b_n/2) \right) dy_i; \\
Int_{l,n}^{(4s.i)} &= \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{\sqrt{(h+a)^2 + y_i^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{h+a} \right) + \alpha_i \right) \right) \sin \left(K_l^{(2)}(y_i + \right. \\
&\quad \left. + b_n/2) \right) dy_i; \\
Int_{l,n}^{(4c.i)} &= \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{\sqrt{(h+a)^2 + y_i^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y_i}{h+a} \right) + \alpha_i \right) \right) \sin \left(K_l^{(2)}(y_i + \right. \\
&\quad \left. + b_n/2) \right) dy_i.
\end{aligned} \tag{2.25}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
F_l^{(i)} &= \frac{2}{b_n} \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(\left(F_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Us)} \right) Int_{l,n}^{(3s.i)} + \left(F_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Uc)} \right) Int_{l,n}^{(3c.i)} + \right. \right. \\
&\quad \left. \left. + \left(\Psi_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Us)} \right) Int_{l,n}^{(4s.i)} + \left(\Psi_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Uc)} \right) Int_{l,n}^{(4c.i)} \right) \right].
\end{aligned} \tag{2.26}$$

Рассмотрим коэффициенты:

$$\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \Psi_n^{(U.s)} \\ \Psi_n^{(U.c)} \end{bmatrix} &= \frac{2}{\alpha_T} \int_{-\alpha_T/2}^{\alpha_T/2} \psi_U(\phi) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi = \\
&\frac{2}{\alpha_T} \int_{-\alpha_i/2}^{\alpha_i/2} U_{III}^{(i)}(R_{\mathcal{A}}, \phi) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi.
\end{aligned} \tag{2.27}$$

Введем интегралы:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s.i)} \\ Int_{k,n}^{(5c.i)} \end{bmatrix} &= \int_{-\alpha_i/2}^{\alpha_i/2} \frac{\sinh\left(K_k^{(1)}\left(R_{\pi} \sin(\phi - \alpha_i) + \frac{b_n}{2}\right)\right)}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin\left(K_k^{(1)}\left(R_{\pi} \cos(\phi - \right.\right. \\
 &\quad \left.\left. - \alpha_i) - a\right)\right) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi; \\
 \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(6s.i)} \\ Int_{k,n}^{(6c.i)} \end{bmatrix} &= \int_{-\alpha_i/2}^{\alpha_i/2} \frac{\sinh\left(K_k^{(1)}\left(R_{\pi} \sin(\phi - \alpha_i) - \frac{b_n}{2}\right)\right)}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin\left(K_k^{(1)}\left(R_{\pi} \cos(\phi - \right.\right. \\
 &\quad \left.\left. - \alpha_i) - a\right)\right) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi; \\
 \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(7s.i)} \\ Int_{l,n}^{(7c.i)} \end{bmatrix} &= \int_{-\alpha_i/2}^{\alpha_i/2} \frac{\sinh\left(K_l^{(2)}(\rho \cos(\phi - \alpha_i) - a)\right)}{\sinh(K_l^{(2)} h)} \sin\left(K_l^{(2)}\left(R_{\pi} \sin(\phi - \alpha_i) + \right.\right. \\
 &\quad \left.\left. + b_n/2\right)\right) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi.
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

Следовательно,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \Psi_n^{(U.s)} \\ \Psi_n^{(U.c)} \end{bmatrix} &= \frac{2}{\alpha_T} \left(\sum_{k=1}^{K \rightarrow \infty} \left[\Psi_k^{(2.i)} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s.i)} \\ Int_{k,n}^{(5c.i)} \end{bmatrix} - \Psi_k^{(1.i)} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(6s.i)} \\ Int_{k,n}^{(6c.i)} \end{bmatrix} \right] + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} \left[F_l^{(i)} \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(7s.i)} \\ Int_{l,n}^{(7c.i)} \end{bmatrix} \right] \right).
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

Упрощение интегралов представлено в приложении Б.

В приложении В представлена программа расчета магнитного поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора. По результатам расчета построены кривые магнитной индукции (рисунок 2.3) в области воздушного зазора без учета зубчатости, с учетом прямоугольного паза, а также при учете реальной геометрии паза. Рассогласование кривых представлено на рисунке 2.4.

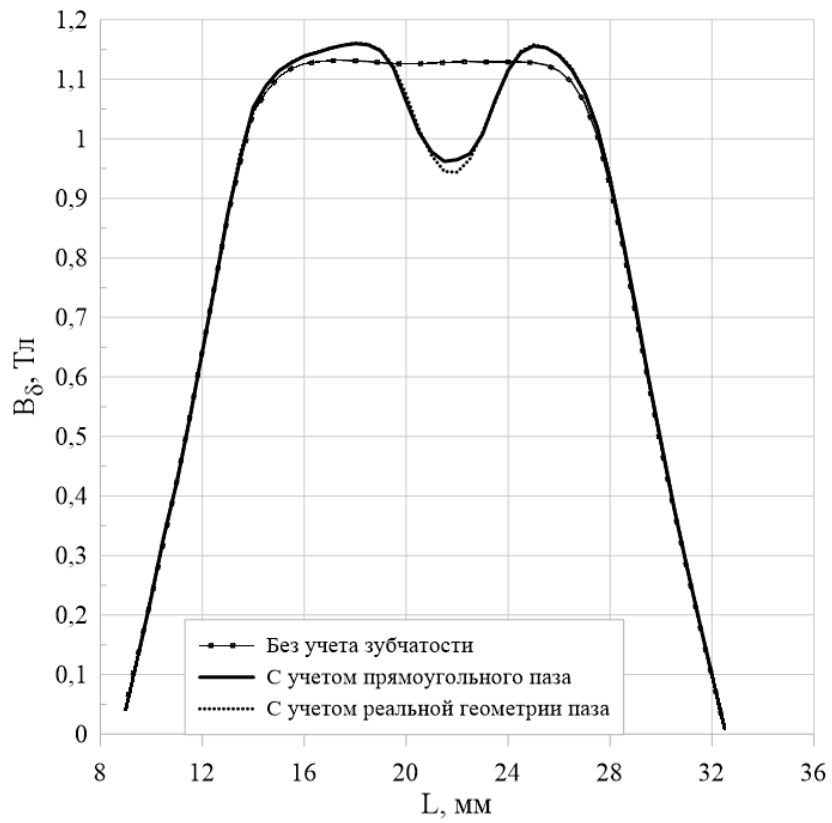


Рисунок 2.3 – Распределение магнитной индукции в области воздушного зазора

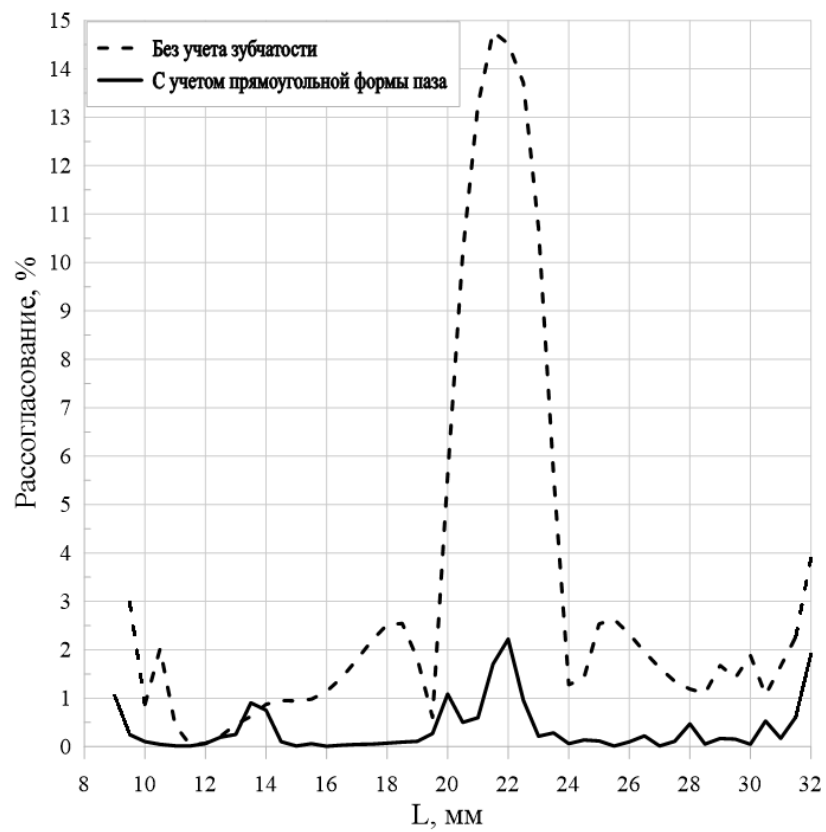


Рисунок 2.4 – Рассогласование значения магнитной индукции относительно реальной геометрии паза

По результатам анализа магнитной индукции в области воздушного зазора, можно сделать вывод, что предложенное аналитическое решение позволяет уменьшить максимальное значение рассогласования с 15 % до 2 %, что в свою очередь существенно повышает точность аналитических расчетов.

2.2 Основные результаты аналитического расчета синхронного электродвигателя с радиально-тангенциальными постоянными магнитами

По полученному аналитическому решению проведено уточнение методики расчета синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов в части расчетных коэффициентов поля возбуждения и индукции в рабочем зазоре в режиме холостого хода. Далее проведен расчет синхронного электродвигателя с улучшенными массогабаритными показателями по исходным данным, представленным в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Исходные данные для расчета электродвигателя

Параметр	Значение
Продолжительная мощность, кВт	150
Пиковая мощность, кВт	200
Частота вращения, мин ⁻¹	2000
Напряжение, В	500-750
Осевое усилие, Н	9000
Масса, кг	<35
Тип охлаждения	Жидкостное
Максимальная температура жидкости на входе в электродвигатель, °С	70

Целью электромагнитного расчета двигателя является определение размеров его активной зоны, обеспечивающих требуемые энергетические характеристики электрической машины. Электромагнитный расчет обычно выполняется для наиболее тяжелого продолжительного режима работы электрической машины, которым для рассматриваемого двигателя является режим при механической мощности на валу – 150 кВт. Исходя из основного расчетного уравнения,

связывающего главные размеры активной зоны (диаметр расточки D и активную осевую длину l_δ статора) с расчетной электромагнитной мощностью S_p , частотой вращения n и электромагнитными нагрузками, внутренний диаметр статора (диаметр расточки) может быть определен (выбран) по следующему соотношению [75]:

$$D = \sqrt[3]{\frac{60S_p}{\pi^2 \alpha_\delta k_B k_o A_\gamma B_\delta n \lambda}}, \quad (2.30)$$

где α_δ – расчетный коэффициент полюсного перекрытия; k_B – коэффициент формы ЭДС; k_o – обмоточный коэффициент якоря; A_γ – линейная нагрузка якоря; B_δ – индукция в рабочем зазоре, создаваемая постоянными магнитами; $\lambda = l_\delta/D$ – конструктивный коэффициент.

В свою очередь, расчетная электромагнитная мощность определяется следующим выражением:

$$S_p = m E_0 I_\phi = \frac{P_{\text{мех.р}} E_{\text{отн}}}{\eta \cos \phi}, \quad (2.31)$$

где $m = 3$ – число фаз обмотки якоря; E_0 – ЭДС, наводимая в обмотке якоря магнитным потоком постоянных магнитов; I_ϕ – ток фазы якоря; $P_{\text{мех.р}}$ – расчетная механическая мощность; η – электромеханический КПД для расчетного режима работы; $\cos \phi$ – коэффициент мощности; $E_{\text{отн}} = E_0/U_\phi$ – относительное значение ЭДС; U_ϕ – фазное напряжение.

Перед началом расчета строго определенными в выражениях (2.30) и (2.31) являются только параметры $P_{\text{мех.р}} = 150$ кВт и $n = 2000$ мин⁻¹. Остальные параметры выбираются и уточняются в дальнейшем в процессе расчета.

Выбор линейной нагрузки якоря и конструктивного коэффициента были обусловлены применением в электродвигателе жидкостной системы охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов.

Выбор индукции в рабочем зазоре был обусловлен применением в электродвигателе схемы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами марки *N50M*, которые в нагретом состоянии обладают остаточной индукцией на уровне 1,3 Тл.

Для уменьшения массы электрической машины рационально увеличение числа полюсов. Это связано с тем, что при увеличении числа полюсов кратно уменьшается необходимая высота ярм статора и ротора, и, соответственно, их масса. Однако возможность увеличения числа полюсов ограничена максимально допустимой частотой перемагничивания магнитопровода якоря (статора). В рассматриваемом электродвигателе в качестве материала магнитопровода статора предполагается использование стали 49К2ФА с толщиной листов 0,35 мм. Для такой стали рациональной частотой перемагничивания является частота на уровне 500 Гц. Частоте перемагничивания 533 Гц для электродвигателя с частотой вращения ротора 2000 мин^{-1} соответствует число полюсов, равное 32.

После выбора главных размеров следует провести расчет обмотки якоря, целью которого является определение необходимого числа витков, схемы соединения и размеров обмоточного провода. В качестве провода обмотки якоря был выбран провод марки ПЭТ-200 с рабочей температурой до 200°C . Повышение рабочей температуры обмотки позволяет уменьшить размеры обмоточного провода и снизить массу обмотки.

Для уменьшения реактивного момента залипания ротора число пазов на полюс и фазу выбрано дробным с высоким знаменателем дробности. Учитывая относительно большое значение фазного тока, требуется организация параллельных ветвей в обмотке, которое выбрано равным четырем.

Основные геометрические и массовые параметры активной зоны двигателя для удобства сведены в таблицу 2.2, параметры обмотки якоря – в таблицу 2.3, параметры рабочих режимов – в таблицу 2.4.

Таблица 2.2 – Основные геометрические и массовые параметры активной зоны

№	Наименование параметра	Значение
1	Число пар полюсов	16
2	Диаметр расточки якоря, мм	239,5
3	Осевая длина якоря (индуктора), мм	85
4	Внутренний диаметр магнитопровода якоря, мм	190
5	Величина зазора на установку герметизирующей трубы, мм	0,25
6	Толщина герметизирующей трубы, мм	2,0
7	Величина рабочего зазора, мм	1,0
8	Внутренний диаметр ротора, мм	246
9	Высота радиальных постоянных магнитов, мм	11
10	Высота ярма индуктора, мм	3,5
11	Наружный диаметр ярма индуктора, мм	275
12	Масса активных материалов, кг	16,4
13	Масса двигателя, кг	34
14	Удельная мощность двигателя в расчете на 150 кВт, кВт/кг	4,41
15	Удельная мощность двигателя в расчете на 200 кВт, кВт/кг	5,88

Таблица 2.3 – Параметры обмотки якоря

№	Наименование параметра	Значение
1	Число фаз	3
2	Число пазов на полюс и фазу	$3/8 = 0,375$
3	Число зубцов (пазов)	36
4	Шаг обмотки по пазам	1
5	Обмоточный коэффициент	0,945
6	Число параллельных ветвей	4
7	Число эффективных проводников в пазу	32
8	Число витков фазы (одной параллельной ветви)	48
9	Число параллельных проводников	2
10	Число элементарных проводников в пазу	64
11	Диаметр неизолированного провода, мм	1,25
12	Средняя длина витка, мм	230
13	Активное сопротивление фазы при 20°C, мОм	19,68
14	Рабочая температура обмотки, °C	200
15	Активное сопротивление фазы при рабочей температуре, мОм	33,85
16	Собственная индуктивность фазы, мкГн	146
17	Взаимная индуктивность между фазами, мкГн	12,1
18	Полное индуктивное сопротивление фазы, мОм	525,095

Таблица 2.4 – Параметры рабочих режимов

№	Наименование параметра	Значение		
1	Механическая мощность, кВт	50	100	150
2	Частота вращения, мин ⁻¹	2000		
3	Частота переменного напряжения, Гц	533,3		
4	Индукция холостого хода в рабочем зазоре, Тл	1,038		
5	ЭДС холостого хода, В	155,2		
6	Потери в стали якоря, кВт	1,5		
7	Механический момент на валу, Н·м	238,7	477,5	716,2
8	Фазное напряжение, В	169,5	199,9	240,5
9	Относительное значение ЭДС холостого хода	0,916	0,777	0,646
10	Ток фазы, А	110,6	217,9	325,3
11	Плотность тока в обмотке якоря, А/мм ²	11,26	22,2	33,1
12	Линейная нагрузка якоря, А/см	423	834	1245
13	Потери в обмотке якоря, кВт	1,24	4,82	10,74
14	Суммарные потери в якоре, кВт	2,74	6,32	12,24
15	Коэффициент полезного действия двигателя	0,948	0,941	0,925
16	Коэффициент мощности	0,937	0,812	0,69

2.3 Построение характеристик синхронного электродвигателя с радиально-тангенциальными постоянными магнитами

Наиболее рациональным типом управления для синхронного электродвигателя является векторное, которое позволяет существенно увеличить диапазон управления, точность регулирования и повысить быстродействие электродвигателя [76]. Регулятор обеспечивает требуемое фактические значения токов I_d и I_q , прикладывая соответствующее напряжение к обмоткам. Регулятор выдает требуемые значения I_d , I_q . Значение I_d приравнивается к нулю, так как в этом случае для получения требуемого момента требуется минимальный ток фазы, так как момент определяет I_q [76].

Для расчета необходимо задать такие параметры, как потери в стали якоря $P_{ст}$ и продольная составляющая тока фазы I_d . Все формулы данного блока

интерпретируются в виде функций для дальнейшего построения требуемых характеристик.

Электромагнитная мощность, Вт:

$$P_{\text{эм}}(P_{\text{мех}}) = P_{\text{мех}} + P_{\text{ст}}. \quad (2.32)$$

Поперечная составляющая тока фазы, А:

$$I_q(P_{\text{мех}}) = \frac{P_{\text{эм}}(P_{\text{мех}})}{m \cdot E_0}. \quad (2.33)$$

Ток фазы, А:

$$I_{\phi}(P_{\text{мех}}) = \sqrt{I_d^2 + I_q(P_{\text{мех}})^2}. \quad (2.34)$$

Линейная нагрузка якоря, А/м:

$$A_{\text{я}}(P_{\text{мех}}) = \frac{2 \cdot m \cdot w_{\phi} \cdot I_{\phi}(P_{\text{мех}})}{\pi \cdot D}. \quad (2.35)$$

Плотность тока в обмотке якоря, А/м²:

$$j_{\text{я}}(P_{\text{мех}}) = \frac{I_{\phi}(P_{\text{мех}})}{a_1 \cdot a_2 \cdot q_{\text{м}}}. \quad (2.36)$$

Потери в обмотке якоря, Вт:

$$P_{\text{м}}(P_{\text{мех}}) = m \cdot I_{\phi}(P_{\text{мех}})^2 \cdot R_{\text{ят}}. \quad (2.37)$$

Суммарные основные потери в двигателе, Вт:

$$\Delta P(P_{\text{мех}}) = P_{\text{м}}(P_{\text{мех}}) + P_{\text{ст}}. \quad (2.38)$$

Коэффициент полезного действия:

$$\eta(P_{\text{мех}}) = \frac{P_{\text{мех}}}{P_{\text{мех}} + \Delta P(P_{\text{мех}})}. \quad (2.39)$$

Фазное напряжение, В:

$$U_{\phi}(P_{\text{мех}}) = \sqrt{(E_0 + R_{\text{ят}} \cdot I_{\phi}(P_{\text{мех}}))^2 + (X_{\text{dq}} \cdot I_{\phi}(P_{\text{мех}}))^2}. \quad (2.40)$$

Относительное значение ЭДС:

$$E_{\text{отн}}(P_{\text{мех}}) = \frac{E_0}{U_{\phi}(P_{\text{мех}})}. \quad (2.41)$$

Коэффициент мощности:

$$\varphi(P_{\text{мех}}) = \arctg \left[\frac{(X_{dq} \cdot I_{\phi}(P_{\text{мех}}))}{(E_0 + R_{я\tau} \cdot I_{\phi}(P_{\text{мех}}))} \right]. \quad (2.42)$$

По полученным результатам строятся следующие графики:

- график зависимости фазного тока от полезной механической мощности;
- график зависимости линейной нагрузки от полезной механической мощности;
- график зависимости плотности тока от полезной механической мощности;
- график зависимости фазного напряжения от полезной механической мощности;
- график зависимости суммарных потерь и потерь в обмотке якоря от полезной механической мощности;
- график зависимости КПД от полезной механической мощности;
- график зависимости коэффициента мощности от полезной механической мощности;
- график зависимости относительного значения ЭДС от полезной механической мощности.

На рисунках 2.5-2.7 представлены зависимости электромагнитных нагрузок якоря (тока фазы I_{ϕ} , линейной нагрузки $A_{я}$ и плотности тока в обмотке $j_{я}$) от механической мощности двигателя $P_{\text{мех}}$, а на рисунках 2.8-2.10 представлены рабочие характеристики двигателя (зависимости фазного напряжения питания U_{ϕ} , относительного значения ЭДС $E_{\text{отн}}$, потерь в обмотке якоря $P_{\text{оя}}$, суммарных электромагнитных потерь ΔP , коэффициента мощности $\cos \varphi$ и электромеханического КПД η от механической мощности двигателя $P_{\text{мех}}$). Зависимости получены для векторного управления двигателем при нулевом значении продольной составляющей тока фазы. Учитывая, что при нулевом

значении продольной составляющей тока фазы поле реакции якоря является поперечным, потери в стали якоря, определенные для режима холостого хода, можно считать практически неизменяющимися для других режимов работы двигателя.

На представленной векторной диаграмме (см. рисунок 2.11) использованы следующие обозначения изображающих векторов: $\dot{I}_\phi, \dot{U}_\phi$ – фазные действующие значения тока и напряжения, \dot{E}_0 – действующее значение ЭДС холостого хода, X_{dq} – полное индуктивное сопротивление фазы, $R_{яt}$ – активное сопротивление фазы при рабочей температуре, ϕ – угол между вектором тока и напряжения. На основе векторной диаграммы можно получить расчетные соотношения между токами, напряжениями, ЭДС и сдвигами фаз и т.д.

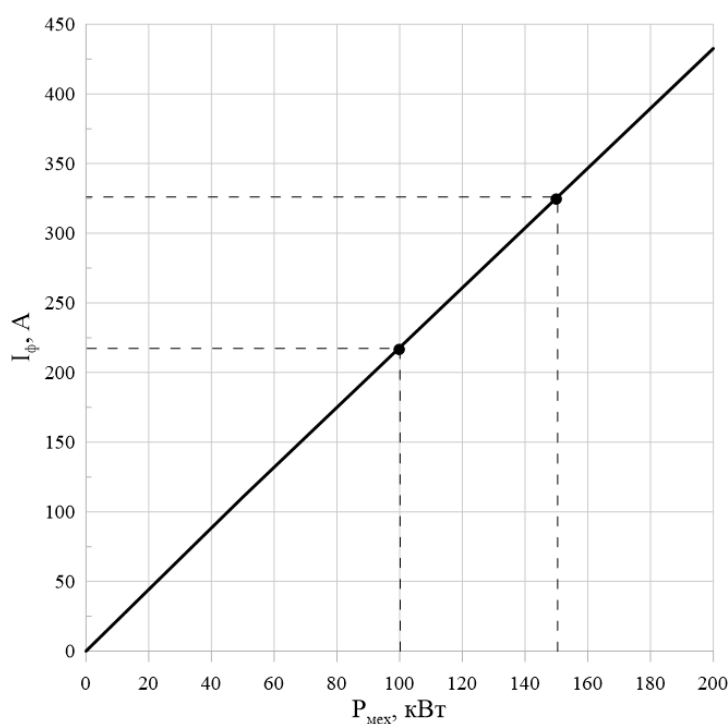


Рисунок 2.5 – График зависимости тока фазы от механической мощности

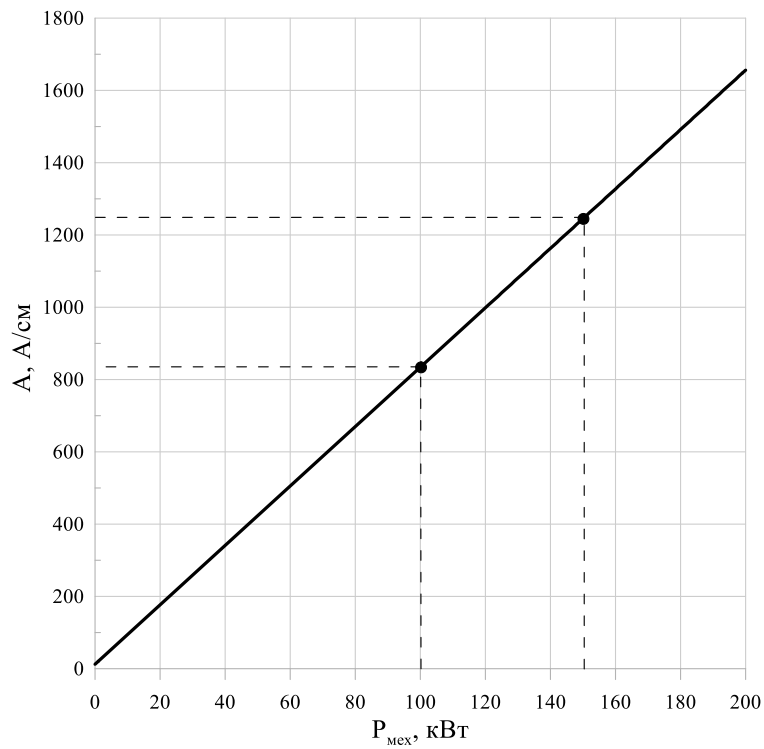


Рисунок 2.6 – График зависимости линейной нагрузки якоря от механической мощности

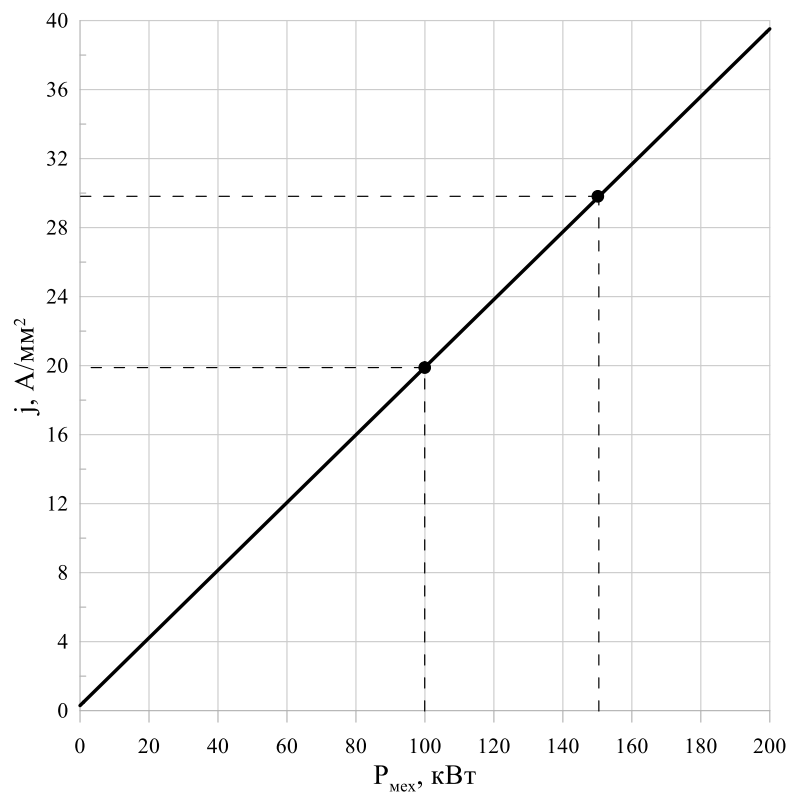


Рисунок 2.7 – График зависимости плотности тока в обмотке якоря от механической мощности

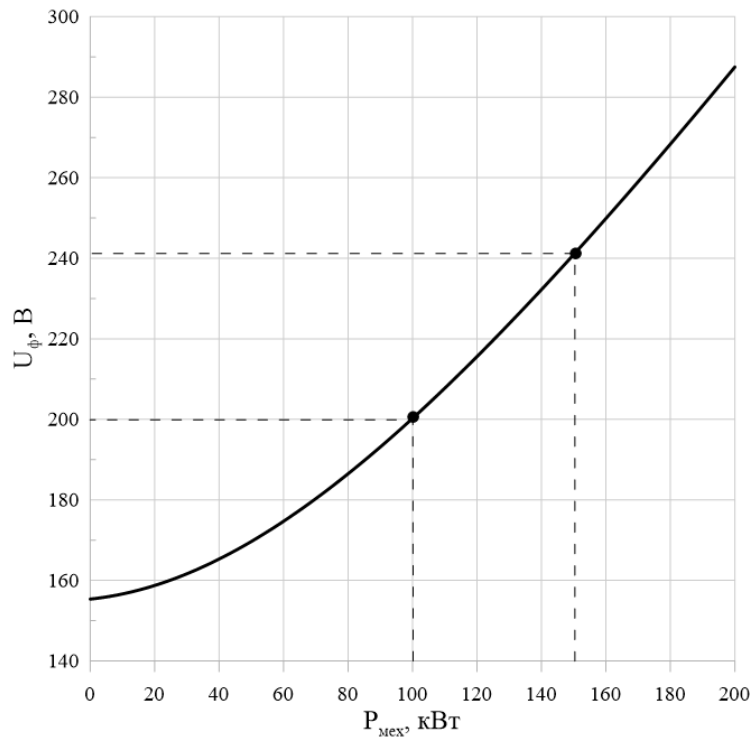


Рисунок 2.8 – График зависимости фазного напряжения питания от механической мощности

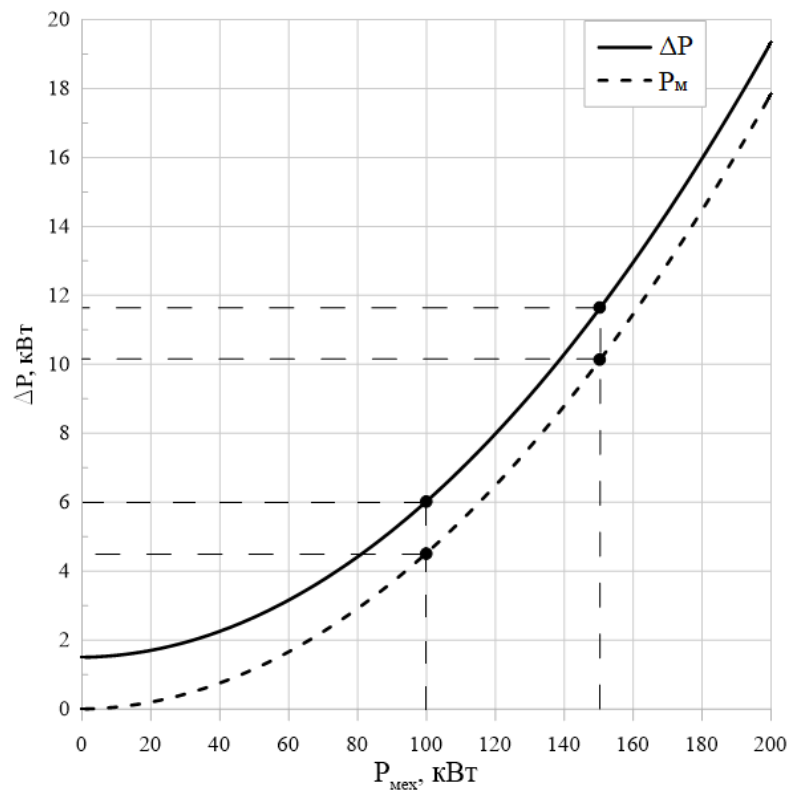


Рисунок 2.9 – Графики зависимости потерь обмотки якоря и суммарных основных потерь в двигателе от механической мощности

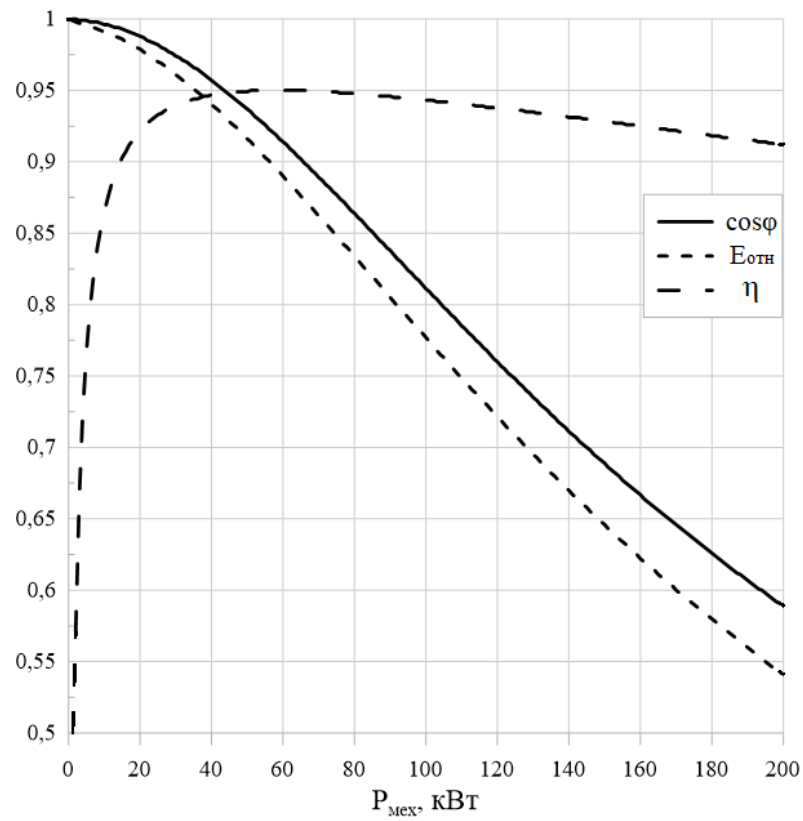


Рисунок 2.10 – Графики зависимости КПД, коэффициента мощности и относительного значения ЭДС от механической мощности

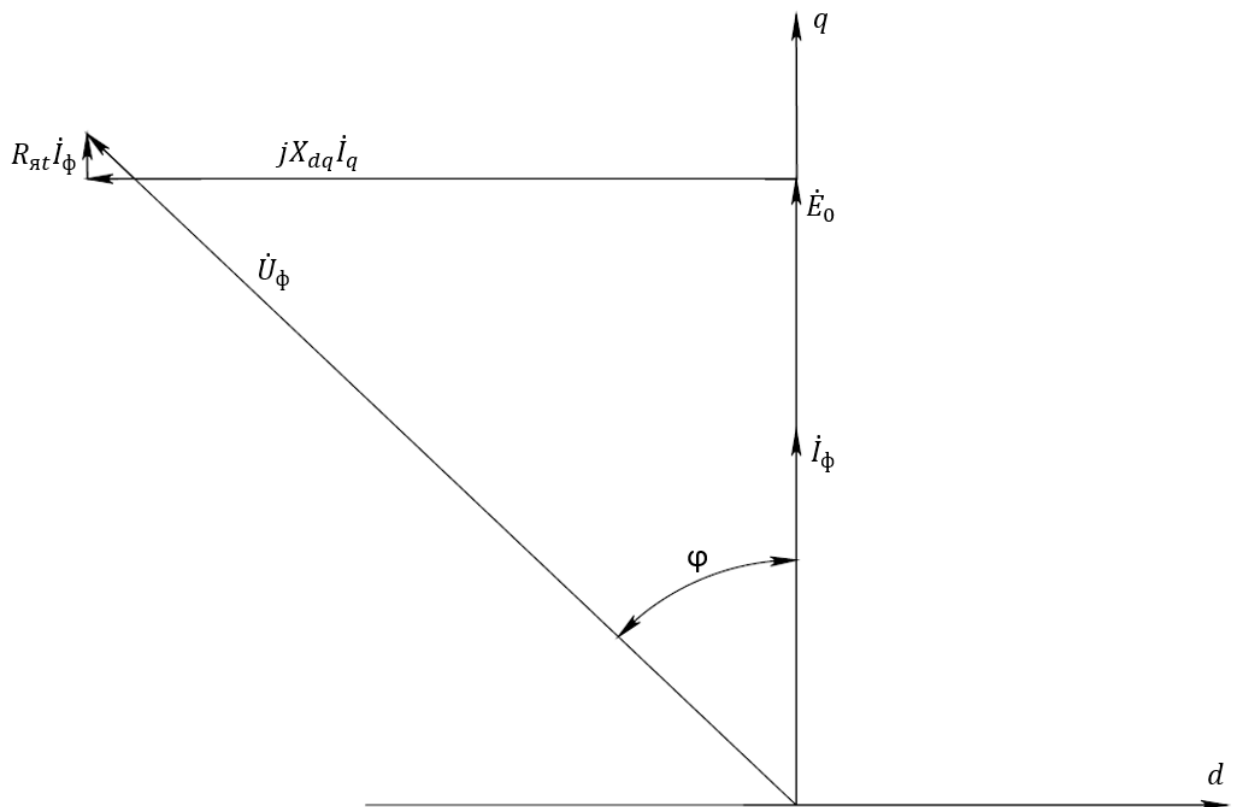


Рисунок 2.11 – Векторная диаграмма синхронного электродвигателя

Выводы по главе

1. Получено аналитическое решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости якоря.
2. Уточнена методика аналитического расчета синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов в части расчетных коэффициентов поля возбуждения и величины индукции в рабочем зазоре в режиме холостого хода.
3. Приведены результаты аналитического расчета и построены основные характеристики синхронного электродвигателя с высокими удельными показателями.

3 КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ СИНХРОННОГО ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ С РАДИАЛЬНО-ТАНГЕНЦИАЛЬНЫМИ ПОСТОЯННЫМИ МАГНИТАМИ

Конечно-элементный анализ (КЭА) магнитных полей – это метод численного анализа для моделирования магнитного поля в различных системах, с использованием конечных элементов.

Принцип работы заключается в разбиении области, в которой моделируется магнитное поле, на более мелкие конечные элементы. Затем проводится расчет поля в каждом элементе на основе уравнений Максвелла и граничных условий.

При конечно-элементном анализе стационарных магнитных полей используются следующие уравнения:

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \vec{J}, \quad (3.1)$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0, \quad (3.2)$$

где \vec{H} – напряженность магнитного поля, \vec{J} – плотность тока, \vec{B} – магнитная индукция.

Для решения этих уравнений при конечно-элементном анализе используются методы сплайнирования решений на конечных элементах, где допустимо наиболее быстрое решение (метод Галёркина) уравнений Максвелла. Учет насыщения ведется с помощью внешних «Ньютоновских итераций» [77].

Достоинствами метода конечных элементов являются:

- 1) возможность моделирования объектов со сложной геометрией;
- 2) возможность задания различных свойств материалов для разных элементов;
- 3) возможность сквозного анализа системы с учетом механических, тепловых и электромагнитных процессов.

Недостатками являются:

- 1) вычислительная сложность для больших моделей;
- 2) чувствительность к качеству сетки конечных элементов;

- 3) возможные численные ошибки и проблемы сходимости;
- 4) необходимость в специализированном программном обеспечении.

С целью более точного учета геометрии активной зоны и свойств используемых материалов, результаты, полученные в ходе аналитического расчета, необходимо уточнить методом конечных элементов (МКЭ) [78-80].

В данной главе изложены методики численного электромагнитного анализа магнитных полей, потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов и теплового расчета статора с жидкостной канальной системой охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов.

3.1 Электромагнитный анализ синхронного электродвигателя с возбуждением от постоянных магнитов

Проведение конечно-элементного анализа магнитных полей проводится для уточнения магнитных индукции в различных элементах магнитопровода, ЭДС холостого хода (XX), индуктивных сопротивлений обмотки якоря и параметров номинального режима работы электродвигателя.

Изначально необходимо подготовить модель машины, учитывающую ее реальную геометрию. Подготовка модели осуществляется в несколько этапов:

- создание геометрии в *CAD* программе;
- импорт геометрии в программу *Ansys Electronics*;
- задание граничных условий в модели;
- задание свойств используемых материалов;
- задание источников магнитного поля;
- построение сетки конечных элементов на расчетной области.

На основе результатов аналитического расчета для проведения конечно-элементного анализа построена двухмерная модель электродвигателя мощностью 150 кВт, которая импортируется в программный продукт *ANSYS Electronics* (см. рисунок 3.1).

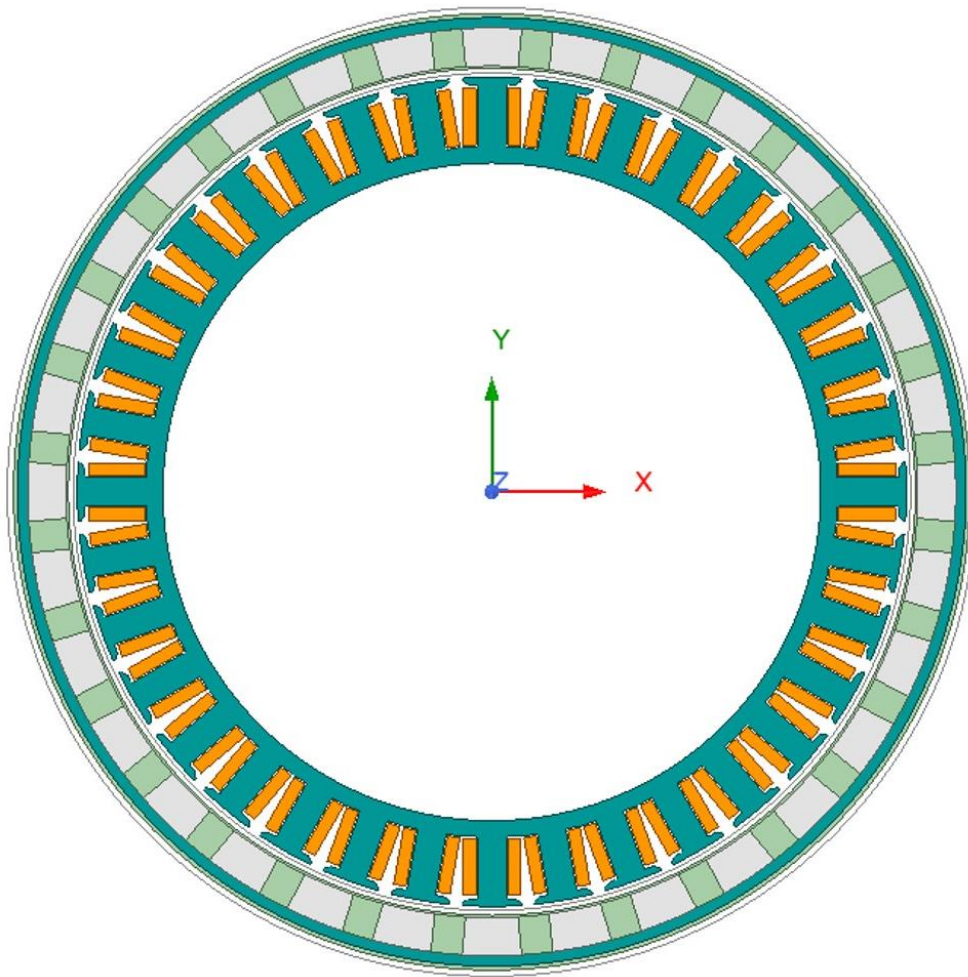


Рисунок 3.1 – Модель активной зоны двигателя в *ANSYS Maxwell*

На внешней границе рассматриваемой области нормальная составляющая индукции магнитного поля устанавливается равной нулю, что соответствует постоянству векторного магнитного потенциала на данной границе. В связи с этим граничным условием для данной модели является условие равенства нулю векторного магнитного потенциала на внешней поверхности расчетной области.

Затем задаются свойства материалов, которые используются в модели. Для статора электрической машины выбирается прецизионный магнитомягкий сплав 49K2ФА. Как было отмечено ранее, отличительной чертой данного сплава является величина магнитной индукции насыщения, достигающая 2,35 Тл [58]. Свойства ферромагнитных материалов, используемых для статора, задаются графиком основной кривой намагничивания, показанным ранее на рисунке 1.18. Для ротора

электрической машины выбирается магнитная конструкционная сталь 30ХГСА, кривая намагничивания которой приведена на рисунке 3.2.

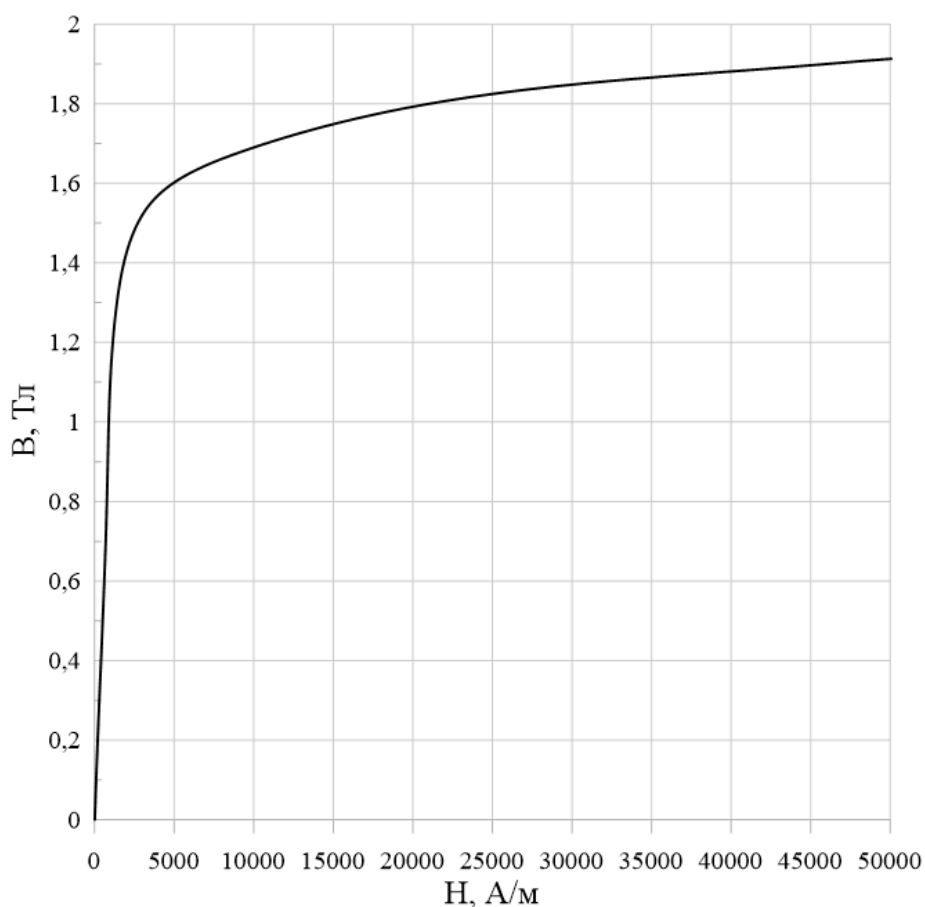


Рисунок 3.2 – Кривая намагничивания конструкционной стали 30ХГСА

Помимо материалов магнитопроводов статора и ротора, задаются параметры обмотки, в качестве материала которой используется медь. Также указываются свойства материала постоянных магнитов, в данном случае используются свойства неодимовых магнитов марки *N50M*.

Важным этапом при построении модели конечных элементов является создание расчетной сетки. Ее точность может значительно сказаться на результатах моделирования [81]. Поэтому для получения наиболее реальных параметров машины задана достаточно точная сетка, которая представлена на рисунке 3.3.

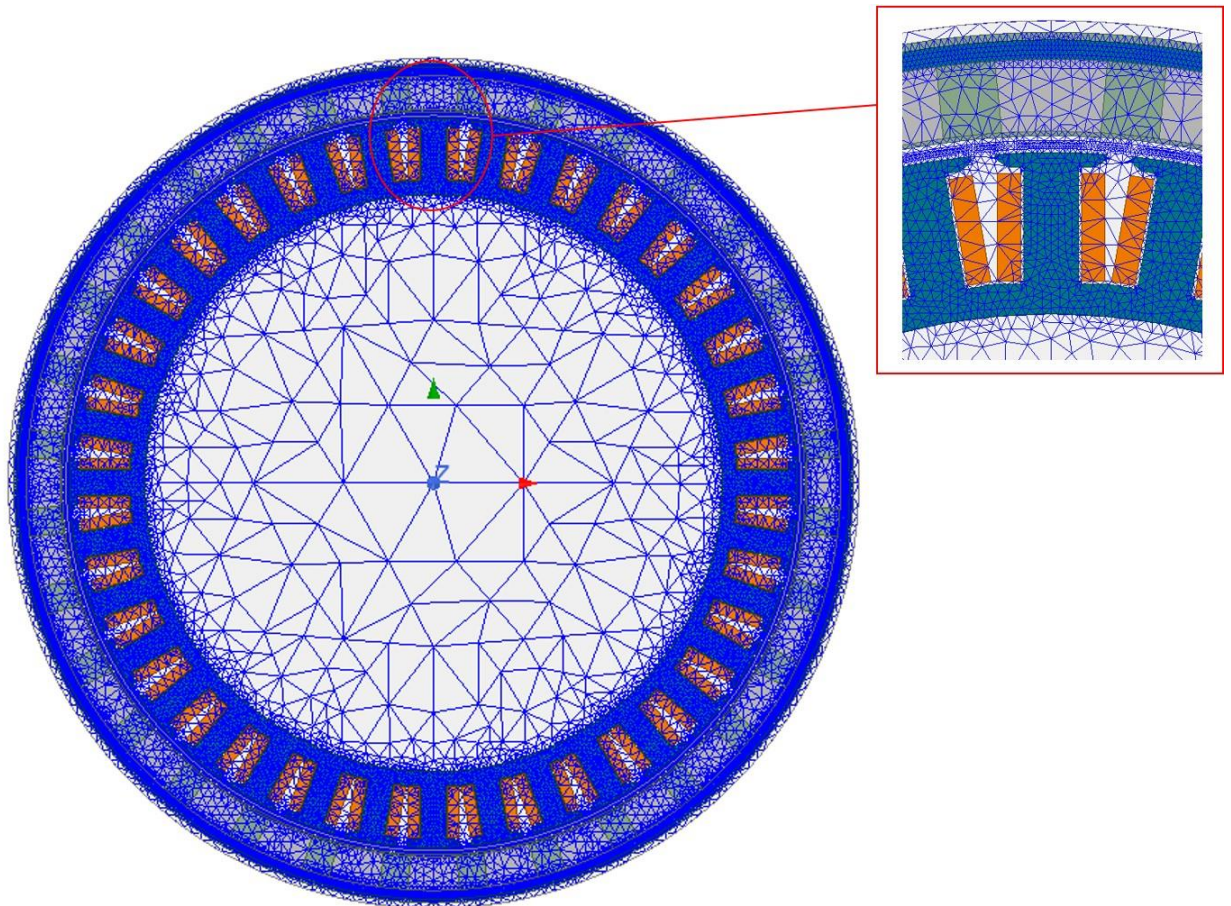


Рисунок 3.3 – Сетка конечных элементов расчетной модели

Для области воздушного зазора задается самый малый шаг сетки, поскольку данная область играет большое значение при построении магнитных полей и характеристик и от точного определения магнитных полей в ней зависит множество параметров электрической машины [82, 83]. Из опыта проектирования известно, что воздушный зазор должен быть разделен минимум на четыре элемента по высоте зазора. Внутренняя область задается с наименее точной сеткой, поскольку данная область не влияет на магнитное поле и результаты численного расчета.

Следующим этапом подготовки модели для конечно-элементного анализа – задание источников магнитного поля. Для этого необходимо задать параметры постоянных магнитов и величины токов и направления их протекания в обмотках.

После того как заданы все параметры модели, требуется провести расчет магнитного поля, по результату которого можно произвести оценку магнитных полей с помощью построения распределения магнитной индукции в активной зоне

электродвигателя. Распределение магнитной индукции в режиме холостого хода представлено на рисунках 3.4 и 3.5.

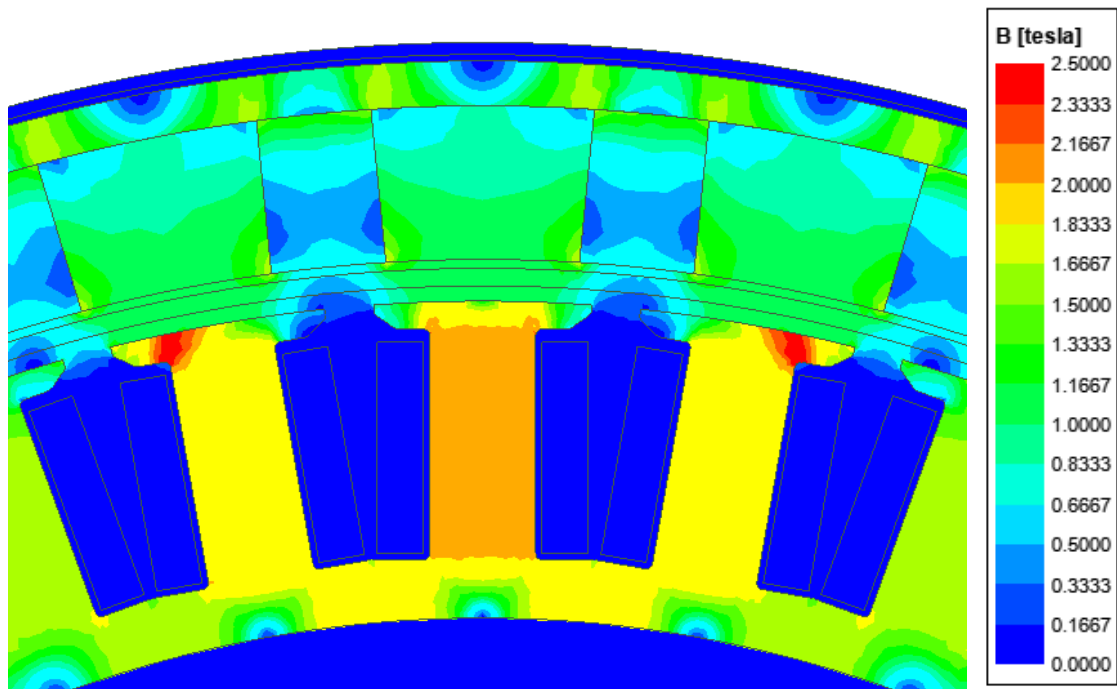


Рисунок 3.4 – Распределение магнитной индукции двигателя в режиме ХХ

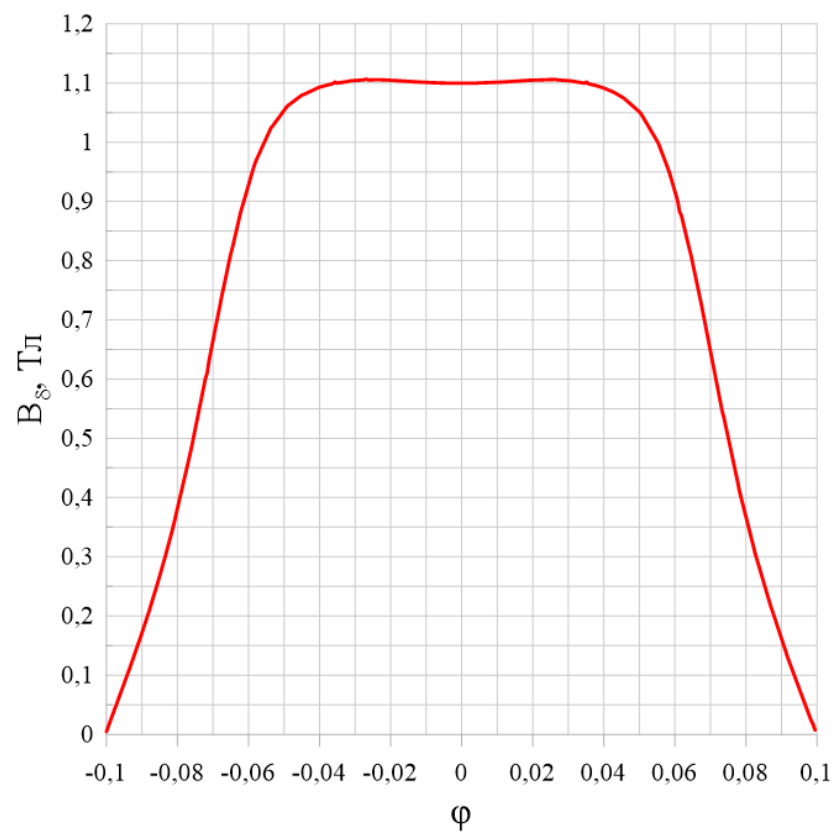


Рисунок 3.5 – Распределение магнитной индукции в рабочем зазоре в режиме холостого хода

Как видно из рисунков 3.4 и 3.5, магнитная индукция в ферромагнитных областях не превышает допустимого значения для выбранных магнитных материалов. Имеются зоны локального насыщения в зубцах, но они не сильно влияют на выходные характеристики двигателя и являются допустимыми для сплава 49K2ФА.

Проведено сравнение параметров, полученных с помощью моделирования режима холостого хода с теми, что были получены в ходе аналитического расчета. Результаты сравнения представлены в таблице 3.1. Так как в используемом программном продукте при построении картины распределения магнитной индукции не учитывается коэффициент заполнения сталью пакета, при вычислении значений магнитной индукции в зубце якоря и ярме якоря был учтен этот коэффициент, равный 0,9.

Таблица 3.1 – Сравнение значений магнитной индукции

Параметр	Аналитический расчет	Моделирование
Индукция в ярме якоря, Тл	2,07	2,06
Индукция в ярме индуктора, Тл	1,59	1,53
Индукция в зубце якоря, Тл	2,4	2,29
Индукция в рабочем зазоре, Тл	1,068	1,1

Расхождение с аналитическим расчетом незначительно. Оно связано с учетом при КЭА реальной геометрии активной зоны, с нелинейностью кривой намагничивания стали, а также появлением зон локального насыщения, что трудно учесть при аналитическом расчете [84]. Таким образом, аналитический расчет выполнен корректно и не требует доработок, благодаря чему можно сделать вывод – что можно переходить к следующему этапу моделирования.

Следующим этапом является уточнение ЭДС ХХ и индуктивного сопротивления обмотки якоря (ОЯ). В режиме холостого хода проводилась оценка наводимых ЭДС каждой фазы, результаты представлены на рисунке 3.6.

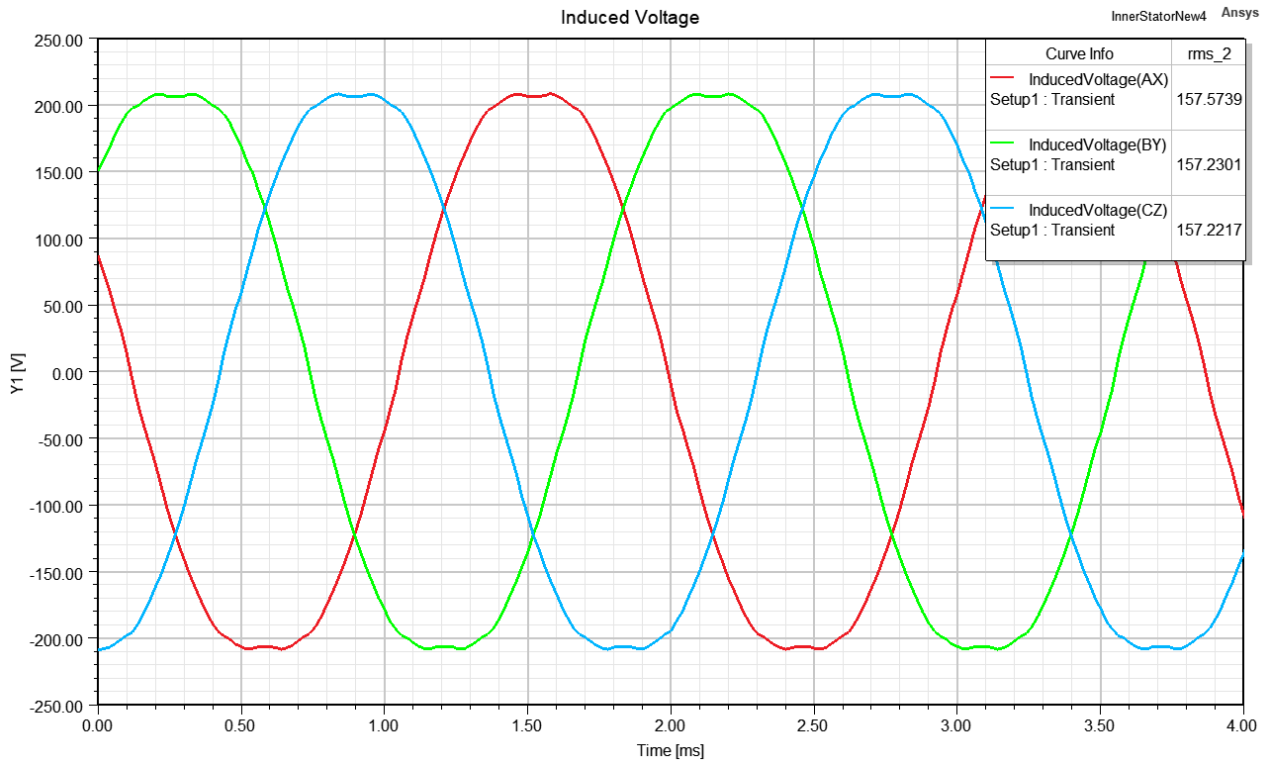


Рисунок 3.6 – График наводимых ЭДС каждой фазы в режиме холостого хода

Из рисунка 3.6 видно, что при моделировании ЭДС XX составляет 157,57 В при этом форма ЭДС симметрична, однако имеются небольшие пульсации. При аналитическом расчете данный параметр составляет 155,241 В. Таким образом, рассогласование составляет 1,5 %, что является приемлемым.

При уточнении индуктивного сопротивления ОЯ в расчетной программе формируется таблица с собственными индуктивностями L_a , L_b , L_c и взаимными индуктивностями фаз M_{ac} , M_{ab} , M_{bc} , M_{ca} , M_{ba} , M_{cb} (см. рисунок 3.7), при этом значения указываются на 1 метр активной осевой длины электрической машины. В связи с этим, при расчете индуктивных сопротивлений следует также учесть активную осевую длину. Далее из полученной матрицы выбираются максимальные значения L и M и рассчитывается полная индуктивность L_{Π} на 1 метр активной осевой длины электрической машины. Так как рассматриваемый электродвигатель является неявнополюсным, следовательно:

$$X_d = X_q = 2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_{\Pi} \cdot I_{\delta}, \quad (3.3)$$

где X_d – полное индуктивное сопротивление по продольной оси, X_q – индуктивное сопротивление по поперечной оси, f – частота перемагничивания, l_b – активная осевая длина. Однако, так как рассматривается двухмерная модель, полученные значения не учитывают индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей фазы, поэтому данный параметр берется из аналитического расчета и суммируется к полученной при моделировании величине.

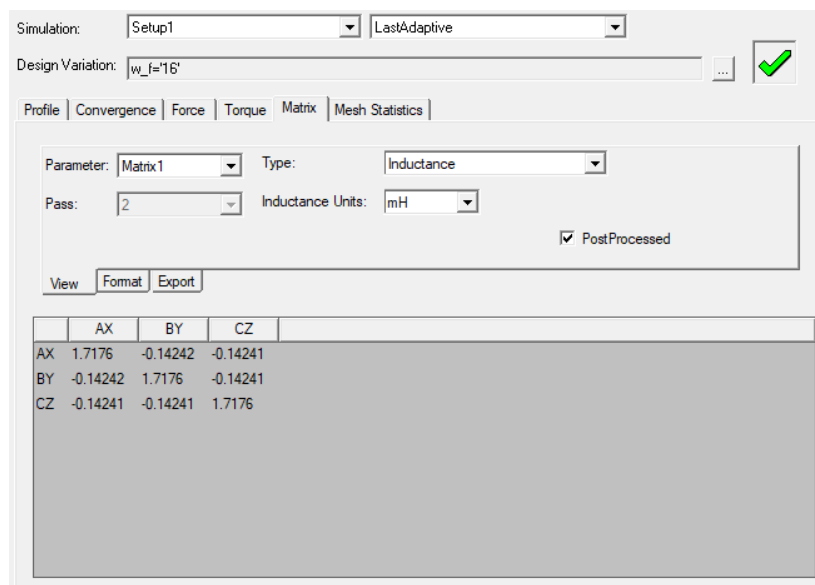


Рисунок 3.7 – Матрица значений собственных и взаимных индуктивностей фаз

Полное индуктивное сопротивление, исходя из матрицы, представленной на рисунке 3.7, равняется 1,86 мГн на 1 метр активной осевой длины электрической машины. Учитывая, что частота переменного напряжения равняется 533,3 Гц, индуктивное сопротивление рассеяния лобовых частей фазы – 6,7 мОм, активная осевая длина 85 мм, уточненное индуктивное сопротивление ОЯ получается 536,498 мОм. При аналитическом расчете полное индуктивное сопротивление фазы составляет 525,095 мОм. Рассогласование между полученными данными составляет 2,125 %, что является приемлемым.

Для проверки номинального режима работы используется модуль *Ansys Simplorer*, позволяющий добавить внешнюю схему подключения электродвигателя, в котором необходимо ко всем фазам подключить источники тока с параметрами, соответствующими номинальному режиму, а также учесть

активные сопротивления фаз, значения которых получены на предыдущих этапах расчета. Для реализации строго поперечной реакции якоря, необходимой для получения требуемого крутящего момента при минимальном значении фазного тока, используется схема, представленная на рисунке 3.8, в которой для поддержания тока по оси q используется обратная связь по углу положения ротора электродвигателя.

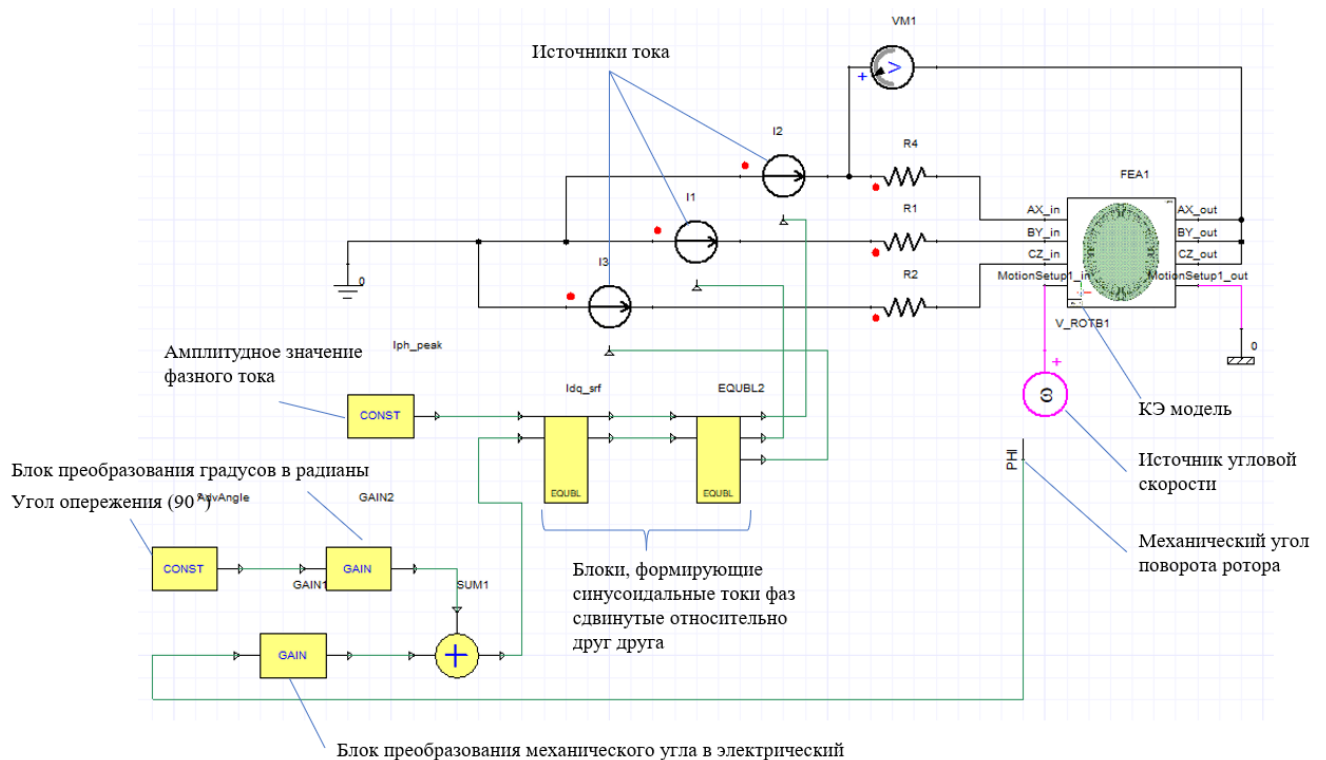


Рисунок 3.8 – Внешняя схема подключения электродвигателя для проверки номинального режима работы

На схеме (рисунок 3.8) представлены конечно-элементная модель электродвигателя, источники тока, источник угловой скорости, сопротивления фаз, а также блоки преобразования, для формирования строго поперечной реакции якоря. Моделирование проводится при постоянной частоте вращения ротора. Для формирования требуемых значений токов фаз, в модели используется источник угловой скорости с информационным каналом по механическому углу поворота ротора, который с помощью встроенных блоков преобразуется в электрический и суммируется с требуемым углом опережения фазного тока. Затем с помощью уравнений, указанных в блоках выражений, формируются синусоидальные

значения токов фаз, сдвинутые относительно друг друга на 120 электрических градусов. Изначально проведена проверка значений магнитных индукций в различных частях электродвигателя. Картина распределения магнитной индукции в активной зоне электродвигателя в номинальном режиме представлена на рисунке 3.9.

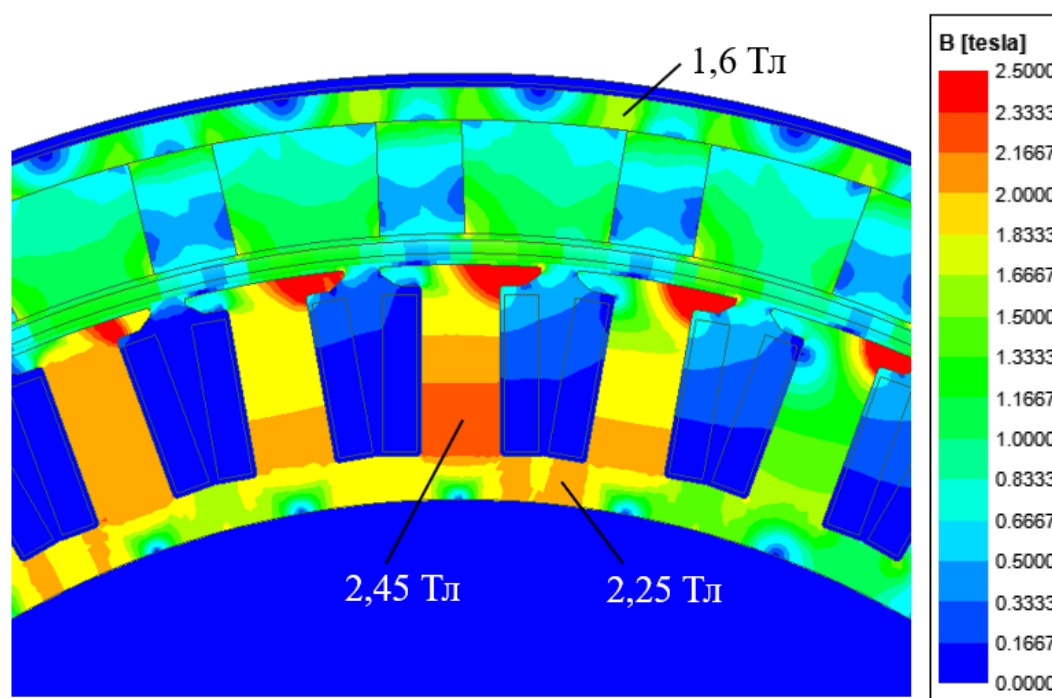


Рисунок 3.9 – Распределение магнитной индукции в активной зоне электродвигателя в номинальном режиме

Как видно из рисунка 3.9, значения магнитных индукций в ферромагнитных областях незначительно превышают значения индукции насыщения для выбранных марок магнитных материалов. Имеются зоны локального насыщения в узких частях зубцов, связанные с действием поперечной реакции якоря, которые сложно учесть при аналитическом расчете электродвигателя.

Для апробации результатов аналитического расчета, соответствующих режиму номинальной нагрузки (150 кВт), построены осциллограммы фазных напряжений и токов электродвигателя, которые представлены на рисунках 3.10 и 3.11.

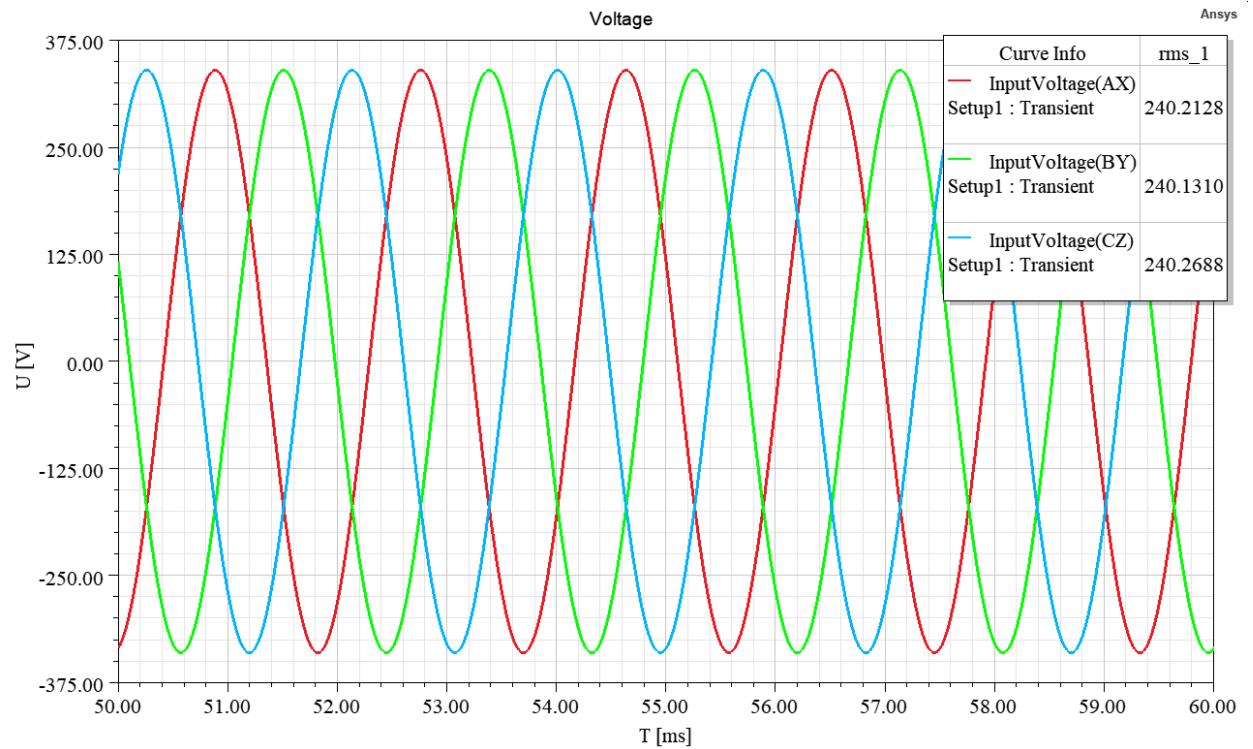


Рисунок 3.10 – Осциллограмма фазных напряжений в номинальном режиме

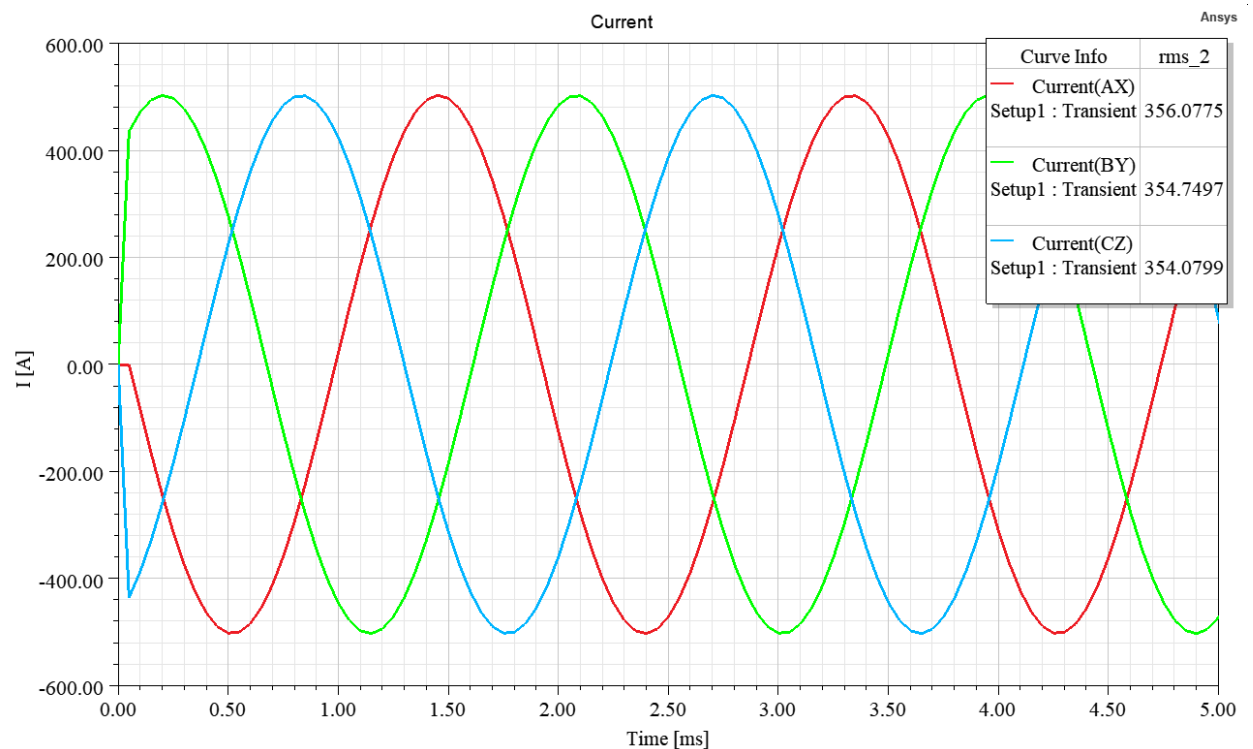


Рисунок 3.11 – Осциллограмма фазных токов в номинальном режиме

Как видно из рисунков действующие значения фазного напряжения и тока составляют 240,2 В и 357,97 А соответственно. Рассогласование с аналитическим расчетом составляет менее 10 %. Также построена временная зависимость

механической мощности на валу электродвигателя в номинальном режиме, которая представлена на рисунке 3.12.

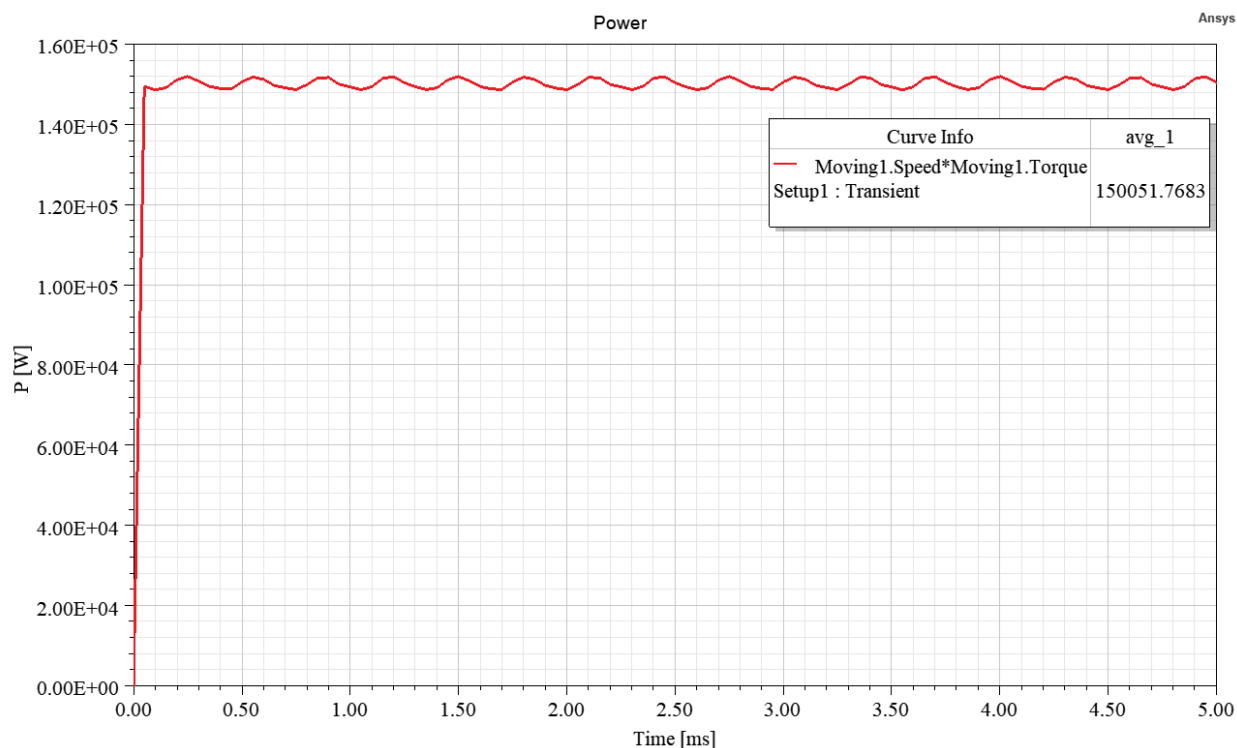


Рисунок 3.12 – Временная зависимость механической мощности на валу электродвигателя в номинальном режиме

В результате анализа полученных результатов, значение механической мощности составляет 150 кВт, что соответствует заданным параметрам.

С целью более подробной верификации аналитического и численного расчетов, проведен конечно-элементный анализ электродвигателя при различных значениях фазных токов, по результату которого построены графики зависимости фазного тока от механической мощности, которые представлены на рисунке 3.13.

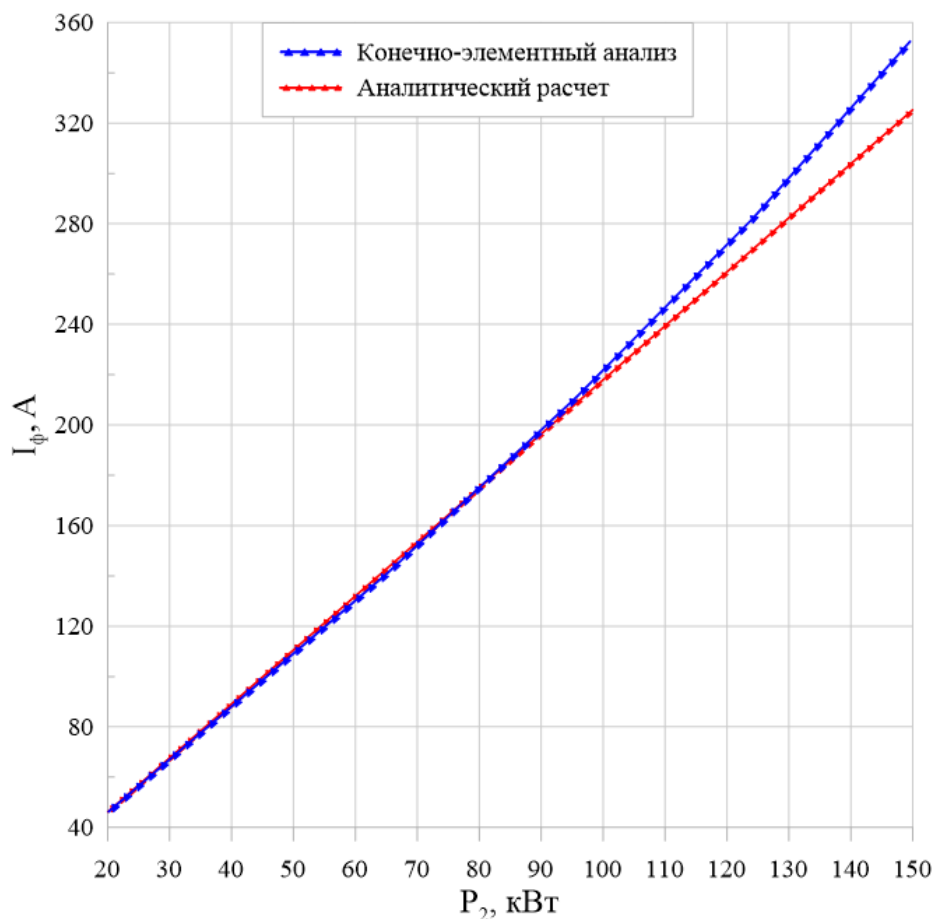


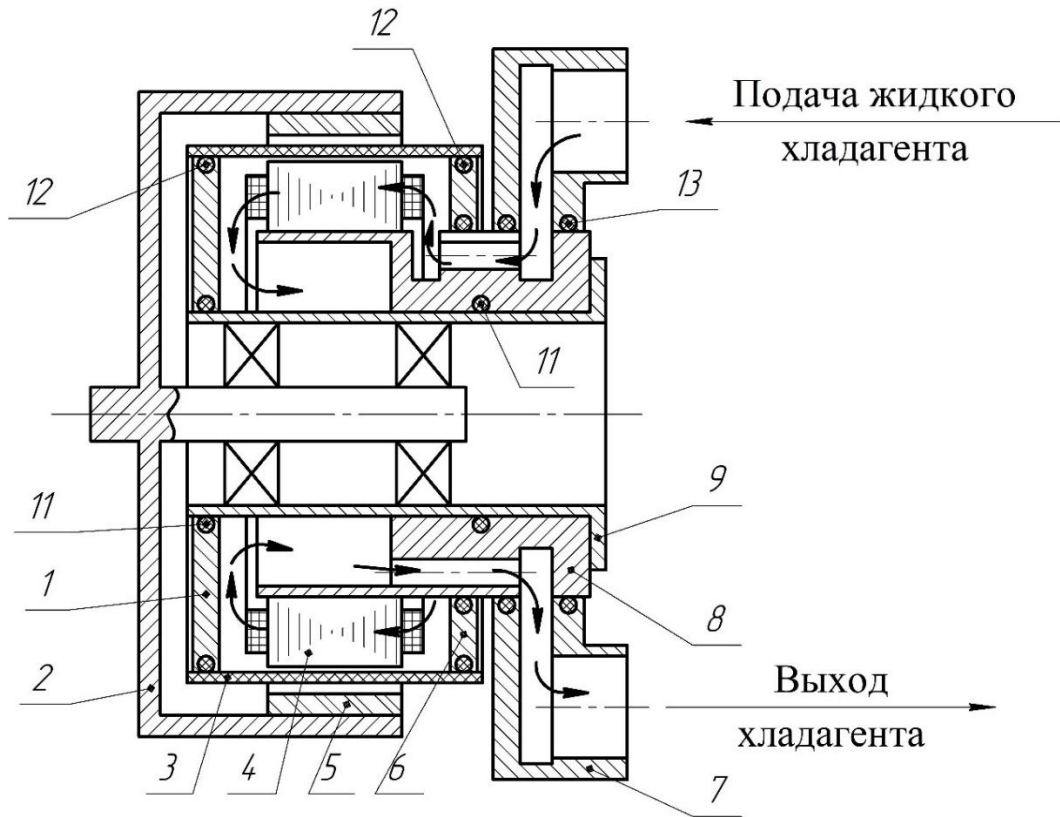
Рисунок 3.13 – График зависимости фазного тока от механической мощности на валу электродвигателя

Как видно из рисунка 3.13, рассогласование значений аналитического и численного расчетов при механической мощности менее 100 кВт составляет менее 1 %, что подтверждает правильность расчетов. Однако при увеличении мощности более 100 кВт, рассогласование начинает увеличиваться, в следствие влияния поперечной реакции якоря и локального перенасыщения электротехнической стали, и при мощности 150 кВт, составляет 8,4 %, что является приемлемым, но требует введения дополнительных коэффициентов в аналитическую методику расчета.

3.2. Анализ теплового состояния обмотки статора с жидкостной системой охлаждения

Тепловое состояние электродвигателя, определяемое электромагнитными нагрузками и системой охлаждения имеет большое влияние на массогабаритные показатели, ресурс и надежность электромеханического преобразователя. Главным образом нагрев электродвигателя ограничен классом нагревостойкости изоляции обмоточных проводов. Согласно [85] электроизоляционные материалы, применяемые в электрических машинах, делятся на 9 классов в соответствии с предельно допустимыми для них температурами: класс *Y* – 90 °С, класс *A* – 105 °С, класс *E* – 120 °С, класс *B* – 130 °С, класс *F* – 155 °С, класс *H* – 180 °С, класс 200 – 200 °С, класс 220 – 220 °С, класс 250 – 250 °С [33].

Исследование теплового состояния обмотки статора выполнено с целью проверки работоспособности конструкции при различных режимах работы. Кратковременные режимы рассмотрены в нестационарной постановке, т.к. за время работы в данных режимах температура не успевает достичь установившегося значения. Для эффективного охлаждения разработана конструктивная схема системы охлаждения, которая представлена на рисунке 3.14.



1 – фланец; 2 – ротор; 3 – герметизирующая оболочка; 4 – статор с обмоткой;
 5 – постоянные магниты; 6 – фланец; 7 – патрубок; 8, 9 – несущий корпус;
 11, 12, 13 – уплотнительные кольца

Рисунок 3.14 – Конструктивная схема рассматриваемой системы охлаждения

Предлагаемая конструктивная схема непосредственного охлаждения статора жидким хладагентом позволяет реализовать подачу и выход больших объемов хладагента в электрических машинах с внешним расположением ротора. То есть в тех машинах, где ротор вращается вокруг статора и пазы статора позволяют прокачивать через них хладагент.

В предлагаемой конструктивной схеме статор 4 расположен в полости, образованной электроизоляционной оболочкой 3 и фланцами 1 и 6. Герметизация полости со статором обеспечивается за счет уплотнительных колец 11, 12 и 13. Подача хладагента в полость лобовых частей статора и далее в пазы статора и выход хладагента из противоположной полости лобовых частей реализованы за счет конфигурации несущего корпуса 8. Для подачи хладагента из системы охлаждения в несущий корпус 8 и для выхода этого хладагента из корпуса 8

обратно в систему охлаждения используется комбинированный патрубок 7. Конфигурация комбинированного патрубка 7 позволяет использовать входное и выходное отверстия больших размеров. Это позволяет уменьшить давление в полости со статором и, соответственно, избежать неоправданного увеличения толщины электроизоляционной оболочки 3.

Статор электродвигателя представляет из себя магнитопровод, собранный из листов сплава 49К2ФА, и обмотки, уложенной в пазы. Конструкция якоря симметрична, что позволяет для уменьшения затрачиваемого на расчет времени рассматривать только одно зубцовое деление. При этом предполагается отсутствие теплового потока в направлении, перпендикулярном плоскости сечения. Вид расчетной модели статора электродвигателя приведен на рисунке 3.15.

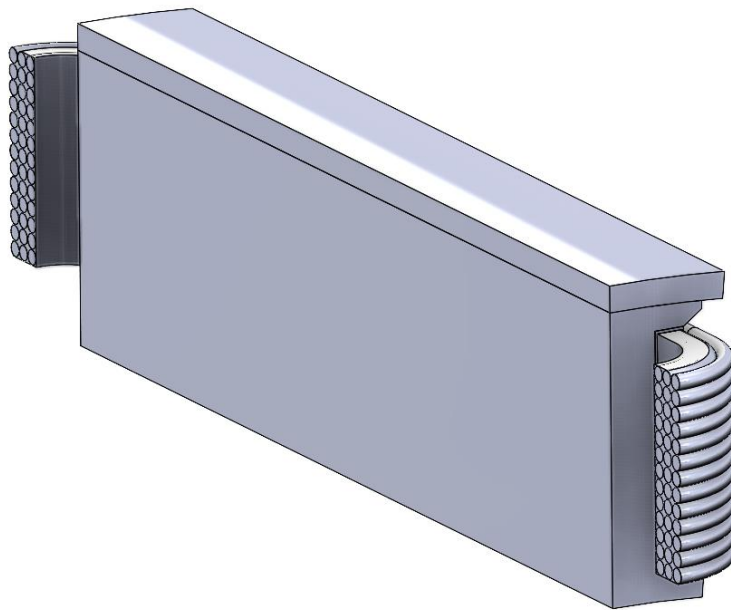


Рисунок 3.15 – Расчетная модель статора электродвигателя

В таблице 3.2 приведены свойства материалов, используемых при расчете. Во всех расчетах в качестве материала магнитопровода используется сплав 49К2ФА, в качестве материала обмотки – медь. Изоляционные материалы, включающие в себя полиимидную пленку и компаунд, моделируются единым слоем. При этом принимается усредненная теплопроводность. Для сплава 49К2ФА

заданы анизотропные свойства для учета того, что пакет имеет шихтованную конструкцию.

Таблица 3.2 – Свойства используемых материалов

Материал	Теплопроводность, Вт/(кг·К)	Теплоемкость, Дж/(кг·К)	Плотность, кг/м ³
Медь	380	385	8920
Изоляция	0,2	750	1400
49К2ФА	20 (в плоскости листов), 1 (перпендикулярно поверхности листов)	462	8150
ПМС-5	0,167	1632	918

Рассматриваются три режима работы, соответствующие различной нагрузке. При этом рассматривается наиболее напряженный в тепловом отношении случай, соответствующий максимальной механической мощности электродвигателя – 200 кВт.

В качестве источников тепла используются потери в магнитопроводе и в обмотке. Значения тепловыделений в статоре электродвигателя для различных режимов приведены в таблице 3.3.

Таблица 3.3 – Значения тепловыделений в статоре электродвигателя

Источник	Тепловыделения, Вт/м ³		
	100 кВт	150 кВт	200 кВт
Обмотка	$14,84 \cdot 10^6$	$32,99 \cdot 10^6$	$58,46 \cdot 10^6$
Магнитопровод	$1,866 \cdot 10^6$	$1,866 \cdot 10^6$	$1,866 \cdot 10^6$

Исследуемый электродвигатель имеет прокачное жидкостное охлаждение. При таком охлаждении хладагент распространяется через пазы статора электродвигателя на все поверхности тепловыделяющих элементов. Для этого на

статорной части электродвигателя предусмотрены два канала для входа и выхода хладагента.

Конечно-элементный анализ тепловых полей проведен в программном продукте *COMSOL Multiphysics*. В процессе моделирования решается мультифизическая задача, состоящая из гидравлического и теплового расчета [86]. Важным этапом при проведении конечно-элементного моделирования является расчетная сетка. Ее точность может значительно сказаться на результатах моделирования, в связи с чем для получения наиболее точных результатов задана сетка с малым шагом, которая представлена на рисунке 3.16.

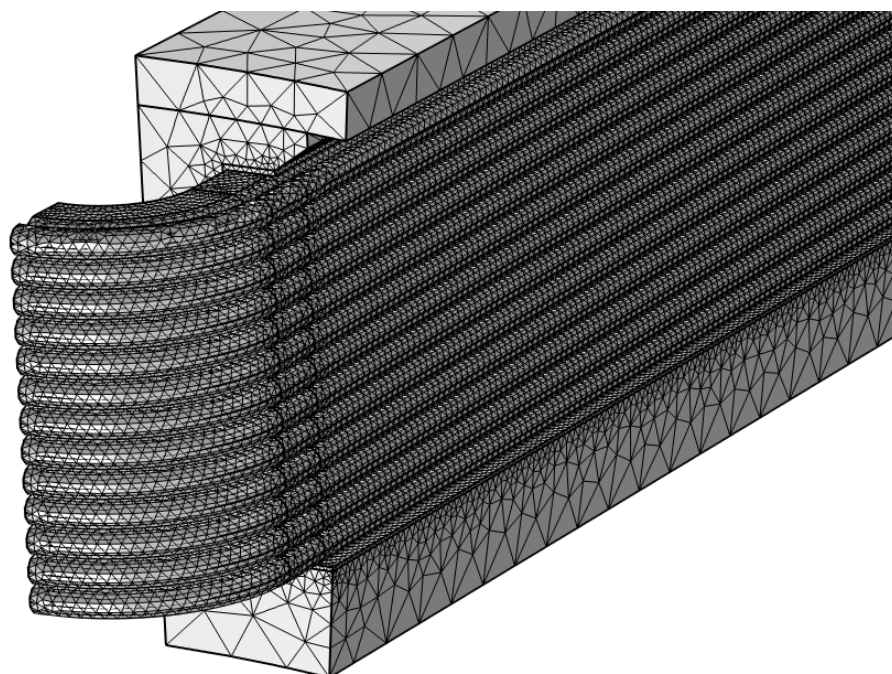


Рисунок 3.16 – Сетка конечных элементов модели

В соответствии с исходными данными разрабатываемого электродвигателя основным и продолжительным режимом является работа при механической мощности 150 кВт, в связи с чем на первом этапе моделирования проведен расчет именно этого режима. При этом изначально выбран расход охлаждающей жидкости – 40 л/мин и максимальная температура жидкости на входе в электродвигатель – 70 °С. Результаты расчета, а именно картины распределения температуры обмотки и потока жидкости представлены на рисунках 3.17 и 3.18 соответственно.

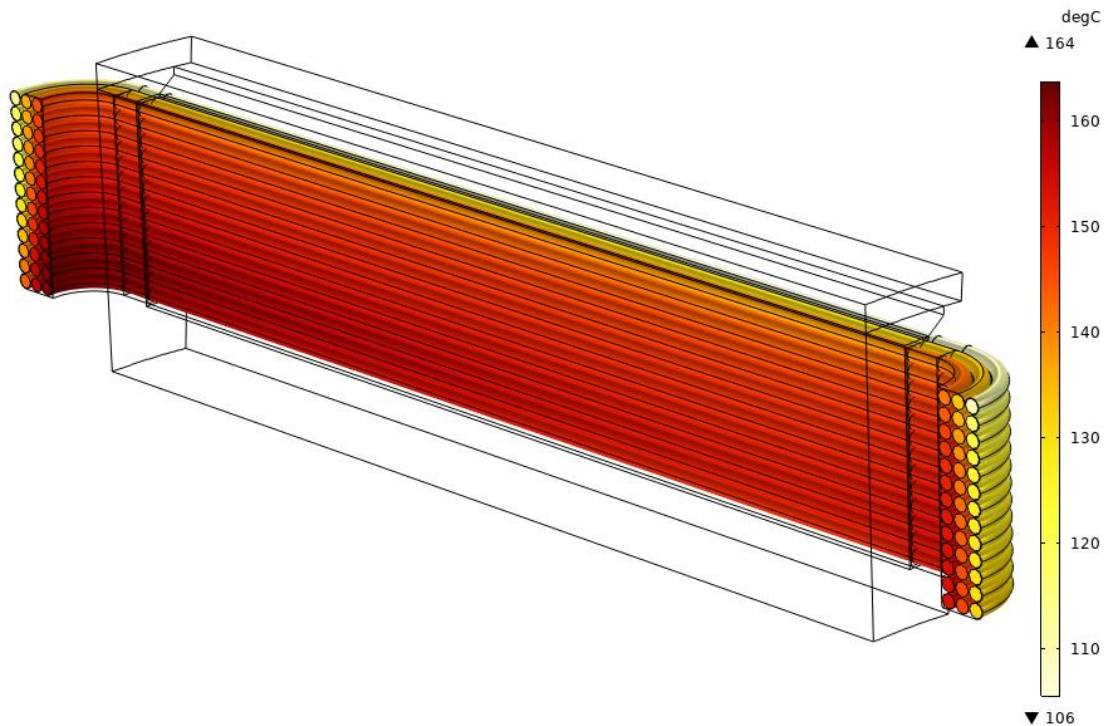


Рисунок 3.17 – Распределение теплового поля в обмотке статора электродвигателя

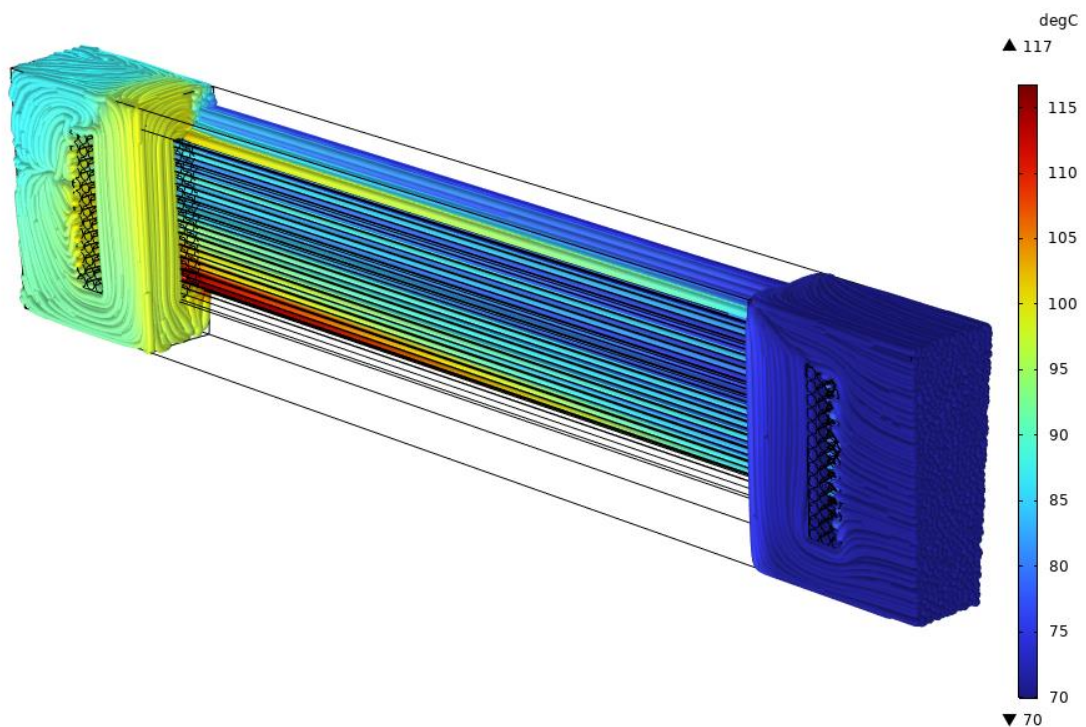


Рисунок 3.18 – Распределение потока жидкости и ее температура в статорной области электродвигателя

Как видно из рисунка 3.17 температура в обмотке статора распределяется неравномерно, и наиболее теплонагруженными являются витки, находящиеся в первом слое, прилегающем к магнитопроводу. Определена средняя температура

обмотки, которая равна 139 °С, при этом максимальная температура обмотки составила 164 °С, что является допустимым для выбранной марки провода (ПЭТ-200), температурный индекс которого составляет 200 °С. Из рисунка 3.18 определена средняя температура жидкости и перепад температуры хладагента на входе и выходе, которые соответственно равны 80 °С и 18 °С.

С целью нахождения оптимального значения расхода жидкости на различных режимах работы электродвигателя проведен параметрический анализ, результаты которого представлены в таблице 3.4.

Таблица 3.4 – Результаты анализа температуры обмотки и хладагента в зависимости от расхода охлаждающей жидкости

Q , л/мин	P , кВт	T_{max} , °С	T_{avg} , °С	T_{liq} , °С	ΔT , °С
20	100	130	116	78	52
	150	194	166	88	107
	200	278	229	102	176
30	100	120	107	76	44
	150	175	149	83	93
	200	247	202	92	155
40	100	114	102	74	40
	150	164	139	80	84
	200	229	186	88	141
50	100	110	99	74	37
	150	156	132	78	78
	200	217	176	85	132
60	100	107	96	73	34
	150	150	127	77	73
	200	208	168	83	125
70	100	105	94	73	32
	150	146	123	76	70
	200	201	162	81	119

В таблице: Q – расход хладагента; P – механическая мощность на валу; T_{max} – максимальная температура обмотки; T_{avg} – средняя температура обмотки; T_{liq} – средняя температура охлаждающей жидкости; ΔT – перегрев обмотки относительно охлаждающей жидкости.

Для лучшей наглядности основные результаты представлены на рисунке 3.19 в виде зависимостей перегрева обмотки ΔT от расхода охлаждающей жидкости Q для мощностей 100, 150 и 200 кВт.

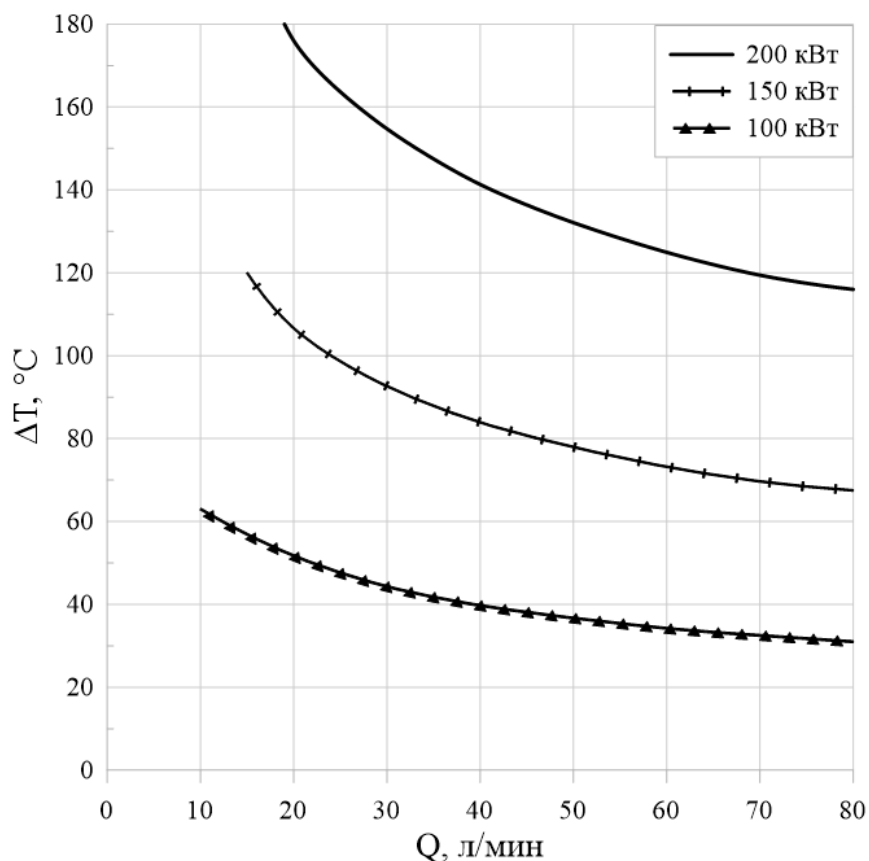


Рисунок 3.19 – Зависимость перегрева обмотки от расхода охлаждающей жидкости для мощностей 100, 150 и 200 кВт

В результате параметрического анализа определено, что для обеспечения работоспособности электродвигателя на продолжительных режимах работы, а именно 100 кВт и 150 кВт, достаточным является расход жидкости на уровне 20 л/мин. Дальнейшее уменьшение расхода является опасным и может привести к локальному перегреву из-за отсутствия охлаждающей жидкости в каком-либо пазу, что возможно вследствие технологических особенностей конструкции и неравномерности намотки катушек статора. Картины распределения температуры обмотки и потока жидкости соответствующие мощности 150 кВт и расходу охлаждающей жидкости 20 л/мин приведены рисунках 3.20 и 3.21.

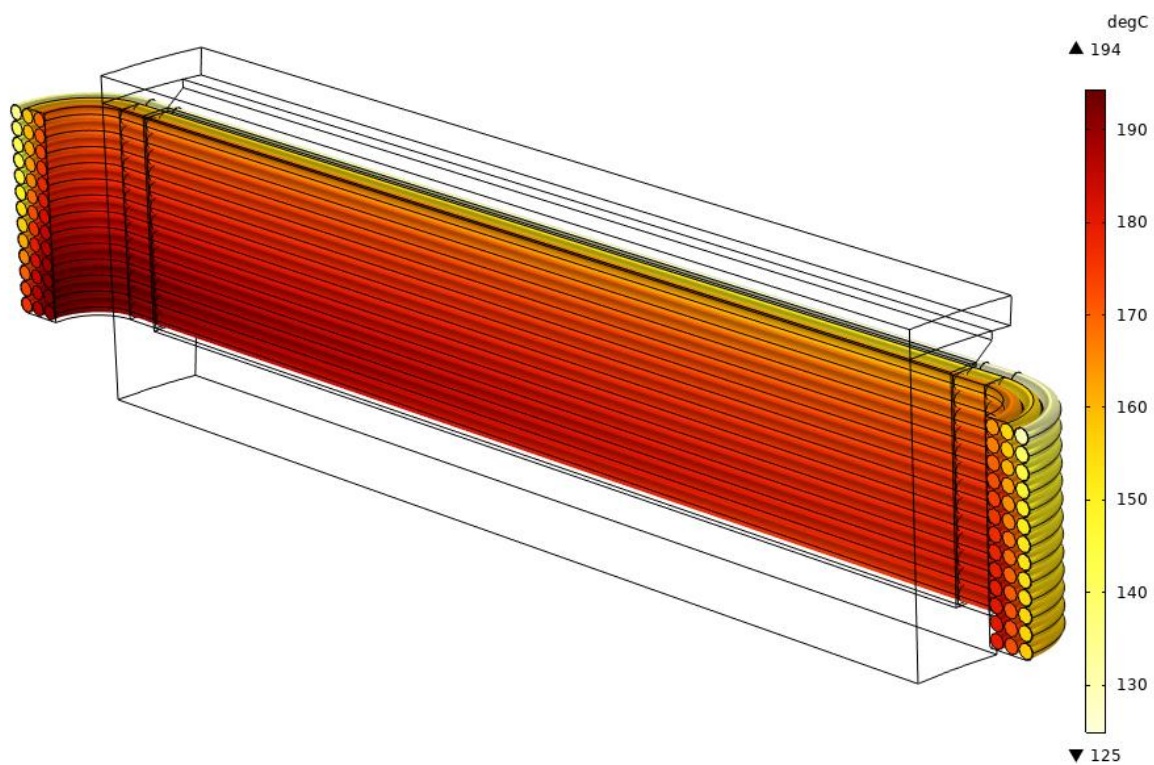


Рисунок 3.20 – Распределение температуры в обмотке статора электродвигателя в максимально продолжительном режиме

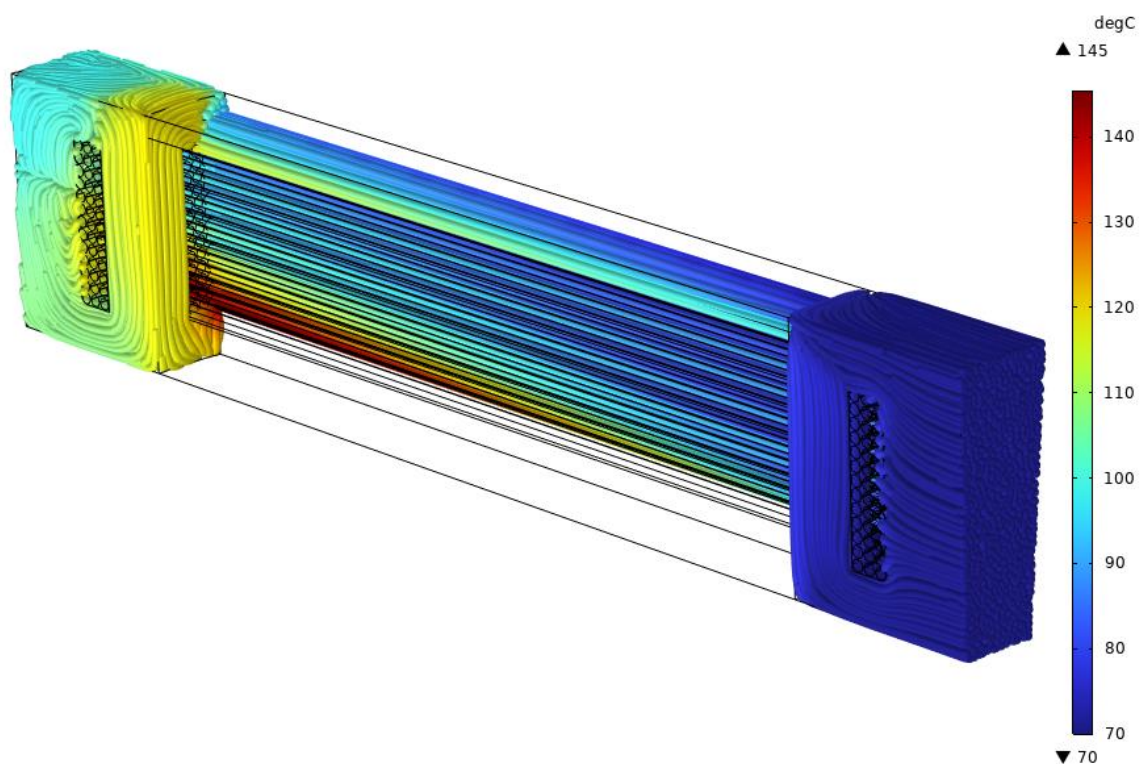


Рисунок 3.21 – Распределение потока жидкости и ее температура в статорной области электродвигателя в максимально продолжительном режиме

Также по результатам анализа определено, что для обеспечения продолжительного режима, соответствующего уровню мощности 200 кВт, необходим расход охлаждающей жидкости не менее 70 л/мин, однако данный режим является кратковременным, продолжительностью не более 5 с. Для этого проведен нестационарный анализ для мощности 200 кВт, с расходом охлаждающей жидкости 20 л/мин и максимальным временем работы электродвигателя 5 с. При этом учитывается начальный нагрев обмотки, соответствующий мощности 150 кВт. Начальная температура обмотки соответствует максимальной – 194 °С, а температура охлаждающей жидкости – 87 °С. По результатам нестационарного расчета построена зависимость температуры обмотки от времени, которая представлена на рисунке 3.22.

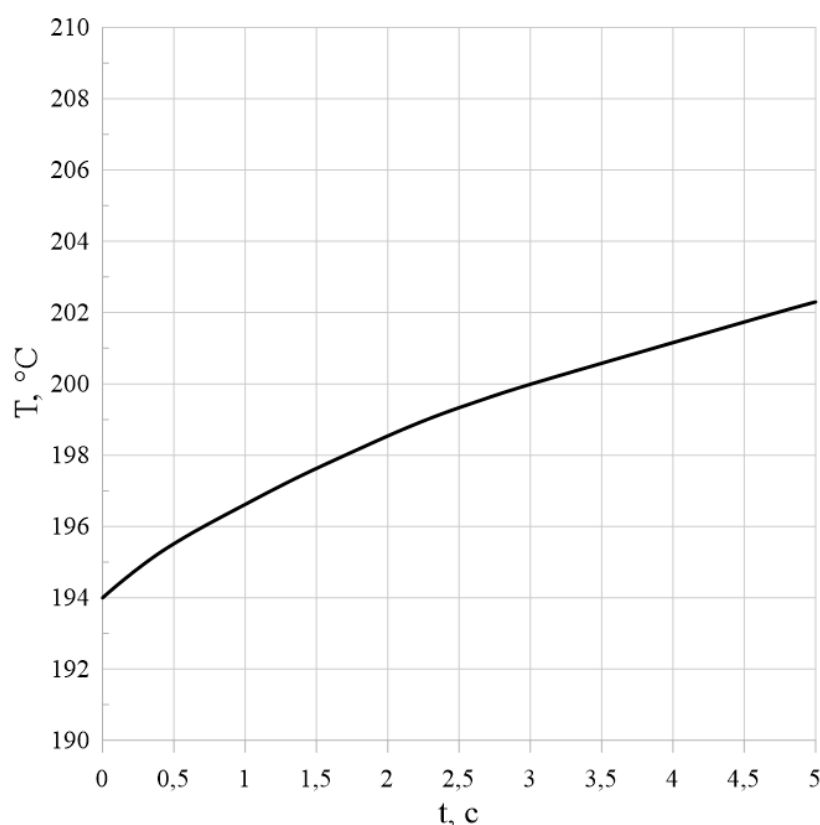


Рисунок 3.22 – Зависимость температуры обмотки от времени для мощности 200 кВт при расходе охлаждающей жидкости 20 л/мин

Как видно из рисунка 3.22, температура обмотки при мощности 200 кВт за 5 с достигает 202 °С, что не влияет на работоспособность электродвигателя при этом срок службы изоляции существенно не сократится [87].

В результате проведения конечно-элементного анализа тепловых процессов в статоре электродвигателя получены следующие результаты:

- 1) Определена температура обмотки статора в различных режимах работы, включая перегрузочный.
- 2) Определен требуемый минимальный расход хладагента на различных режимах работы электродвигателя для обеспечения его безотказной работы.
- 3) Определен нагрев хладагента, проходящего через пазы электродвигателя.
- 4) Определена разница температур внутренних и внешних витков обмотки и эффективность системы охлаждения применительно к выбранной схеме обмотки.

3.3 Анализ потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов

При повышении мощности и частоты перемагничивания электродвигателей важным вопросом при проектировании является проведение расчета потерь в постоянных магнитах, вызванных вихревыми токами. Данные потери могут сильно повлиять на КПД электрической машины, а также могут привести к размагничиванию постоянных магнитов из-за их перегрева [88].

Вихревые токи по своей природе относятся к области квазистационарных явлений. Током смещения внутри проводников обычно можно пренебречь по сравнению с током проводимости. Это справедливо и для высоких частот. Вихревые токи вызывают неравномерное распределение плотности тока по сечению проводящего тела. При этом, естественно, возрастают и джоулевы потери [89].

В данной работе расчет потерь проводится методом конечных элементов с применением программного продукта *Ansys Electronics* [90]. Для расчета

используется модель, полученная ранее при анализе магнитных полей (см. раздел 3.1). Граничные условия, задание материалов и их свойств, нанесение сетки конечных элементов и источников магнитного поля выполняются аналогично с методикой расчета магнитных полей. Однако для расчета потерь на вихревые токи необходимо задать проводимость используемого материала постоянных магнитов.

На первом этапе проведен анализ потерь на вихревые токи в режиме холостого хода, временная зависимость потерь представлена на рисунке 3.23.

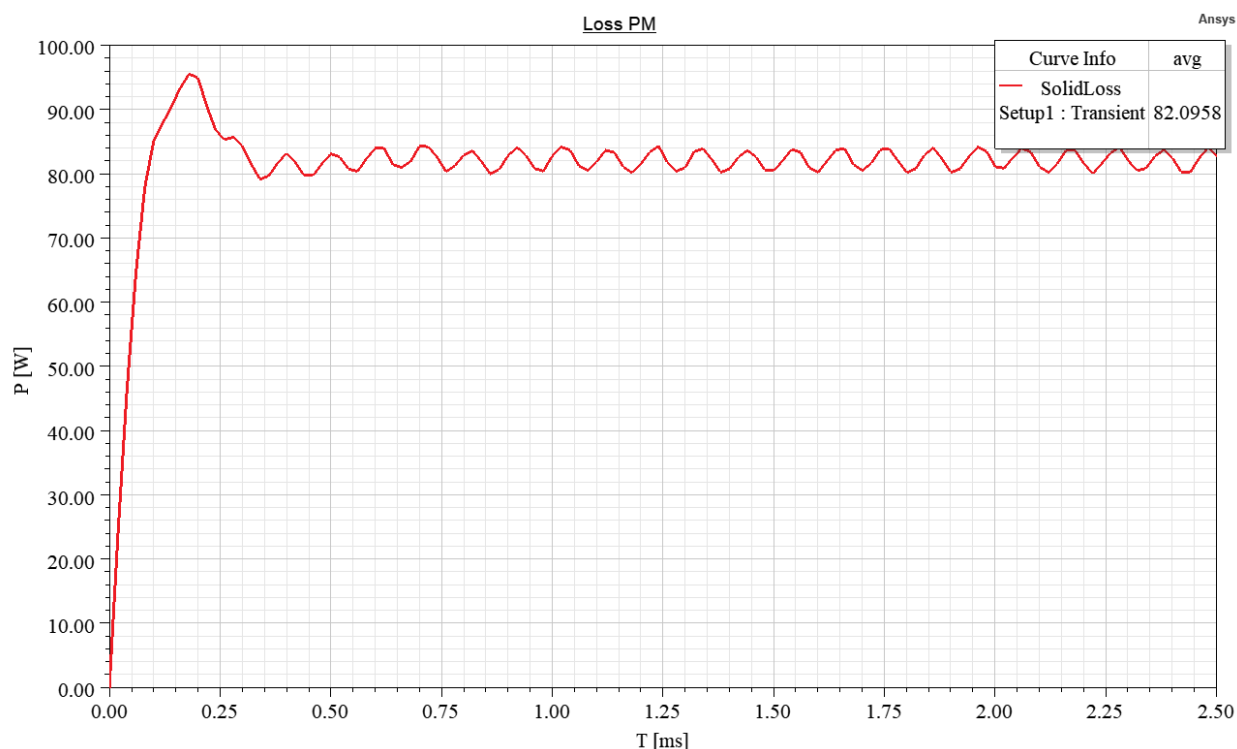


Рисунок 3.23 – Временная зависимость потерь в ПМ в режиме холостого хода

Как видно из рисунка 3.22, уровень потерь составляет 82 Вт, что является приемлемым. Однако наиболее нагруженным является режим номинальной нагрузки, в котором основные потери в ПМ вносит поле реакции якоря. Картина распределения плотности тока в объеме ПМ, а также объемные потери представлены на рисунках 3.24 и 3.25. Также построена временная зависимость потерь в ПМ в режиме номинальной нагрузки, которая представлена рисунке 3.26.

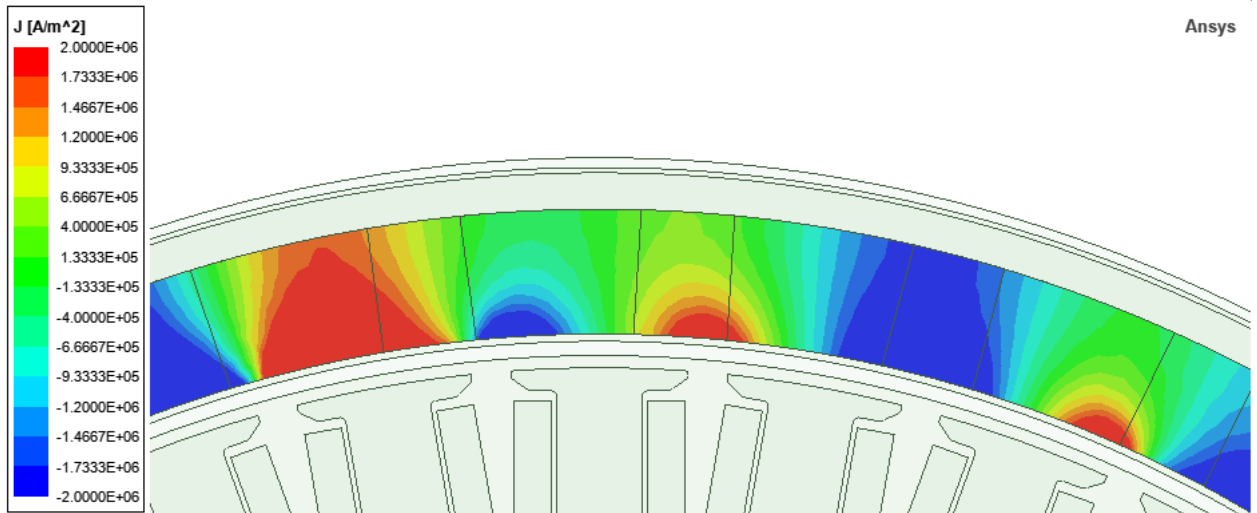


Рисунок 3.24 – Картина распределения плотности тока в объеме ПМ в режиме номинальной нагрузки

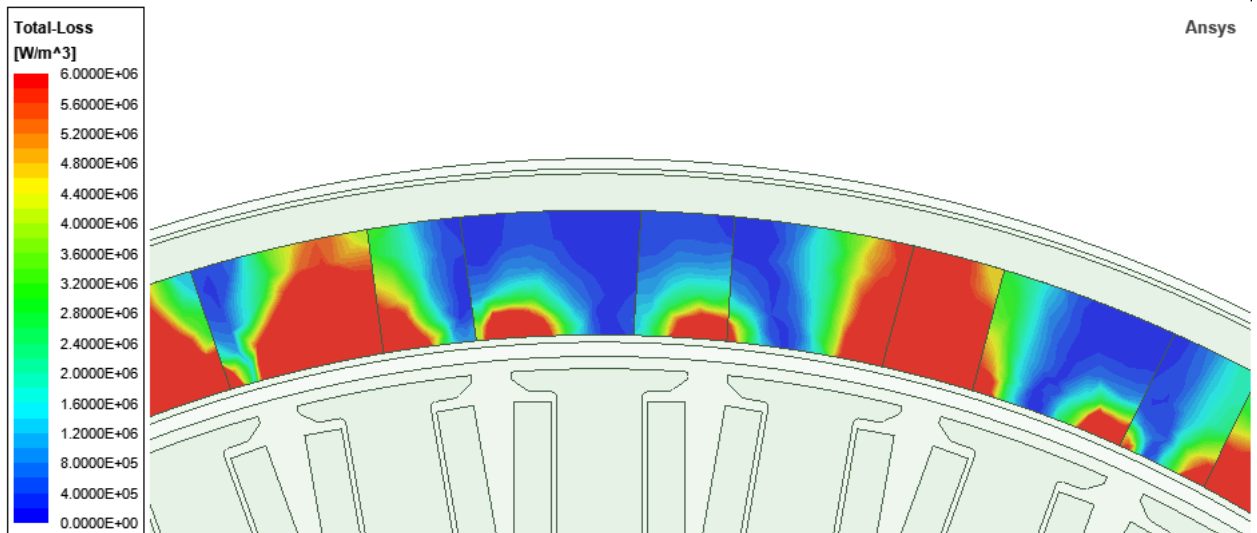


Рисунок 3.25 – Картина распределения удельных объемных потерь в ПМ в режиме номинальной нагрузки

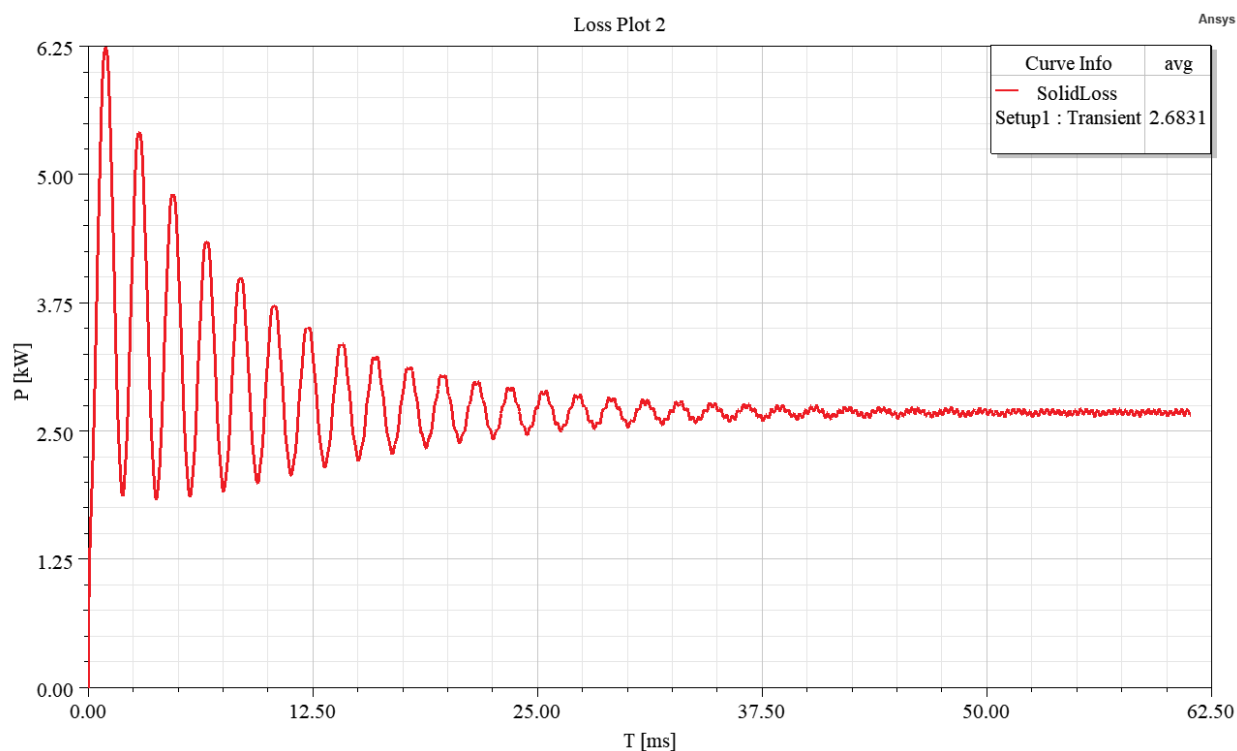


Рисунок 3.26 – Временная зависимость потерь в ПМ в режиме номинальной нагрузки

Как видно из рисунков потери в ПМ в режиме номинальной нагрузки существенны, и они составляют 2,68 кВт. В ходе расчета определено, что при расчете в $2D$ конфигурации, не были учтены конечная длина пакета статора и замыкание вихревых токов, в следствие этого для дальнейшего анализа используется $3D$ модель. В силу периодичности магнитных полей, для упрощения и уменьшения времени расчета используется $1/4$ часть электрической машины, при этом в программе необходимо в качестве граничных условий задать симметричность. Картина распределения векторов плотности тока в режиме номинальной нагрузки представлена рисунке 3.27.

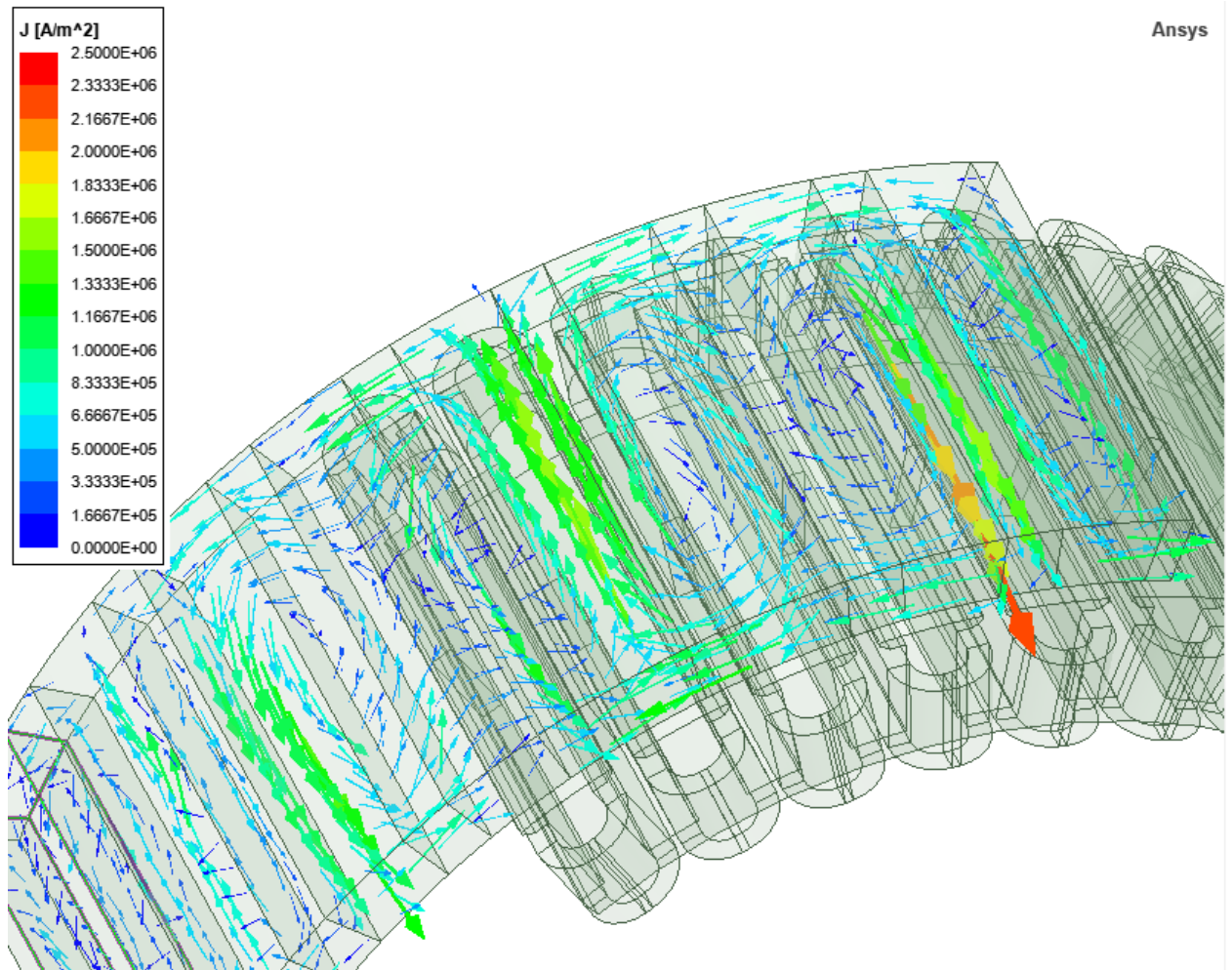


Рисунок 3.27 – Картина распределения векторов плотности тока в режиме номинальной нагрузки

Как видно из рисунка 3.27, вихревой ток в постоянных магнитах замыкается по границам, при этом протекая по нескольким магнитам. Это связано с тем, что в расчетной модели все магниты плотно прилегают друг к другу образуя единый контур для протекания вихревых токов. При этом численное значение потерь в постоянных магнитах при номинальном режиме работы в $3D$ постановке составляет 1,18 кВт, что значительно меньше, чем получено в $2D$ расчете. Так как из картины распределения видно, что вихревой ток замыкается через несколько постоянных магнитов, с целью возможного уменьшения величины потерь в постоянных магнитах рассмотрен вариант, при котором между каждым магнитом прокладывается электроизоляционная пленка толщиной 0,15 мм. Эскиз конструктивной реализации данного решения представлен на рисунке 3.28.

Картина распределения векторов плотности тока в режиме номинальной нагрузки при наличии зазора между постоянными магнитами приведена на рисунке 3.29.

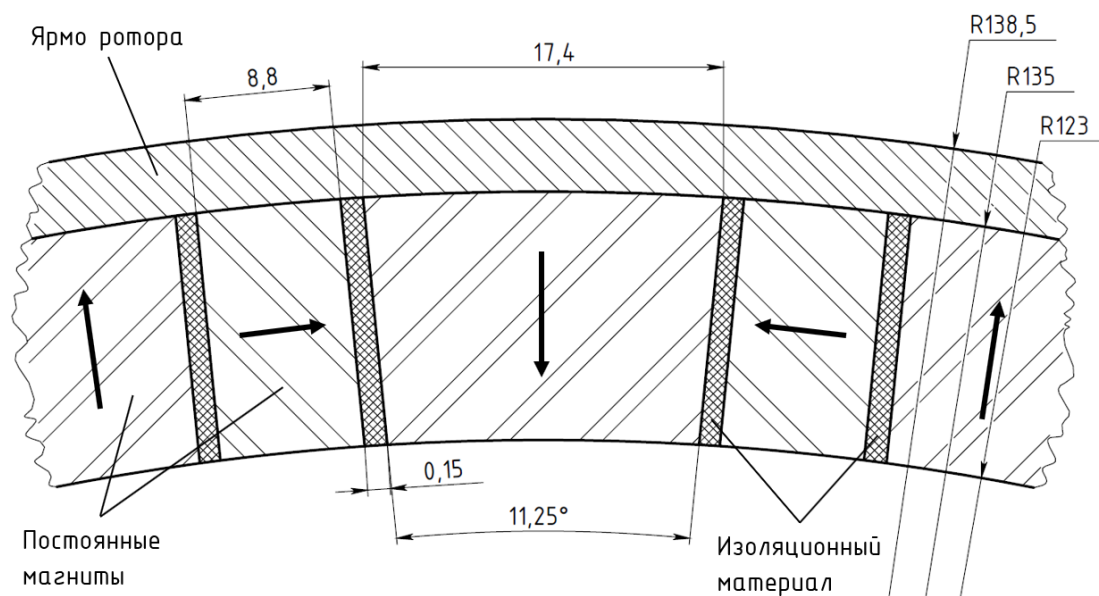


Рисунок 3.28 – Эскиз области постоянных магнитов с наличием электроизоляционных пленок

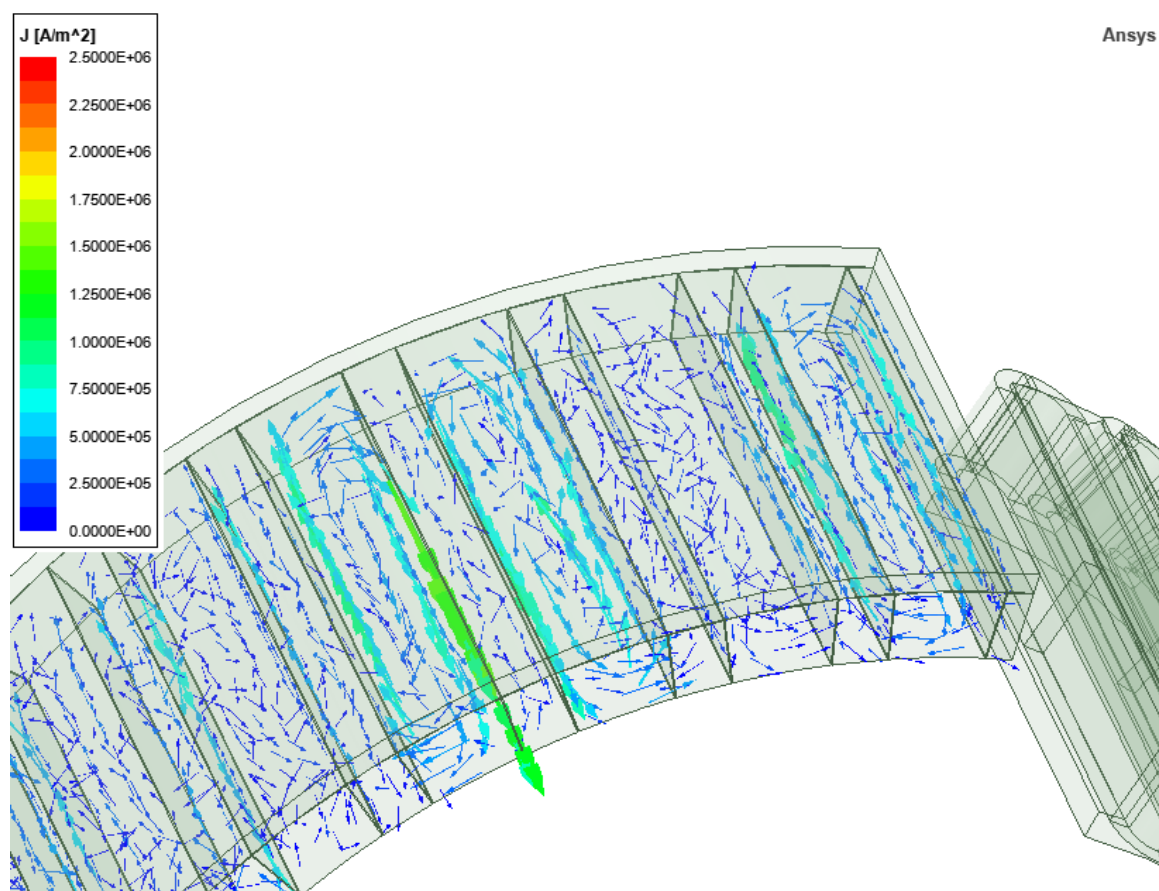


Рисунок 3.29 – Картина распределения векторов плотности тока в режиме номинальной нагрузки при наличии зазора между ПМ

В результате анализа видно, что при наличии электроизоляционной пленки между постоянными магнитами, вихревые токи замыкаются только по одному магниту, при этом величина потерь при номинальной нагрузке составляет менее 0,5 кВт, что более чем в два раза меньше, чем при отсутствии зазора. Для полноценного анализа проведено исследование величины потерь в постоянных магнитах на вихревые токи при различной мощности электродвигателя в различной постановке 2D, 3D и 3D с наличием зазора, результаты которого представлены на рисунке 3.30, в виде зависимости мощности потерь на вихревые токи от механической мощности электродвигателя.

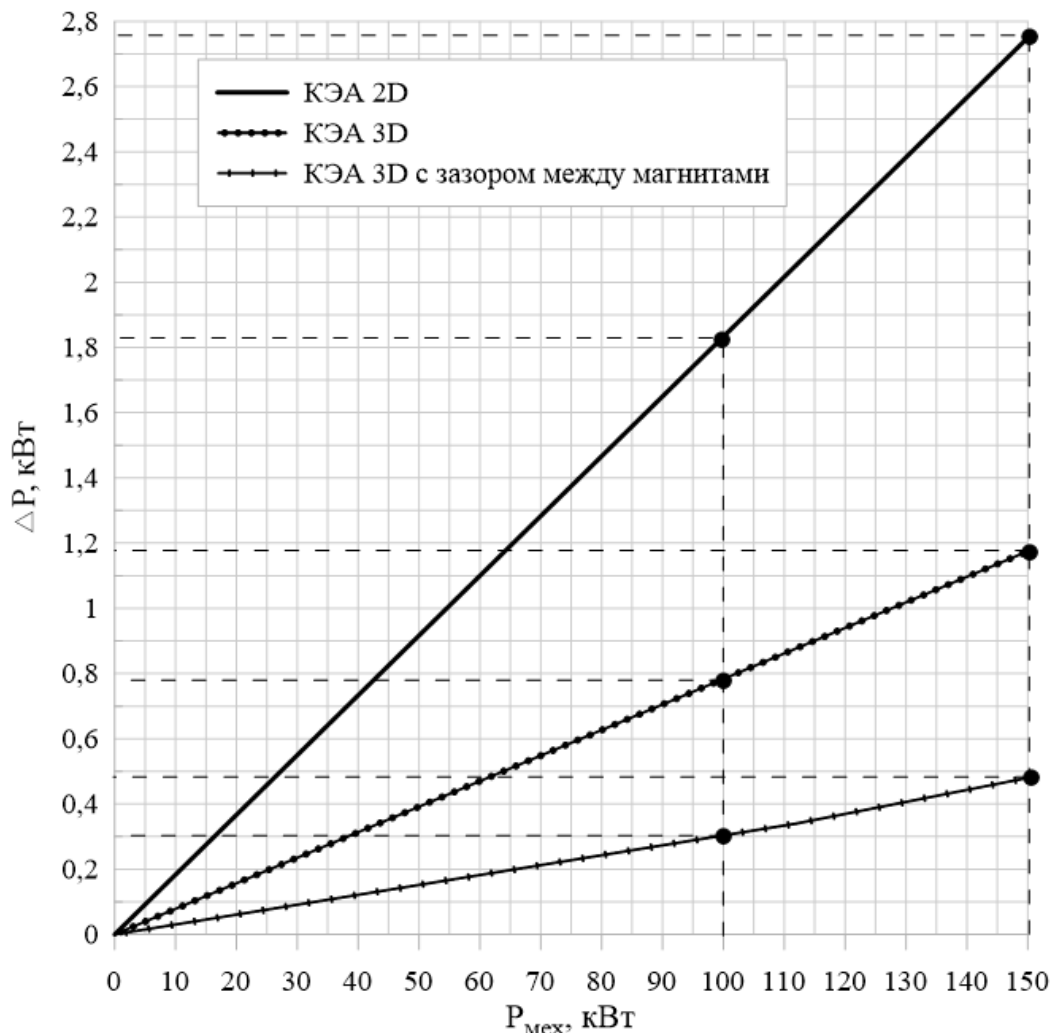


Рисунок 3.30 – Зависимость потерь в ПМ от механической мощности

Как видно из рисунка 3.30, наличие электроизоляционных пленок между постоянными магнитами позволяет уменьшить величину потерь на вихревые токи

при механической мощности 150 кВт более чем на 50 %, что подтверждает эффективность данного конструктивного решения.

В результате проведения конечно-элементного анализа потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов получены следующие результаты:

- 1) представлены картины распределения удельных объемных потерь и векторов плотности тока в области ПМ;
- 2) определены значения потерь в области ПМ при различной мощности электродвигателя в двухмерной и трехмерной постановке;
- 3) представлена конструктивная схема ротора, позволяющая получить наименьшее значение потерь в области ПМ за счет установки дополнительной электроизоляционной пленки, препятствующей замыканию вихревых токов через несколько ПМ.

3.4 Исследование механического состояния ротора электродвигателя обращенной конструкции

При проектировании высоконагруженных электрических машин с внешним ротором особое внимание стоит уделять прочностным расчетам ротора. Использование при прочностных расчетах программных пакетов конечно-элементного анализа, в частности *SolidWorks 2021*, позволяет с высокой степенью достоверности исследовать поведение роторов и других конструктивных элементов с учетом геометрической и физической нелинейности.

В данном разделе приведены результаты поверочного расчета ротора электродвигателя. Показаны максимальные деформации и напряжения, возникающие в элементах конструкции ротора при различных механических нагрузках. Вид расчетной модели ротора электродвигателя представлен на рисунке 3.31.

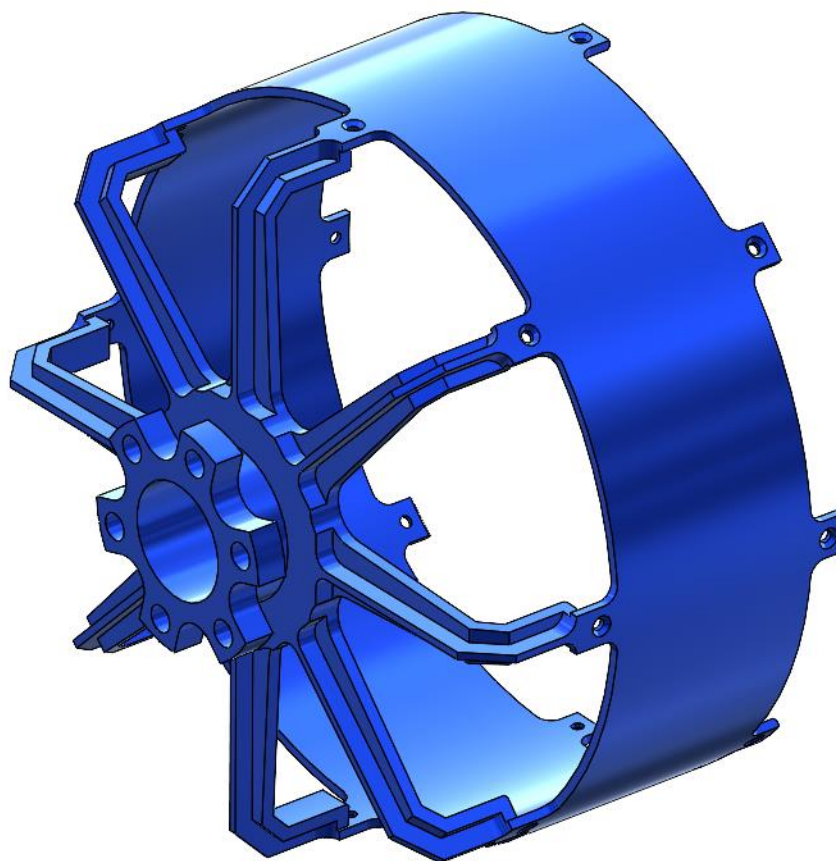


Рисунок 3.31 – Расчетная модель ротора электродвигателя

В качестве исходных данных при расчете используются геометрические размеры ротора, свойства материалов, приложенные нагрузки и закрепления. Ротор электродвигателя с целью повышения прочности выполнен из конструкционной легированной стали 30ХГСА, обладающей следующими свойствами:

- модуль упругости: $E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа;
- коэффициент Пуассона: $\mu = 0,3$;
- плотность: $\rho = 7850$ кг/м³;
- предел текучести: $\sigma_{0,2} = 830$ МПа;
- предел прочности: $\sigma_B = 1080$ МПа.

На рисунке 3.32 показана модель ротора с нанесенной расчетной сеткой конечных элементов.

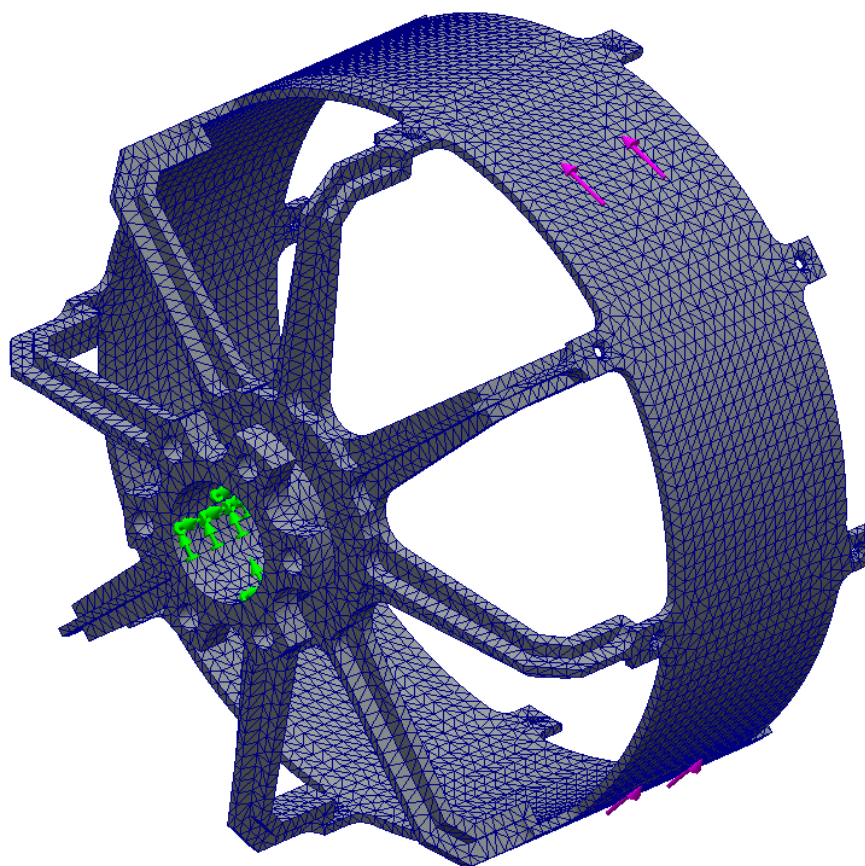


Рисунок 3.32 – Сетка конечных элементов модели

Прочностной расчет ротора выполнен для номинальной частоты вращения – 2000 мин^{-1} при механической нагрузке, соответствующей мощности 150 кВт и 200 кВт. В качестве нагрузки при расчете используется крутящий момент, в качестве закрепления используется внутренняя поверхность, предназначенная под установку конусной втулки. Результаты расчетов приведены на рисунках 3.33 и 3.34.

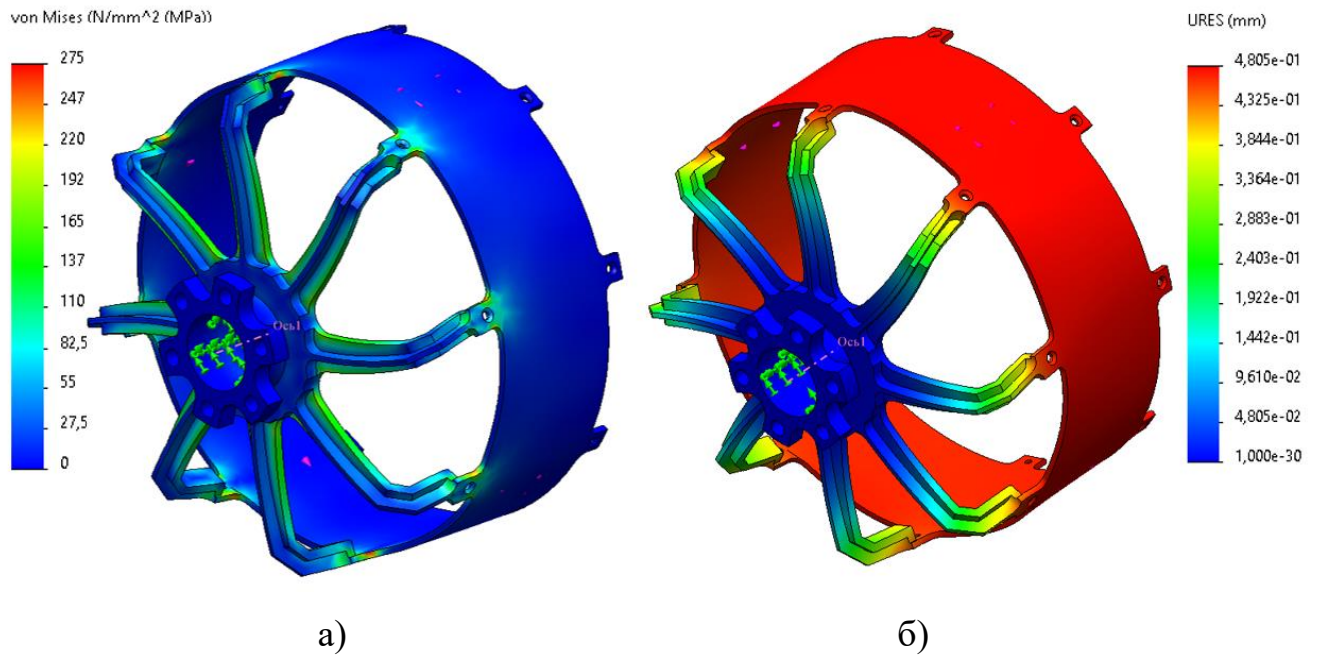


Рисунок 3.33 – Напряжения (а) и смещения (б) в элементах конструкции ротора при механической мощности 150 кВт

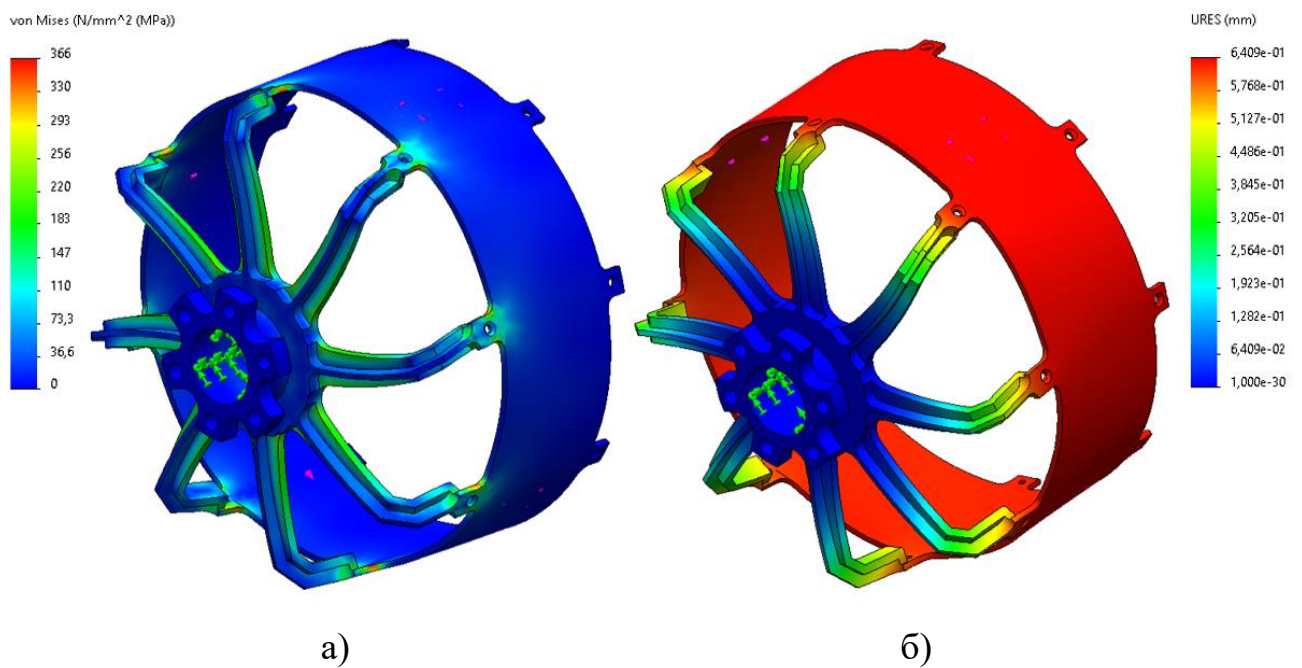


Рисунок 3.34 – Напряжения (а) и смещения (б) в элементах конструкции ротора при механической мощности 200 кВт

Из рисунков 3.33 и 3.34 видно, что максимальные напряжения сосредоточены в области силовых ребер конструкции и в местах сопряжения с ярмом ротора. При этом максимальное значение напряжения составляет 366 МПа, что более чем в 2

раза ниже предельно допустимых, что указывает на возможность уменьшения толщин и количества силовых ребер без риска разрушения конструкции.

Выводы по главе

1. Разработаны методика и алгоритм численного расчета магнитных полей синхронных электродвигателей с возбуждением от постоянных магнитов в режиме холостого хода и номинальной нагрузки.
2. Разработана конструктивная схема системы охлаждения, позволяющая значительно повысить плотность тока в обмотке статора.
3. Разработана методика численного теплового расчета статора с жидкостной канальной системой охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов.
4. Получены результаты теплового состояния обмотки якоря при различных расходах охлаждающей жидкости.
5. Разработана методика численного расчета потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов и предложен эффективный способ снижения этих потерь.
6. Приведены результаты исследования величины потерь на вихревые токи в области постоянных магнитов при различной выходной мощности электродвигателя в двухмерной и трехмерной постановке.
7. Представлены результаты механического расчета, по результатам которого определен запас по прочности для выбранного материала и конструкции ротора электродвигателя.

4 ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ОБРАЗЦА ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЯ ДЛЯ СИСТЕМЫ ЭЛЕКТРОДВИЖЕНИЯ МАЛОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Экспериментальные исследования опытных образцов являются ключевым этапом в процессе разработки и внедрения новых продуктов и технологий, обеспечивая их эффективность, безопасность и надежность. Они позволяют апробировать новые аналитические и численные методики расчетов, выявить недостатки в конструкции опытных образцов и оптимизировать их, улучшая производительность и надежность, а также выявить потенциальные проблемы или ограничения опытных образцов до их массового производства или внедрения, что может сэкономить время и ресурсы. Эксперименты позволяют сравнивать новые образцы с уже существующими решениями, что помогает определить их преимущества и недостатки.

В данной главе приводится описание конструкции экспериментального образца синхронного электродвигателя, технологические особенности процесса сборки электродвигателя и результаты экспериментальных исследований по которым проводится верификация аналитических и численных методик расчета.

4.1 Описание конструкции экспериментального образца электродвигателя

Электрическая машина представляет собой синхронный электродвигатель с внешним ротором с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов. Общий вид разрабатываемой электрической машины представлен на рисунке 4.1. При конструктивной проработке электродвигателя использовался ранее накопленный опыт в конструировании электромеханических преобразователей [91-94].

Активные части электрической машины состоят из статора (поз. 1), имеющего зубцовую обмотку, и постоянных магнитов (поз. 2), установленных на ярме ротора (поз. 3).

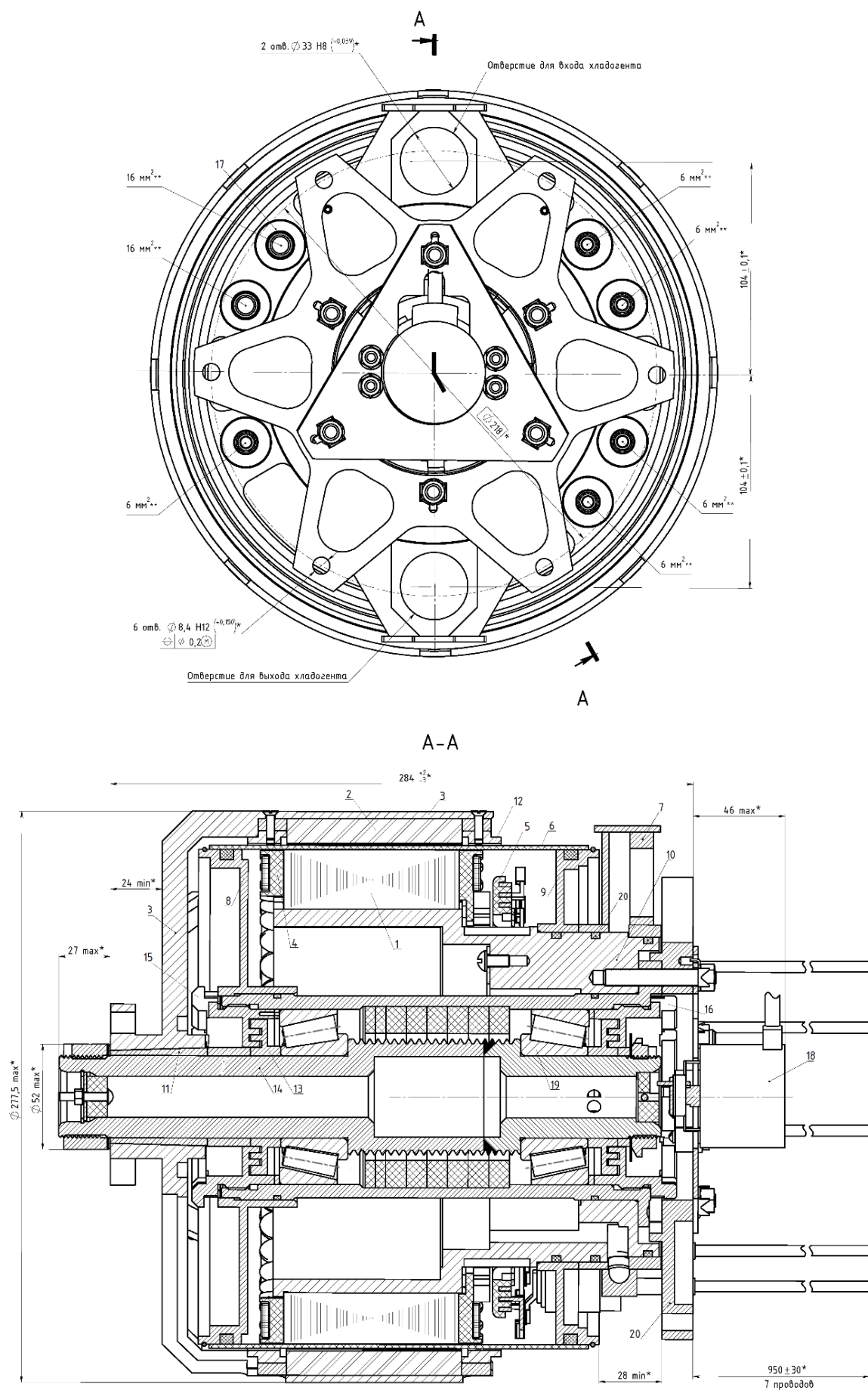


Рисунок 4.1 – Общий вид электродвигателя

Магнитопровод статора (поз. 1) выполнен шихтованным из листов сплава 49K2ФА толщиной 0,35 мм, склеенных между собой. По всему периметру пакета статора на клею установлен ряд каркасов (поз. 4) различной конфигурации для обеспечения требуемого радиуса изгиба и упрощения переходов между катушками. Шины, образующие схему соединения катушек, выполнены из листов меди собранных в соединитель (поз. 5). Статор (поз. 1) отделен от воздушного зазора композитной трубой (поз. 6) из немагнитного материала, которая образует полость для протекания охлаждающей жидкости. Подача охлаждающей жидкости в образованную полость осуществляется через отверстие на патрубке (поз. 7). Полость статора с целью герметизации закрыта двумя фланцами (поз. 8 и 9). Статор (поз. 1) фиксируется на корпусе (поз. 10) за счет посадки с натягом и шпоночного выступа.

Ротор (поз. 3) устанавливается на конусную втулку вала (поз. 11). Конструкция с внешним ротором позволяет отказаться от удерживающей от воздействия центробежных сил обоймы, в следствие чего постоянные магниты (поз. 2) устанавливаются на клей на ротор (поз. 3). Устранение неуровненности при балансировке достигается за счет снятия металла с торцов балансировочных колец (поз. 12).

Полости под пластичную (консистентную) смазку марки ОКБ-122-7 образованы за счет конфигурации лабиринтных уплотнений (поз. 13) и формы вала (поз. 14). Направление резьбы в гайках (поз. 15 и 16) выбрано таким образом, чтобы гайки самозатягивались при вращении за счет инерционных сил.

Герметизация полости машины обеспечивается наличием уплотнительных колец во всех фланцах. Провода входят в полость ЭМ через гермовводы (поз. 17). Для контроля положения ротора в случае нештатных ситуаций на борту летательного аппарата предусмотрен датчик положения ротора (поз. 18).

Для обеспечения требуемого осевого усилия в 9000 Н (~900 кгс) в конструкции электродвигателя предусмотрены роликовые подшипники (поз. 19). Защита подшипникового узла от внешних воздействующих факторов обеспечивается наличием лабиринтных уплотнений (поз. 13). Крепление статорной части электродвигателя к стенду осуществляется с помощью фланца (поз. 20).

С целью облегчения конструкции вал электродвигателя (поз. 14) выполняется сварным из титанового сплава ВТ-6.

По разработанной конструкторской документации на электродвигатель построена 3D-модель. На рисунке 4.2 представлена 3D-модель электродвигателя для конструкции с внешним ротором.

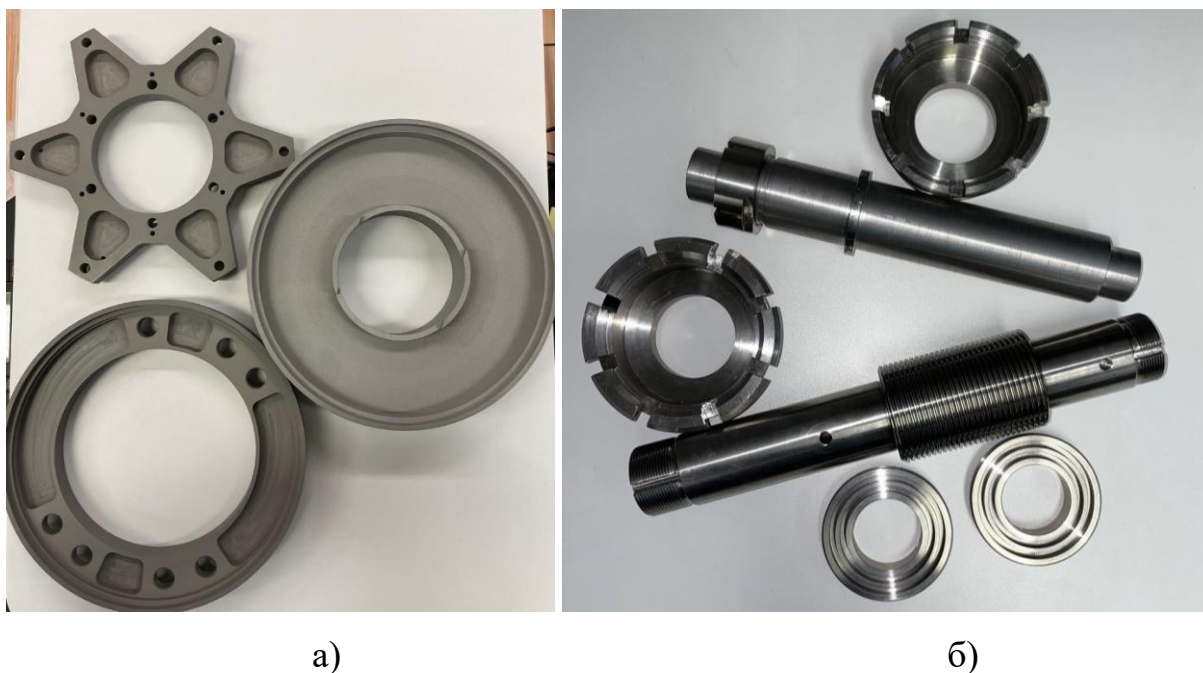


Рисунок 4.2 – 3D-модель двигателя с внешним ротором

По разработанной 3D-модели оценена полная масса электродвигателя, которая составляет 34 кг, соответствующая удельной мощности 4,41 кВт/кг.

4.2 Технологические особенности процесса сборки электродвигателя

По завершению процесса разработки конструкторской документации для апробации результатов аналитических и численных расчетов был изготовлен и экспериментально исследован опытный образец электродвигателя. С целью уменьшения массы конструктивных элементов электродвигателя, механически не нагруженные детали выполнены из алюминиевых сплавов, при этом высоконагруженные детали выполнены из титанового сплава ВТ6. Изготовление деталей из титановых сплавов является сложным и высокотехнологичным процессом, который сталкивается с множеством трудностей. Титановые сплавы обладают отличными механическими свойствами, коррозионной стойкостью и легкостью, но их обработка требует специальных знаний и оборудования. Фото некоторых деталей синхронного электродвигателя представлены на рисунке 4.3.



а) герметизирующие фланцы статора и фланец крепления электродвигателя;
б) вал, лабиринтные уплотнения и упорные гайки

Рисунок 4.3 – Фото некоторых изготовленных деталей синхронного электродвигателя

Одним из ключевых решений разрабатываемого электродвигателя является жидкостная канальная система охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов, позволяющая существенно повысить электромагнитные нагрузки и тем самым уменьшить массу электродвигателя. При этом для реализации данной системы охлаждения необходимо обеспечить во всех пазах статора равномерный канал для протекания хладагента, что предъявляет повышенное внимание к выполнению процесса намотки обмотки статора. При выполнении расчетов, основным параметром, определяющим параметры канала охлаждения, является коэффициент заполнения паза медью. Коэффициент заполнения паза медью в синхронных электрических машинах (как и в других типах электрических машин) — это отношение объема проводников (медных проводов) в пазу к общему объему паза. Коэффициент заполнения паза медью в синхронных машинах обычно варьируется от 0,3 до 0,35 при выполнении обмотки из круглого провода с эмалевой изоляцией [33]. Более высокие значения достигаются в машинах с высококачественными обмотками и продвинутыми технологиями их производства. Фото процесса намотки и сборки статора представлено на рисунке 4.4. Обмотка статора рядовая, выполняется двумя параллельными проводами, количество элементарных проводников в пазу – 64. В результате намотки, коэффициент заполнения паза медью составил – 0,423, что является хорошим показателем, с учетом требования наличия канала для протекания хладагента.



а)



б)



в)



г)

а) процесс намотки одного зубца; б) контроль образованных каналов требуемых для протекания хладагента; в) обмотанный статор; г) собранный статор с герметизирующей оболочкой, фланцами и клеммами

Рисунок 4.4 – Фото процесса намотки и сборки статора электродвигателя

Еще одним важным моментом является сборка ротора электродвигателя. Сборка магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами представляет собой сложный процесс из-за множества факторов, связанных с ее проектированием, производством и установкой. Конструкция данной системы возбуждения предполагает использование постоянных магнитов со сложными геометрическими формами, что может вызвать сложности при их производстве и обработке. Постоянные магниты должны быть установлены под специфическими углами (обычно 90 градусов друг к другу по оси намагничивания) для достижения желаемой магнитной конфигурации, что требует высокой точности при сборке. При сборке данной магнитной системы существует высокий риск повреждения постоянных магнитов, так как неодимовые магниты являются хрупкими и могут легко ломаться и скалываться при неправильной обработке и сборке. Еще одним фактором, усложняющим процесс сборки, является сила притяжения постоянных магнитов. Таким образом, сборка магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами требует высокой точности и осторожности на всех этапах — от проектирования до окончательной сборки и тестирования. Успешная реализация данного процесса предполагает наличие специальной оснастки, оборудования и квалифицированного персонала, что все вместе делает его более сложным и затратным, чем традиционные магнитные системы. Процесс сборки ротора электродвигателя приведен на рисунке 4.5.



а)



б)



в)

а) колокол ротора; б) установка постоянных магнитов в колоколе; в) собранный ротор с радиально-тангенциальными постоянными магнитами

Рисунок 4.5 – Фото процесса сборки ротора электродвигателя

После выполнения сборки магнитной системы проведена проверка свойств постоянных магнитов, а именно экспериментальный замер нормальной составляющей магнитной индукции на расстоянии 1 мм от поверхности постоянных магнитов. Результаты эксперимента и численного расчета представлены на рисунках 4.6 и 4.7. Результат эксперимента показывает, что индукция на расстоянии 1 мм от поверхности магнитов без магнитопровода статора составляет – 0,585 Тл, что меньше расчетного значения – 0,76 Тл на 23 %. Для более точной проверки свойств постоянных магнитов проведена проверка ЭДС холостого хода электродвигателя с установленным статором. Экспериментальные и расчетные осциллограммы ЭДС холостого хода представлены на рисунках 4.8 и 4.9.

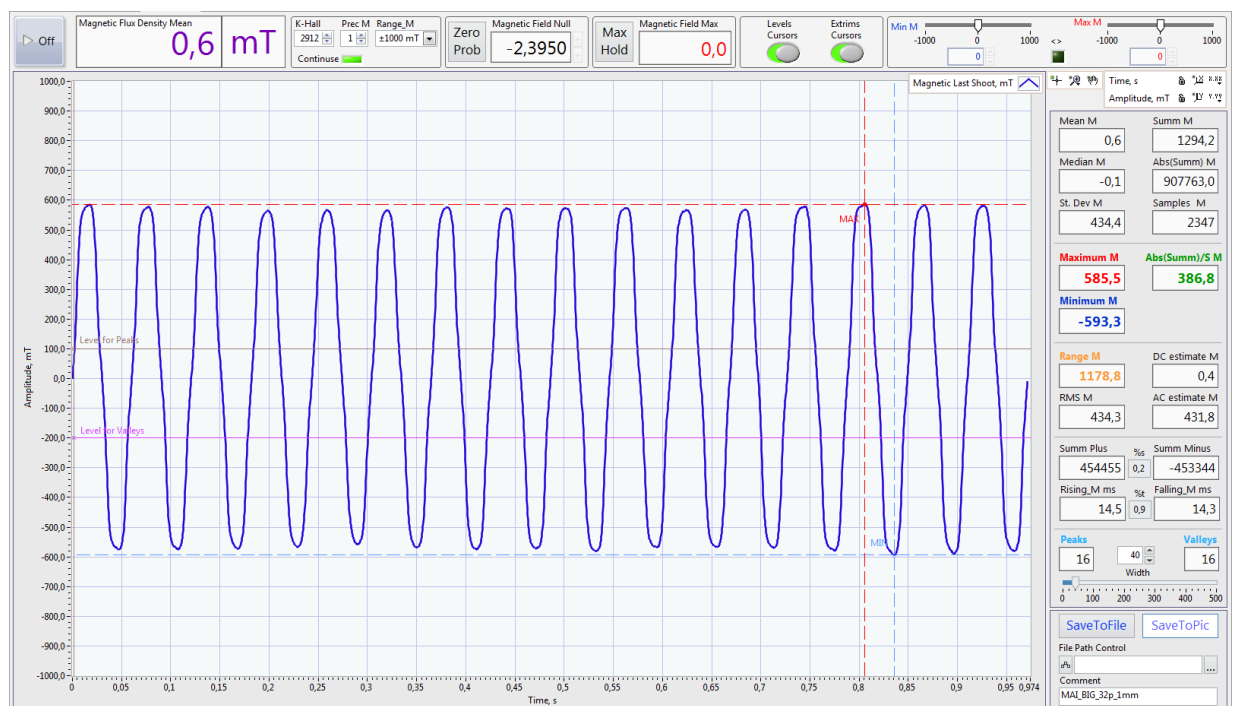


Рисунок 4.6 – Нормальная составляющая магнитной индукции на расстоянии 1 мм от поверхности магнитов (данные эксперимента)

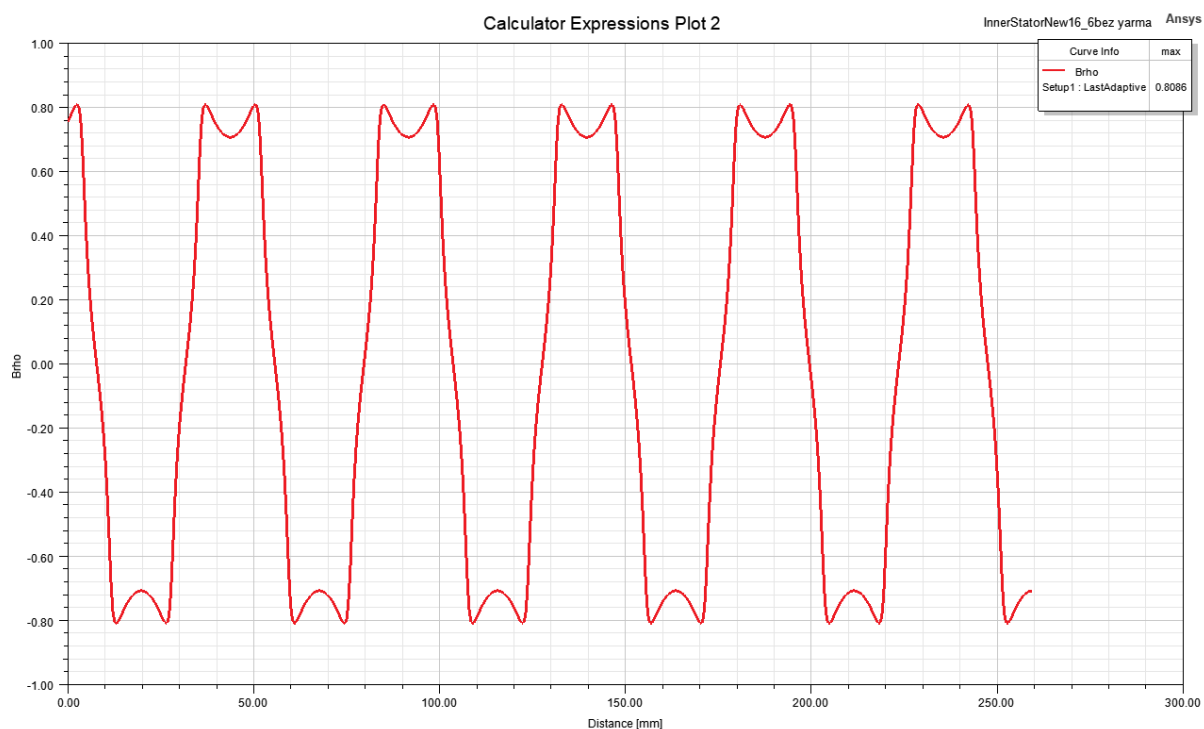


Рисунок 4.7 – Нормальная составляющая магнитной индукции на расстоянии 1 мм от поверхности магнитов (данные моделирования)



Рисунок 4.8 – Осциллограмма ЭДС холостого хода при температуре 20°C (экспериментальное значение)

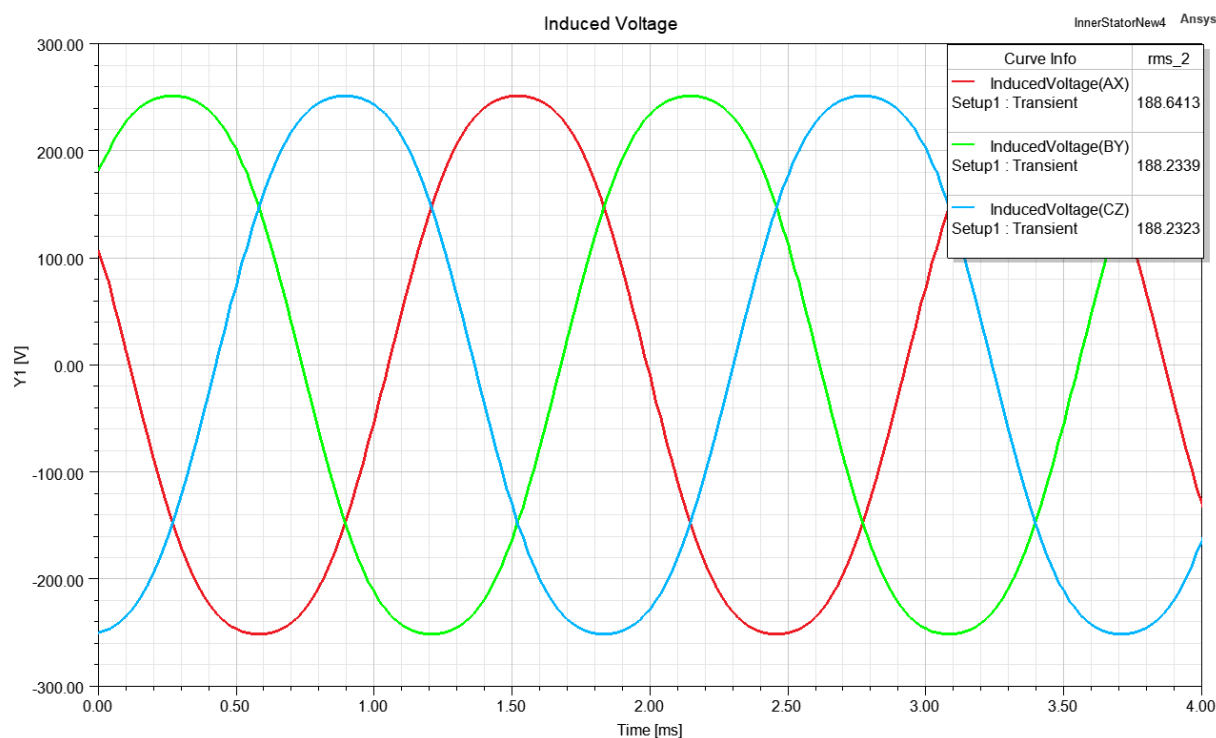


Рисунок 4.9 – Осциллограмма ЭДС холостого хода при температуре 20°C (расчетное значение)

Из рисунка 4.9 видно, что расчетное значение ЭДС холостого хода при температуре постоянных магнитов 20 °C составляет 188,23 В. Для более точного определения экспериментального значения ЭДС холостого хода исследования проводились для трех разных частот вращения, при этом эквивалентное значение ЭДС для частоты вращения 2000 мин^{-1} на всех частотах составило 141 В.

Результат эксперимента показывает, что ЭДС холостого хода меньше расчетного значения на 25 %. Полученные значения магнитной индукции и ЭДС холостого хода свидетельствуют о том, что марка постоянных магнитов по энергетическим параметрам не соответствует марке *N50M* [62]. Конечно-элементными расчетами определено, что энергетические параметры изготовленных постоянных магнитов соответствуют марке *N30* [62]. В связи с этим верификация аналитических и численных методик расчета проведена для новых расчетных значений, соответствующих марке постоянных магнитов *N30*.

4.3 Экспериментальные исследования и верификация полученных результатов с расчетными

Проведение экспериментальных исследований и обработка полученных результатов выполняется с целью подтверждения правильности аналитических и численных расчетов, принятых допущений и конструктивных решений. Изначально проведена проверка внешнего вида и контроль соответствия маркировки выводов обмотки направлению вращения вала двигателя. Комплектность соответствует заданной, правильность сборки соответствует конструкторской документации, все крепежные элементы затянуты. Направление вращения вала правое, маркировка выводных концов обмотки соответствует направлению вращения вала двигателя. Выполнена фотофиксация собранного электродвигателя (рисунок 4.10).

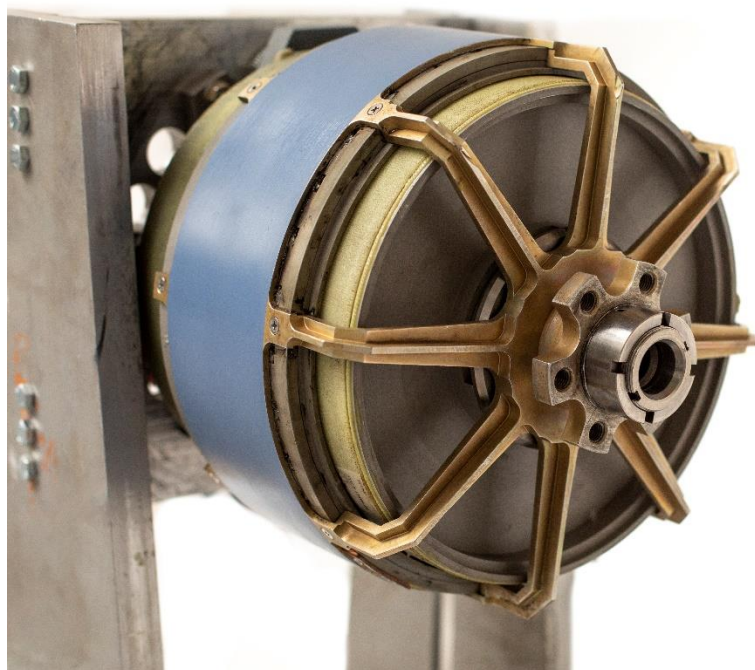


Рисунок 4.10 – Фотофиксация электродвигателя до проведения испытаний

Экспериментальные исследования электродвигателя с постоянными магнитами состояли из нескольких этапов, первым из которых является проверка статора, а именно: измерение сопротивлений и индуктивностей фаз. Расчетные и экспериментальные результаты, а также рассогласование приведены в таблице 4.1.

Таблица 4.1 – Расчетные и экспериментальные результаты сопротивлений и индуктивностей фаз обмотки статора

Параметр	Расчетные результаты	Экспериментальные результаты	Рассогласование
R_{a1} , МОм	78,716	76,45	2,9 %
R_{a2} , МОм	78,716	76,20	3,2 %
R_{a3} , МОм	78,716	76,95	2,2 %
R_{a4} , МОм	78,716	77,28	1,8 %
R_b , МОм	19,679	19,221	2,3 %
R_c , МОм	19,679	19,266	2,1 %
L_{a1} , мГн	0,565	0,601	6,4 %
L_{a2} , мГн	0,565	0,603	6,7 %
L_{a3} , мГн	0,565	0,611	8,1 %
L_{a4} , мГн	0,565	0,601	6,4 %
L_b , мГн	0,143	0,1533	7,2 %
L_c , мГн	0,143	0,1535	7,3 %

В таблице: R_{a1} – сопротивление первой параллельной ветви фазы А; R_{a2} – сопротивление второй параллельной ветви фазы А; R_{a3} – сопротивление третьей параллельной ветви фазы А; R_{a4} – сопротивление четвертой параллельной ветви фазы А; R_b – сопротивление фазы В; R_c – сопротивление фазы С; L_{a1} – индуктивность первой параллельной ветви фазы А; L_{a2} – индуктивность второй параллельной ветви фазы А; L_{a3} – индуктивность третьей параллельной ветви фазы А; L_{a4} – индуктивность четвертой параллельной ветви фазы А; L_b – индуктивность фазы В; L_c – индуктивность фазы С.

По результатам первого испытания видно, что значения активных сопротивлений, индуктивностей фаз и параллельных ветвей фаз имеют незначительные рассогласования с расчетными результатами, однако большее рассогласование индуктивностей обусловлено наличием дополнительных конструктивных элементов в схеме соединений фаз, которые не учитываются в аналитическом и численном расчетах. При этом проведена проверка сопротивления изоляции фаз обмотки статора относительно корпуса с помощью мегаомметра напряжением 1000 В. Измеренное сопротивление изоляции составляет более 50 МОм. Следующим этапом экспериментальных исследований является проверка прохождения хладагента в полости статора и построение гидравлической

характеристики. Внешний вид статора электродвигателя представлен на рисунке 4.11. Экспериментальные результаты расхода охлаждающей жидкости и требуемого давления представлены в таблице 4.2.



Рисунок 4.11 – Внешний вид статора электродвигателя

Таблица 4.2 – Экспериментальные результаты расхода и требуемого давления охлаждающей жидкости

Расход Q , л/мин	55,5	53	46	41	38,6	34,6	22,6	18,5	14,8	11
Давление ΔP , кПа	25,6	23,1	18,3	14,9	13,6	11,4	6,2	4,75	3,8	3

По полученным результатам (таблица 4.2) сделан вывод, что гидравлические сопротивления в статоре невелики даже при расходе в 55 л/мин, что подтверждает правильность выбора каналов для протекания охлаждающей жидкости. Также по результатам эксперимента построена гидравлическая характеристика, которая представлена на рисунке 4.12.

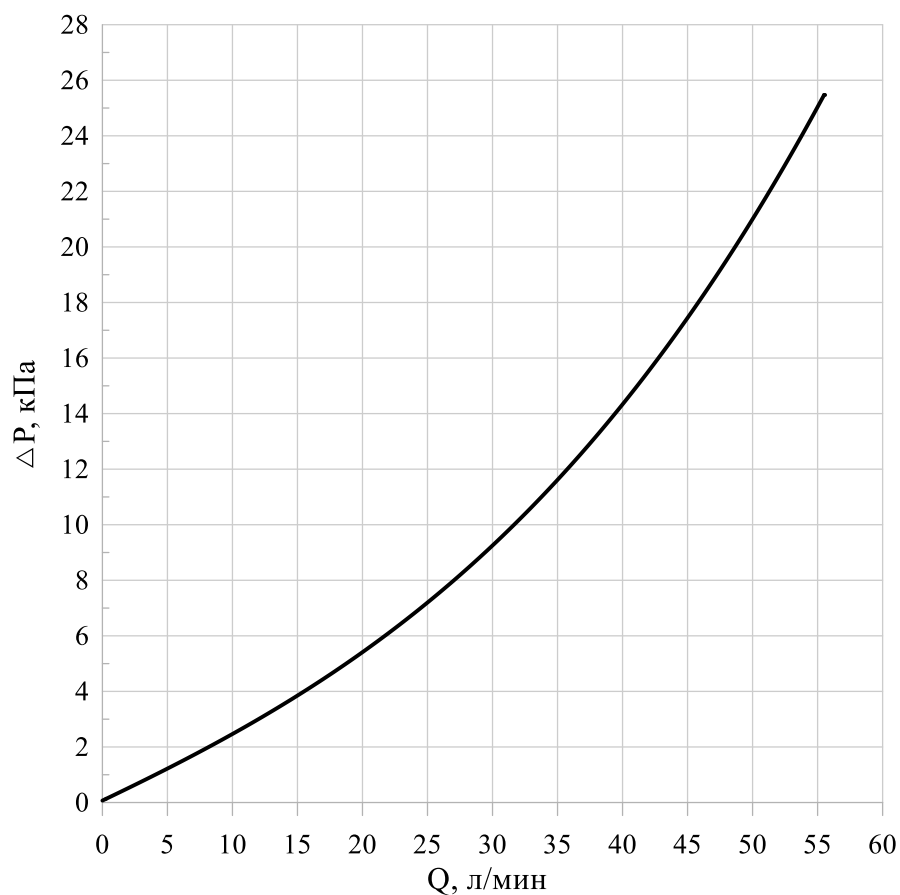


Рисунок 4.12 – Гидравлическая характеристика статора разрабатываемого электродвигателя

Следующим этапом экспериментальных исследований являлась проверка работы системы охлаждения и работоспособности обмотки статора при различной нагрузке. Схема стенда для проведения данного эксперимента представлена на рисунке 4.13.

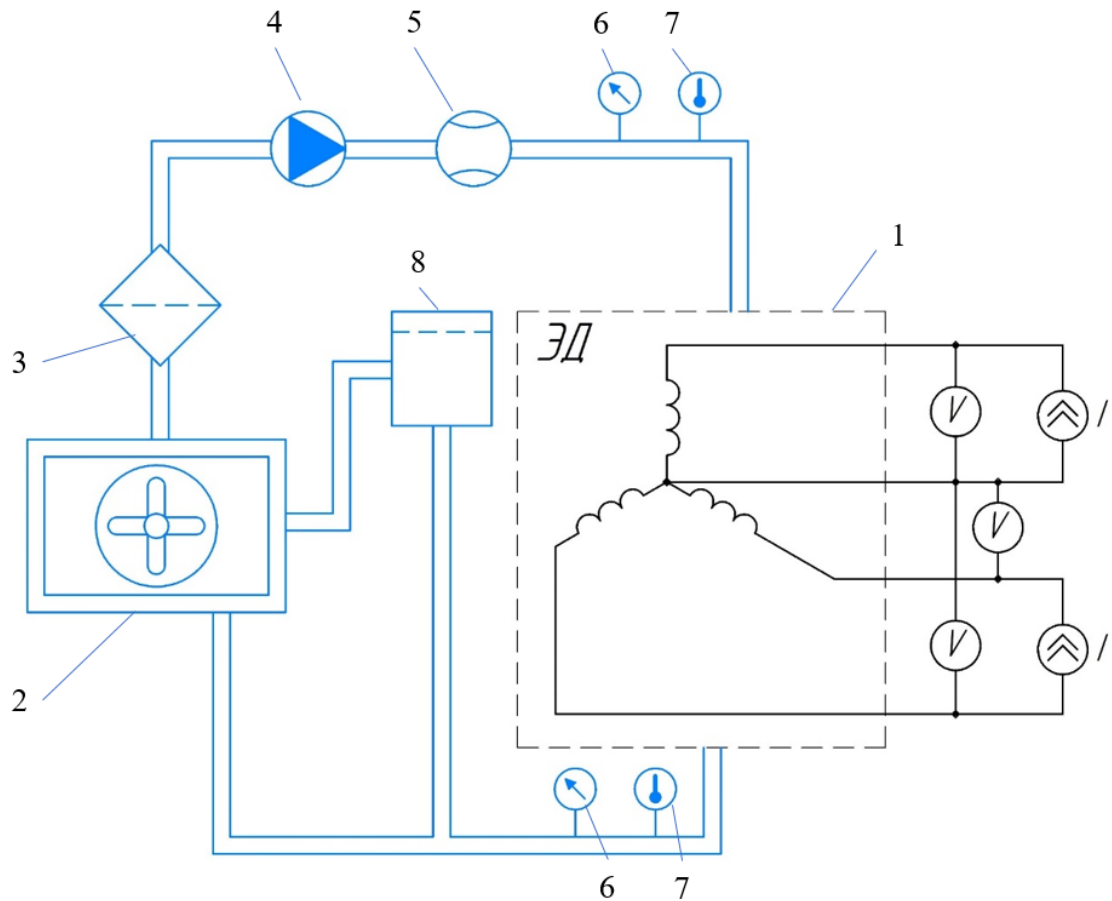


Рисунок 4.13 – Схема испытательного стенда для проверки системы охлаждения электродвигателя

В данной схеме стенда (рисунок 4.13) помимо электрической части (поз. 1), в которую входят статорные обмотки, источники тока и измерительное оборудование, также изображена гидравлическая часть, в которую входят циркуляционный насос (поз. 4), расширительный бак (поз. 8), радиатор охлаждения с вентилятором (поз. 2), фильтр (поз. 3) и датчики расхода (поз. 5), температуры (поз. 7) и давления (поз. 6). Изначально проведены испытания всех фаз при разном расходе жидкости и фазном токе 200 А. Результаты приведены в таблице 4.3.

Таблица 4.3 – Экспериментальные результаты проверки системы охлаждения и обмотки статора при питании всех фаз

Q , л/мин	I , А	U_A , В	U_B , В	U_C , В	$T_{вх}$, °С	$T_{вых}$, °С	j , А/мм ²	$T_{обм}$, °С	P , Вт	$\Delta T_{обм}$, °С	R , мОм
24,4	200	4,54	4,44	4,44	34,7	38,3	20,37	66	2732	29,5	22,7
48,1	200	4,41	4,3	4,3	35,7	37,7	20,37	57	2648	20,3	22,05

В таблице: Q – расход охлаждающей жидкости; I – фазный ток; U_A – падение напряжения на фазе А; U_B – падение напряжения на фазе В; U_C – падение напряжения на фазе С; $T_{вх}$ – температура охлаждающей жидкости на входе; $T_{вых}$ – температура охлаждающей жидкости на выходе; j – плотность тока в обмотке; $T_{обм}$ – температура обмотки; P – потери в обмотке; $\Delta T_{обм}$ – перегрев обмотки относительно охлаждающей жидкости; R – активное сопротивление фазы.

В данном опыте проводилось измерение подаваемого фазного тока и падение напряжения на обмотке, по которому в дальнейшем проведен расчет активного сопротивления и температуры обмотки. Для получения достоверных результатов эксперимента все значения получены в установившихся режимах. Как видно из таблицы 4.3 при фазном токе 200 А, значение средней температуры обмотки, даже при расходе охлаждающей жидкости в 24,4 л/мин, составляет 66 °С, при этом перепад температуры обмотки относительно жидкости 29,5 °С. Данный уровень нагрузки соответствует плотности тока в обмотка статора – 20,4 А/мм² и механической мощности – 92 кВт. В связи с отсутствием требуемого источника тока для дальнейшего повышения фазных токов, следующие испытания проводились при питании двух параллельных ветвей фазы А, требуемый ток которых в 2 раза меньше фазного. Результаты эксперимента при разных расходах охлаждающей жидкости представлены в таблицах 4.4 и 4.5.

Таблица 4.4 – Экспериментальные результаты проверки системы охлаждения и обмотки статора при питании двух параллельных ветвей фазы при расходе охлаждающей жидкости 48 л/мин

Q , л/мин	I_{A2} , А	I , А	U_{A2} , В	$T_{вх}$, °С	$T_{вых}$, °С	j , А/мм ²	$T_{обм}$, °С	P , Вт	$\Delta T_{обм}$, °С	R , мОм	α , Вт/м ² ·К
47,8	50	200	4,25	28	28,2	20,37	46	425	17,9	21,25	1175
47,8	60	240	5,28	28,4	28,8	24,45	56	633,6	27,4	22	1144
48	70	280	6,41	29,4	30	28,52	68	936,88	38,3	22,9	1210
47,9	80	320	7,65	30,3	31,2	32,59	81	1284	50,25	23,9	1264
48	90	360	9,03	32,5	33,6	36,67	96	1735	62,95	25,08	1363
48	100	400	10,71	34	35,5	40,74	118	2227	83,25	26,78	1323
48,2	110	440	12,25	35	36,9	44,82	132	2695	96,05	27,84	1388

В таблице: Q – расход охлаждающей жидкости; I_{A2} – ток одной параллельной ветви; I – фазный ток; U_A – падение напряжения на фазе А; U_B – падение напряжения на фазе В; U_C – падение напряжения на фазе С; $T_{вх}$ – температура охлаждающей жидкости на входе; $T_{вых}$ – температура охлаждающей жидкости на выходе; j – плотность тока в обмотке; $T_{обм}$ – температура обмотки; P – потери в обмотке; $\Delta T_{обм}$ – перегрев обмотки относительно охлаждающей жидкости; R – активное сопротивление фазы; α – коэффициент теплоотдачи.

Таблица 4.5 – Экспериментальные результаты проверки системы охлаждения и обмотки статора при питании двух параллельных ветвей фазы при расходе охлаждающей жидкости ~ 24 л/мин

Q , л/мин	I_{A2} , А	I , А	U_{A2} , В	$T_{вх}$, °С	$T_{вых}$, °С	j , А/мм ²	$T_{обм}$, °С	P , Вт	$\Delta T_{обм}$, °С	R , мОм	α , Вт/м ² ·К
24	50	200	4,34	25,8	26,2	20,37	52	434	26	21,7	826
23,9	60	240	5,43	27	27,6	24,45	64	652	36,7	22,63	879
24	70	280	6,7	28,5	29,6	28,52	81	938	51,95	23,93	923
24,4	80	320	8,14	30,4	32	32,59	101	1303	69,8	25,44	924
24,6	90	360	9,86	32,2	34,5	36,67	126	1775	92,65	27,39	948
24,6	100	400	11,94	33,3	36,3	40,74	158	2388	123,2	29,85	959

По результатам эксперимента получены значения температуры обмотки и перегрева ее относительно охлаждающей жидкости, соответствующие различной плотности тока в обмотке. При этом при расходе охлаждающей жидкости 48,2 л/мин снята точка 440 А, соответствующая механической мощности 203 кВт. Перегрев обмотки составил 96 °С, что является допустимым для выбранной марки обмоточного провода ПЭТ-200 (200 °С). Также при расходе охлаждающей жидкости 24,6 л/мин снята точка, соответствующая механической мощности 185 кВт, при этом перегрев обмотки составил 123,2 °С, что также является допустимым значением. По результатам эксперимента также определен коэффициент теплоотдачи с поверхности для выбранной системы охлаждения для расходов охлаждающей жидкости 24 л/мин и 48 л/мин. Как видно из таблиц 4.4 и 4.5 для расхода жидкости 48 л/мин коэффициент теплоотдачи с поверхности лежит в диапазоне от 1144 Вт/(м²·К) до 1388 Вт/(м²·К), для расхода жидкости 24 л/мин от 826 Вт/(м²·К) до 959 Вт/(м²·К). Также по результатам эксперимента построен график зависимости перегрева температуры обмотки статора ΔT от плотности тока j при разных расходах охлаждающей жидкости (см. рисунок 4.14).

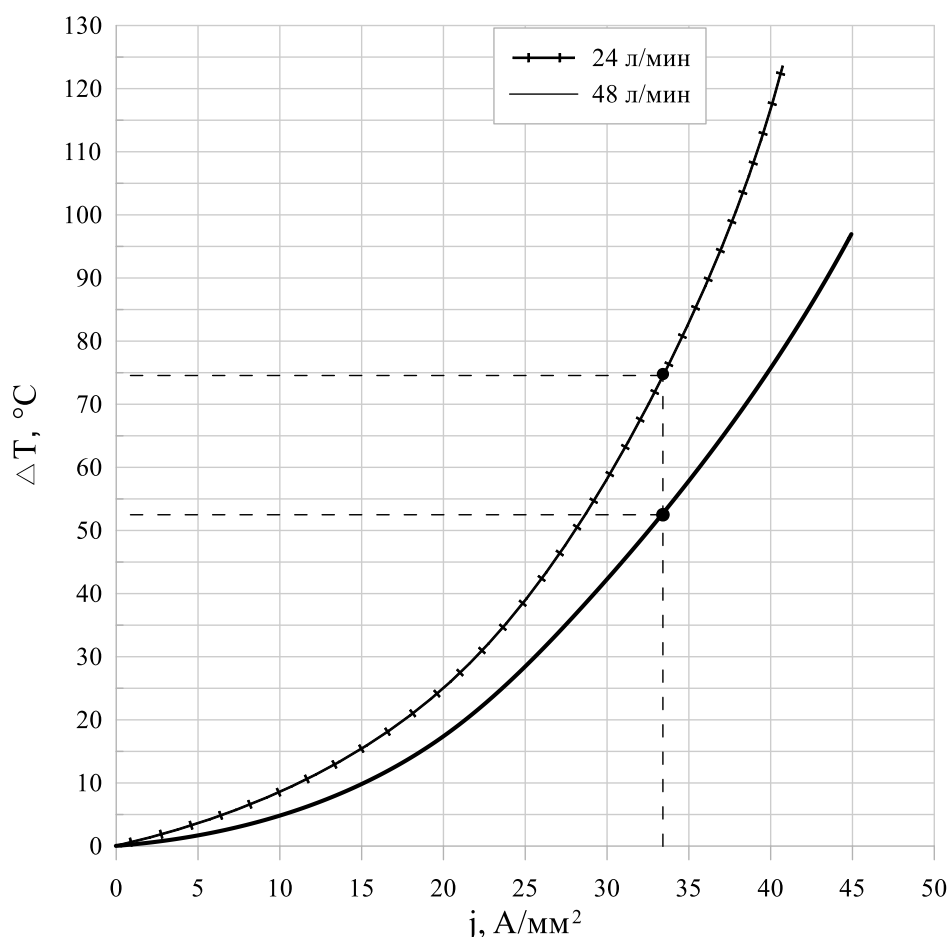


Рисунок 4.14 – График зависимости перегрева обмотки статора от плотности тока при разных расходах охлаждающей жидкости

Из рисунка 4.14 видно, что при плотности тока 33,3 А/мм², соответствующей мощности электродвигателя 150 кВт, перегрев обмотки ΔT относительно температуры охлаждающей жидкости составляет 53 °C при расходе 48 л/мин и 75 °C при расходе 24 л/мин. При этом допустимая плотность тока в обмотке якоря при начальной температуре жидкости 80 °C и расходе охлаждающей жидкости 24 л/мин составляет 40 А/мм², а при расходе 48 л/мин – 50 А/мм².

По результатам проведенного эксперимента проведена апробация конечно-элементного моделирования тепловых полей. В расчетной модели откорректированы исходные данные, такие как расход охлаждающей жидкости, температура жидкости на входе и фазный ток, которые соответствуют экспериментальным результатам. Распределение теплового поля в обмотке статора, соответствующее расходу охлаждающей жидкости 48,2 л/мин, фазному

току 440 А и расходу 24,6 л/мин и току 400 А приведено на рисунках 4.15 и 4.16 соответственно.

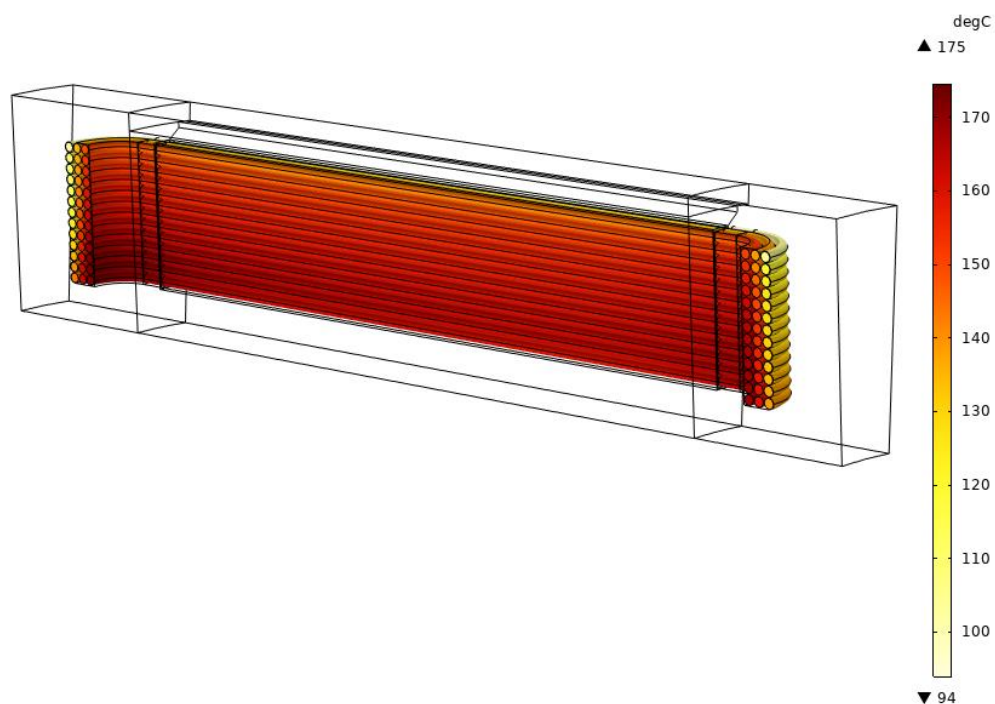


Рисунок 4.15 – Распределение теплового поля в обмотке статора при расходе охлаждающей жидкости 48,2 л/мин и фазном токе 440 А

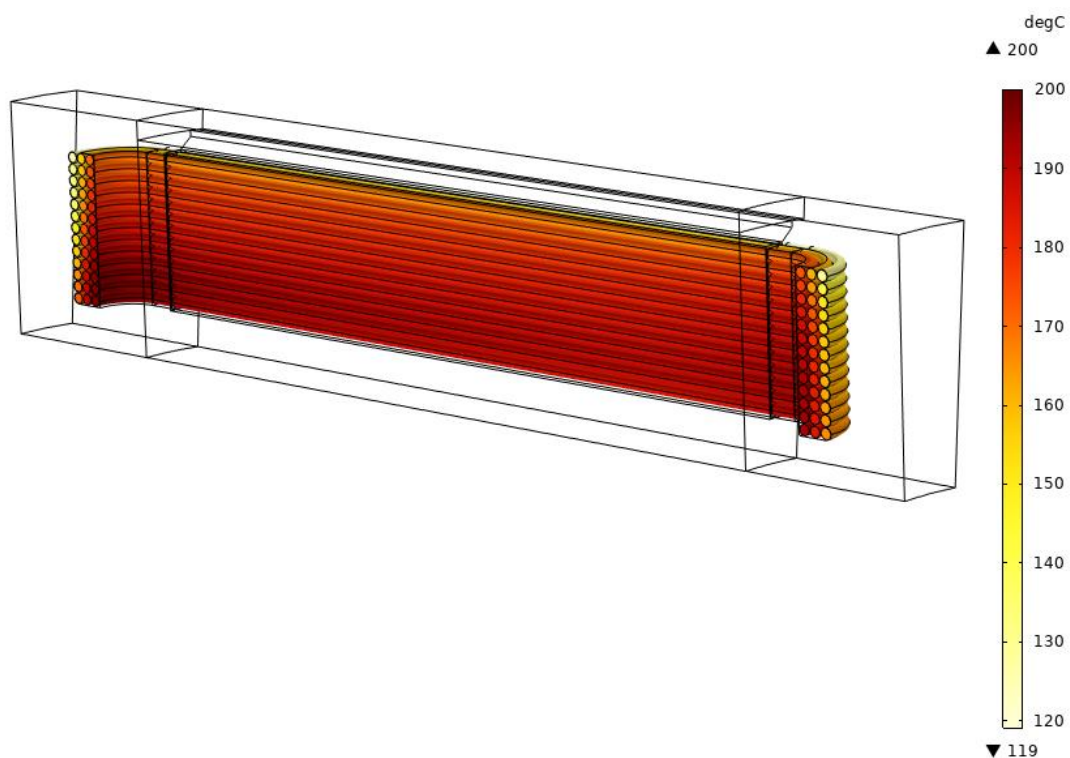


Рисунок 4.16 – Распределение теплового поля в обмотке статора при расходе охлаждающей жидкости 24,6 л/мин и фазном токе 400 А

Результаты численного расчета и эксперимента, а также рассогласование приведены в таблице 4.6.

Таблица 4.6 – Сравнение результатов численного расчета и эксперимента

Параметр	Численный расчет	Эксперимент	Рассогласование, %
Средняя температура обмотки статора при расходе охлаждающей жидкости 48,2 л/мин и токе 440 А, °С	141,8	132	7,4
Средняя температура обмотки статора при расходе охлаждающей жидкости 24,6 л/мин и токе 400 А, °С	169,1	158	7

По полученным результатам можно сделать вывод, что расхождение экспериментальных результатов с численным расчетом незначительно и составляет менее 8 %. Рассогласование главным образом связано с неравномерной намоткой провода обмоток статора и более сложной формой каналов охлаждения в экспериментальном образце. Также при конечно-элементном анализе учитывается токовая нагрузка всех фаз одновременно, соответственно и нагрев жидкости несколько выше, чем при эксперименте. Таким образом, численный расчет выполнен корректно и не требует доработок.

Следующим этапом экспериментальных исследований являлась проверка электродвигателя в генераторном режиме работы для проверки расчетной ЭДС и просадки свойств постоянных магнитов из-за их теплового нагрева. Обработанные экспериментальные результаты в генераторном режиме работы представлены в таблице 4.7.

Таблица 4.7 – Обработанные экспериментальные результаты в генераторном режиме работы

№	1	2	3	4	5	6	7	8
M_{cp} , Н·м	14,44	35,42	65,88	114,77	162,05	213,03	258,56	12,57
n , мин ⁻¹	2040	2037	2035	2031	2026	2022	2020	2040
$P_{мех}$, Вт	3085	7556	14039	24410	34381	45108	54694	2685
I_a , А	0	7,14	21,51	45,75	69,63	102,1	164,8	0
I_b , А	0	7,27	21,76	46,04	70,07	103,3	168,7	0
I_c , А	0	7,19	21,67	45,24	70,36	103,3	177,0	0
I_ϕ , А	0	7,20	21,65	45,68	70,02	102,9	170,2	0
U_{ax} , В	144,0	143,6	141,9	141,4	135,5	126,7	92,88	143,7
U_{by} , В	143,9	143,8	142,3	141,6	136,3	125,6	95,92	143,1
U_{cz} , В	143,5	143,4	141,9	141,5	135,7	126,2	93,15	144,5
U_ϕ , В	143,8	143,6	142,0	141,5	135,9	126,1	93,98	143,8
$\cos \varphi_a$	—	0,999	0,999	0,998	1	0,999	0,981	—
$\cos \varphi_b$	—	0,998	1	0,997	1	0,998	0,995	—
$\cos \varphi_c$	—	0,999	1	0,997	1	0,999	0,997	—
$P_{эл}$, Вт	0	3102	9223	19391	28547	38927	47986	0
ΔP , Вт	3085	4454	4816	5019	5834	6181	6708	2685
η	0	0,411	0,657	0,794	0,830	0,863	0,877	0

В таблице: M_{cp} – среднее значение момента; n – частота вращения ротора; $P_{мех}$ – механическая мощность на валу; I_a – действующее значение тока фазы А; I_b – действующее значение тока фазы В; I_c – действующее значение тока фазы С; I_ϕ – среднее действующее значение фазного тока; U_{ax} – действующее значение напряжения фазы А, U_{by} – действующее значение напряжения фазы В; U_{cz} – действующее значение напряжения фазы С; U_ϕ – среднее действующее значение напряжения фаз; $\cos \varphi_a$ – коэффициент мощности фазы А; $\cos \varphi_b$ – коэффициент мощности фазы В; $\cos \varphi_c$ – коэффициент мощности фазы С; $P_{эл}$ – электрическая мощность; ΔP – суммарные потери; η – КПД.

Помимо измеренных параметров, таких как механический момент на валу, частота вращения, фазные токи, напряжения и коэффициент мощности, расчетным

путем определены механическая и электрическая мощности, фазные токи и напряжения по первой гармонической, суммарные потери и КПД. Полученные значения соответствуют параметрам, полученным при аналитическом и численном расчетах.

Также экспериментально определены значения ЭДС при различной электрической мощности, которые представлены на рисунке 4.17.

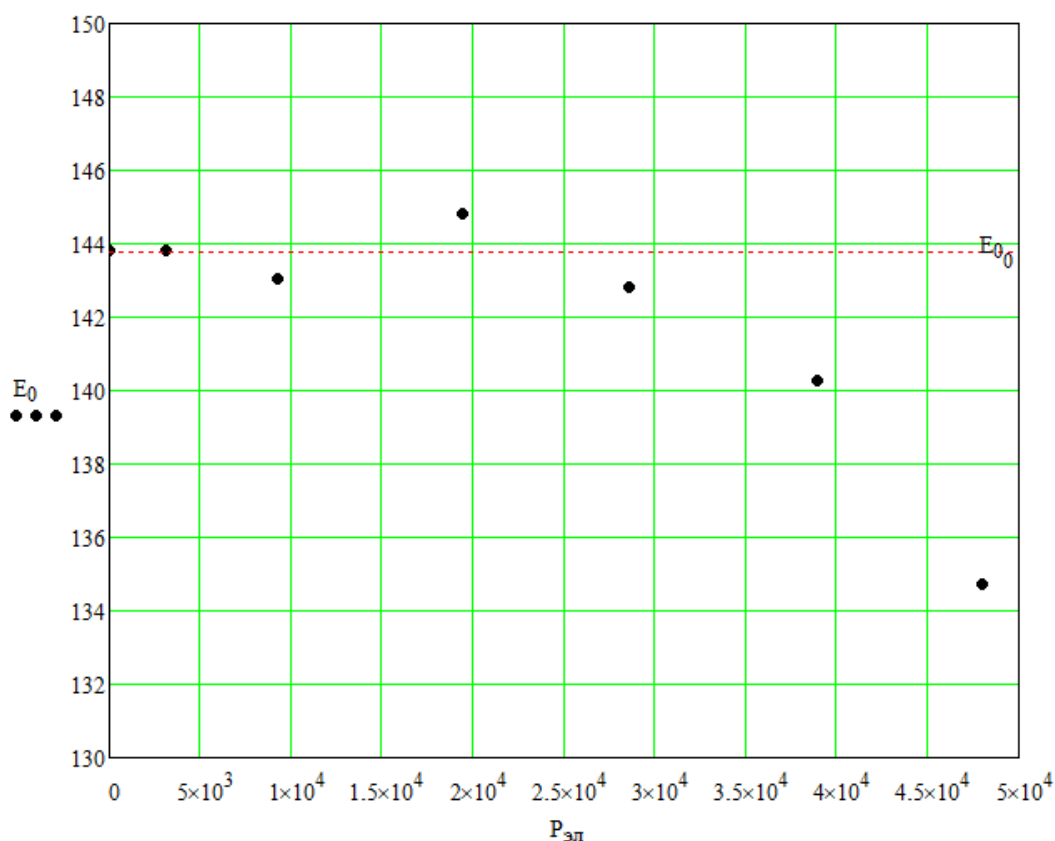


Рисунок 4.17 – Зависимость ЭДС электродвигателя от электрической мощности

Как видно из рисунка 4.17, ЭДС при увеличении мощности уменьшается на 7 %, что свидетельствует об интенсивном нагреве постоянных магнитов.

Следующим этапом экспериментальных исследований являлась проверка работы электродвигателя в нагрузочном режиме работы. Внешний вид испытательного стенда представлен на рисунке 4.18.

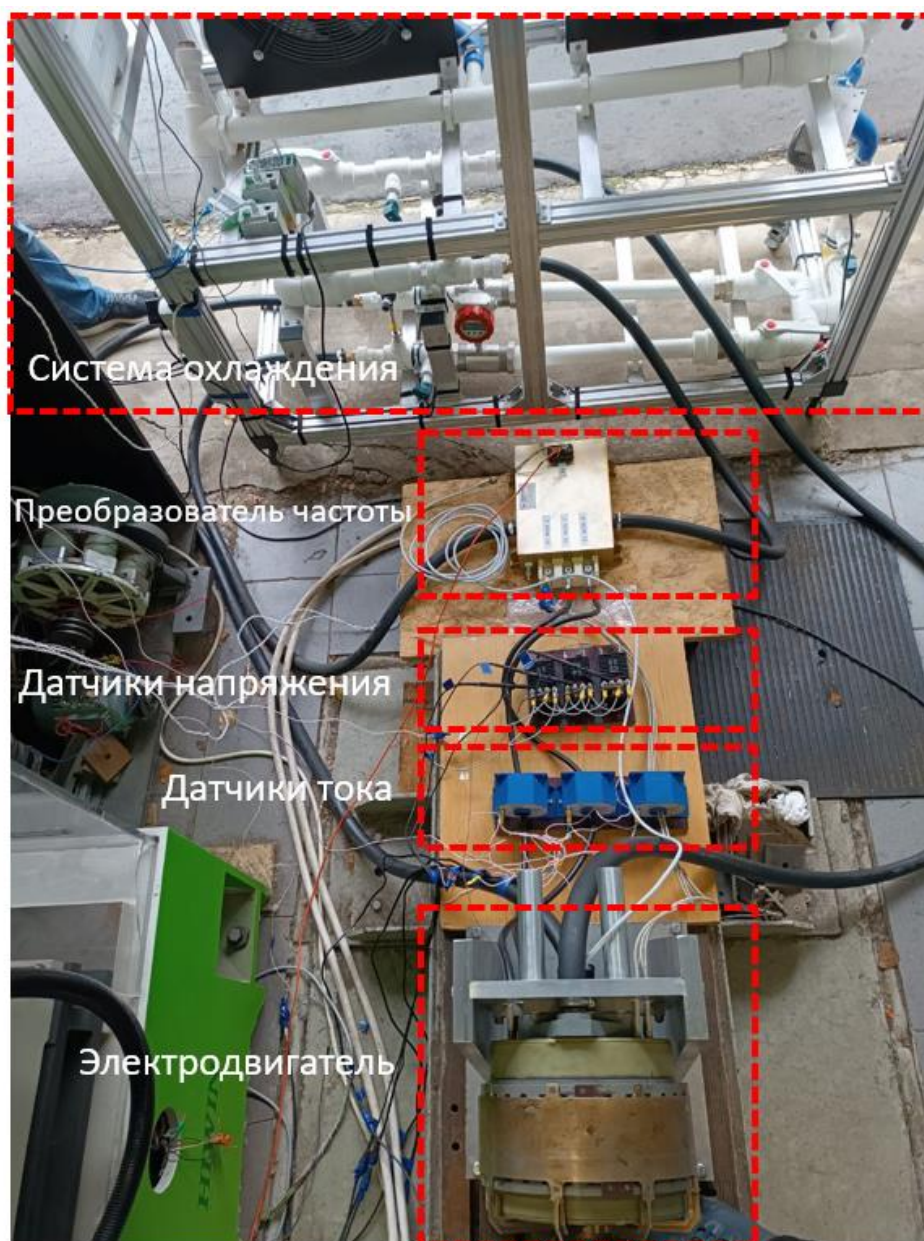


Рисунок 4.18 – Испытательный стенд

Изначально для оценки ухудшения свойств постоянных магнитов проведен замер ЭДС холостого хода при температуре постоянных магнитов 30 °С и 70 °С, зависимость ЭДС от частоты вращения приведена на рисунке 4.19.

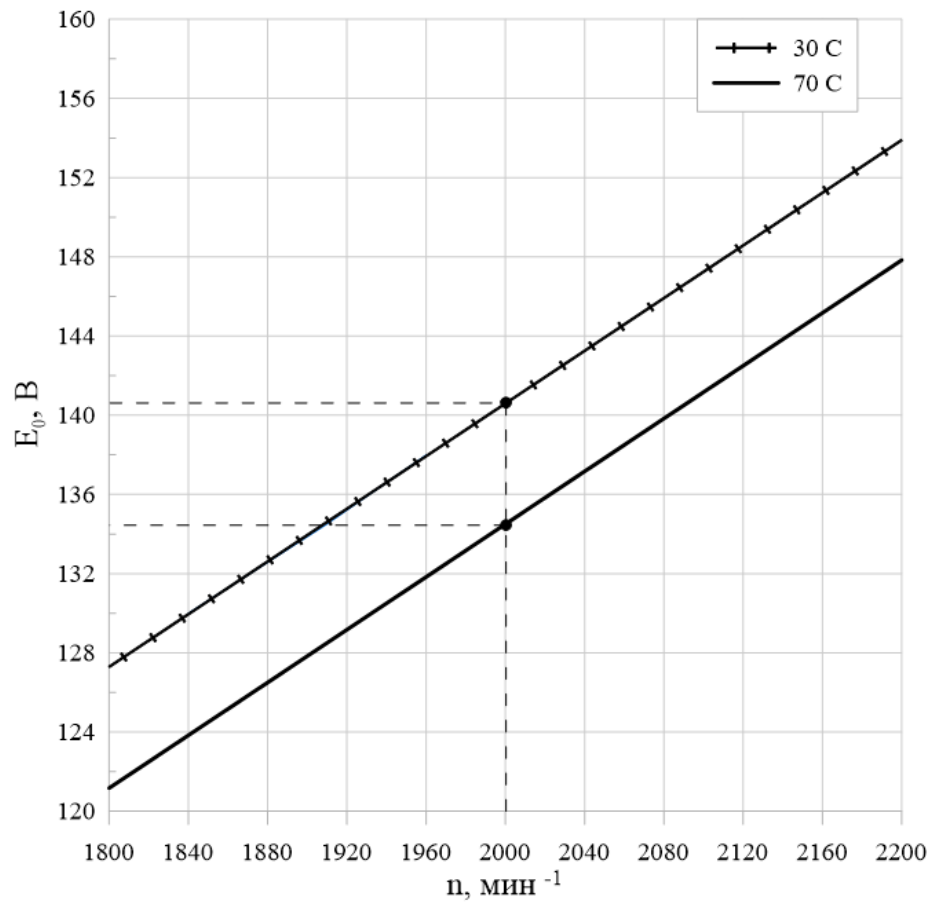


Рисунок 4.19 – Зависимость ЭДС холостого хода от частоты вращения при разной температуре постоянных магнитов

Как видно из графика, уменьшение ЭДС холостого хода при нагреве постоянных магнитов до 70 °С составляет менее 5 %, что соответствует результатам аналитического расчета. Далее проведен опыт нагрузки электродвигателя, осциллограммы фазного напряжения и тока при механической мощности на валу 119 кВт представлены на рисунке 4.20.

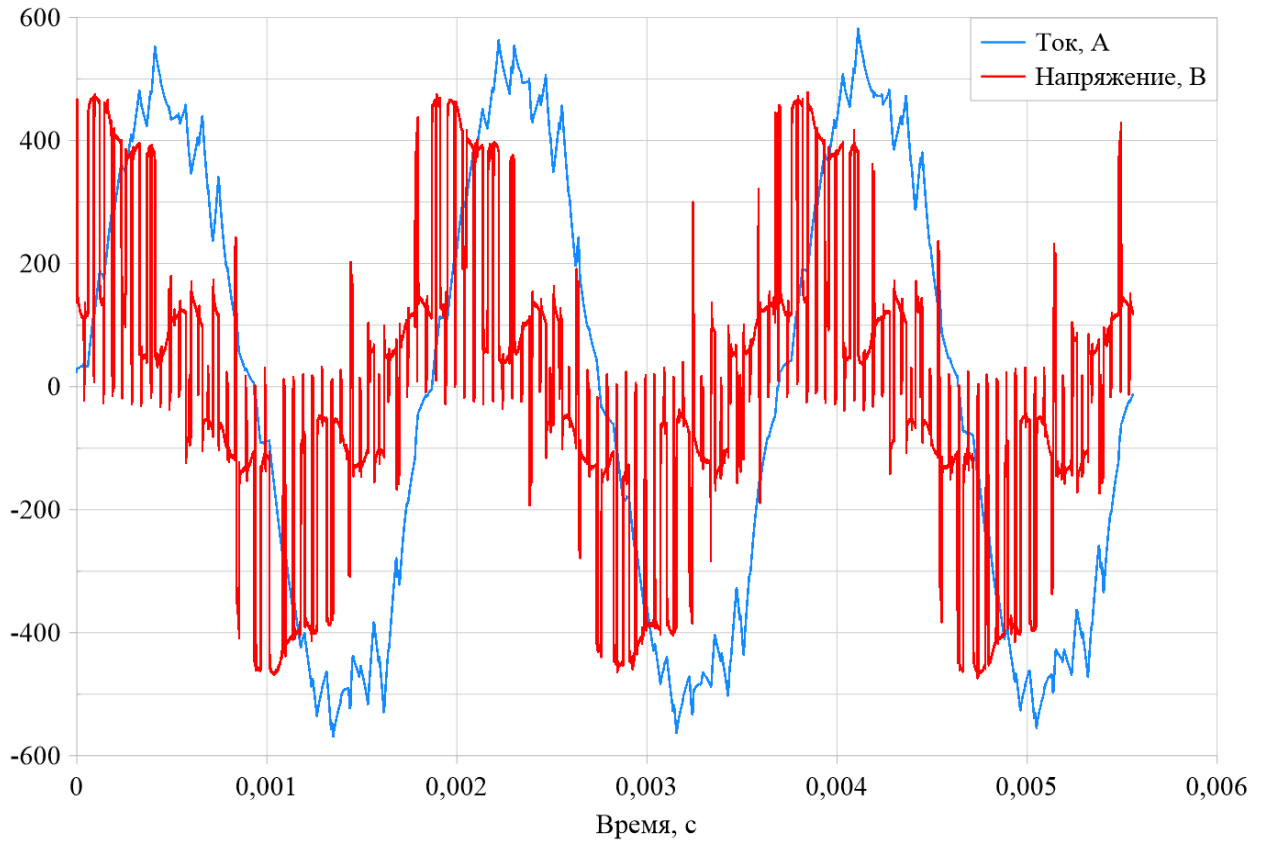


Рисунок 4.20 – Осциллограммы фазного тока и напряжения при механической мощности на валу 119 кВт

При анализе осциллограмм определено, что кривые тока и напряжения имеют значительные пульсации и помехи, в связи с чем, для адекватной верификации результатов необходимо из этих кривых выделить первые гармонические по следующим выражениям [95]:

$$I_{a.\sin k} = \frac{2}{T} \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{нач}}+T} i_a(x) \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot k}{T} \cdot x\right) dx \quad (4.1)$$

$$I_{a.\cos k} = \frac{2}{T} \int_{t_{\text{нач}}}^{t_{\text{нач}}+T} i_a(x) \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot k}{T} \cdot x\right) dx \quad (4.2)$$

$$f_{-}i_a(x) = \sum_k \left(I_{a.\sin k} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot k}{T} \cdot x\right) + I_{a.\cos k} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot k}{T} \cdot x\right) \right) \quad (4.3)$$

$$f_{-}i_{a1}(x) = I_{a.\sin 1} \cdot \sin\left(\frac{2\pi \cdot 1}{T} \cdot x\right) + I_{a.\cos 1} \cdot \cos\left(\frac{2\pi \cdot 1}{T} \cdot x\right) \quad (4.4)$$

$$I_{a1} = \frac{\sqrt{I_{a.\sin_1}^2 + I_{a.\cos_1}^2}}{\sqrt{2}} \quad (4.5)$$

Выделение первой гармонической для фазного напряжения аналогично по выражениям, как для фазного тока. По результатам построены первые гармонические фазного тока и напряжения при механической мощности 119 кВт, которые представлены на рисунке 4.21.

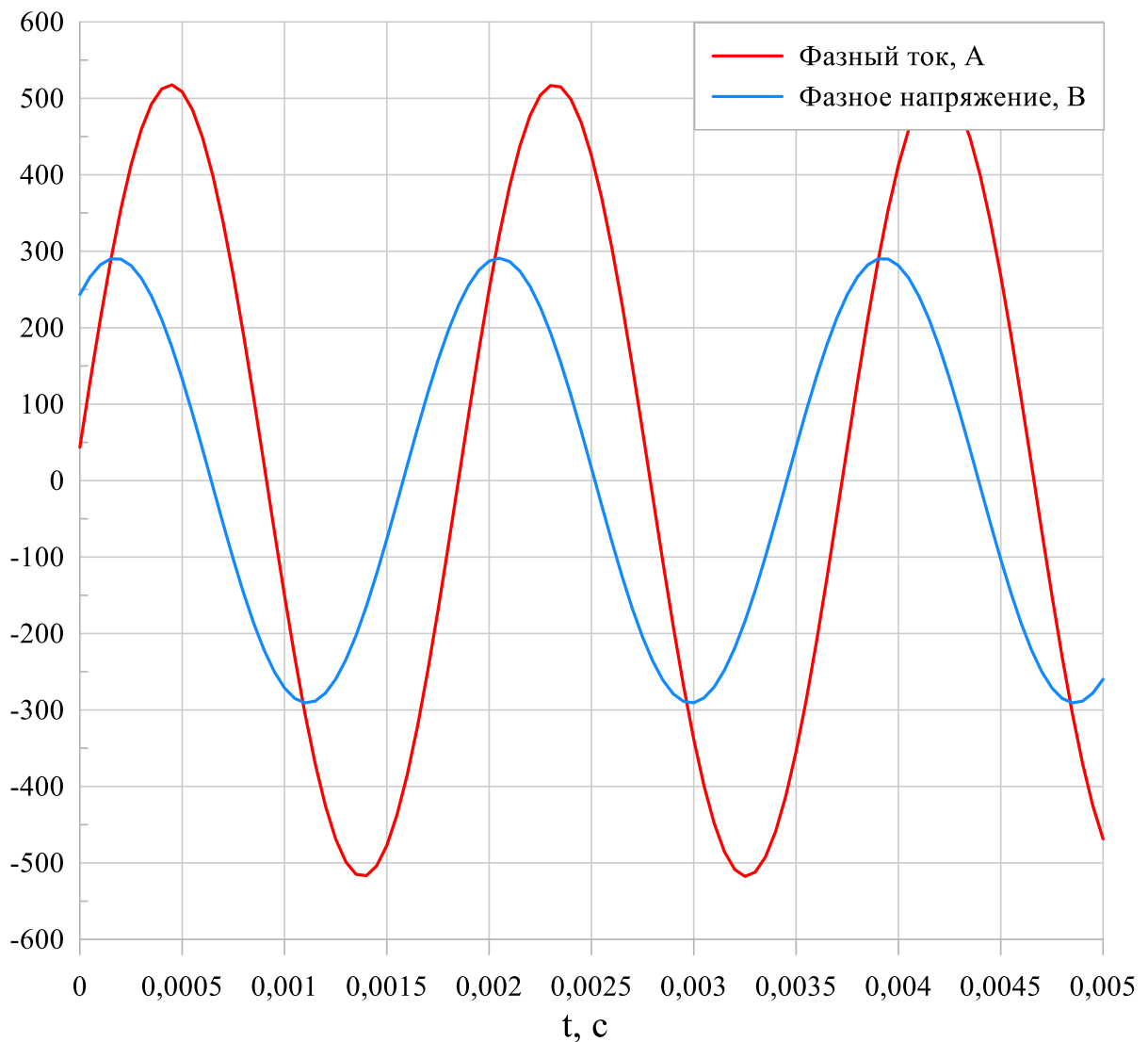


Рисунок 4.21 – Первые гармонические фазного тока и напряжения при механической мощности 119 кВт

По кривым фазных токов и напряжений вычислены действующие значения, коэффициент мощности и подводимая электрическая мощность, результаты обработки результатов по всем снятым точкам приведены в таблице 4.8.

Таблица 4.8 – Обработанные результаты нагрузочного режима

№	1	2	3	4	6	8	9	10	11	12
n , мин ⁻¹	2001	2002	2002	2003	2005	2006	2007	2008	2010	2012
M_{cp} , Н·м	36.4	115.4	143.4	195.3	290.2	387.3	434.8	467.7	519.4	563.0
f , Гц	533.5	533.7	533.9	534.2	534.5	535.0	535.3	535.5	536.1	536.5
U_{ax} , В	198.6	204.3	199.3	201.1	213.5	222.0	226.7	230.7	228.7	235.0
U_{by} , В	198.6	204.4	199.3	201.2	214.1	223.4	228.3	232.4	230.6	237.3
U_{cz} , В	199.3	204.8	199.3	201.1	214.2	223.5	228.4	232.4	230.6	237.3
I_a , А	26.7	68.0	82.2	110.5	167.1	224.3	260.0	291.8	316.4	357.7
I_b , А	24.1	64.1	77.2	105.0	161.6	218.0	254.4	287.2	316.2	359.2
I_c , А	26.5	67.7	81.8	110.0	166.4	223.4	260.4	294.0	321.6	363.0
U_ϕ , В	198.8	204.5	199.3	201.1	213.9	223.0	227.8	231.8	229.9	236.5
I_ϕ , А	25.8	66.6	80.4	108.5	165.0	221.9	258.3	291.0	318.1	359.9
$P_{эл}$, Вт	10464	28427	34225	45920	68619	91746	104036	113390	125654	138777
$P_{мех}$, Вт	7621	24196	30067	40975	60916	81369	91394	98358	109354	118607
η	0.728	0.851	0.879	0.892	0.888	0.887	0.878	0.867	0.870	0.855
$\cos \varphi_a$	0.998	0.976	0.966	0.950	0.877	0.811	0.768	0.715	0.697	0.671
$\cos \varphi_b$	1.000	0.986	0.977	0.958	0.888	0.835	0.776	0.733	0.709	0.680
$\cos \varphi_c$	0.999	0.988	0.982	0.958	0.885	0.825	0.763	0.717	0.691	0.653
I_{1a} , А	25.2	67.2	81.6	109.9	166.2	223.7	258.7	290.3	313.3	353.8
I_{1b} , А	21.7	63.1	76.1	104.5	161.1	216.9	253.0	285.9	312.7	356.8
I_{1c} , А	24.6	66.8	80.9	109.0	165.8	222.6	258.8	292.4	319.0	359.6
U_{1ax} , В	134.5	142.6	144.6	147.2	156.4	167.8	174.3	179.9	185.9	191.8
U_{1by} , В	133.9	141.7	143.4	146.2	155.3	166.9	173.8	179.2	187.1	193.2
U_{1cz} , В	132.4	140.3	141.5	144.7	154.7	166.0	174.0	180.0	187.6	193.1

В таблице: n – частота вращения ротора; M_{cp} – среднее значение момента; f – частота перемагничивания; U_{ax} – действующее значение напряжения фазы А, U_{by} – действующее значение напряжения фазы В; U_{cz} – действующее значение напряжения фазы С; I_a – действующее значение тока фазы А; I_b – действующее значение тока фазы В; I_c – действующее значение тока фазы С; I_ϕ – среднее действующее значение фазного тока; U_ϕ – среднее действующее значение напряжения фаз; $P_{эл}$ – электрическая мощность; $P_{мех}$ – механическая мощность на валу; η – КПД; $\cos \varphi_a$ – коэффициент мощности фазы А; $\cos \varphi_b$ – коэффициент мощности фазы В; $\cos \varphi_c$ – коэффициент мощности фазы С; I_{1a} – действующее значение первой гармонической тока фазы А; I_{1b} – действующее значение первой гармонической тока фазы В; I_{1c} – действующее значение первой гармонической тока фазы С; U_{1ax} – действующее значение первой гармонической напряжения фазы А; U_{1by} – действующее значение первой гармонической напряжения фазы В; U_{1cz} – действующее значение первой гармонической напряжения фазы С.

По полученным результатам построены зависимости действующих значений фазных токов, напряжений и коэффициента мощности от механической мощности, которые представлены на рисунках 4.22, 4.23 и 4.24. При этом для верификации на каждом рисунке также представлены расчетные графики.

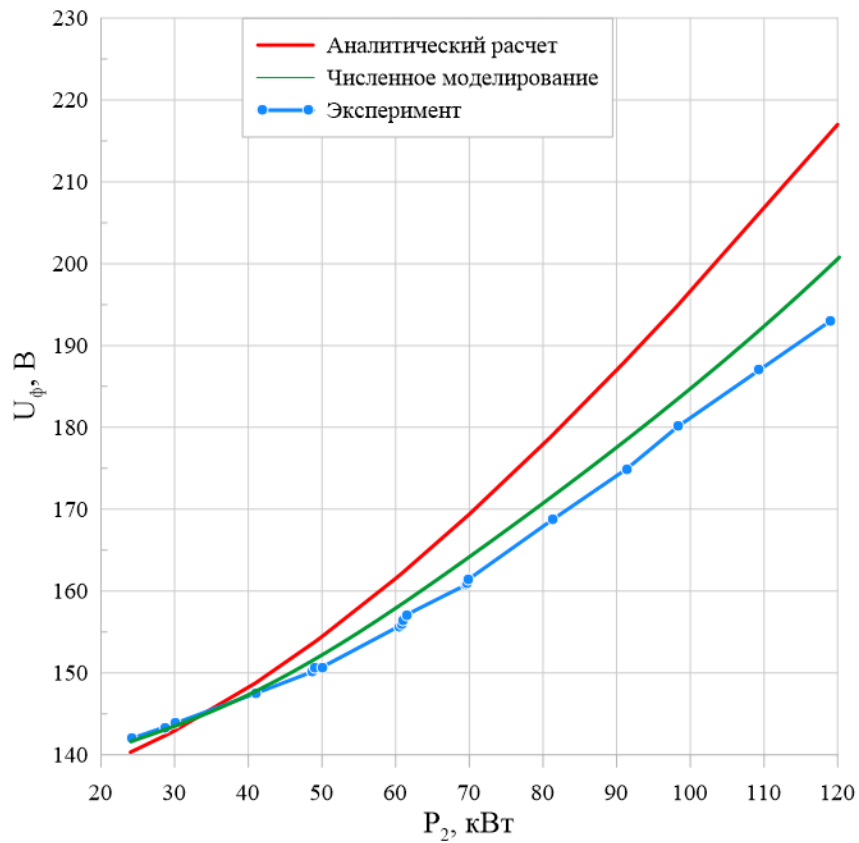


Рисунок 4.22 – Зависимость фазного напряжения от механической мощности

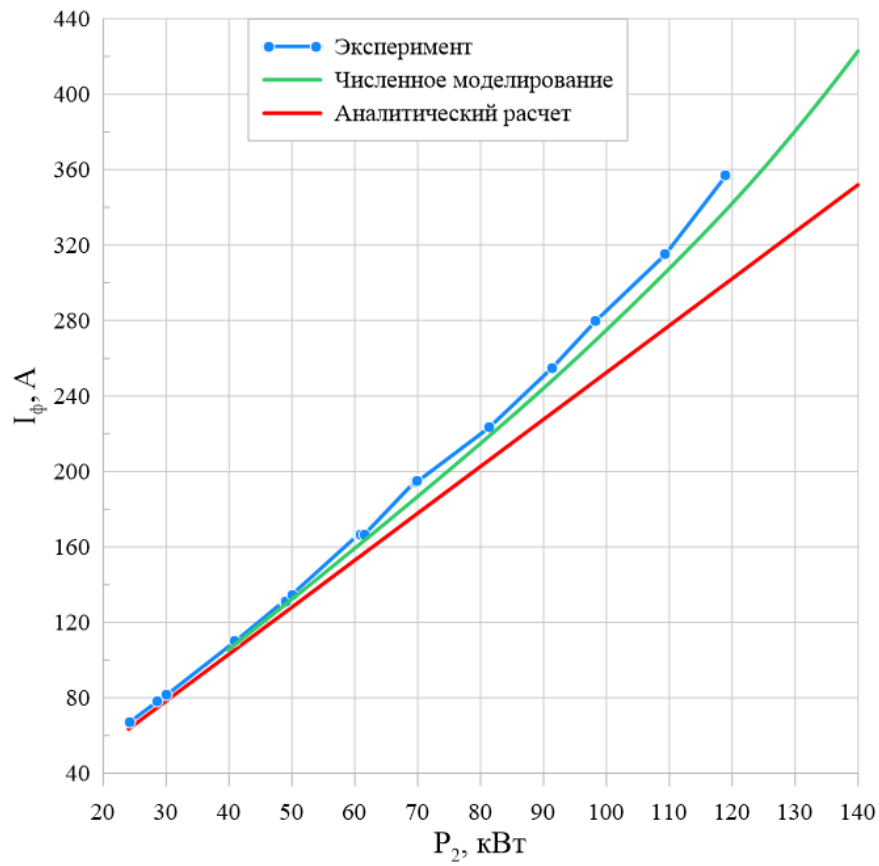


Рисунок 4.23 – Зависимость фазного тока от механической мощности

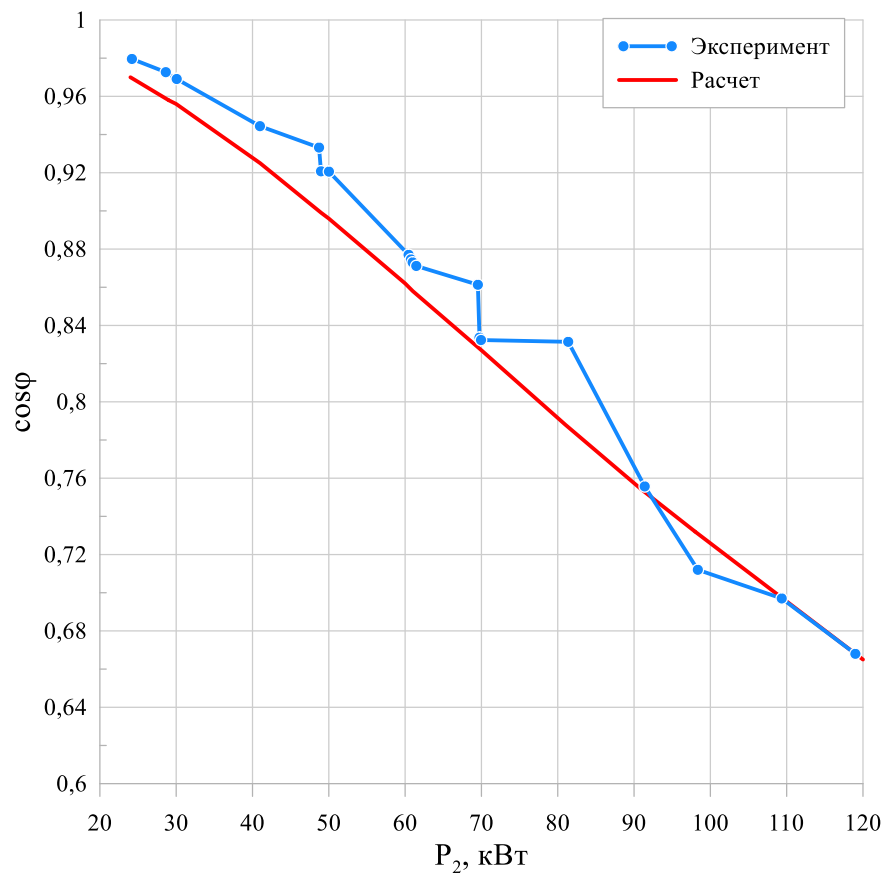


Рисунок 4.24 – Зависимость коэффициента мощности от механической мощности

Полученные экспериментальные результаты показывают хорошую сходимость с аналитическим и численным расчетом, однако рассогласование по величине фазных напряжений связано с увеличением размагничивающего действия поперечной реакции якоря при увеличении мощности нагрузки.

Для оценки потерь на вихревые токи в постоянных магнитах проведено экспериментальное исследование нагрева ротора при механической мощности на валу 46 кВт, по результатам которого построена временная зависимость нагрева, которая представлена на рисунке 4.25. Измерения температуры ротора проводились с помощью инфракрасного пирометра.

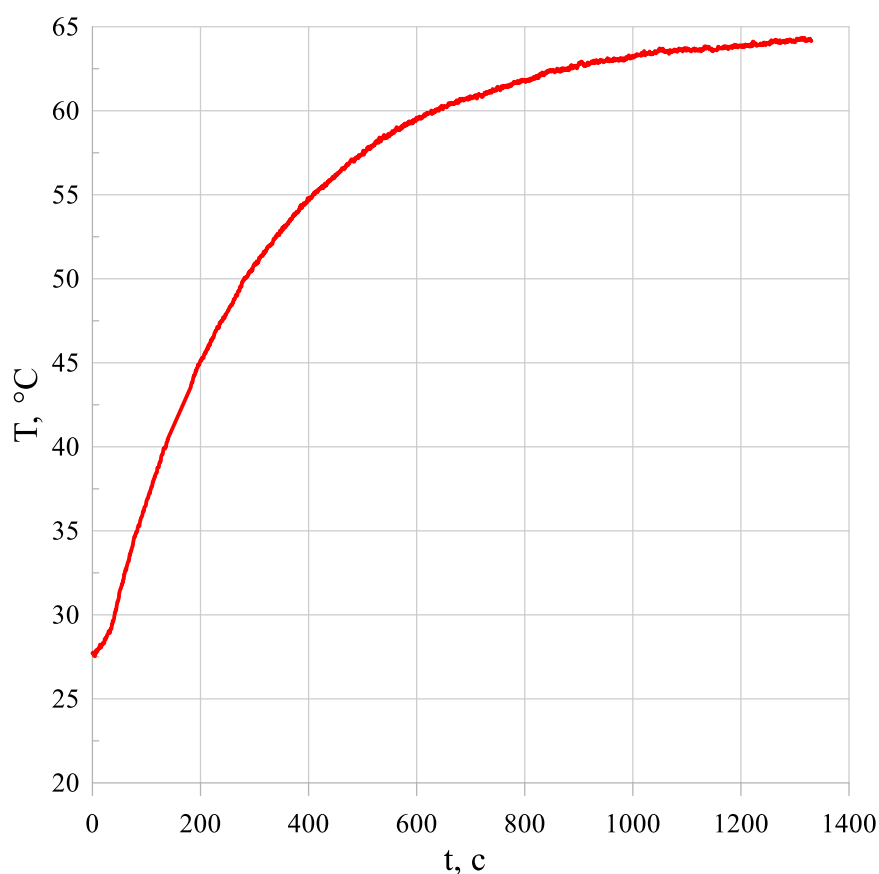


Рисунок 4.25 – Временная зависимость нагрева ротора электродвигателя

По временной зависимости нагрева ротора определена установившаяся максимальная температура ротора при механической мощности 46 кВт, которая равняется 64,5 °C. При этом определена эквивалентная экспоненциальная функция: $f(t) = 64,5 - e^{-3,47 \cdot 10^{-3} \cdot t + 3,679}$, по которой определена постоянная времени $T = 288$ с. Также определен коэффициент теплоотдачи с поверхности и суммарные

потери в магнитах, которые соответственно равны $180 \text{ Вт/м}^2 \cdot \text{К}$ и 530 Вт . Рассогласование величины потерь, полученных при численном расчете (485 Вт) и эксперименте составляет менее 10% , что подтверждает правильность расчетов.

По полученным данным экспериментальных исследований могут быть подкорректированы аналитические и численные методики расчета для более лучшей сходимости результатов.

Выводы по главе

1. Рассчитан, спроектирован и изготовлен экспериментальный образец электродвигателя с внешним ротором с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов.
2. Для оценки полной массы электродвигателя разработана трехмерная модель.
3. Представлены технологические особенности процесса сборки электродвигателя.
4. Представлено описание стенда для проведения экспериментальных исследований электродвигателя.
5. Приведены результаты экспериментального исследования системы охлаждения статора электродвигателя, по результатам которых определен требуемый минимальный расход охлаждающей жидкости.
6. Проведена оценка ухудшения свойств постоянных магнитов при нагреве, вследствие возникновения в них дополнительных потерь на вихревые токи.
7. Проведены нагрузочные испытания опытного образца электродвигателя, показавшие хорошую сходимость с результатами аналитического и численного расчетов. Разработанная методика расчета подобных машин может быть использована на стадии проектирования, позволяющая определить параметры с высокой точностью.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В диссертационной работе на основе аналитических, численных и экспериментальных исследований решена актуальная научно-техническая задача по разработке синхронных электродвигателей с внешним ротором с возбуждением от радиально-тангенциальных постоянных магнитов с улучшенными массогабаритными показателями для системы электродвижения малых летательных аппаратов.

В работе получены следующие результаты.

1) Проведен анализ летательных аппаратов с электрическими силовыми установками, по результатам которого определена потребная мощность электродвигателя для малых ЛА.

2) По результатам анализа электродвигателей установлено, что удельная мощность составляет менее 4 кВт/кг при частоте вращения электродвигателя 2000 мин⁻¹.

3) Обоснованы перспективы применения синхронных электрических машин с возбуждением от постоянных магнитов и предложены способы повышения удельной мощности.

4) Разработана аналитическая методика расчета магнитных полей ротора с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора.

5) Уточнена методика расчета синхронных электродвигателей с учетом полученных аналитических решений.

6) Разработаны численные методики расчета магнитных и тепловых полей, потерь на вихревые токи в постоянных магнитах.

7) По разработанным аналитическим и численным методикам выполнен расчет синхронного электродвигателя мощностью 150 кВт.

8) Разработана конструкция синхронного электродвигателя с допустимым осевым усилием до 900 кгс для применения в системе электродвижения малого летательного аппарата.

9) Модернизирован стенд для экспериментального исследования электрических машин с жидкостной системой охлаждения.

10) Спроектирован, изготовлен и успешно испытан опытный образец электродвигателя и проведены экспериментальные исследования, показавшие хорошую сходимость с результатами аналитического и численного расчетов. В результате экспериментальных исследований показано, что удельная мощность предложенного электродвигателя составила 4,41 кВт/кг.

СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ГСУ	–	гибридная силовая установка;
КЗ	–	короткое замыкание;
КПД	–	коэффициент полезного действия;
КЭА	–	конечно-элементный анализ;
ЛА	–	летательный аппарат;
МКЭ	–	метод конечных элементов;
ОЯ	–	обмотка якоря;
ПМ	–	постоянный магнит;
СД	–	синхронный двигатель;
СМ	–	синхронная машина;
ХХ	–	холостой ход;
ЭДС	–	электродвижущая сила;
ЭМ	–	электрическая машина;
ЭСУ	–	электрическая силовая установка.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Электродвигатель с высокой удельной мощностью для малого летательного аппарата / А. А. Широков, М. В. Здорова, С. В. Журавлев [и др.] // Электротехника. – 2023. – № 11. – С. 83-89. – DOI 10.53891/00135860_2023_11_83.
- 2) Электрические машины с высоким показателем удельной мощности / Н. С. Иванов, С. В. Журавлев, О. А. Харькина [и др.] // Электротехника. – 2022. – № 10. – С. 2-11. – DOI 10.53891/00135860_2022_10_2.
- 3) Указ о Стратегии научно-технического развития Российской Федерации – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://static.kremlin.ru/media/acts/files/0001201612010007.pdf>. Дата доступа: 30.07.2024.
- 4) Rendón M.A., Sánchez R. C. D., Gallo M. J., Anzai A.H. Aircraft Hybrid-Electric Propulsion: Development Trends, Challenges and Opportunities. – J. Control. Autom. Electr. Syst., vol. 32, no. 5, pp. 1244–1268, Oct. 2021, doi: 10.1007/S40313-021-00740-X/FIGURES/19.
- 5) Electric Machines with High Specific Power / N. S. Ivanov, S. V. Zhuravlev, O. A. Kharkina [et al.] // Russian Electrical Engineering. – 2022. – Vol. 93, No. 10. – P. 621-630. – DOI 10.3103/s1068371222100054.
- 6) Кашин, Я. М. Авиационные ветроэнергетические комплексы: современное состояние и перспективы развития / Я. М. Кашин, А. С. Князев, А. А. Широков. – Краснодар : Федеральное государственное казенное военное образовательное учреждение высшего образования «Краснодарское высшее военное авиационное училище летчиков имени Героя Советского Союза А.К. Серова» Министерства обороны Российской Федерации, 2021. – 245 с. – ISBN 978-5-907264-17-5.
- 7) CityAirbus NextGen – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.airbus.com/en/innovation/energy-transition/hybrid-and-electric-flight/cityairbus-nextgen>. Дата доступа: 30.07.2024.
- 8) Boeing Passenger Air Vehicle (PAV) – Airport Technology – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.aerospace-technology.com/projects/boeing-passenger-air-vehicle->

pav/#:~:text=Boeing%20NeXt%20built%20the%20eVTOL,aircraft%20for%20future%20urban%20transport. Дата доступа: 30.07.2024.

9) Bell Nexus 6HX – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://evtol.news/bell-air-taxi>. Дата доступа: 30.07.2024.

10) Bartini (production aircraft) – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://evtol.news/bartini/>. Дата доступа: 30.07.2024.

11) EcoTrip (concept design) – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://evtol.news/eco-trip/>. Дата доступа: 30.07.2024.

12) Supernal (Hyundai Motor Group) S-A1 (concept design) – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://evtol.news/hyundai-s-a1/>. Дата доступа: 30.07.2024.

13) Ray Civil VTOL Aircraft – Ray Research AG – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.rayaircraft.com/v3/concept.html>. Дата доступа: 30.07.2024.

14) AirCar Aircraft Design – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.aircar.aero/aircraftdesign>. Дата доступа: 30.07.2024.

15) Flutr Motors Flutr – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://evtol.news/flutr-motors-flutr/>. Дата доступа: 30.07.2024.

16) TriFan 600 Vertical Lift Crossover Airplane – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.xtiaircraft.com/xti-triFan-600>. Дата доступа: 30.07.2024.

17) Аэромакс. Беспилотный грузовой вертолет SH-750 – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.aeromax-group.ru/produkcija/bas-vertolyotnogo-tipa/sh-750/>. Дата доступа: 30.07.2024.

18) Yi X., Yoon A., Haran K.S. Multi-physics optimization for high-frequency air-core permanent-magnet motor of aircraft application. – IEEE International Electric Machines and Drives Conference (IEMDC), 2017, pp. 1-8, doi: 10.1109/IEMDC.2017.8002293.

19) Lee D., et al. Design and Prototype of a High Power Density Slotless PMSM for Direct Drive Aircraft Propulsion. – IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI), 2021, pp. 1-6, doi: 10.1109/PECI51586.2021.9435256.

20) Inside Siemens Record-Breaking Electric Aircraft Motor – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.engineering.com/inside-siemens-record-breaking-electric-aircraft-motor/>. Дата доступа: 30.07.2024.

21) Siemens Electric Aircraft Propulsion Unit: Inside the Digital Twin Design Strategy – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.engineering.com/siemens-electric-aircraft-propulsion-unit-inside-the-digital-twin-design-strategy/>. Дата доступа: 30.07.2024.

22) Electric Machines with High Specific Power / N. S. Ivanov, S. V. Zhuravlev, O. A. Kharkina [et al.] // Russian Electrical Engineering. – 2022. – Vol. 93, No. 10. – P. 621-630. – DOI 10.3103/s1068371222100054.

23) Rolls-Royce Spirit of Innovation – E-Mobility Engineering – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.emobility-engineering.com/rolls-royce-spirit-of-innovation/>. Дата доступа: 30.07.2024.

24) E-Motors EMRAX – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://emrax.com/e-motors/>. Дата доступа: 30.07.2024.

25) Сарач М.Б., Сарач Е.Б., Захаров А.Ю. Стендовое испытание электродвигателей EMRAX 208, 228 – Известия МГТУ МАМИ. – 2020. – № 1(43). – С. 80-87. – DOI 10.31992/2074-0530-2020-43-1-80-87.

26) Powertrains MagniX – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.magnix.aero/services>. Дата доступа: 30.07.2024.

27) First Flight of MagniX eCaravan Showcases Maturity of Electric Aviation – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.aviationtoday.com/2020/05/29/historic-flight-of-magnixs-ecaravan-showcases-maturity-of-electric-aviation/>. Дата доступа: 30.07.2024.

28) H3X Technologies – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.h3x.tech/>. Дата доступа: 30.07.2024.

29) Наземный электротранспорт – Электродвигатели Электромомент – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://electromoment.com/ru/p-category/electrotransport/>. Дата доступа: 30.07.2024.

- 30) AX Drive – НПО «Андроидная техника» – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://npo-at.com/production/ax-drive/?ysclid=m1eopwftfw277206272#AXD350DPC>. Дата доступа: 30.07.2024.
- 31) Дубенский А.А. Бесконтактные двигатели постоянного тока. - М.: Энергия, 1967.
- 32) Бут Д. А. Основы электромеханики. М.: Изд-во МАИ, 1996. 468 с.
- 33) Копылов И.П. Проектирование электрических машин: учебник для вузов. – 4 изд. перераб. и доп. – М.: Издательство Юрайт, 2011 – 767 с.
- 34) Бут Д.А. Бесконтактные электрические машины: Учеб. пособие для электромех. и электроэнерг. спец. вузов. – М.: Высшая школа, 1990.
- 35) Грузков С.А. Электрооборудование летательных аппаратов. Том 1. Системы электроснабжения летательных аппаратов. – М.: Изд-во МЭИ. – 2005. – 568 с.
- 36) Experience in Developing a Synchronous Electric Motor with Permanent Magnet Excitation / A. V. Zakharov, A. S. Kobelev, S. V. Kudryashov, S. A. Zhuravlev // Russian Electrical Engineering. – 2024. – Vol. 95, No. 1. – P. 51-55. – DOI 10.3103/S1068371224010115.
- 37) Курбатова, Е. П. Обзор применения ВТСП обмоток в конструкциях электрических машин / Е. П. Курбатова // Сверхпроводимость: фундаментальные и прикладные исследования. – 2023. – № 1. – С. 40-55. – DOI 10.62539/2949-5644-2023-0-1-40-55.
- 38) Кацман М.М. Электрические машины. – М.: Высшая школа, 2001 – 463 с.
- 39) Балагуров В.А., Галтеев Ф.Ф., Ларионов А.Н. Электрические машины с постоянными магнитами. – М.: Энергия, 1964 – 480 с.
- 40) Бертинов А.И. Авиационные электрические генераторы. – М.: Оборонгиз, 1959 – 594 с.
- 41) Иванов Н. С., Тулинова Е. Е. Синхронные генераторы обращенной конструкции с постоянными магнитами для ветроэнергетических установок и малой гидроэнергетики // Труды МАИ – 2013 – №68.

42) J. Mallinson, "One-sided fluxes -- A magnetic curiosity?," in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 9, no. 4, pp. 678-682, December 1973, doi: 10.1109/TMAG.1973.

43) What is a Halbach array – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.motioncontroltips.com/what-is-halbach-array-and-how-is-it-used-in-electric-motors/>. Дата доступа: 30.07.2024.

44) Halbach array: What is it and how is it used in electric motors? – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.motioncontroltips.com/what-is-halbach-array-and-how-is-it-used-in-electric-motors/>. Дата доступа: 30.07.2024.

45) Yoon A., Yi X., Martin J., Chen Yu., Haran K. A high-speed, high-frequency, air-core PM machine for aircraft application. – IEEE Power and Energy Conference at Illinois (PECI), 2016, pp. 1-4, doi: 10.1109/PECI.2016.7459221.

46) A High-Specific-Power Motor for General Aviation / A. A. Shirokov, M. V. Zdorova, S. V. Zhuravlev [et al.] // *Russian Electrical Engineering*. – 2023. – Vol. 94, No. 11. – P. 861-867. – DOI 10.3103/s1068371223110123.

47) Журавлев С.В., Зечихин Б.С., Кузьмичев Р.В. Аналитический расчет магнитного поля в активной зоне синхронных машин с постоянными магнитами // 2016. Т. 23, № 1. С. 197-209.

48) Gieras J.F. Multimegawatt synchronous generators for airborne applications: A review. – International Electric Machines & Drives Conference, 2013, pp. 626-633, doi: 10.1109/IEMDC.2013.6556160.

49) Науменко В.И., Ключков О.Г. Авиационные электрические машины с интенсивным охлаждением. М., «Машиностроение», 1977, 128 с.

50) Сан Ю., Сеньков А.П. Сравнение массогабаритных показателей вентильных электродвигателей с распределенной и зубцовой обмотками статора // Вестник государственного университета морского и речного флота им. адмирала С.О. Макарова. – 2016. – № 3(37). – С. 174-180. – DOI 10.21821/2309-5180-2016-7-3-174-180.

51) Golovanov D., et al. 4-MW Class High-Power-Density Generator for Future Hybrid-Electric Aircraft, – IEEE Transactions on Transportation Electrification, vol. 7, no. 4, pp. 2952-2964, Dec. 2021, doi: 10.1109/TTE.2021.3068928.

52) 3M Fluorinert Electronic Liquid FC-43 – [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.3m.com/3M/en_US/p/d/b40045145/?ysclid=m983vt1swi43400694
6.Дата доступа: 30.07.2024.

53) 3M Novec 7000 Engineered Fluid – [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://www.3m.com/3M/en_US/p/d/b5005006004/?ysclid=m983ydfmq643820786. Дата доступа: 30.07.2024.

54) ГОСТ 13032-77. Жидкости полиметилсилоксановые. Технические условия.

55) SYLTHERM 800 Heat Transfer Fluid – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.chempoint.com/en-emea/products/dow/syltherm-silicone-thermal-fluids/syltherm-silicone-thermal-fluids/syltherm-800>. Дата доступа: 30.07.2024.

56) Масло ИПМ-10 – Характеристики – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.zarechie.ru/catalogue/oils/aircraft/ipm-10.html>. Дата доступа: 30.07.2024.

57) ПМС-5 Полиметилсилоксан – характеристики, применение – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://pms200.ru/silikonovye-zhidkosti/pms-5.html>. Дата доступа: 30.07.2024.

58) ГОСТ 10160-75. Сплавы прецизионные магнитно-мягкие. Технические условия.

59) Сплав 49К2ФА – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://www.wolframoff.com/product/splavy2/49k2fa>. Дата доступа: 30.07.2024.

60) ГОСТ 4543-2016.Metalлопродукция из конструкционной легированной стали. Технические условия.

61) Сталь конструкционная легированная 30ХГСА – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://prompriem.ru/stati/-stal-30hgsa.html>. Дата доступа: 30.07.2024.

62) Характеристики неодимовых магнитов – [Электронный ресурс]. Режим доступа: https://magnit96.com/blog/article/harakteristiki_neodimovyh_magnitov/. Дата доступа: 30.07.2024.

63) Самарий-кобальтовые магниты (SmCo): особенности, характеристики – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://electricalschool.info/>

spravochnik/eltehuistr/2487-samariy-kobaltovye-magnity-smco.html. Дата доступа: 30.07.2024.

64) Зечихин Б.С., Чварков Э.А. Автоматизированный расчет синхронного генератора с постоянными магнитами. – М.: Издательство МАИ, 1991 – 47 с.

65) Специальные электрические машины. Источники и преобразователи энергии: Учебное пособие для электромеханических, электротехнических и электроэнергетических специальностей вузов: В 2 кн. Кн.1. / А. И. Бертинов, и др. ; Ред. Б. Л. Алиевский. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Энергоатомиздат, 1993. – 319 с.

66) Журавлев, С. В. Автоматизированный расчет авиационного синхронного генератора : учебное пособие к курсовому и дипломному проектированию / С. В. Журавлев, Б. С. Зечихин ; С. В. Журавлев, Б. С. Зечихин ; М-во образования и науки Российской Федерации, Московский авиационный ин-т (нац. исследовательский ун-т). – Москва : Изд-во МАИ, 2011. – 59 с.

67) Балагуров В.А. Проектирование специальных электрических машин переменного тока. – М.: Высшая школа, 1982.

68) Иванов-Смоленский А.В. Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. – М.: Высшая школа, 1989.

69) Бухгольц Г. Расчет электрических и магнитных полей. – М.: Из-во иностранной литературы, 1961 – 712.

70) Копылов И.П. Математическое моделирование электрических машин. – М.: Высш. шк., 1987 – 248 с.

71) Гольдберг О.Д., Гурин Я.С., Свириденко И.С. Проектирование электрических машин. – М.: Высшая Школа, 1984.

72) Канторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. Л.: Физматгиз, 1962, 708 с.

73) Зечихин Б.С. Электрические машины летательных аппаратов. Гармонический анализ активных зон. – М.: Машиностроение. 1983. – 149 с., ил.

74) Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989. 608 с.

75) Иванов-Смоленский А.В. Электрические машины: Учебник для вузов. В 2-х т. Том 2. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Издательство МЭИ, 2004. — 532 с.: ил.

76) Виноградов А.Б. Векторное управление электроприводами переменного тока / ГОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2008. – 298 с.

77) Флетчер К. Численные методы на основе метода Галёркина: Пер. с англ. – М.: Мир, 1988. – 352 с., ил.

78) Бедкер, А. А. О выборе соотношений чисел пазов ротора и статора новой линейки асинхронных электродвигателей модульной конструкции серии DAZO / А. А. Бедкер, А. В. Захаров // Состояние и перспективы развития электро- и теплотехнологии (XXIII Бенардосовские чтения) : Материалы Международной научно-технической конференции, посвященной 80-летию Российской атомной промышленности. В 3-х томах, Иваново, 29–31 мая 2025 года. – Иваново: Ивановский государственный энергетический университет им. В.И. Ленина, 2025. – С. 131-135.

79) Electrodynamic speed stabilizer for emergency wind power unit of an aircraft / A. A. Shirokov, V. V. Tishkov, M. V. Zdorova, V. A. Kaliy // Journal of Physics: Conference Series : 11, Moscow, 10–11 декабря 2020 года. – Moscow, 2021. – P. 012035. – DOI 10.1088/1742-6596/1958/1/012035.

80) Экспериментальные исследования асинхронного электродвигателя с криогенным охлаждением / Н. С. Иванов, С. В. Журавлев, А. А. Широков [и др.] // Электричество. – 2023. – № 9. – С. 13-21. – DOI 10.24160/0013-5380-2023-9-13-21.

81) Костенко, А. А. Построение и верификация трехмерной модели магнитной системы турбогенератора / А. А. Костенко, Е. П. Курбатова // Проблемы и перспективы развития энергетики, электротехники и энергоэффективности : Материалы VII Международной научно-технической конференции, Чебоксары, 24 ноября 2023 года. – Чебоксары: Чувашский государственный университет им. И.Н. Ульянова, 2023. – С. 157-163.

82) Исследование показателей качества электроэнергии на этапе проектирования авиационного синхронного генератора / Н. С. Иванов, С. В. Журавлев, М. В. Здорова [и др.] // Электричество. – 2021. – № 10. – С. 40-49. – DOI 10.24160/0013-5380-2021-10-40-49.

83) Superconducting System with 100 kW Output Power for Experimental Research / K. Kovalev, N. Ivanov, S. Zhuravlev [et al.] // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. – 2022. – Vol. 32, No. 4. – DOI 10.1109/TASC.2022.3147442.

84) Ivanov N., Shirokov A., Zhuravlev S., Zdorova M. Research of electric power quality indicators at the design stage of an aircraft synchronous generator, in Proceedings – ICOECS 2021: 2021 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems, 2021, pp. 329–334, doi: 10.1109/ICOECS52783.2021.9657422.

85) ГОСТ 8865-93. Системы электрической изоляции. Оценка нагревостойкости и классификация.

86) Построение трехмерной тепловой модели статора турбогенератора с учетом газодинамики / В. В. Рыжов, П. А. Дергачев, Е. П. Курбатова [и др.] // Вестник Московского энергетического института. Вестник МЭИ. – 2021. – № 5. – С. 75-82. – DOI 10.24160/1993-6982-2021-5-75-82.

87) Провод медный эмалированный полиамидимидным лаком марки ПЭТ-200 – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://electro.mashinform.ru/provoda-ehmalirovannye/provod-mednyj-jemalirovannyj-poliamidimidnym-lakom-marki-pjet-200-obj953.html>. Дата доступа: 30.07.2024.

88) Features of Operation of Induction Motors with a Combined Winding in a Frequency-Controlled Electric Drive / Yu. B. Kazakov, I. A. Kravale, M. A. Kiselev [et al.] // Russian Electrical Engineering. – 2024. – Vol. 95, No. 1. – P. 56-66. – DOI 10.3103/S1068371224010061.

89) Й. Ламмеранер, М. Штафль. Вихревые токи, перевод с чешского, М.–Л., изд-во «Энергия», 1967, 208 с.

90) Ansys Electronics Desktop: Электромагнетизм – [Электронный ресурс]. Режим доступа: <https://cae-expert.ru/product/ansys-electronics-desktop>. Дата доступа: 30.07.2024.

91) Патент № 2808803 С1 Российская Федерация, МПК H02K 7/116, H02K 1/2753, H02K 21/14. Магнитоэлектрический генератор : № 2023120343 : заявл. 02.08.2023 : опубл. 05.12.2023 / А. Б. Суханов, Н. С. Иванов, Л. А. Егошкина, А. А.

Широков ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский авиационный институт.

92) Патент на полезную модель № 213637 U1 Российская Федерация, МПК H02K 19/38. Бесщеточный синхронный генератор интегральной конструкции : № 2022121665 : заявл. 09.08.2022 : опубл. 21.09.2022 / Н. С. Иванов, С. В. Журавлев, А. Б. Суханов [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Московский авиационный институт.

93) Электрическая машина с расцепителем // Суханов А.Б., Иванов Н.С., Журавлев С.В., Широков А.А., Богданова И.С. Патент на изобретение RU 2846803 C1, 16.09.2025. Заявка № 2025102564 от 06.02.2025.

94) Электрическая машина с внешним ротором и жидкостным охлаждением // Суханов А.Б., Широков А.А., Широкова М.В., Журавлев С.В., Иванов Н.С., Егошкина Л.А. Патент на полезную модель RU 237080 U1, 08.09.2025. Заявка № 2025116089 от 10.06.2025.

95) Романовский П.И. Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа. Л., Физматгиз, 1961 г., 303 стр.

ПРИЛОЖЕНИЕ А. Разложение составляющих вектора намагниченности в тригонометрический ряд для системы радиально-тангенциальных магнитов

Секторные радиальные и тангенциальные магниты характеризуются постоянным по направлению и величине вектором намагниченности \vec{J} , образующим с осью симметрии соответствующего магнита угол $\alpha_J = 0$ для радиальных магнитов и угол $\alpha_J = \pi/2$ для тангенциальных магнитов. Расположение магнитов является периодическим по φ с периодом $2\alpha_\tau$, где $\alpha_\tau = \pi/p$ - полюсный угол, p - число пар полюсов. Вектор намагниченности в пределах первого полюсного деления (рисунок А.1), соответствующего области $\{-\alpha_\tau/2 \leq \varphi \leq \alpha_\tau/2\}$, в прямоугольной системе координат (x, y) может быть определен следующим образом:

$$\vec{J} = \vec{e}_x J_x + \vec{e}_y J_y,$$

$$\text{где} \quad \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \end{bmatrix} = J_M \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} -\sin(\alpha_\tau/2) \\ -\cos(\alpha_\tau/2) \end{bmatrix} \text{ при } -\alpha_\tau/2 \leq \varphi < -\alpha_M^{(p)}/2 \\ \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ при } -\alpha_M^{(p)}/2 \leq \varphi \leq \alpha_M^{(p)}/2 \\ \begin{bmatrix} -\sin(\alpha_\tau/2) \\ \cos(\alpha_\tau/2) \end{bmatrix} \text{ при } \alpha_M^{(p)}/2 < \varphi \leq \alpha_\tau/2 \end{array} \right\}; \quad J_M = B_r/\mu_0 = \text{const} \quad -$$

намагниченность магнитов; B_r - остаточная индукция магнитов; $\alpha_M^{(p)}$ - угловая ширина радиальных магнитов ($\alpha_M^{(p)} < \alpha_\tau$).

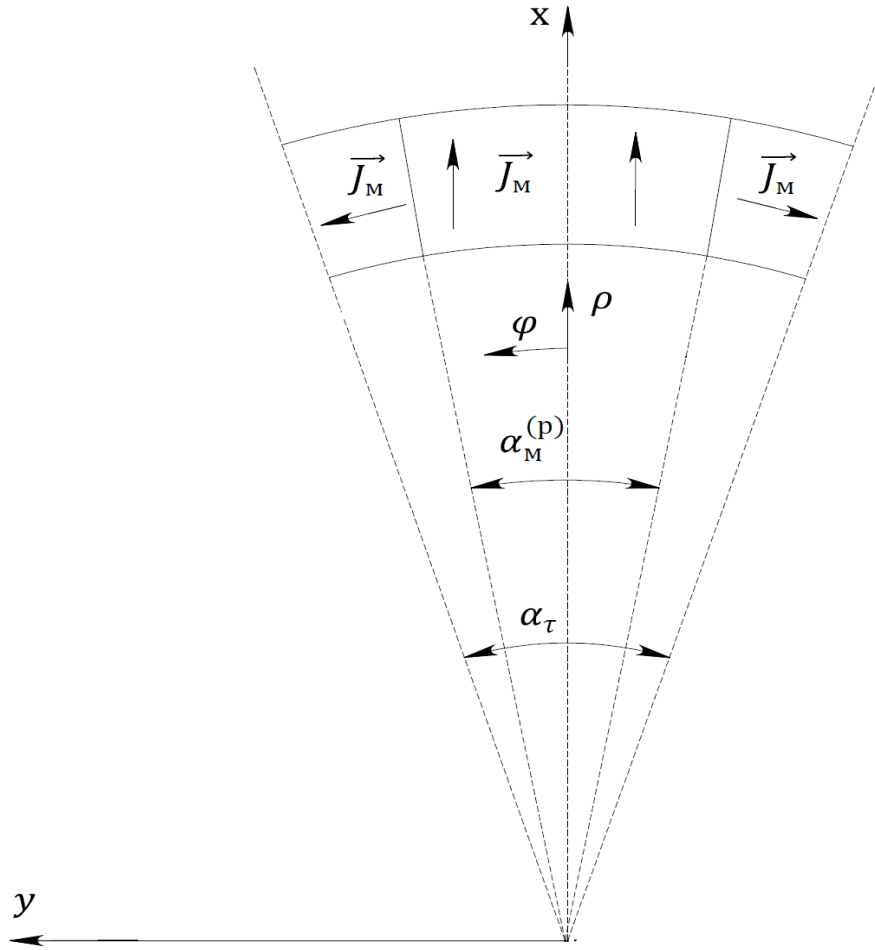


Рисунок А.1 – Эскиз полюсного деления магнитной системы

Учитывая, что выражения для связи векторов прямоугольной и полярной систем координат $\begin{cases} \vec{e}_x = \vec{e}_\rho \cos \varphi - \vec{e}_\varphi \sin \varphi \\ \vec{e}_y = \vec{e}_\rho \sin \varphi + \vec{e}_\varphi \cos \varphi \end{cases}$, вектор намагниченности в полярной системе координат (ρ, φ) может быть представлен следующим образом:

$$\vec{J} = \vec{e}_\rho J_\rho + \vec{e}_\varphi J_\varphi = \vec{e}_\rho (J_x \cos \varphi + J_y \sin \varphi) + \vec{e}_\varphi (-J_x \sin \varphi + J_y \cos \varphi).$$

Следовательно, в пределах первого полюсного деления составляющие вектора намагниченности в полярной системе координат (ρ, φ) могут быть определены функциями:

$$\begin{bmatrix} J_\rho \\ J_\varphi \end{bmatrix} = J_M \left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} -\sin(\varphi + \alpha_\tau/2) \\ -\cos(\varphi + \alpha_\tau/2) \end{bmatrix} \text{ при } -\alpha_\tau/2 \leq \varphi < -\alpha_M^{(p)}/2 \\ \begin{bmatrix} \cos \varphi \\ -\sin \varphi \end{bmatrix} \text{ при } -\alpha_M^{(p)}/2 \leq \varphi \leq \alpha_M^{(p)}/2 \\ \begin{bmatrix} \sin(\varphi - \alpha_\tau/2) \\ \cos(\varphi - \alpha_\tau/2) \end{bmatrix} \text{ при } \alpha_M^{(p)}/2 < \varphi \leq \alpha_\tau/2 \end{array} \right\}.$$

В силу симметрии расположения постоянных магнитов составляющие вектора намагниченности J_ρ и J_φ в полярной системе координат (ρ, φ) должны быть периодическими по φ функциями с периодом $2\alpha_\tau$, обладающими симметрией III рода, и в соответствии с выбором начала системы координат могут быть представлены в виде следующих тригонометрических рядов:

$$\begin{bmatrix} J_\rho(\varphi) \\ J_\varphi(\varphi) \end{bmatrix} = \sum_{v=1,3,\dots}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} J_v^{(pc)} \cos(\alpha_v \varphi) \\ J_v^{(ps)} \sin(\alpha_v \varphi) \end{bmatrix},$$

$$\begin{aligned} \text{где } \alpha_v &= \frac{v\pi}{\alpha_\tau} = vp; \quad \begin{bmatrix} J_v^{(pc)} \\ J_v^{(ps)} \end{bmatrix} = \frac{2}{\alpha_\tau} \int_{-\alpha_\tau/2}^{\alpha_\tau/2} \begin{bmatrix} J_\rho(\varphi) \cos(\alpha_v \varphi) \\ J_\varphi(\varphi) \sin(\alpha_v \varphi) \end{bmatrix} d\varphi = \\ &= \frac{4J_M}{\alpha_\tau(1-\alpha_v^2)} \left[\begin{bmatrix} 1 \\ -\alpha_v \end{bmatrix} \cos\left(\frac{\alpha_v \alpha_M^{(p)}}{2}\right) \left(\cos\left(\frac{\alpha_\tau - \alpha_M^{(p)}}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_M^{(p)}}{2}\right) \right) + \right. \\ &\quad \left. + \begin{bmatrix} -\alpha_v \\ 1 \end{bmatrix} \sin\left(\frac{\alpha_v \alpha_M^{(p)}}{2}\right) \left(\sin\left(\frac{\alpha_\tau - \alpha_M^{(p)}}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha_M^{(p)}}{2}\right) \right) \right], \quad \text{где } v = \overline{1, 3, \dots, N \rightarrow \infty}. \end{aligned}$$

При дробном числе пазов на полюс и фазу q , которое может быть представлено в виде суммы целого числа b и правильной несократимой дроби c/d , периодичность магнитного поля в рабочем зазоре определяется знаменателем d . Период изменения магнитного поля α_T больше периода $2\alpha_\tau$ в p_{\min} раз, где $p_{\min} = d$, если d является нечетным числом, и $p_{\min} = d/2$, если d является четным числом. Относительно периода α_T составляющие вектора намагниченности J_ρ и J_φ в полярной системе координат (ρ, φ) могут быть представлены в виде следующих тригонометрических рядов:

$$\begin{bmatrix} J_\rho(\varphi) \\ J_\varphi(\varphi) \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \begin{bmatrix} J_n^{(pc)} \cos(\alpha_n \varphi) \\ J_n^{(ps)} \sin(\alpha_n \varphi) \end{bmatrix},$$

где $\alpha_n = \frac{2\pi n}{\alpha_T}$ и все коэффициенты $J_n^{(\rho c)}$ и $J_n^{(\varphi s)}$ ($n = \overline{1, N \rightarrow \infty}$) равны нулю, за исключением коэффициентов $J_{\nu p_{\min}}^{(\rho c)}$ и $J_{\nu p_{\min}}^{(\varphi s)}$ ($\nu = \overline{1, 3 \dots N \rightarrow \infty}$), определяемых формулами для $J_{\nu}^{(\rho c)}$ и $J_{\nu}^{(\varphi s)}$, представленными выше.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Упрощение интегралов, полученных в ходе аналитического решения

1) Первый интеграл:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s.i)} \\ Int_{k,n}^{(5c.i)} \end{bmatrix} &= \int_{\beta_i - \beta_n/2}^{\beta_i + \beta_n/2} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \sin(\phi - \beta_i) + b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \cos(\phi - \beta_i) - \\
 &\quad a)) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \phi' = \phi - \beta_i \Rightarrow \phi = \phi' + \beta_i \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s.i)} \\ Int_{k,n}^{(5c.i)} \end{bmatrix} = \int_{-\beta_n/2}^{\beta_n/2} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \sin \phi' + b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \cos \phi' - \\
 &\quad a)) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n(\phi' + \beta_i)) \\ \cos(\alpha_n(\phi' + \beta_i)) \end{bmatrix} d\phi' \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n(\phi' + \beta_i)) \\ \cos(\alpha_n(\phi' + \beta_i)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi') \cos(\alpha_n \beta_i) + \cos(\alpha_n \phi') \sin(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \phi') \sin(\alpha_n \beta_i) + \cos(\alpha_n \phi') \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} \\
 &\Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s.i)} \\ Int_{k,n}^{(5c.i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s)} + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(5c)} \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(5s)} \\ Int_{k,n}^{(5c)} \end{bmatrix} = \int_{-\beta_n/2}^{\beta_n/2} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \sin \phi' + b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \cos \phi' - \\
 &\quad a)) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi') \\ \cos(\alpha_n \phi') \end{bmatrix} d\phi'.
 \end{aligned}$$

2) Второй интеграл:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(6s.i)} \\ Int_{k,n}^{(6c.i)} \end{bmatrix} &= \int_{\beta_i - \beta_n/2}^{\beta_i + \beta_n/2} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \sin(\phi - \beta_i) - b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin(K_k^{(1)}(R_{\text{я}} \cos(\phi - \beta_i) - \\
 &\quad a)) \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{bmatrix} d\phi \Rightarrow \\
 &\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(6s.i)} \\ Int_{k,n}^{(6c.i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(6s)} + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(6c)} \Rightarrow
 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left[\begin{matrix} Int_{k,n}^{(6s)} \\ Int_{k,n}^{(6c)} \end{matrix} \right] = \int_{-\beta_n/2}^{\beta_n/2} \frac{\sinh(K_k^{(1)}(R_{\mathcal{A}} \sin \phi' - b_n/2))}{\sinh(K_k^{(1)} b_n)} \sin(K_k^{(1)}(R_{\mathcal{A}} \cos \phi' - a)) \left[\begin{matrix} \sin(\alpha_n \phi') \\ \cos(\alpha_n \phi') \end{matrix} \right] d\phi'.$$

3) Третий интеграл:

$$\begin{aligned} \left[\begin{matrix} Int_{l,n}^{(7s.i)} \\ Int_{l,n}^{(7c.i)} \end{matrix} \right] &= \int_{\beta_i - \beta_n/2}^{\beta_i + \beta_n/2} \frac{\sinh(K_l^{(2)}(R_{\mathcal{A}} \cos(\phi - \beta_i) - a))}{\sinh(K_l^{(2)} h)} \sin(K_l^{(2)}(R_{\mathcal{A}} \sin(\phi - \beta_i) + b_n/2)) \left[\begin{matrix} \sin(\alpha_n \phi) \\ \cos(\alpha_n \phi) \end{matrix} \right] d\phi \\ &\Rightarrow \left[\begin{matrix} Int_{l,n}^{(7s.i)} \\ Int_{l,n}^{(7c.i)} \end{matrix} \right] = \left[\begin{matrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{matrix} \right] Int_{l,n}^{(7s)} + \left[\begin{matrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{matrix} \right] Int_{l,n}^{(7c)} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \left[\begin{matrix} Int_{l,n}^{(7s)} \\ Int_{l,n}^{(7c)} \end{matrix} \right] = \int_{-\beta_n/2}^{\beta_n/2} \frac{\sinh(K_l^{(2)}(R_{\mathcal{A}} \cos \phi' - a))}{\sinh(K_l^{(2)} h)} \sin(K_l^{(2)}(R_{\mathcal{A}} \sin \phi' + b_n/2)) \left[\begin{matrix} \sin(\alpha_n \phi') \\ \cos(\alpha_n \phi') \end{matrix} \right] d\phi'. \end{aligned}$$

4) Коэффициенты $\Psi_n^{(Us)}$ и $\Psi_n^{(Uc)}$:

$$\begin{aligned} \left[\begin{matrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{matrix} \right] &= \frac{2}{\alpha_T} \sum_{i=1}^Z \left(\sum_{k=1}^{K \rightarrow \infty} \left[\begin{matrix} \Psi_{i,k}^{(2)} \left[\begin{matrix} Int_{k,n}^{(5s.i)} \\ Int_{k,n}^{(5c.i)} \end{matrix} \right] - \Psi_{i,k}^{(1)} \left[\begin{matrix} Int_{k,n}^{(6s.i)} \\ Int_{k,n}^{(6c.i)} \end{matrix} \right] \right] + \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} \left[\begin{matrix} F_{i,l} \left[\begin{matrix} Int_{l,n}^{(7s.i)} \\ Int_{l,n}^{(7c.i)} \end{matrix} \right] \right] \right] \Bigg) = \\ &= \frac{2}{\alpha_T} \sum_{i=1}^Z \left(\sum_{k=1}^{K \rightarrow \infty} \left[\begin{matrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{matrix} \right] \left(\Psi_{i,k}^{(2)} Int_{k,n}^{(5s)} - \Psi_{i,k}^{(1)} Int_{k,n}^{(6s)} \right) \right. \\ &\quad \left. + \left[\begin{matrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{matrix} \right] \left(\Psi_{i,k}^{(2)} Int_{k,n}^{(5c)} - \Psi_{i,k}^{(1)} Int_{k,n}^{(6c)} \right) \right] + \\ &\quad \left. + \sum_{l=1}^{L \rightarrow \infty} \left[\begin{matrix} F_{i,l} \left(\left[\begin{matrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{matrix} \right] Int_{l,n}^{(7s)} + \left[\begin{matrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{matrix} \right] Int_{l,n}^{(7c)} \right) \right] \right]. \end{aligned}$$

5) Четвертый интеграл:

$$\left[\begin{matrix} Int_{l,n}^{(3s.i)} \\ Int_{l,n}^{(3c.i)} \end{matrix} \right] =$$

$$\begin{aligned}
& \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{R_n}{\sqrt{(h+a)^2+y^2}} \right)^{\alpha_n} \left[\begin{array}{c} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{h+a} \right) + \beta_i \right) \right) \\ \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{h+a} \right) + \beta_i \right) \right) \end{array} \right] \sin \left(K_l^{(2)}(y + b_n/2) \right) dy \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[\begin{array}{c} \sin(\alpha_n(y' + \beta_i)) \\ \cos(\alpha_n(y' + \beta_i)) \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \sin(\alpha_n y') \cos(\alpha_n \beta_i) + \cos(\alpha_n y') \sin(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n y') \sin(\alpha_n \beta_i) + \cos(\alpha_n y') \cos(\alpha_n \beta_i) \end{array} \right] \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[\begin{array}{c} Int_{l,n}^{(3s.i)} \\ Int_{l,n}^{(3c.i)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{array} \right] Int_{l,n}^{(3s)} + \left[\begin{array}{c} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{array} \right] Int_{l,n}^{(3c)} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[\begin{array}{c} Int_{l,n}^{(3s)} \\ Int_{l,n}^{(3c)} \end{array} \right] = \\
& \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{R_n}{\sqrt{(h+a)^2+y^2}} \right)^{\alpha_n} \left[\begin{array}{c} \sin(\alpha_n \arctan(y/(h+a))) \\ \cos(\alpha_n \arctan(y/(h+a))) \end{array} \right] \sin \left(K_l^{(2)}(y + b_n/2) \right) dy.
\end{aligned}$$

6) Пятый интеграл:

$$\begin{aligned}
& \left[\begin{array}{c} Int_{l,n}^{(4s.i)} \\ Int_{l,n}^{(4c.i)} \end{array} \right] = \\
& \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{\sqrt{(h+a)^2+y^2}}{R_n} \right)^{\alpha_n} \left[\begin{array}{c} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{h+a} \right) + \beta_i \right) \right) \\ \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{h+a} \right) + \beta_i \right) \right) \end{array} \right] \sin \left(K_l^{(2)}(y + b_n/2) \right) dy \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[\begin{array}{c} Int_{l,n}^{(4s.i)} \\ Int_{l,n}^{(4c.i)} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{array} \right] Int_{l,n}^{(4s)} + \left[\begin{array}{c} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{array} \right] Int_{l,n}^{(4c)} \Rightarrow \\
& \Rightarrow \left[\begin{array}{c} Int_{l,n}^{(4s)} \\ Int_{l,n}^{(4c)} \end{array} \right] = \\
& \int_{-b_n/2}^{b_n/2} \left(\frac{\sqrt{(h+a)^2+y^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \left[\begin{array}{c} \sin(\alpha_n \arctan(y/(h+a))) \\ \cos(\alpha_n \arctan(y/(h+a))) \end{array} \right] \sin \left(K_l^{(2)}(y + b_n/2) \right) dy.
\end{aligned}$$

7) Коэффициенты $F_{i,l}$:

$$\begin{aligned}
F_{i,l} &= \frac{2}{b_n} \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(\left(F_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Us)} \right) Int_{l,n}^{(3s.i)} + \left(F_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Uc)} \right) Int_{l,n}^{(3c.i)} \right. \right. \\
&+ \\
&\left. \left. + \left(\Psi_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Us)} \right) Int_{l,n}^{(4s.i)} + \left(\Psi_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Uc)} \right) Int_{l,n}^{(4c.i)} \right) \right] = \frac{2}{b_n} \left(F_{i,l}^{(s)} + F_{i,l}^{(c)} \right)
\end{aligned}$$

↓

$$\begin{bmatrix} F_{i,l}^{(s)} \\ F_{i,l}^{(c)} \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(\left(\begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} R_{II}^{\alpha_n} - \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(3s.i)} \\ Int_{l,n}^{(3c.i)} \end{bmatrix} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} R_{II}^{\alpha_n} - \begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(4s.i)} \\ Int_{l,n}^{(4c.i)} \end{bmatrix} \right) \right]$$

↓

$$\begin{bmatrix} F_{i,l}^{(s)} \\ F_{i,l}^{(c)} \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(\begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} KF_{l,n}^{(Fs)} + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} KF_{l,n}^{(Fc)} \right) + \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} KF_{l,n}^{(\Psi s)} + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} KF_{l,n}^{(\Psi c)} \right) \right),$$

$$\text{где} \quad \begin{bmatrix} KF_{l,n}^{(Fs)} \\ KF_{l,n}^{(Fc)} \end{bmatrix} = R_{II}^{\alpha_n} \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(3s)} \\ Int_{l,n}^{(3c)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(4s)} \\ Int_{l,n}^{(4c)} \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} KF_{l,n}^{(\Psi s)} \\ KF_{l,n}^{(\Psi c)} \end{bmatrix} = R_{II}^{\alpha_n} \begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(4s)} \\ Int_{l,n}^{(4c)} \end{bmatrix} -$$

$$\begin{bmatrix} Int_{l,n}^{(3s)} \\ Int_{l,n}^{(3c)} \end{bmatrix}.$$

8) Шестой интеграл:

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s.i)}(y) \\ Int_{k,n}^{(1c.i)}(y) \end{bmatrix} &= \int_{h'}^h \left(\frac{R_g}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} \right)^{\alpha_n} \begin{bmatrix} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{x+a} \right) + \beta_i \right) \right) \\ \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{x+a} \right) + \beta_i \right) \right) \end{bmatrix} \sin(K_k^{(1)} x) dx \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n(x' + \beta_i)) \\ \cos(\alpha_n(x' + \beta_i)) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n x') \cos(\alpha_n \beta_i) + \cos(\alpha_n x') \sin(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n x') \sin(\alpha_n \beta_i) + \cos(\alpha_n x') \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s.i)} \\ Int_{k,n}^{(1c.i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s)}(y) + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(1c)}(y) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s)}(y) \\ Int_{k,n}^{(1c)}(y) \end{bmatrix} = \end{aligned}$$

$$\int_{h'}^h \left(\frac{R_g}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} \right)^{\alpha_n} \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \arctan(y/(x+a))) \\ \cos(\alpha_n \arctan(y/(x+a))) \end{bmatrix} \sin(K_k^{(1)} x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s)}(-y) \\ Int_{k,n}^{(1c)}(-y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Int_{k,n}^{(1s)}(y) \\ Int_{k,n}^{(1c)}(y) \end{bmatrix}.$$

9) Седьмой интеграл:

$$\begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s.i)}(y) \\ Int_{k,n}^{(2c.i)}(y) \end{bmatrix} = \int_{h'}^h \left(\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \begin{bmatrix} \sin \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{x+a} \right) + \beta_i \right) \right) \\ \cos \left(\alpha_n \left(\arctan \left(\frac{y}{x+a} \right) + \beta_i \right) \right) \end{bmatrix} \sin(K_k^{(1)} x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s.i)} \\ Int_{k,n}^{(2c.i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s)}(y) + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} Int_{k,n}^{(2c)}(y) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s)}(y) \\ Int_{k,n}^{(2c)}(y) \end{bmatrix} =$$

$$\int_{h'}^h \left(\frac{\sqrt{(x+a)^2+y^2}}{R_u} \right)^{\alpha_n} \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \arctan(y/(x+a))) \\ \cos(\alpha_n \arctan(y/(x+a))) \end{bmatrix} \sin(K_k^{(1)} x) dx \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s)}(-y) \\ Int_{k,n}^{(2c)}(-y) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -Int_{k,n}^{(2s)}(y) \\ Int_{k,n}^{(2c)}(y) \end{bmatrix}.$$

10) Коэффициенты $\Psi_{i,k}^{(1)}$ и $\Psi_{i,k}^{(2)}$: $\begin{bmatrix} \Psi_{i,k}^{(1)} \\ \Psi_{i,k}^{(2)} \end{bmatrix} =$

$$= \frac{2}{h} \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left((F_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Us)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(1s.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} \right. \right.$$

$$+ (F_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - \Psi_n^{(Uc)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1c.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(1c.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} +$$

$$\left. + (\Psi_n^{(Us)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Us)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(2s.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} + (\Psi_n^{(Uc)} R_{II}^{\alpha_n} - F_n^{(Uc)}) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2c.i)}(-b_n/2) \\ Int_{k,n}^{(2c.i)}(b_n/2) \end{bmatrix} \right) \Bigg]$$

=

$$= \frac{2}{h} \left(\begin{bmatrix} \Psi_{i,k}^{(1s)} \\ \Psi_{i,k}^{(2s)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Psi_{i,k}^{(1c)} \\ \Psi_{i,k}^{(2c)} \end{bmatrix} \right)$$

\Downarrow

$$\begin{bmatrix} \Psi_{i,k}^{(s)} \\ \Psi_{i,k}^{(c)} \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(\left(\begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} R_{II}^{\alpha_n} - \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s.i)} \\ Int_{k,n}^{(1c.i)} \end{bmatrix} \right. \right. \\ \left. \left. + \left(\begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} R_{II}^{\alpha_n} - \begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s.i)} \\ Int_{k,n}^{(2c.i)} \end{bmatrix} \right) \right]$$

↓

$$\begin{bmatrix} \Psi_{i,k}^{(s)} \\ \Psi_{i,k}^{(c)} \end{bmatrix} = \sum_{n=1}^{N \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{R_{II}^{2\alpha_n} - 1} \left(\begin{bmatrix} F_n^{(Us)} \\ F_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(Fs)} + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(Fc)} \right) + \right. \\ \left. + \begin{bmatrix} \Psi_n^{(Us)} \\ \Psi_n^{(Uc)} \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \cos(\alpha_n \beta_i) \\ -\sin(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(\Psi s)} + \begin{bmatrix} \sin(\alpha_n \beta_i) \\ \cos(\alpha_n \beta_i) \end{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(\Psi c)} \right) \right),$$

где $\begin{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(Fs)} \\ K\Psi_{k,n}^{(Fc)} \end{bmatrix} = R_{II}^{\alpha_n} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s)} \\ Int_{k,n}^{(1c)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s)} \\ Int_{k,n}^{(2c)} \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(\Psi s)} \\ K\Psi_{k,n}^{(\Psi c)} \end{bmatrix} = R_{II}^{\alpha_n} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s)} \\ Int_{k,n}^{(2c)} \end{bmatrix} -$

$$\begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s)} \\ Int_{k,n}^{(1c)} \end{bmatrix}$$

или $\begin{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(Fs)} \\ K\Psi_{k,n}^{(\Psi s)} \end{bmatrix} = R_{II}^{\alpha_n} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1s)} \\ Int_{k,n}^{(2s)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2s)} \\ Int_{k,n}^{(1s)} \end{bmatrix}$ и $\begin{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(Fc)} \\ K\Psi_{k,n}^{(\Psi c)} \end{bmatrix} = R_{II}^{\alpha_n} \begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(1c)} \\ Int_{k,n}^{(2c)} \end{bmatrix} -$

$$\begin{bmatrix} Int_{k,n}^{(2c)} \\ Int_{k,n}^{(1c)} \end{bmatrix}.$$

При определении $\Psi_{i,k}^{(1)}$: $\begin{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(1Fs)} \\ K\Psi_{k,n}^{(1\Psi s)} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} K\Psi_{k,n}^{(2Fs)} \\ K\Psi_{k,n}^{(2\Psi s)} \end{bmatrix}.$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

Программа расчета магнитного поля возбуждения системы радиально-тангенциальных магнитов с учетом зубчатости якоря

Исходные данные для расчета

Число пар полюсов [-]	$p := 16$
Диаметр расточки якоря [м]	$D := 239.5 \cdot 10^{-3}$
Величина немагнитного зазора [м]	$\delta := 3.25 \cdot 10^{-3}$
Высота постоянного магнита [м]	$h_M := 12 \cdot 10^{-3}$
Угловая ширина радиально намагниченного магнита [рад]	$\alpha_{M,p} := 7.25 \cdot \text{deg}$
Намагниченность постоянных магнитов [А/м]	$J_M := 1.0345071 \cdot 10^6$
Магнитная постоянная [Гн/м]	$\mu_0 := 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$
Число фаз [-]	$m := 3$
Число пазов на полюс и фазу (целая часть) [-]	$b := 0$
Число пазов на полюс и фазу (числитель правильной дроби) [-]	$c := 3$
Число пазов на полюс и фазу (знаменатель правильной дроби) [-]	$d := 8$
Высота паза [м]	$h_{II} := 19.75 \cdot 10^{-3}$
Ширина паза [м]	$b_{II} := 3.81 \cdot 10^{-3}$
Угловое смещение первого паза [рад]	$\alpha_{II0} := 0.55 \cdot \text{deg}$

Расчет вспомогательных параметров

Число пазов на полюс и фазу [-]: $q := b + \frac{c}{d} = 0.375$

Функция проверки на четность:

$$\text{fn_chet}(aa) := \begin{cases} \text{vp} \leftarrow \text{mod}(aa, 2) \\ \text{return } 1 & \text{if } \text{vp} = 0 \\ \text{return } 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Минимально необходимое число пар полюсов [-]:

$$p_{\min} := \begin{cases} \text{return } \frac{d}{2} & \text{if } \text{fn_chet}(d) = 1 \\ \text{return } d & \text{otherwise} \end{cases}$$

$p_{\min} = 4$

Число пазов (зубцов) [-]: $z := 2 \cdot p_{\min} \cdot m \cdot q = 9$

$$\text{Зубцовый угол [рад]:} \quad \alpha_z := \frac{2 \cdot \pi \cdot p_{\min}}{p \cdot z} = 10 \cdot \text{deg}$$

$$\text{Угловое смещение пазов [рад]:} \quad i := 0 \dots z - 1 \quad \alpha_{\Pi_i} := \alpha_{\Pi_0} + i \cdot \alpha_z$$

$$\text{Полосный угол [рад]:} \quad \alpha_\tau := \frac{\pi}{p} = 11.25 \cdot \text{deg}$$

$$\text{Остаточная индукция постоянных магнитов [Тл]:} \quad B_r := J_M \cdot \mu_0 = 1.3$$

$$\text{Вспомогательные геометрические параметры [м]:} \quad h := 22.98524698 \cdot 10^{-3}$$

$$a := 100 \cdot 10^{-3} \quad \Delta\alpha := 1.82301569 \cdot \text{deg} \quad h_{\text{шт}} := 19.73484654 \cdot 10^{-3}$$

$$\text{Радиусы частичных областей [м]:} \quad R_{\text{я}} := 0.5 \cdot D \quad R_{\text{я}} \cdot 10^3 = 119.75$$

$$R_{\text{MB}} := 0.5 \cdot D + \delta \quad R_{\text{MB}} \cdot 10^3 = 123$$

$$R_{\text{MH}} := 0.5 \cdot D + \delta + h_M \quad R_{\text{MH}} \cdot 10^3 = 135$$

$$R_I := \frac{R_{\text{MB}}}{R_{\text{MH}}} = 0.911 \quad R_{II} := \frac{R_{\text{я}}}{R_{\text{MB}}} = 0.974 \quad R_{\text{отн}} := R_I \cdot R_{II} = 0.887$$

Разложение составляющих вектора намагниченности в тригонометрический ряд

$$\text{Количество коэффициентов при расчете намагниченности [-]} \quad N := 300 \quad \nu := 1, 3 \dots N$$

$$\alpha\alpha_\nu := \nu \cdot p \quad C_{1\nu} := \cos\left(\frac{\alpha\alpha_\nu \cdot \alpha_{M,p}}{2}\right) \cdot \left(\cos\left(\frac{\alpha_\tau - \alpha_{M,p}}{2}\right) + \sin\left(\frac{\alpha_{M,p}}{2}\right)\right)$$

$$C_{2\nu} := \sin\left(\frac{\alpha\alpha_\nu \cdot \alpha_{M,p}}{2}\right) \cdot \left(\sin\left(\frac{\alpha_\tau - \alpha_{M,p}}{2}\right) + \cos\left(\frac{\alpha_{M,p}}{2}\right)\right)$$

$$J_{p.c_\nu} := \frac{4 \cdot J_M}{\alpha_\tau \cdot [1 - (\alpha\alpha_\nu)^2]} \cdot (C_{1\nu} - \alpha\alpha_\nu \cdot C_{2\nu})$$

$$J_{\varphi.s_\nu} := \frac{4 \cdot J_M}{\alpha_\tau \cdot [1 - (\alpha\alpha_\nu)^2]} \cdot (-\alpha\alpha_\nu \cdot C_{1\nu} + C_{2\nu})$$

$$\text{Количество коэффициентов при расчете магнитного поля [-]} \quad N_{\text{маг}} := N \cdot p_{\min} = 1.2 \times 10^3$$

$$n := 1 \dots N$$

$$\alpha_T := 2 \cdot \alpha_T \cdot p_{\min} = 90 \cdot \deg \quad \alpha_n := \frac{2 \cdot \pi \cdot n}{\alpha_T} \quad J_{\rho.c_n} := 0 \quad J_{\varphi.s_n} := 0$$

$$J_{\rho.c_{\nu} \cdot p_{\min}} := J_{\rho.c_{\nu}} \quad J_{\varphi.s_{\nu} \cdot p_{\min}} := J_{\varphi.s_{\nu}}$$

Вспомогательные коэффициенты:

$$A_{s_n} := -\mu_0 \cdot \frac{J_{\varphi.s_n} + \alpha_n \cdot J_{\rho.c_n}}{1 - (\alpha_n)^2} \quad P_{s_n} := \mu_0 \cdot J_{\varphi.s_n} + A_{s_n}$$

$$Q_{s_n} := \frac{R_{MB}}{2} \cdot \frac{1 - R_{II}}{1 - R_{OTH}} \cdot \frac{2 \cdot \alpha_n}{2 \cdot \alpha_n} \cdot \left[\frac{J_{\rho.c_n} + J_{\varphi.s_n}}{\alpha_n - 1} - R_I \cdot \frac{2 \cdot \alpha_n \cdot J_{\rho.c_n} - J_{\varphi.s_n}}{\alpha_n + 1} - 2 \cdot R_I^{\alpha_n - 1} \cdot \frac{J_{\rho.c_n} + \alpha_n \cdot J_{\varphi.s_n}}{(\alpha_n)^2 - 1} \right]$$

Расчет интегралов

Первая группа интегралов:

$$K_{1_k} := 35 \quad k := 1 \dots K \quad K_{1_k} := \frac{k \cdot \pi}{h}$$

$$f_{Int1s_n,k} := \int_{h_{ИТ}}^h \left[\frac{R_{Я}}{\sqrt{(x+a)^2 + (0.5 \cdot b_{II})^2}} \right]^{\alpha_n} \cdot \sin \left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{0.5 \cdot b_{II}}{x+a} \right) \right) \cdot \sin(K_{1_k} \cdot x) \, dx$$

$$f_{Int1c_n,k} := \int_{h_{ИТ}}^h \left[\frac{R_{Я}}{\sqrt{(x+a)^2 + (0.5 \cdot b_{II})^2}} \right]^{\alpha_n} \cdot \cos \left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{0.5 \cdot b_{II}}{x+a} \right) \right) \cdot \sin(K_{1_k} \cdot x) \, dx$$

$$f_{Int2s_n,k} := \int_{h_{ИТ}}^h \left[\frac{\sqrt{(x+a)^2 + (0.5 \cdot b_{II})^2}}{R_{MB}} \right]^{\alpha_n} \cdot \sin \left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{0.5 \cdot b_{II}}{x+a} \right) \right) \cdot \sin(K_{1_k} \cdot x) \, dx$$

$$f_{Int2c_n,k} := \int_{h_{ИТ}}^h \left[\frac{\sqrt{(x+a)^2 + (0.5 \cdot b_{II})^2}}{R_{MB}} \right]^{\alpha_n} \cdot \cos \left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan} \left(\frac{0.5 \cdot b_{II}}{x+a} \right) \right) \cdot \sin(K_{1_k} \cdot x) \, dx$$

$$K\Psi_{Fs_{n,k}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int1s_{n,k} - f_Int2s_{n,k}$$

$$K\Psi_{Fc_{n,k}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int1c_{n,k} - f_Int2c_{n,k}$$

$$K\Psi_{\Psi s_{n,k}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int2s_{n,k} - f_Int1s_{n,k}$$

$$K\Psi_{\Psi c_{n,k}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int2c_{n,k} - f_Int1c_{n,k}$$

Вторая группа интегралов:

$$\underline{\underline{L}} := 35 \quad \underline{\underline{l}} := 1 \dots L \quad K_{2l} := \frac{l \cdot \pi}{b_{II}}$$

$$f_Int3s_{n,l} := \int_{-0.5 \cdot b_{II}}^{0.5 \cdot b_{II}} \left[\frac{R_{\mathcal{A}}}{\sqrt{(h+a)^2 + y^2}} \right]^{\alpha_n} \cdot \sin\left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{y}{h+a}\right)\right) \cdot \sin\left[K_{2l} \cdot (y + 0.5 \cdot b_{II})\right] dy$$

$$f_Int3c_{n,l} := \int_{-0.5 \cdot b_{II}}^{0.5 \cdot b_{II}} \left[\frac{R_{\mathcal{A}}}{\sqrt{(h+a)^2 + y^2}} \right]^{\alpha_n} \cdot \cos\left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{y}{h+a}\right)\right) \cdot \sin\left[K_{2l} \cdot (y + 0.5 \cdot b_{II})\right] dy$$

$$f_Int4s_{n,l} := \int_{-0.5 \cdot b_{II}}^{0.5 \cdot b_{II}} \left[\frac{\sqrt{(h+a)^2 + y^2}}{R_{MB}} \right]^{\alpha_n} \cdot \sin\left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{y}{h+a}\right)\right) \cdot \sin\left[K_{2l} \cdot (y + 0.5 \cdot b_{II})\right] dy$$

$$f_Int4c_{n,l} := \int_{-0.5 \cdot b_{II}}^{0.5 \cdot b_{II}} \left[\frac{\sqrt{(h+a)^2 + y^2}}{R_{MB}} \right]^{\alpha_n} \cdot \cos\left(\alpha_n \cdot \operatorname{atan}\left(\frac{y}{h+a}\right)\right) \cdot \sin\left[K_{2l} \cdot (y + 0.5 \cdot b_{II})\right] dy$$

$$KF_{Fs_{n,l}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int3s_{n,l} - f_Int4s_{n,l}$$

$$KF_{\Psi s_{n,l}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int4s_{n,l} - f_Int3s_{n,l}$$

$$KF_{Fc_{n,l}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int3c_{n,l} - f_Int4c_{n,l}$$

$$KF_{\Psi c_{n,l}} := R_{II}^{\alpha_n} \cdot f_Int4c_{n,l} - f_Int3c_{n,l}$$

Третья группа интегралов:

$$f_Int5_{s_n,k} := \int_{-0.5 \cdot \Delta\alpha}^{0.5 \cdot \Delta\alpha} \frac{\sinh\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \sin(\varphi) + 0.5 \cdot b_{\Pi})\right]}{\sinh(K_{1_k} \cdot b_{\Pi})} \cdot \sin\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \cos(\varphi) - a)\right] \cdot \sin(\alpha_n \cdot \varphi) d\varphi$$

$$f_Int5_{c_n,k} := \int_{-0.5 \cdot \Delta\alpha}^{0.5 \cdot \Delta\alpha} \frac{\sinh\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \sin(\varphi) + 0.5 \cdot b_{\Pi})\right]}{\sinh(K_{1_k} \cdot b_{\Pi})} \cdot \sin\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \cos(\varphi) - a)\right] \cdot \cos(\alpha_n \cdot \varphi) d\varphi$$

$$f_Int6_{s_n,k} := \int_{-0.5 \cdot \Delta\alpha}^{0.5 \cdot \Delta\alpha} \frac{\sinh\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \sin(\varphi) - 0.5 \cdot b_{\Pi})\right]}{\sinh(K_{1_k} \cdot b_{\Pi})} \cdot \sin\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \cos(\varphi) - a)\right] \cdot \sin(\alpha_n \cdot \varphi) d\varphi$$

$$f_Int6_{c_n,k} := \int_{-0.5 \cdot \Delta\alpha}^{0.5 \cdot \Delta\alpha} \frac{\sinh\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \sin(\varphi) - 0.5 \cdot b_{\Pi})\right]}{\sinh(K_{1_k} \cdot b_{\Pi})} \cdot \sin\left[K_{1_k} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \cos(\varphi) - a)\right] \cdot \cos(\alpha_n \cdot \varphi) d\varphi$$

$$f_Int7_{s_n,1} := \int_{-0.5 \cdot \Delta\alpha}^{0.5 \cdot \Delta\alpha} \frac{\sinh\left[K_{2_1} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \cos(\varphi) - a)\right]}{\sinh(K_{2_1} \cdot h)} \cdot \sin\left[K_{2_1} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \sin(\varphi) + 0.5 \cdot b_{\Pi})\right] \cdot \sin(\alpha_n \cdot \varphi) d\varphi$$

$$f_Int7_{c_n,1} := \int_{-0.5 \cdot \Delta\alpha}^{0.5 \cdot \Delta\alpha} \frac{\sinh\left[K_{2_1} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \cos(\varphi) - a)\right]}{\sinh(K_{2_1} \cdot h)} \cdot \sin\left[K_{2_1} \cdot (R_{\mathcal{A}} \cdot \sin(\varphi) + 0.5 \cdot b_{\Pi})\right] \cdot \cos(\alpha_n \cdot \varphi) d\varphi$$

Расчет магнитного поля

Нулевая итерация:

$$\Psi_{U_{s_n}} := 0 \quad \Psi_{U_{c_n}} := 0 \quad X_{1_{i,n}} := \left(\cos(\alpha_n \cdot \alpha_{n_i}) \right) \quad X_{2_{i,n}} := \left(\sin(\alpha_n \cdot \alpha_{n_i}) \right)$$

$$F_{U_{c_n}} := \Psi_{U_{c_n}} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot \left(1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n} \right)}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}} - Q_{s_n} \quad F_{U_{s_n}} := \Psi_{U_{s_n}} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot \left(1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n} \right)}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}} \quad Z_n := \frac{1}{R_{II}^{2 \cdot \alpha_n} - 1}$$

$$\Psi_{s2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{U_{s_n}} \cdot \left(X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{s_n,k}} + X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{c_n,k}} \right) + \Psi_{U_{s_n}} \cdot \left(X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}} \right) \right] \right]$$

$$\Psi_{s1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{U_{s_n}} \cdot \left(-X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{s_n,k}} + X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{c_n,k}} \right) + \Psi_{U_{s_n}} \cdot \left(-X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}} \right) \right] \right]$$

$$\Psi_{c2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{U_{c_n}} \cdot \left(-X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{s_n,k}} + X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{c_n,k}} \right) + \Psi_{U_{c_n}} \cdot \left(-X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}} \right) \right] \right]$$

$$\Psi_{c1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{U_{c_n}} \cdot \left(X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{s_n,k}} + X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{F_{c_n,k}} \right) + \Psi_{U_{c_n}} \cdot \left(X_{2_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{1_{i,n}} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}} \right) \right] \right]$$

$$\Psi_{1_{i,k}} := \frac{2}{h} \cdot \left(\Psi_{s1_{i,k}} + \Psi_{c1_{i,k}} \right) \quad \Psi_{2_{i,k}} := \frac{2}{h} \cdot \left(\Psi_{s2_{i,k}} + \Psi_{c2_{i,k}} \right)$$

$$F_{s_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{U_{s_n}} \cdot \left(X_{1_{i,n}} \cdot KF_{F_{s_n,l}} + X_{2_{i,n}} \cdot KF_{F_{c_n,l}} \right) + \Psi_{U_{s_n}} \cdot \left(X_{1_{i,n}} \cdot KF_{\Psi_{s_n,l}} + X_{2_{i,n}} \cdot KF_{\Psi_{c_n,l}} \right) \right] \right]$$

$$F_{c_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{U_{c_n}} \cdot \left(-X_{2_{i,n}} \cdot KF_{F_{s_n,l}} + X_{1_{i,n}} \cdot KF_{F_{c_n,l}} \right) + \Psi_{U_{c_n}} \cdot \left(-X_{2_{i,n}} \cdot KF_{\Psi_{s_n,l}} + X_{1_{i,n}} \cdot KF_{\Psi_{c_n,l}} \right) \right] \right]$$

$$F_{i,l} := \frac{2}{b_{II}} \cdot \left(F_{s_{i,l}} + F_{c_{i,l}} \right)$$

$$B_{\rho II_1}(\rho, \varphi) := \sum_n \left[\frac{\alpha_n \cdot R_{\text{я}}^{-1}}{1 - R_{II}^{2 \cdot \alpha_n}} \cdot \left[R_{II}^{\alpha_n+1} \cdot \left(\frac{\rho}{R_{MB}} \right)^{\alpha_n-1} + \left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho} \right)^{\alpha_n+1} \right] \cdot \left(\Psi_{U_{c_n}} \cdot \cos(\alpha_n \cdot \varphi) + \Psi_{U_{s_n}} \cdot \sin(\alpha_n \cdot \varphi) \right) \right]$$

$$\mathrm{B}_{\rho \Pi_2}(\rho,\varphi) := \sum_n \left[\frac{\alpha_n \cdot \mathrm{R}_{\mathrm{MB}}^{-1}}{1-\mathrm{R}_{\Pi}^{2 \cdot \alpha_n}} \cdot \left[\left(\frac{\rho}{\mathrm{R}_{\mathrm{MB}}}\right)^{\alpha_n-1} + \mathrm{R}_{\Pi}^{\alpha_n-1} \cdot \left(\frac{\mathrm{R}_{\mathrm{я}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1} \right] \cdot \left(\mathrm{F}_{\mathrm{Uc}_n} \cdot \cos(\alpha_n \cdot \varphi) + \mathrm{F}_{\mathrm{Us}_n} \cdot \sin(\alpha_n \cdot \varphi)\right) \right]$$

$$\mathrm{B}_{\rho \Pi_и0}(\rho,\varphi) := \mu_0 \cdot \left(\mathrm{B}_{\rho \Pi_1}(\rho,\varphi) - \mathrm{B}_{\rho \Pi_2}(\rho,\varphi)\right)$$

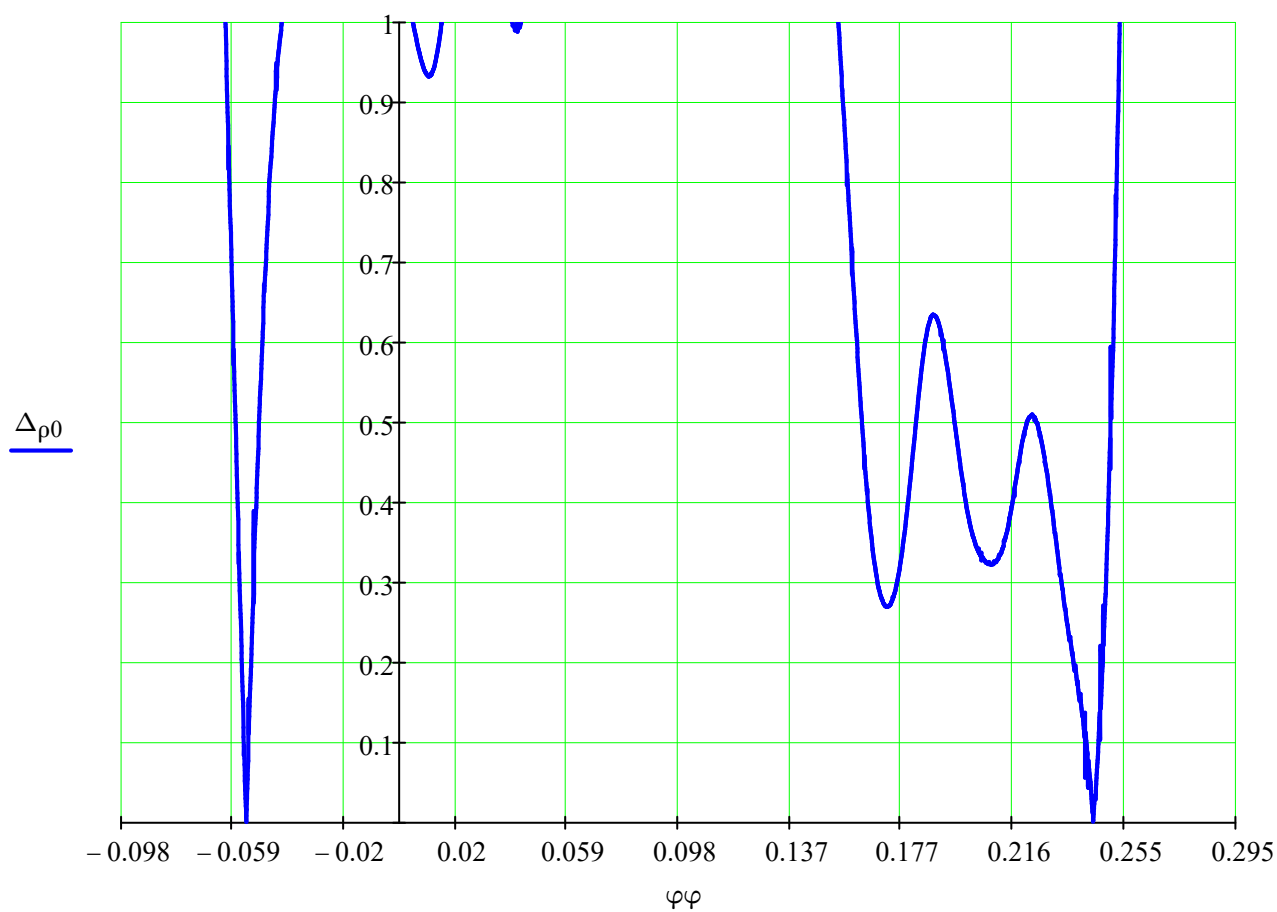
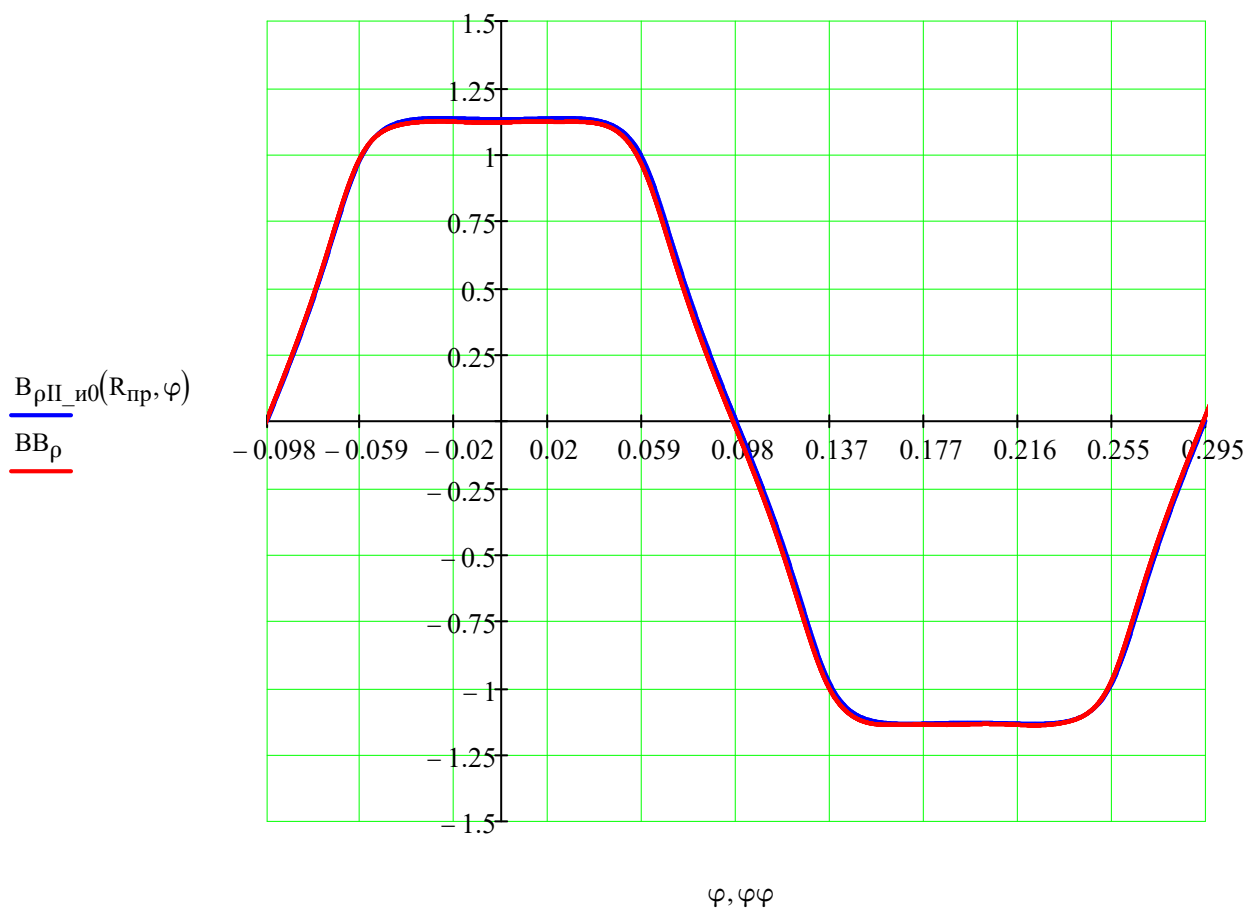
$$\mathrm{R}_{\mathrm{np}} := \mathrm{R}_{\mathrm{я}} + 0.5 \cdot \delta = 0.121375 \qquad \mathrm{R}_{\mathrm{np}} := 0.1212971558$$

$$\mathrm{FF} := \mathrm{READPRN}(\text{"Without_Slots2.txt"}) \qquad \mathrm{DIST} := \mathrm{FF}^{\langle 0 \rangle} \qquad \mathrm{BB}_{\rho} := \mathrm{FF}^{\langle 1 \rangle}$$

$$\Pi := \mathrm{длина}(\mathrm{DIST}) = 1.001 \times 10^4 \qquad \mathrm{ii} := 0.. \Pi - 1$$

$$\varphi\varphi_{\mathrm{ii}} := \left(\frac{\mathrm{DIST}_{\mathrm{ii}} - \mathrm{DIST}_{1362}}{\mathrm{R}_{\mathrm{np}} \cdot 10^3} - 0.5 \cdot \alpha_{\tau} \right)$$

$$\Delta_{\rho_{\mathrm{ii}}^0} := \left| \frac{\mathrm{B}_{\rho \Pi_и0}(\mathrm{R}_{\mathrm{np}},\varphi\varphi_{\mathrm{ii}}) - \mathrm{BB}_{\rho_{\mathrm{ii}}}}{\mathrm{BB}_{\rho_{\mathrm{ii}}}} \right| \cdot 100$$



Первая итерация:

$$\Psi_{Us_n} := \frac{2}{\alpha_T} \cdot \sum_i \left[\sum_k \left[X_{1,i,n} \cdot (\Psi_{2,i,k} \cdot f_Int_{5s_n,k} - \Psi_{1,i,k} \cdot f_Int_{6s_n,k}) \dots \right] \dots \right] \\ + \sum_l \left[F_{i,l} \cdot (X_{1,i,n} \cdot f_Int_{7s_n,l} + X_{2,i,n} \cdot f_Int_{7c_n,l}) \right]$$

$$\Psi_{Uc_n} := \frac{2}{\alpha_T} \cdot \sum_i \left[\sum_k \left[-X_{2,i,n} \cdot (\Psi_{2,i,k} \cdot f_Int_{5s_n,k} - \Psi_{1,i,k} \cdot f_Int_{6s_n,k}) \dots \right] \dots \right] \\ + \sum_l \left[F_{i,l} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot f_Int_{7s_n,l} + X_{1,i,n} \cdot f_Int_{7c_n,l}) \right]$$

$$F_{Uc_n} := \Psi_{Uc_n} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot (1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n})}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}} - Q_{s_n} \quad F_{Us_n} := \Psi_{Us_n} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot (1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n})}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}}$$

$$\Psi_{s2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{s1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (-X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Us_n} \cdot (-X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{c2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{c1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{1,i,k} := \frac{2}{h} \cdot (\Psi_{s1_{i,k}} + \Psi_{c1_{i,k}}) \quad \Psi_{2,i,k} := \frac{2}{h} \cdot (\Psi_{s2_{i,k}} + \Psi_{c2_{i,k}})$$

$$F_{s_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot KF_{Fs_n,l} + X_{2,i,n} \cdot KF_{Fc_n,l}) + \Psi_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot KF_{\Psi s_n,l} + X_{2,i,n} \cdot KF_{\Psi c_n,l}) \right] \right]$$

$$F_{c_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot KF_{Fs_n,l} + X_{1,i,n} \cdot KF_{Fc_n,l}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot KF_{\Psi s_n,l} + X_{1,i,n} \cdot KF_{\Psi c_n,l}) \right] \right]$$

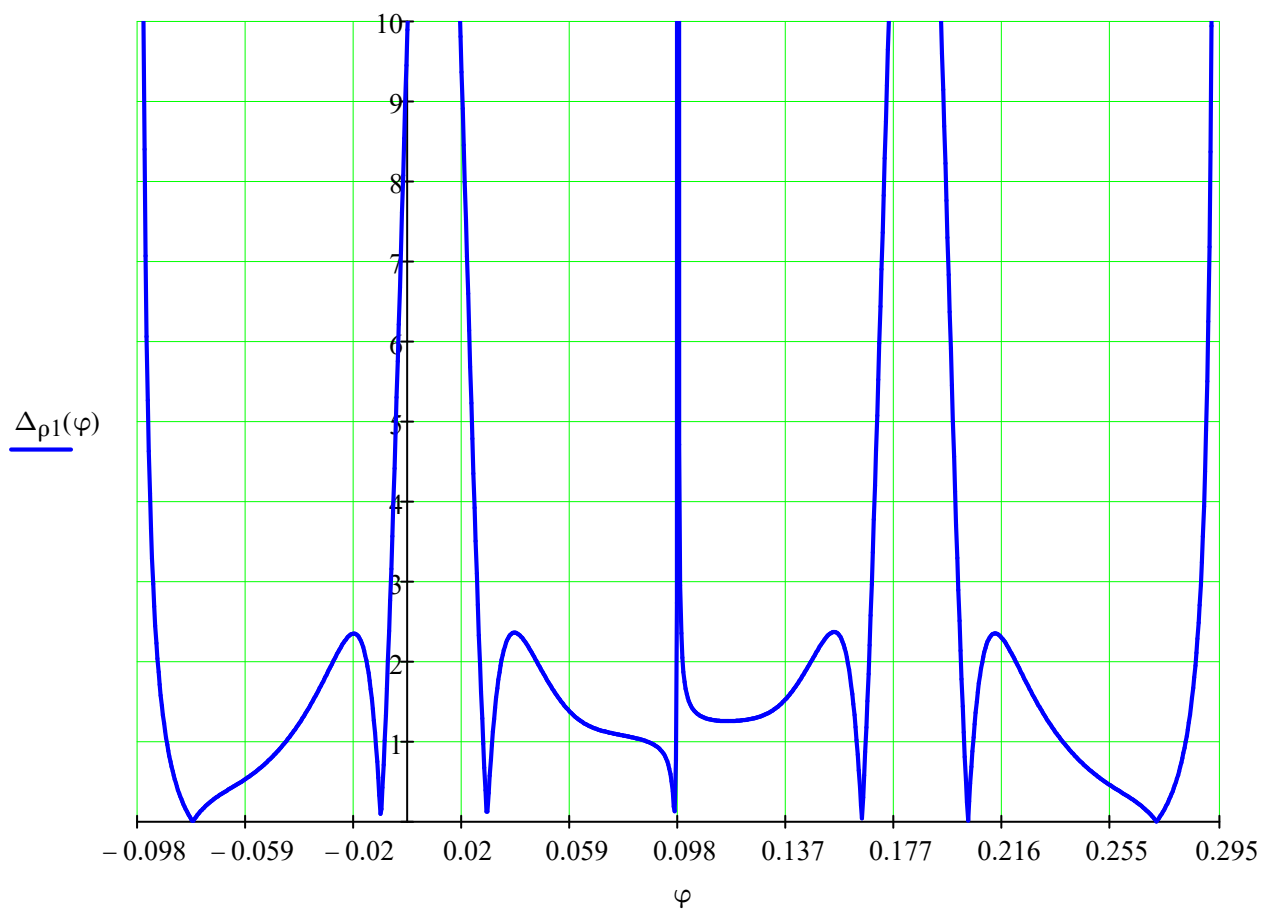
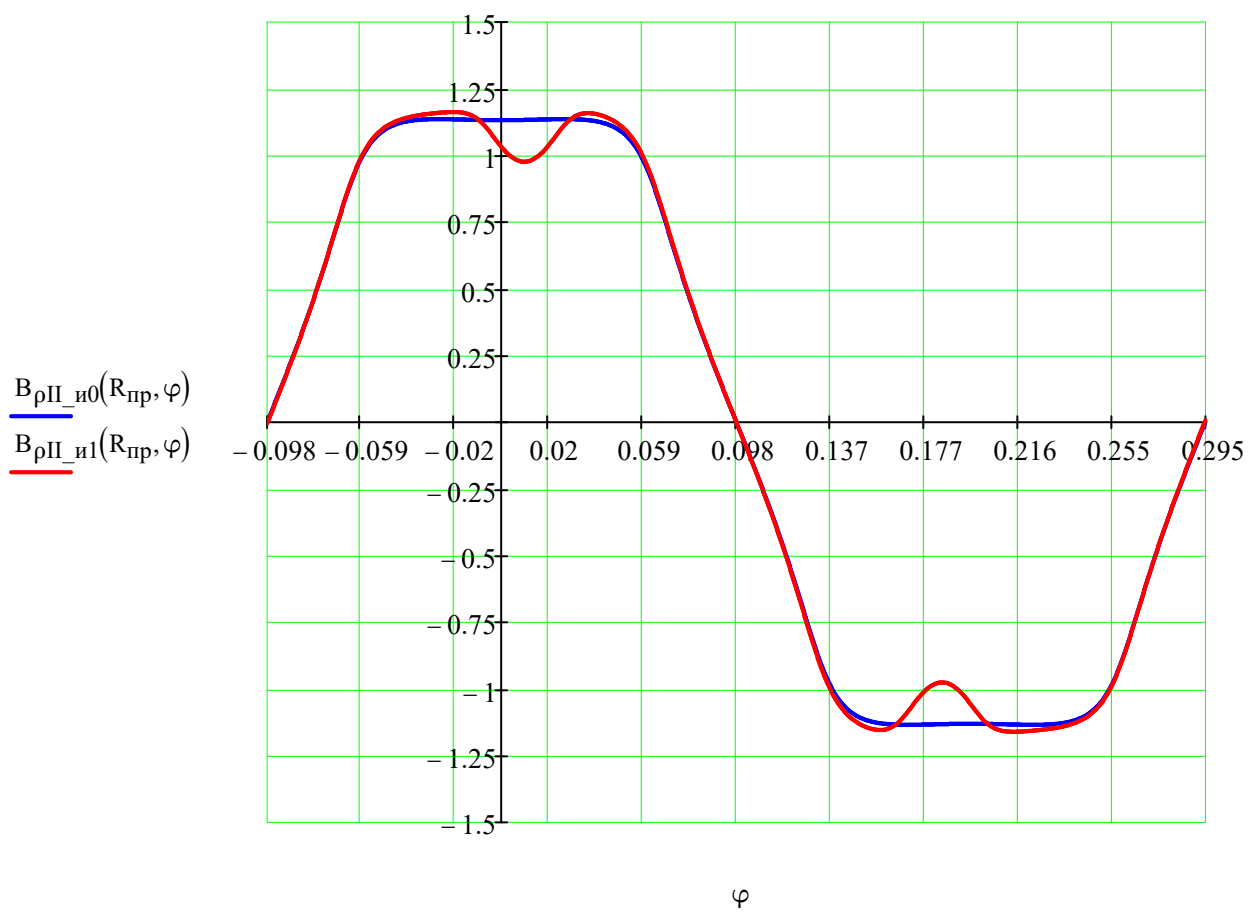
$$F_{i,l} := \frac{2}{b_n} \cdot (F_{s_{i,l}} + F_{c_{i,l}})$$

$$\textcolor{green}{B_{\rho\Pi_1}}(\rho,\varphi):=\sum_n\left[\frac{\alpha_n\cdot R_{\mathfrak{A}}^{-1}}{1-R_{\Pi}}\cdot\left[R_{\Pi}^{\alpha_n+1}\cdot\left(\frac{\rho}{R_{\mathbf{MB}}}\right)^{\alpha_n-1}+\left(\frac{R_{\mathfrak{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1}\right]\cdot\left(\Psi_{U\mathbf{c}_n}\cdot\cos(\alpha_n\cdot\varphi)+\Psi_{U\mathbf{s}_n}\cdot\sin(\alpha_n\cdot\varphi)\right)\right]$$

$$\textcolor{green}{B_{\rho\Pi_2}}(\rho,\varphi):=\sum_n\left[\frac{\alpha_n\cdot R_{\mathbf{MB}}^{-1}}{1-R_{\Pi}}\cdot\left[\left(\frac{\rho}{R_{\mathbf{MB}}}\right)^{\alpha_n-1}+R_{\Pi}^{\alpha_n-1}\cdot\left(\frac{R_{\mathfrak{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1}\right]\cdot\left(F_{U\mathbf{c}_n}\cdot\cos(\alpha_n\cdot\varphi)+F_{U\mathbf{s}_n}\cdot\sin(\alpha_n\cdot\varphi)\right)\right]$$

$$B_{\rho\Pi_{\neg 1}}(\rho,\varphi):=\mu_0\cdot\big(B_{\rho\Pi_1}(\rho,\varphi)-B_{\rho\Pi_2}(\rho,\varphi)\big)$$

$$\Delta_{\rho 1}(\varphi):=\left|\frac{B_{\rho\Pi_{\neg 0}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\big)-B_{\rho\Pi_{\neg 1}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\big)}{B_{\rho\Pi_{\neg 1}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\big)}\right|\cdot 100$$



Вторая итерация:

$$\Psi_{Us_n} := \frac{2}{\alpha_T} \cdot \sum_i \left[\sum_k \left[X_{1,i,n} \cdot (\Psi_{2,i,k} \cdot f_Int_{5s_n,k} - \Psi_{1,i,k} \cdot f_Int_{6s_n,k}) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \sum_l \left[F_{i,l} \cdot (X_{1,i,n} \cdot f_Int_{7s_n,l} + X_{2,i,n} \cdot f_Int_{7c_n,l}) \right] \right]$$

$$\Psi_{Uc_n} := \frac{2}{\alpha_T} \cdot \sum_i \left[\sum_k \left[-X_{2,i,n} \cdot (\Psi_{2,i,k} \cdot f_Int_{5s_n,k} - \Psi_{1,i,k} \cdot f_Int_{6s_n,k}) \dots \right] \dots \right. \\ \left. + \sum_l \left[F_{i,l} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot f_Int_{7s_n,l} + X_{1,i,n} \cdot f_Int_{7c_n,l}) \right] \right]$$

$$F_{Uc_n} := \Psi_{Uc_n} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot (1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n})}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}} - Q_{s_n} \qquad F_{Us_n} := \Psi_{Us_n} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot (1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n})}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}}$$

$$\Psi_{s2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{s1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (-X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Us_n} \cdot (-X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{c2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{c1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi s_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi c_n,k}) \right] \right]$$

$$\Psi_{1,i,k} := \frac{2}{h} \cdot (\Psi_{s1_{i,k}} + \Psi_{c1_{i,k}}) \qquad \Psi_{2,i,k} := \frac{2}{h} \cdot (\Psi_{s2_{i,k}} + \Psi_{c2_{i,k}})$$

$$F_{s_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot KF_{Fs_n,l} + X_{2,i,n} \cdot KF_{Fc_n,l}) + \Psi_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot KF_{\Psi s_n,l} + X_{2,i,n} \cdot KF_{\Psi c_n,l}) \right] \right]$$

$$F_{c_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot KF_{Fs_n,l} + X_{1,i,n} \cdot KF_{Fc_n,l}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot KF_{\Psi s_n,l} + X_{1,i,n} \cdot KF_{\Psi c_n,l}) \right] \right]$$

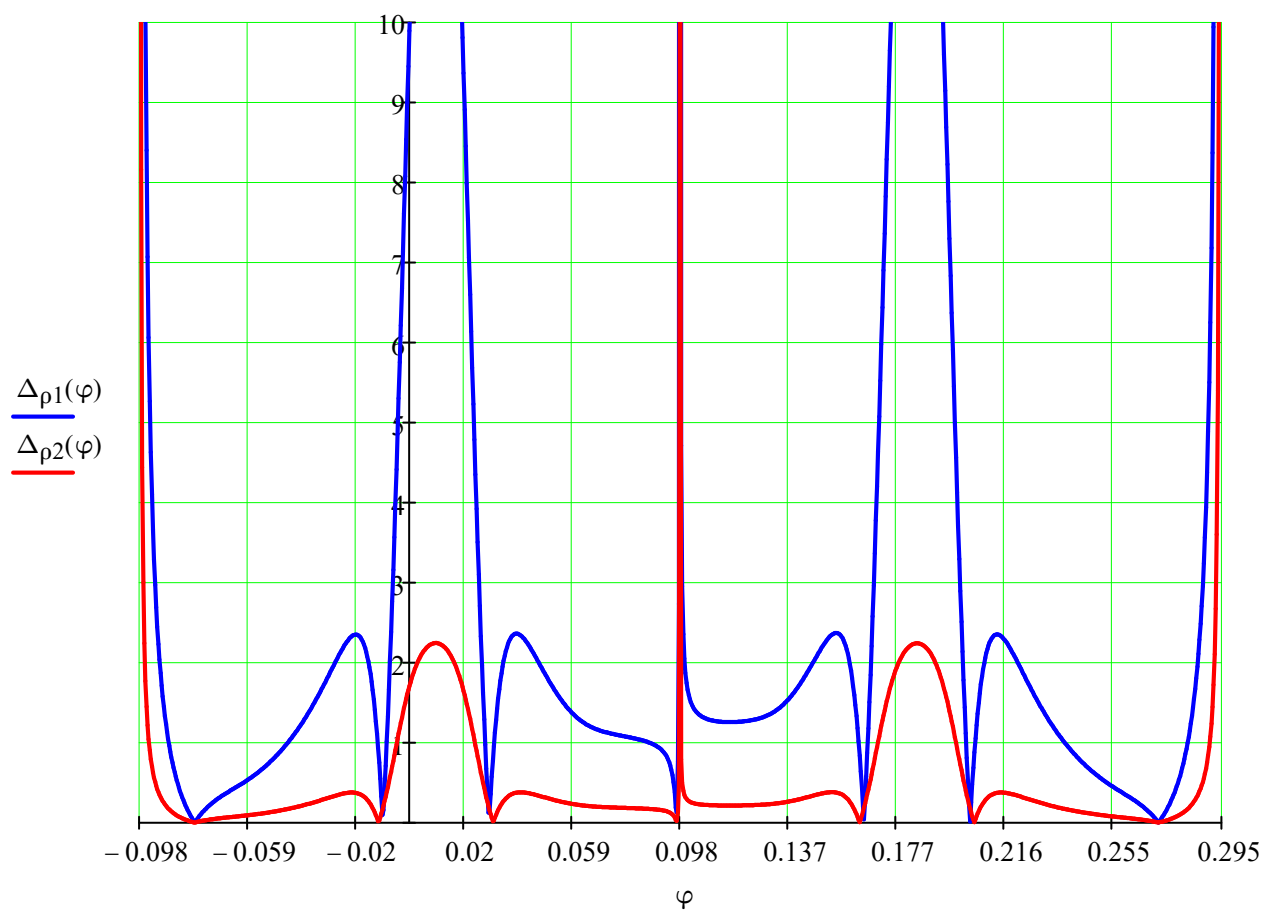
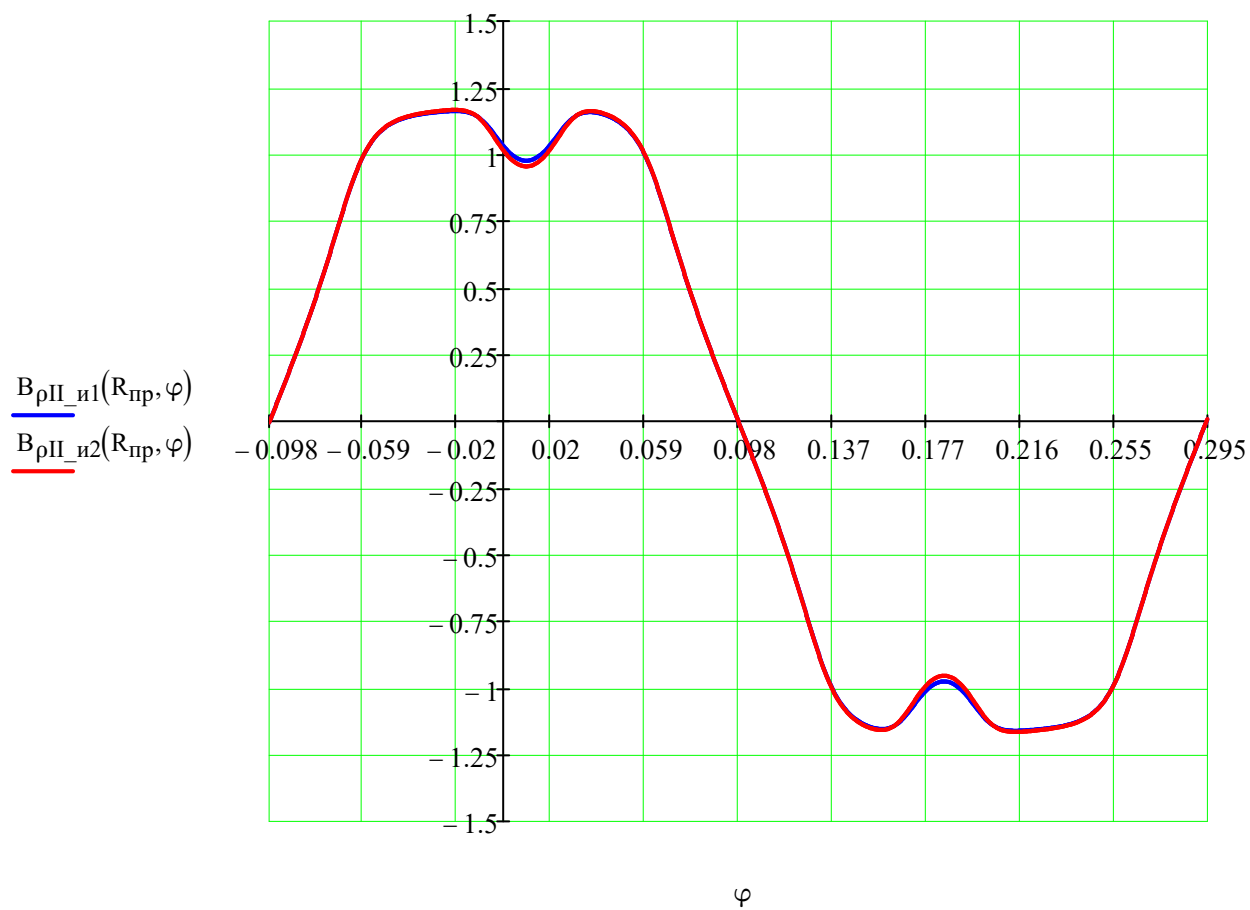
$$F_{i,l} := \frac{2}{b_{II}} \cdot (F_{s_{i,l}} + F_{c_{i,l}})$$

$$\textcolor{green}{B_{\rho\Pi_1}}(\rho,\varphi):=\sum_n\left[\frac{\alpha_n\cdot R_{\mathfrak{A}}^{-1}}{1-R_{\Pi}^{2\cdot\alpha_n}}\cdot\left[R_{\Pi}^{\alpha_n+1}\cdot\left(\frac{\rho}{R_{\text{MB}}}\right)^{\alpha_n-1}+\left(\frac{R_{\mathfrak{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1}\right]\cdot\left(\Psi_{\text{Uc}_n}\cdot\cos(\alpha_n\cdot\varphi)+\Psi_{\text{Us}_n}\cdot\sin(\alpha_n\cdot\varphi)\right)\right]$$

$$\textcolor{green}{B_{\rho\Pi_2}}(\rho,\varphi):=\sum_n\left[\frac{\alpha_n\cdot R_{\text{MB}}^{-1}}{1-R_{\Pi}^{2\cdot\alpha_n}}\cdot\left[\left(\frac{\rho}{R_{\text{MB}}}\right)^{\alpha_n-1}+R_{\Pi}^{\alpha_n-1}\cdot\left(\frac{R_{\mathfrak{A}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1}\right]\cdot\left(\text{F}_{\text{Uc}_n}\cdot\cos(\alpha_n\cdot\varphi)+\text{F}_{\text{Us}_n}\cdot\sin(\alpha_n\cdot\varphi)\right)\right]$$

$$B_{\rho\Pi_n2}(\rho,\varphi):=\mu_0\cdot\left(B_{\rho\Pi_1}(\rho,\varphi)-B_{\rho\Pi_2}(\rho,\varphi)\right)$$

$$\Delta_{\rho2}(\varphi):=\left|\frac{B_{\rho\Pi_n1}(R_{\Pi\rho},\varphi)-B_{\rho\Pi_n2}(R_{\Pi\rho},\varphi)}{B_{\rho\Pi_n2}(R_{\Pi\rho},\varphi)}\right|\cdot100$$



Третья итерация:

$$\Psi_{Us_n} := \frac{2}{\alpha_T} \cdot \sum_i \left[\sum_k \left[X_{1,i,n} \cdot (\Psi_{2,i,k} \cdot f_Int_{5s_n,k} - \Psi_{1,i,k} \cdot f_Int_{6s_n,k}) \dots \right] \dots \right] \\ + \sum_l \left[F_{i,l} \cdot (X_{1,i,n} \cdot f_Int_{7s_n,l} + X_{2,i,n} \cdot f_Int_{7c_n,l}) \right]$$

$$\Psi_{Uc_n} := \frac{2}{\alpha_T} \cdot \sum_i \left[\sum_k \left[-X_{2,i,n} \cdot (\Psi_{2,i,k} \cdot f_Int_{5s_n,k} - \Psi_{1,i,k} \cdot f_Int_{6s_n,k}) \dots \right] \dots \right] \\ + \sum_l \left[F_{i,l} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot f_Int_{7s_n,l} + X_{1,i,n} \cdot f_Int_{7c_n,l}) \right]$$

$$F_{Uc_n} := \Psi_{Uc_n} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot (1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n})}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}} - Q_{s_n} \quad F_{Us_n} := \Psi_{Us_n} \cdot \frac{R_{II}^{\alpha_n} \cdot (1 - R_I^{2 \cdot \alpha_n})}{1 - R_{OTH}^{2 \cdot \alpha_n}}$$

$$\Psi_{s2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}}) \right] \right]$$

$$\Psi_{s1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (-X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Us_n} \cdot (-X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}}) \right] \right]$$

$$\Psi_{c2_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}}) \right] \right]$$

$$\Psi_{c1_{i,k}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{Fs_n,k} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{Fc_n,k}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (X_{2,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{s_n,k}} + X_{1,i,n} \cdot K\Psi_{\Psi_{c_n,k}}) \right] \right]$$

$$\Psi_{1,i,k} := \frac{2}{h} \cdot (\Psi_{s1_{i,k}} + \Psi_{c1_{i,k}}) \quad \Psi_{2,i,k} := \frac{2}{h} \cdot (\Psi_{s2_{i,k}} + \Psi_{c2_{i,k}})$$

$$F_{s_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot KF_{Fs_n,l} + X_{2,i,n} \cdot KF_{Fc_n,l}) + \Psi_{Us_n} \cdot (X_{1,i,n} \cdot KF_{\Psi_{s_n,l}} + X_{2,i,n} \cdot KF_{\Psi_{c_n,l}}) \right] \right]$$

$$F_{c_{i,l}} := \sum_n \left[Z_n \cdot \left[F_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot KF_{Fs_n,l} + X_{1,i,n} \cdot KF_{Fc_n,l}) + \Psi_{Uc_n} \cdot (-X_{2,i,n} \cdot KF_{\Psi_{s_n,l}} + X_{1,i,n} \cdot KF_{\Psi_{c_n,l}}) \right] \right]$$

$$F_{i,l} := \frac{2}{b_n} \cdot (F_{s_{i,l}} + F_{c_{i,l}})$$

$$\textcolor{green}{B_{\rho\Pi_1}}(\rho,\varphi):=\sum_n\left[\frac{\alpha_n\cdot R_{\text{я}}^{-1}}{1-R_{\Pi}}\cdot\left[R_{\Pi}^{\alpha_n+1}\cdot\left(\frac{\rho}{R_{\text{MB}}}\right)^{\alpha_n-1}+\left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1}\right]\cdot\left(\Psi_{U_{\text{c}_n}}\cdot\cos(\alpha_n\cdot\varphi)+\Psi_{U_{\text{s}_n}}\cdot\sin(\alpha_n\cdot\varphi)\right)\right]$$

$$\textcolor{green}{B_{\rho\Pi_2}}(\rho,\varphi):=\sum_n\left[\frac{\alpha_n\cdot R_{\text{MB}}^{-1}}{1-R_{\Pi}}\cdot\left[\left(\frac{\rho}{R_{\text{MB}}}\right)^{\alpha_n-1}+R_{\Pi}^{\alpha_n-1}\cdot\left(\frac{R_{\text{я}}}{\rho}\right)^{\alpha_n+1}\right]\cdot\left(F_{U_{\text{c}_n}}\cdot\cos(\alpha_n\cdot\varphi)+F_{U_{\text{s}_n}}\cdot\sin(\alpha_n\cdot\varphi)\right)\right]$$

$$B_{\rho\Pi_{\text{и}3}}(\rho,\varphi):=\mu_0\cdot\big(B_{\rho\Pi_1}(\rho,\varphi)-B_{\rho\Pi_2}(\rho,\varphi)\big)$$

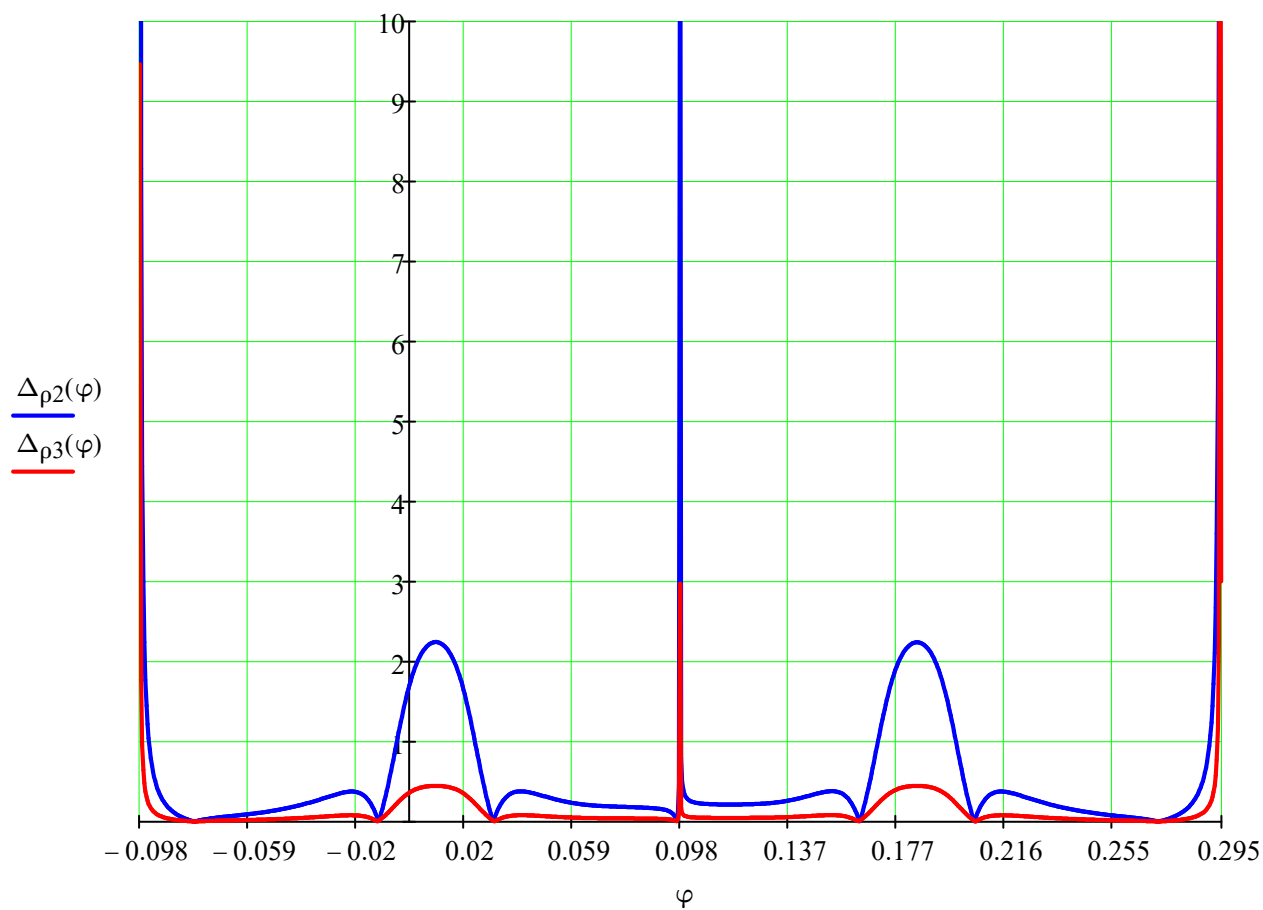
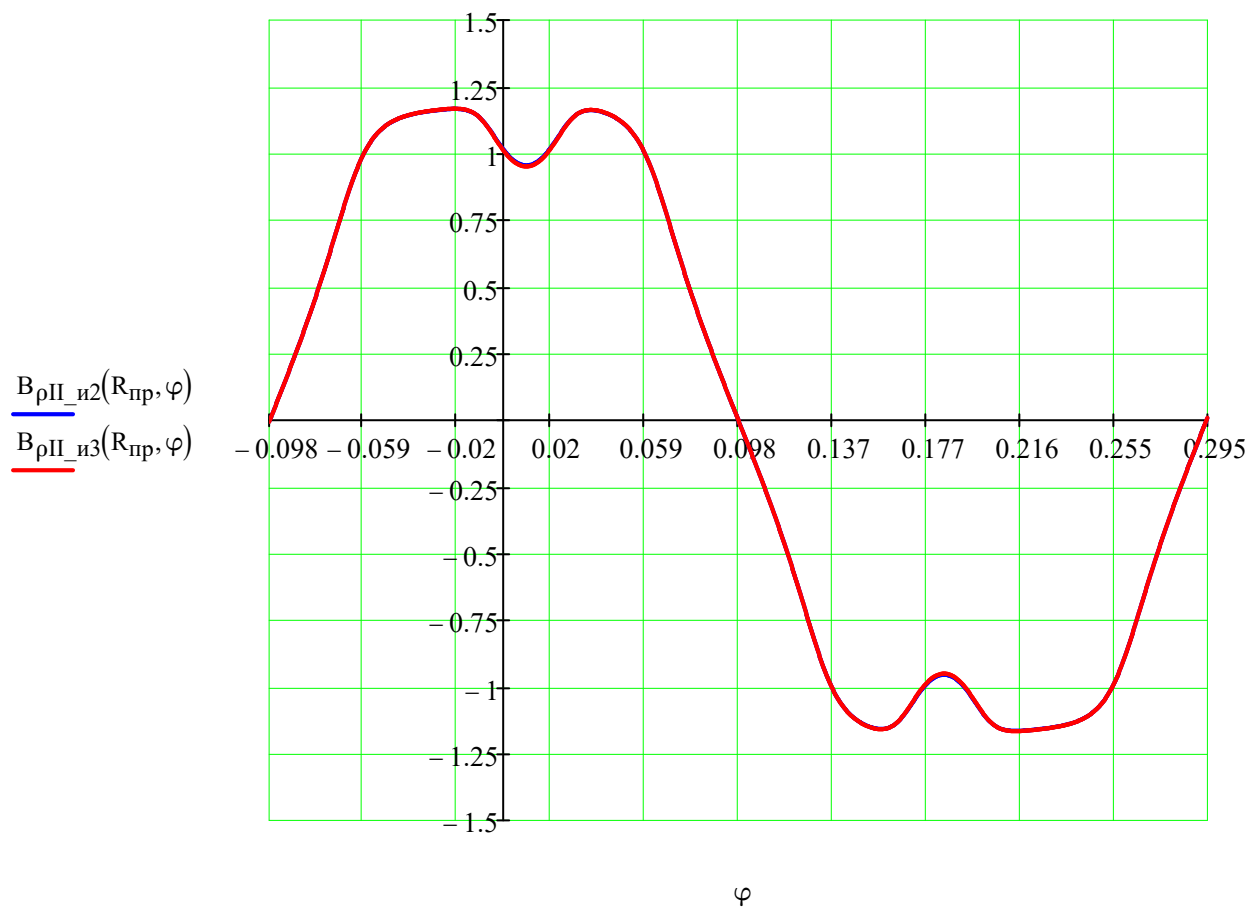
$$\Delta_{\rho3}(\varphi):=\left|\frac{B_{\rho\Pi_{\text{и}2}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\big)-B_{\rho\Pi_{\text{и}3}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\big)}{B_{\rho\Pi_{\text{и}3}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\big)}\right|\cdot100$$

$$\textcolor{green}{FF}:=\text{READPRN}(\text{"With_Slots2.txt"})\qquad\qquad\text{DIST}:=FF^{\langle0\rangle}\qquad\qquad\text{BB}_{\rho}:=FF^{\langle1\rangle}$$

$$\textcolor{green}{\Pi}:=\text{длина}(\text{DIST})=1.001\times10^4\qquad\qquad\text{ii}:=0..\Pi-1$$

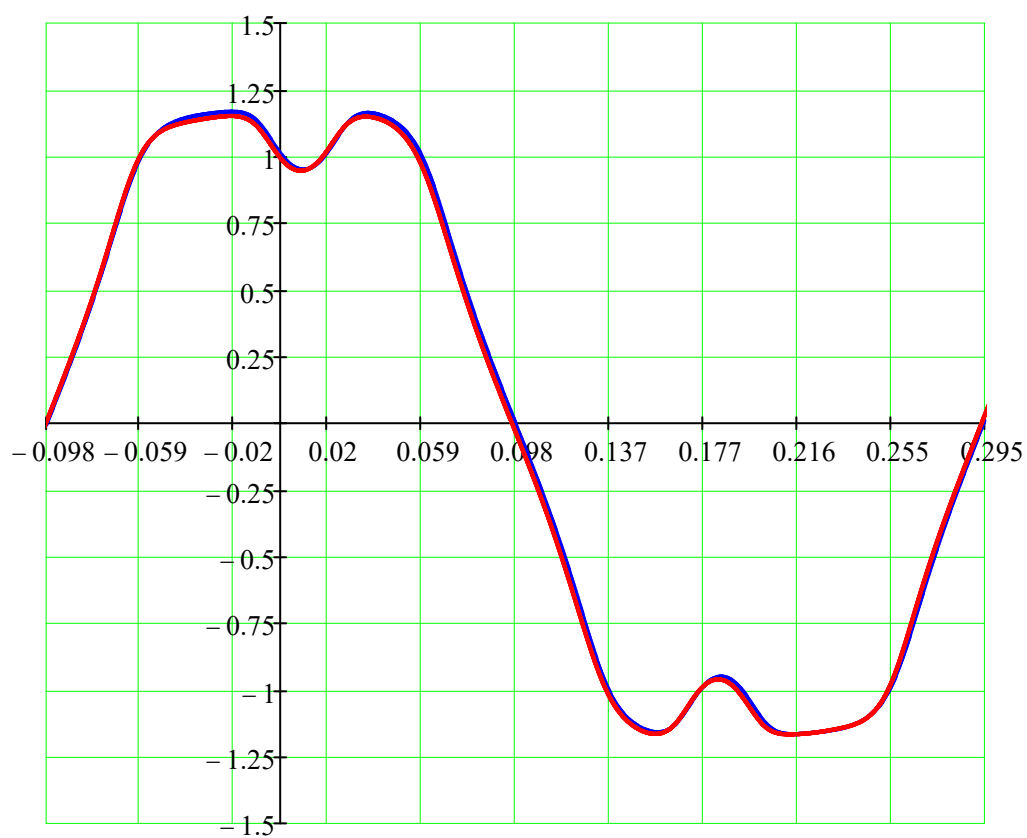
$$\varphi\varphi_{\text{ii}}:=\left(\frac{\text{DIST}_{\text{ii}}-\text{DIST}_{1362}}{R_{\Pi\rho}\cdot10^3}-0.5\cdot\alpha_{\tau}\right)$$

$$\Delta_{\rho0_{\text{ii}}}:=\left|\frac{B_{\rho\Pi_{\text{и}0}}\big(R_{\Pi\rho},\varphi\varphi_{\text{ii}}\big)-\text{BB}_{\rho_{\text{ii}}}}{\text{BB}_{\rho_{\text{ii}}}}\right|\cdot100$$



$B_{\rho II_и3}(R_{\Pi\rho}, \varphi)$

BB_{ρ}



$\varphi, \varphi\varphi$

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. Акт о внедрении результатов диссертационной работы
Широкова Антона Александровича в учебный процесс кафедры 310

Минобрнауки России



Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет)» (МАИ)

125993, г. Москва, Волоколамское шоссе, д. 4
тел.: +7 499 158-92-09 | www.mai.ru | e-mail: mai@mail.ru
ОКПО 02066606 | ОГРН 1037739180620 | ИНН 7712038455 | КПП 774301001

04.02.2026, № 310-18/3
на № _____ от _____

АКТ

о внедрении результатов диссертационной работы Широкова Антона Александровича
«Синхронный электродвигатель с постоянными магнитами для системы электродвижения
малого летательного аппарата»
в учебный процесс кафедры 310 «Электроэнергетические, электромеханические и
биотехнические системы»

Результаты диссертационной работы Широкова Антона Александровича
«Синхронный электродвигатель с постоянными магнитами для системы электродвижения
малого летательного аппарата» в частности:

- аналитическое решение задачи магнитостатического поля возбуждения для магнитной системы с радиально-тангенциальными постоянными магнитами с учетом зубчатости статора;
 - методика численного электромагнитного анализа магнитных полей и характеристик синхронных электродвигателей;
 - методика численного теплового расчета статора с жидкостной канальной системой охлаждения с непосредственным омыванием тепловыделяющих элементов;
- используются в учебных курсах лекций и практических занятий по дисциплинам: «Электромеханика и электромеханические преобразователи», «Электрические машины», «Компьютерные технологии в проектировании электромеханических устройств электрооборудования ЛА», «Конструирование электромеханических устройств электрооборудования ЛА» для студентов, обучающихся по профилям «Информационные технологии в электроэнергетических и электромеханических системах» и «Электрооборудование летательных аппаратов» на кафедре 310 «Электроэнергетические, электромеханические и биотехнические системы».

Директор дирекции института №3
«Системы управления, информатика и
электроэнергетика»

Заведующий кафедрой 310 «Электроэнергетические,
электромеханические и биотехнические системы»



Стедков Ю. Г.

Ковалев К. Л.