

ОТЗЫВ ОФИЦИАЛЬНОГО ОППОНЕНТА

на диссертацию Сизых Григория Борисовича

«Свойства пространственных вихревых течений идеального газа»,

представленную на соискание учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.9. – Механика жидкости, газа и плазмы

Актуальность и степень разработанности темы. В общем плане диссертационная работа Г.Б. Сизых посвящена развитию аналитических исследований задач теоретической аэродинамики пространственных стационарных и нестационарных, вязких и невязких, сжимаемых и несжимаемых вихревых течений газа и жидкости, в том числе задач сверхзвукового обтекания за отошедшей ударной волной. Результаты поиска новых точных решений, конечно, имеют свою актуальность. Однако если полученные точные решения возможно применить для тестирования и верификации численных расчётов, то такие аналитические исследования имеют ещё и несомненную практическую ценность, отвечают современным тенденциям в развитии вычислительной гидродинамики. Этим тенденциям следует выполненная Г.Б. Сизых работа, что определяет её актуальность и ценность полученных им результатов.

Диссертант на основе анализа литературных источников выявил четыре типа свойств вихревых течений, в которых в основном не затрагивается общий пространственный случай. Выявление неизвестных закономерностей, касающихся пространственных вихревых течений, определило **цель диссертационной работы** Г.Б. Сизых, для **достижения которой** им поставлены и решены девять задач. Не повторяя диссертацию и автореферат, о них кратко можно сказать следующее. Первые четыре задачи касаются вихревого течения за отошедшей ударной волной (УВ), возникающей при обтекании однородным сверхзвуковым набегающим потоком в общем случае гладкого выпуклого пространственного тела. Требуется доказать, что линия торможения пересекает скачок по нормали, исследовать на ней величину завихренности. Исследовать в течении за отошедшей УВ вопрос о замкнутости вихревых линий, векторных линий векторного произведения скорости и градиента энтропийной функции.

В задачах 5 и 6 требуется доказать существование скорости Фридмана для пространственных вихревых течений идеального газа (не только для течений за отошедшей УВ) и найти локальные выражения для скорости Фридмана в закрученных осесимметричных течениях. В задаче 7 требуется найти новые интегральные инварианты для вихревых течений идеального газа. В задаче 8 необходимо доказать принцип максимума Никольского. В задаче 9 требуется найти принцип максимума давления для небаротропного течения идеального газа, определяемый только параметрами течения и их первыми производными.

Результаты решения всех девяти задач являются оригинальными и определяют **научную новизну** выполненной работы. Более подробно эти результаты рассматриваются

Сотзвон о зьяко мкеч

23.09.2024

Г.Б. Сизых

ОТДЕЛ КОРРЕСПОНДЕНЦИИ
И КОНТРОЛЯ ИСПОЛНЕНИЯ
ДОКУМЕНТОВ МАИ

«23.09.2024г.»

в разделе «Анализ основного содержания работы». Полученные в диссертации результаты относятся к разделам теоретической аэродинамики, являются оригинальными и, несомненно, определяют их **теоретическую значимость**. С другой стороны, в работе показано, как использовать полученные результаты для проведения верификации численных алгоритмов и разработанных компьютерных программ, а также для создания новых бессеточных методов. Всё это свидетельствует о **практической значимости** полученных результатов.

Методы исследования. В диссертации используются математические методы исследования: топология (гомеоморфизм, диффеоморфизм, введение компактов и др.); теория ОДУ; векторный анализ. Для проведения доказательств формулируются лемма и теоремы. Для исследования вихревых течений вводится так называемая воображаемая жидкость, состоящая из воображаемых частиц, переносящих различные векторные линии, поле скоростей которых определяется критерием Зоравского. Такой подход разработан диссертантом и используется впервые для исследования свойств вихревых течений. В разработанном методе получения принципов максимума преобразуются уравнения движения идеального газа к виду, позволяющему применить теорему Хопфа или вариант этой теоремы для случая неограниченных коэффициентов.

Достоверность результатов обеспечивается использованием математических методов исследования свойств решений полных систем уравнений моделей однородных жидкостей и подтверждается: обсуждением результатов исследования на международных и все-российских научных конференциях и семинарах высокого уровня; публикациями результатов исследования в рецензируемых научных изданиях. **Публикации:** 33 научные статьи в журналах, включённых в перечень ВАК РФ, в том числе 19 статей – в изданиях, индексируемых в библиографических базах Scopus и WoS.

Анализ основного содержания работы

Структура и объём диссертационной работы. Диссертация имеет объём в 291 страницу, содержит 40 рисунков, 5 таблиц и список литературы с 223 наименованиями, состоит из введения, пяти глав, заключения и одного приложения. Тема и результаты, представленные в материалах диссертации соответствуют паспорту специальности 1.1.9. – «Механика жидкости, газа и плазмы», по направлениям исследований: «Течения сжимаемых сред и ударные волны»; «Точные, асимптотические, приближённые аналитические, численные и комбинированные методы исследования уравнений континуальных и кинетических моделей однородных и многофазных сред».

Во введении дана общая характеристика работы, обосновывается актуальность и степень разработанности выбранной темы, сформулированы цель и требуемые для её реализации девять задач исследования, аргументирована научная новизна, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения, методы и способы обеспечения достоверности результатов, приведены данные о структуре и объёме диссертационной работы, сведения об апробации.

Глава 1 посвящена решению задачи, названной автором задачей Дородницына. Глава начинается с описания этой задачи в историческом контексте исследований сверхзвукового взаимодействия вихревых течений с ударной волной (УВ), имеющих важное прикладное значение. Решение задачи Дородницына (ЗД) проводится для стационарного обтекания однородным сверхзвуковым потоком пространственного тела с гладкой выпуклой головной частью с отошедшей УВ. В постановке ЗД используются такие, введённые диссертантом понятия, как лидирующая линия тока и лидирующая точка. Под лидирующей линией тока понимается линия тока, пересекающая УВ по нормали, а под лидирующей точкой – точка упомянутого пересечения. При проведении исследований ЗД диссертант опирался на предположение о единственности линии торможения внутри течения газа, имеющую только одну точку на поверхности обтекаемого тела, считая его общепринятым и дополнительно обосновывая его ссылками на опубликованные результаты расчётов, экспериментальные данные и известные точные решения обтекания тел.

Решением ЗД является доказательство того, что линия торможения совпадает с лидирующей линией тока, при этом энтропия принимает максимальное значение на линии торможения и на поверхности тела, а завихренность в точке торможения равна нулю. Для решения этой задачи диссертант ввёл ограниченную область G и её замыкание \bar{G} , содержащую линию торможения. В G параметры течения полагаются дважды непрерывно дифференцируемыми по пространственным координатам. Вследствие гладкости поверхностей обтекаемого тела и отошедшей УВ считается, что параметры течения, их первые и вторые производные допускают непрерывное продолжение на эти поверхности из внутренних точек замкнутой области. Для математического описания задачи вводится понятие воображаемой (условной) жидкости, состоящей из частиц, также называемых воображаемыми. Для определения установившегося поля скорости \mathbf{q} таких частиц в области G используется следствие критерия Зоравского о скорости переноса векторных линий частицами жидкости. В \bar{G} в уравнениях движения частиц, правыми частями которых являются скорости \mathbf{q} , явно не входит время. Поэтому для описания движения этих частиц был применён аппарат теорем автономных систем ОДУ.

Основным итогом главы 1 является решение задачи Дородницына. Сам результат нужен для использования при верификации разрабатываемых компьютерных программ.

В **главе 2** исследуется поведение вихревого течения за отошедшей УВ. Установлено для условий ЗД и не нулевой скорости, что величина завихренности на произвольном отрезке линии тока либо тождественно равна нулю, либо всюду на этом отрезке она не равна нулю. Этот результат, названный *вихревой альтернативой*, позволил показать, что на всей линии торможения завихренность равна нулю. В этой главе подобно доказательству вихревой альтернативы доказана *скоростная альтернатива*, согласно которой, если завихренность на произвольном отрезке вихревой линии не нулевая, то либо весь отрезок вихревой линии состоит из точек торможения, либо во всех его точках скорость газа отлична от нуля.

В разделе 2.3 при исследовании вихревых линий за отошедшей УВ показано, что эти линии за отошедшей УВ замкнуты. Для этого вновь используется критерий Зоравского, но уже для другой воображаемой жидкости с q -частицами, движущимися со скоростью, равной текущей скорости газа, умноженной на сомножитель, определяемый отношением температуры набегающего потока к текущей температуре газа. В этом разделе также показано, что за искривленной УВ все вихревые линии один раз охватывают линию торможения.

В разделе 2.4 доказано, что векторные линии векторного произведения скорости и градиента энтропийной функции либо начинаются и заканчиваются на УВ, либо замкнуты и один раз охватывают линию торможения. Само векторное произведение равно нулю только на линии торможения. В разделе 2.5 на примере осесимметричного обтекания тела вращения решается вопрос, вытекает ли из того, что завихренность в точке торможения равна нулю, то, что на поверхности тела завихренность равна нулю. Ответ на этот вопрос даёт расчёт завихренности по величине инварианта Крокко при фиксированных параметрах набегающего сверхзвукового потока. Показано, что величина инварианта Крокко на поверхности тела обратно пропорциональна квадрату радиуса кривизны УВ в лидирующей точке.

В разделе 2.6 рассмотрено влияние неоднородности в скорости и в полной энтальпии сверхзвукового набегающего потока, всегда имеющей место в реальном течении, на поведение течения в окрестности передней точки торможения. Здесь основным результатом является то, что неоднородность набегающего потока приводит к тому, что линия тока с максимальной энтропией и линия торможения, вообще говоря, различаются. Отдельно рассмотрен характерный случай неравномерного сверхзвукового течения в рабочей части аэродинамической трубы.

В разделе 2.7 приведено решение ЗД для случая обтекания тела вращения под углом атаки разработанным методом, в котором не используется критерий Зоравского.

Итогом главы является выявление неизвестных ранее новых свойств завихренных течений за УВ.

Третья глава посвящена доказательству существования скорости Фридмана (термин введен диссертантом) и получению формул её расчёта для пространственных вихревых течений идеального газа (а также для вязкой несжимаемой жидкости и для вязкого газа). Формулы скорости Фридмана можно применять для создания бессеточных методов, аналогичных методу вязких вихревых доменов (ВВД).

В разделах 3.2 и 3.3 уравнение эволюции завихренности приведено к уравнению типа уравнения Фридмана. Эти уравнения равносильны во всех точках течения, где завихренность отлична от нуля. В разделе 3.4 показана неединственность скорости Фридмана. В разделах 3.5 и 3.6 рассмотрена эволюция завихренности в закрученных осесимметричных течениях идеального газа. Построены локальные формулы скорости Фридмана для меридиональной и окружной составляющих завихренности. В разделе 3.7 получено необходимое

условие существования замкнутых вихревых линий в течениях идеального газа. В разделе 3.8 предложена лагранжева точка зрения на эволюцию завихренности в течениях, где в начальный момент времени имеются безвихревые области. Для этого предложен «метод добавления завихренности».

Полученные в главе результаты могут использоваться для создания новых алгоритмов вычислительной гидродинамики и решению вопросов, рассмотренных в главах 4 и 5.

Четвёртая глава посвящена построению интегральных инвариантов и способов их применения для верификации расчётов. В разделе 4.1 для пространственных стационарных и нестационарных вязких и невязких сжимаемых и несжимаемых течений получены формулы скорости движения точек простого вихревого контура (ПВК) с сохранением циркуляции скорости жидкости по нему. Простота полученной формулы скорости переноса ПВК делает её удобной для тестирования численных расчётов методом проверки сохранения циркуляции по контуру. Показано, что при тестировании необходимо рассматривать эволюцию как минимум двух по-разному ориентированных контуров.

В разделах 4.2 и 4.3, опираясь на результаты разделов 2.3 и 2.4 о замкнутых вихревых линиях, векторных линий векторного произведения скорости и градиента энтропийной функции, автор получил два обобщения инварианта Крокко для незакрученных осесимметричных течений на общий пространственный случай течений за отошедшей УВ. В разделе 4.4 получен третий интегральный инвариант для течений за отошедшей УВ, связанный с семейством замкнутых линий векторного произведения скорости и градиента энтропийной функции. В разделе 4.5 проводится сравнение полученных трёх инвариантов с позиции эффективности их использования для тестирования и верификации расчётных схем. Таким оказался инвариант, полученный в разделе 4.4.

В разделе 4.6 с использованием меридиональной составляющей завихренности получен инвариант линий тока стационарных закрученных осесимметричных течений. В разделе 4.7 в рамках поиска точных решений рассматривается вопрос существования винтовых течений идеального газа. Отмечается, что, используя точные решения после их дискретизации на расчётных сетках, можно оценить точность сохранения интегральных инвариантов, вводя соответствующие нормы. Итогом 4 главы является получение новых интегральных инвариантов и обоснование их применения для тестирования и верификации расчётов.

Пятая глава посвящена построению новых принципов максимума (ПМ). В разделе 5.1 представлен обзор ПМ в аэромеханике. До работы диссертанта были известны два ПМ для вихревых течений: Никольского и Трусделла. В главе ПМ реализуются в разделенных на пять групп стационарных течениях: безвихревые и вихревые течения несжимаемой жидкости, безвихревые течения сжимаемой жидкости (газа), баротропные и небаротропные вихревые течения газа (в том числе и за отошедшей УВ). В разделе 5.2 сообщается о том, как изображения поверхностей уровня Q -параметра, являющегося вторым скалярным инвариантом тензора скоростей деформаций, используются для визуализации очень сложных областей турбулентных течений. В разделе 5.3 диссертантом доказан вариант теоремы

Хопфа, позволивший применять его для течений благодаря ослаблению условий классической теоремы Хопфа. В разделах 5.4, 5.5, 5.6 и 5.7 диссертант разработал с использованием варианта теоремы Хопфа приёмы доказательств и получил новые принципы максимума для идеальной и вязкой несжимаемых жидкостей. Далее эти приёмы применены для получения ПМ для газа (раздел 5.8). Раздел 5.9 посвящен ПМ Никольского, предложенному для плоских вихревых стационарных течений и доказанному не строго. Диссертант строго доказал ПМ Никольского и ПМ для осесимметричных течений, для течений с наличием плоскости симметрии и для пространственных течений.

В главе 5 также представлены полученные диссертантом следующие ПМ. Для пространственных дозвуковых вихревых и небаротропных течений за отошедшей ударной волной получен новый ПМ давления – дозвуковой принцип максимума давления (ДПМД). ДПМД используется для верификации численных расчетов течений идеального газа. Главным здесь является выявление нарушения ДПМД для отбраковки неверных решений. Актуальным является получение ПМ для областей, в которых могут быть до-трансзвуковые и сверхзвуковые зоны. Получению таких ПМ посвящены разделы 5.13–5.15. Это небаротропный принцип максимума Трусделла. Недосток исходного ПМ Трусделла – баротропность, т.е. постоянство энтропийной функции в области течения. Но есть и его преимущество по сравнению с ДПМД: отсутствие ограничений на числа Маха в области течения. Небаротропный ПМ Трусделла имеет два недостатка, которые отсутствуют в полученном диссертантом ПМ, названном им общим принципом максимума давления (ОПМД). В конце пятой главы приводятся рекомендации по выбору для проведения верификации расчетов одного из пяти ПМ с позиции наиболее простых условий у них.

Итогом пятой главы является разработка новых принципов максимума, которые без сомнения имеют теоретическую ценность для аэрогидродинамики, а возможность использовать их для верификации расчетов имеет практическое значение.

Диссертация, несмотря на насыщенность большим количеством достаточно сложных выкладок и доказательств, написана чётким и понятным языком, хорошо проиллюстрирована. Автореферат полностью отражает основное содержание и результаты диссертации.

Дискуссионные положения и замечания по диссертационной работе.

1. Опечатка на стр. 22, строка 7 сверху: «Сверхзвуковое течение (число Маха >0)». Должно быть « $M>1$ ». Некоторые выражения в тексте диссертации носят двусмысленный характер, например следующие слова: «...только точные математические методы исследования...»; «с созданием виртуальной экспериментальной установки – программного комплекса для численного моделирования течений, исследуемых в реальных экспериментальных установках разного назначения...» и др. А что есть неточные математические методы? Разве может быть экспериментальная установка виртуальной?

2. Стр. 38, строка 3 сверху: «...имеет искривлённую выпуклую форму (обе главные кривизны отличны от нуля)». Не точное выражение. Должно быть или «произведение главных кривизн положительно», или «обе главные кривизны отличны от нуля и имеют одинаковый знак».
 3. Стр. 40, строка 10 сверху: «Завихренность $\Omega = \text{rot}\mathbf{V}$ всюду равна 2». Ротор – это не скаляр, а вектор. В данном случае он имеет компоненты (0,0,2).
 4. Для решения задач исследования вихревого течения между телом и отошедшей ударной волной следовало бы указать границы применимости полученных результатов по значению числа Маха набегающего потока. Дело в том, что, когда завихренность в слое невязкого газа, возникшая за скачком уплотнения, будет иметь тот же порядок, что и осреднённая по толщине пограничного слоя завихренность, вызываемая касательным напряжением, выводы диссертанта могут быть неверными. В то же время результаты расчётов О.М. Белоцерковского обтекания идеальным газом тел с отошедшей УВ хорошо совпадают с экспериментальными данными, проведёнными Г.М. Рябинковым до чисел $M=4$. По-видимому, это и есть граница применимости результатов, полученных диссертантом.
 5. Диссертанту следовало бы упомянуть работы, в которых с помощью методов группового анализа дифференциальных уравнений механики сплошной среды строятся подмодели (т.е. системы уравнений с меньшим числом независимых переменных) для получения точных решений. Каково мнение диссертанта, могут ли методы группового анализа, применённые к задачам, решаемым в диссертации (особенно рассмотренные в четвёртой главе), быть альтернативой развитым им подходам?
 6. В примере 1 приложения А в задаче обтекания затупленного тела, имея рассчитанное поле параметров течения и координат узлов сетки, можно построить линию торможения и линии тока рядом с ней, посмотреть их изменение в зависимости от угла атаки и числа Маха набегающего потока и увидеть картину растекания. Такая работа, конечно, является трудоёмкой, но была бы интересна и для верификации.
- Сделанные замечания несколько снижают впечатление от работы, не влияя на общую положительную оценку полученных в ней научных, практически значимых результатов.

Заключение

Изучение диссертационной работы Г.Б. Сизых показало, что цель диссертации достигнута, все поставленные в диссертации задачи решены. Результаты проведённых исследований можно рекомендовать для студентов ВУЗов и аспирантов, специализирующихся в области механики жидкости.

Диссертационная работа Г.Б. Сизых является завершённой научно-исследовательской работой, в которой полученные результаты являются крупным и существенным вкладом

в теоретическую аэрогидромеханику, а разработанные диссертантом подходы к верификации расчётов имеют несомненное практическое значение для вычислительной гидромеханики.

Диссертация Сизых Григория Борисовича «Свойства пространственных вихревых течений идеального газа» полностью соответствует всем требованиям ВАК РФ (пункты 9–14 «Положения о присуждении учёных степеней», утверждённого Постановлением Правительства РФ от 24 сентября 2013 г. № 842).

Считаю, что её автор вне всяких сомнений заслуживает присуждения ему учёной степени доктора физико-математических наук по специальности 1.1.9 – «Механика жидкости, газа и плазмы».

Я, Бутов Владимир Григорьевич, даю согласие на включение своих персональных данных в документы, связанные с работой диссертационного совета, и на их дальнейшую обработку.

Официальный оппонент, доктор физико-математических наук по специальности 01.02.05. – «Механика жидкости, газа и плазмы», профессор, заведующий отделом математической физики НИИ ПММ ТГУ
Бутов Владимир Григорьевич



9.08.2024

Контактные данные:
тел.: +7 (906) 948-47-97, e-mail: bvg@niipmm.tsu.ru.
Адрес места работы:
634050, г. Томск, пр-т Ленина, д. 36.

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский Томский государственный университет» (НИТГУ).
Тел.: +7 (3822) 529-547; e-mail: plot@niipmm.tsu.ru.



ПОДПИСЬ УДОСТОВЕРЯЮ
ВЕДУЩИЙ ДОКУМЕНТОВЕД
АНДРИЕНКО И. В.